


Originalni članak


<https://doi.org/10.5281/zenodo.17534540>


OD KLASIČNE DO SAVREMENE PRIMENE METODE ULANČANIH LESTVICA ZA PROCENU REZERVACIJA ZA ŠTETE

FROM CLASSICAL TO MODERN APPLICATION OF THE CHAIN-LADDER METHOD FOR CLAIMS RESERVE ESTIMATION

JELENA KOČOVIĆ¹, MARIJA KOPRIVICA², KRISTINA BRADIĆ³

¹ Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet, Beograd, jelena.kocovic@ekof.bg.ac.rs,  0000-0003-3219-4746

² Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet, Beograd, marija.koprivica@ekof.bg.ac.rs,  0000-0003-4239-2252

³ Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet, Beograd, kristina.bradic@ekof.bg.ac.rs,  0009-0008-9198-2770

Rezime: Solventnost osiguravajuće kompanije predstavlja njenu dugoročnu sposobnost da blagovremeno izmiruje svoje obaveze prema osiguranicima. Direktiva Solventnost II, koja se primenjuje u zemljama članicama Evropske unije, pored zahtevanog kapitala i pravila investiranja, poseban značaj daje tehničkim rezervama kao važnom faktoru adekvatnosti kapitala osiguravača. U neživotnom osiguranju, ključna stavka tehničkih rezervi su rezervacije za štete, koje predstavljaju aktuarsku procenu neizmirenih obaveza prema osiguranicima na dan obračuna. Preciznost ove procene u velikoj meri zavisi od načina primene aktuarske metode rezervisanja. Predmet ovog rada je primena metode ulančanih lestvica (Chain-Ladder) za procenu rezervacija za štete, uz korišćenje alata razvijenog u Microsoft Excel okruženju, koji omogućava brži i tačniji obračun. Cilj rada je da se ukaže na značaj upotrebe savremenih alata prilikom primene klasičnih aktuarskih metoda, radi dobijanja što realnijih procena rezervacija za nastale prijavljene i neprijavljene štete. Adekvatnost rezultata zavisi od kvaliteta podataka, ispunjenosti pretpostavki za primenu metode rezervisanja i ekspertskih znanja aktuara koji je primenjuje.

Ključne reči: rezervacije za štete, metoda ulančanih lestvica, Excel alat, neživotno osiguranje.

Abstract: The solvency of an insurance company represents its long-term ability to meet obligations to policyholders on time. The Solvency II Directive, which is applied in European Union member states, places special emphasis, alongside capital requirements and investment rules, on technical provisions as a key component of capital adequacy. A central element of technical provisions in non-life insurance is claims reserves, which represent the actuarial estimate of outstanding liabilities to policyholders as of the valuation date. The accuracy of this estimate largely depends on how the actuarial reserving method is applied. The subject of this paper is the application of the Chain-Ladder method for estimating claims reserves, using a tool developed in the Microsoft Excel environment that enables faster and more accurate calculations. The paper aims to highlight the importance of using modern tools when applying classical actuarial methods, in order to obtain more realistic estimates of reserves for incurred, reported and unreported claims. The adequacy of the results depends on the quality of the data, the fulfilment of the assumptions required for applying the reserving method, and the expertise of the actuary who applies it.

Keywords: claims reserves, Chain-Ladder method, Excel-based tool, non-life insurance.

1. UVOD

Koncept Solventnost II stavlja u prvi plan tehničke rezerve kao najznačajniju stavku pasive bilansa stanja osiguravajućih kompanija, koja ima ključni uticaj na adekvatnost kapitala za pokriće preuzetih rizika. Rezervacije za štete su, sa svoje strane, najznačajnija stavka tehničkih rezervi u neživotnom osiguranju. Od toga da li su rezervacije za štete dobro obračunate, a posledično i da li njihovi procenjeni iznosi mogu da pokriju neizmirene buduće obaveze prema osiguranicima, zavise likvidnost i solventnost osiguravača. Ukoliko test adekvatnosti obaveza ukaže na potcenjenost rezervacija za štete, osiguravajuća kompanija je u obavezi da uveća njihovu knjigovodstvenu vrednost kako bi obezbedila kontinuitet u blagovremenom ispunjavanju svih

obaveza prema osiguranicima (Kočović et al., 2023). Stoga je veoma važno da se primeni adekvatna aktuarska metoda za obračun rezervacija za štete.

Među najznačajnijim determinističkim metodama rezervisanja izdvajaju se: metoda ulančanih lestvica (*Chain-Ladder*), metoda očekivanog racija šteta (*Expected Loss Ratio*) i *Bornhuetter–Fergusonov-a* metoda. U praksi se najčešće koristi metoda ulančanih lestvica, pod uslovom da su zadovoljeni svi preduslovi za njenu upotrebu. Ova metoda, i pored izvesnih nedostataka (Kočović et al., 2012), daje zadovoljavajuće rezultate, što opravdava njenu široku primenu. U radu će biti prikazane teorijske osnove metode ulančanih lestvica, a zatim i njena implementacija na podacima konkretne osiguravajuće kompanije, uz korišćenje specijalizovanog alata razvijenog u Microsoft Excel okruženju, koji značajno olakšava i ubrzava njenu primenu. Osnovni preduslov za primenu metode ulančanih lestvica jeste postojanje kvalitetnih i konzistentnih podataka o rešenim ili prijavljenim štetama u prošlosti, razvrstanih po godinama nastanka i godinama razvoja šteta, i grupisanih po homogenim grupama rizika. Od kvaliteta ovih podataka zavisi realnost ocene koeficijenta razvoja šteta u prošlosti i, samim tim, iznosa šteta koje će biti rešene (prijavljene) u budućnosti.

2. POTREBA ZA OBRAČUNOM REZERVACIJA ZA ŠTETE

Regulatorni okvir Solventnost II, koji se primenjuje u zemljama članicama Evropske unije, objedinjuje u okviru prvog stuba posvećenog kvantitativnim zahtevima tri činioca adekvatnosti kapitala osiguravača: formiranje i obračun tehničkih rezervi, zahteve za minimalnim i solventnosnim kapitalom i pravila investiranja. Tehničke rezerve u neživotnom osiguranju obuhvataju: rezerve za prenosne premije, rezerve za neistekle rizike, rezervacije za štete i dr. Metodom *pro rata temporis* utvrđuje se iznos prenosne premije koji proporcionalno odgovara vremenskom periodu trajanja ugovora o osiguranju nakon datuma obračuna. Ukoliko test adekvatnosti obaveza (*Liability Adequacy Test – LAT*) pokaže nedovoljnost rezervi za prenosne premije, obračunavaju se rezerve za neistekle rizike po propisanoj metodi za njihov obračun (Kočović & Koprivica, 2018). Međutim, problem adekvatnosti tehničkih rezervi može nastupiti prilikom obračuna rezervacija za štete, budući da one predstavljaju procenjene vrednosti obaveza osiguravača za neisplaćene odštetne zahteve na dan obračuna, a ne tačno izračunate vrednosti.

Razlozi za procenu rezervacija za štete su vremensko nepodudaranje trenutka nastanka štete, njene prijave osiguravaču, i vremena kada su procenjene veličine odštetnih zahteva, koji još uvek nisu isplaćeni. Ukupne rezervacije za štete obuhvataju dve kategorije: rezervacije za nastale prijavljene, a nerešene štete i rezervacije za nastale neprijavljene štete.

Rezervacije za nastale prijavljene a nerešene štete (*Reported but not Settled – RBNS*) predstavljaju procenjeni iznos koji je potreban za buduće isplate odštetnih zahteva, koji su prijavljeni osiguravaču, kao i za pokriće reaktiviranih odštetnih zahteva. Rezervacije za nastale neprijavljene štete (*Incurred but not Reported – IBNR*) su procenjeni iznos obaveza za štete koji su nastale, ali koje još uvek nisu prijavljene, a pored toga u praksi ove rezervacije obuhvataju i buduće promene u procenjenim veličinama poznatih odštetnih zahteva i rezerve za neevidentirane odštetne zahteve (Brown & Gottlieb, 2001).

Osnov za određivanje rezervacija za nastale neprijavljene štete je proučavanje dinamike promena u štetama kroz vreme. Da bi se sproveda procena IBNR rezervacija metodom ulančanih lestvica, neophodno je da svi podaci o štetama i pripadajućim troškovima likvidacije šteta budu sistematično grupisani prema datumu nastanka štetnog događaja i datumu rešavanja ili prijave štete. Posebno vredan izvor informacija za ocenu IBNR rezervacija predstavljaju podaci o štetama koje su nastale u prethodnim periodima, a koje su prijavljene i rešene tokom obračunskog perioda.

Aktuarske metode koje se koriste za utvrđivanje rezervacija za štete su pouzdane u meri u kojoj su pouzdani podaci u odnosu na koje se primenjuju. Stoga je veoma važno da se relevantni podaci prikupljaju na konzistentnoj osnovi, uz detaljnu proveru i kontrolu njihove tačnosti. Premisa uspešne implementacije metode ulančanih lestvica jeste postojanje kvalitetno dizajnirane baze podataka, koja mora biti strukturirana tako da podrži detaljnu analizu i agregaciju podataka o prijavljenim štetama, njihovim isplatama i razvojnim periodima. Ključni elementi ove baze uključuju tabele koje sadrže informacije o prijavljenim štetama (datum nastanka, datum prijave, vrsta osiguranja, status, iznosi), evidenciju pojedinačnih isplata (datum, iznos, povezane štete), kao i dimenzionalne tabele koje omogućavaju konstrukciju trouglova razvoja šteta po osovina perioda nastanka i razvojnih perioda. Standardizovana struktura baze podataka omogućava sistematično praćenje dinamike šteta, preciznu izgradnju trouglova razvoja šteta i automatizovano izvođenje projekcija uz punu kontrolu nad tačnošću i doslednošću ulaznih podataka (Antonio & Plat, 2014).

Ipak, praksa pokazuje da podaci o štetama gotovo uvek sadrže određeni nivo slučajnih varijacija, mogu biti pod uticajem velikih i katastrofalnih šteta, grešaka u obradi ili promena u postupcima rešavanja šteta. Uz to, obrasci razvoja šteta iz prošlosti ne moraju biti reprezentativni za buduće periode zbog promena u poslovnoj politici osiguravača, zakonskoj regulativi, stopi inflacije ili samoj prirodi rizika. Upravo zato, primena

aktuarskih metoda poput *Chain-Ladder* metode zahteva ne samo kvalitetnu bazu podataka, već i oprez u pogledu validnosti aktuarskih pretpostavki, ali i subjektivno rasuđivanje aktuara na bazi njegovog iskustva i ekspertize.

3. TEORIJSKE OSNOVE METODE ULANČANIH LESTVICA

Neka slučajna promenljiva $S_{i,j}$ predstavlja iznos šteta koje su nastale u i -tom periodu ($i = 1, \dots, I$) i rešene (prijavljene) su u j -tom periodu ($j = 1, \dots, I$). Poznati iznosi ovih šteta za periode $i + j \leq I + 1$ obrazuju trougao inkrementalnih šteta (Tabela 1). Njihovim sumiranjem po periodima razvoja dobija se trougao kumulativnih šteta (Tabela 2). Slučajna promenljiva $C_{i,j}$ predstavlja iznos šteta koje su nastale u i -tom periodu, a rešene (prijavljene) su do kraja j -tog perioda.

Tabela 1: Opšta forma trougla inkrementalnih šteta

Period nastanka	Period razvoja						
	1	2	...	j	...	$I - 1$	I
1	$S_{1,1}$	$S_{1,2}$...	$S_{1,j}$...	$S_{1,I-1}$	$S_{1,I}$
2	$S_{2,1}$	$S_{2,2}$...	$S_{2,j}$...	$S_{2,I-1}$	
...	
i	$S_{i,1}$	$S_{i,2}$...	$S_{i,j}$...		
...		
$I - 1$	$S_{I-1,1}$	$S_{I-1,2}$...				
I	$S_{I,1}$						

Tabela 2: Opšta forma trougla kumulativnih šteta

Period nastanka	Period razvoja						
	1	2	...	j	...	$I - 1$	I
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$C_{1,j}$...	$C_{1,I-1}$	$C_{1,I}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$C_{2,j}$...	$C_{2,I-1}$	
...	
i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$...	$C_{i,j}$...		
...		
$I - 1$	$C_{I-1,1}$	$C_{I-1,2}$...				
I	$C_{I,1}$						

Svaki red u trouglu kumulativnih šteta prikazuje kako se razvija određena grupa šteta od njihovog nastanka do konačnog iznosa. Primenom metode ulančanih lestvica, ocenjuju se iznosi šteta koje će biti rešene (prijavljene) u narednim periodima kako bi raspoloživi trougao šteta bio proširen u pravougaonu formu (Taylor, 2000). Prvi korak u primeni metode je ocena faktora razvoja šteta f_j , kojima se opisuje prirast kumulativnog iznosa šteta između uzastopnih perioda razvoja. Ova ocena može biti zasnovana na prosto ili ponderisanoj aritmetičkoj sredini istorijskih individualnih faktora razvoja $f_{m,j} = C_{m,j+1}/C_{m,j}$, $1 \leq m \leq I-j$, uzimajući u obzir sve individualne faktore (sa ili bez njihovih ekstremnih vrednosti), ili individualne faktore za najviše tri do pet poslednjih perioda (Jovović, 2015).

Konačan iznos šteta koje potiču iz i -tog perioda nastanka $C_{i,I}$ ocenjuje se na osnovu njihovog kumulativnog iznosa zaključno sa tekućim kalendarskim periodom $C_{i,I+1-i}$ i ocenjenih faktora razvoja:

$$\hat{C}_{i,I} = C_{i,I+1-i} \cdot \hat{f}_{I+1-i} \cdot \dots \cdot \hat{f}_{I-1}, 2 \leq i \leq I, \quad (1)$$

dok je ocena rezervacija za štete koje su nastale u i -tom periodu R_i jednaka:

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,I} - C_{i,I+1-i}, 2 \leq i \leq I. \quad (2)$$

Ukoliko se koriste podaci o rešenim štetama, rezultat primene *Chain-Ladder* metode su ukupne rezervacije za štete. Korišćenjem podataka o prijavljenim štetama, sa druge strane, direktno se ocenjuju rezervacije za nastale, ali neprijavljene štete. Prednosti korišćenja podataka o rešenim štetama su njihova objektivnost, proverljivost i usklađenost sa računovodstvenom evidencijom. Ipak, trouglovi u kojima se razvoj šteta prati po perioda rešavanja obično imaju duži rep, jer ne uključuju sve informacije o štetama koje osiguravač poseduje (tj. informacije o štetama koje su prijavljene, ali nisu rešene). Osim toga, njihova pouzdanost može biti narušena u slučajevima kada dolazi do značajnih oscilacija u tempu rešavanja šteta tokom vremena (Taylor, 2000). Podaci koji se odnose na prijavljene štete, sa druge strane, uključuju i element subjektivne procene, s obzirom na prisustvo rezervacija za štete koje su prijavljene, ali još nisu rešene. Takvi trouglovi razvoja su kraći, ali njihova upotrebljivost zavisi od stabilnosti ne samo rešavanja, već i prijavljivanja šteta, kao i od konzistentnosti u načinu formiranja RBNS rezervacija tokom vremena (Institute and Faculty of Actuaries, 1997).

4. PRIMENA METODE ULANČANIH LESTVICA UZ UPOTREBU EXCEL ALATA

Primenu metode ulančanih lestvica uz upotrebu namenski razvijenog Excel alata prikazujemo na realnim podacima konkretne osiguravajuće kompanije. Podaci se odnose na godišnje novčane iznose rešenih šteta u osiguranju od autoodgovornosti tokom perioda 2011-2024. godine. Na osnovu trougla inkrementalnih iznosa šteta (Slika 1), potrebno je oceniti rezervacije za nastale neprijavljene štete krajem 2024. godine.

Incremental data		development period													
Accident year		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2011	1	122,188	71,035	1,342	12,831	0	247	0	15,548	0	0	0	0	0	0
2012	2	202,864	158,252	25,797	6,969	79,148	6,132	0	0	0	0	0	0	0	0
2013	3	197,689	111,784	38,572	0	5,000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2014	4	196,638	39,398	2,980	191	145	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2015	5	282,176	83,430	22,077	15,244	14,653	0	0	0	0	21,408	0	0	0	0
2016	6	519,986	122,120	60,626	32,220	0	4,854	0	0	0	0	0	0	0	0
2017	7	676,372	172,672	103,171	52,939	13,480	14,354	0	0	0	0	0	0	0	0
2018	8	662,542	175,546	47,364	29,896	19,519	42,367	18,054	0	0	0	0	0	0	0
2019	9	1,026,598	251,797	81,512	49,694	14,064	24,501	0	0	0	0	0	0	0	0
2020	10	859,300	189,061	128,506	71,010	16,334	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2021	11	1,259,598	489,454	107,066	95,257	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2022	12	1,285,713	440,915	91,011	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023	13	1,530,357	692,226	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024	14	1,635,931	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Slika 1: Trougao inkrementalnih šteta (u novčanim jedinicama)

Cumulative data		development period													
Accident year		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2011	1	122,188	193,223	194,565	207,396	207,396	207,643	207,643	223,191	223,191	223,191	223,191	223,191	223,191	223,191
2012	2	202,864	361,115	386,913	393,882	473,030	479,162	479,162	479,162	479,162	479,162	479,162	479,162	479,162	479,162
2013	3	197,689	309,473	348,045	348,045	353,045	353,045	353,045	353,045	353,045	353,045	353,045	353,045	353,045	353,045
2014	4	196,638	236,036	239,015	239,206	239,351	239,351	239,351	239,351	239,351	239,351	239,351	239,351	239,351	239,351
2015	5	282,176	365,606	387,683	402,928	417,581	417,581	417,581	417,581	417,581	417,581	417,581	417,581	417,581	417,581
2016	6	519,986	642,115	702,741	734,961	734,961	739,816	739,816	739,816	739,816	739,816	739,816	739,816	739,816	739,816
2017	7	676,372	849,044	952,215	1,005,155	1,018,635	1,032,989	1,032,989	1,032,989	1,032,989	1,032,989	1,032,989	1,032,989	1,032,989	1,032,989
2018	8	662,542	838,088	885,451	915,347	934,867	977,234	995,288	0	0	0	0	0	0	0
2019	9	1,026,598	1,278,396	1,359,908	1,409,602	1,423,665	1,448,166	0	0	0	0	0	0	0	0
2020	10	859,300	1,048,360	1,176,866	1,247,877	1,264,211	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2021	11	1,259,598	1,749,052	1,856,118	1,951,375	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2022	12	1,285,713	1,726,628	1,817,639	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023	13	1,530,357	2,222,583	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024	14	1,635,931	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Slika 2: Trougao kumulativnih šteta (u novčanim jedinicama)

Na osnovu unetih podataka, Excel alat automatski generiše trougao kumulativnih iznosa šteta (Slika 2), i izračunava istorijske individualne faktore razvoja (Slika 3).

Development factors		development period												
Accident year		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2011	1	1.581	1.007	1.066	1.000	1.001	1.000	1.075	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2012	2	1.780	1.071	1.018	1.201	1.013	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2013	3	1.565	1.125	1.000	1.014	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2014	4	1.200	1.013	1.001	1.001	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2015	5	1.296	1.060	1.039	1.036	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.051	1.000	1.000	1.000
2016	6	1.235	1.094	1.046	1.000	1.007	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2017	7	1.255	1.122	1.056	1.013	1.014	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2018	8	1.265	1.057	1.034	1.021	1.045	1.018	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2019	9	1.245	1.064	1.037	1.010	1.017	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2020	10	1.220	1.123	1.060	1.013	1.017	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2021	11	1.389	1.061	1.051	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2022	12	1.343	1.053	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2023	13	1.452	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Slika 3: Istorijski individualni faktori razvoja

Omogućen je izbor između više načina ocenjivanja faktora razvoja, pri čemu je svakom od njih dodeljen odgovarajući broj (1-8). Unošenjem tog broja u predviđeno polje od strane korisnika, automatski se primenjuje željeni način ocenjivanja faktora razvoja. Na primer, unos vrednosti 1 aktivira obračun na osnovu proste aritmetičke sredine, dok vrednost 2 podrazumeva primenu ponderisane aritmetičke sredine individualnih faktora razvoja. Na osnovu izabranog načina ocenjivanja faktora razvoja, automatski se izračunava proizvod njihovih ocenjenih vrednosti, koji je potreban za ocenu konačnog iznosa šteta po godinama nastanka. Ova veličina pokazuje koliko puta će se iznos šteta koji je rešen do kraja tekućeg obračunskog perioda (tj. zaključno sa 2024. godinom) uvećati dok se te štete u potpunosti ne razviju. Pored toga, prikazana je i recipročna vrednost ovog proizvoda, koja predstavlja procenat već rešenih šteta od ukupno očekivanih šteta za datu godinu nastanka (Slika 4).

Method		development period												Tail factor	
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	Simple average	1.371	1.071	1.037	1.031	1.011	1.002	1.011	1.000	1.010	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	Weighted average	1.340	1.074	1.043	1.024	1.016	1.004	1.004	1.000	1.013	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	Weighted average (# of periods)	1.320	1.076	1.043	1.024	1.016	1.004	1.004	1.000	1.013	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4	Weighted average (# of periods)	1.402	1.057	1.055	1.011	1.028	1.009	1.000	1.000	1.033	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
5	Min	1.200	1.007	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	Max	1.780	1.125	1.066	1.201	1.045	1.018	1.075	1.000	1.051	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	Excluding min/max	1.350	1.072	1.038	1.014	1.007	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
8	User			1.043		1.016									1.01470
Method selection (1-8) >>>		1	1.371	1.071	1.043	1.031	1.016	1.00231	1.01070	1.00000	1.010	1.000	1.000	1.000	1.015
LDF			1.666	1.215	1.135	1.088	1.055	1.038	1.036	1.025	1.025	1.015	1.015	1.015	1.015
1/LDF			60.0%	82.3%	88.1%	91.9%	94.8%	96.3%	96.5%	97.6%	97.6%	98.6%	98.6%	98.6%	98.6%

Slika 4: Ocenjeni faktori razvoja

Excel alat takođe daje ocenu repnog faktora (*Tail factor*), koji je posebno važan kod vrsta osiguranja sa tzv. „dugim repom“ (kao što je osiguranje od autoodgovornosti), kod kojih od nastanka štete do njenog konačnog rešavanja može proteći nekoliko godina, pa čak i decenija. Metoda ulančanih lestvica u svojoj standardnoj formi pretpostavlja da je razvoj šteta iz najranije godine nastanka završen u poslednjoj obuhvaćenoj godini razvoja. Ako ta pretpostavka nije ispunjena, može doći do potcenjenosti rezervacija za štete, pa je potrebno oceniti repni faktor, kojim se zatim uvećava procenjeni konačni iznos šteta po svakoj od godina nastanka. Za

ocenjivanje repnog faktora, ovaj Excel alat koristi metod ekstrapolacije teorijskog oblika krive koja se, u najboljoj mogućoj meri, prilagođava prethodno ocenjenim faktorima razvoja (Boor, 2006). Broj dodatnih godina razvoja za koje se vrši ekstrapolacija određuje se tako da faktori razvoja postepeno konvergiraju ka vrednosti jedan. Repni faktor se ocenjuje u vidu proizvoda ekstrapoliranih faktora razvoja (Kočović & Koprivica, 2021). Njime se aproksimira obrazac razvoja šteta nakon poslednjeg ocenjenog faktora razvoja čija se vrednost može smatrati pouzdanom. U posmatranom primeru, ocenjenim faktorima razvoja za prvih sedam godina razvoja prilagođene su funkcija eksponencijalnog trenda, Weibull-ova funkcija, stepena funkcija i Sherman-ova funkcija. Izbor najadekvatnije funkcije izvršen je na osnovu koeficijenta determinacije (R^2), čija je najveća vrednost ostvarena u slučaju Sherman-ove funkcije (Slika 5).

The figure displays four Excel spreadsheets, each representing a different mathematical model for fitting the data. Each spreadsheet includes a summary of the fitted periods (from year 1 to 7), the fitted parameters (A and B), the coefficient of determination (R^2), and the tail value. Below the summary is a table with columns for T, Ln(T), Ln(Ln(DF)), Ln(Ln(1-DF)), and Fitted DF. The Sherman tail model shows the highest R^2 value of 0.995864.

Slika 5: Rezultati ocenjivanja repnog faktora ekstrapolacijom teorijskog oblika krive

Na Slici 6. prikazani su rezultati obračuna rezervacija za štete po svakoj godini nastanka šteta, kao i u zbirnom iznosu. Podaci o štetama rešenim zaključno sa tekućim periodom preuzeti su iz trougla kumulativnih šteta, a njihovim množenjem sa odgovarajućim proizvodom ocenjenih faktora razvoja (uključujući repni faktor) dobijena je ocena konačnog iznosa šteta po godinama nastanka, prema obrascu (1). Ukupne rezervacije za štete su izračunate kao razlika između ocenjenog konačnog iznosa šteta i iznosa šteta koje su već rešene, prema obrascu (2). Njihovim umanjnjem za rezervacije za štete koje su prijavljene ali nisu rešene (RBNS) dobijene su rezervacije za nastale neprijavljene štete (IBNR). Ukoliko je dobijeni iznos IBNR rezervacija za neku od godina nastanka šteta negativan, automatski se izjednačava sa nulom. U završnom koraku, iznos IBNR rezervacija se uvećava za troškove rešavanja šteta. U posmatranom primeru, dobijene su ukupne rezervacije za štete u iznosu od 2.214.313 novčanih jedinica, od čega se 1.041.631 novčanih jedinica odnosi na rezervacije za nastale ali nerešene štete. Ostatak od 1.172.683 novčanih jedinica odnosi se na rezervacije za nastale neprijavljene štete. Nakon izjednačavanja negativne vrednosti IBNR rezervacija sa nulom za jednu od godina nastanka šteta, dobijen je ukupan iznos IBNR rezervacija od 1.231.747 novčanih jedinica.

Accident year	Claims paid	Selected DFs	Ultimate losses	Ultimate loss ratio	Claim reserves	RBNP	IBNR	IBNR NULL	Costs factor	Claim reserves w Costs	IBNR w Costs
2011	223,191	1.015	226,473	#DIV/0!	3,282	0	3,282	3,282	1.0900	3,577	3,577
2012	479,162	1.015	486,207	#DIV/0!	7,045	0	7,045	7,045	1.0900	7,680	7,680
2013	353,045	1.015	358,236	#DIV/0!	5,191	0	5,191	5,191	1.0900	5,658	5,658
2014	239,351	1.015	242,870	#DIV/0!	3,519	0	3,519	3,519	1.0900	3,836	3,836
2015	438,989	1.015	445,443	34%	6,455	2,671	3,784	3,784	1.0900	7,036	4,124
2016	739,816	1.025	758,391	62%	18,575	0	18,575	18,575	1.0900	20,247	20,247
2017	1,032,989	1.025	1,058,925	74%	25,936	85,000	-59,064	0	1.0900	92,650	0
2018	995,288	1.036	1,031,191	60%	35,903	13,944	21,960	21,960	1.0900	39,135	23,936
2019	1,448,166	1.038	1,503,871	65%	55,705	25,500	30,205	30,205	1.0900	60,719	32,924
2020	1,264,211	1.055	1,333,758	43%	69,547	14,000	55,547	55,547	1.0900	75,807	60,547
2021	1,951,375	1.088	2,122,562	55%	171,188	104,646	66,542	66,542	1.0900	186,595	72,531
2022	1,817,639	1.135	2,062,390	50%	244,751	96,130	148,621	148,621	1.0900	266,778	161,996
2023	2,222,583	1.215	2,700,227	63%	477,644	344,011	133,633	133,633	1.0900	520,632	145,660
2024	1,635,931	1.666	2,725,503	63%	1,089,572	355,729	733,842	733,842	1.0900	1,187,633	799,888
	14,841,736		17,056,049	62%	2,214,313	1,041,631	1,172,683	1,231,747	1.0900	2,477,981	1,342,604

Slika 6: Rezultati obračuna rezervacija za štete metodom ulančanih lestvica (u novčanim jedinicama)

Izmenom ulaznih podataka ili načina ocenjivanja faktora razvoja, Excel alat automatski preračunava sve relevantne veličine – od trougla kumulativnih šteta, preko repnog faktora i ocenjenog konačnog iznosa šteta, do iznosa IBNR rezervacija. Ovakav alat značajno ubrzava i olakšava proces primene metode ulančanih lestvica, eliminišući potrebu za ručnim izračunavanjem i omogućavajući korisniku da brzo sagleda uticaj različitih pretpostavki na rezultate. Pored toga, alat doprinosi većoj transparentnosti procesa rezervisanja i

preciznosti dobijenih rezultata, te omogućava aktuarima da efikasno sprovedu analize senzitiviteta i bolje razumeju dinamiku rezervacija u uslovima promenljivih podataka i parametara.

5. ZAKLJUČAK

Robusna evaluacija rezervacija za štete u skladu sa zahtevima Direktive Solventnost II predstavlja jedan od najozbiljnijih izazova sa kojima se danas suočavaju osiguravajuće kompanije. U radu je prikazan doprinos korišćenja namenski razvijenog Excel alata efikasnoj primeni metode ulančanih lestvica i preciznosti obračuna, odnosno procene rezervacija za štete. Upotreba jednostavnog, ali funkcionalnog Excel alata značajno ubrzava proces rezervisanja, eliminiše rizik od računskih grešaka i omogućava sprovođenje analiza senzitiviteta u realnom vremenu

Savremeni alati koji integrišu klasične aktuarske metode sa mogućnostima automatske obrade i fleksibilne primene, predstavljaju važan korak ka modernizaciji procesa rezervisanja i unapređenju finansijske otpornosti osiguravača. Ipak, treba imati u vidu da kvalitetna baza podataka predstavlja neophodnu premisu za uspešnu primenu metode ulančanih lestvica u proceni rezervacija za štete. Njena uloga ne podrazumeva puko skladištenje podataka, već standardizaciju, transparentnost, tačnost i ponovljivost aktuarskih analiza. Uslovi za tačnost automatizovanog izvođenja projekcija budućih isplata šteta i preciznost procene rezervacija za štete na dan obračuna su puna kontrola nad tačnošću i doslednošću ulaznih podataka, definisanje adekvatnih aktuarskih pretpostavki pri primeni metoda rezervisanja i posedovanje neophodnih ekspertskih znanja aktuaru koji vrši obračun. Bez ispunjenosti ovih uslova, primena naprednih softverskih alata ne može dati pouzdane rezultate, niti ispuniti regulatorne zahteve u savremenom okruženju poslovanja osiguravajućih kompanija.

ZAHVALNICA

Ovo istraživanje dobilo je finansijsku podršku Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja.

LITERATURA

- Antonio, K., & Plat, R. (2014). Micro-Level Stochastic Loss Reserving for General Insurance. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2014(7), 649-669.
- Boor, J. (2006). Estimating Tail Development Factors: What to do When the Triangle Runs Out. *CAS Forum Winter*. Arlington: Casualty Actuarial Society, 345-390.
- Brown, R. L., & Gottlieb, L. R. (2001). *Introduction to Ratemaking and Loss Reserving for Property and Casualty Insurance* (2nd ed.). Winsted, CT: ACTEX Publications.
- Institute and Faculty of Actuaries (1997). *Claims Reserving Manual*, Vol. 1, Edinburgh: Institute and Faculty of Actuaries.
- Jovović, M. (2015). Merenje rizika pri utvrđivanju solventnosti neživotnih osiguravača. *Doktorska disertacija*. Beograd: Univerzitet u Beogradu - Ekonomski fakultet.
- Kočović, J., & Koprivica, M. (2018). Measuring adequacy of unearned premium reserve. *XLV Simpozijum o operacionim istraživanjima SYM-OP-IS 2018*, Proceedings, 271-277. http://www.symopis2023.mod.gov.rs/download/istorijat/XLV_Simpozijum_o_operacionim_istrazivanjima.pdf
- Kočović, J., & Koprivica, M. (2021). Ocena repnog faktora razvoja šteta ekstrapolacijom teorijskog oblika krive. *XLVIII Simpozijum o operacionim istraživanjima SYM-OP-IS 2021*, Zbornik radova, 123-128. http://www.symopis2023.mod.gov.rs/download/istorijat/XLVIII_Simpozijum_o_operacionim_istrazivanjima.pdf
- Kočović, J., Koprivica, M., & Rakonjac-Antić, T. (2023). Ocena adekvatnosti rezervacija za štete osiguravajuće kompanije za neživotno osiguranje. *50. Simpozijum o operacionim istraživanjima SYM-OP-IS 2023*, Zbornik radova, 971-976. <http://www.symopis2023.mod.gov.rs/download/SYM-OP-IS-2023-Zbornik.pdf>
- Kočović, J., Rajić, V., & Jovović, M. (2012). Prednosti i nedostaci Chain Ladder metoda za procenu rezervi za štete. *XXXIX Simpozijum o operacionim istraživanjima SYM-OP-IS 2012*, Zbornik radova, 4 strane
- Taylor, G. (2000). *Loss Reserving: An Actuarial Perspective*. Kluwer Academic Publishers.