

UNIVERZITET U BEOGRADU
RUDARSKO-GEOLOŠKI FAKULTET

Jelena M. Ratković

RAZVOJ METODOLOGIJE ZA
REKONSTRUKCIJU NEDOSTAJUĆIH
PODATAKA MONITORINGA I PROGNOZU
EKSPLOATACIONOG REŽIMA IZVORIŠTA
PODZEMNIH VODA

Doktorska disertacija

Beograd, 2024.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MINING AND GEOLOGY

Jelena M. Ratković

DEVELOPMENT OF METHODOLOGY FOR
THE RECONSTRUCTION OF MISSING
MONITORING DATA AND FORECASTING OF
THE EXPLOITATION REGIME OF
GROUNDWATER SOURCES

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2024.

Mentor:

Dr Dušan Polomčić, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet
Uža naučna oblast: Hidrogeologija

Članovi komisije:

Dr Dragoljub Bajić, vanredni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet
Uža naučna oblast: Hidrogeologija

Dr Vesna Ristić Vakanjac, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet
Uža naučna oblast: Hidrogeologija

Dr Zoran Gligorić, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet
Uža naučna oblast: Podzemna eksploatacija ležišta
mineralnih sirovina

Dr Tina Dašić, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet
Uža naučna oblast: Vodoprivreda i hidroinformatika

Datum odbrane:_____

Posvećeno mojim roditeljima Branki i Miloradu Močeviću

ZAHVALNOST

Doktorska disertacija "*Razvoj metodologije za rekonstrukciju nedostajućih podataka monitoringa i prognozu eksploatacionog režima izvorišta podzemnih voda*" urađena je pod mentorstvom *dr Dušana Polomčića, redovnog profesora* i predstavlja rezultate zajedničkog rada mentora i kandidata. Ovim putem se zahvaljujem mentoru na usmeravanju kako stručnog, tako i naučnog rada, na podršci i savetima pri definisanju teme doktorske disertacije, i konstantnoj saradnji u toku izrade same doktorske disertacije.

Veliku zahvalnost dugujem članovima komisije: *dr Zoranu Gligoriću, redovnom profesoru* na izdvojenom vremenu i višegodišnjoj zajedničkoj saradnji na formiranju Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela koji je primenjen na primerima dva pilot područja prikazana u ovom radu. Zahvaljujem se na svemu što me je naučio, na nesebičnom deljenju svog znanja i iskustva i na velikom strpljenju i spremnosti da zajedno rešavamo probleme u vezi sa izradom doktorske disertacije, *dr Tini Dašić, redovnom profesoru* na korisnim savetima, novim idejama, izdvojenom vremenu, i praćenju mog rada tokom izrade doktorske disertacije i doprinosu prilikom pregledanja doktorske disertacije, *dr Dragoljubu Bajiću, vanrednom profesoru* na korisnim sugestijama vezanim za naučno-istraživački rad, kao i na korisnim savetima o pisanju i uobličavanju same doktorske disertacije, *dr Vesni Ristić Vakanjac, redovnom profesoru* na izdvojenom vremenu i korisnim sugestijama u vezi sa definisanjem kriterijuma za ocenu tačnosti razvijene metodologije, tehničkoj i lektorskoj podršci.

Izuzetnu zahvalnost upućujem mojim prijateljima i kolegama: *Ivani i Aleksandru Nikoliću, master inženjerima geologije* na svim stručnim savetima, ali i velikoj podršci kako pri izradi doktorske disertacije, tako i u celokupnom profesionalnom usavršavanju koje najvećim delom dugujem njihovom iskustvu i znanju, ali i nesebičnosti da isto sa mnom podele, *dr Ljiljani Vasić, docentu* zbog višegodišnjeg usmeravanja mog naučnog rada, izdvojenom vremenu, stručnoj pomoći i velikoj podršci, *Katarini Atanasković Samolov, master inženjeru geologije* na izdvojenom vremenu i deljenju svih podataka, znanja i iskustva, ali i pružanju motivacije pri izradi doktorske disertacije, *Milici Stepanović, master inženjeru geologije* za rešavanje nedoumica, svakodnevnu podršku i optimizam tokom celokupnog perioda izrade doktorske disertacije, *dr Veljku Marinoviću, naučnom saradniku* na nesebičnoj podršci, deljenju svih dostupnih znanja i podataka, *dr Lidiji Beko, redovnom profesoru*, na lektorskoj podršci.

Veliku zahvalnost upućujem kolegama: *Luki Crnogorcu, Jeleni Krstajić, Đorđiju Božoviću, Dejanu Tadiću, Nikoleti Aleksić, Jelki Krušić, Marijani Rajković, Milici Vidaković, Maji Todorović, Sonji Bibić, Tini Ružić, Katarini Ralović, Zorici Kisin, Ljiljani Kolonji, Biljani Rujević* itd.

Takođe, želim da se zahvalim mojim prijateljima: *Jovani Popović, Milošu Miloševiću, Mariji Jocić i Mirku Miloševiću* na velikoj pomoći i korisnim savetima. Hvala im što su mi uzor za posvećenost porodici i prijateljima.

Najveću zahvalnost dugujem svojim roditeljima, *Miloradu i Branki*, sestri *Ivani* i mužu *Branku* za beskrajno strpljenje, ljubav i podršku i ovim putem im se od srca zahvaljujem. Hvala vam što mi niste dali da odustanem. Suprugu *Branku* i svojim kćerkama, *Iринi i Danki*, se zahvaljujem na neiscrpojnoj energiji, inspiraciji i snazi za prevazilaženje svih životnih izazova.

Jelena Ratković

RAZVOJ METODOLOGIJE ZA REKONSTRUKCIJU NEDOSTAJUĆIH PODATAKA MONITORINGA I PROGNOZU EKSPLOATACIONOG REŽIMA IZVORIŠTA PODZEMNIH VODA

Sažetak

Podzemne vode predstavljaju dragocen prirodni resurs neophodan za opstanak živog sveta i koriste se u svim oblastima života i delovanja ljudi. Republika Srbija spada u zemlje koje su bogate podzemnim vodama s obzirom na površinu svoje teritorije koju obuhvata i najveći deo vodosnabdevanja stanovništva vodom za piće se obezbeđuje zahvatanjem ovog resursa. Imajući u vidu potencijalnost Republike Srbije, glavni zadatak inženjera hidrogeologije predstavlja plansko i održivo upravljanje ovim resursom, kako bi se omogućilo njegovo očuvanje u kvalitativnom i kvantitativnom smislu i za buduće generacije.

S obzirom na važnost očuvanja podzemnih voda izradom doktorske disertacije razvijena je metodologija koja uključuje primenu **Sivog modela** i **Sivo-stohastičkog modela** za rešavanje problema nedostatka dovoljno pouzdanih ulaznih podataka za potrebe analize kvantitativnog režima podzemnih voda, tj. nedostatka kontinuiranog monitoringa podzemnih voda, a samim tim i rešavanje dugoročnog i stabilnog upravljanja ovim resursom. Primenom metodologije vrši se rekonstrukcija/prognoza podataka koji nedostaju, a verifikacija dobijenih rešenja sprovodi se upotrebom definisanih kriterijuma za ocenu tačnosti, kako bi se došlo do zaključaka o njenoj validnosti i mogućnosti primene. Razvijena metodologija, koja predstavlja krajnji rezultat dugogodišnjeg naučnog istraživanja, sastoji se od postupnog dolaženja do krajnjeg rešenja primenom Autoregresivnog modela, Sivog modela, Sivo-stohastičkog modela i Biplot metode. Rezultati naučno istraživačkog rada su u domaćoj i međunarodnoj naučnoj zajednici verifikovani i prihvaćeni publikovanjem u dva rada.

Razvijena metodologija je primenjena u oblasti hidrogeologije koja je na primeru dva test područja dala rezultate rekonstrukcije i prognoze kvantitativnih parametara režima podzemnih voda visokog stepena tačnosti. Na osnovu rezultata, prikazanih u ovoj doktorskoj disertaciji, dokazano je da razvijena metodologija ima i naučni i praktični doprinos u oblasti hidrogeologije.

Ključne reči: izvorišta podzemnih voda, Sivi model, Sivo-stohastički model, monitoring, upravljanje podzemnim vodama.

Naučna oblast: Geološko inženjerstvo

Uža naučna oblast: Hidrogeologija

UDK: 556.34 : 629.3.054.3.027 (043.3)

DEVELOPMENT OF METHODOLOGY FOR THE RECONSTRUCTION OF MISSING MONITORING DATA AND FORECASTING OF THE EXPLOITATION REGIME OF GROUNDWATER SOURCES

Abstract

Groundwater represents a valuable natural resource essential for the survival of the living world and is used in all areas of human life and activity. The Republic of Serbia belongs to the countries that are rich in underground water, considering the territory it covers, and the largest part of the population's water supply with drinking water is provided by the exploitation of this resource. Given the potential of the Republic of Serbia, the main task of hydrogeology engineers is the planned and sustainable management of this resource in order to ensure its preservation in both qualitative and quantitative terms for future generations.

Considering the importance of groundwater conservation, a methodology was developed through a doctoral dissertation, which includes the application of the Grey model and the Grey-stochastic model to address the issue of the lack of sufficiently reliable input data needed for the analysis of the quantitative regime of groundwater, i.e. the lack of continuous groundwater monitoring, and consequently, to solve the problem of long-term and stable management of this resource. By applying the methodology, reconstruction/forecasting of missing data is performed, and the verification of the obtained solutions is carried out using defined criteria for accuracy assessment, in order to reach conclusions about its validity and the possibility of application. The developed methodology, which represents the result of many years of scientific research, consists of gradual approach to the final solution by applying the Autoregressive Model, the Grey Model, the Grey-Stochastic Model and the Biplot method. The results of the scientific research work were verified and accepted by the domestic and international scientific community by publishing two papers.

The developed methodology was applied in the field of hydrogeology, which, on the example of two test areas, provided the results of the reconstruction and forecasting of the quantitative parameters of the underground water regime with a high degree of accuracy. Based on the results presented in this doctoral dissertation, it has been proven that the developed methodology makes both a scientific and practical contribution to the field of hydrogeology.

Keywords: groundwater sources, Grey Model, Grey-Stochastic Model, monitoring, groundwater management.

Scientific field: Geological Engineering

Specific scientific field: Hydrogeology

UDC number: 556.34 : 629.3.054.3.027 (043.3)

SADRŽAJ

1	UVOD	1
1.1	Predmet istraživanja i cilj doktorske disertacije	1
1.2	Teorijske postavke u istraživanju i očekivani naučni doprinos	2
1.3	Održivo upravljanje izvorima podzemnih voda	4
1.3.1	Aktuelno stanje korišćenja podzemnih voda na teritoriji Republike Srbije i održivo upravljanje ovim resursom	4
1.3.2	Značaj dugoročnog monitoringa podzemnih voda	5
1.4	Struktura doktorske disertacije	8
2	METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA	10
2.1	Razvoj metodologije za rekonstrukciju nedostajućih podataka monitoringa i prognozu eksploatacionog režima izvorišta podzemnih voda	10
2.2	Teorijske postavke i matematički zapis primenjene metodologije za prognozu podataka	15
2.2.1	Primena matematičkih modela i metoda za prognoziranje vremenskih serija u hidrogeologiji	15
2.2.2	Matematička postavka Autoregresivnih modela za prognoziranje vremenskih serija	20
2.2.3	Matematička postavka Sivog modela za prognoziranje vremenskih serija	22
2.2.4	Matematička postavka Sivo-stohastičkog modela za prognoziranje vremenskih serija	25
2.2.5	Matematička postavka Biplot metode za prognoziranje vremenskih serija	29
2.2.6	Primena hidrodinamičkog modela kao jednog od kriterijuma za ocenu tačnosti razvijene metodologije	32
3	ODABRANA PILOT PODRUČJA ZA PRIMENU RAZVIJENE METODOLOGIJE	34
3.1	Izvorište „Vodokanal“ za vodosnabdevanje Bečeja	34
3.1.1	Geografski položaj istražnog područja	34
3.1.2	Klimatske, hidrografske i hidrološke karakteristike šireg područja istraživanja	35
3.1.2.1	Padavine	35
3.1.2.2	Hidrografske karakteristike terena	35
3.1.3	Geološka građa i hidrogeološke karakteristike šireg područja istraživanja	36
3.1.3.1	Geološke odlike terena	36
3.1.3.2	Hidrogeološke karakteristike istraživanog područja	41
3.1.4	Opšte karakteristike izvorišta „Vodokanal“	47
3.1.5	Analiza rezultata monitoringa u periodu od 1980. do 2010. godine na predmetnom izvorištu	50
3.1.6	Hidrodinamički model izvorišta „Vodokanal“	51

3.1.6.1	Geometrija i diskretizacija strujnog polja šireg područja izvorišta „Vodokanal”.....	51
3.1.6.2	Filtracione karakteristike porozne sredine	57
3.1.6.3	Granični uslovi.....	58
3.1.6.4	Etaloniranje modela za izvorište „Vodokanal” Bečej.....	61
3.2	Izvorište „Vić bare” u Zabrežju za vodosnabdevanje Obrenovca.....	65
3.2.1	Geografski položaj istražnog područja	65
3.2.2	Klimatske, hidrografske i hidrološke karakteristike šireg područja istraživanja	66
3.2.2.1	Padavine.....	66
3.2.2.2	Hidrografske karakteristike terena.....	66
3.2.3	Geološka građa i hidrogeološke karakteristike šireg područja istraživanja.....	68
3.2.3.1	Geološka građa terena.....	68
3.2.3.2	Hidrogeološke karakteristike istraživanog područja	71
3.2.4	Opšte karakteristike izvorišta "Vić bare"	74
3.2.5	Analiza rezultata dosadašnjeg monitoringa na predmetnom izvorištu.....	76
3.2.6	Hidrodinamički model izvorišta "Vić bare"	79
3.2.6.1	Geometrija i diskretizacija strujnog polja šireg područja izvorišta „Vić bare”	79
3.2.6.2	Filtracione karakteristike porozne sredine	82
3.2.6.3	Granični uslovi.....	83
3.2.6.4	Etaloniranje modela za izvorište „Vić bare”	88
4	TESTIRANJE RAZVIJENE METODOLOGIJE.....	101
4.1	Pilot područje 1- Izvorište „Vodokanal”.....	103
4.1.1	Testiranje mogućnosti primene Sivog modela na kraćem nizu merene vremenske serije (period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine) na pijezometru P1	104
4.1.2	Testiranje mogućnosti primene Sivo-stohastičkog modela na kraćem nizu merene vremenske serije (period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine) na pijezometru P1	113
4.1.2.1	Testiranje primene Sivo-stohastičkog modela na osnovu prvog niza merenih podataka na pijezometru P1	114
4.1.2.2	Testiranje primene Sivo-stohastičkog modela na osnovu celog niza merenih podataka na pijezometru P1	122
4.1.3	Primena hidrodinamičkog modela kao kriterijuma za ocenu tačnosti dobijenih rezultata Sivog i Sivo-stohastičkog modela na primeru pijezometra P1.....	128
4.1.4	Primena Sivog modela na podacima celokupnog istorijskog monitoringa izvorišta „Vodokanal”	129
4.1.5	Primena Sivo-stohastičkog modela na podacima celokupnog istorijskog monitoringa izvorišta „Vodokanal” (period od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine).....	138
4.2	Pilot područje 2- izvorište „Vić bare”	138
4.2.1	Primena Sivog modela na podacima istorijskog monitoring izvorišta „Vić bare”	140

4.2.2	Primena Sivo-stohastičkog modela na podacima istorijskog monitoringa izvorišta „Vić bare“	140
4.2.2.1	Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu/rekonstrukciju nedostajućih vrednosti vodostaja reke Save.....	142
4.2.2.2	Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu/rekonstrukciju nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2	150
4.2.2.3	Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu/rekonstrukciju nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10	158
4.2.2.4	Primena koeficijenta korelacije kao kriterijuma za ocenu tačnosti dobijenih rešenja rekonstruisanih vrednosti	165
4.2.2.5	Primena hidrodinamičkog modela kao kriterijuma za ocenu tačnosti dobijenih rezultata primenom Sivo-stohastičkog modela	167
4.2.2.6	Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-7 i poređenje sa rezultatima dobijenim primenom hidrodinamičkog modela.....	169
4.2.2.7	Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-8 i poređenje sa rezultatima dobijenim primenom hidrodinamičkog modela.....	174
5	ZAKLJUČNA RAZMATRANJA.....	178
	LITERATURA.....	181

1 UVOD

Podzemne vode postaju sve dragoceniji prirodni resurs, s obzirom na sve veći porast broja stanovnika i trendove urbanizacije na svetskom nivou. Sve više će se osećati posledice ljudskih aktivnosti na rezerve podzemnih voda, kao i klimatskih uslova uslovljenih globalnim i regionalnim promenama klime. Ovo će dovesti do povećanih potreba za otvaranjem novih izvorišta za: snabdevanje stanovništva pijaćom vodom, industriju, poljoprivredu, za balneoterapeutske svrhe, korišćenje geotermalne energije, flaširanje podzemnih voda itd.

Podzemnim vodama se daje prednost u odnosu na površinske vode s obzirom da predstavljaju obnovljiv resurs i što su potpuno ili delimično zaštićene od zagađenja, a ukoliko do zagađenja ipak dođe poseduju mogućnost samoprečišćavanja i stoga su kvalitetnije i ekonomičnije rešenje za vodosnabdevanje stanovništva (Polomčić 2021).

Neplansko trošenje podzemnih voda može dovesti do ozbiljnih problema u budućem periodu, stoga je veoma bitno predvideti kolebanje nivoa podzemnih voda, kao i količine koje se mogu eksploatirati iz izdani, a da ne dođe do precrpljivanja ovog resursa (nadeksploatacije). Dosta pažnje je usmereno na unapređenje upravljanja podzemnim vodama: njihovom održivom korišćenju, zaštiti od zagađenja, zaštiti objekata od podzemnih voda, ali i racionalnoj upotrebi.

U Srbiji procentualno učešće podzemnih voda u javnom vodosnabdevanju iznosi oko 75% (Polomčić et al. 2021). Međutim, na teritoriji Srbije u prošlosti nije bilo redovnog praćenja režima površinskih i podzemnih voda zbog nedovoljno razvijene osmatračke mreže, a na samim izvoristima su izostajala redovna merenja zbog loše organizacije, nedostatka mernih instrumenata i ljudskog faktora. Monitoring predstavlja kontinuirano praćenje kvantitativnih i kvalitativnih parametara režima izdani. U praksi je to retko slučaj i često se javlja problem nedostatka kvalitetnih i kontinuiranih podataka.

1.1 Predmet istraživanja i cilj doktorske disertacije

Održivo upravljanje podzemnim vodama u značajnoj meri zavisi od prirodnih uslova same hidrogeološke sredine, količine i kvaliteta prikupljenih podataka u toku rada izvorišta, i efikasnog i pouzdanog prognoziranja budućih potreba određenog područja za vodom. Vršanjem redovnog monitoringa na izvoristima podzemnih voda dobijaju se kvalitetni podaci o režimu rada izvorišta i moguća je kontrola i pravovremeno reagovanje u slučaju potrebe za intervencijama kojima će se obezbediti dugotrajnost i kvalitet funkcionisanja ovog sistema.

Predmet doktorske disertacije je primena nove metodologije za potrebe rekonstrukcije i/ili prognoze podataka u slučaju kada postoji prekid u merenjima na terenu tj. mogućnost rekonstruisanja/prognoziranja efekata rada izvorišta u tom periodu. Verifikacija razvijene metodologije je sprovedena primenom zadatih kriterijuma za ocenu tačnosti rešenja i došlo se do zaključaka o njenoj validnosti i mogućnosti primene na drugim vremenskim serijama.

Cilj doktorske disertacije je obezbeđenje dovoljno pouzdane metode rekonstrukcije i/ili prognoze vrednosti parametara¹ u slučaju kada postoji mali broj merenih vrednosti, a da metodologija bude relativno jednostavna za primenu i rešavanje postavljenih zadataka. Prvi

¹ Termin „parametri“ se odnosi na kvantitativne parametre režima podzemnih voda (režim nivoa i režim eksploatacije)

korak pri izradi doktorske disertacije je svakako precizno definisanje zadatka koji će se istraživačkim i naučnim radom rešiti. Rešavanje postavljenog zadatka uključuje primenu niza matematičkih teorija i modela, koji su primenom dovoljno pouzdanih kriterijuma verifikovani.

Kao **osnovni zadatak istraživanja**, predmetne doktorske disertacije izdvaja se problem nedostatka dovoljno pouzdanih ulaznih podataka za potrebe analize kvantitativnog režima podzemnih voda, tj. nedostatak kontinuiranog monitoringa podzemnih voda, a samim tim i nemogućnost dugoročnog i stabilnog upravljanja ovim resursom. Rekonstrukcijom monitoringa podzemnih voda i dobijanjem kvalitetnijih ulaznih podataka dobija se mogućnost primene matematičkih metoda za izradu raznih varijantnih rešenja i davanja prognoza koje su većeg stepena tačnosti. Ukoliko bi se razvile dovoljno pouzdane metode za prognozu potencijalnog opadanja nivoa podzemnih voda i verifikaciju raspoloživih količina voda koje se mogu dugoročno zahvatati na jednom području, ovo bi bilo od velike koristi za rešavanje problema sa kojima će se inženjeri hidrogeologije susretati u budućnosti.

1.2 Teorijske postavke u istraživanju i očekivani naučni doprinos

Naučni značaj teme doktorske disertacije se ogleda u uvođenju nove metodologije za prognozu vremenskih serija tj. parametara merenih na terenu korišćenjem **Autoregresivnog modela**, **Sivog modela**, **Sivo-stohastičkog modela** (modela zasnovanog na Teoriji sivih sistema i stohastičkim simulacijama) i **Biplot metode**, a u cilju obezbeđenja što kvalitetnijih i potpunijih ulaznih podataka za dalje prognoze i varijantna rešenja pri upravljanju uopšteno vodnim resursima, a sa glavnim fokusom na izvorišta podzemnih voda. Sama metodologija može biti korišćena u oblastima upravljanja i racionalnog korišćenja kako površinskih tako i podzemnih voda, oblastima zaštite površinskih i podzemnih voda, zaštite od površinskih i podzemnih voda, a takođe i u srodnim disciplinama.

Ostvareni naučni doprinos u oblasti hidrogeologije je rešavanje definisanog problema upotrebom potvrđenih naučnih metoda, dok se u praktičnom smislu ogleda u mogućnosti donošenja sigurnijih odluka vezanih za upravljanje izvorištem podzemnih voda i davanja prognoznih varijantnih rešenja. Dati prikaz nove metodologije praćen je odgovarajućom teorijskom podlogom i literaturnim izvorima u sličnim i istim oblastima čime je dokazano da je razvijena metodologija naučno priznat pristup. Dato je obrazloženje zašto su izabrani matematički modeli i metode korišćeni za rešavanje problema u predmetnoj oblasti.

Formiranjem metodologije i definisanjem redosleda za dolaženje do konačnog rešenja razvijen je opšti algoritam koji se može koristiti u raznim oblastima hidrogeologije i geologije gde se javlja problem nedovoljno pouzdanih ulaznih podataka i njihove dalje analize i primene. Za formiranje bilo kog od prognoznih modela (hidroloških, hidrodinamičkih, matematičkih itd.) neophodno je imati kontinuiran osmatrački niz određenog parametra koji se prognozira. Sama metodologija u sebi uključuje primenu matematičkih metoda/modela i hidrogeologije i predstavlja kvalitetan pristup za poboljšanje planiranja i upravljanja površinskim i podzemnim vodama.

S obzirom da se primenom razvijene metodologije mogu dobiti vrednosti kvantitativnih parametara režima podzemnih voda veće učestalosti od onih merenih na terenu, oni mogu biti iskorišćeni za planiranje:

- otvaranja izvorišta,

- proširenja izvorišta,
- izmeštanja izvorišta,
- zaštitu izvorišta,
- revitalizaciju izvorišta, i
- zatvaranja izvorišta.

Dobijena rešenja rekonstrukcijom vremenskih serija bi trebalo da budu pouzdanija s obzirom na kompletirane podatke istorijskog monitoringa izvorišta tj. veći broj ulaznih podataka za analizu osmatrane vodonosne sredine.

Ukoliko se pokaže da je zadovoljavajuće tačnosti, ova metodologija će moći da se primeni i na izvorištima podzemnih voda i na drugim sistemima kao što su: sistemi za odbranu od podzemnih voda (rudnici, hidrotehnički objekti, poljoprivredna, industrijska i urbana područja), sistemi za zaštitu podzemnih voda, hidrometeorološki sistemi, hidrološki sistemi, donošenje planskih dokumenata za upravljanje vodnim resursima i dr.

Pri rukovođenju jednim ovako bitnim i vitalnim resursom kao što su podzemne vode, neophodno je posedovati kontinuirane podatke monitoringa sa osmatračkih i eksploatacionih objekata koji su postavljeni na odgovarajućim lokacijama. Upotreba ovih podataka od strane stručnih ljudi ima za cilj planiranje budućih potreba stanovništva određenog područja za vodom i pronalaženja najboljih tehničkih rešenja.

Primenom predložene metodologije može se donekle prevazići problem nedostatka podatka monitoringa, ali treba imati u vidu da nijedna metoda ne može u potpunosti zameniti kontinuirani monitoring izvorišta i šireg područja istraživanja.

Jedan od limitirajućih faktora pri planiranju otvaranja, rukovođenja ili proširenja izvorišta svakako predstavlja ekonomski faktor i veoma je bitno dati kvalitetne i pouzdane prognoze kojima će se smanjiti troškovi i povećati produktivnost i profitabilnost izvorišta. Iz tog razloga unapred definisani ciljevi i razvijena strategija upravljanja izvorištem predstavljaju jedan od glavnih zadataka inženjera hidrogeologije.

Izvorište podzemnih voda predstavlja skup sistem i ispravljanje grešaka i pogrešno donetih odluka pri njegovom rukovođenju zahteva vreme i visoke troškove. Iz razvijene metodologije rekonstrukcije/prognoze² režima podzemnih voda inženjeri mogu bazirati dugoročne planove i strategije rukovođenja podzemnim vodama. Prognoza je uvek praćena određenim nepreciznostima, zbog toga je bitno postaviti što pouzdanije kriterijume za procenu tačnosti predložene metodologije.

Pored naučnog značaja, nova metodologija može imati široku primenu i u praksi. U poglavlju 4 su prikazani rezultati primene razvijene metodologije na numeričkim primerima za izvorište "Vodokanal" u Bečeju i za izvorište "Vić bare" u Zabrežju i dobijena su rešenja zadovoljavajuće tačnosti. Doktorska disertacija je podeljena na 5 poglavlja u kojima je prikazana teorijska podloga za predložene matematičke modele i njena praktična primena u oblasti hidrogeologije.

² Prognoza/rekonstrukcija- u daljem tekstu biće korišćen samo jedan pojam u zavisnosti od toga da li je rađena prognoza podataka ili rekonstrukcija podataka. I rekonstrukcija predstavlja jednu vrstu prognoze samo unazad.

1.3 Održivo upravljanje izvorima podzemnih voda

1.3.1 Aktuelno stanje korišćenja podzemnih voda na teritoriji Republike Srbije i održivo upravljanje ovim resursom

S obzirom na prethodno istaknut značaj podzemnih vodnih resursa, zadatak svake države je da zaštiti ovako bitan prirodni resurs i da obezbedi održivo i integralno upravljanje u što dužem vremenskom intervalu, kako bi se osigurale raspoložive količine i za buduće generacije (Grigorov, 1984). Ubrzana urbanizacija i industrijalizacija, pogotovo većih gradova, dovodi do nadeksploatacije i zagađivanja resursa zbog povećanog broja stanovnika, a samim tim i većih potreba za vodom. Posledice ovakvog gazdovanja vodama mogu dovesti do trajnog sniženja nivoa podzemnih voda i smanjenja rezervi, kao i njihove kontaminacije (Howard 2023, Dimkić et al. 2012). Najbitniji faktori pri upravljanju podzemnim vodama su, na prvom mestu, prirodne karakteristike područja istraživanja, a nakon toga ekonomski, zakonski i društveni okviri (Strategija 2017).

Pod održivim upravljanjem podrazumeva se korišćenje podzemnih voda u količinama koje će obezbediti stabilnu dugoročnu eksploataciju, a da pri tome ne dođe do nadeksploatacije, niti do narušavanja njenog kvaliteta (Polomčić, 2021).

U Evropi 75% stanovništva koristi podzemne vode za potrebe vodosnabdevanja (Dimkić et al. 2012). Republika Srbija spada u zemlje bogate podzemnom vodom. Gradovi u Republici Srbiji koji za potrebe vodosnabdevanja koriste isključivo podzemne vode su: Novi Sad, Niš, Leskovac, Subotica, Pančevo, Kraljevo, Zrenjanin, Šabac, Čačak, Novi Pazar, Smederevo, Sombor, Požarevac, Sremska Mitrovica, Loznica, Jagodina, Stara Pazova, Kikinda, Pirot, Trstenik, Paraćin. Podzemne vode se zahvataju sa izvorišta koja su formirana u različitim tipovima izdani. Najbogatije podzemnom vodom su aluvijalne izdani u sedimentima velikih reka (Dunava, Save, Drine, Velike Morave itd.) i na većini izvorišta u Srbiji se zahvata ova voda, zatim karstne, dok su najsiriromašnije pukotinske izdani. Podzemnom vodom su bogati zapadni i istočni delovi Srbije u zonama Dinarida i Karpato-balkanida, u Vojvodini i centralnoj Srbiji podzemne vode se zahvataju iz izdani pod pritiskom, koje su zastupljene u okviru neogenog basena (Strategija 2017), dok su delovi koji se smatraju siromašnim u pogledu ovog resursa područja Šumadija i Pomoravlje i delovi Vojvodine koji su udaljeni od reka Save i Dunava (Strategija 2017).

Količine podzemnih voda koje su akumulirane u aluvijalnim sedimentima iznose oko 44 m³/s, u karstnim sedimentima oko 14 m³/s, a u tercijarnim naslagama oko 9,5 m³/s (Polomčić et al. 2021). Podzemne vode iz izdani sa slobodnim nivoom koje su formirane u aluvijalnim sedimentima velikih reka (Dunava, Save, Drine, Velike Morave itd.) najviše se koriste za vodosnabdevanje većih gradova Republike Srbije. U Vojvodini i centralnoj Srbiji podzemne vode se zahvataju iz izdani pod pritiskom, koje su zastupljene u okviru neogenog basena (Strategija 2017). U zonama Dinarida i Karpato-balkanida nalaze se bogate rezerve podzemnih voda formiranih u okviru karstnih izdani (Polomčić et al. 2021).

Količine podzemnih voda koje se zahvataju na izvorima u Srbiji, prema tipu vodonosne sredine, su sledeće (Polomčić et al. 2021):

- iz aluvijalnih nanosa se zahvata ukupno 12,91 m³/s podzemne vode,
- iz osnovnog vodonosnog kompleksa se zahvata ukupno 3,91 m³/s,
- iz neogenih naslaga ukupno 2,03 m³/s,
- iz karstnih sredina 4,18 m³/s,

- iz pukotinskih sredina 0,02 m³/s.

U Srbiji se na izvorištima podzemnih voda zahvataju količine od 23 m³/s, a podzemne vode se koriste u sledeće svrhe (Polomčić et al. 2021):

- vodosnabdevanje 45%,
- industrija i javna potrošnja 25%,
- prerada vode i gubici u mreži 30%.

Na osnovu dosadašnjih istraživanja može se zaključiti da trenutna eksploatacija podzemnih voda na području Republike Srbije iznosi oko 30% od ukupnih procenjenih količina. Budućim istraživanjima može se doći do značajnog povećanja u eksploataciji pojedinih izvorišta (Strategija 2017).

Pri upravljanju izvorištima podzemnih voda javlja se veliki broj zadataka koje treba rešiti (Polomčić, 2021):

- adekvatno upravljanje radom izvorišta,
- rešavanje problema opadanja kapaciteta izvorišta,
- potreba za veštačkim prihranjivanjem izdani,
- određivanje rezervi podzemnih voda,
- određivanje zona sanitarne zaštite,
- odbrana od podzemnih voda,
- problem ugroženosti kvaliteta podzemnih voda,
- planiranje i/ili unapređenje osmatračke mreže na izvorištu,
- prognoza uslova eksploatacije itd.

Iz razloga neracionalne eksploatacije i menadžmenta vodnim resursima, čiste vode u prirodi je sve manje, kako površinske, tako i podzemne i iz tog razloga je neophodno preduzeti odgovarajuće mere za sprečavanje svih nepovoljnih uticaja na njihov kvalitet i kvantitet (Grigorov, 1984). S obzirom da globalno zagrevanje predstavlja veliki problem, klimatske promene će još više uticati na kvantitativni status podzemnih voda (Dimkić et al. 2012), pa je jedan od većih problema nadeksploatacija izdani, što dovodi do precrpljivanja izdani koje se odlikuju sporim prihranjivanjem.

Iz svega gore navedenog, može se zaključiti da bez planskog upravljanja ovim resursom u budućnosti neće moći da se obezbede potrebne količine podzemnih voda odgovarajućeg kvaliteta, kao ni njihova zaštita.

1.3.2 Značaj dugoročnog monitoringa podzemnih voda

Monitoring podzemnih voda predstavlja kontinuirano merenje kvantitativnih i kvalitativnih parametara režima podzemnih voda (Dragišić & Polomčić 2009). Ovi podaci su osnova za rešavanje kompleksnih i dugoročnih zadataka u oblasti podzemnih voda, kao i za održivo upravljanje vodnim resursima.

Merenja koja se vrše u okviru monitoringa podzemnih voda vezana su za:

- osmatranje režima nivoa,
- osmatranje režima eksploatacije (zahvaćenih količina podzemnih voda),
- osmatranje kvaliteta.

S obzirom da je u doktorskoj disertaciji fokus na prognoziranju kvantitativnih parametara režima podzemnih voda, u daljem tekstu je dat osvrt na značaj njegovog kontinuiranog monitoringa.

Merenje nivoa podzemnih voda na osmatračkim objektima osnovni je izvor informacija o pritiscima na kvantitet podzemnih voda i kako ovi pritisci utiču na njihovo prihranjivanje, dreniranje i rezerve.

Značaj kontinuiranog monitoringa nivoa podzemnih voda određenog područja obezbeđuje ključne podatke koji su neophodni za evaluaciju promene ovog resursa tokom vremena, tj. prognozu trenda opadanja ili porasta nivoa (Charles et al. 2001).

Monitoring nivoa podzemnih voda u praksi se vrši periodično i obično je posledica izrade lokalnih projekata, studija i elaborata. Samo na pojedinim lokacijama postoji kontinuirani monitoring vezan za izvorišta podzemnih voda.

Na nivou svake države neophodno je pratiti nivoe podzemnih voda u dužem vremenskom periodu (decenije) radi utvrđivanja kolebanja nivoa podzemnih voda i integralnog upravljanja ovim resursom.

Od presudnog značaja kod monitoringa podzemnih voda jeste donošenje odluka o broju i lokaciji osmatračkih objekata. Takođe, bitnu stavku predstavlja pokrivenost monitoring mrežom izučavanog područja po dubini, tj. da se obuhvate sve izučavane izdani jednog istražnog područja koje je neophodno pokriti mrežom osmatračkih objekata. Kada se donose odluke o rasporedu i dubini osmatračkih objekata treba uzeti u obzir složenost geološke građe izučavanog područja i složenost prostiranja vodonosnih slojeva. Planiranje monitoring mreže za područja koja se odlikuju složenom geološkom građom i rasprostranjenjem više od jedne izdani u profilu zahteva izradu većeg broja osmatračkih objekata, koji će služiti za praćenje nivoa u svakoj vodonosnoj sredini ponaosob (Charles et al. 2001).

Ukoliko je svrha postavljene monitoring mreže osmatranje uticaja klimatskih promena na nivoe podzemnih voda, onda je neophodno obezbediti osmatračke objekte koji su van uticaja bunara u radu ili antropogenih faktora (upotrebe zemljišta ili irigacije). Takođe, uvek je neophodno, pored nivoa podzemnih voda, meriti meteorološke i hidrološke parametre određenog istražnog prostora, koji utiču na režim podzemnih voda, tj. njihovo prihranjivanje, kao što su: padavine, isparavanje, vodostaji površinskih voda, ukoliko ih ima na istražnom području, temperatura vazduha itd (Charles et al. 2001).

Kvalitetan i kontinuiran monitoring u okviru aluvijalnih izdani koje imaju jaku hidrauličku vezu sa nekim površinskim tokom je od presudnog značaja za ocenu količine prihranjivanja izdani i kvaliteta hidrauličke veze između ova dva vodna tela (Charles et al. 2001).

Takođe, bitne podatke monitoringa predstavljaju i podaci o eksploataciji podzemnih voda na određenom području istraživanja tj. o broju, rasporedu vodozahvatnih objekata i njihovim kapacitetima.

Sistematično i kontinuirano prikupljanje podataka o nivoima podzemnih voda daje najpreciznije odgovore o uzroku promene/opadanju nivoa podzemnih voda određenog područja, kao i da li je to posledica klimatskih promena ili neadekvatnog upravljanja podzemnim vodama. Dostupnost podataka kontinuiranog monitoringa na određenom istražnom području daje veću mogućnost u primeni raznih metoda za prognoziranje budućih vrednosti nivoa podzemnih voda.

Kvalitet dobijenih podataka sa terena je od izuzetne važnosti. Često se među merenim podacima dobiju i oni koji su opterećeni subjektivnim faktorom ili metodološkim greškama, pa stručnost inženjera ovde predstavlja bitnu stavku. Danas su u upotrebi savremeni instrumenti sa digitalnim zapisima parametara koji se na terenu osmatraju. Na instrumentima se vrši arhiviranje podataka i dalje slanje do glavnog servera. Proveru funkcionalnosti instrumenata, nadzor na terenu i obradu podataka dobijenih sa mernih instrumenata obavlja inženjer.

Ovako dobijeni podaci mogu se dalje koristiti za donošenje odgovarajućih inženjerskih rešenja. Ukoliko se poseduju ovi podaci moguće je primeniti razne matematičke metode za koje podaci o nivoima i količinama zahvaćenih podzemnih voda predstavljaju osnovne ulazne podatke. Svakako, tačnost matematičkih metoda raste sa većim brojem ulaznih podataka, što znači da duži niz merenih podataka daje bolje urađene procene i prognoze budućih stanja podzemnih voda.

Neophodno je obezbediti dobru raspoređenost osmatračke mreže po celom području istraživanja, a takođe obezbediti da ne postoji vremenski prekid u merenjima. Ukoliko ovi podaci ne postoje ili su nedovoljni, donošenje odluka pri upravljanju ovim resursom je gotovo nemoguće.

Monitoring kvantitativnih i kvalitativnih karakteristika podzemnih voda na teritoriji Republike Srbije sprovodi se od strane nekoliko institucija (Republičkog hidrometeorološkog zavoda, Republičke Agencije za zaštitu životne sredine, JP „Vode Vojvodine“, Zavod za javno zdravlje itd.) i na nekoliko nivoa (na nacionalnom, gradskom, opštinskom, nivou izvorišta za vodosnabdevanje). Veliki problem pri integrisanom upravljanju resursom podzemnih voda predstavlja činjenica da ne postoji saradnja između ovih institucija i da se podaci ne prikupljaju u jednu zajedničku bazu podataka (Polomčić et al. 2021).

Osmatranje nivoa podzemnih voda je u nadležnosti Republičkog hidrometeorološkog zavoda i merenja se vrše na oko 20% od ukupno 153 izdvojena vodna tela. Monitoring mrežom RHMZ-a su u najvećoj meri obuhvaćene aluvijalne izdani duž tokova većih reka, s obzirom da se veliki broj gradova Republike Srbije vodosnabdeva upravo ovim podzemnim vodama. Po pravilu, svi vodovodi bi trebalo da vrše redovan monitoring i kvantitativnih i kvalitativnih karakteristika podzemnih voda, a takvi podaci svakog pojedinačnog vodovoda bi trebalo da budu dalje dostavljeni nadležnom resornom ministarstvu i Direkciji za vode (Polomčić et al. 2021). Trebalo bi da je praksa da se na izvorištima sprovodi dnevno merenje ukupnih količina zahvaćenih podzemnih voda na vodomeru i da postoji evidencija o svakom pojedinačnom objektu vodovoda. U praksi to često nije slučaj. Mali broj stručnih službi izvorišta dostavlja redovno ove podatke nadležnim institucijama (Polomčić et al. 2021).

Utvrđivanje kvaliteta podzemnih voda daje uvid u mogućnost njene upotrebe u različite svrhe. Jedan od najvažnijih zadataka je očuvanje podzemnih voda čiji kvalitet ispunjava zahteve vode za piće. Monitoring kvaliteta ima poseban značaj kod aluvijalnih i karstnih izdani i takozvanih „prvih izdani“ na koje je antropogeni uticaj najizraženiji (Strategija 2017).

Kvalitet podzemnih voda zavisi od sastava vodonosne sredine, geneze izdani, vremena koje je voda provela u matičnoj steni, kao i brzine vodozamene, te se vode na teritoriji Republike Srbije svrstavaju u one od izuzetnog kvaliteta do onih koje je potrebno preraditi da bi se dovele do odgovarajućeg kvaliteta neophodnog za vodosnabdevanje. Kvalitet podzemnih voda se može posmatrati kao prirodni kvalitet ili kao kvalitet nastao pod uticajem antropogenih faktora (Strategija 2017).

Praćenje kvaliteta podzemnih voda se vrši na 57 osmatračkih objekata (od 153 izdvojena vodna tela podzemnih voda) od strane Agencije za zaštitu životne sredine. Prikupljanje podataka o kvalitetu podzemnih voda vrši Republička Agencija za zaštitu životne sredine i Zavodi za javno zdravlje Republike Srbije. Institut za javno zdravlje "Milan Jovanović Batut" vrši analizu kvaliteta ispravnosti vode za piće za potrebe javnih vodovoda i eksploatacionih objekata. Svaki javni vodovod ima obavezu da vrši analizu ispravnosti vode za piće na dnevnom nivou (Polomčić et al. 2021).

Jedan deo podataka o količinama i kvalitetu podzemnih voda prikuplja se na osnovu podatka nadležnih ministarstava prilikom izrade Elaborata o rezervama podzemnih voda (Polomčić et al. 2021).

Na teritoriji Srbije se najviše osmatraju kvantitativne i kvalitativne karakteristike aluvijalne izdani duž tokova većih reka, a na području Vojvodine vrše se osmatranja "prve izdani" iz razloga ranjivosti ovih izdani (Polomčić et al. 2021). Ova merenja vrše se od strane Republičkog hidrometeorološkog zavoda.

Što se tiče izvorišta podzemnih voda, ne postoji objedinjena baza podataka o režimu promene nivoa i količini zahvaćene podzemne vode, niti zakonski određeno pravilo o učestalosti merenja i načinu gde i na koji način se ta merenja obavljaju (Polomčić et al. 2021).

Najveći problem na teritoriji Republike Srbije predstavlja nepostojanje integralnog upravljanja podzemnim vodama i objedinjena baza podataka svih subjekata (državnih institucija, javnih preduzeća, zavoda, privatnih preduzeća), koji vrše osmatranja kvalitativnih i kvantitativnih karakteristika podzemnih voda (Polomčić et al. 2021).

Iz svega iznetog, može se zaključiti da monitoring u Srbiji nije još uvek dovoljno razvijen i zakonski uređen. Neophodno je propisati pravila o učestalosti i načinu merenja kvalitativnih i kvantitativnih karakteristika za svako izvorište podzemnih voda i dalje prikupljanje podataka u nacionalnu bazu podataka. Neophodno je proširiti monitoring mrežu i povećati pokrivenost vodnih tela mernim stanicama i time dobiti što verodostojnije podatke o raspoloživim količinama podzemnih voda i pritiscima na iste.

1.4 Struktura doktorske disertacije

Struktura doktorske disertacije koncipirana je na sledeći način:

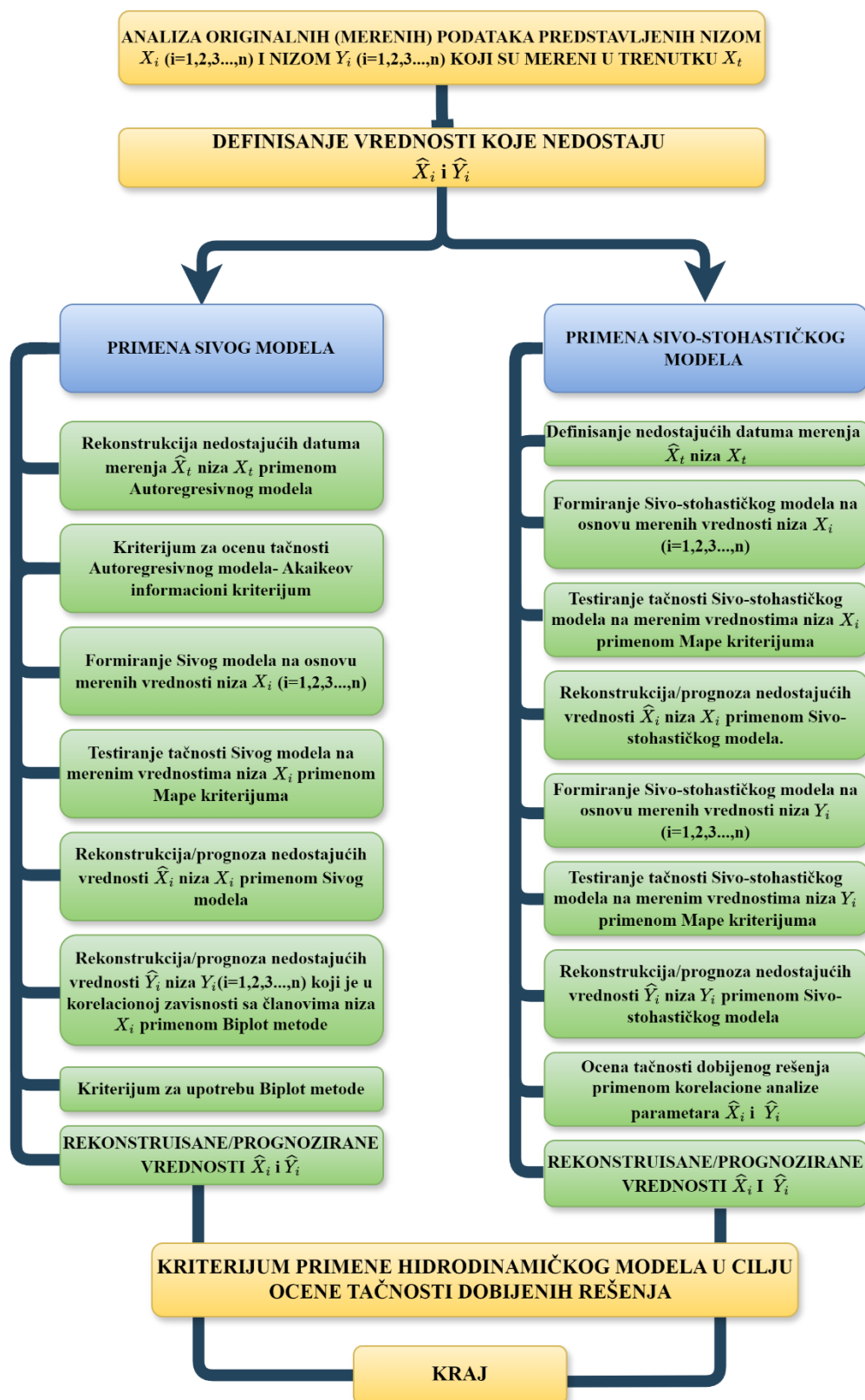
- *U prvom poglavlju* su data uvodna razmatranja, definisan je predmet istraživanja, zadatak istraživanja, teorijske postavke u istraživanju kao i očekivani naučni doprinos, opisana je problematika adekvatnog upravljanja izvorištima podzemnih voda i njihovog rada.
- *U drugom poglavlju* prikazana je razvijena metodologija i algoritam za prognozu nedostajućih podataka (vrednosti vremenskih serija), dato je obrazloženje za izbor dva pilot područja na kojima je razvijena metodologija testirana, dat je pregled literature iz predmetne oblasti tj. literaturni izvori na temu: Autoregresionog modela, Sivog modela, Sivo-stohastičkog modela i Biplot metode u oblasti hidrogeologije i srodnim disciplinama. Takođe, u ovom poglavlju dat je matematički prikaz (zapis) korišćenih modela u razvijenoj metodologiji. Opisana je i upotreba hidrodinamičkog modela kao jednog od kriterijuma za ocenu tačnosti predložene metodologije.

- *U trećem poglavlju* prikazane su osnovne karakteristike odabranih pilot područja izvorišta “Vodokanal” za vodosnabdevanje Bečaja i izvorišta “Vić bare” za vodosnabdevanje Obrenovca. Za oba pilot područja dat je prikaz sledećih karakteristika: geografskih, klimatskih, hidrografskih, hidroloških, geoloških i hidrogeoloških. Za oba izvorišta dat je prikaz: režima podzemnih voda, opštih karakteristika predmetnih izvorišta, analize rezultata dosadašnjeg monitoringa na predmetnim izvorištima, hidrodinamičkih modela eksploatacionog režima.
- *U četvrtom poglavlju* dat je prikaz praktične primene razvijene metodologije na numeričkim primerima za gore navedena dva pilot područja. Kroz razna testiranja predloženih matematičkih modela došlo se do zaključaka o njihovim prednostima i ograničenjima, tačnosti i primenljivosti na odabranim podacima za izabrana istražna područja.
- *Peto poglavlje* obuhvata zaključna razmatranja o dobijenim rezultatima, primenljivosti predloženih matematičkih modela na datim područjima i vremenskim serijama koje obuhvataju kraće i duže vremenske intervale, mogućnost primene matematičkih modela na drugim područjima u okviru hidrogeologije i srodnih disciplina.

2 METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

2.1 Razvoj metodologije za rekonstrukciju nedostajućih podataka monitoringa i prognozu eksploatacionog režima izvorišta podzemnih voda

Metodologija za rekonstrukciju nedostajućih podataka monitoringa i prognozu eksploatacionog režima izvorišta podzemnih voda primenljiva je na svaki niz podataka/parametara osmatranih na terenu koji predstavljaju vremenske serije, uz definisanje i primenu odgovarajućih kriterijuma za njenu verifikaciju. Primenom prikazanog algoritma (slika 2.1) mogu se prognozirati vrednosti odabrane serije parametara merenih na terenu: kapaciteta izvorišta, izdašnosti izvora, vodostaja površinskih tokova, količine padavina, pijezometarskog nivoa itd. Na slici 2.1 prikazan je opšti algoritam predložene metodologije i u daljem tekstu dat je opis primenjenih metoda.



Slika 2.1. Opšti algoritam metodologije za prognozu nedostajućih podataka

Glavni modeli koji su korišćeni prvo za testiranje, a posle i za rešavanje postavljenog zadatka³ su:

- **Sivi model** (zasnovan na Teoriji sivih sistema), i
- **Sivo-stohastički model** (zasnovan na Teoriji sivih sistema i Stohastičkim procesima).

Kao pomoćni modeli glavnim matematičkim modelima primenjeni su:

- **Autoregresivni model**, i
- **Biplot metoda**.

Prvi korak pre primene predloženih metoda/modela predstavlja analiza **ulaznih podataka**, tj. podataka dobijenih monitoringom površinskih i podzemnih voda. Analizom vremenske serije dobijaju se informacije o osnovnim osobinama posmatranog niza podataka. Svrha početne analize ulaznih podataka je svakako izbor odgovarajućeg modela za prognozu vremenske serije (Mladenović & Nojković 2018).

Analizom ulaznih podataka se definišu:

- ✓ ulazne vrednosti za formiranje vremenske serije na kojoj se primenjuje razvijena metodologija,
- ✓ vremenski interval (datumi) kada nisu vršena merenja na terenu⁴,
- ✓ **nepoznate vrednosti** koje treba prognozirati primenom razvijene metodologije (npr. vrednosti pijezometarskog nivoa, kapaciteta izvorišta, vodostaja površinskih tokova itd.)

Radi lakšeg praćenja primene metodologije i predloženih modela izvojene su sledeće nepoznate vrednosti (parametri), tj. **vremenska serija** se sastoji od sledećih članova:

- X_t - datumi kada su vršena merenja (vremenski period),
- $\hat{X}_t$ - datumi koji se prognoziraju ili samo definišu na osnovu datuma kada su vršena merenja X_t ,
- X_i - parametar koji se meri na terenu u vremenu X_t ,
- $\hat{X}_i$ - parametar koji se izračunava prognozom na osnovu parametara merenih na terenu X_i , a u vremenskom trenutku $\hat{X}_t$,
- Y_i - parametar koji se meri na terenu u vremenu X_t , a u uzročno-posledičnoj vezi je sa parametrom X_i ,

³ Rešavanje postavljenog zadatka predstavlja prognozu ili rekonstrukciju nedostajućih članova posmatrane vremenske serije (npr. pijezometarski nivoi, ukupni kapacitet izvorišta, vodostaji...)

⁴ Vremenski interval (datumi)- Vremenska serija se sastoji od datuma kada su vršena merenja određenog parametra na terenu i od datuma koje je neophodno rekonstruisati, da bi se primenom predloženih modela rekonstruisale vrednosti traženih parametara. Pri primeni Autoregresivnog modela za rekonstrukciju datuma oni se prikazuju u obliku kumulativnog broja dana.

- $\hat{Y}_i$ - parametar koji se izračunava prognozom na osnovu parametara X_i , $\hat{X}_i$ i Y_i , u vremenskom trenutku $\hat{X}_t$.

Kada su definisani ulazni podaci prelazi se na primenu **Sivog modela** i **Sivo-stohastičkog modela**.

Sivi model je zasnovan na Teoriji sivih sistema i uslov za njegovu primenu je postojanje ulaznih podataka (podataka merenja sa terena), koji nisu mereni u jednakim vremenskim intervalima $\Delta t \neq 1^5$. S obzirom da se radi o praćenju jednog parametra X_i , za prognozu se primenjuje Sivi model prvog reda sa jednom promenljivom GM (1,1). Pri formiranju Sivog modela, prvi korak predstavlja rekonstrukcija **datuma** kada nisu vršena merenja nekog zadatog parametra na terenu i za rešavanje ovog problema primenjen je **Autoregresivni model (AR model)**. Na osnovu poznatih vrednosti datuma merenja X_t , upotrebom Autoregresionog modela prognoziraju se vrednosti koje nedostaju $\hat{X}_t$. Mogućnost primene AR modela se testira pomoću Akaikeovog informacionog kriterijuma (**AIC kriterijum-Akaike information criterion**). Kao krajnji rezultat se usvaja najniža vrednost dobijena prema ovom kriterijumu i prihvata se kao najtačnija.

Ulazni podaci za primenu **Sivog modela GM (1,1)** i formiranje vremenske serije za prognozu nedostajućih vrednosti $\hat{X}_i$ su sledeći:

- ✓ kompletirani podaci datuma (datumi kada su vršena merenja X_t i prognozirani datumi $\hat{X}_t$), i
- ✓ merene vrednosti parametara koje označavamo sa X_i ($i=1,2,3,...,n$).

Rešavanjem jednačina prikazanih u poglavlju 2 (jednačine 2.14-2.20) formira se Sivi model. Sledeći korak predstavlja testiranje tačnosti Sivog modela poređenjem originalnih (merenih vrednosti) parametara X_i i rekonstruisanih $\hat{X}_i$ vrednosti parametara u vremenskom periodu X_t . Primenom **srednje apsolutne procentualne greške (MAPE)** dobija se uvid u veličinu greške i, ukoliko je ona prihvatljiva (kriterijum prikazan u tabeli 2.1), prelazi se na naredni korak algoritma. Dalje, upotrebom Sivog modela se prognoziraju nedostajuće vrednosti $\hat{X}_i$ niza X_i u vremenskom periodu $\hat{X}_t$.

Biplot metoda je primenjena za prognozu parametara koji su u uzročno-posledičnoj vezi sa nekim drugim merenim parametrom i uz pomoć koga se formira matrica za primenu ove metode (npr: ukupni kapacitet izvorišta-uzrok, pijezometarski nivo-posledica).

Ulazni podaci za primenu Biplot metode i formiranje matrice za prognozu nedostajućih vrednosti $\hat{Y}_i$ iz niza Y_i su sledeći:

- ✓ kompletirani podaci datuma (X_t i $\hat{X}_t$),
- ✓ merene vrednosti parametra X_i i prognozirne vrednosti $\hat{X}_i$, i
- ✓ merene vrednosti parametra Y_i ($i=1,2,3,...,n$).

Postavkom jednačina od 2.41 do 2.43 prognoziraju se vrednosti parametra $\hat{Y}_i$. Tačnost prognoziranih vrednosti parametara $\hat{Y}_i$ se određuje na osnovu kriterijuma prikazanog

⁵ U doktorskoj disertaciji je korišćen Sivi model (1,1) za nejednake vremenske serije. U praksi se koriste i Sivi modeli za jednake vremenske serije, ali oni na ovim konkretnim primerima nisu bili primenjeni zbog neispunjenosti preduslova za primenu metode.

jednačinom 2.44. Ukoliko uslov bude zadovoljen, tačnost prognoziranih vrednosti se može smatrati zadovoljavajućom.

Posle primene Sivog modela, prelazi se na primenu **Sivo-stohastičkog modela**, sa ciljem da se rešenja ova dva matematička modela uporede i usvoji najtačnije rešenje postavljenog zadatka.

Na algoritmu prikazanom na slici 2.1. data je metodologija koja se primenjuje za prognozu podataka primenom **Sivo-stohastičkog modela**. Uslov za primenu modela zasnovanog na Teoriji sivih sistema i stohastičkim simulacijama je postojanje ulaznih podataka (podataka merenja sa terena) koji su na terenu mereni u jednakim vremenskim intervalima $\Delta t=1$.

Prvi korak kod primene Sivo-stohastičkog modela je analiza ulaznih podataka. Nakon toga se definišu datumi merenja ($\hat{X}_t$) za period za koji će se vršiti prognoza parametara koji nedostaju $\hat{X}_i$.

Ulazni podaci za primenu Sivo-stohastičkog modela i formiranje vremenske serije za prognozu nedostajućih vrednosti $\hat{X}_i$ su sledeći:

- ✓ kompletirani podaci datuma (datumi kada su vršena merenja X_t i definisani datumi $\hat{X}_t$), i
- ✓ merene vrednosti parametara sa oznakom X_i ($i=1,2,3,\dots,n$).

Rešavanjem jednačina od 2.23 do 2.39 formira se **Sivo-stohastički model**, tj. prognoziraju se vrednosti $\hat{X}_i$ na osnovu originalnih vrednosti X_i . Sledeći korak je testiranje tačnosti Sivo-stohastičkog modela poređenjem originalnih (merenih vrednosti) parametara X_i i prognoziranih vrednosti parametara $\hat{X}_i$ u vremenskom periodu X_t . Upotrebom MAPE kriterijuma dobija se uvid u veličinu greške i ukoliko je ona prihvatljiva, prelazi se na naredni korak algoritma.

Dalje, ukoliko je greška u zadatim okvirima (tabela 2.1), rešavanjem jednačine Sivo-stohastičkog modela prognoziraju se nedostajuće vrednosti $\hat{X}_i$ niza X_i u vremenskom periodu $\hat{X}_t$.

Isti postupak se ponavlja i za prognozu nedostajućih vrednosti parametra $\hat{Y}_i$ iz niza Y_i , koji je u uzročno-posledičnoj vezi sa parametrom X_i .

Kada su prognozirane vrednosti $\hat{Y}_i$ za niz Y_i , radi se korelacija niza $\hat{X}_i$ (prognoziranih vrednosti) i niza $\hat{Y}_i$ (prognoziranih vrednosti) i na osnovu **koeficijenta korelacije** utvrđuje se tačnost dobijenog rešenja. Ukoliko se pokaže visok stepen korelacije ova dva parametra koja su u uzročno-posledičnoj vezi, rešenje se usvaja kao tačno (kriterijum za koeficijent korelacije je dat u poglavlju 2, jednačina 2.40).

Kao još jedan od kriterijuma za proveru tačnosti dobijenog rešenja koristi se hidrodinamički model. Provera preciznosti dobijenih rešenja tj. rekonstrukcije zadatih parametara upotrebom Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela vrši se poređenjem ovih rezultata sa rezultatima dobijenim u procesu kalibracije hidrodinamičkog modela.

Ukoliko se primenom gore navedenih kriterijuma za ocenu tačnosti predloženih modela ne dobiju rezultati zadovoljavajuće tačnosti, vrši se testiranje Sivog i Sivo-stohastičkog modela na modifikovanim ulaznim podacima (svođenje ulaznih podataka na srednje mesečne vrednosti,

testiranja na kraćem nizu podataka od originalne vremenske serije) i cela metodologija se ponavlja do dobijanja konačnog rešenja.

Razvijena metodologija prikazana na algoritmu 2.1 predstavlja opšti algoritam za dolaženje do konačnog rešenja primenom Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela i treba napomenuti da se sama metodologija mora prilagoditi svakoj pojedinačnoj vremenskoj seriji, tj. svakom konkretnom primeru iz prakse.

Kao pilot područja na čijim podacima istorijskog monitoringa je primenjena predložena metodologija izabrana su:

- 1. Izvorište "Vodokanal" za vodosnabdevanje Bečeja,**
- 2. Izvorište "Vić bare" u Zabrežju za vodosnabdevanje Obrenovca.**

Ova dva izvorišta izabrana su kao pilot područja zbog dostupnosti podataka, odgovarajuće problematike, tj. prekida u monitoringu režima podzemnih voda i mogućnosti da se te vrednosti prognoziraju. U poglavlju 4 je prikazana numerička primena predloženih modela na podacima koji predstavljaju istorijski monitoring za ova dva izvorišta.

2.2 Teorijske postavke i matematički zapis primenjene metodologije za prognozu podataka

2.2.1 Primena matematičkih modela i metoda za prognoziranje vremenskih serija u hidrogeologiji

Vremenska serija se definiše kao uređeni niz promenljivih (opservacija) koje su međusobno zavisne. Na osnovu ove zavisnosti između članova jedne vremenske serije ili više njih formira se model za prognozu promenljivih. Vremenske serije se analiziraju sa ciljem prognoziranja tj. određivanja njenog budućeg toka, što implicira da je glavni zadatak formiranja modela za prognozu vremenskih serija mogućnost da se na osnovu merenih vrednosti (istorijskih, prošlih) prognoziraju buduće vrednosti zadate promenljive (Kovačević 1995).

Analiza vremenskih serija i upotreba nekih od mnogih modela za prognoziranje ima za cilj (Kovačević, 1995):

- opisivanje izučavanih (osmatranih) parametara,
- utvrđivanje određenih zakonitosti u dužem vremenskom periodu, i
- prognoziranje daljeg toka posmatrane vremenske serije.

Obično se jedna vremenska serija prati tj. uređuje u jednakim vremenskim intervalima, međutim postoje i vremenske serije koje se javljaju i u nejednakim vremenskim intervalima (Mladenović & Nojković 2018). U odnosu na oblik vremenske serije (vremenska serija uređena u jednakim ili nejednakim vremenskim intervalima), biraju se i odgovarajuće metode i modeli za rekonstruisanje ili prognoziranje parametra od interesa za određenu oblast istraživanja.

Razni modeli za prognoziranje vremenskih serija su primenljivi u svakoj naučnoj oblasti (disciplini) gde se prati neki parametar u toku vremena. U oblasti hidrogeologije i srodnim disciplinama (geologiji, hidrologiji, meteorologiji, geotehnici, geofizici itd.) to su svakako

parametri koji se osmatraju na terenu: izdašnost izvora, kapaciteti bunara, vodostaji reka, temperature vada, padavine, nivo podzemnih voda itd.

Primenom prognoznih modela moguće je davati kvalitetnija tehnička rešenja i sprečiti niz problema koji se javljaju ukoliko se pravovremeno ne planira i ne upravlja podzemnim vodama (nadeksploatacija podzemnih voda, promena kvaliteta podzemnih voda, zaštita od podzemnih voda, zaštita podzemnih voda, zaštita površinskih voda itd), a takođe je moguće sprečiti razne hazarde do kojih može doći usled promene klime i vremenskih nepogoda koje se sve češće javljaju kako u svetu tako i u Srbiji (poplave, suše, zemljotresi, klizišta, opadanje vodostaja reka u sušnim periodima).

Primenom prognoznih modela moguće je uraditi prognoze količina podzemnih voda koje je potrebno obezbediti za neki budući period za određeno područje istraživanja i na osnovu tih procena uraditi planove i strategije za određena izvorišta, gradove ili cele države.

Danas se veliki broj matematičkih modela koristi u oblasti hidrogeologije i u radovima koji su navedeni u daljem tekstu prikazano je na koji način se ovi modeli primenjuju i doprinose iznalaženju rešenja u predmetnoj oblasti.

U oblasti hidrogeologije danas se veliki broj metoda koristi za potrebe prognoziranja vrednosti nivoa podzemnih voda, kao što su: Nonlinear Autoregressive Networks (NARX) (Guzman et al. 2017, Wunsch et al. 2018), Artificial Neural Networks (ANN) (Nourani et al. 2008, Rakhshandehroo et al. 2012, Chitsazan et al. 2015, Mohanty et al. 2015), Time Series Methods (Mirzavand & Ghazavi 2015), ARIMA and RBF networks (Yan & Ma 2016), Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) (Guldal & Tongal 2009, Emamgholizadeh et al. 2014), Fuzzy neural networks (Alvisi & Franchini 2011), Fuzzy C-Mean Clustering and Singular Spectrum Analysis (Polomčić et al. 2017).

U daljem tekstu dat je pregled jednog dela literaturnih izvora o upotrebi ***Autoregresivnog modela, Sivog modela, Sivo-stohastičkog modela i Biplot metode*** u hidrogeologiji i srodnim disciplinama koji su korišćeni u razvijenoj metodologiji (poglavlje 2, slika 2.1).

Autoregresivni modeli su korišćeni u mnogim oblastima, kao što su: hidrologija (Chakraborty et al. 2009, Mehdizadeh 2020), seizmologija (Xiaojun et al. 2015), egzodinamika (Yongping et al. 2020), i hidrogeologija (Ristić Vakanjac et al. 2018).

Autoregresivni modeli se koriste u oblasti predviđanja zemljotresa što je i prikazano u radu ***Xiaojun et al. 2015***. Cilj autora je bio da se predloži model na osnovu koga je moguće dati kratkoročne prognoze za previđanje zemljotresa. Na osnovu rađene analize došlo se do zaključaka da se AR model može primenjivati na ovom konkretnom primeru.

U oblasti hidrologije autori ***Ali Malakoutian et al. (2022)*** su na osnovu upotrebe AR modela radili prognoze proticaja na 10 reka. Rađena je analiza na podacima merenja sa 10 reka u oblasti severnog dela Kipra. Na osnovu rezultata dobijenih na prikupljenim merenim podacima na odabranim pilot područjima dokazano je da je Autoregresivni modeli efikasna tehnika za prognoziranje proticaja.

Autori ***Ristić Vakanjac et al. (2018)*** u svom istraživanju koristili su primenu Autoregresivnih modela za analizu kvaliteta karstnih izdanskih voda. Primena predloženih modela je prikazana na pilot području karstnog vrela Banja kod Valjeva, a primer je vezan za pojavu nitrata u podzemnim vodama. Korišćeni su: Autoregresivni model (AR), Krosregresivni model (CR) i

kombinovani AR i CR model (ARCR). U samom radu na numeričkom primeru prikazano je da AR model daje mnogo bolje rezultate od CR modela.

Autori **Chakraborty et al. (2009)** u svojim istraživanjima bavili su se primenom Autoregresionih modela za predviđanje količine padavina i oticaja na numeričkom primeru pilot područja Kelo Watershed Chhattisgarh, Indija. Istraživanje se sastojalo od razvijanja stohastičkog modela vremenske serije pomoću kog bi se radila prognoza padavina i oticaja na gore pomenutom pilot području. Kao ulazni podaci za formiranje modela korišćeni su mereni podaci padavina i oticaja sa proučavanog sliva u periodu od 2001. do 2006. godine. Upoređivanjem merenih i prognoziranih vrednosti padavina i oticaja sliva došlo se do zaključka da je model efikasan i da daje zadovoljavajuća rešenja pri prognozi ovih parametara.

S obzirom da padavine predstavljaju najvažniju komponentu hidrološkog ciklusa i da je njihovo poznavanje i prognoza od ključnog značaja za pojavu poplava, suša, upravljanje slivovima, poljoprivredu i razne druge probleme, autor **Mehdizadeh (2020)** je u svom istraživanju prikazao primenu razvijenog hibridnog modela sa tri različita tipa vremenskih serija (Autoregresivnog, Procesi pokretnih proseka (moving average (MA)), i ARMA procesi, a izabrana su dva pilot područja na području Irana.

Autori **Ratković et al. (2022)** su Autoregresivni model koristili za prognozu nedostajućih datuma za koje će se vršiti prognoza pijezometarskog nivoa i ukupnog kapaciteta izvorišta što je i prikazano u poglavlju 4.

Autori **Basediya et al. (2018)** su predstavili upotrebu Autoregresionog modela sa ciljem prognoziranja oticaja u Kachhinda slivu. S obzirom da su na testiranom području dobijeni rezultati zadovoljavajuće tačnosti dokazano je da se AR modeli mogu koristiti za rešavanje ovog tipa problema.

Sivi model je korišćen od strane mnogih istraživača za rešavanje problema kako u hidrogeologiji, tako i u srodnim disciplinama: predviđanje zemljotresa (Daogong et al. 1999), prognoza promene pornih pritisaka (Mohammed et al. 2010), prognoza sleganja zemljišta radi sprečavanja pojave hazarda izazvanih ovom pojavom (Tang et al. 2008), održivo upravljanje podzemnim vodama za potrebe vodosnabdevanja (Jianfei et al. 2012), procena količine padavina i oticaja radi sprečavanja hazarda izazvanih poplavama (Yu et al. 2001, Kang et al. 2006), prognoziranje nivoa podzemnih voda (Mahmod et al. 2013, Kang & Maeng 2016) i predviđanje izdašnosti izvora (Hao et al. 2010).

U daljem tekstu dat je kraći opis istraživanja autora koji su se bavili primenom Sivog modela u oblasti hidrogeologije.

Jianfei et al. (2012) u radu opisuju upotrebu Sivog modela za potrebe održivog upravljanja podzemnim vodama u Hebei Plain, Kina. Na ovom području potrebe stanovništva za vodom premašuju dostupne količine podzemnih voda. Samo područje ne poseduje dovoljne količine površinskih voda, pa glavni vid snabdevanja vodom predstavljaju podzemne vode. S obzirom na porast broja stanovnika u ovoj oblasti Kine, potrebe za vodom postaju sve veće. Sivi model (1,1)⁶ je korišćen za dobijanje rešenja koja služe za planiranje održivog upravljanja podzemnim vodnim resursima ove oblasti. Rezultati su pokazali da će nivoi podzemnih voda značajno opasti i da će nedovoljne količine podzemnih voda u budućnosti biti jedan od većih problema za ekonomski i socijalni razvoj ove oblasti.

⁶ Sivi model (1,1)- Sivi model prvog reda sa jednom promenljivom.

Autori Yu et al. (2001) su primenili Sivi model u oblasti hidrologije za prognoziranje količina padavina i oticaja sa ciljem sprečavanja hazarda izazvanih poplavama koji predstavljaju sve veći problem usled promene klime na globalnom nivou. Sivi model je izabran zbog mogućnosti da se prognoziraju količine padavina i oticaja u nekom vremenskom periodu, a da se za prognozu koristi relativno mali broj merenih istorijskih podataka. Primena Sivog modela rađena je na 2 pilot područja u oblasti severnog Tajvana i na osnovu dobijenih rezultata model je verifikovan i kalibrisan.

Autori Mahmood et al. (2013) predlažu primenu Sivog modela za prognozu nivoa podzemnih voda u aridnim oblastima Egipta sa ograničenim hidrogeološkim podacima. U radu je prikazano poređenje merenih vrednosti i vrednosti dobijenih primenom Sivog modela. Ulazni podaci za Sivi model su merene vrednosti nivoa podzemnih voda za period od 1979. do 2005. godine. Rezultati su pokazali da je model zadovoljavajuće tačnosti i da se može dalje koristiti za prognozu pijezometarskih nivoa za duži vremenski period. Na osnovu urađenog istraživanja došlo se do zaključaka o opadanju nivoa podzemnih voda na datom području i održivom upravljanju podzemnim vodama ovog područja.

Autori Kun You et al. (2021) bavili su se prognozom potreba za vodom područja Jinzhou i to za razne namene. Sivi model (1,1) je formiran na osnovu podataka trenutne potrošnje vode za proučavano područje (period od 2011 do 2017. godina), a prognozirane su potrebe za vodom za period od 2021. do 2025. godine. Tačnost Sivog modela je veća od 90% i dokazano je da se ovaj model može koristiti pri prognoziranju potreba za vodom kako ovog područja tako i na svim područjima sa sličnom problematikom. Rezultati prognoze su pokazali da će potrošnja vode u budućnosti samo rasti.

Huaan Wu et al. (2017) su se bavili problemom održivog upravljanja vodama za područje Chongqing u jugozapadnoj Kini s obzirom da se ovo područje suočava sa brzim porastom broja stanovnika, a samim tim i ubrzanom urbanizacijom, što će imati veliki uticaj na ranjivost voda i potrebu za većim količinama površinskih i podzemnih voda. Autori su razvili novi Sivi model za prognoziranje u oblasti upravljanja podzemnim vodama pod nazivom **GWFM**⁷ na osnovu podataka dosadašnje potrošnje vode ovog područja. Dobijeni rezultati su pokazali da je GWFM model zadovoljavajuće tačnosti i da se može koristiti i na drugim istražnim područjima. Na osnovu izvedenog istraživanja i dobijenih rezultata prognoze date su preporuke za održivo upravljanje vodama ovog područja.

Yin & Zhang (2021) prikazali su upotrebu Sivog modela (A Grey Seasonal Index Model) takođe u oblasti hidrogeologije za prognoziranje nivoa podzemnih voda u aridnim i semiaridnim područjima koji se odlikuju složenom geološkom građom i malim brojem podataka osmatranja režima podzemnih voda. Za verifikaciju predloženog modela isti je primenjen na podacima za istražno područje Yinchuan Plain, Kina. S obzirom da se testiranjem modela došlo do zaključka da se može primeniti na istorijskim podacima ovog istražnog područja, rezultati su ukazali da će nivoi podzemnih voda u budućnosti još više opadati.

Autori **Zijun Li et al. (2017)** su prikazali primenu Sivog modela (1,1) u kombinaciji sa RBFN mrežom (Radial basis function neural network) za prognozu mesečnih nivoa podzemnih voda za područje grada Longyan, Južna Kina. Testirana su oba modela na podacima istorijskog monitoringa ovog područja tj. merenih vrednosti mesečnih nivoa podzemnih voda u periodu od januara 2003. godine do decembra 2011. godine. Primenom kriterijuma za ocenu tačnosti

⁷ GWFM- New grey water-forecasting model

ovih modela potvrđeno je da se oba modela mogu koristiti za prognozu nivoa podzemnih voda sa visokim stepenom tačnosti dobijenog rešenja.

Szpak & Tchórzewska-Cieślak (2019) u svom istraživanju bavili su se upotrebom Teorije sivih sistema u analizi procene rizika kod upravljanja sistemom vodosnabdevanja. Teorija sivih sistema je primenjena s obzirom da daje mogućnost za donošenje odluka i daje rešenja zadovoljavajuće tačnosti u slučaju kada postoji mali broj ulaznih podataka (podataka koji opisuju sistem koji se istražuje). Ovo je posebno značajno kod malih sistema za vodosnabdevanje gde je monitoring i upravljanje ovim sistemom ograničeno. Kod upravljanja sistemom vodosnabdevanja najbitnije stavke su svakako kontinuitet u isporučivanju vode korisnicima i brzo rešavanje problema (prekida u dostavljanju vode) ukoliko do toga dođe.

Autori **Yaru Guo et al. (2019)** su istraživali mogućnost upotrebe Sivog modela $(1,N)^8$ za određivanje faktora koji utiču na izdašnost izvora u karstnim terenima. U konkretnom slučaju Sivi model $(1,3)^9$ je primenjen na područje Jinci Springs, Kina. Određivan je uticaj klimatskih promena i ljudskih aktivnosti na izdašnost izvora. Takođe, i u ovom radu je naučno dokazana mogućnost primene Sivih modela na testiranom području.

Autori **Ratković et al. (2022)** su prikazali primenu Sivog modela na primeru izvorišta "Vodokanal" Bečej kao što je i prikazano u poglavlju 4.1.

Prvi rad iz oblasti **Sivo-stohastičkog modela** koji predstavlja kombinaciju klasičnog Sivog modela i stohastičkih procesa predstavili su autori **Gligorić et al. (2020)**, a istraživanja su vršena u oblasti rudarstva i to za potrebe razvoja modela za predviđanja cene metala. Za potrebe održivog upravljanja i planiranja proizvodnje rudnika bitnu stavku predstavlja mogućnost prognoze cene metala. Cilj istraživanja je bio da se unapredi tradicionalni Sivi model i da se poboljšaju dobijeni rezultati u slučaju postojanja podataka sa velikim fluktuacijama (volatilnosti podataka). Tačnost modela je na osnovu kriterijuma prikazanih u radu klasifikovana kao model visoke tačnosti. Dobijeni su rezultati veće preciznosti nego oni dobijeni korišćenjem tradicionalnog Sivog modela.

Autori **Crnogorac et al. (2023)** koristili su kombinaciju Sivog modela i stohastičkih procesa za potrebe prognoze deformacija čelične lučne podgradne konstrukcije. Ovim istraživanjem je potvrđeno da je formirani model pouzdan i da se može uspešno koristiti u oblasti rudarstva za menadžment podzemnim rudnicima uglja i sanacijama podzemnih prostorija. Detaljni rezultati ovih istraživanja dati su u doktorskoj disertaciji autora **Crnogorac (2023)**.

Biplot metoda se primenjuje u raznim oblastima geologije. Na primer ova metoda se pokazala uspešnom pri rešavanju problema vezanih za: zaštitu životne sredine, prognozu porasta zagađenja vazduha (Gonzalez Cabrera et al. 2006, Zhang et al. 2018), u mehanici upotrebom SVD-singularne dekompozicije vrednosti koja je osnova Biplot metode (Meijaard 1993, Gai & Hu 2018); u geofizici za poboljšanje kvaliteta seizmičkih podataka (Martins et al. 2016) i za određivanje prostorne povezanosti dubokih geoloških struktura i zlata (Hao & Chen 2010), u hidrogeologiji za prognozu ukupnog kapaciteta izvorišta (Ratkovic et al. 2022).

⁸ Sivi model $(1,N)$ -Sivi model prvog reda sa N promenljivih

⁹ Sivi model $(1,3)$ -Sivi model prvog reda sa tri promenljive

2.2.2 Matematička postavka Autoregresivnih modela za prognoziranje vremenskih serija

Autoregresivni model (AR) je model za obradu statističkih vremenskih serija. Primenom ovog modela vrši se prognoza vrednosti trenutnih i budućih promenljivih na osnovu vrednosti iste promenljive u različitim fazama. Data promenljiva se opisuje u funkciji od sopstvenih vrednosti iz prethodnih perioda X_{t-1} , X_{t-2} .

Matematički se izražava na sledeći način (Dai et al. 2015):

$$X_t = \sum_{i=1}^{t-p} \alpha_i X_i + Z_t \quad (2.1)$$

gde je:

- α_i - autoregresioni koeficijent,
- p - red autoregresionog modela,
- Z_t je proces belog šuma (konstanta).

Da bi se formirao AR model, prvo se mora odrediti kog je reda (p). Princip je sledeći: za originalne(merene) podatke $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, reda p , AR model glasi:

$$X_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + Z_t \quad (2.2)$$

Autoregresivni model prvog reda matematički se izražava na sledeći način (Mladenović & Nojković 2018):

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t \quad (2.3)$$

Matematički zapis za izračunavanje Autoregresivnog modela drugog reda je (Mladenović & Nojković 2018):

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + Z_t \quad (2.4)$$

Autoregresivni model trećeg reda dobija se primenom sledeće jednačine (Mladenović & Nojković 2018):

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \alpha_3 X_{t-3} + Z_t \quad (2.5)$$

Za dobijanje Autoregresivnog modela četvrtog reda primenjuje se sledeća jednačina (Mladenović & Nojković 2018):

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \alpha_3 X_{t-3} + \alpha_4 X_{t-4} + Z_t \quad (2.6)$$

Ako je originalna serija stacionarna (nivo serije se ne menja tokom vremena) primenjuje se Autoregresivni model direktno na niz originalnih (merenih) vrednosti. Ukoliko je merena vremenska serija nestacionarna (nivo serije se menja tokom vremena- rastući ili opadajući trend) neophodno je izvršiti transformaciju niza primenom postupka diferenciranja vremenske serije čime se postiže stacionarnost niza, s obzirom da je AR model stacionarnih vremenskih serija.

Postupak diferenciranja vremenske serije vrši se na sledeći način:

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} \quad (2.7)$$

Posle toga AR model može biti primenjen na diferencirani niz. Konačne prognozne vrednosti (prognoziranje) se dobijaju na sledeći način:

$$\hat{X}_t = X_{t-1} + \Delta \hat{X}_t \quad (2.8)$$

gde je $\Delta \hat{X}_t$ vrednost dobijena primenom AR modela prvog, drugog, trećeg, četvrtog reda tj., rešavanjem jednačina od 2.3 do 2.6.

Red AR modela je određen prema Akaikeovom informacionom kriterijumu (Akaike information criterion¹⁰-AIC kriterijumu). AIC kriterijum se računa na sledeći način (Chakraborty et al. 2009):

$$AIC = \ln \left(\left(\sum_{i=1}^N \hat{u}_i^2 \right) / N \right) + \frac{2p}{N} \quad (2.9)$$

gde je:

- N - dužina uzorka,
- p - je ukupan broj procenjenih koeficijenata (p -order, red AR modela), a
- $\hat{u}_i$ su reziduali.

Kriterijum AIC (jednačina 2.9) je primenjen redom na: Autoregresivni model prvog, drugog, trećeg i četvrtog reda. Model sa najmanjom vrednosti AIC-a je izabran kao optimalan (najpovoljniji) model.

¹⁰ Akaike information criterion- u daljem tekstu AIC kriterijum

Upotrebom AR modela nedostajući datumi za koje će se vršiti prognoza nedostajućih parametara su rekonstruisani i dalje su upotrebljeni kao ulazni podaci za Sivi model.

2.2.3 Matematička postavka Sivog modela za prognoziranje vremenskih serija

Julong Deng (1982) u svojim istraživanjima je prvi prikazao upotrebu Sivih sistema kao novu metodologiju koja se bavi rešavanjem problema nedostatka podataka tačnije malih količina podataka sa nepotpunim informacijama o posmatranom parametru (seriji) koji se proučava. Tačnije, Sivi sistemi se bave nesigurnim sistemima sa delom poznatim, a delom nepoznatim informacijama, po kojima su i dobile naziv "sivi" (siromašan, nesiguran, nepotpun). Iz merenog (poznatog) niza podataka, Sivi model generiše i izdvaja korisne informacije u cilju prognoze budućih vrednosti merenog parametra. Ulazni podaci za primenu Teorije sivih modela su najnoviji podaci vremenske serije (najnoviji podaci merenja parametara sa terena u slučaju hidrogeologije) koje želimo da prognoziramo u nekom budućem ili rekonstruišemo u nekom prošlom periodu. Kombinacijom istorijskog monitoringa nekog parametra i znanja inženjera mogu se prognozirati buduće vrednosti ove vremenske serije za željeni broj koraka unapred (Crnogorac 2023). S obzirom da u prirodi postoji veliki broj sistema sa malim uzorcima merenih vrednosti određenih parametara i nesigurnim informacijama o tom sistemu Teorija sivih modela je našla široku primenu u raznim oblastima (Deng 1982, 1988).

Teorija sivih modela pruža efikasno rešenje za problem neizvesnosti i diskretizacije podataka. Sivi modeli prognoziraju buduće vrednosti vremenske serije zasnovane samo na skupu osmatranih podataka (merene, originalne vrednosti). U Teoriji sivih sistema, opšti Sivi model **GM(h,N)**, označava Sivi model gde je h red diferencijalne jednačine, a N je broj parametara (broj promenljivih u modelu).

Sivi model (h,N) (GM(h,N)) je definisan sledećom diferencijalnom jednačinom (YU et al. 2001, Štrbac-Savić 2016):

$$\sum_{i=0}^h a_i \frac{d^{(i)} x_1^{(1)}(k)}{dt^{(i)}} = \sum_{j=2}^N b_j x_j^{(1)}(k), k = 1, 2, \dots, n \quad (2.10)$$

gde su:

- a_i i b_j - određeni koeficijenti,
- $x_1^{(1)}(k)$ - je sekvenca glavnog faktora (niza),
- $x_j^{(1)}(k)$ - su sekvence uticajnih faktora, a
- k - je promenljiva vremenska sekvenca.

Za rekonstrukciju ili prognozu vremenskih serija u predmetnoj doktorskoj disertaciji koristi se Sivi model prvog reda sa jednom promenljivom (GM(1,1)), jer se prati jedna serija merenja (npr. nivo podzemnih voda) tj. model ima jedan parametar koji se odnosi na vreme.

Originalna vremenska serija je predstavljena kao (Zhao-Hui & Jing, 2016):

$$X^{(0)} = [x^{(0)}(t_1), x^{(0)}(t_2), \dots, x^{(0)}(t_j)], j = 1, 2, \dots, n, \quad \text{if: } \Delta t_j = t_j - t_{j-1} \neq \text{const.}$$

Pre jednačine Sivog modela data je definicija Sivog operatora generisanja AGO¹¹ (Accumulated generating operation) koji se koristi u Sivom modelu sa ciljem smanjivanja fluktuacije (volatilnosti) podataka.

Operator AGO prvog reda za $X^{(1)}$ je definisan kao (Zhao-Hui & Jing 2016):

$$x^{(1)}(t_j) = x^{(1)}(t_{j-1}) + x^{(0)}(t_j) * \Delta t_j \quad (2.11)$$

gde je:

$$x^{(1)}(t_j) = \sum_{j=1}^n x^{(0)}(t_j)$$

Niz generisanih srednjih vrednosti susednih veličina u seriji $X^{(1)}(t_j)$ je,

$$Z^{(1)}(t_j) = [z^{(1)}(t_1), z^{(1)}(t_2), \dots, z^{(1)}(t_j)]$$

gde je:

$$z^{(1)}(t_j) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(t_j) + x^{(1)}(t_j - 1)), t_j = 1, 2, \dots, n \quad (2.12)$$

Sivi model (1,1) (GM (1,1))- Sivi model prvog reda je definisan sledećom diferencijalnom jednačinom (Zhao-Hui & Jing 2016):

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} = ax^{(1)}(t) + b \quad (2.13)$$

Prvi član niza $x^{(1)}(t_j)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) jednak je $x^{(0)}(t_1)$ i koristi kao *početni uslov diferencijalne jednačine 2.13*.

Rešenje jednačine (2.13) je funkcija zavisna od vremena:

$$x^{(1)}(t) = e^{at}x^{(1)}(t_1) + a^{-1}(e^{at} - I)b \quad (2.14)$$

Da bi se napravila razlika između koeficijenata a i b , jednačina (2.13) je diskretizovana i dobija se $x^{(0)}(t_j) = az^{(1)}(t_j) + b$,

¹¹ U daljem tekstu će se koristiti skraćenica AGO.

gde je:

$$x^{(0)}(t_j) = a \left(z^{(1)}(t_j) + z^{(1)}(t_{j-1}) \right) + b, (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.15)$$

Vrednost koeficijenata a i b određuju se metodom najmanjih kvadrata:

$$(a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (2.16)$$

gde je:

$$B^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (x_1^{(1)}(t_2) + x_1^{(1)}(t_1)) & 1 \\ \frac{1}{2} (x_1^{(1)}(t_3) + x_1^{(1)}(t_2)) & 1 \\ \dots & 1 \\ \frac{1}{2} (x_1^{(1)}(t_j) + x_1^{(1)}(t_{j-1})) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$Y = [x^{(0)}(t_2), x^{(0)}(t_3), \dots, x^{(0)}(t_j)] \quad (2.18)$$

Rešenje jednačine 2.13 je funkcija zavisna od vremena:

$$x^{(1)}(t_j) = e^{a(t_j-t_1)} x^{(1)}(t_1) + a^{-1} (e^{a(t_j-t_1)} I) * b, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.19)$$

I na kraju, prognoziranje nedostajućih vrednosti vremenske serije određuje se na osnovu sledeće jednačine (Liu & Luo 2010):

$$\hat{x}^{(0)}(t_j) = \frac{x^{(1)}(t_j) - x^{(1)}(t_{j-1})}{\Delta t_j}, j = 2, \dots, n \quad (2.20)$$

Tačnost modela je prikazana srednjom apsolutnom procentualnom greškom (MAPE) (Zhao-Hui & Jing 2016):

$$MAPE = \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |e(t_j)| \right) * 100\% \quad (2.21)$$

gde je:

$$e(t_j) = \frac{x^{(0)}(t_j) - \hat{x}^{(0)}(t_j)}{x^{(0)}(t_j)}$$

Jednačina za izračunavanje apsolutne procentualne greške (APE) koristi se za ocenu tačnosti modela u svakoj tački u vremenu:

$$APE = \left| \frac{x^{(0)}(t_j) - \hat{x}^{(0)}(t_j)}{x^{(0)}(t_j)} \right| * 100\% \quad (2.22)$$

Za procenu tačnosti modela korišćena je srednja apsolutna procentualna greška (MAPE), a kriterijum tačnosti modela je dat u tabeli 2.1¹² (Wang & Phan 2016):

Tabela 2.1. Kriterijum za ocenu stepena tačnosti MAPE (%)(Wang & Phan, 2016)

MAPE (%)	Tačnost prognoze
< 1	Visoka
1-5	Dobra
5-10	Prihvatljiva
>10	Neprihvatljiva (niska)

2.2.4 Matematička postavka Sivo-stohastičkog modela za prognoziranje vremenskih serija

Stohastički proces se može definisati kao evolucija slučajne promenljive u toku nekog vremenskog perioda tj. ukoliko se veličine koje prognoziramo odlikuju određenim stepenom neizvesnosti uvodi se stohastička komponenta (Kovačević 1995). Po Kovačeviću (1995): "Slučajna promenljiva je po definiciji funkcija mogućih ishoda statističkog eksperimenta. Ukoliko posmatramo njenu evoluciju tokom vremena ona postaje i funkcija vremena. Skup takvih funkcija nazivamo stohastički (slučajni) proces."

S obzirom da hidrogeološki sistem predstavlja dinamičan i kompleksan sistem i da je podložan čestim promenama i neizvesnostima, tradicionalnom Sivom modelu (1,1) je pridodata stohastička komponenta sa ciljem njegovog što približnijeg matematičkog opisivanja. Na primer promena nivoa podzemnih voda ima razne uzroke, kao što su padavine, hidraulička veza sa rekam, zahvatanje podzemnih voda, i odlikuje se određenim stepenom neizvesnosti s obzirom na veliki broj uzroka koji na njih deluju. Iz navedenog razloga se prešlo na primenu Sivo-stohastičkog modela.

¹² U ostalim literaturnim izvorima (Montano et al., 2013; Lewis, 1982) veličina greške i do 10% spada u modele visoke preciznosti, a u tabeli 2.1 je dat stroži kriterijum.

Forimiranje i matematički zapis Sivo-stohastičkog modela prikazan je jednačinama od 2.23 do 2.33 (Gligorić et al. 2020, Crnogorac et al. 2023, Crnogorac 2023).

Originalna vremenska serija je predstavljena kao:

$$X^{(0)} = [x^{(0)}(t_1), x^{(0)}(t_2), \dots, x^{(0)}(t_j)], j = 1, 2, \dots, n, \quad \text{if: } \Delta t_j = 1$$

$$X^{(1)}(t_j) = [x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_t^{(1)}]$$

Definicija sivog operatora generisanja AGO prvog reda za $X^{(1)}$ je definisan kao (Zhao-Hui & Jing 2016):

$$X^{(1)}(t_j) = x^{(1)}(t_{j-1}) + x^{(0)}(t_j) \quad (2.23)$$

gde je:

$$x^{(1)}(t_j) = \sum_{j=1}^n x^{(0)}(t_j)$$

Niz generisanih srednjih vrednosti susednih veličina u seriji $X^{(1)}(t_j)$ je,

$$Z^{(1)}(t_j) = [z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(t_j)]$$

gde je:

$$z^{(1)}(t_j) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(t_j) + x^{(1)}(t_j - 1)), t_j = 1, 2, \dots, n \quad (2.24)$$

Sivi model prvog reda je definisan sledećom diferencijalnom jednačinom (Zhao-Hui & Jing 2016):

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \quad (2.25)$$

Prvi član niza $x^{(1)}(t_j)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) jednak je $X^{(0)}(t_1)$ i koristi se kao početni uslov diferencijalne jednačine 2.25.

Vrednosti koeficijenata a i b određuje se metodom najmanjih kvadrata:

$$(a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (2.26)$$

gde je:

$$B^{(1)} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(t_2) + x_1^{(1)}(t_1)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(t_3) + x_1^{(1)}(t_2)) & 1 \\ \dots & 1 \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(t_j) + x_1^{(1)}(t_{j-1})) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$Y = [x^{(0)}(t_2), x^{(0)}(t_3), \dots, x^{(0)}(t_j)] \quad (2.28)$$

Jednačina 2.25 ustvari je diferencijalna jednačina koja se može zapisati i na sledeći način (Crnogorac et al. 2023, Crnogorac 2023):

$$dX_t^{(1)} = f(t, X_t^{(1)})dt \quad (2.29)$$

Uopšteni oblik diferencijalne jednačine, sa stohastičkom komponentom, prikazan je sledećim izrazom:

$$dX_t^{(1)} = f(t, X_t^{(1)})dt + dW_t, \quad (2.30)$$

Diferencijalna jednačina (2.25), kojoj je pridodata stohastička komponenta, definisana je na sledeći način:

$$dX_t^{(1)} = (b - aX_t^{(1)})dt + dW_t \quad (2.31)$$

Iz Euler-Maruyama eksplicitne diskretizacije (1955) dobija se numerička aproksimacija serije $X_t^{(1)}$:

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + (b - aX_{t-1}^{(1)})\Delta t + \Delta W_t, \quad t=1,2,\dots,n \quad (2.32)$$

Gde je:

Δt - uniformni vremenski protok,

ΔW_t - uniformno Braunovo kretanje,

$$\Delta W_t \sim N\left(0, \frac{\gamma^2}{\alpha}\right),$$

$X_{t=1}^{(1)} = X_1$ - početni uslov,

γ^2 - je varijansa AGO serije,

α - koeficijent vremenske rezolucije (Gligorić et al. 2020)

Konačno rešenje za formiranje Sivo-stohastičkog modela predstavlja data jednačina:

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(b - aX_{t-1}^{(1)}\right)\Delta t + N\left(0, \frac{\gamma^2}{\alpha}\right), t = 1, 2, \dots, n \quad (2.33)$$

Simulacijom jednačine 2.33 stvara se okruženje za određivanje očekivanih vrednosti za svaku specifičnu tačku u vremenu, koje se odnose na AGO stohastički proces (Gligorić et al. 2020, Crnogorac et al. 2023, Crnogorac 2023). Nakon S izvedenih simulacija (ukupan broj zadatih simulacija) očekivane vrednosti se izračunavaju pomoću sledećeg izraza:

$$E_t^{AGO} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S X_{t,s}^{(1)}, \quad t = 2, 3, \dots, n; \quad E_1^{AGO} = X_1 \quad (2.34)$$

Da bi se rekonstruisala originalna vremenska serija koristi se IAGO operacija (Inverzna AGO operacija) (Gligorić et al. 2020, Crnogorac et al. 2023, Crnogorac 2023):

$$E_{t+1}^{IAGO} = E_{t+1}^{AGO} - E_t^{AGO}, \quad t = 1, 2, \dots, n-1; \quad E_1^{IAGO} = X_1 \quad (2.35)$$

Rekonstruisana vremenska serija se u matematičkom obliku zapisuje na sledeći način:

$$\hat{X}(t) = (x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_t), t = 1, 2, \dots, n \quad (2.36)$$

Tačnost razvijenog modela je testirana kao i kod Sivog modela, upotrebom MAPE kriterijuma, po jednačini 2.21, a kriterijum je dat u tabeli 2.1.

Nakon utvrđene zadovoljavajuće tačnosti formiranog modela primenjuje se simulacija jednačine 2.33 za rešavanje krajnjeg zadatka, tj. prognoze članova vremenske serije za željeni vremenski period k (koliko koraka zadajemo za prognozu) i to na sledeći način (Gligorić et al. 2020, Crnogorac et al. 2023, Crnogorac 2023):

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(b - aX_{t-1}^{(1)}\right)\Delta t + N\left(0, \frac{\gamma^2}{\alpha}\right), t = n+1, n+2, \dots, n+k \quad (2.37)$$

Kada se jednačina 2.37 simulira dobijaju se prognozirane vrednosti AGO serije (Gligorić et al. 2020, Crnogorac et al. 2023, Crnogorac 2023):

$$E_t^{AGO} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S X_{t,s}^{(1)}, \quad t = n+1, n+2, \dots, n+k; \quad (2.38)$$

Simulacija jednačine 2.33 od n do $n+k$ je prognoza željenih vrednosti. Koristeći jednačinu 2.37 dobija se prognozirana serija:

$$\hat{Y}_t = \{\hat{y}\}, t = n+1, n+2, \dots, n+k \quad (2.39)$$

Za procenu tačnosti Sivo-stohastičkog modela je korišćen MAPE kriterijum prikazan u tabeli 2.1.

➤ Kriterijum za ocenu tačnosti dobijenog rešenja primenom korelacione analize

Korelaciona analiza je primenjena kao kriterijum za ocenu tačnosti (korelacije) dve vremenske serije koje su u uzročno-posledičnoj vezi.

Koeficijent korelacije definisan je jednačinom 2.40. i predstavlja vezu između članova niza x_i i članova niza y_i :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}} \quad (2.40)$$

$x_i; y_i$ – i -ti član niza nezavisno i zavisno promenljive,

$\bar{X}, \bar{Y}$ – aritmetička sredina nezavisno i zavisno promenljive.

Vrednost koeficijenta korelacije se kreće od +1 do -1 i pomoću njega se određuje jačina veze između dve vremenske serije (dva parametra). Dobrom vezom između članova niza se smatra vrednost koeficijenta korelacije koja je veća od ± 0.6 , ukoliko je $r=0$ korelacija ne postoji.

2.2.5 Matematička postavka Biplot metode za prognoziranje vremenskih serija

Biplot metoda se sastoji od formiranja matrice u kojoj se vrednosti koje nedostaju zamenjuju proizvoljnim vrednostima (u praksi obično srednjom vrednošću merenih vrednosti niza) da bi se popunila matrica, a zatim se računa Dekompozicija matrice na singularne vrednosti (Singular Value Decomposition) koristeći samo 2 komponente. SVD je osnova Biplot metode (Arciniegas-Alarcon et al. 2014).

Početni podaci za obrazovanje matrice predstavljaju:

1. Pozicije merenja tj. datumi kada je vršeno merenje određenog parametara X_t ,
2. Rekonstruisane vrednosti datuma kada nisu vršena merenja $\hat{X}_t$,
3. Merene vrednosti X_i ,
4. Rekonstruisane vrednosti $\hat{X}_i$ niza X_i dobijeni primenom Sivog modela,
5. merene vrednosti niza (vremenske serije) Y_i .

Primenom Biplot metode prognoziraju se nedostajuće vrednosti $\hat{Y}_i$ niza Y_i .

Formirana matrica sa elementima $n \times p$ označena sa X sastoji se od elemenata x_{ij} ($i=1, \dots, n$; $j=1, \dots, p$), gde se nedostajuće vrednosti označavaju sa x_{ij}^{aus} . U prvom koraku nedostajuće vrednosti x_{ij}^{aus} se ubacuju u njihove odgovarajuće kolone, i tako se obezbeđuje kompletana matrica X . Za prikazani numerički primer u poglavlju 4 matrica će se formirati popunjavanjem nedostajućih vrednosti srednjom vrednošću merenih ukupnih kapaciteta izvorišta.

Popunjena (kompletirana) matrica X je standardizovana:

$$p_{ij} = \frac{(x_{ij} - m_j)}{s_j} \quad (2.41)$$

gde su:

m_j - srednja devijacija j -te kolone,

s_j - standardna devijacija j -te kolone,

p_{ij} - standardizovani elementi

Matrica sa elementima p_{ij} je označena kao P .

Naredni korak je da se proračuna Dekompozicija matrice na singularne vrednosti (SVD) matrice P . Singularna dekompozicija standardizovane matrice je osnovna i bitna metoda moderne numeričke linearne algebre. SVD algoritam predstavlja aproksimaciju glavne matrice matricama manjih dimenzija (Meijaard 1993). Po ovoj teoremi bilo koja matrica A ($m \times n$) može biti razložena na tri matrice, kao:

$$A = ULV^T \quad (2.42)$$

U - ortogonalna $m \times m$ matrica

V - ortogonalna $n \times n$ matrica

V^T – transponovana matrica V

L - je $m \times n$ dijagonalna matrica sa pozitivnim elementima na glavnoj dijagonali, koja se naziva singularne vrednosti od A , a svi ostali članovi su jednaki nuli.

Singularne vrednosti se obično sortiraju u opadajućem nizu na glavnoj dijagonali L .

Uzimajući u obzir prve dve komponente razložene matrice A , dobija se sledeća jednačina (izraz):

$$p_{ij} = \frac{(x_{ij} - m_j)}{s_j} = \sum_{k=1}^2 \lambda_k \alpha_{ik} \gamma_{jk} + \varepsilon_{ij} \quad (2.43)$$

λ_k -singularne vrednosti

α_{ik} -svojstveni vektori za redove

γ_{jk} -svojstveni vektori za kolone

ε_{ij} -greška za red i u koloni j .

Nova matrica $P^{(2)}$ sastoji se od elemenata $p_{ij}^{(2)}$. Svi elementi $p_{ij}^{(2)}$ u $P^{(2)}$ su vraćeni u originalne vrednost $\hat{x}_{ij}^{(2)} = m_j + s_j p_{ij}^{(2)}$, čime se dobija nova matrica $X_{(n \times p)}^{(2)}$. Nedostajuće vrednosti x_{ij}^{aus} u originalnoj matrici X su popunjene po odgovarajućim vrednostima $\hat{x}_{ij}^{(2)}$ iz $X^{(2)}$. Nakon dobijenih nedostajućih vrednosti, rade se iteracije (nazad na standardizovanje matrice i ceo proces se ponavlja). Iteracije se dalje nastavljaju dok ne bude zadovoljen sledeći uslov (Arciniegas-Alarcon et al. 2014):

$$\frac{d}{\bar{y}} < 0.01 \quad (2.44)$$

gde je:

$$d = \left[\left(\frac{1}{na} \right) \sum_{i=1}^{na} (x_i - x_i^A)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.45)$$

i

$$\bar{y} = \left[\left(\frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p y_{ij}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.46)$$

- na je ukupni broj vrednosti koje nedostaju u matrici X ,

- x_i je prognozirana vrednost za i -ti red nedostajućih vrednosti u aktivnoj iteraciji,

- x_i^A je prognozirana vrednost za i -ti nedostajućih vrednosti u prethodnoj iteraciji,
- y_{ij} su originalne vrednosti (koje ne nedostaju) u i -tom redu i j -toj koloni,
- N je ukupan broj posmatranih vrednosti.

2.2.6 Primena hidrodinamičkog modela kao jednog od kriterijuma za ocenu tačnosti razvijene metodologije

Hidrodinamički modeli predstavljaju približan opis hidrogeološke sredine i njihovom upotrebom moguće je simulirati kretanje podzemnih voda i procese koji prate ovo kretanje, kao što su transport materije i toplote. Kretanje podzemnih voda i procesi u poroznoj sredini se na hidrodinamičkom modelu opisuju sistemom parcijalnih diferencijalnih jednačina (Polomčić 2014).

Proces formiranja hidrodinamičkog modela sastoji u prvom koraku u tačnom definisanju zadatka koji treba rešiti i nameni formiranog modela. Nakon toga je neophodno proučiti svu dostupnu literaturu i podatke dobijene istražnim terenskim radovima vezane za šire područje obuhvaćeno hidrodinamičkim modelom, jer od količine i kvaliteta i prostornog rasporeda ulaznih podataka zavisi i tačnost izrađenog modela. Kada su prikupljeni i obrađeni svi dostupni podaci pristupa se formiranju hidrogeološkog modela. Hidrogeološki model je uprošćen hidrogeološki sistem i radi se sa ciljem šematizacije složenih procesa i stanja koji se susreću u hidrogeološkom sistemu. Formiranje hidrogeološkog modela obuhvata šematizaciju: geometrije izdani, filtracionih karakteristika porozne sredine, hidrodinamičkih karakteristika izdanskog toka, elemenata bilansa izdani, graničnih uslova hidrogeološkog sistema i početnih uslova. Ukoliko se utvrdi da se, na osnovu dobijenih podataka, ne može formirati hidrogeološki model odgovarajuće tačnosti, poželjno je, ukoliko za to postoji mogućnost, da se izvedu novi istražni radovi. Nakon izbora programa za modeliranje prelazi se na prevođenje hidrogeološkog modela u hidrodinamički model tako što se vrši: diskretizacija prostora i vremena, prave se matrice rasporeda vrednosti različitih hidrodinamičkih parametara i zadaju se granični uslovi. Kada je hidrodinamički model postavljen, prelazi se na proces etaloniranja koji je jedan od najbitnijih zadataka tokom modeliranja. Tokom procesa etaloniranja vrši se usklađivanje parametara modela i graničnih uslova sa vrednostima merenim na terenu sa ciljem što boljeg poklapanja hidrodinamičkog modela sa prirodom (Polomčić 2014). Na osnovu izvršene kalibracije utvrđuje se postignuta tačnost postavljenog hidrodinamičkog modela. Na kalibrisanom modelu se mogu raditi prognoze unapred ili unazad po vremenu za beskonačan broj varijantnih rešenja (Anderson et al. 2015).

Hidrodinamički modeli danas predstavljaju nezaobilaznu metodu za analizu režima izdani i njihovom upotrebom moguće je dobiti raspored pijezometarskih nivoa, proticaje, brzinu i smer kretanja izdanskih voda, kao i odrediti elemente bilansa izdani (Polomčić 2014).

Hidrodinamički modeli se koriste u oblasti hidrogeologije za rešavanje velikog broja inženjerskih zadataka (Polomčić 2014, 2021):

- osnovno razumevanje hidrogeološkog sistema,
- ocena rezervi podzemnih voda,
- određivanje broja, tipa i lokacija vodozahvatnih objekata,
- određivanje izvora prihranjivanja izdani,
- određivanje eksploataionog kapaciteta izvorišta,
- revitalizacija izvorišta,

- proširenje kapaciteta izvorišta,
- veštačko prihranjivanje izdani,
- interakcija 2 ili više izvorišta u radu,
- određivanje hidrauličke veze između reke i izdani,
- zaštita izvorišta od zagađenja (određivanje zona sanitarne zaštite),
- zaštite hidrotehničkih objekata od podzemnih voda,
- zaštita rudarskih radova od podzemnih voda (odvodnjavanje rudnika),
- zaštita građevinskih objekata od podzemnih voda (za odvodnjavanje temelja objekata) itd.

Hidrodinamički model nekad predstavlja alternativu istražnim radovima, koje u nekim slučajevima nije moguće izvesti s obzirom da je ekonomski činilac najveći ograničavajući faktor za izvođenje ovako kompleksnih i skupih istraživanja. Takođe, visoka cena istražnih radova je razlog zašto se za područja istraživanja ne poseduju adekvatni ulazni podaci koji daju osnovne informacije o karakteristikama hidrogeološke sredine (hidrogeološkog sistema) i procesa u njemu.

Primena hidrodinamičkog modela daje zadovoljavajuće rezultate pri upravljanju podzemnim vodama, ali samo u slučaju postojanja kvalitetnih podloga (redovan monitoring izvorišta u konkretnim slučajevima) za područje koje se istražuje. Nedovoljan broj kvalitetnih i kontinuiranih ulaznih podataka dovodi u pitanje tačnost postavljenog hidrodinamičkog modela i datih tehničkih rešenja (Polomčić 2014).

Da bi se investiralo u skupe radove kao što je npr. proširenje izvorišta i izrada novih objekata neophodno je imati kvalitetno izrađen hidrodinamički model određenog stepena tačnosti na osnovu kog će se dati predlog za ekonomsku opravdanost i dokaz o perspektivnosti istražnog područja i mogućnosti primene predloženog rešenja.

Međutim, nedostatak osnovnih ulaznih podataka, koji su neophodni za formiranje hidrodinamičkog modela zadovoljavajuće tačnosti, predstavlja limitirajući faktor za njihovu upotrebu.

Iz svega iznesenog može se zaključiti da danas hidrodinamička analiza i primena hidrodinamičkih modela predstavljaju rešenje za dobijanje kvalitetnih tehničkih rešenja u oblasti upravljanja podzemnim vodama. Dobra tehnička rešenja se dobijaju iz razloga što je primenom hidrodinamičkog modela moguće opisati složene uslove strujanja podzemnih voda, kao i odrediti efekte planiranog tehničkog rešenja u nekom budućem periodu (Polomčić 2014).

Hidrodinamički model se u okviru istraživanja predmetne doktorske disertacije koristi kao kriterijum za proveru validnosti dobijenih rešenja poređenjem rezultata dobijenih u procesu kalibracije hidrodinamičkog modela i rezultata dobijenih upotrebom Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela.

3 ODABRANA PILOT PODRUČJA ZA PRIMENU RAZVIJENE METODOLOGIJE

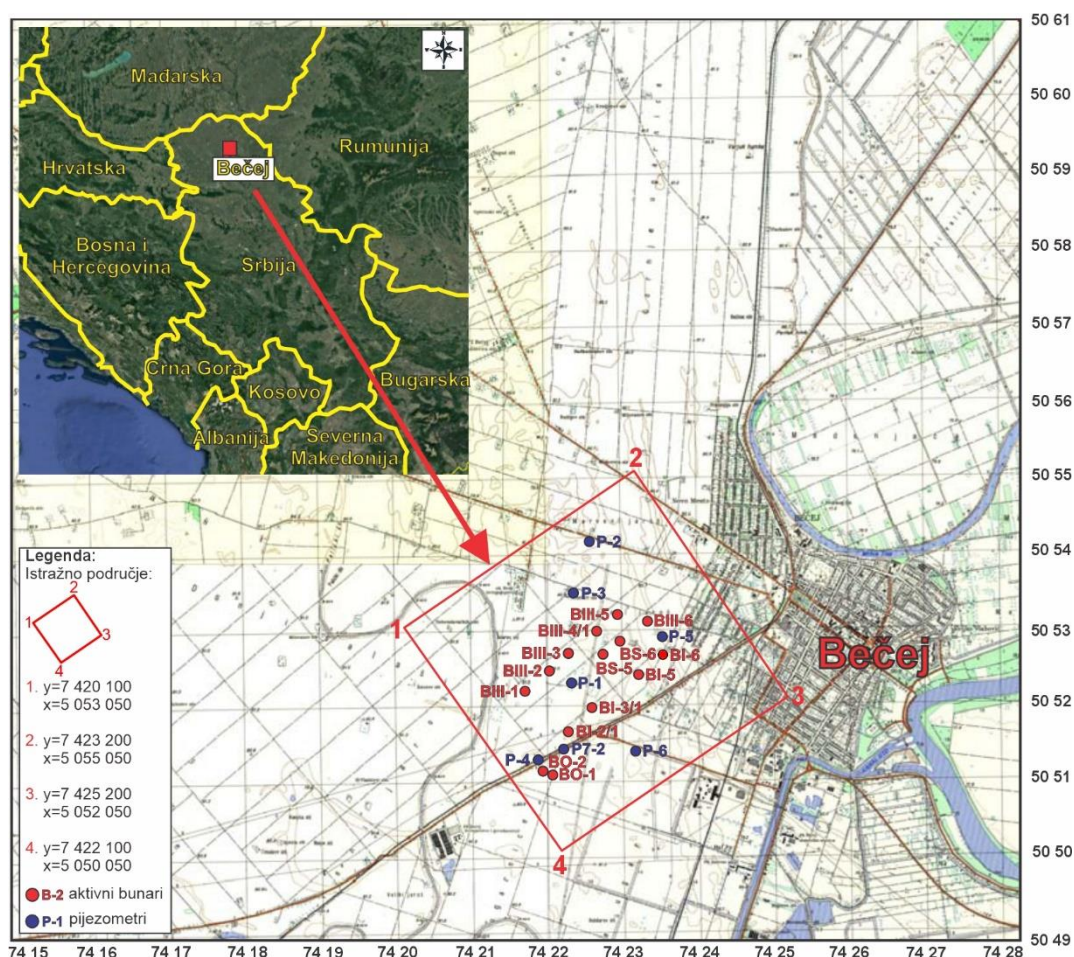
3.1 Izvorište „Vodokanal“ za vodosnabdevanje Bečeja

3.1.1 Geografski položaj istražnog područja

Istražno područje obuhvata šire područje izvorišta „Vodokanal“ u Bečeju i prikazano je na slici 3.1. Samo izvorište se nalazi na 6-8 km zapadno od grada Bečeja na obradivim poljoprivrednim površinama, a podzemne vode iz kaptiranih izdani se koriste za vodosnabdevanje stanovništva i u industrijske svrhe.

Opština Bečej se nalazi u Južnobačkom okrugu i čine je naselja: Bačko Petrovo Selo, Bačko Gradište, Radičević i Mileševo. Bečej se nalazi na desnoj obali reke Tise i tipičan je grad panonskog tipa.

Područje istraživanja zahvata listove OGK SFRJ 1:100.000 Zrenjanin i Srbobran.



Slika 3.1. Prikaz lokacije istražnog područja (Ratković 2022)

3.1.2 Klimatske, hidrografske i hidrološke karakteristike šireg područja istraživanja

Područje Bečaja nalazi se u umereno-kontinentalnom klimatskom prostoru. Ovaj tip klime odlikuje se jasno izraženim godišnjim dobima, sa umereno hladnim zimama i toplim i suvim letima.

3.1.2.1 Padavine

Količine padavina koje se izluče na područje istraživanja u toku godine su različite i u tabeli 3.1 prikazane su srednje mesečne i srednje godišnje vrednosti padavina za period od 1980. do 2010. godine za meteorološku stanicu Bečej. Podaci su preuzeti iz meteoroloških godišnjaka (Republički hidrometeorološki zavod).

Kao što je prikazano u tabeli 3.1 za period od 1980. do 2010. godine¹³ prosečna godišnja visina padavina za navedeni period iznosi 578,8 mm. Godišnji prosečni maksimum padavina je u mesecu junu i iznosi 81,1 mm, a prosečni godišnji minimum padavina je u mesecu februaru i iznosi 27,1 mm.

Tabela 3.1. Prikaz srednje mesečnih i srednje godišnje vrednosti padavina za period od 1980. do 2010. godine za meteorološku stanicu Bečej (prema podacima RHMZ)

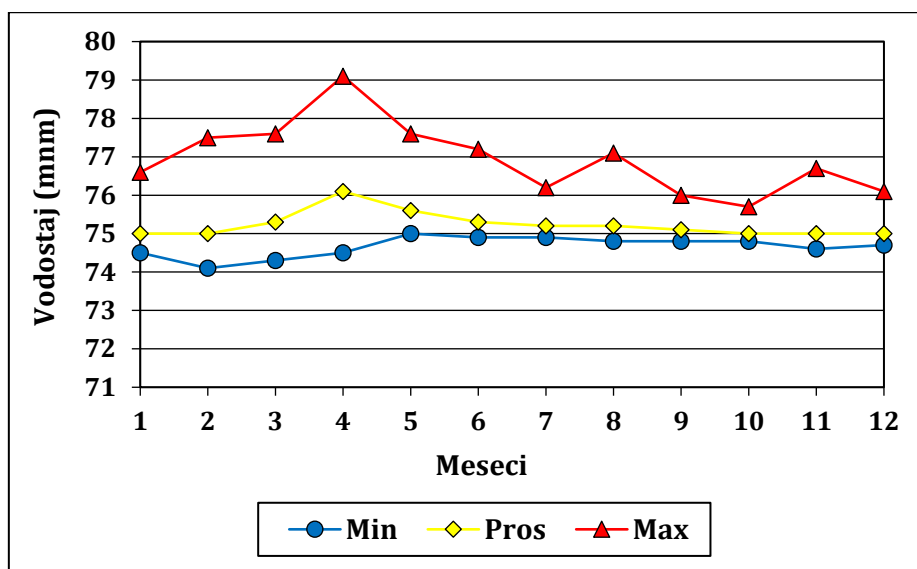
Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Sred. god.
Psr (mm)	36,2	27,1	37,5	47,7	52	81,1	58,4	55,1	47,1	44	49,3	43,3	578,8

3.1.2.2 Hidrografske karakteristike terena

Rečna mreža Vojvodine pripada slivu Crnog mora. Glavni površinski tok na širem istražnom području je reka Tisa. Tisa kroz Republiku Srbiju protiče u dužini od 167 km, od čega je za područje opštine Bečej značajno oko 30 km ukupnog toka. Tisa je izrazito ravničarska reka sa malim padom, što i dovodi do velikog krivudanja reke, razvijanja krivina i njihovog nizvodnog pomeranja. Regulacijom toka i presecanjem meandra reke Tise, ubrzano je njeno proticanje njeno kroz Vojvodinu. Odsečeni tokovi ostali su kao starače, mrtvaje i rečna jezera ili su zasuti rečnim materijalom i barskom vegetacijom. Reka Tisa je u direktnoj hidrauličkoj vezi sa podzemnim vodama izdani sa slobodnim nivoom, dok sa dubljim izdanima pod pritiskom nema direktnu vezu.

Hidrološki režim Tise praćen je na hidrološkoj stanici u Novom Bečeu kao najbližoj stanici u analiziranom periodu od 1980. do 2010. godine. Nivogram godišnjih prosečnih i ekstremnih vodostaja reke Tise na hidrološkoj stanici Novi Bečej u periodu od 1980. do 2010. godine prikazan je na slici 3.2.

¹³ Prikaz srednje mesečnih i srednje godišnje vrednosti padavina dat je za period od 1978. do 2008. godine iz razloga što su podaci iz tog perioda korišćeni kao ulazni podaci za primenu razvijene metodologije.



Slika 3.2. Nivogram godišnjih prosečnih i ekstremnih vodostaja reke Tise na hidrološkoj stanici Novi Bečej u periodu od 1980. do 2010. godine

Kao što je prikazano na slici 3.2 maksimalni prosečni vodostaj se javlja u mesecu aprilu i iznosi 79,1 mm, a minimalni prosečni vodostaj se javlja u mesecu februaru i iznosi 74,1 mm.

3.1.3 Geološka građa i hidrogeološke karakteristike šireg područja istraživanja

3.1.3.1 Geološke odlike terena

Šire područje izvorišta „Vodokanal“ pripada Panonskoj niziji. U fundamentu ove prostrane potoline leži ogroman planinski blok, duboko spušten duž sistema raseda između Alpa, Karpata i Dinarida. Potonuli blok pripadao je srpsko-makedonskoj masi, izgrađen od paleozojskih i mezozojskih tvorevina, isprobijan raznim magmatskim stenama. U ovoj potolini sredinom tercijara formirano je Panonsko more u kome su tokom neogena i kvartara istaloženi sedimenti čija debljina više kilometara (Terzin 1994).

Istraživani teren izgrađuju stene:

- *paleozojske,*
- *mezozojske,*
- *tercijarne, i*
- *kvartarne starosti.*

Podaci o geološkoj građi su preuzeti i interpretirani iz tumača za listove OGK SFRJ 1:100.000 Zrenjanin i Srbobran (Malešević 1984, Terzin 1994). Geološka građa šireg područja izvorišta „Vodokanal“ u Bečeju prikazana je na slici 3.3.

Paleozoik (Pz)

Na širem području istraživanja najstarije stene su prekambrijumsko-paleozojske starosti i predstavljene su kristalastim škriljcima i granitoidima. Na području Bečeja kristalasti škriljci konstatovani su istražnim bušenjem na dubinama od oko 1420 m i njihova debljina se kreće od 15 m do 106 m (slika 3.3).

Mezozoik (Mz)

Sedimenti mezozojske starosti na području šire okoline Bečaja konstatovani su na različitim dubinama (slika 3.3).

Krečnjaci, glinci, alevroliti, laporci i breče ($J_3^3, K_1^{1,2}$)

Sedimenti gornjeg titona predstavljeni su laporovitim krečnjacima. Preko ovih krečnjaka leže alevrolitski glinci, laporci i glinoviti alevroliti. Debljina ovih sedimenata nije pouzdano utvrđena.

Alevroliti, peščari, konglomerati, breče, laporci, glinci, krečnjaci i epiklastiti ($K_2^{2,3}$)

Preko kristalastih škrljaca diskordantno leže sedimenti gornje krede. Oni su izgrađeni od karbonantnih i flišnih sedimenata i utvrđeni su na dubinama ispod 1257 m, debljina ovih naslaga kreće se oko 250 m i nije pouzdano utvrđena.

Tercijar-Neogen (Ng)

Na dubini od 1257 m konstatovane su tvorevine neogena koje leže transgresivno preko gornje krede (slika 3.3).

Peščari, sprudni krečnjaci, lapori, laporci i konglomerati (M_2^2)

Peščari, sprudni krečnjaci, lapori, laporci i konglomerati pripadaju badenu. Istraživanjima je konstatovano da se pojavljuju na dubini oko 1257 m i da predstavljaju vodopropusne sedimente. Na području Bečaja u ovim tvorevinama otkriveno je ležište ugljendioksida.

Laporci, lapori, peskovito-glinoviti lapori i peščari (M_3^2)

Laporci, lapori, peskovito-glinoviti lapori i peščari panona konstatovani su na dubinama ispod 1200 m. Debljina naslaga kreće se od nekoliko metara do oko 300 m.

Peskovito-laporovite gline, lapori, peščari i laporci (Pl_1^1)

Peskovito-laporovite gline, lapori, peščari i laporci predstavljaju sediment donjeg pontja. Na području istraživanja debljina im se kreće oko 250 m. Vodonosne slojeve mogu predstavljati peščari ukoliko nisu zaglinjeni.

Gline, peskovi, peskovito-ugljevite gline (Pl_1^2)

Sedimenti gornjeg pontja nastavljaju se u kontinuitetu na sedimente donjeg pontja. U litološkom smislu granica između gornjeg i donjeg pontja je lako uočljiva. Gornji pont je predstavljen sedimentima gline i peskova i njegova debljina se procenjuje na 250 m do 300 m.

Gline, peskovi, peskovito-ugljevite gline i lignit (Pl_{2+3})

Paludinski slojevi se kontinualno nastavljaju na gornjo-pontijske i granica između ovih slojeva je teško uočljiva. Litološki sastav paludinskih slojeva je promenljiv i ovi sedimenti su široko rasprostranjeni na izučavanom području. Sastoje se od peskova i glina sa proslojcima i sočivima gline, ugljevite gline i lignita u višim slojevima. Debljina ovih slojeva kreće se od 400 m do 450 m.

Kvartar (Q)

Kvartar je rasprostranjen na celom istražnom području i predstavljen je pleistocenskim i holocenskim sedimentima (slika 3.3). Prelaz iz paludinskih u kvartarne sedimente je postepen i teško uočljiv. Iznad šljunkovitih i krupnozrnih peskova, koji predstavljaju ekvivalentne rečne facije korita, leže peskoviti alevriti, alevriti i gline koji pripadaju faciji povodnja i starača. Ovo dokazuje cikličnost u pojavljivanju pojedinih litoloških članova. Debljina kvartarnih naslaga se kreće od 130 m do 140 m. Sedimenti kvartara su izgrađeni od slojeva srednjezrnih do sitnozrnih peskova i gline koji se međusobno smenjuju. Peskovi takođe sadrže povećane sadržaje liskuna i gline. Povlatu kvartarnim sedimentima čine rečno-barske tvorevine koje su predstavljene sitnozrnim peskovima, alevritima i glinama. Ove tvorevine su verovatno mindelske, riske i virmske starosti. U većem delu istražnog prostora sedimentni ciklus se završava lesoidnim glinama i prašinastim peskovima.

Kopneni les morfološki oblikovan (l-w)

Sedimenti kopnenog lesa su utvrđeni zapadno od naselja Bečej prema Kuli i Feketiću. Debljina ovih sedimenata kreće se od 2 m do 6 m. Kopneni les je homogene građe i predstavlja vodopropusne sedimente.

Barski les (lb-w)

Sedimenti barskog lesa utvrđeni su severozapadno od grada Bečeja. Predstavljani su alevritskim glinama i glinovitim alevritima barskog lesa. Ovi sedimenti su kontinualno nataloženi preko barsko-močvarnih sedimenata gornjeg dela srednjeg pleistocena. Poroznost im je mala i predstavljaju slabo vodopropusne sedimente. Iznad barskog lesa vertikalno, a delom i bočno, preko postupnih prelaza, leže akumulacije kopnenog lesa.

Lesoidni sedimenti: glinovito-peskoviti alevriti (lp-w)

Lesoidni sedimenti uočavaju se u morfološki nižim delovima terena i sa kopnenim lesom su u povremenoj bočnoj smeni. To su žuto-sivi eolsko-fluvijalni sedimenti promenljivog sastava koji predstavljaju mešavinu sedimenata povodnjske facije i eolske prašine. Donje partije lesoidnih sedimenata su više zbijene i bolje uslojene, dok su viši delovi porozniji.

Facija povodnja: peskovi i alevriti (a₂-w)

Sedimenti facije povodnja utvrđeni su kako na površini tako i u bušotinama i predstavljeni su alevritičnim peskovima i peskovito-glinovitim alevritima.

Facija povodnja: lesoidni alevriti i alevritični peskovi (a₂-w)

Sedimenti facije povodnja koji su predstavljeni lesoidnim alevritima i alevritičnim peskovima utvrđeni su na desnoj strani Tise između Bečeja na severu i Žablja na jugu. Debljina sedimenata dostiže i do 4 m.

Facija povodnja: alevriti, peskovi i gline (a₁-p; ap)

Predstavljani su sivim, sivo-smeđim i smeđim peskovitim alevritima, alevritičnim peskovima i peskovitim glinama koji po svojim litostatigrafskim i biostratigrafskim karakteristikama odgovaraju faciji povodnja.

Facija mrtvaja: gline i alevriti (a₁-m)

Sedimenti facije mrtvaja izgrađeni su od sivosmeđih alevritičnih glina i glinovitih alevrita, sa sitnim karbonatnim konkreijama, zatim alevritičnih i alevrit-glina, peskovito-glinovitih alevrita, svetlo smeđih i smeđih alevrita i peskovitih alevrita, kao i tamno sivih alevritičnih peskova i alevrita.

Facija korita: peskovi i alevriti (ak')

Sedimenti facije korita leže ispod nivoa reke i predstavljeni su sivo-smeđim sitnozrnim peskovima, alevritičnim peskovima, glinovito-peskovitim alevritima i peskovitim glinama.

Aluvijum: alevritski peskovi i glinovito-peskoviti alevriti (a')

Stariji aluvijalni sedimenti utvrđeni su u zoni velikog kanala i genetski su vezani za nekadašnju otoku Dunava. Ovi sedimenti su predstavljeni alevritskim peskovima i glinovito-peskovitim alevritima. Debljina ovih sedimenata kreće se od 2 m do 4 m.

Les (l)

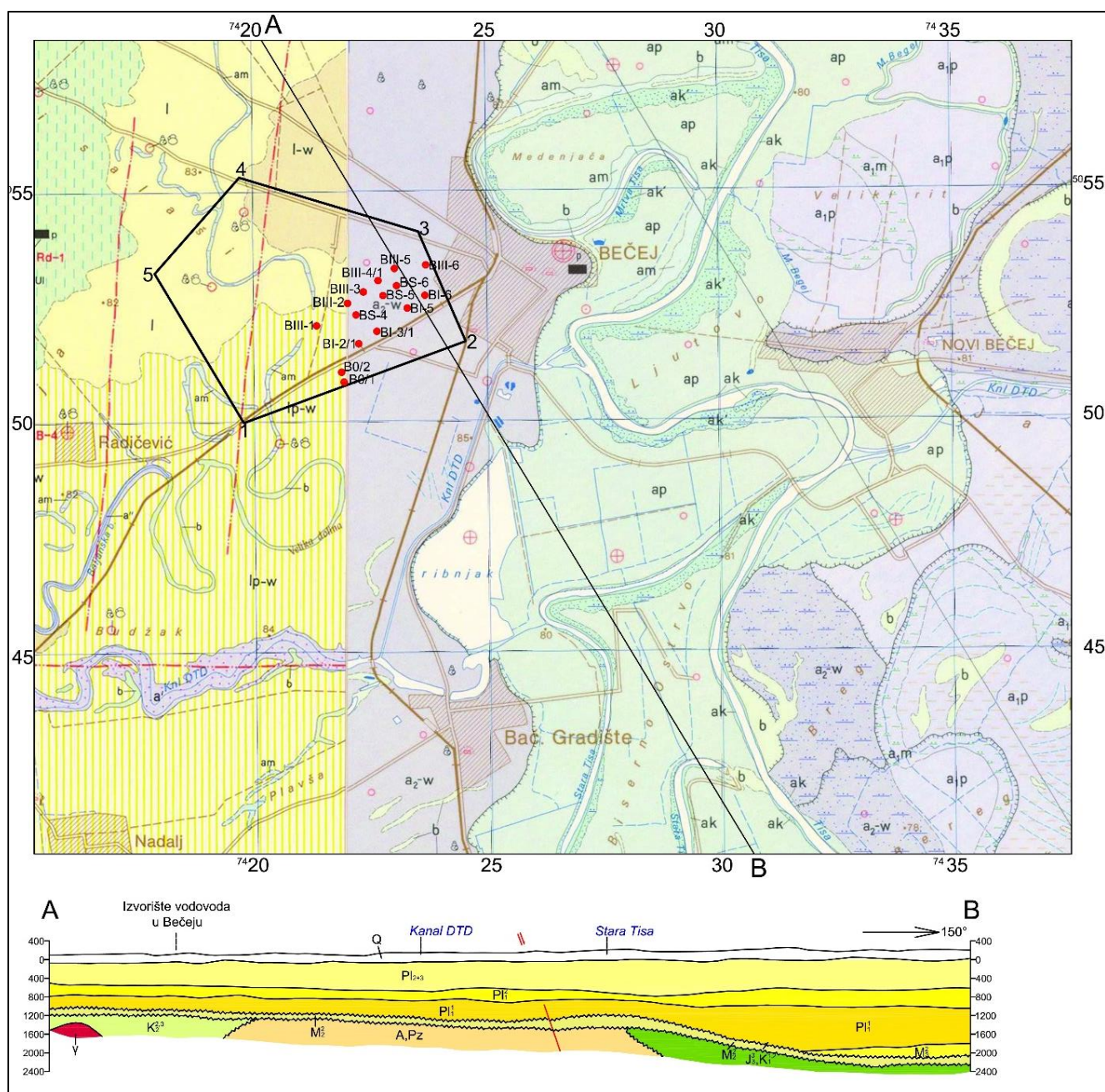
Sedimenti lesa su konstatovani istočno i severoistočno od grada Bečeja i nalaze se u zoni viših nivoa podzemnih voda. Sedimente lesa karakteriše slaba poroznost. Po sastavu je sličan barskom lesu od koga se dosta teško izdvaja.

Barski sedimenti (b)

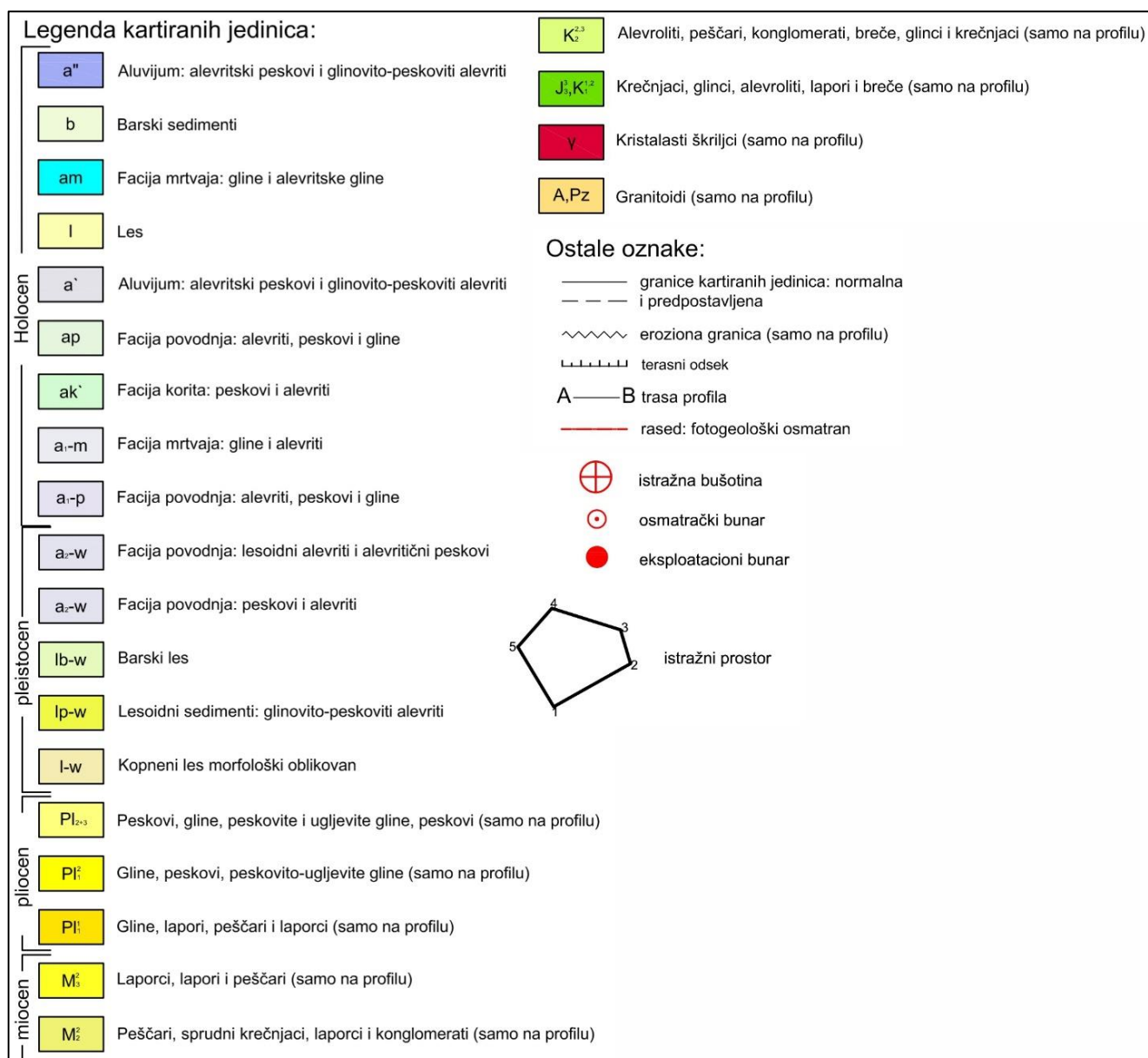
Barski sedimenti imaju malo rasprostranjenje i nalaze se na manjim površinama u zoni Velikog kanala kao i na kontaktu kopnenog lesa i lesoidnih sedimenata. Po sastavu to su glinovito-muljeviti sedimenti sa dosta organske frakcije.

Aluvijum: alevritski peskovi i glinovito-peskoviti alevriti (a'')

Aluvijum je izgrađen od alevritskih peskova i glinovito-peskovitih alevrita sličnog granulometrijskog i mineraloškog sastava sa sedimentima lesa. Mlađi aluvijalni sedimenti nalaze se u pritokama Velikog kanala koje dreniraju površinu srednjebačkog lesnog platoa.



Slika 3.3. Geološka karta (sa geološkim profilom) šireg područja istraživanja, prema OGK 1:100 000 (Malešević, 1984; Terzin 1994; preuzeto: Milosavljević & Jankanj 2008)



Slika 3.3 (nastavak). Geološka karta (sa geološkim profilom) šireg područja istraživanja, prema OGK 1:100 000 (Malešević, 1984; Terzin 1994; preuzeto: Milosavljević & Jankanj 2008)

3.1.3.2 Hidrogeološke karakteristike istraživanog područja

Na području grada Bečaja prvi bunar je izveden 1893. godine (podaci Kukina 1965). Prva veća hidrogeološka istraživanja na prostoru Bačke su vezana za period pre prvog svetskog rata i vršena su za potrebe obezbeđivanja podzemnih voda za piće izradom bunara. Nažalost iz tog perioda nije sačuvano mnogo podataka. Pedesetih godina počinju istraživanja i bušenja za potrebe snabdevanja podzemnom vodom kako pijaćom, tako i za potrebe industrije i poljoprivrede. Bušenjem dubokih bušotina za naftu i gas 1949. godine došlo se do značajnih saznanja. Osnovna hidrogeološka istraživanja su rađena za potrebe izrade OHGK 1956. godine.

D. Nikolić, D. Marinović i B. Kosanović (1967) su na osnovu podataka dubokih bušotina i bunara izdvojili dva hidrogeološka kompleksa, prvi do dubine oko 350 m i drugi do dubine od oko 700 m i po njihovim bazama izradili strukturne karte.

Intenzivnija istraživanja kreću od 1975. godine, na ovom području, izradom velikog broja bunara za potrebe vodosnabdevanja naselja i industrijskih objekata. Na osnovu ovih istražnih radova došlo se do podataka o rasprostanjenju i dubini zaleganja izdani.

M. Vasiljević (1998) je u svojoj doktorskoj disertaciji prikazao istraživanja vezana za mogućnosti korišćenja izdanskih voda, dubine zaleganja hidrogeoloških kolektora i njihove hidrodinamičke karakteristike i izvršio rejonizaciju prostora u pogledu kvaliteta podzemnih voda.

U širokoj okolini Bečeja, Novog Bečeja, Bačkog Petrovog Sela, Velikog Gradišta, Bačkog Gradišta, sela Radičević, Bačkog Petrovog Sela, urađen je veliki broj istražnih bušotina i istražno-eksploatacionih bunara. Svi ovi bunari kaptiraju arteske izdani do dubine od 140 m.

Kao što je i prikazano na slici 3.5 na području izvorišta "Vodokanal" Bečej formirani su sledeći tipovi izdani:

- 1. Zbijeni tip izdani sa slobodnim nivoom,**
- 2. Zbijeni tip izdani pod pritiskom, i**
- 3. Uslovno "bezvodni" delovi terena.**

1. Zbijeni tip izdani sa slobodnim nivoom

Zbijeni tip izdani sa slobodnim nivoom ima veliko horizontalno rasprostranjenje i formiran je u peskovitim sedimentima. Sedimenti koji izgrađuju izdan sa slobodnim nivoom su u litološkom pogledu izrazito heterogeni sa vertikalnim i horizontalnim smenjivanjem lesolikih, peskovitih i glinovitih komponenta, skromnih su filtracionih karakteristika reda veličine od 10^{-4} m/s do 10^{-5} m/s.

Povlatu izdani sa slobodnim nivoom čini pokrivač od lesa i lesoidnih sedimenata tako da je veza sa površinom terena ostvarena. Prihranjivanje izdani sa slobodnim nivoom se vrši na račun padavina i hidrauličke veze reke Tise sa izdani. S obzirom da je povlata male debljine i skromnih filtracionih karakteristika prihranjivanje izdani je iz tih razloga otežano. Podinu izdani čine peskovite i čiste gline. Nivo vode u izdani je slobodan, ali postoje delovi terena gde je nivo povremeno pod pritiskom. Kolebanje nivoa podzemnih voda u toku godine je u rasponu od 0,5 m do 3 m od površine terena što je posledica količine atmosferskih padavina i promene vodostaja reke Tise u toku godine.

Dreniranje izdani se vrši preko bunara, nekadašnjih manjih rečnih tokova, reke Tise i razgranate kanalske mreže i pretakanjem u dublje vodonosne horizonte (Milosavljević & Jankan 2008, Polomčić et al. 2011).

2. Zbijeni tip izdani sa nivoom pod pritiskom

Posmatrano od površine terena na širem području grada Bečeja, u sedimentima neogene i kvartarne starosti, uočava se više od 10 peskovitih horizonata u kojima postoje povoljni uslovi za formiranje izdani pod pritiskom. Ove vodonosne sredine su različite po dubini zaleganja, kvalitetu podzemne vode i drugim hidrogeološkim parametrima.

Termomineralne vode akumulirane su u sedimentima gornjeg ponta, u naslagama peskova i slabovezanih peščara, koji su debljine od 15 do 20 m. Podinu i povlatu u peskovima i slabovezanim peščarima čine gline velike debljine.

Vodonosne slojeve dobrih filtracionih karakteristika predstavljaju glinovito peskoviti sedimenti koji se nalaze u okviru paludinskih slojeva koji su stvarani u uslovima sedimentacije plitkovodno-jezerskog slatkovodnog tipa. Njihova debljina je u rasponu od 10 m do 20 m.

Podzemne vode koje se nalaze u vodonosnim slojevima na dubinama ispod 400 m sadrže povećan stepen mineralizacije i povišenu temperaturu. Fizičko-hemijske karakteristike ovih podzemnih voda ne odgovaraju kvalitetu vode za piće (Polomčić et al. 2011).

Karotažnim merenjima i istražnim bušenjima utvrđena su 2 vodonosna horizonta na dubinama između 170 m i 240 m.

Na području izvorišta "Vodokanal" formirana je složena subartenska izdan u okviru tri vodonosna sloja na dubini od 60 m do 130 m. Slojevi su hidraulički povezani i izgrađuju jednu izdan (slika 3.5). Iz ovih peskova se eksploatiše podzemna voda za vodosnabdevanje grada Bečeja i svi bunari na izvorištu kaptiraju ovu subartensku izdan.

Vodonosni slojevi, posmatrano od površine terena, nalaze se na sledećim dubinama:

- **Prvi vodonosni sloj** prostorno leži na dubinama od 60 m do 78 m, a debljina mu se kreće od 10 m do 15 m,
- **Drugi vodonosni sloj** leži na dubinama od 83 do 106 m, a debljina mu se kreće od 11 do 13 m,
- **Treći vodonosni sloj** leži na dubinama od 101 do 130 m, a debljina mu se kreće od 13 m do 18 m.

Gore navedeni vodonosni slojevi su kvartarne starosti i predstavljeni su sitnozrnim do srednjezrnim peskovima, sa šljunkovitom komponentom. Peskove karakteriše prisustvo pelitske komponente, što izaziva velike problem prilikom eksploatacije podzemnih voda. Vodonosni slojevi međusobno su razdvojeni paketima gline i peskovite gline debljine od 5 m do 20 m, ali ova izolacija nije potpuna i omogućava delimičnu hidrodinamičku vezu. Prema severoistoku prvi i drugi vodonosni horizonti se spajaju u jedan. Navedena tri vodonosna sloja predstavljaju jedan hidrogeološki kompleks stvaran u sličnom sedimentološkom rečno-jezerskom i rečno-barskom ambijentu u toku donjeg i srednjeg pleistocena. Složeni uslovi sedimentacije i složen litološki sastav ovih vodonosnih slojeva ima za posledicu često vertikalno i horizontalno smenjivanje litoloških članova, kao i promenljivu debljinu slojeva (Polomčić et al. 2011). Sve gore navedeno ukazuje na složenost uslova prihranjivanja i eksploatacije vodonosnih slojeva. Sva tri vodonosna sloja imaju regionalno rasprostranjenje i prostiru se izvan istražnog područja.

Povlatu prvog vodonosnog sloja izgrađuju lesoidi, peskovi, zaglinjeni peskovi i peskovite gline, a u podini trećeg sloja na dubini od oko 149 m do 155 m i od oko 161 m do 167 m registrovani su vodonosni slojevi (Polomčić et al. 2011).

Prihranjivanje se odvija na širem prostoru istraživanja, gde u povlati preovlađuju peskoviti sedimenti ili u zonama gde izdan komunicira direktno sa površinom terena ili rečnim tokovima s obzirom da izdan ima regionalno rasprostranjenje. Prihranjivanje se odvija u dužem

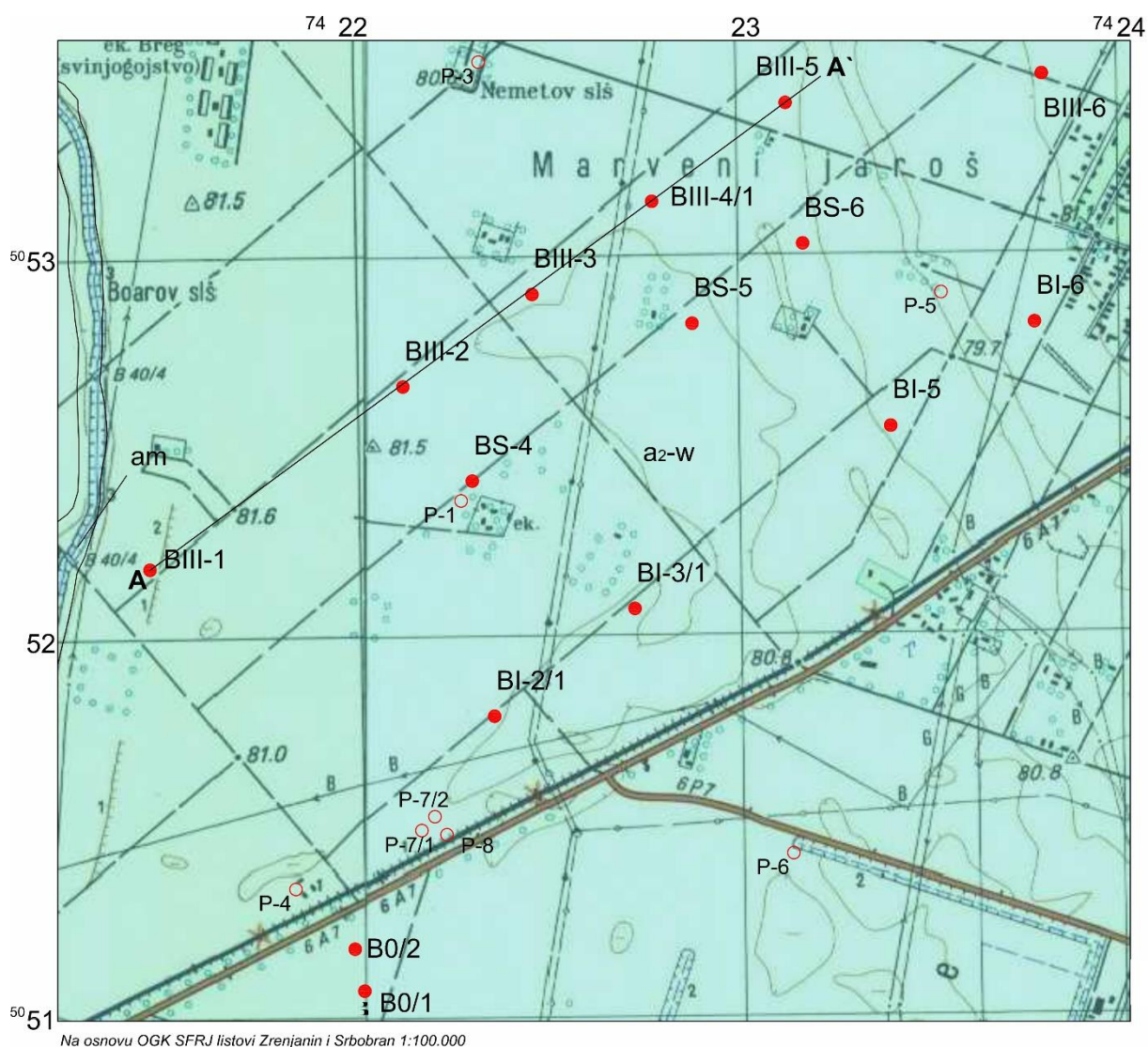
vremenskom periodu i na znatno širem prostoru od područja istraživanja, veoma je složeno i izvori prihranjivanja se nalaze daleko van područja vodonosnih slojeva, pa se može samo pretpostaviti kako se ovaj proces odvija na osnovu geoloških i hidrogeoloških karakteristika terena.

Dreniranje izdani vrši se sa oko 70 bunara: gradsko izвориšte u Bečeju, Novom Bečeju, Bačkom Petrovom Selu, Velikom Gradištu i drugim manjim naseljima, zatim fabrike „Sojaprotein“, „Linde gas“, PIK „Bečej“ i firme „Agroprodukt Šinković“ i dr.

Na slikama 3.4 i 3.5 prikazani su hidrogeološka karta i hidrogeološki profil užeg područja istraživanja izvorišta „Vodokanal“.

3. Uslovno bezvodni delovi terena

Uslovno bezvodni delovi terena javljaju se u profilu u okviru kompleksa kvartarnih sedimenata u vidu jasno definisanih slojeva izgrađenih od glina i peskovitih glina koje čine podinu ili povlatu vodonosnim slojevima. Glinovite stene su vodonepropusne i mogu se svrstati u uslovno bezvodne delove terena (Polomčić et al., 2011).



Legenda

Legenda kartiranih jedinica:

a ₂ -w	facija povodnja: peskovi i alevriti
am	facija mrtvaja: gline i alevritske gline

Legenda hidrogeoloških svojstva:

zbijeni tip izdani

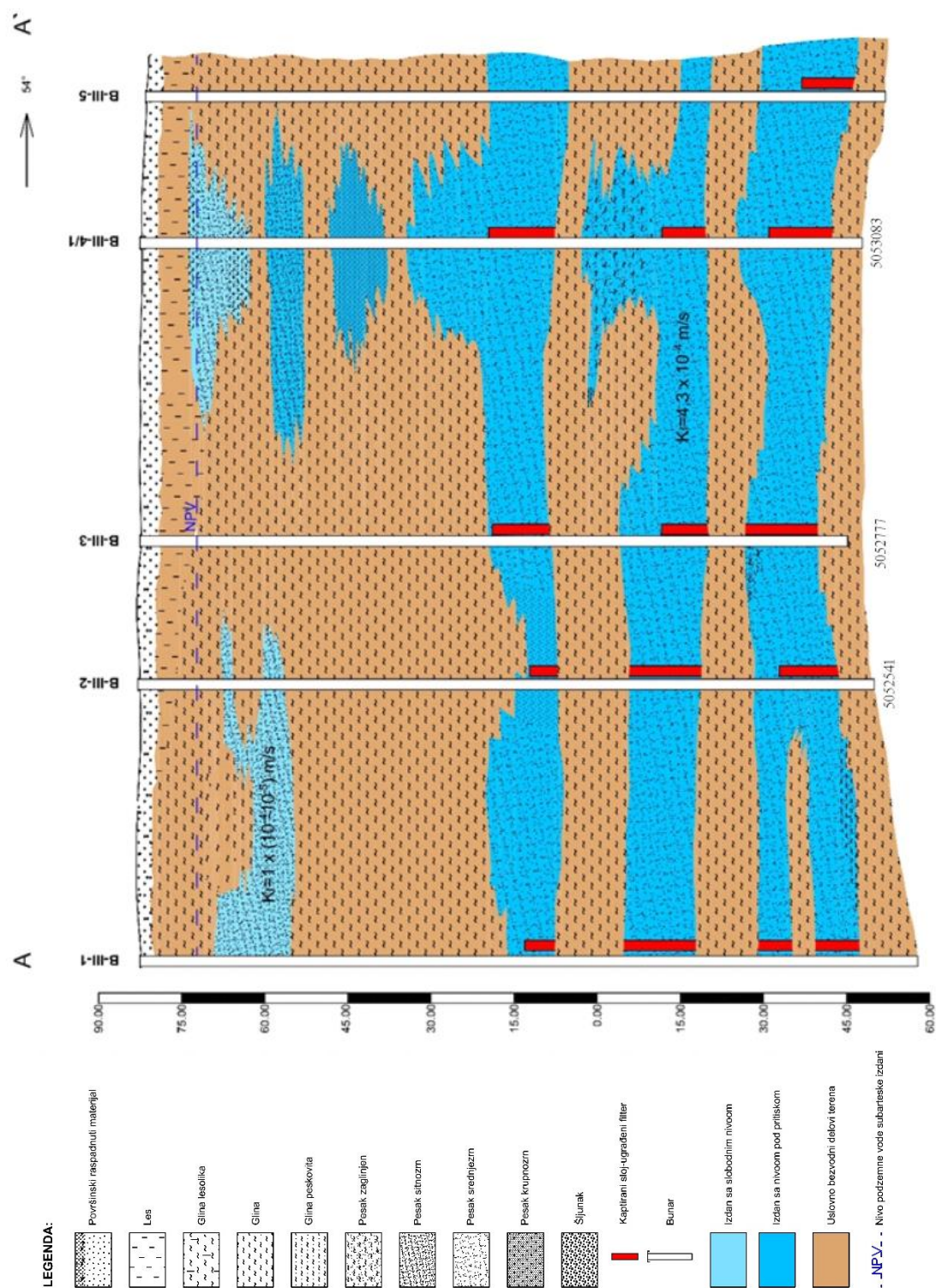
Legenda standardnih oznaka:

—	normalna granica kartiranih jedinica
●	eksploatacioni bunar
○	osmatrački objekat (pijezometar)

Legenda ostalih oznaka:

—	kanalni sistem
—	normalna železnica
—	automobilski put
A—A'	trasa profila

Slika 3.4. Hidrogeološka karta užeg područja istraživanja (preuzeto: Milosavljević & Jankani, 2008).



Slika 3.5. Hidrogeološki profil A-A' (preuzeto: Milosavljević & Jankanj, 2008)

3.1.4 Opšte karakteristike izvorišta „Vodokanal“

Snabdevanje stanovništva pijaćom vodom se na području opštine Bečej, u početku vršilo preko pojedinačnih kopanih i bušenih bunara. Povezivanjem ovih mikrovodnih zajednica šezdesetih i sedamdesetih godina prošlog veka formiran je prvi centralizovani sistem vodosnabdevanja ove opštine.

S obzirom na probleme koji su se javljali u okviru prvobitnog centralizovanog sistema vodosnabdevanja (održavanje, zaštita i proširenje sistema,) formirano je novo izvorište 1978. godine na Topolskom putu, na poljoprivrednim površinama. Izvorište se nalazi na 6 do 8 km zapadno od grada Bečeja, a eksploataciono polje zahvata 13 km². Snabdevanje industrije tehnološkom vodom se obavlja van izvorišta „Vodokanal“. Za potrebe industrije formirano je nekoliko vodozahvata: „Sojaprotein“, „Fadip“, „Živinarska farma“, „Petar Drapšin“, „Pivara“ i dr.

25 bunara i 9 pijezometara izrađeno je od 1980. godine. Podzemne vode koje se zahvataju za potrebe vodosnabdevanja grada Bečeja se nalaze na dubinama od 60 m do 130 m i u ovim sedimentima konstatovano je prisustvo pelitske komponente (Polomčić et al. 2014). Iz ovog razloga je jedan broj bunara likvidiran, a umesto njih su izrađeni novi eksploatacioni bunari. Zbog problema njihovog starenja, eksploatacioni vek bunara iznosi oko devet godina, pa se na njima vrše česte revitalizacije radi povećanja kapaciteta. Na ovaj način vek bunara se produžava za dve do pet godina.

Na osnovu raspoloživih podataka iz 2014. godine na izvorištu se nalazilo 14 aktivnih bunara: BO-1, BO-2, BI-2/1, BI-3/1, BI-5, BI-6, BIII-1, BIII-2, BIII-3, BIII-4/1, BIII-5, BIII-6, BS-5 i BS-6. Dva bunara su van funkcije (BO i BIII-4), a ostali bunari su likvidirani (slika 3.6).

Kao što je prikazano u tabeli 3.2 bunarima je kaptirano više vodonosnih slojeva.

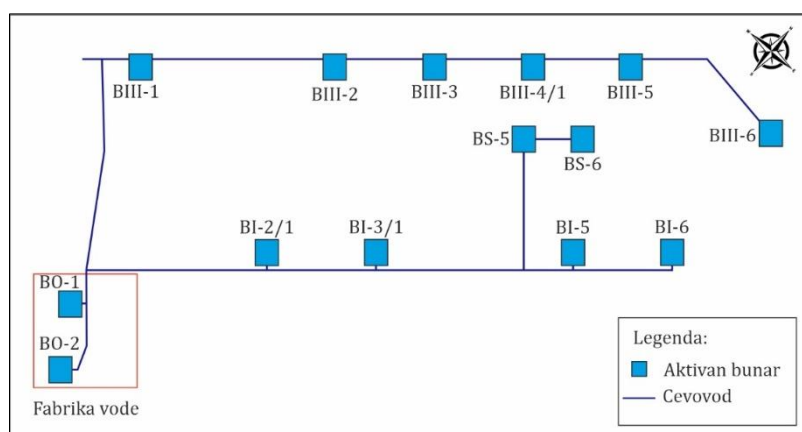
Tabela 3.2. Osnovni podaci o bunarima izvorišta „Vodokanal“ (Polomčić et al., 2014)

Oznaka bunara	Godina izrade	Dubina bunara (m)	Prečnik bušenja (mm)	Kaptirani intervali (m)	Kaptirani sloj (I,II,III)	Status bunara
BO	1991	100,0	800	67,5 – 73,5 91,0 – 97,0	I II	van funkcije
BO-1	1998	133,0	450	92,0-100,7 108,0-127,7	II III	aktivan 2006-2008
BO-2	2007	103,0	445	62,5-73,0 89,0-100,0	I II	aktivan 2007-2008
BI-1	1981	131,0	/	86,0 -98,0 108,0-117,0 120,0 -128,0	I II III	likvidiran
BI-1/a	1983	106,0	820	63,0 -73,0 90,0 -102,0	I II	likvidiran
BI-1/2	1996	146,0	/	86,1-97,4 108,2-116,3 120,1-127,4	II III III	likvidiran

Tabela 3.2 (nastavak). Osnovni podaci o bunarima izvorišta “Vodokanal” (Polomčić et al., 2014)

Oznaka bunara	Godina izrade	Dubina bunara (m)	Prečnik bušenja (mm)	Kaptirani intervali (m)	Kaptirani sloj (I,II,III)	Status bunara
BI-2	1982	/	/	80,14-102,24	II	likvidiran
BI-2/1	1998	125,5	450	83,0-102,5	II	aktivan 2007-2008
				110,8-120,4	III	
BI-3	1983	110,3	300	63,0-73,0	I	likvidiran
				92,0-102,35	II	
BI-3/1	2000	128,3	820	64,0-72,2	I	aktivan 2006-2008
				93,0-103,2	II	
				111,0-123,2	III	
BI-4	1987	113,4	/	64,0-72,0	I	likvidiran
				95,0-105,0	II	
BI/4-1	1995	134,0	820	96,0-104,0	II	van funkcije
				110,0-131,0	III	
BI-5	1995	134,0	450	95,0-106,0	II	aktivan 2006-2008
				110,0-131,0	III	
BI-6	1995	132,0	450	89,0-99,0	II	aktivan 2006-2008
				103,0-121,0	III	
BIII-1	1983	140,0	1000	68,5-74,5	I	aktivan 2006-2008
				87,5-99,5	II	
				112,5-116,5	III	
				122,5-128,5	III	
BIII-1/a	1983	131,0	1000	62,0-76,0	I	likvidiran
				88,0-100,0	II	
				112,0-116,0	III	
BIII-2	1984	135	800	69,7-73,7	I	aktivan 2006-2008
				88,6-100,6	II	
				114,9-124,9	III	
BIII-3	1984	129,1	800	63,0-73,0	I	aktivan 2006-2008
				95,5-101,0	II	
				109,0-121,0	III	
BIII-4	1992	129,0	820	112,0-124,0	III	van funkcije
BIII-4/1	2000	132,0	820	62,06-74,06	I	aktivan 2006-2008
				94,0-100,0	II	
				112,0-124,0	III	
BIII-5	1992	135,0	820	116,0-128,0	III	aktivan 2006-2008
BIII-6	1998	130,6	450	93,3-104,5	II	aktivan 2006-2008
				111,8-125,5	III	
BS-5	2002	136,0	820	62,2-72,2	I	aktivan 2006-2008
				95,0-103,0	II	
				108,0-122,0	III	
BS-6	2004	135,0	1020	65,0-77,0	I	aktivan 2006-2008
				92,0-97,0	II	
				111,0-128,0	III	

Rastojanje između prvog i drugog niza bunara je oko 500 m, a između drugog i trećeg je oko 350 m. Međusobno rastojanje između bunara u istom nizu iznosi od 100 m do 800 m (slika 3.6).



Slika 3.6. Prikaz bunara izvorišta „Vodokanal“ (modifikovano: Milosavljević & Jankanj 2008)

Na samom izvorištu bunari se međusobno razlikuju po metodi i prečniku bušenja, tipu filtera i načinu razrade.

Bušenje bunara je izvedeno direktnom (7 bunara sa prečnicima bušenja od 450 mm) i reversnom metodom (18 bunara sa prečnicima bušenja od 800 mm do 1020 mm) ispiranja nabušenog materijala. U bunare su ugrađivane čelične i kolone od PVC materijala prečnika 315 mm do 400 mm. U bunare su ugrađivani različiti tipovi filtera: Johnson, slotirani, mostičavi, rebrasti-skeletni i dr. sa prečnicima od 219 mm do 400 mm (Polomčić et al. 2014).

Merenje nivoa podzemnih voda na izvorištu „Vodokanal“ se vršilo u periodu istraživanja na osmatračkoj mreži koja se sastoji od 9 pijezometara: P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7/1, P7/2 i P8 (tabela 3.3).

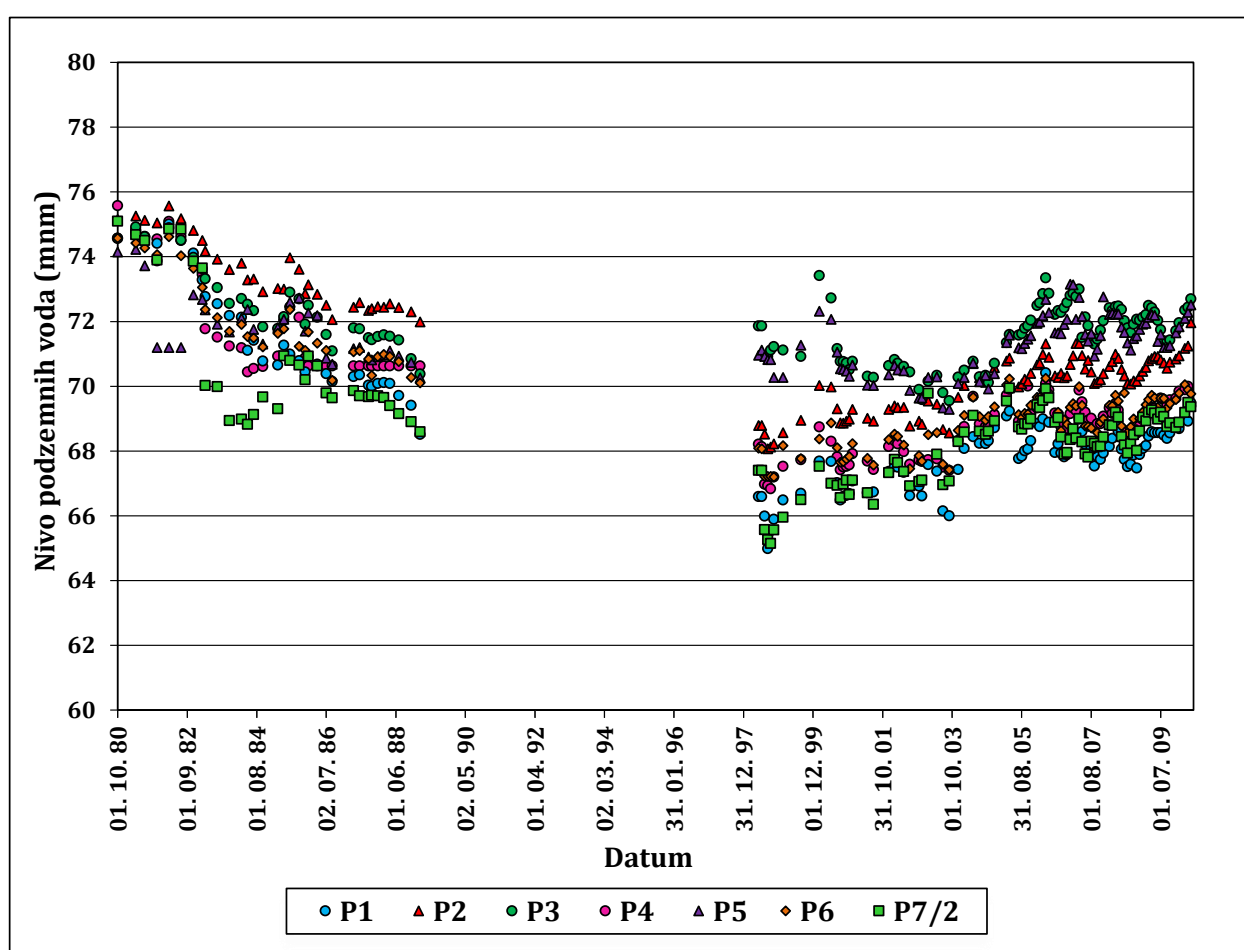
Tabela 3.3. Prikaz osnovnih karakteristika pijezometara na izvorištu „Vodokanal“ Bečej

Oznaka	x	y	z	Dubina	Kaptirani interval (m)	Kaptirani sloj
P1	5052377,71	7422284,86	80,7	128	114-126	III
P2	5054258,78	7 422 585,59	80,2	130	110-128	III
P3	5053526,86	7 422 329,83	80,4	130	62-76	I
P4	5051347,39	7421850,86	81,63	132	88-100	II
					112-118	III
					124-130	III
P5	5052930,08	7423517,9	80	104	84-102	II
P6	5051444,85	7423152,75	80,37	134	96-102	II
					120-132	III
P7/1	5051502,87	7422181,57	80,3	169	149-155	IV
					161-167	
P7/2	5051502,85	7422181,65	80,3	120,5	90-96	II
					114-120	III
P8	5051501,38	7422183,11	80,3	74	66-72	I

3.1.5 Analiza rezultata monitoringa u periodu od 1980. do 2010. godine na predmetnom izvoristu

Na izvoristu Bečejskog vodovoda formirana je i osmatračka mreža koju čini devet pijezometara dubine od 74 m do 169 m i na kojima se vršilo merenje nivoa podzemnih voda od 1980 godine. Na slici 3.7 prikazan period od 1980. godine do 2010. godine tj. period koji je korišćen za primenu razvijene metodologije i rekonstrukciju podataka istorijskog monitoringa izvorista "Vodokanal".

Uvidom u kapacitete bunara zaključeno je da su početni kapaciteti bunara bili veoma veliki (17-37 l/s), a da se tokom eksploatacije kapacitet naglo smanjivao zbog brzog starenja bunara. Iz ovog razloga vek bunara u proseku iznosi 8 do 9 godina. Ukupni kapacitet izvorista prikazan je u poglavlju 4.



Slika 3.7. Prikaz pijzometarskih nivoa podzemnih voda na 7 pijezometara na izvoristu JP „Vodokanal“ u periodu od 1980. do 2010. godine (Polomčić et al., 2011).

U svim pijezometrima registrovani su identični trendovi kolebanja pijezometarskog nivoa, koga karakterišu niži nivoi tokom letnjih i ranih jesenjih meseci, kao posledica većeg zahvatanja podzemnih voda.

Analizom registrovanih vrednosti pijezometarskog nivoa za svaki pijezometar zasebno, može se zaključiti da se sva tri vodonosna sloja nalaze u hidrauličkoj vezi. Na istražnom području

registrovano je spajanje prvog i drugog vodonosnog sloja u zoni izvoršta „Linde Gas“, a svakako da je hidraulička veza ova tri vodonosna sloja ostvarena i van istražnog područja (Polomčić et al. 2014).

3.1.6 Hidrodinamički model izvoršta „Vodokanal“

Hidrodinamički model za izvoršte „Vodokanal“ Bečej izrađen je za potrebe sagledavanja mogućnosti proširenja kapaciteta izvoršta maksimalno do 300 l/s (što bi se obezbedilo izradom novih bunara), za potrebe ocene uticaja proširenja na okolna izvoršta i utvrđivanje radijusa uticaja izvoršta (detaljnije u Elaboratu izrađenom od autora Milosavljevic & Polomčić 2010). U periodu od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine izvršena su osmatranja režima podzemnih voda i vođena je evidencija o radu izvoršta.

Izrada hidrodinamičkog modela za izvoršte „Vodokanal“ zasniva se na simulaciji trodimenzionalnog strujanja podzemnih voda.

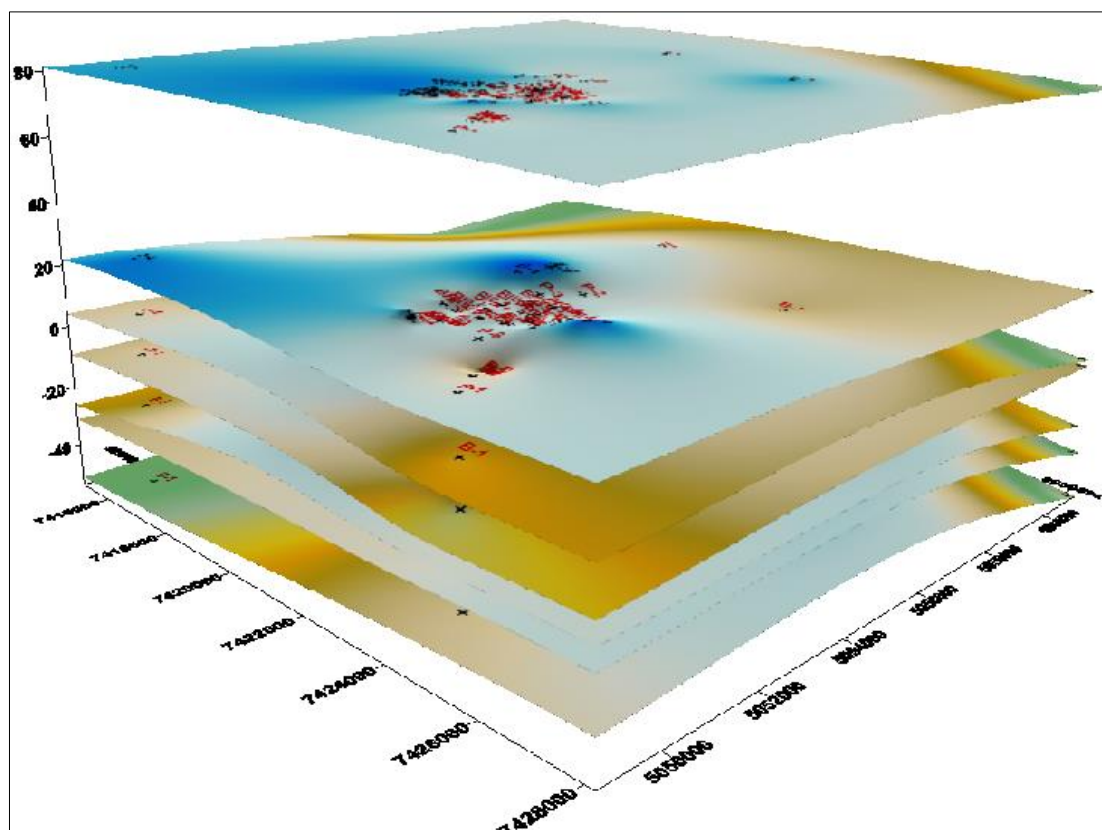
3.1.6.1 Geometrija i diskretizacija strujnog polja šireg područja izvoršta „Vodokanal“

Hidrodinamički model obuhvata šire područje izvoršta „Vodokanal“ i izrađen je kao višeslojeviti model, sa ukupno **13 slojeva**, posmatrano u vertikalnom profilu. Svaki od ovih slojeva odgovara određenom realnom sloju izdvojenom i šematizovanom na osnovu istraženosti terena i sprovedenih terenskih istražnih radova.

Za izradu modela poslužili su podaci o ranijim geološkim i hidrogeološkim istraživanjima izvedenim na širem prostoru izvoršta „Vodokanal“.

Na osnovu podataka kojima se raspolagalo u trenutku izrade hidrodinamičkog modela o litološkim stubovima dobijenih prilikom bušenja za izradu eksploatacionih bunara i pijezometara na širem području izvoršta na modelu je zadata realna geometrija kaptiranih vodonosnih slojeva u planu i u profilu.

Na slici 3.8. prikazane su karte izohipsi površine terena i povlata, odnosno podina vodonosnih slojeva.



Slika 3.8. 3D elevacioni model površine terena i povlata i podina vodonosnih slojeva (Polomčić et al. 2014)

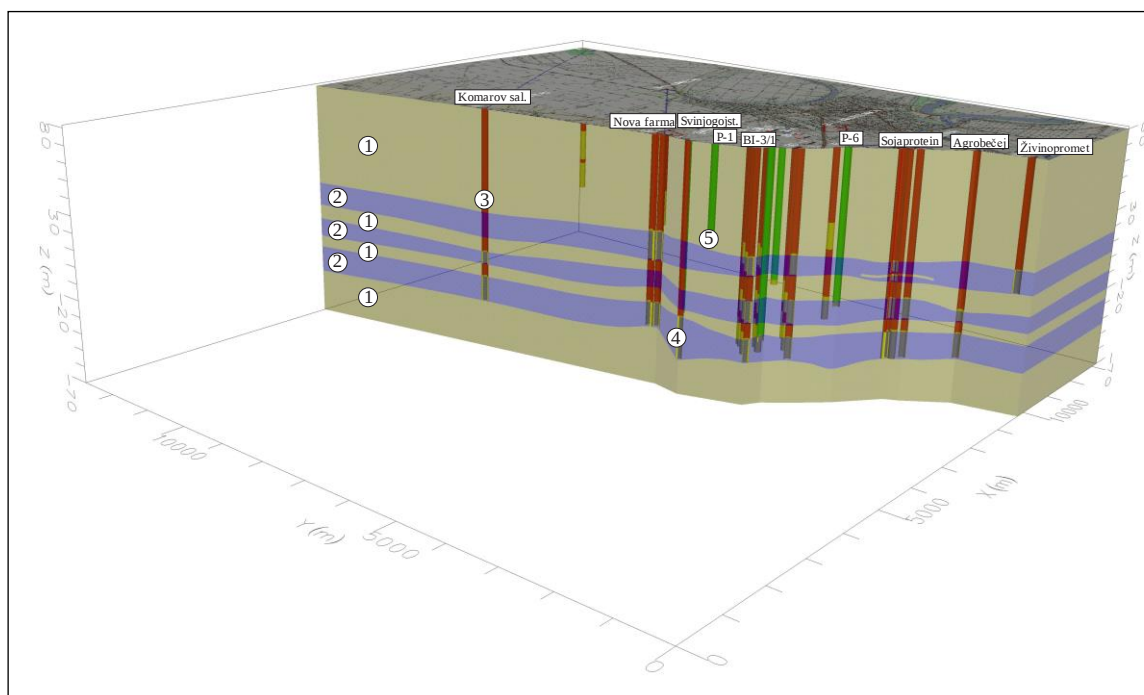
Primenom metode konačnih priraštaja broju šematizovanih slojeva odgovara broj njihovih matrica. Matrice svih slojeva su istih dimenzija u planu i obuhvataju celu površinu šematizovanog područja (Polomčić et al. 2014).

Kao što je predstavljeno u tabeli 3.4 šematizacija litoloških slojeva obuhvata tri vodonosna sloja koji su razdvojeni glinovitim sedimentima, a glinoviti proslojci se javljaju u okviru svakog vodonosnog sloja i ograničenog su rasprostranjenja.

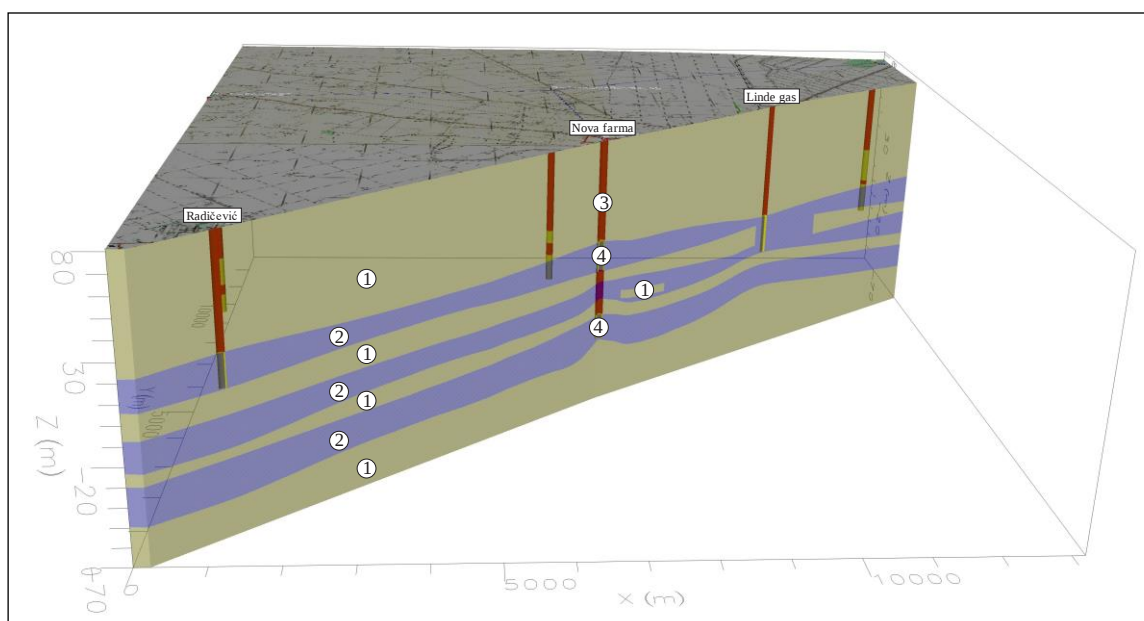
Tabela 3.4. Šematizovani litološki slojevi modela (Polomčić et al. 2011).

<i>Litološki članovi</i>	<i>Modelska sloj</i>	
kompleks glinovitih i peskovitih povlatnih sedimenata	1	glinoviti i peskoviti sedimenti
prvi vodonosni sloj sa proslojkom gline	2	povlatni deo prvog vodonosnog sloja
	3	proslojak gline koji bočno prelazi u peskove prvog vodonosnog sloja
	4	podinski deo prvog vodonosnog sloja
glinoviti sedimenti	5	glinoviti sedimenti
drugi vodonosni sloj sa proslojkom gline	6	povlatni deo drugog vodonosnog sloja
	7	proslojak gline koji bočno prelazi u peskove drugog vodonosnog sloja
	8	podinski deo drugog vodonosnog sloja
glinoviti sedimenti	9	glinoviti sedimenti
treći vodonosni sloj sa proslojkom gline	10	povlatni deo trećeg vodonosnog sloja
	11	proslojak gline koji bočno prelazi u peskove trećeg vodonosnog sloja
	12	podinski deo trećeg vodonosnog sloja
podinski glinoviti sedimenti	13	glinoviti sedimenti

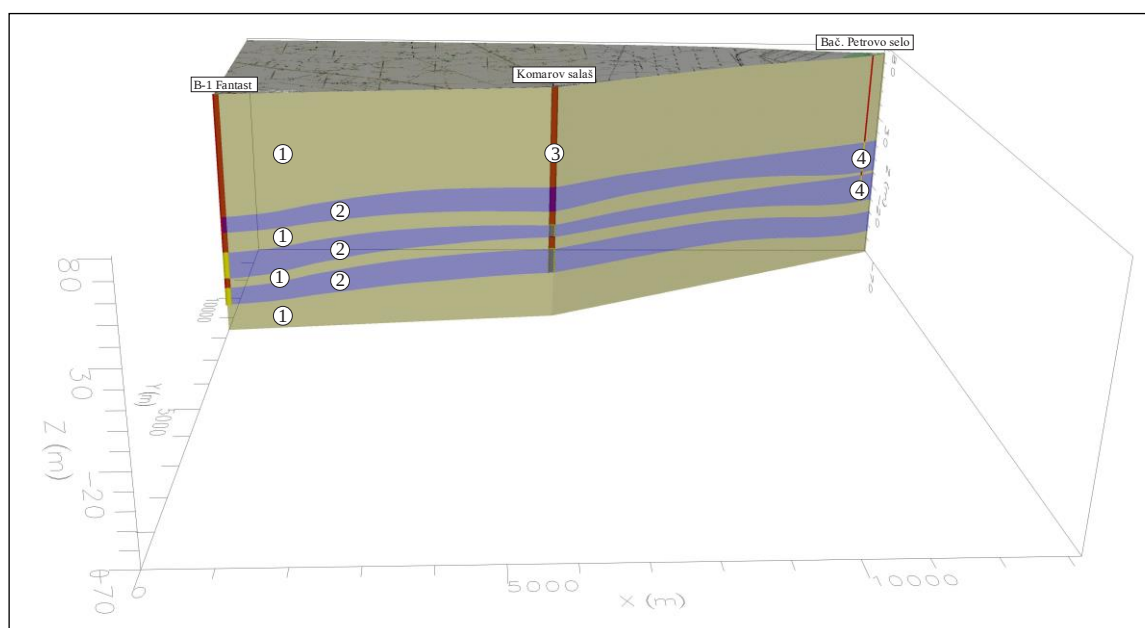
Na slikama 3.9-3.11 prikazan je trodimenzionalni hidrogeološki model u okviru šireg područja izvorišta „Vodokanal”.



Slika 3.9. 3D hidrogeološki profil modela izvorišta „Vodokanal”- presek I-I'
 Legenda: 1- slabijepropusni sloj, 2- vodonosni sloj, 3- bunarska konstrukcija, 4- filterska konstrukcija, 5- pijezometar (Polomčić et al. 2011)



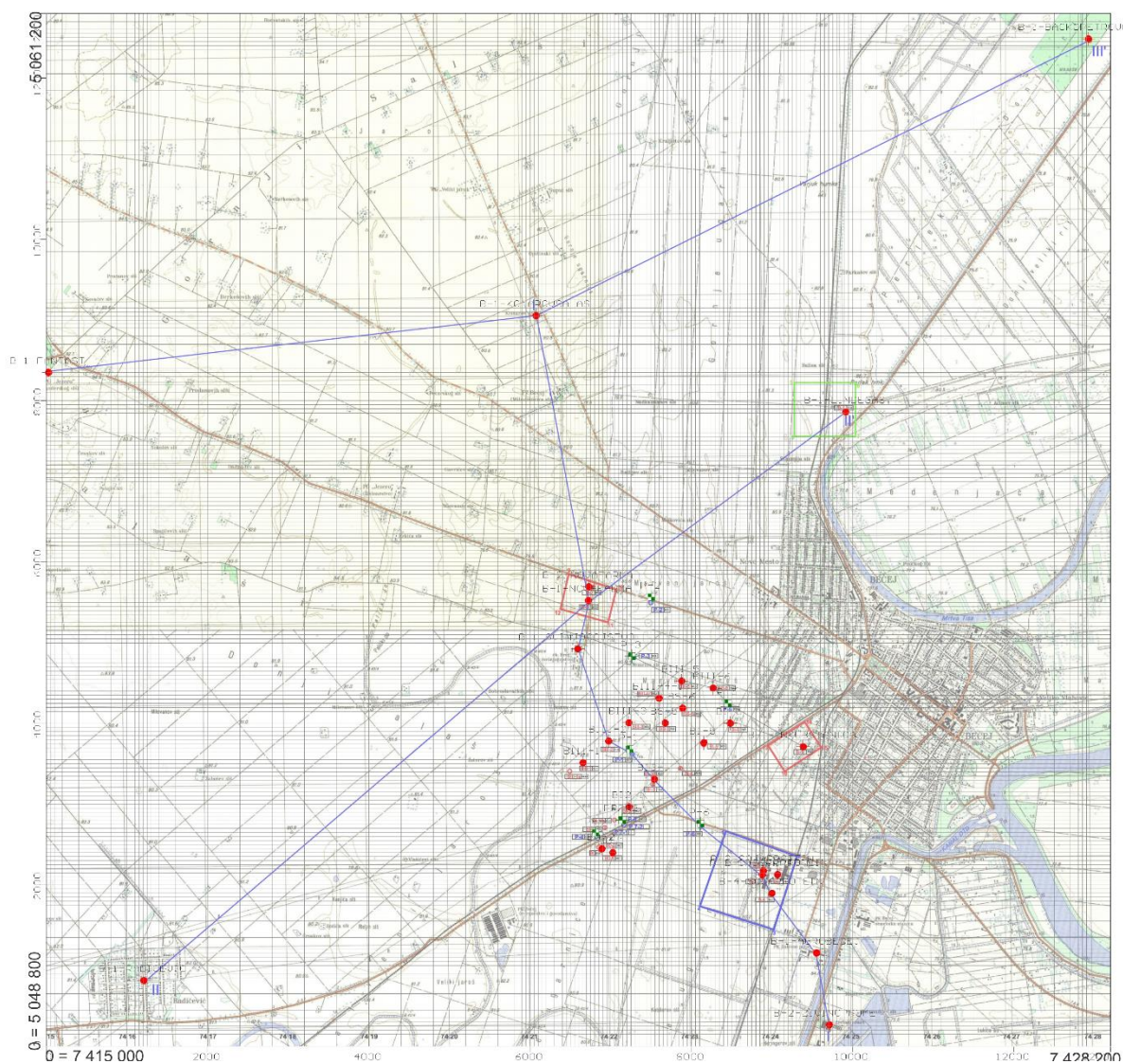
Slika 3.10. 3D hidrogeološki profil modela izvorišta „Vodokanal”- presek II-II'
 Legenda: 1- slabijepropusni sloj, 2- vodonosni sloj, 3- bunarska konstrukcija, 4- filterska konstrukcija (Polomčić et al. 2011)



Slika 3.11. 3D hidrogeološki profil modela izvorišta „Vodokanal” - presek III-III' Legenda: 1- slabijepropusni sloj, 2- vodonosni sloj, 3- bunarska konstrukcija, 4- filterska konstrukcija (Polomčić et al. 2011)

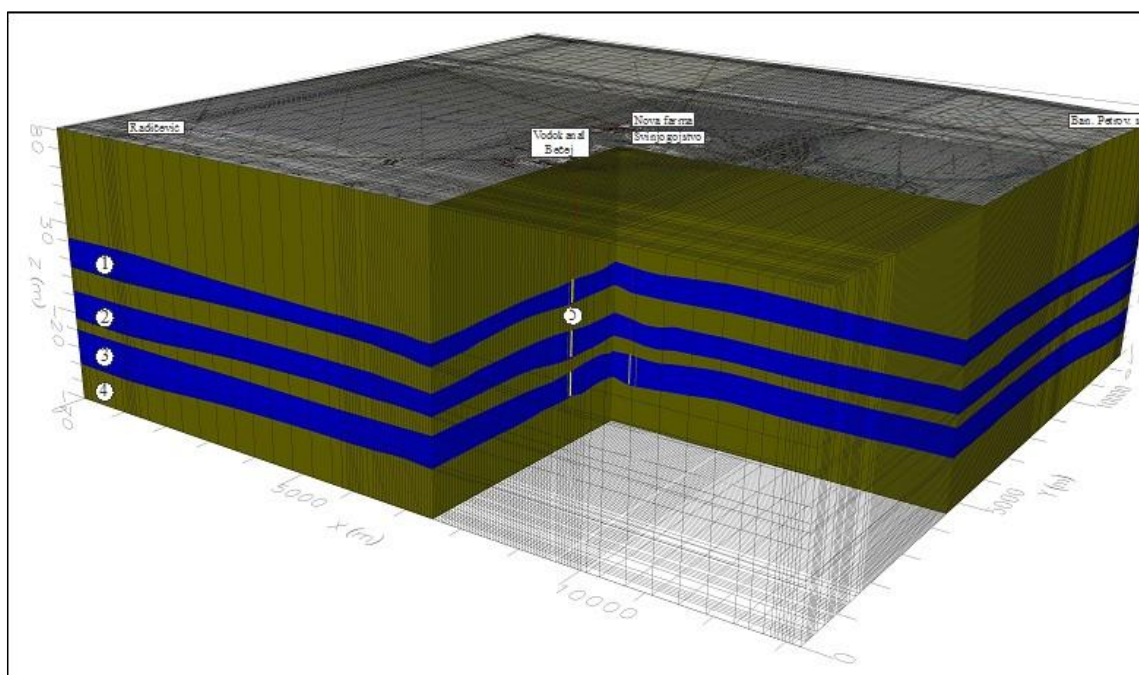
Osnovne dimenzije matrice, kojom je obuhvaćen izučavani teren su 12 800 m x 13 200 m, što obuhvata prostor od 168,96 km². Diskretizacija strujnog polja u planu je izvedena sa osnovnom veličinom ćelija 400 m x 400 m, koja je u zoni izvorišta pogošćena mrežom kvadrata dimenzija 25 m x 25 m (Polomčić et al. 2011).

Na slici 3.12 prikazano je područje obuhvaćeno hidrodinamičkim modelom i diskretizacija strujnog polja na širem području izvorišta „Vodokanal”.



Slika 3.12. Prikaz discretizacije šireg područja izvorišta “Vodokanal” (Polomčić et al. 2011)

Na slici 3.13 prikazan je rezultat šematizacije koja je izvršena u vertikalnom profilu.



Slika 3.13. Prikaz prostorne diskretizacije šireg područja izvorišta „Vodokanal” Bečej
 Legenda: 1- I vodonosni sloj, 2- II vodonosni sloj, 3- III vodonosni sloj, 4- slabije propusni sloj, 5- bunar (Polomčić et al. 2011)

3.1.6.2 Filtracione karakteristike porozne sredine

Filtracione karakteristike modelskih slojeva predstavljene su preko vrednosti koeficijenta filtracije i specifične izdašnosti izdani. Vrednosti ovih parametara su na modelu zadavane kao reprezentativne vrednosti u svakoj ćeliji diskretizacije.

Inicijalne vrednosti ovih parametara su zadavane na osnovu rezultata izvedenih testova crpenja na jednom broju eksploatacionih bunara izvorišta „Vodokanal” Bečej, „Soja protein” i „Linde gas”, a tokom procesa etaloniranja modela, ove vrednosti su menjane do dobijanja reprezentativnih. Vrednosti hidrogeoloških parametara glinovitih sedimenata nisu određivane ranijim istraživanjima i na modelu su zadavane prema hidrogeološkim svojstvima. U tabeli 3.5 su prikazane početne vrednosti koeficijenta filtracije koje su korišćene prilikom kalibracije modela.

Tabela 3.5. Početne vrednosti koeficijenta filtracije

Oznaka bunara	Kaptirani sloj	Koeficijent filtracije (m/s)
B0-1	II, III	1.90×10^{-4}
B0-2	I, II, III	1.21×10^{-4}
BI-2/1	II, III	1.46×10^{-4}
BI-3	I, II	5.00×10^{-4}
BI-3/1	I, II, III	1.21×10^{-4}

Tabela 3.5 (nastavak). Početne vrednosti koeficijenta filtracije

Oznaka bunara	Kaptirani sloj	Koeficijent filtracije (m/s)
BI-4	I, II	5.50×10^{-4}
BIII-1	I, II, III	1.75×10^{-4}
BIII-1/a	I, II, III	1.42×10^{-4}
BIII-2	I, II, III	2.93×10^{-4}
BIII-3	I, II, III	3.19×10^{-4}
BIII-4	III	8.50×10^{-4}
BIII-4/1	I, II, III	1.90×10^{-4}
BIII-5	III	9.70×10^{-4}
BIII-6	II, III	1.90×10^{-4}
BS-5	I, II, III	3.98×10^{-4}
BS-6	I, II, III	3.33×10^{-4}

3.1.6.3 Granični uslovi

U hidrodinamičkom modelu izvorišta „Vodokanal” Bečej, primenjeni su sledeći granični uslovi:

1. „Vertikalni bilans”, rezultatna (efektivna) infiltracija, kao rezultat razlike infiltracije od padavina i evapotranspiracije,
2. Granica opšteg pijezometarskog nivoa („General head boundary”),
3. Granični uslov sa zadatim proticajem- ćelija mreže diskretizacije („unutrašnja kontura”).

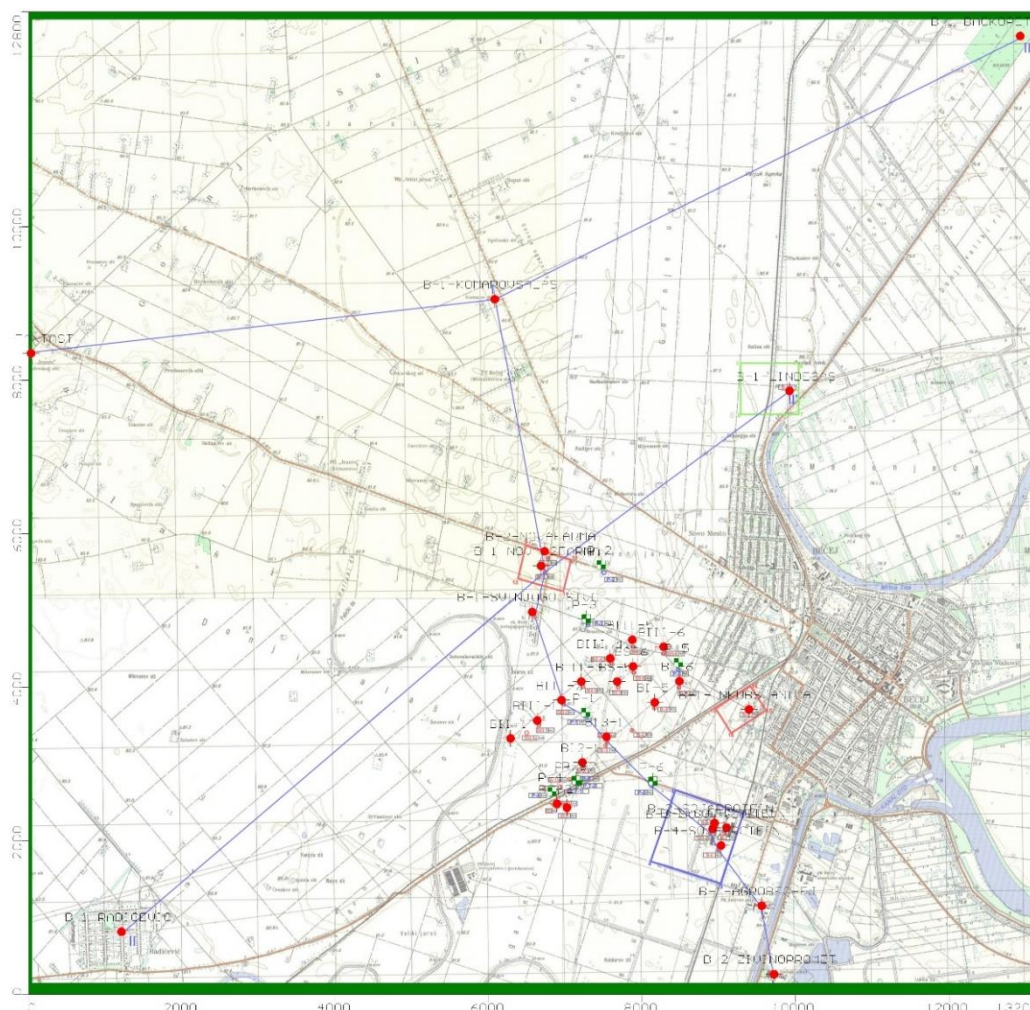
1. Efektivna infiltracija

Kao inicijalna vrednost efektivne infiltracije uzeta je vrednost od 10% padavina, i ovaj granični uslov je zadat samo u prvom sloju modela.

2. Granica opšteg pijezometarskog nivoa („General head boundary”)

Na širem području izvorišta „Vodokanal” se nalazi više vodonosnih slojeva, a izvori prihranjivanja su daleko van istražnog područja. Njihov uticaj je na hidrodinamičkom modelu zadan preko graničnog uslova opšteg pijezometarskog nivoa, za svaki vodonosni sloj. Za ovu namenu korišćeni su registrovani nivoi podzemnih voda na pijezometrima izvorišta za period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine (slika 3.7).

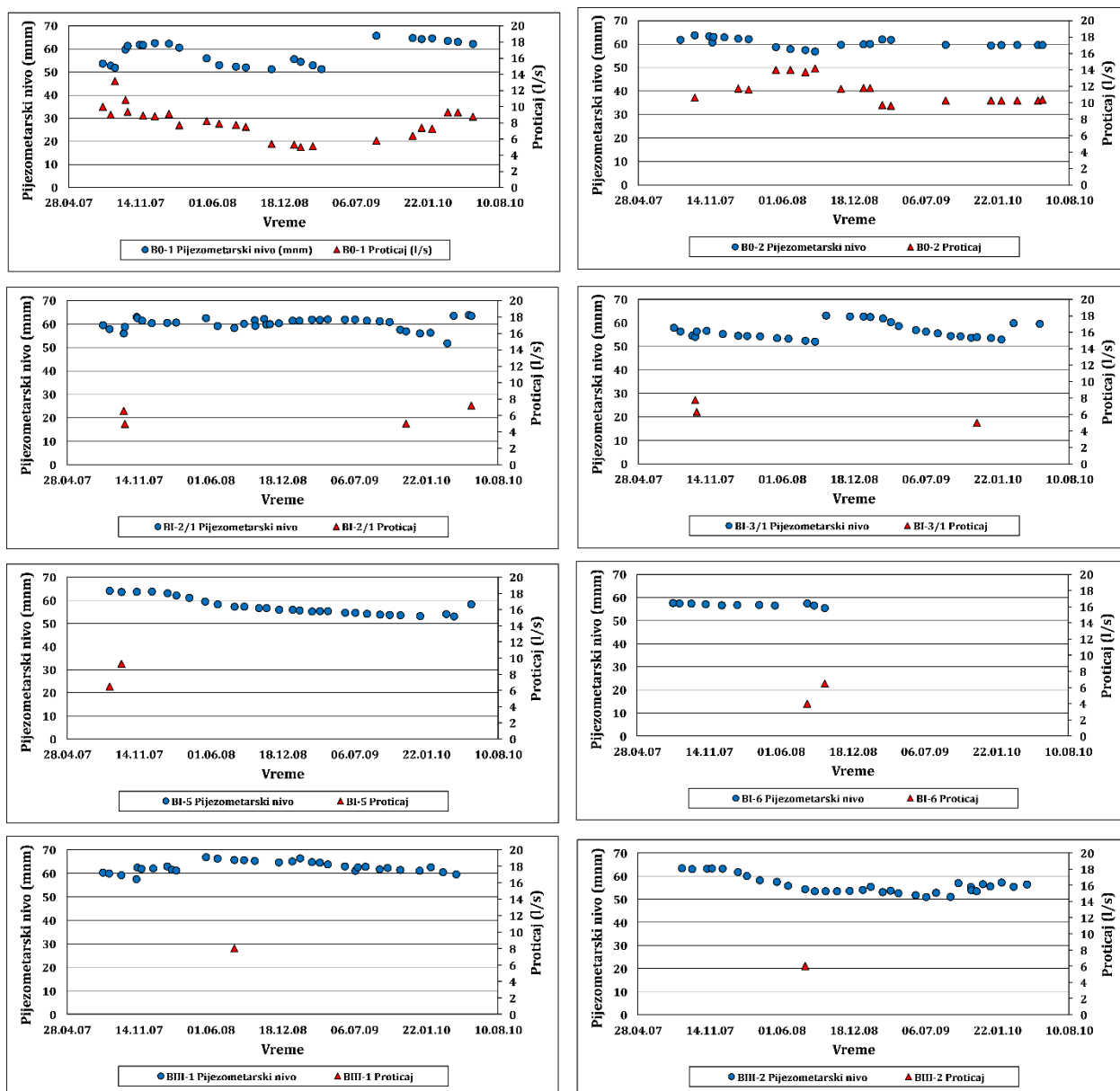
Na slici 3.14 prikazan je ovaj tip graničnog uslova, na primeru drugog vodonosnog sloja. Na isti način granica opšteg pijezometarskog nivoa zadana je u prvom i trećem vodonosnom sloju.



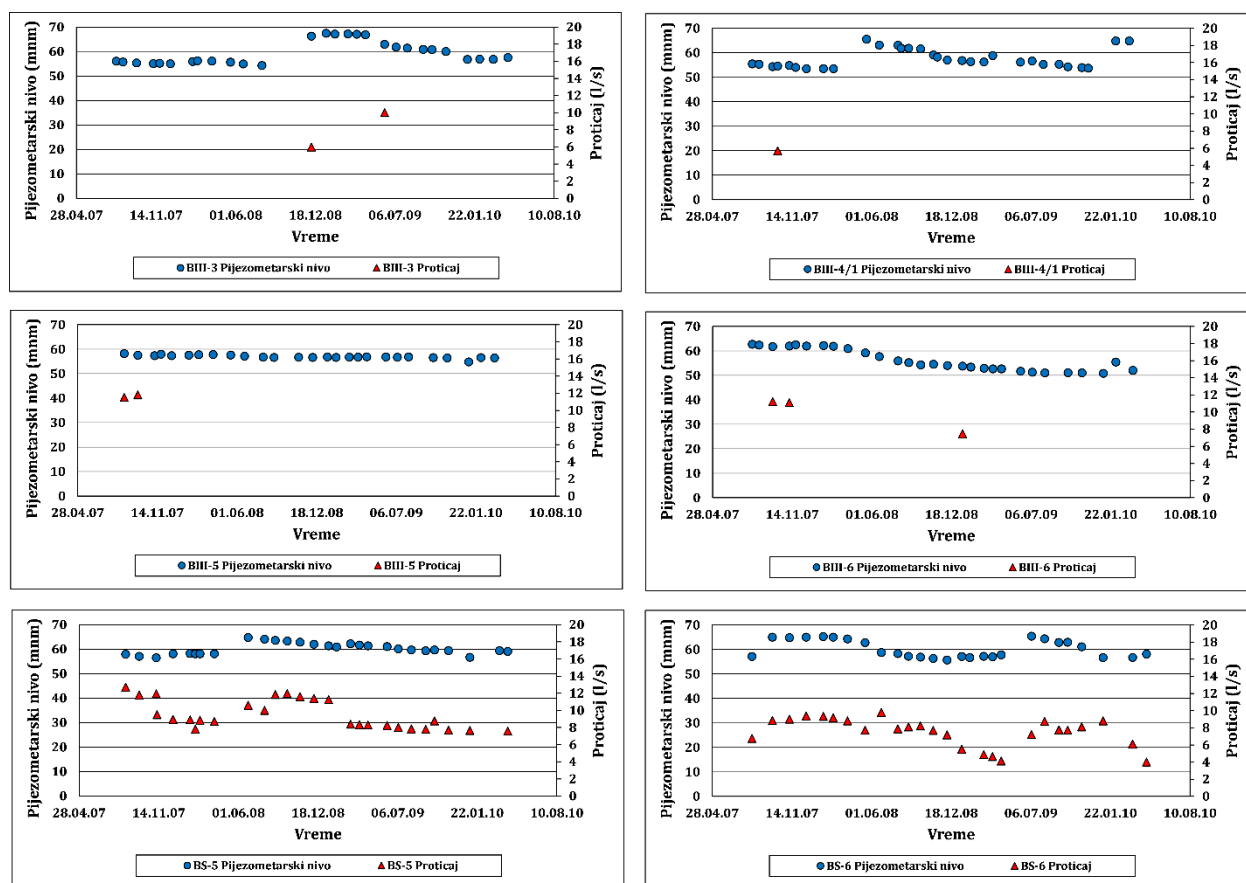
Slika 3.14. Granični uslov opšteg pijeziometarskog nivoa u drugom vodonosnom sloju (Polomčić et al. 2011)

3. Eksploatacioni bunari- ćelije sa zadatim proticajem (unutrašnja kontura)

Uticaj eksploatacionih bunara na izvoristu simuliran je preko graničnog uslova zadatog proticaja. Na izvoristu „Vodokanal” Bečej registrovane su vrednosti izdašnosti bunara i nivoi podzemnih voda u bunarima u periodu od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine (slika 3.15 i 3.16).



Slika 3.15. Hidrografi crpenja i nivogrami na bunarima: BO-1, BO-2, BI-2/1, BI-3/1, BI-5, BI-6, BIII-1, BIII-2 na izvorištu „Vodokanal” za period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014).



Slika 3.16. Hidrografi crpenja i nivogrami na bunarima: BIII-3, BIII-4/1, BIII-5, BIII-6, BS-5, BS-6 na izvorištu „Vodokanal” za period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014).

Filtarske konstrukcije bunara na izvorištu „Vodokanal” i ostalih izvorišta zadavani su prema njihovoj realnoj poziciji ugradnje, kao višesegmentni, u jednom, dva ili više vodonosnih slojeva.

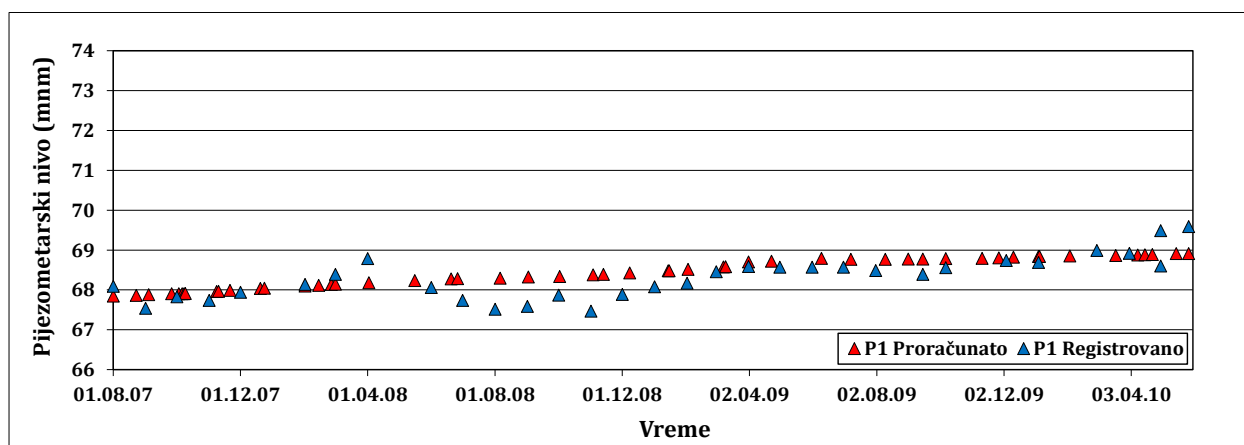
3.1.6.4 Etaloniranje modela za izvorište „Vodokanal” Bečej

Kalibracija modela je rađena u nestacionarnim uslovima strujanja. Za vremenski korak je zadan jedan dan za vremenski period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine.

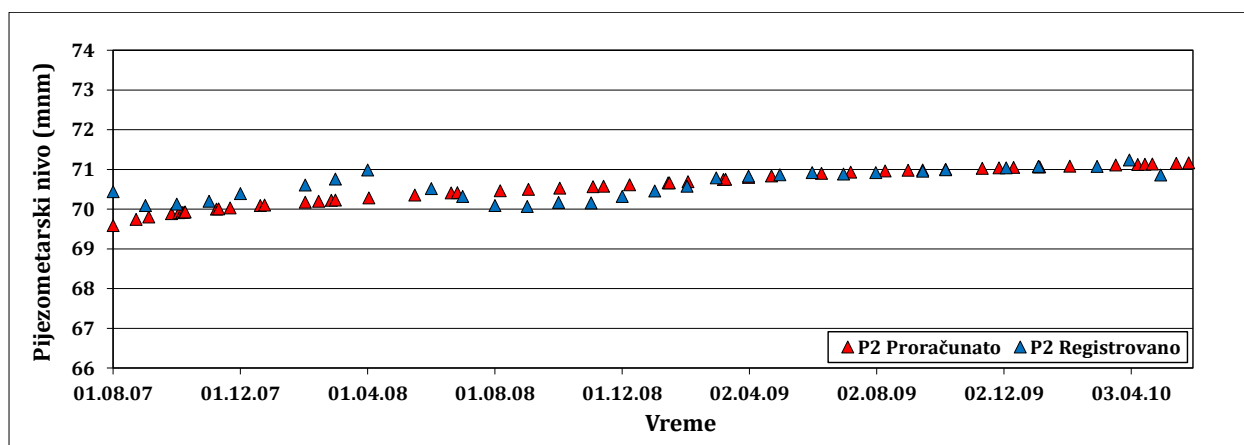
Strujanje podzemnih voda je na modelu računato i simulirano kao realno strujanje, pod pritiskom ili sa slobodnim nivoom, u svakoj ćeliji diskretizacije pojedinačno, pri čemu su uslovi strujanja tokom vremena na modelu menjani u skladu sa realnim uslovima.

Kalibracija modela je bila završena kada je dobijeno zadovoljavajuće poklapanje nivoa podzemnih voda merenih na terenu i onih dobijenih na hidrodinamičkom modelu.

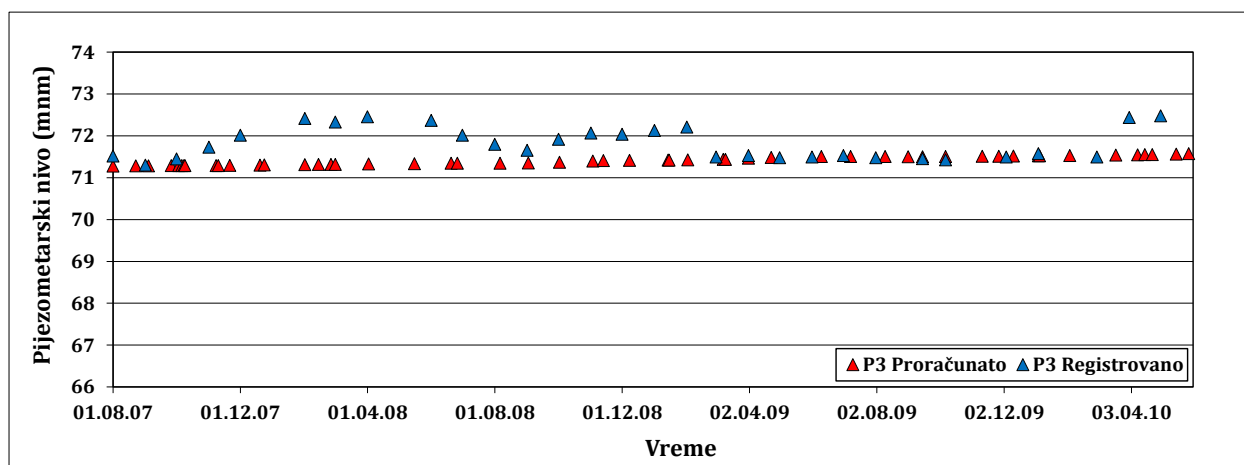
Na slikama 3.17-3.24 dati su nivoi podzemnih voda mereni na pijeziometrima i nivoi dobijeni na hidrodinamičkom modelu u procesu kalibracije.



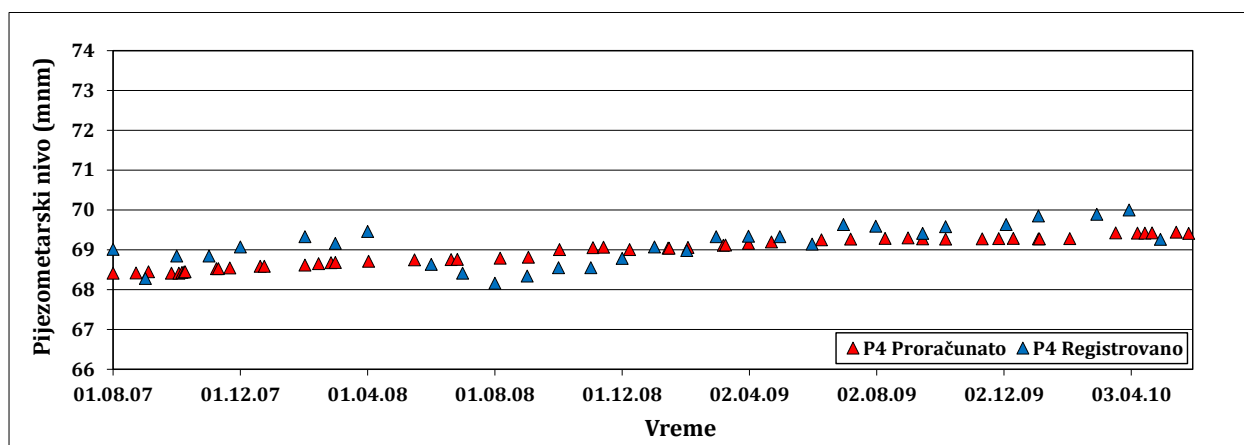
Slika 3.17. Nivogrami podzemnih voda u pijeziometru P1 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period 01.08.2007-28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014)



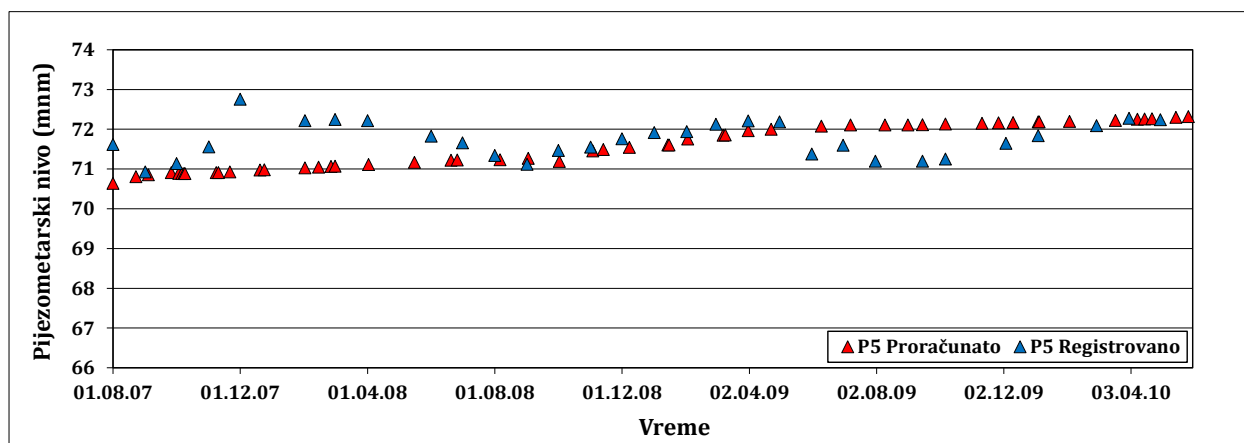
Slika 3.18. Nivogrami podzemnih voda u pijeziometru P2 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period 01.08.2007-28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014)



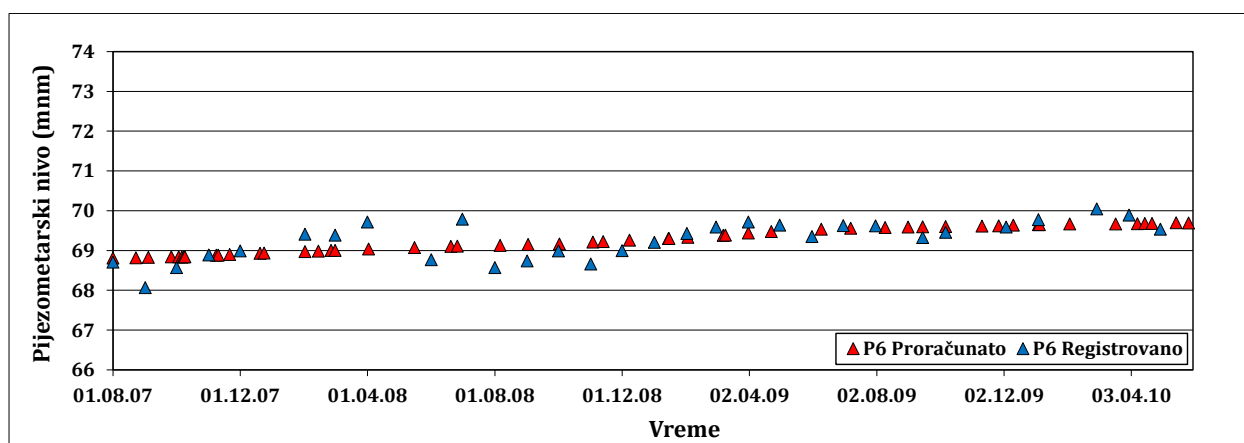
Slika 3.19. Nivogrami podzemnih voda u pijeziometru P3 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period 01.08.2007-28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014)



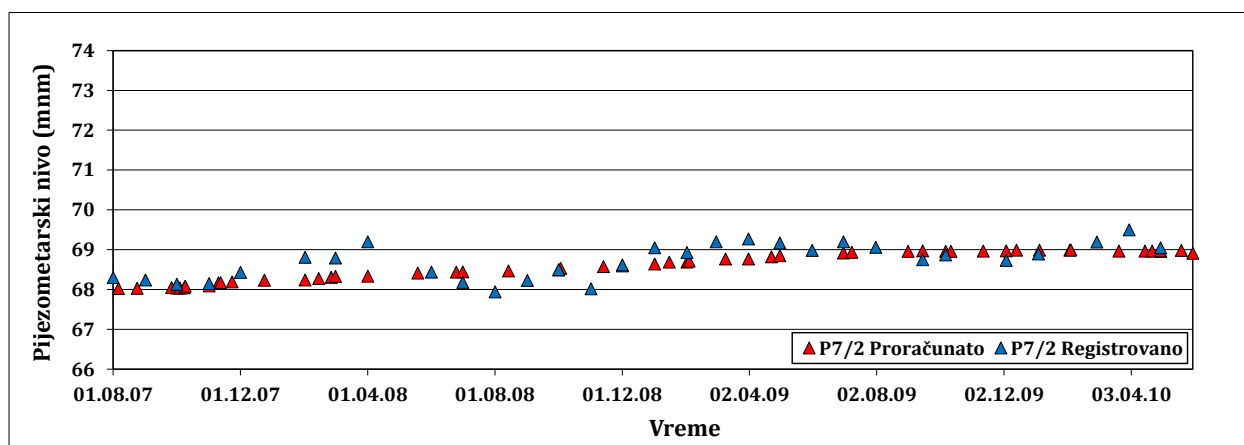
Slika 3.20. Nivogrami podzemnih voda u pijeziometru P4 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period 01.08.2007-28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014)



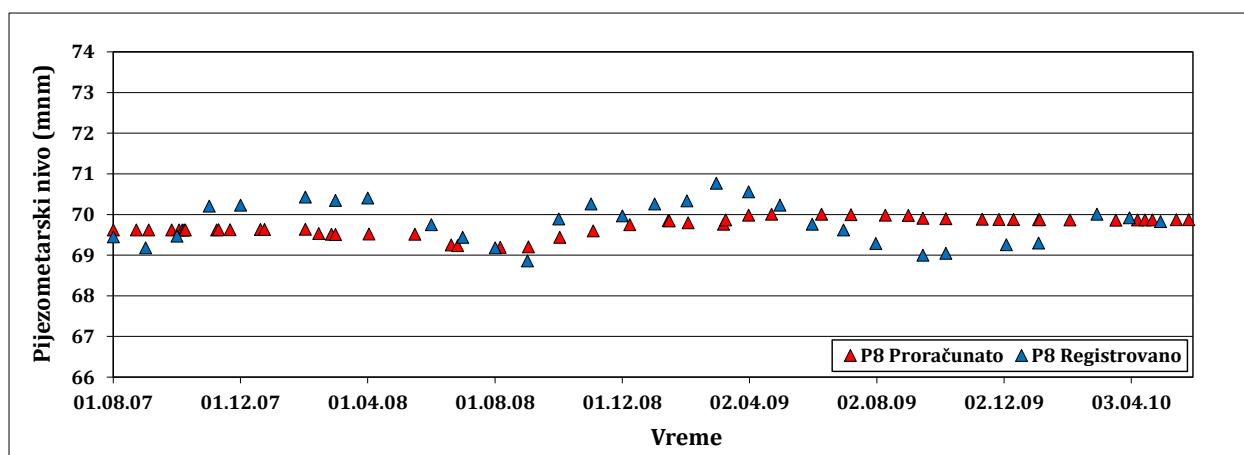
Slika 3.21. Nivogrami podzemnih voda u pijeziometru P5 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period 01.08.2007-28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014)



Slika 3.22. Nivogrami podzemnih voda u pijeziometru P6 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period 01.08.2007-28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014)



Slika 3.23. Nivogrami podzemnih voda u pijeziometru P-7/2 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period 01.08.2007-28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014)



Slika 3.24. Nivogrami podzemnih voda u pijeziometru P8 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period 01.08.2007-28.05.2010. godine (Polomčić et al. 2014)

Na slikama 3.17-3.24 mogu se приметiti određena odstupanja merenih i proračunatih vrednosti pijeziometrijskog nivoa iz razloga nepoznavanja pojedinačnih kapaciteta bunara u vremenskim periodima kada je osmatran nivo vode u pijeziometrima i nepoznavanja preraspodele proticaja po vodonosnim slojevima.

Analiza bilansa podzemnih voda, na području obuhvaćenom modelom, nije vršena usled udaljenih granica prihranjivanja kaptiranih vodonosnih slojeva i prevashodno, usled nedovoljnog broja kvalitetnih hidrodinamičkih podloga.

Kao što je već napomenuto hidrodinamički model je rađen u cilju hidrodinamičke analize mogućnosti proširenja izvorišta "Vodokanal" Bečej. Prikaz rezultata ove analize je detaljno prikazan u **Elaboratu** izrađenom od strane autora Milosavljević & Polomčić 2010. U najkraćim crtama planirano proširenje je predstavljeno na sledeći način:

- Proširenje izvorišta "Vodokanal" Bečej planirano je izradom novih bunara koji zahvataju vode iz svih vodonosnih slojeva i čiji pojedinačni kapaciteti bi iznosili po 10 l/s,

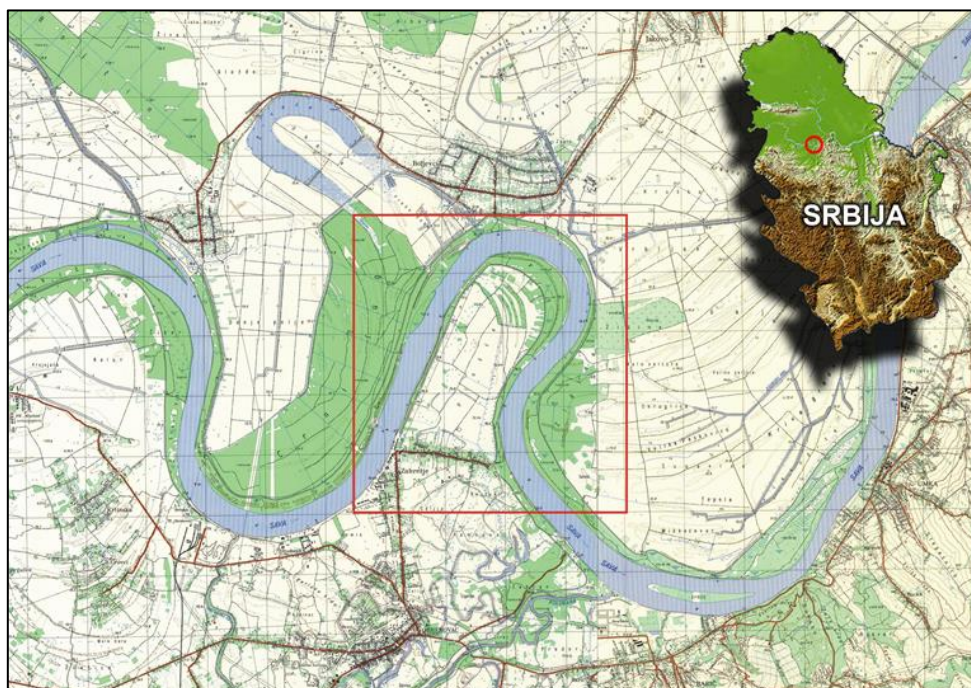
- analizirana su 4 varijantna rešenja sa ukupnim kapacitetom izvorišta od (150 l/s, 200 l/s, 250 l/s, 300 l/s),
- u svakoj varijanti proširenja izvorišta dodaje se po pet novih bunara,
- na osnovu izrade hidrodinamičkog modela date su preporuke u pogledu rastojanja bunara (400-500 m) i nizova bunara (650-700 m) za buduće proširenje izvorišta do maksimalnih 300 l/s treba planirati zahvatanje površine od oko 300-350 ha u pravcu zapada i severo-zapada,
- rađena je simulacija rada izvorišta različitim kapacitetima tokom 20 godina neprekidne eksploatacije.

Na osnovu urađene analize dokazano je da je na širem području izvorišta "Vodokanal" Bečej moguće zahvatati veće količine podzemnih voda nego što su danas u upotrebi.

3.2 Izvorište "Vić bare" u Zabrežju za vodosnabdevanje Obrenovca

3.2.1 Geografski položaj istražnog područja

Obrenovac predstavlja jednu od opština grada Beograda sa površinom od 411 km². Nalazi se na ušću reke Kolubare u reku Savu i 28 km je udaljen od grada Beograda. Predstavlja veliki industrijski centar u kome se nalazi termoelektrana "Nikola Tesla A". U aluvijonu reke Save formirano je izvorište "Vić bare" koje se koristi za vodosnabdevanje Obrenovca. Samo izvorište udaljeno je 4 km severno od Obrenovca u prigradskom naselju Zabrežje. Izvorište se nalazi u meandru reke Save, sa tri strane (zapadne, severne i istočne) je ograničeno rekam koja predstavlja granice istražnog područja i obuhvata površinu od oko 6 km² (slika 3.25). Reljef istražnog područja je ravničarski sa nadmorskom visinom od 72 m do 75 m.



Slika 3.25. Prikaz geografskog položaja šireg istražnog područja (Polomčić et al. 2013)

3.2.2 Klimatske, hidrografske i hidrološke karakteristike šireg područja istraživanja

Klima je značajan faktor režima voda uopšte, a samim tim i za režim podzemnih voda. Područje Obrenovca, u pogledu klimatskih karakteristika odlikuje se umereno-kontinentalnom klimom, sa hladnim zimama i toplim letima. Samo područje zbog otvorenosti prema severu i severozapadu se nalazi pod uticajem hladnih vazдушnih masa, koje preko severne i srednje Evrope, prodiru na jug.

3.2.2.1 Padavine

Za analizu padavina su korišćeni podaci Republičkog hidrometeorološkog zavoda Srbije (RHMZ) sa hidrometeorološke stanice Beograd, za period od 1961. do 2018. godine za kišomernu stanicu Obrenovac (77 mm) tako da se podaci mogu smatrati reprezentativnim. U Obrenovcu ne postoji klimatološka stanica.

U tabeli 3.6 prikazane su srednje mesečne i srednje godišnja suma padavina (mm) za meteorološku stanicu Beograd, za period od 1961. do 2018. godine.

Tabela 3.6. Prikaz srednje mesečnih i godišnje sume padavina (mm) sa hidrometeorološke stanice Beograd, za period od 1961 do 2018. godine (prema podacima RHMZ, Beograd)

Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Sred. god.
Psr (mm)	49	44	50	57	72	94	67	57	56	53	52	51	702

Padavine su u toku godine neravnomerno raspoređene. Iz tabele 3.6 se vidi da prosečne visine srednje mesečnih padavina za analizirani period iznose od 44 mm za mesec februar do 94 mm za mesec jun. Glavni maksimum se javlja krajem proleća i u prvoj polovini leta, a najmanje padavina se javlja zimi i početkom proleća, odnosno u periodu januar-mart. Prosečna godišnja suma padavina za analizirani period iznosi 702 mm.

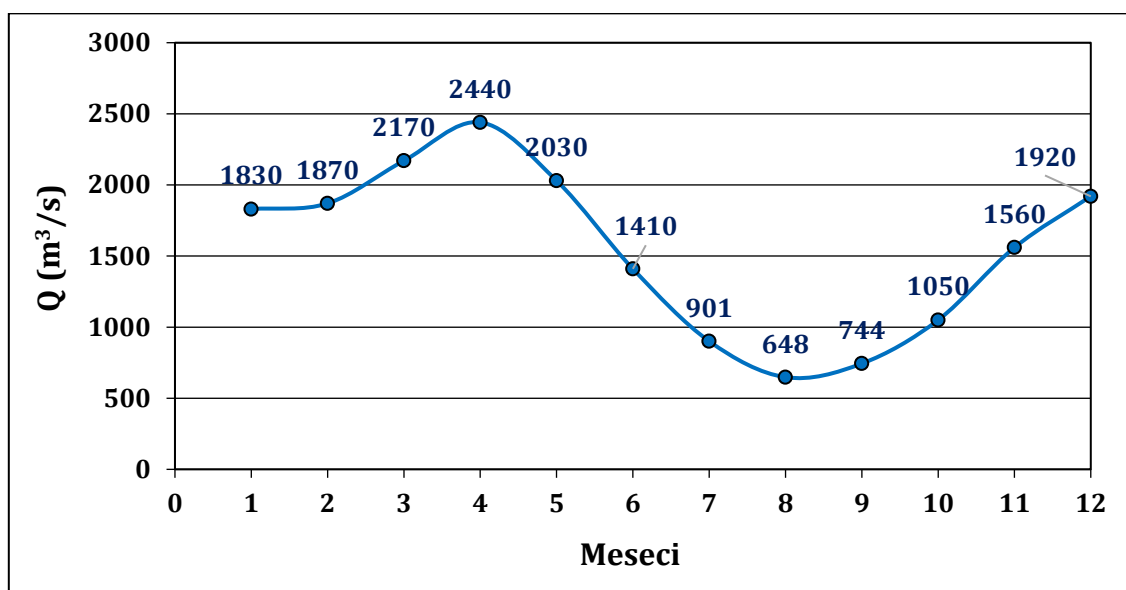
3.2.2.2 Hidrografske karakteristike terena

Reka Sava sa svojim pritokama čini glavnu hidrografsku mrežu na području opštine Obrenovac. Sava je plovna reka od međunarodnog značaja, pripada crnomorskom slivu i uliva se kod Beograda u reku Dunav. Tok reke Save u njenom donjem delu je krivudav, meanderskog tipa, a na mestima nekadašnjeg toka nalazi se veliki broj mrtvaja. Predstavlja tipičnu ravničarsku reku sa širokom dolinom (Marković et al. 1984).

Desna pritoka reke Save je reka Kolubara i ona je druga reka po veličini na ovom području i nastaje od Obnice i Jablanice koje se spajaju 1 km uzvodno od Valjeva. Reka Kolubara se uliva u reku Savu u zoni Obrenovca, nizvodno od istražnog područja. Reka Kolubara ima karakteristike bujičnog rečnog toka, a na istražnom području ima ravničarski tok. Površina sliva reke Kolubare obuhvata 3 693 km².

S obrzirom da je izvoriste "Vić bare" formirano tako da je u meandru reke Save i da ga reka okružuje sa 3 strane, ona ima veliki uticaj na formiranje rezervi podzemnih voda i čini najveći izvor prihranjivanja ove izdani. Godišnje promene rezervi direktno su zavisne od vodostaja (proticaja) reke zbog čega su date osnovne hidrografske i hidrološke karakteristike Save (Polomčić et al. 2013).

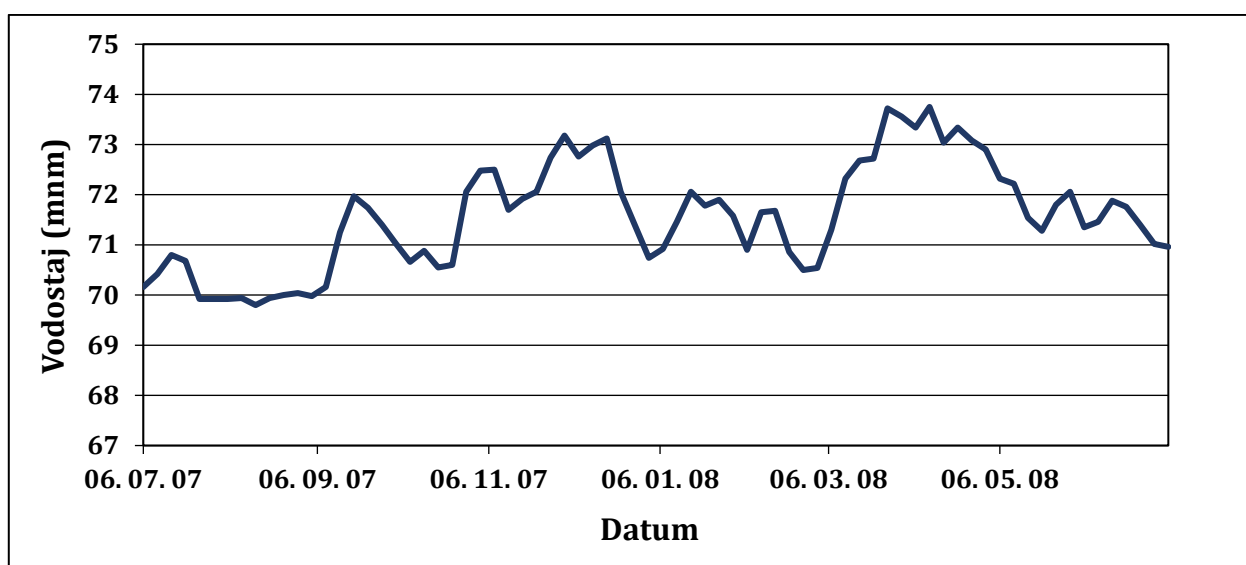
U daljem tekstu biće prikazani podaci o proticajima reke Save mereni na vodomernoj stanici kod Sremske Mitrovice (slika 3.26). Podaci obuhvataju merenja u periodu od 1960. do 2017. godine (RHMZ, Beograd).



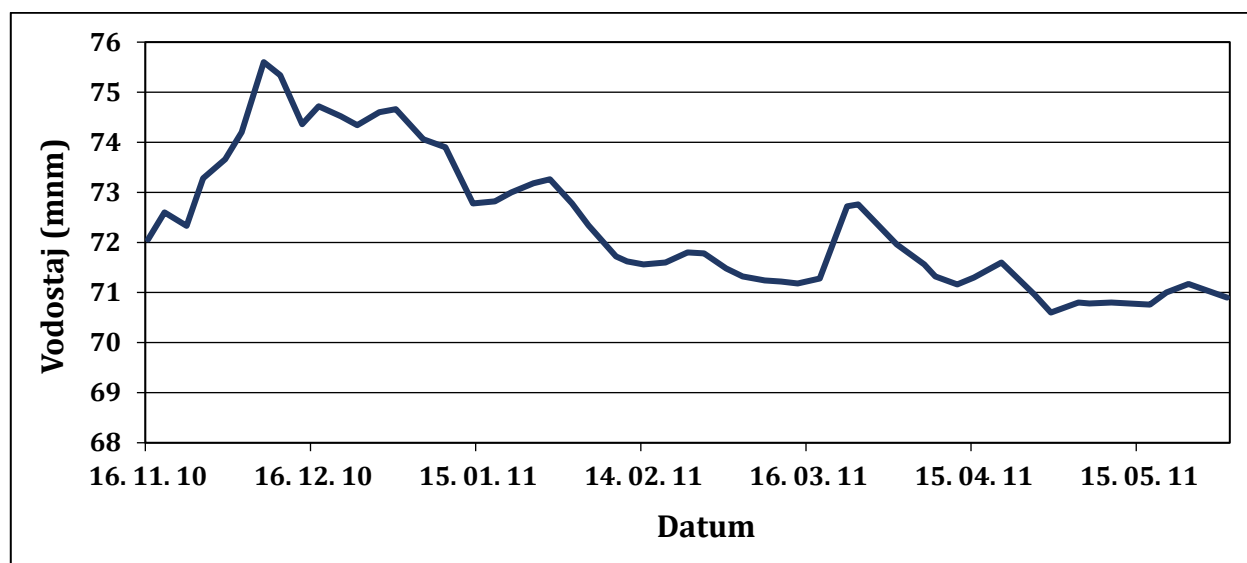
Slika 3.26. Prikaz srednje mesečnih proticaja (m³/s) reke Save na vodomernoj stanici Sremska Mitrovica, za period od 1960 do 2017. godine (RHMZ, Beograd)

Na slikama 3.27 i 3.28 prikazani su vodostaji reke Save za dva perioda: 2007-2008. i 2010-2011. Ovi mereni podaci su korišćeni u poglavlju 4 za prognozu rekonstrukciju vodostaja reke Save.

U zoni izvorišta "Vić bare" ne postoji vodomerna letva, pa se osmatranja vodostaja vrše na najbližoj vodomernoj letvi kod TE "Nikola Tesla A". Vodostaj reke Save kod Obrenovca odlikuje jedan maksimum i jedan minimum tokom godine. Maksimum traje u periodu od marta do maja, a minimum počinje polovinom jula i traje tokom avgusta i septembra.



Slika 3.27. Vodostaj reke Save (vodomerna letva kod TE „Nikola Tesla A“) za period od 2007. do 2008. godine



Slika 3.28. Vodostaj reke Save (vodomerna letva kod TE „Nikola Tesla A“) za period od 2010. do 2011. godine

3.2.3 Geološka građa i hidrogeološke karakteristike šireg područja istraživanja

3.2.3.1 Geološka građa terena

Tercijar (Tc)

Sarmat (M₃¹)

Na području izvorišta “Vić bare” nisu utvrđeni sedimenti sarmata. Ovi sediment su utvrđeni uz aluvijon Baričke reke i javljaju se na površini terena jugoistočno od izvorišta. Sedimenti sarmata su izgrađeni od: gline, peskovite gline, laporaca i krečnjaka. Sarmatski sedimenti su izgrađeni od laporaca i laporovitih krečnjaka i utvrđeni su na dubini od 172 m do 220 m kada je 1985. godine izrađena duboka bušotina OB-1 kod hotela Obrenovac (Marković et al. 1984).

Panon (M₃²)

U jugoistočnom delu istražnog područja na površini terena rasprostranjeni su sedimenti panona koji su predstavljeni glinovitim, glinovito peskovitim i laporovitim sedimentima. Debljina ovih sedimenata iznosi 260 m. Takođe, kod hotela Obrenovac u bušotini OB-1 utvrđeni su na dubini od 130 m do 172 m. Na području izvorišta “Vić bare” nisu utvrđeni (Marković et al. 1984).

Pont (Pl₁)

Na području izvorišta “Vić bare” ovi sedimenti predstavljaju podinu kvartarnim sedimentima i izgrađeni su od lapotovito-glinovitih sedimenata. Debljina ovih sedimenata na širem području istraživanja iznosi od 100 m do 350 m, a rasprostranjeni su na dubinama od 11 m do 21 m. Od juga prema severu do reke Save dubina ovih tvorevina se povećava (Marković et al. 1984).

Kvartar (Q)

Holocen

Holocenske tvorevine su predstavljene sedimentima fluvijalnog genetskog tipa. Direktno preko tercijarnih sedimenata nataloženi su kvartarni sedimenti i rasprostranjeni su u okviru aluvijalne ravni reke Save (slika 3.29).

Kvartarni sedimenti su predstavljeni (Marković et al. 1984):

- **terasnim sedimentima (t)** koji su predstavljeni lesolikim glinama, suglinama i supeskovima sa međusobnim prelazima,
- **sedimentima fluvijalnog genetskog tipa (facija povodnja (ap))** predstavljeni su peskovima i alevritičnim peskovima,
- **facija korita- ade, plaže (a)** predstavljeni peskovima i glinovitim peskovima, i
- **recentnim barama (b)** predstavljeni peskovima i alevritima.

Savski aluvijum (al)

Savski aluvijum predstavljen je:

- peskovitim šljunkovima,
- šljunkovitim peskovima,
- peskovima raznih frakcija sa preovlađujućom srednjezrnom komponentom,
- peskovima prašinastim i glinovitim, i
- peskovitim glinama.

Pri samoj površini zastupljen je humificirani sloj promenljive debljine. Na području izvorišta „Vić bare“ debljina aluvijalnih sedimenata je od 13 m do 21,2 m. Najveća debljina ovih sedimenata nalazi se u priobalnim delovima reke Save.

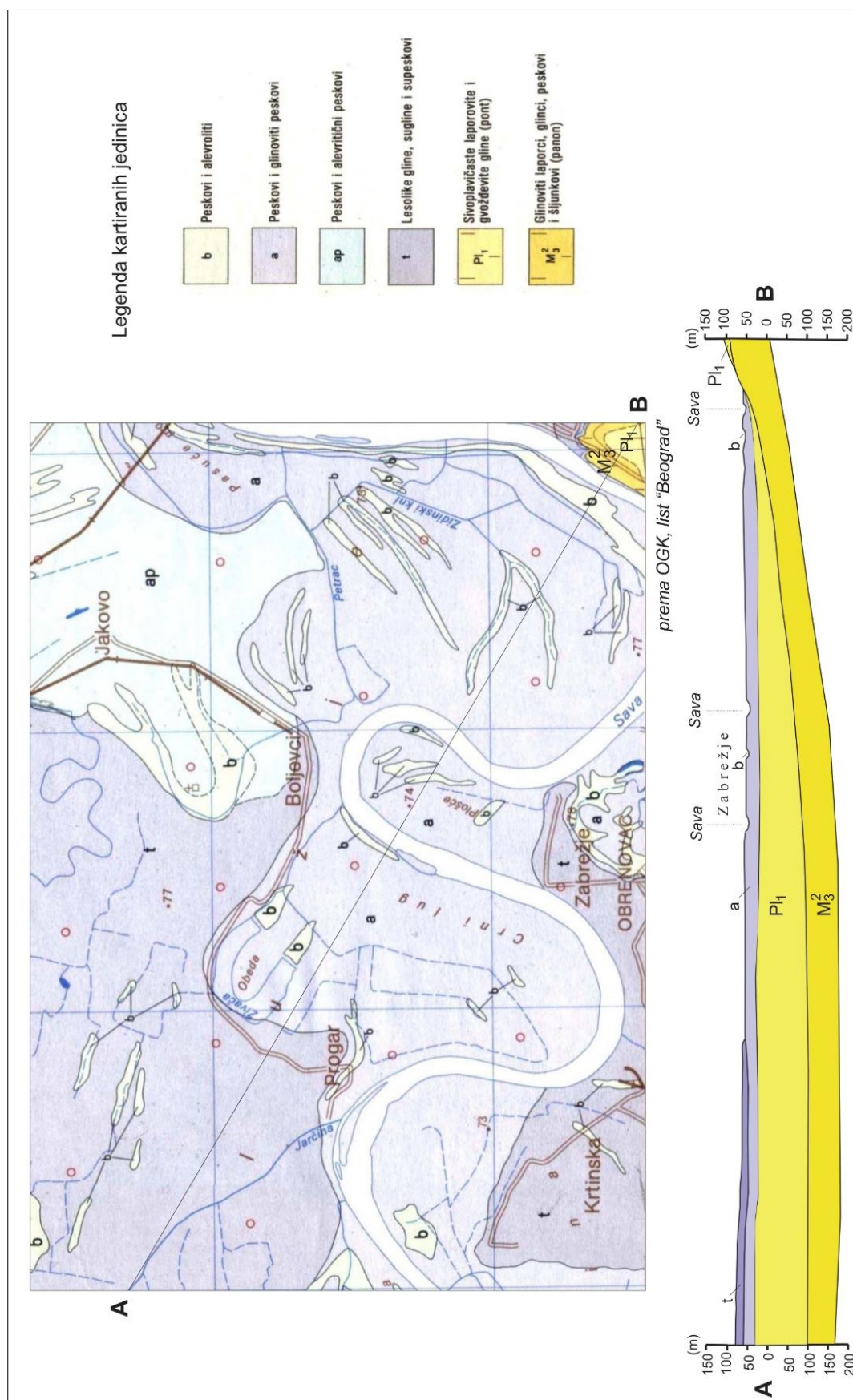
Preko tercijarnih glina nalaze se peskoviti šljunkovi i nisu utvrđeni na svim istražnim lokacijama.

U sastav šljunkova ulazi 35-48 % peskova svih granulacija uz preovlađujuću srednjezrnu komponentu. Na mestima na kojima su šljunkovi utvrđeni prosečna debljina im je oko 2,7 m.

Šljunkoviti peskovi koji se nalaze iznad šljunkova su prosečne debljine 4,25 m. Peskoviti šljunkovi i šljunkoviti peskovi predstavljaju jednu litološku sredinu koja je razvijena na celom području istraživanja sa prosečnom debljinom od 4,5 m.

Horizont srednjezrnih do sitnozrnih peskova ima najveće rasprostranjenje u građi Savskog aluvijuma u ovom delu istražnog prostora, a prosečna debljina im iznosi 7,5 m. Krećući se naviše krupnoća im se smanjuje tako da prelaze u prašinaste i muljevite peskove.

Peskovito-šljunkovitim sedimentima povlatu čine: prašinasti peskovi, prašina peskovite gline ili slaboplastične gline i njihova debljina je u proseku 4,5 m (Marković et al. 1984).



Slika 3.29. Geološka karta šireg područja izvorišta „Vić bare“, prema OGK 1: 100 000, list Beograd (Marković 1984; preuzeto: Bajić et al. 2019)

3.2.3.2 Hidrogeološke karakteristike istraživanog područja

Kao što je i prikazano na slikama 3.30 i 3.31 na području izvorišta "Vić bare" formirani su sledeći tipovi izdani:

1. **zbijeni tip izdani, i**
2. **uslovno "bezvodni" delovi terena.**

1. Zbijeni tip izdani

Zbijeni tip izdani je formiran u okviru peskovito-šljunkovitih aluvijalnih sedimenata. U podini kvartarnih sedimenata se nalaze vodonepropusni glinoviti i glinovito laporoviti pliocenski sedimenti koji predstavljaju uslovno bezvodne delove terena sa vrednostima koeficijenta filtracije manjim od 1×10^{-8} m/s. Povlata predstavlja slabo vodopropusane naslage prašinih peskova, suglina i glina, prosečne debljine oko 4-6 m sa koeficijentom filtracije u granicama od 1×10^{-8} do 7×10^{-7} m/s. Ispod povlate prostire se zbijena izdan koja je izgrađena od peskova i šljunkova različite granulacije. Posmatrano u vertikalnom profilu sa porastom dubine povećava se i krupnoća čestica ove izdani, pa se na kontaktu sa tercijarnim naslagama uočavaju šljunkovi prečnika valutaka do 8 cm (Polomčić et al. 2013).

Debljina peskovito-šljunkovitih sedimenata je najmanja u južnom delu gde je oko 5 m, u centralnom delu je od 10 do 12 m, a u severnom delu prema reci Savi je oko 15 m. U severnom delu se i nalazi najveći broj bunara (Polomčić et al. 2013).

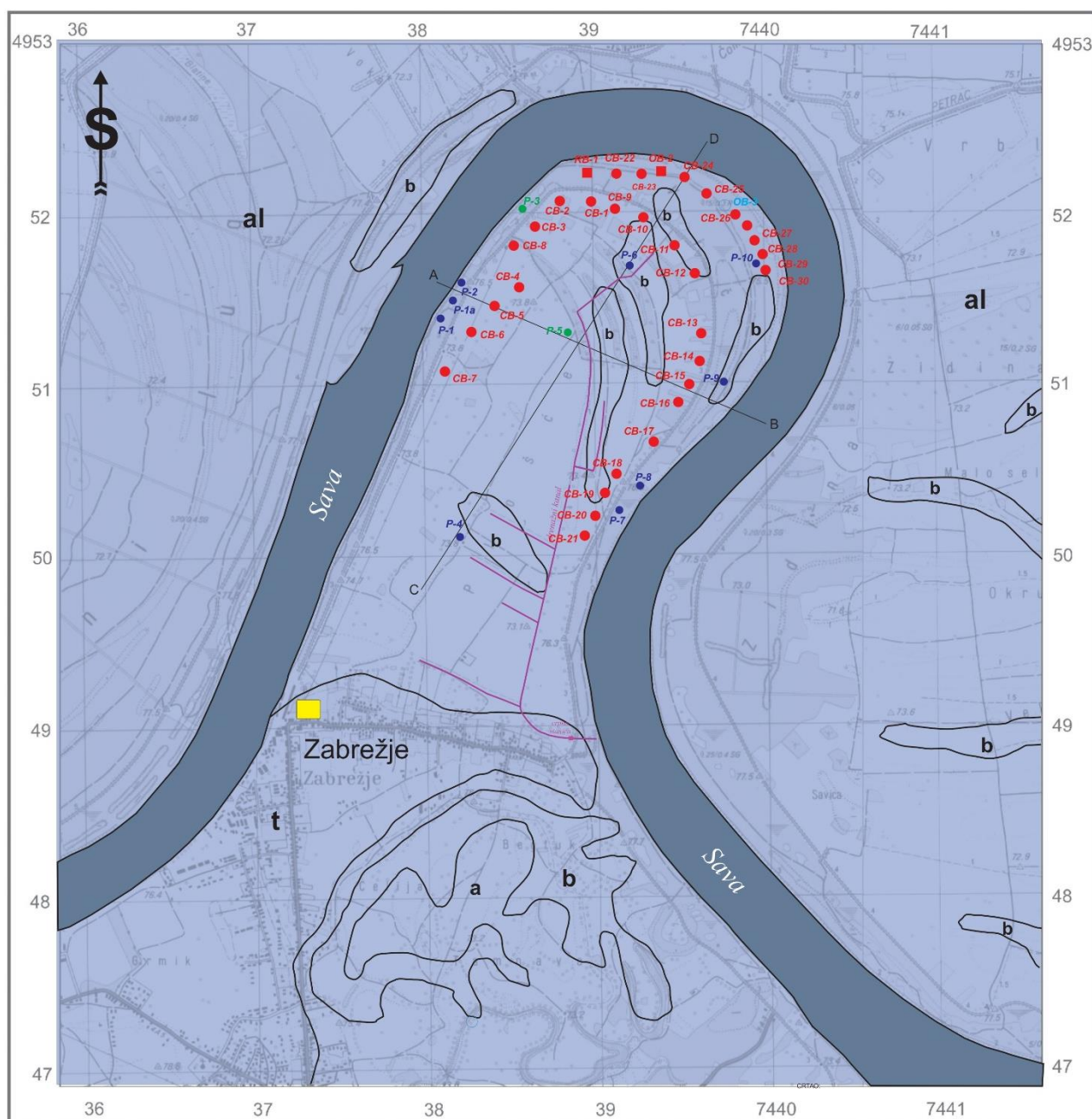
Vrednosti koeficijenta filtracije su dobijeni na osnovu izrade brojnih granulometrijskih analiza i iznose:

- **Gornji deo vodonosnog sloja** koji je izgrađen od srednjezrnih i sitnozrnih peskova debljine od 6 m do 10 m: od $K = 2 \times 10^{-5}$ m/s do $K = 8 \times 10^{-5}$ m/s
- **Donji deo vodonosnog sloja** koji je izgrađen od peskovitih šljunkova i šljunkova debljine od 4 m do 6 m: od $K = 8,4 \times 10^{-4}$ m/s do $K = 1,82 \times 10^{-2}$ m/s

2. Uсловно "bezvodni" delovi terena

Uсловно "bezvodni" delovi terena su predstavljeni aluvijalnim glinama i laporovito-glinovitim pliocenskim sedimentima.

Na slici 3.30 prikazana je hidrogeološka karta šire zone izvorišta, a na slici 3.31 prikazani su profili A-B i C-D.



LEGENDA:

- al Peskovi i glinoviti peskovi
- b Peskovi i alevroliti
- t Lesoidne gline i supeskovi

— Utvrđena geološka granica

Zbijeni tip izdani

● CB-20 bunari na izvoristu

● P-2 istražne bušotine u kojima su vršena osmatranja 2017-2018. god.

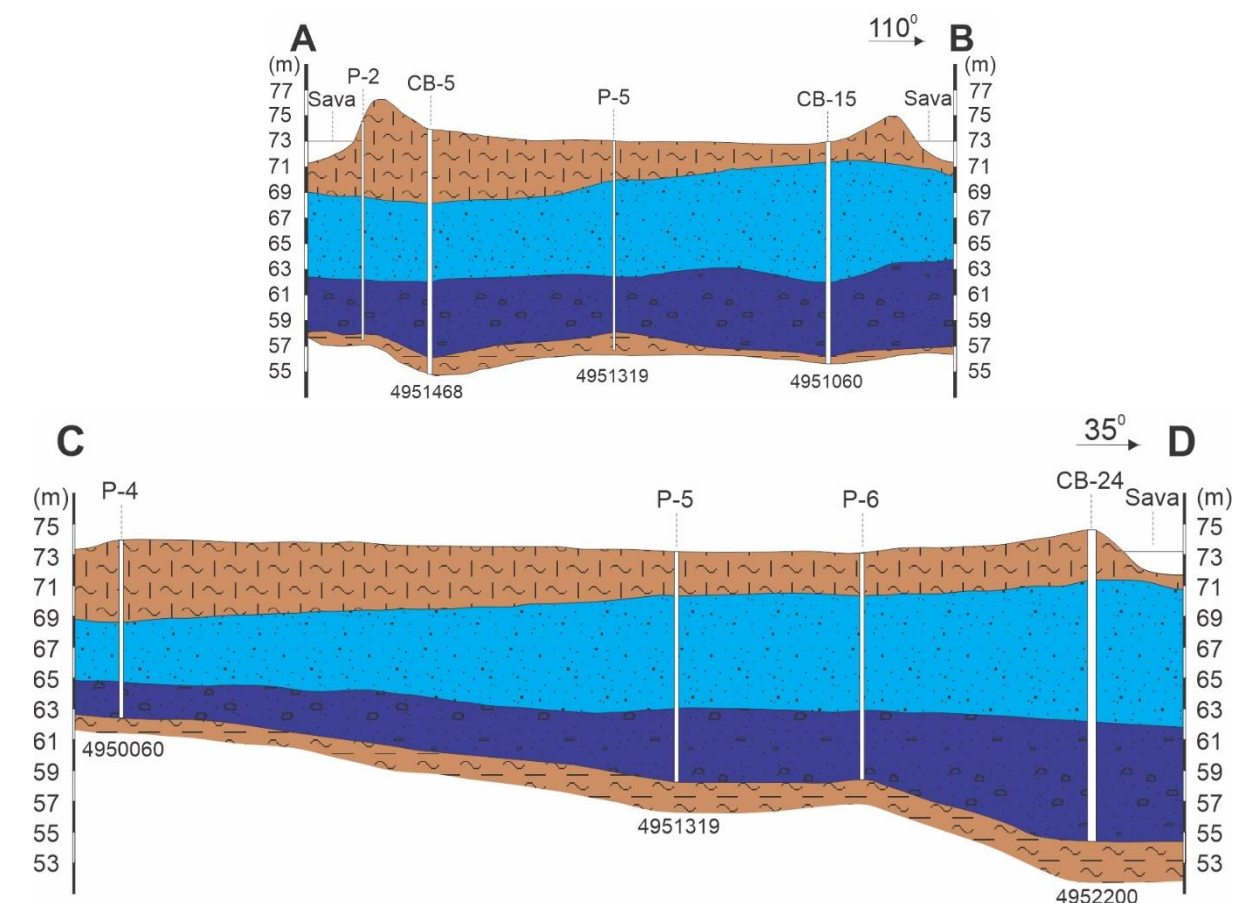
● P-3 istražne bušotine koje više nisu u funkciji

— drenažni kanal

pogon za preradu vode (FV "Zabrežje")

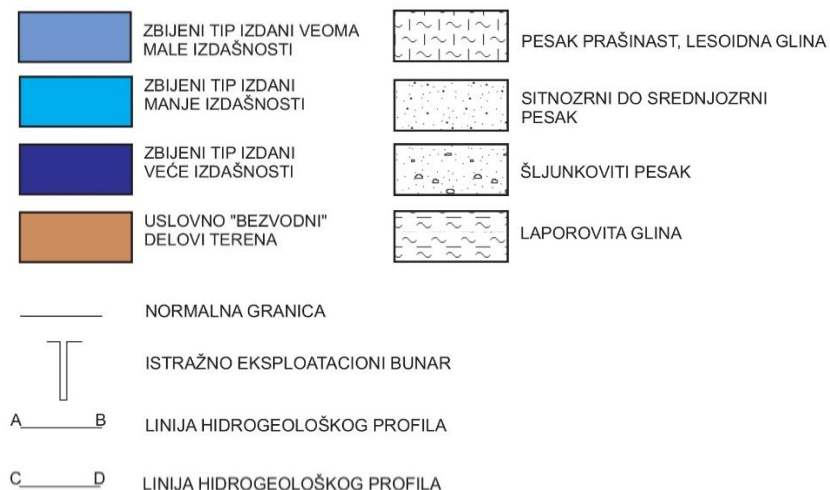
A—B linija hidrogeoloških profila

Slika 3.30. Hidrogeološka karta šireg područja izvorišta Vić bare (preuzeto: Bajić et al. 2019)



LEGENDA:

TIPOVI IZDANI



Slika 3.31. Hidrogeološki profili A-B i C-D (modifikovano: Bajić et al. 2019)

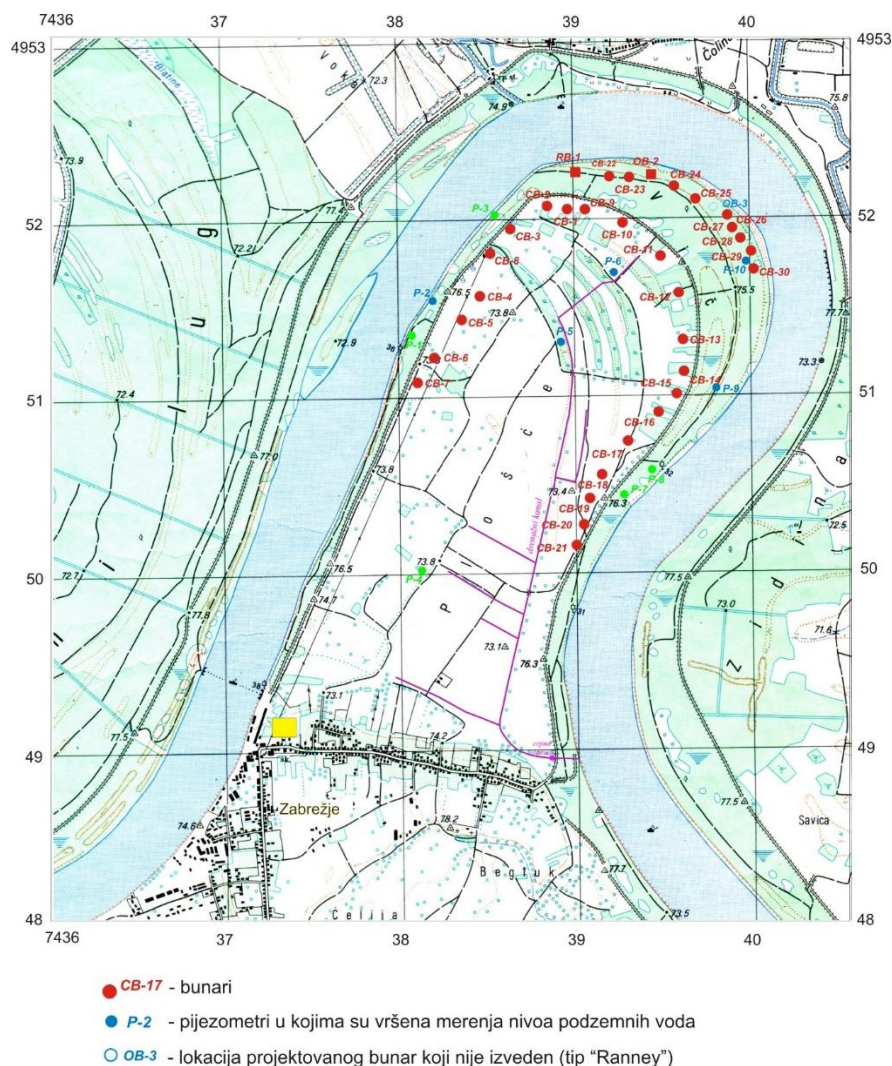
Režim nivoa podzemnih voda je u zavisnosti od režima reke Save, pogotovo u priobalnom području, dok hidraulička veza između reke i izdani slabi idući prema centralnom delu izvorišta. Prihranjivanje izdani je najvećim delom na račun voda iz reke Save, što je i prikazano u daljem tekstu u rezultatima primene hidrodinamičkog modela. Prihranjivanje od padavina je slabo iz razloga što povlata predstavlja slabo vodopropustan sloj. Doticaj iz dubljih tercijarnih

tvorevina nije moguć zbog toga što ovi sedimenti predstavljaju praktično vodonepropusne tvorevine. Dreniranje ove izdani se vrši preko 32 bunara izvorišta "Vić bare", a u periodu niskog vodostaja reke Save i isticanjem podzemnih voda u korito (Polomčić et al. 2013).

3.2.4 Opšte karakteristike izvorišta "Vić bare"

Na izvorištu "Vić bare" zahvatanje podzemnih voda se vrši od 1963. godine. U skladu sa povećanjem broja stanovnika i razvojem grada Obrenovca izrađivan je i odgovarajući broj eksploatacionih bunara. Trenutno se na izvorištu "Vić bare" voda zahvata preko 30 bušenih bunara i dva bunara sa horizontalnim drenovima (slika 3.32).

Zbog problema koji se javljaju na bunarima kao posledica starenja, stari bunari su menjani novim bunarima na udaljenosti od nekoliko metara od prvobitnih bunara. Bunari na kojima se danas vrši eksploatacija su treća generacija bunara izvedenih na istoj lokaciji i sa istom oznakom kao i prvobitni bunari. Takođe, vršene su fizičko-hemijske regeneracije bunara da bi se produžio njihov eksploatacioni vek. Uzrok starenja bunara je povećan sadržaj gvožđa i mangana u podzemnoj vodi (Polomčić et al. 2013).



Slika 3.32. Lokacija objekata u okviru izvorišta „Vić bare“ (Polomčić et al. 2013).

U tabeli 3.7 dat je spisak bušenih bunara sa osnovnim karakteristikama.

Tabela 3.7. Osnovne karakteristike bušenih bunara na izvorištu „Vić bare“ (Polomčić et al. 2013)

Bunar	X	Y	Z (mm)	Q (l/s)	Dubina bunara (m)
CB-1	4 952 090	7 438 830	73,85	3,50	22,50
CB-2	4 952 050	7 438 985	73,61	6,30	23,20
CB-3	4 951 910	7 438 591	73,80	10,00	21,60
CB-4	4 951 660	7 438 539	74,20	6,20	20,50
CB-5	4 951 468	7 438 400	74,10	4,00	22,80
CB-6	4 951 290	7 438 273	73,86	4,60	22,50
CB-7	4 951 109	7 438 099	73,85	7,00	19,80
CB-8	4 951 836	7 438 579	74,21	3,00	20,60
CB-9	4 952 008	7 439 155	74,00	9,00	24,00
CB-10	4 951 910	7 439 342	74,01	6,00	20,70
CB-11	4 951 789	7 439 500	73,37	3,30	20,00
CB-12	4 951 642	7 439 610	72,60	5,50	20,50
CB-13	4 951 339	7 439 672	72,49	9,00	20,60
CB-14	4 951 190	7 439 645	72,70	6,70	19,60
CB-15	4 951 060	7 439 593	73,03	4,90	20,00
CB-16	4 950 903	7 439 508	72,90	4,50	19,70
CB-17	4 950 800	7 439 420	73,03	4,50	20,50
CB-18	4 950 630	7 439 300	73,25	6,70	19,00
CB-19	4 950 545	7 439 220	73,50	9,20	20,20
CB-20	4 950 391	7 439 130	73,02	6,70	21,50
CB-21	4 950 291	7 439 079	73,00	5,90	21,00
CB-22	4 952 290	7 439 300	74,68	6,00	25,00
CB-23	4 952 266	7 439 400	74,99	10,00	25,20
CB-24	4 952 200	7 439 629	74,56	9,30	24,80
CB-25	4 952 140	7 439 710	74,95	11,60	25,50
CB-26	4 952 060,16	7 439 821	74,40	9,90	24,60
CB-27	4 951 980,66	7 439 895,01	74,16	11,30	22,40
CB-28	4 951 888,10	7 439 958,79	74,45	4,50	20,40
CB-29	4 951 793,9	7 440 010,55	74,45	9,50	20,50
CB-30	4 951 689,75	7 440 045,90	74,20	8,00	20,60

Bušeni bunari su sličnih konstruktivnih karakteristika:

- prečnici bušenja: Φ 820, 850 ili 930 mm,
- sa ugrađenom konstrukcijom: Φ 323/312 mm ili 323/308 mm,

- šljunčani zasip granulacije: 1-5 mm,
- filteri od prohrom materijala,
- prosečne dubine od 18-26 m.

Bunari sa horizontalnim drenovima su izrađeni u severnom delu izvorišta u zoni inundacije.

Bunar sa horizontalnim drenovima RB-1 koji je izrađen 1988. godine je sledećih konstruktivnih karakteristika:

- izrađen po „Ranney“ tehnologiji,
- početni kapacitet 120 l/s,
- udaljen oko 40 m od reke,
- 8 radijalno utisnutih drenova,
- prečnik drenova iznosi Φ 200/216 mm,
- ukupna dužina drenova iznosi 301 m.

Bunar RB-1 je regenerisan više puta zbog smanjenog kapaciteta do koga je došlo usled intezivnog procesa kolmatacije. 2017. godine izvedeno je utiskivanje 6 novih drenova na ovom bunaru po metodi „Felman“ u ukupnoj dužini 255 m. Drenovi su utisnuti na visini 1,5 m od dna bunara (kota 56,84 mnm).

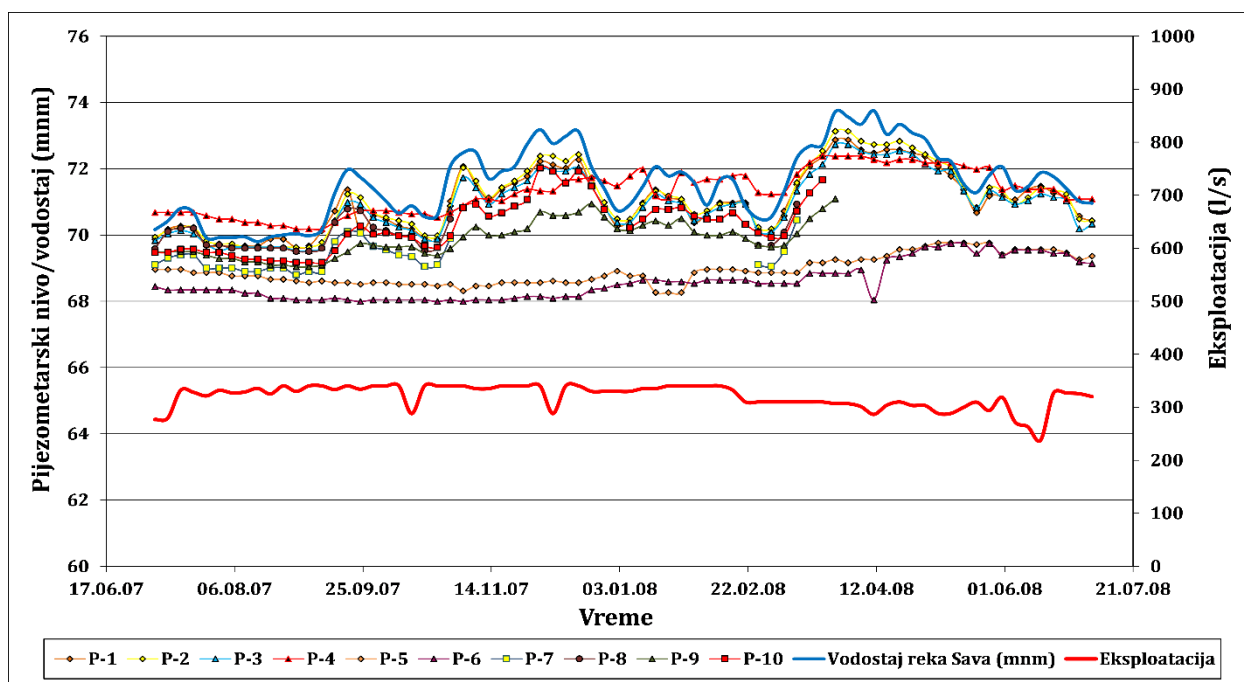
Bunar sa horizontalnim drenovima OB-2 koji je izrađen 1993. godine je sledećih konstruktivnih karakteristika:

- izveden je po tehnologiji „Preussag“
- početni kapacitet 120-140 l/s,
- od obale reke udaljen 70 m,
- nalazi se 500 m nizvodno od RB-1,
- dubina bunara OB-2 iznosi 20 m,
- prečnik bušenja 3,3 m,
- prečnik ugrađenog okna 2,8 m,
- prečnik drenova Φ 250 mm,
- ukupna dužina drenova iznosi 87 m.

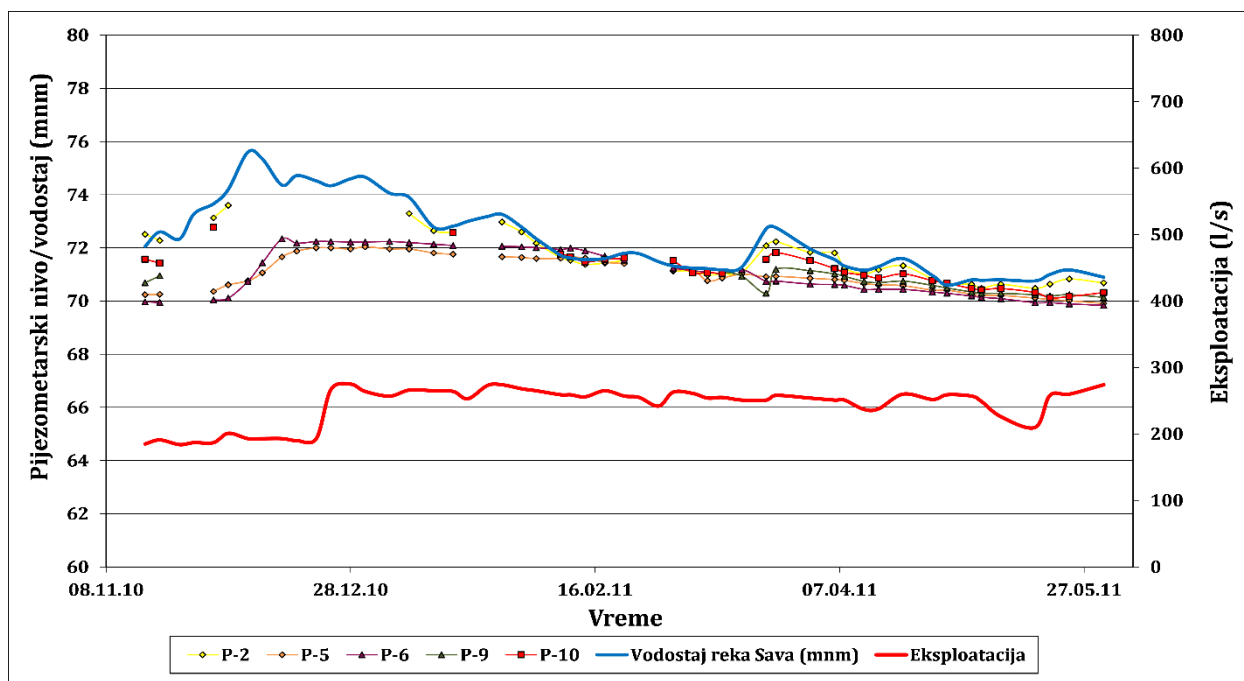
Monitoring podzemnih voda se vrši na 10 pijezometara: P-1, P-2, P-3, P-4, P-5, P-6, P-7, P-8, P-9 i P-10, a njihove lokacije su predstavljene na slici 3.32.

3.2.5 Analiza rezultata dosadašnjeg monitoringa na predmetnom izvorištu

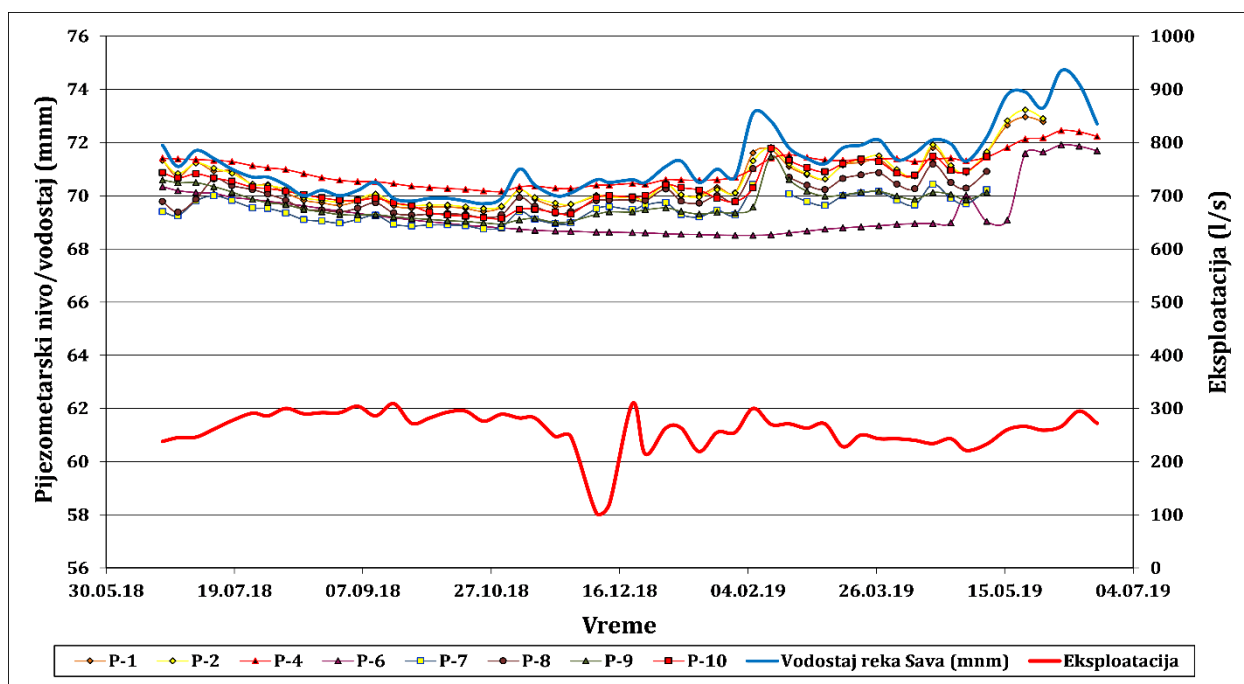
Za potrebe utvrđivanja rezervi na predmetnom izvorištu i za potrebe određivanja zona sanitarne zaštite izrađena su dva Elaborata o rezervama podzemnih voda (Stevanović & Hajdin 2008, Bajić et al. 2019) i Elaborat o zonama sanitarne zaštite (Stevanović & Hajdin 2011). U tim periodima vršena su osmatranja režima podzemnih voda za područje izvorišta „Vić bare“ kao što je prikazano na slikama 3.33, 3.34, 3.35.



Slika 3.33. Oscilacije nivoa podzemnih voda, vodostaja reke Save i ukupni kapacitet izvorišta „Vić bare“ u periodu od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.34. Oscilacije nivoa podzemnih voda, vodostaja reke Save i ukupni kapacitet izvorišta „Vić bare“ u periodu od 16.11.2010. do 31.05.2011. godine (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.35. Oscilacije nivoa podzemnih voda, vodostaja reke Save i ukupni kapacitet izvorišta „Vić bare“ u periodu od 21.06.2018. do 20.06.2019. godine (Bajić et al. 2019)

Na osnovu slika 3.33, 3.34, 3.35 može se zaključiti da se na izvorištu „Vić bare“ mogu izdvojiti tri grupe pijezometara:

- 1) Pijezometri P-5 i P-6 se nalaze na sredini meandra i oni veoma slabo reaguju na promene vodostaja reke Save. Ovo je posledica toga što bunari na izvorištu formiraju hidrauličku zavesu zapadno, severno i istočno od ovih pijezometara, i sprečavaju direktan uticaj režima reke Save na ovaj deo izvorišta,
- 2) Drugoj grupi pripada pijezometar P-4 kod koga kasne oscilacije nivoa podzemnih voda u odnosu na oscilacije nivoa reke Save, a i manje su amplitude kolebanja nivoa vode, takođe zbog lokacije na koji se nalazi,
- 3) Trećoj grupi kojoj pripadaju pijezometri: P-1, P-2, P-3, P-7, P-8, P-9 i P-10 gde se oscilacije nivoa podzemnih voda podudaraju sa oscilacijama reke Save, ali su vrednosti nivoa podzemnih voda niže od vodostaja reke Save, što je direktna posledica rada eksploatacionih bunara na izvorištu (Polomčić et al. 2013).

Najveći uticaj na režim podzemnih voda u pijezometrima ima reka Sava, dok je uticaj crpenja vode iz eksploatacionih bunara vezan za uske zone unutar izvorišta „Vić bare“. Ovo dokazuje postojanje jake hidrauličke veze između posmatrane izdani i reke Save (Polomčić et al. 2013).

Rezultati dobijeni primenom hidrodinamičkog modela prikazani su za periode 06.07.2007-05.07.2008. i 16.11.2010-31.05.2011. godine, jer su oni korišćeni u eksperimentalnom delu za primenu razvijene metodologije (poglavlje 4).

3.2.6 Hidrodinamički model izvorišta "Vić bare"

Za područje izvorišta „Vić bare“ u Zabrežju je dva puta rađen hidrodinamički model za osmatrani period:

1. Prvi trodimenzionalni hidrodinamički model je rađen 2008. godine (period od 06. jula 2007. godine do 5. jula 2008. godine) za potrebe izrade „Elaborata o rezervama podzemnih voda na izvorištu „Vić bare“ kod Obrenovca u cilju sprovođenja kompleksne hidrodinamičke analize režima izdani i utvrđivanja rezervi podzemnih voda na izučavanom izvorištu. Takođe, model je rađen i u cilju određivanja mogućnosti proširenja postojećeg izvorišta.
2. Drugi model je rađen 2011. godine za potrebe izrade „Elaborata o zonama sanitarne zaštite izvorišta „Vić bare“ kod Obrenovca (period od 16. novembra 2010. godine do 31. maja 2011. godine) sa ciljem sprovođenja simulacije eksploatacije podzemnih voda i određivanja zona sanitarne zaštite.

Izrada hidrodinamičkog modela izvorišta „Vić bare“ kod Obrenovca zasniva se na simulaciji trodimenzionalnog strujanja podzemnih voda. Program u kom su vršeni hidrodinamički proračuni je Visual Modflow.

3.2.6.1 Geometrija i diskretizacija strujnog polja šireg područja izvorišta „Vić bare“

Hidrodinamički model se sastoji od 4 sloja posmatrano u vertikalnom profilu. Slojevi su u modelu zadani i šematizovani kao realni slojevi na terenu i izdvojeni su na osnovu analiza terenskih radova i poznavanja istražnog područja.

U tabeli 3.8 prikazani su slojevi koji su zadati na modelu posmatrano od površine terena:

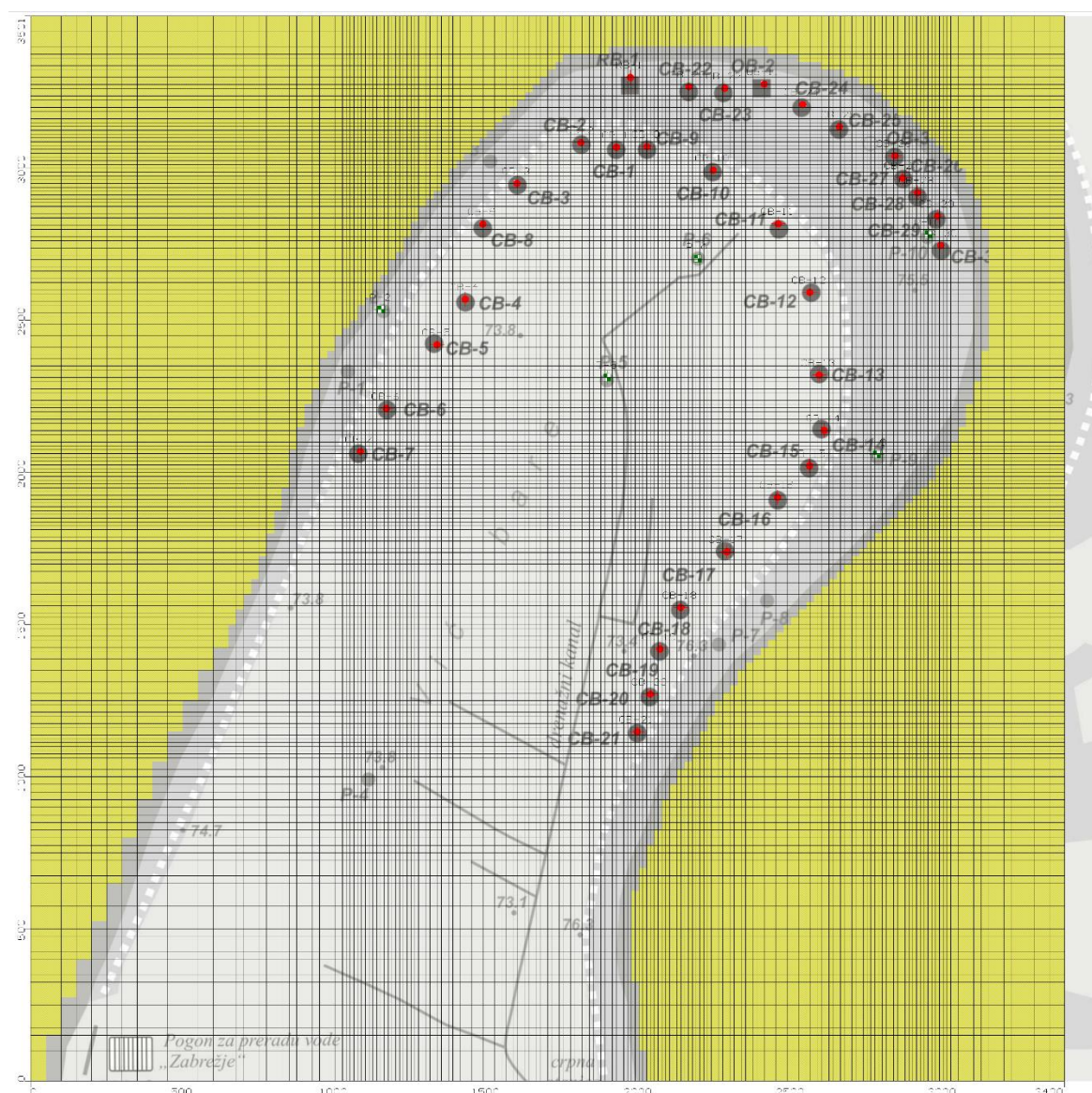
Tabela 3.8. Prikaz šematizacije slojeva po dubini (Polomčić et al. 2013)

prvi izolatorski sloj	glinoviti povlatni sedimenti
drugi vodonosni sloj	aluvijalni sitnozrni do srednjezrni peskoviti sedimenti
treći vodonosni sloj	aluvijalni šljunkovi
četvrti izolatorski sloj	podinske gline

Geometrija šematizovanih slojeva je na modelu simulirana na osnovu njihovog realnog rasprostranjenja u planu i profilu i njihovo prenošenje u model urađeno je na osnovu dostupnih podataka o litološkim stubovima koji su dobijeni prilikom bušenja za izradu bunara i osmatračkih objekata na istražnom području.

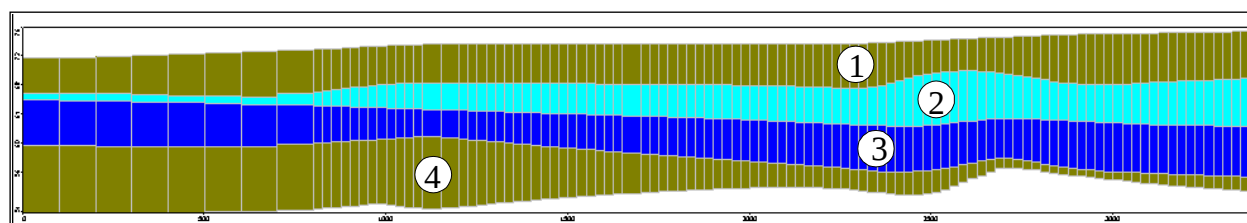
Osnovne dimenzije matrice, kojom je obuhvaćen izučavani teren su 3500 m x 4000 m, što obuhvata prostor od 14 km². Diskretizacija strujnog polja u planu je izvedena sa osnovnom veličinom ćelija 100 m x 100 m, koja je u zoni izvorišta pogošćena mrežom kvadrata dimenzija 12,5 m x 12,5 m. Strujanje podzemnih voda je na modelu računato i simulirano kao realno strujanje, pod pritiskom, ili sa slobodnim nivoom, u svakom polju diskretizacije pojedinačno, pri čemu su uslovi strujanja tokom vremena na modelu menjani u skladu sa realnim uslovima (Polomčić et al. 2013).

Na slici 3.36 prikazana je osnovna matrica modela i diskretizacija strujnog polja na izvoristu „Vić bare“.

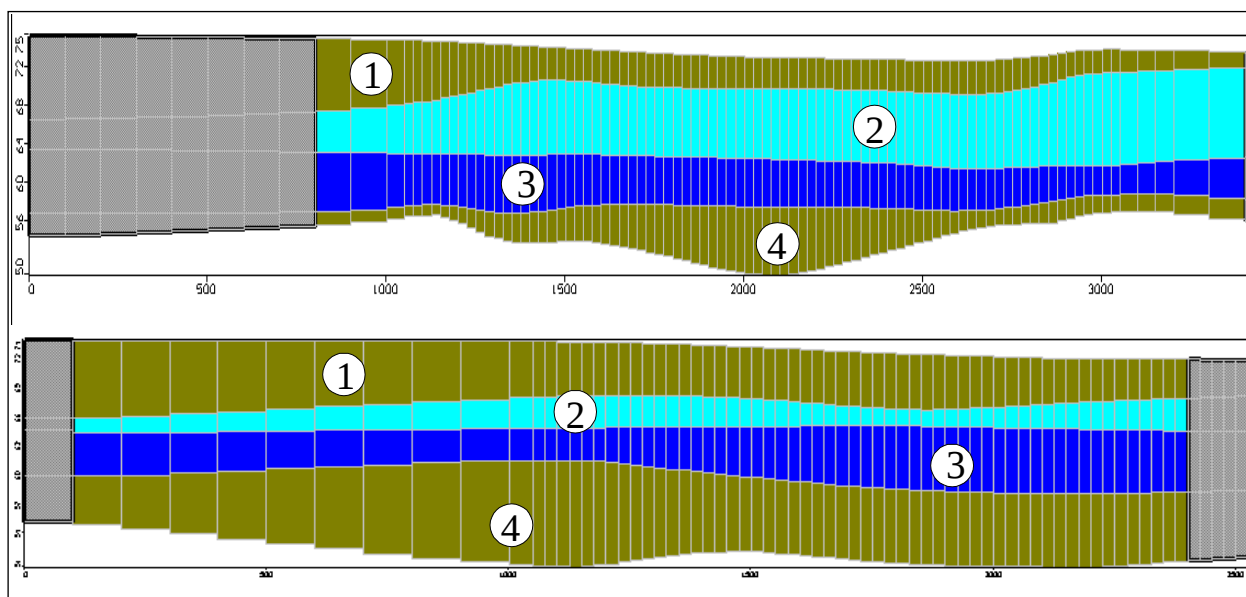


Slika 3.36. Prikaz diskretizacije strujnog polja na izvoristu „Vić bare“ (Polomčić et al. 2013)

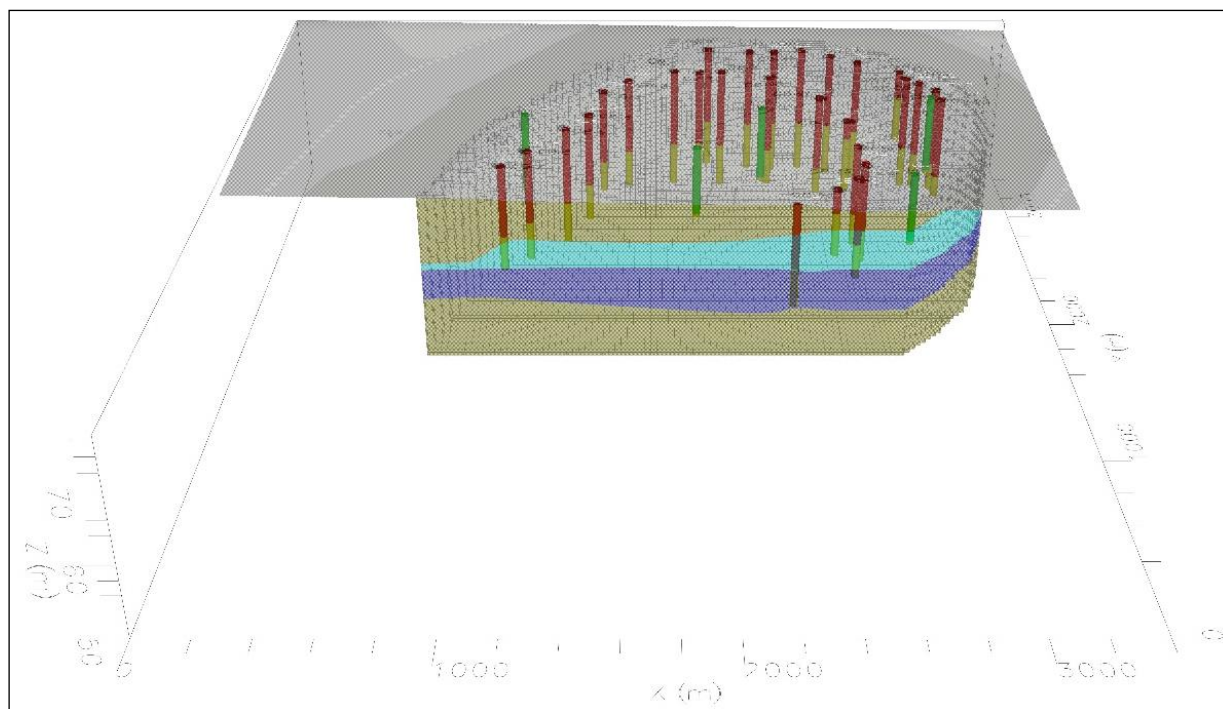
Šematizacije koja je izvršena u vertikalnom profilu prikazana je na slikama 3.37-3.40.



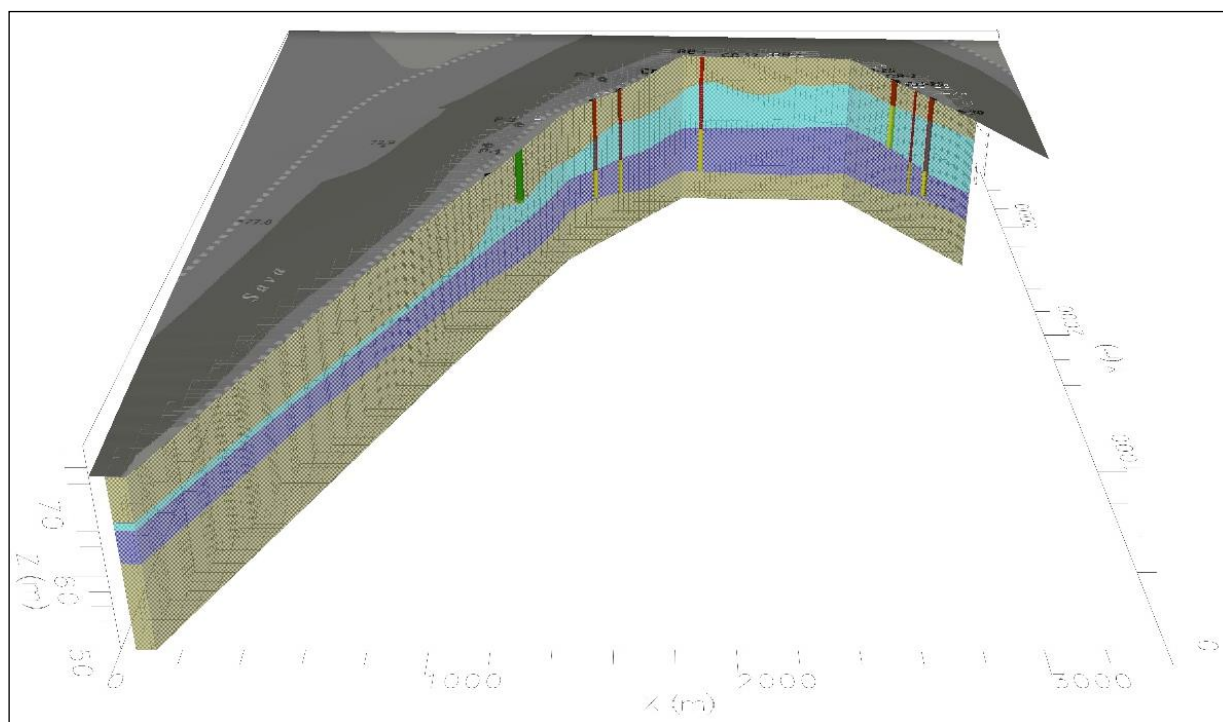
Slika 3.37. Tipični profil na modelu (jug - sever); Legenda: 1. kvartarne gline, 2. sitnozrni do srednjezrni peskovi, 3. šljunak, 4. gline (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.38. Tipski profili na modelu (zapad - istok); Legenda: 1. kvartarne gline, 2. sitnozrni do srednjevzrni peskovi, 3. šljunak, 4. gline (Polomčić et al. 2013)



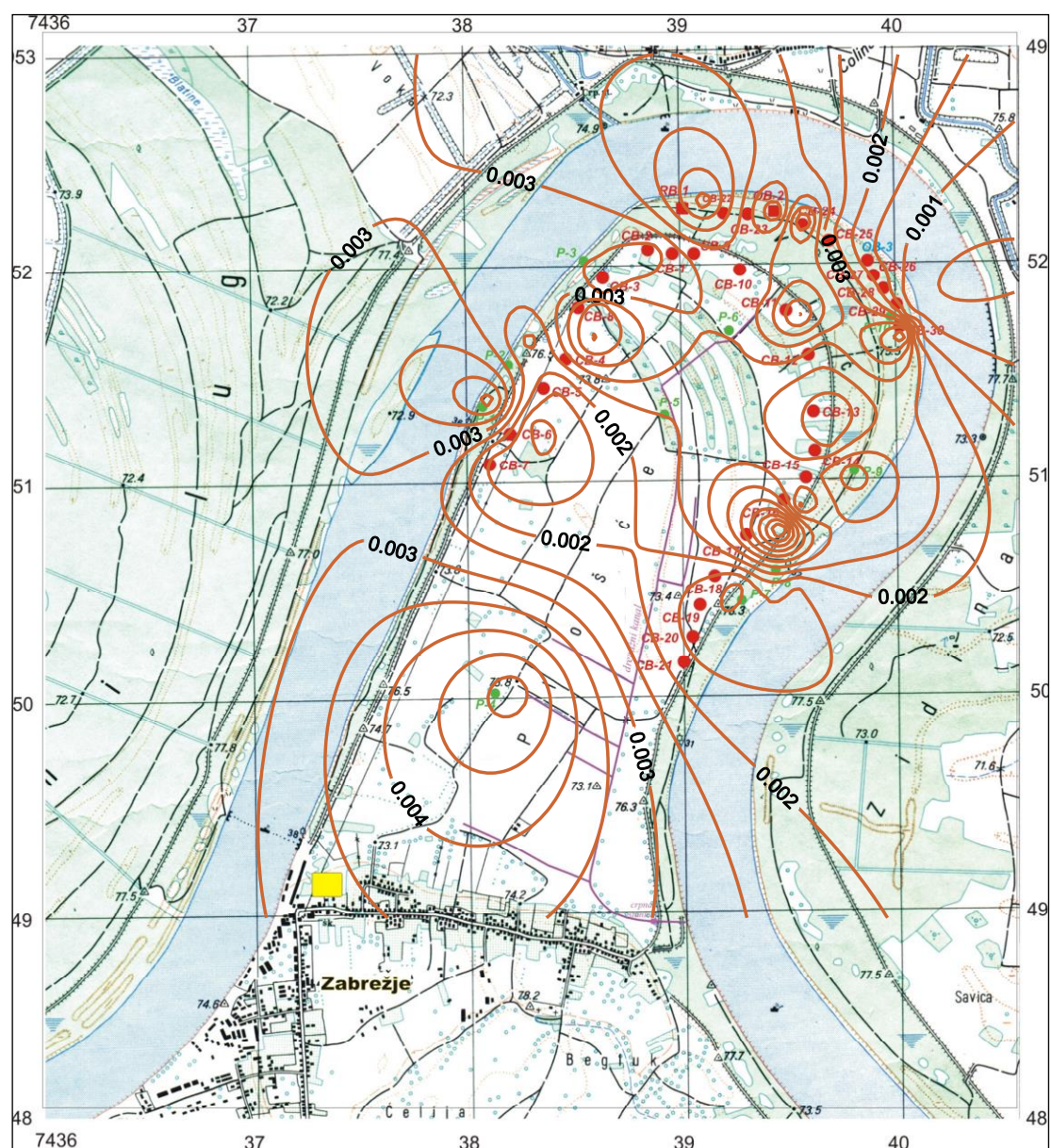
Slika 3.39. 3D prikaz izvorišta „Vić bare“ (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.40. 3D prikaz izvorišta „Vić bare“ (Polomčić et al. 2013)

3.2.6.2 Filtracione karakteristike porozne sredine

Koeficijenti filtracije porozne sredine zadavani su kao reprezentativne vrednosti u svakoj ćeliji diskretizacije. Kao početne vrednosti na modelu su zadavane vrednosti koeficijenta filtracije dobijene prilikom testiranja bunara na predmetnom izvorištu i njihov prikaz dat je na slici 3.41. Specifična izdašnost izdani je zadavana na osnovu literaturnih izvora.



Slika 3.41. Prikaz vrednosti koeficijenta filtracije na izvoru „Vić bare“ (u m/s) za šljunkoviti vodonosni sloj (Polomčić et al. 2013)

3.2.6.3 Granični uslovi

U hidrodinamičkom modelu „Vić bare“, primenjeni su sledeći granični uslovi:

1. granični uslov „reka“ (eng. „river boundary“)
2. polje mreže diskretizacije („unutrašnja kontura“) sa poznatim, zadatim proticajem,
3. „vertikalni bilans“, rezultatna (efektivna) infiltracija, kao rezultat razlike infiltracije od padavina i evapotranspiracije.

1. Granični uslov „reka“

Graničnim uslovom „reka“ zadata je reka Sava i na slikama 3.42 i 3.43 prikazan je ovaj granični uslov koji je zadavan u prvom i drugom sloju modela izvorišta „Vić bare“.

S obzirom da je hidrodinamički model rađen 2008. godine (Model 1) i 2011. godine (Model 2) za granični uslov reka su bile zadane vrednosti vodostaja reke Save za periode kada su vršena merenja:

- Za Model 1- period od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine (slika 3.33),
- Za Model 2- period od 16.11.2010. do 31.05.2011. godine (slika 3.34).



Slika 3.42. Prikaz graničnog uslova „reka“ (plava polja) u prvom sloju hidrodinamičkog modela izvorišta „Vić bare“ (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.43. Prikaz graničnog uslova “reka” (plava polja) u drugom sloju hidrodinamičkog modela izvorišta “Vić bare” (Polomčić et al. 2013)

2. Eksploatacioni bunari - unutrašnja kontura - ćelije sa zadatim proticajem

Uticaj eksploatacionih bunara na izvorištu simuliran je preko graničnog uslova zadatog proticaja. Na izvorištu „Vić bare“ registruju se samo sumarni kapaciteti svih bunara u radu.

Za granični uslov sa zadatim proticajem su bile zadate vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta za periode kada su vršena merenja:

- Za Model 1- period od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine (tabela 3.9),
- Za Model 2- period od 16.11.2010. do 31.05.2011. godine (tabela 3.10).

Tabela 3.9. Prikaz vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta u periodu od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine

Datum	Ukupni kapacitet izvorišta (l/s)	Bunari koji nisu u eksploataciji	Datum	Ukupni kapacitet izvorišta (l/s)	Bunari koji nisu u eksploataciji
06-07-07	276,79	OB-II; CB-3; CB-4	07-01-08	329,87	CB-14
11-07-07	279,66	OB-II; CB-25; CB-4	12-01-08	335,09	CB-15
16-07-07	331,86	CB-4; CB-25	17-01-08	335,09	CB-15
21-07-07	328,15	CB-28; CB-25	22-01-08	340,31	
26-07-07	321,36	CB-28; CB-9	27-01-08	340,31	
31-07-07	331,80	CB-28	01-02-08	340,31	
05-08-07	327,16	CB-13; CB-21	06-02-08	340,31	
10-08-07	328,72	CB-13; CB-6	11-02-08	340,31	
15-08-07	335,61	CB-6	16-02-08	332,48	CB-16; CB-6
20-08-07	325,07	CB-1; CB-4	21-02-08	309,92	
25-08-07	340,31		26-02-08	309,92	
30-08-07	329,87	CB-1	02-03-08	309,92	
04-09-07	340,31		07-03-08	309,92	
09-09-07	340,31		12-03-08	309,92	
14-09-07	333,42	CB-13	17-03-08	309,92	
19-09-07	340,31		22-03-08	309,92	
24-09-07	334,05	CB-17	27-03-08	306,79	CB-16
29-09-07	340,31		01-04-08	306,79	CB-16
04-10-07	340,31		06-04-08	301,15	CB-8; CB-4
09-10-07	340,31		11-04-08	286,54	CB-4; CB-8; CB-17; CB-26
14-10-07	288,11	OB-II	16-04-08	303,66	CB-17
19-10-07	340,31		21-04-08	309,92	CB-8; CB-4, CB-17
24-10-07	340,31		26-04-08	303,24	CB-8; CB-4,
29-10-07	340,31		01-05-08	303,24	CB-8; CB-4,
03-11-07	340,31		06-05-08	288,31	CB-4; CB-8; CB-1; CB-15
08-11-07	335,09	CB-15	11-05-08	288,31	CB-4; CB-8; CB-1; CB-15
13-11-07	335,09	CB-15	16-05-08	299,90	CB-1; CB-13; CB-15
18-11-07	340,31		21-05-08	309,61	CB-13; CB-15
23-11-07	340,31		26-05-08	293,90	CB-2; CB-8; CB-13

Tabela 3.9 (nastavak). Prikaz vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta u periodu od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine

Datum	Ukupni kapacitet izvorišta (l/s)	Bunari koji nisu u eksploataciji	Datum	Ukupni kapacitet izvorišta (l/s)	Bunari koji nisu u eksploataciji
28-11-07	340,31		31-05-08	318,74	CB-12
03-12-07	340,31		05-06-08	272,29	RB-I; CB-6; CB-12
08-12-07	288,11	OB-II	10-06-08	263,10	RB-I; CB-2; CB-6; CB-13
13-12-07	340,31		15-06-08	238,20	RB-I; CB-6,23,26,27,28,30
18-12-07	340,31		20-06-08	326,73	CB-5
23-12-07	329,87	CB-14	25-06-08	326,73	CB-5
28-12-07	329,87	CB-14	30-06-08	325,48	CB-26
02-01-08	32,87	CB-14	05-07-08	320,16	CB-3; CB-26

Tabela 3.10. Prikaz vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta u periodu od 16.11.2010. do 31.05.2011.godine.

Datum	Ukupni kapacitet izvorišta (l/s)	Bunari koji nisu u eksploataciji	Datum	Ukupni kapacitet izvorišta (l/s)	Bunari koji nisu u eksploataciji
16-11-10	185	CB-2,3,4,5,6,7,8,30	18-02-11	265	CB-22,26,28,29,RB
19-11-10	191	CB-4,5,6,7	22-02-11	257	CB-22,26,28,29,RB
23-11-10	184	CB-2,3,4,5,6,7,8,20	25-02-11	255	CB-12,24,26,28,29,RB
26-11-10	187	CB-2,3,4,5,6,7,8,20	01-03-11	242	CB-2,12,15,16,28,29
30-11-10	187	CB-2,3,4,5,6,7,8,20	04-03-11	263	CB-2,12,28,29
03-12-10	201	CB-2,3,4,5,6,7,8,20	08-03-11	261	CB-2,12,21,28,29
07-12-10	193	CB-2,3,4,5,6,7,8	11-03-11	254	CB-2,12,21,28,29
10-12-10	193	CB-2,3,4,5,6,7,8,12,13	14-03-11	255	CB-2,12,21,28,29
14-12-10	193	CB-2,3,4,5,6,7,8,12,13,14	18-03-11	251	CB-2,6,8,21,24,28,29
17-12-10	190	CB-1,2,3,4,5,6,7,8,12,13,14	23-03-11	251	CB-2,6,8,21,24,28,29
21-12-10	193	CB-1,2,3,4,5,6,7,8,12,13,14	25-03-11	258	CB-2,6,8,21,24,28,29
24-12-10	267	CB-1,2,3,4,5,6,7,8,12,13,14	01-04-11	254	CB-2,6,7,8,21,24,28,29
28-12-10	275	CB-1,2,3,8,12,13,RB	06-04-11	251	CB-2,6,7,8,21,24,28,29
31-12-10	264	CB-1,2,3,12,13,14,RB	08-04-11	251	CB-2,8,21,24,28,29

Tabela 3.10 (nastavak). Prikaz vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta u periodu od 16.11.2010. do 31.05.2011.godine.

Datum	Ukupni kapacitet izvorišta (l/s)	Bunari koji nisu u eksploataciji	Datum	Ukupni kapacitet izvorišta (l/s)	Bunari koji nisu u eksploataciji
05-01-11	257	CB-1,2,3,8,12,13,14,RB	12-04-11	237	CB-2,21,24,28,29
09-01-11	266	CB-1,2,3,7,8,12,13,14,RB	15-04-11	238	CB-2,21,24,28,29
14-01-11	265	CB-1,2,3,7,8,12,13,14,21,RB	20-04-11	260	CB-2,21,24,28,29
18-01-11	264	CB-1,2,7,12,13,14,21,RB	26-04-11	252	CB-2,7,21,24,28,29
21-01-11	253	CB-1,2,7,8,12,13,14,21,RB	29-04-11	259	CB-2,7,21,24,28,29
25-01-11	273	CB-1,2,12,13,14,28,RB	04-05-11	257	CB-7,21,24,28,29
28-01-11	274	CB-2,12,13,14,28,RB	06-05-11	249	CB-4,5,6,21,24,28,29,30
01-02-11	268	CB-2,12,13,14,22,23,28,RB	10-05-11	226	CB-5,6,7,17,20,21,24,30
04-02-11	265	CB-2,12,13,14,22,23,28,RB	17-05-11	210	CB-6,8,14,17,21,22,23,30, RB
09-02-11	259	CB-2,12,13,14,22,23,28,RB	20-05-11	258	CB-8,14,22,23
11-02-11	259	CB-12,13,14,22,23,24,25,28,RB	24-05-11	260	CB-8,11,14,22,23,28
14-02-11	256	CB-12,13,14,22,23,24,25,28,RB	31-05-11	274	CB-2,8,11,22,23,28

Filterske konstrukcije bunara su zadate na realnim kotama na kojima su ugrađene.

3. Efektivna infiltracija

Efektivnu infiltraciju čini suma infiltracije od padavina, isparavanja sa nivoa podzemnih voda i evapotranspiracija. Pored toga, od velikog je značaja dubina do nivoa podzemnih voda, stanje vlage, kao i litološki sastav tla nadizdanske zone. S obzirom da su povlatni sedimenti slabovodopropusni ($K=1 \times 10^{-7}$ m/s) i debljine od 2 m do 12,6 m infiltracija padavina ima minoran uticaj na režim podzemnih voda. Kao početna vrednost efektivne infiltracije zadata je vrednost od 10% padavina, i ovaj granični uslov je zadat samo u prvom sloju modela (Polomčić et al. 2013).

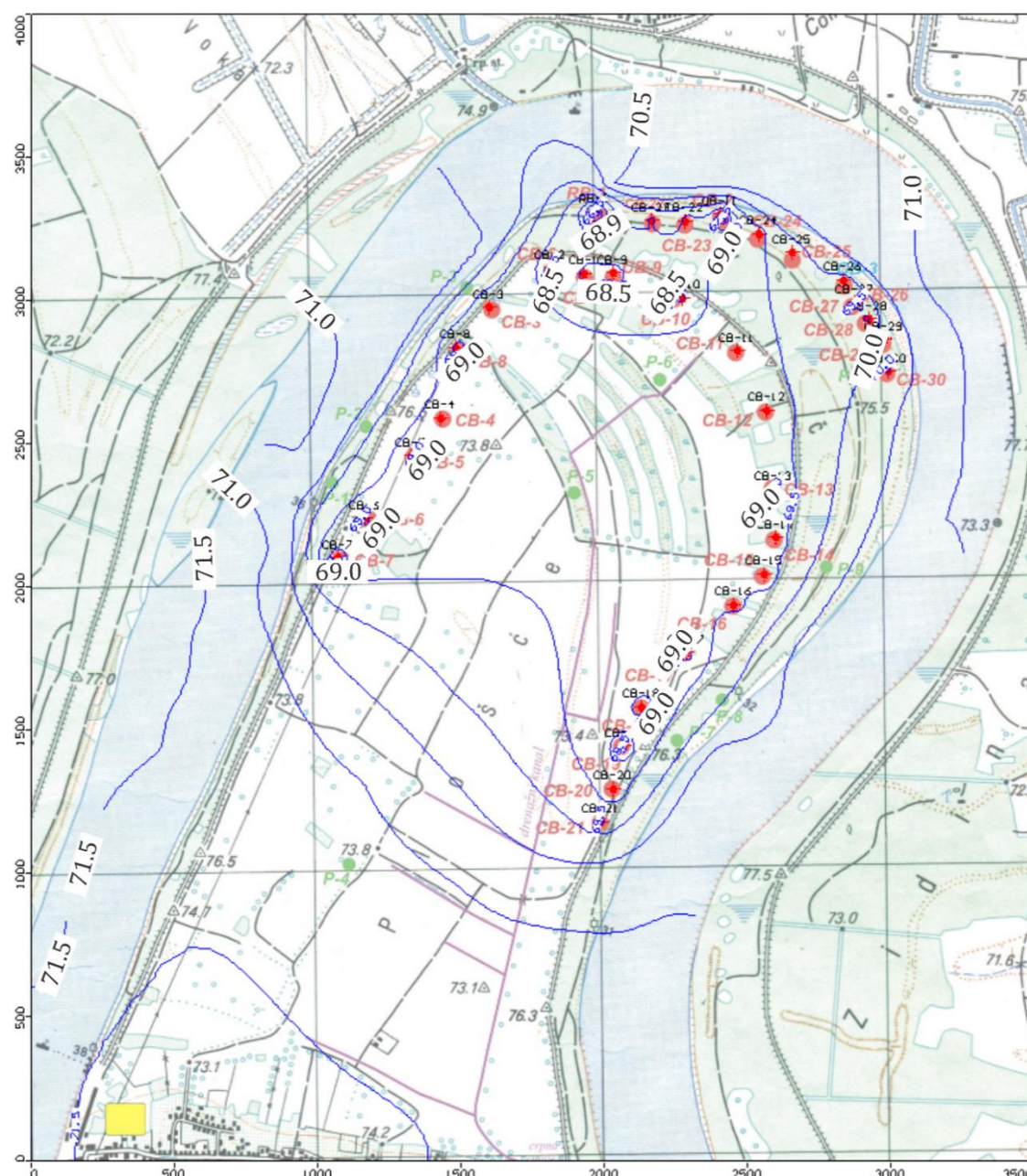
3.2.6.4 Etaloniranje modela za izvorište „Vić bare“

Etaloniranje modela tj. usklađivanje graničnih uslova i parametara modela sa onima koje vladaju u prirodnim uslovima datog istražnog područja predstavlja najbitniji deo izrade hidrodinamičkog modela zbog tačnosti postavljenog modela i dobijanja što pouzdanijih izlaznih podataka tj. dobijanja kvalitetnih tehničkih rešenja. Tačnost kalibracije u najvećoj meri zavisi od kvaliteta i količine ulaznih podataka, ali i iskustva autora modela (Polomčić 2014).

1. Hidrodinamički model rađen 2008. godine

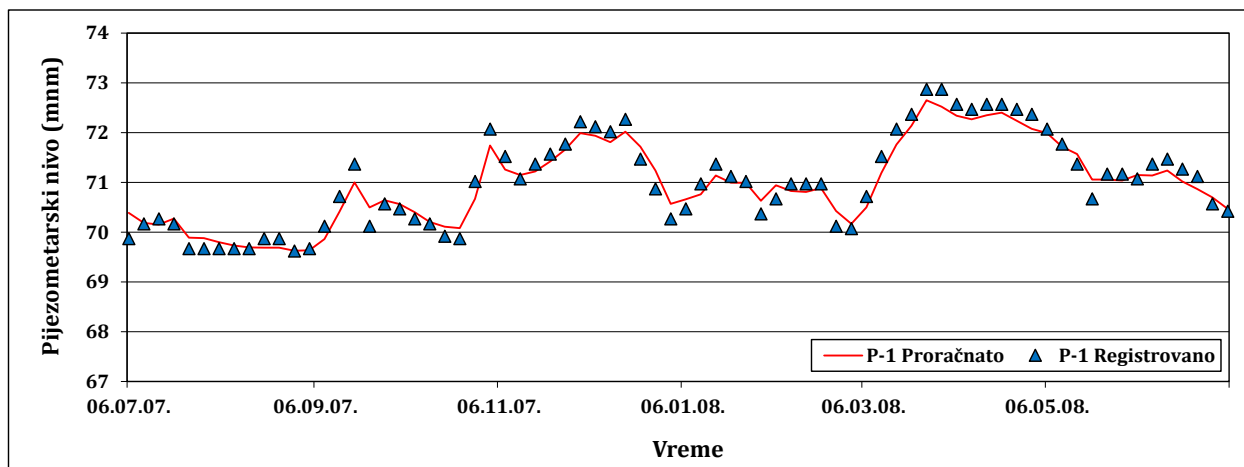
Etaloniranje modela je rađeno prvi put za vremenski period od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine kada su mereni podaci o eksploataciji podzemnih voda na izvoristu, vodostaj reke Save, padavine i nivoi podzemnih voda na deset pijezometara. Etaloniranje je sprovedeno u nestacionarnim uslovima strujanja sa vremenskim korakom od 5 dana. Model je veoma dobro usaglašen sa režimom podzemnih voda koji je vladao u analiziranom periodu. Etaloniranje modela je bilo završeno kada je dobijena zadovoljavajuća saglasnost između registrovanih nivoa podzemnih voda i nivoa dobijenih proračunom.

Na slici 3.44 prikazan je raspored pijezometarskih nivoa u kaptiranoj aluvijalnoj izdani na kraju proračunskog perioda za koji je model izvorista kalibrisan (05.07.2008), a za kapacitet izvorista od 320 l/s.

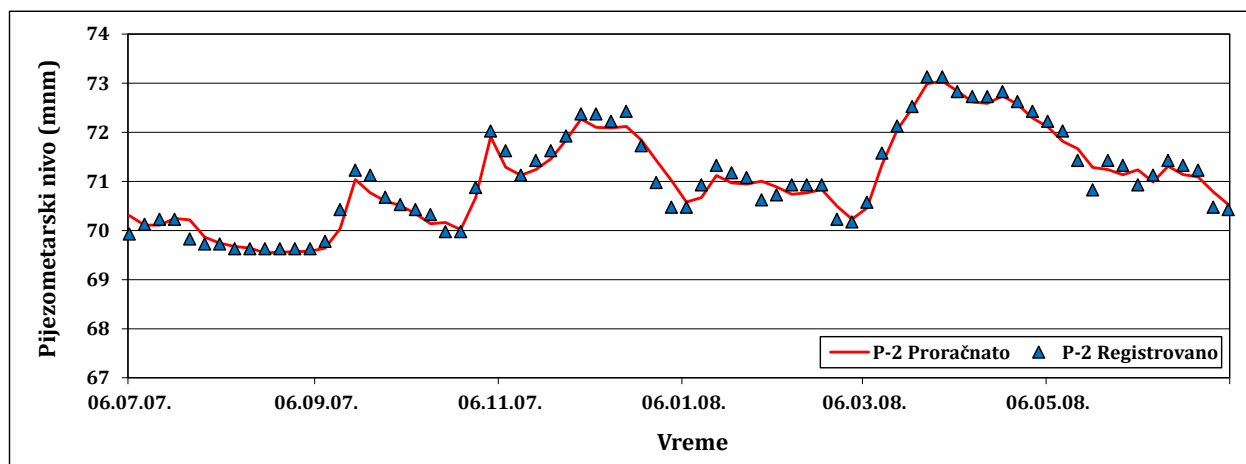


Slika 3.44. Karta rasporeda pijezometarskog nivoa šire okoline izvorista „Vić bare“ na kraju perioda za koji je model kalibrisan (Polomčić et al. 2013)

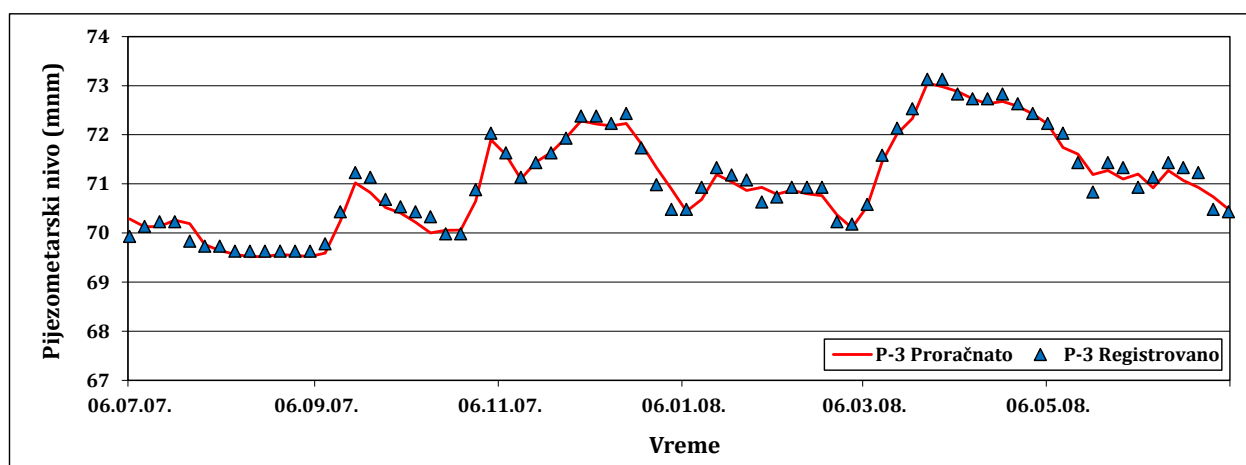
Na slikama 3.45-3.54 dati su rezultati dobijeni kalibracijom modela za vremenski period od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine.



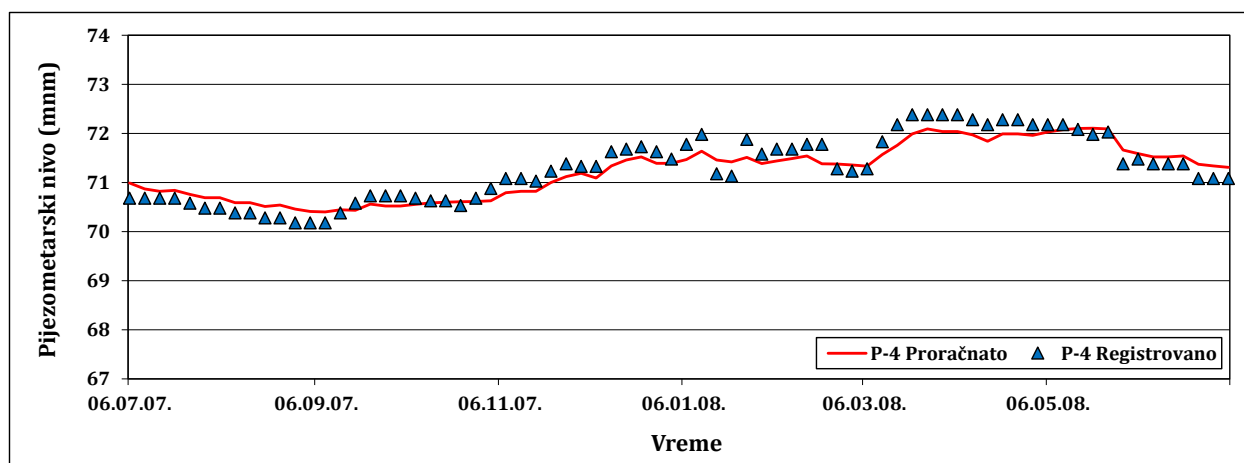
Slika 3.45. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-1 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)



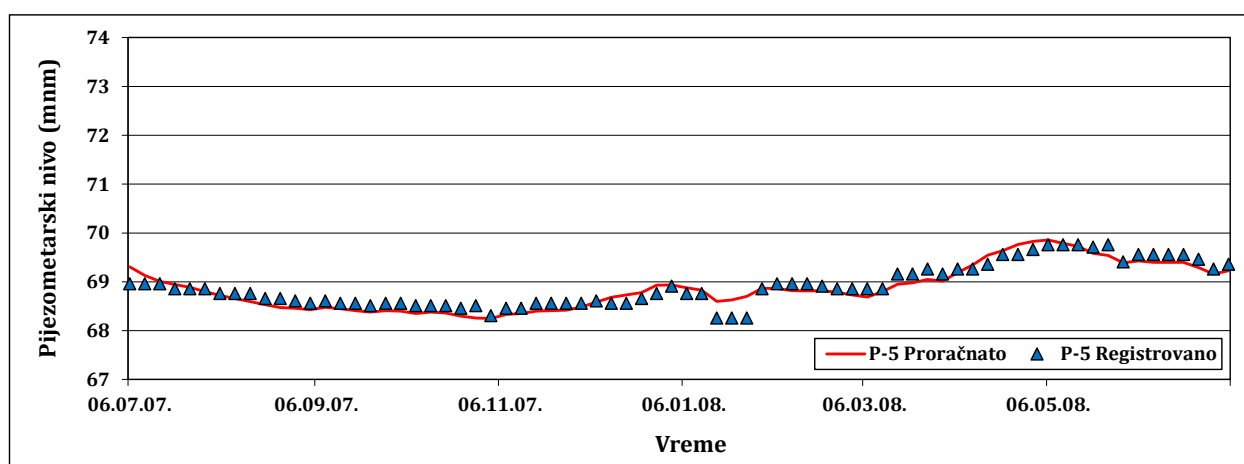
Slika 3.46. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-2 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)



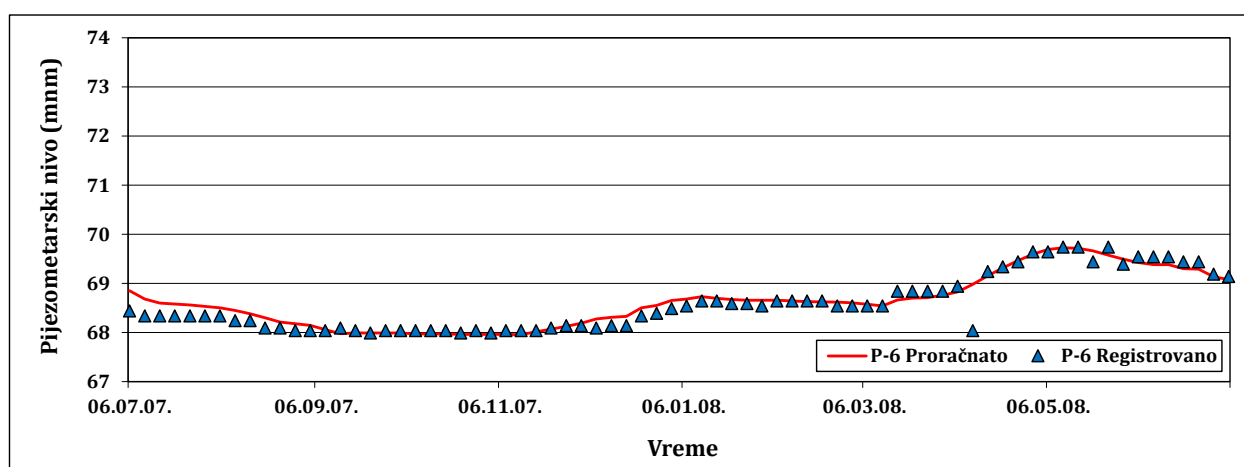
Slika 3.47. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-3 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)



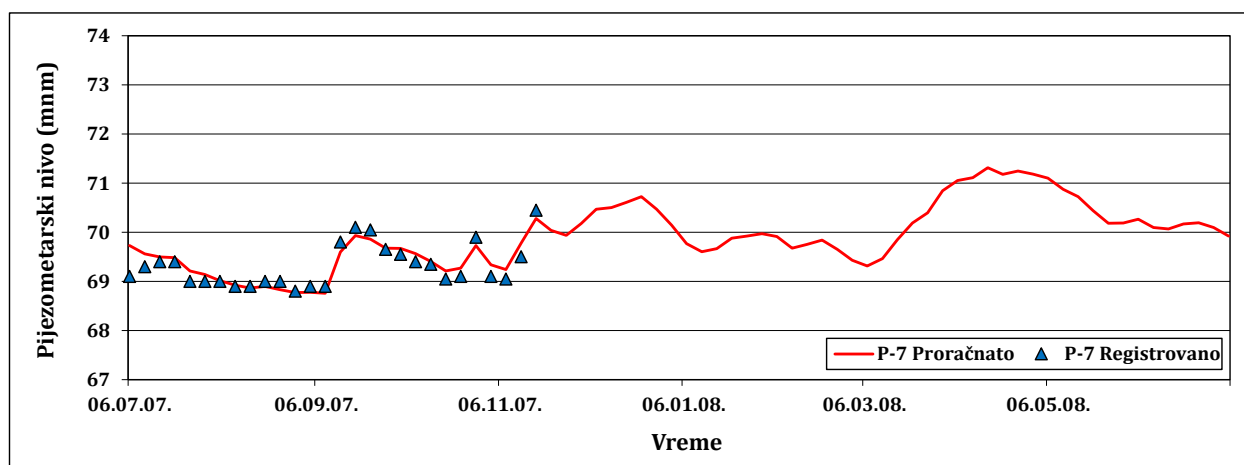
Slika 3.48. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-4 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)



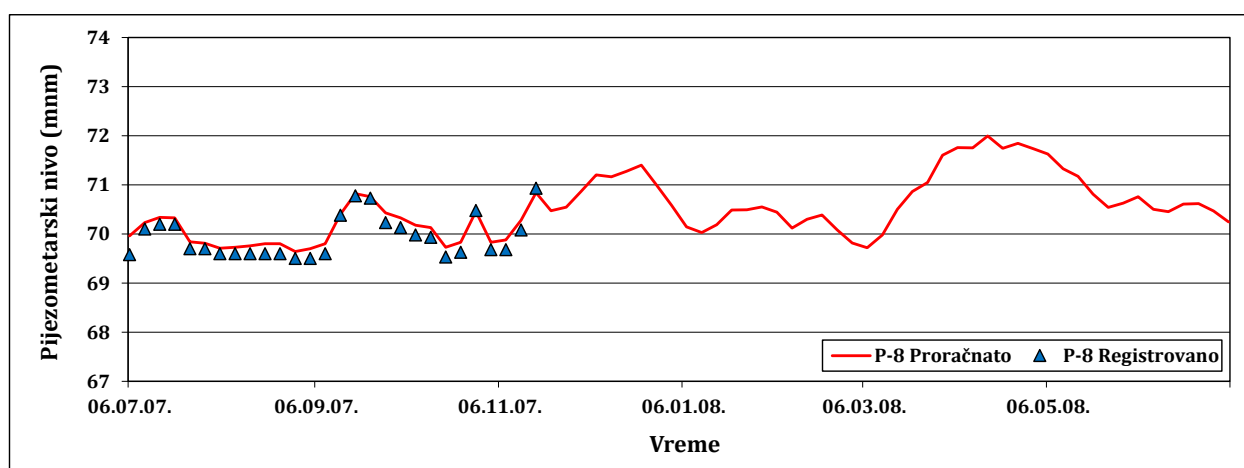
Slika 3.49. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-5 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)



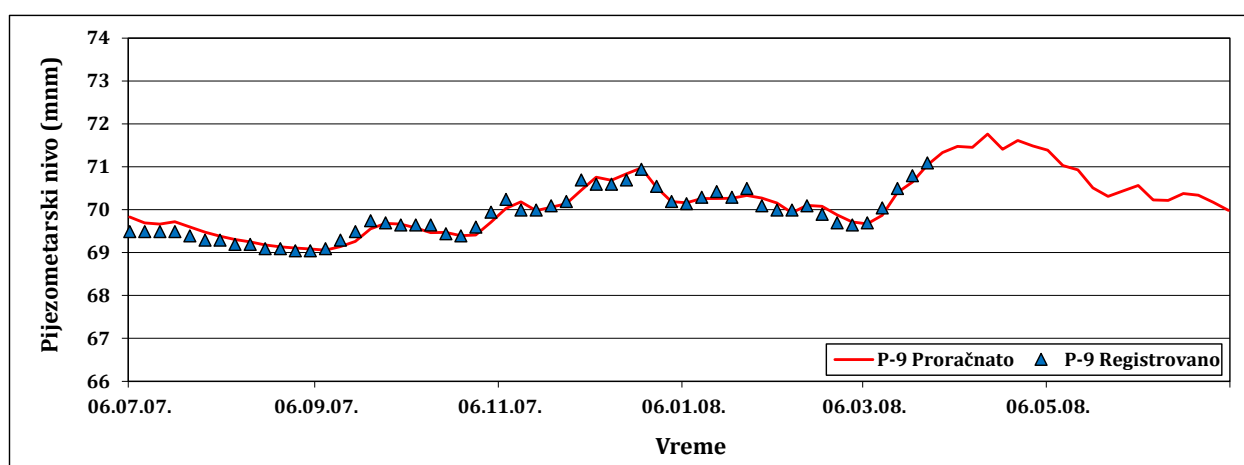
Slika 3.50. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-6 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)



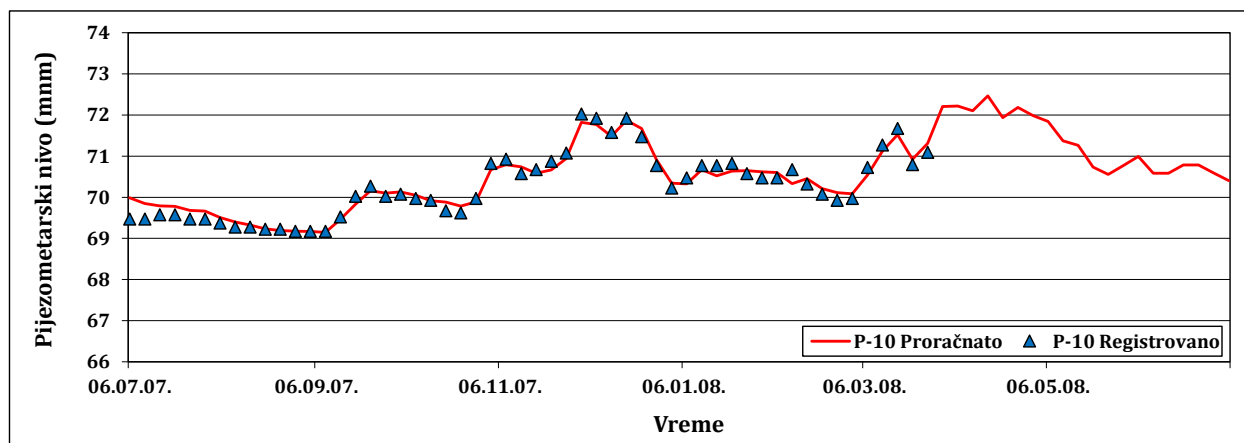
Slika 3.51. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-7 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.52. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-8 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.53. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-9 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)

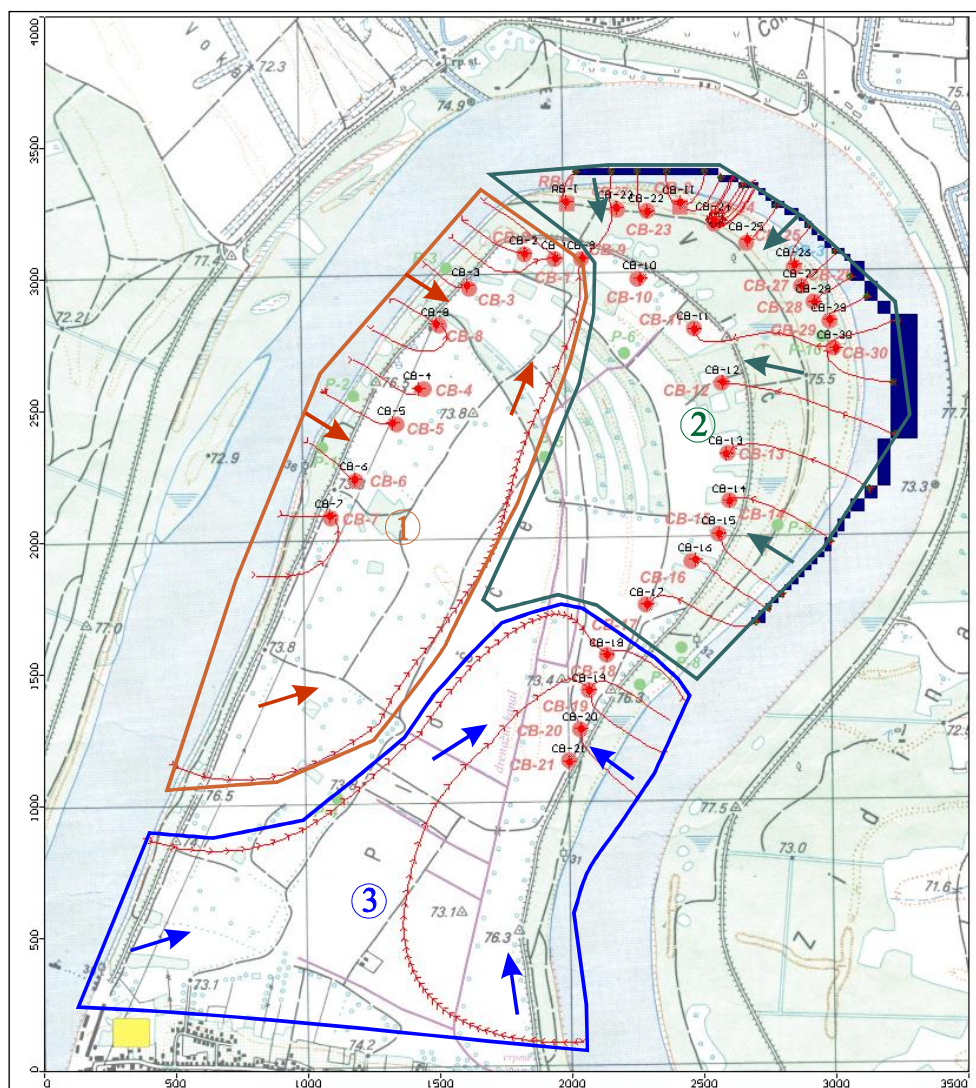


Slika 3.54. Nivogrami podzemnih voda za pijezometar P-10 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela (Polomčić et al. 2013)

Na osnovu prikazanih dijagrama (slike od 3.45 do 3.54) može se zaključiti da je model dobro kalibrisan, jer je postignuto dobro poklapanje merenih vrednosti i vrednosti proračunatih na modelu za svaki pijezometar.

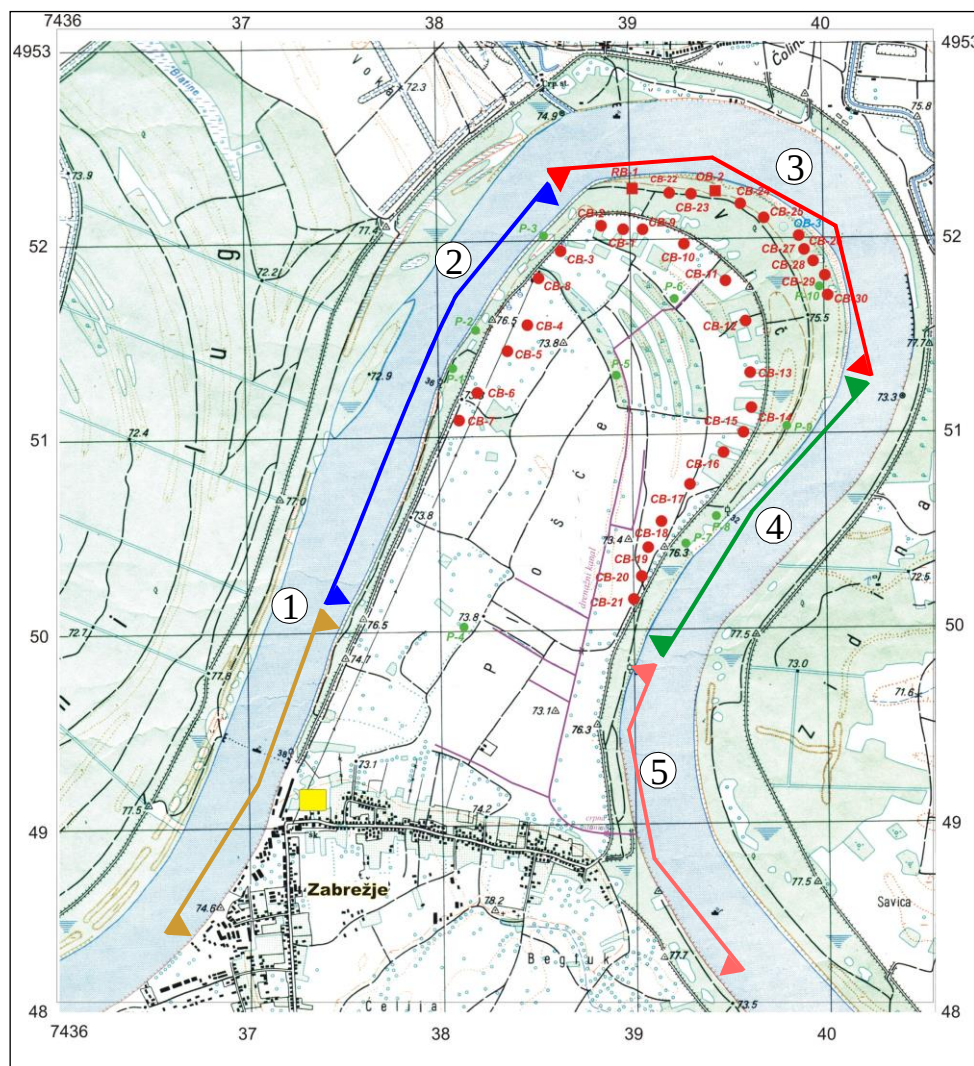
Na osnovu analize bilansa podzemnih voda za vremenski period za koji je vršena simulacija režima podzemnih voda dolazi se do zaključka da dominantnu ulogu u prihranjivanju izdani ima reka Sava, dok je infiltracija padavina zanemarljiva.

Prikaz zona prihranjivanja izdani infiltracijom površinskih voda iz reke Save u uslovima rada izvorišta dat je na slici 3.55.



Slika 3.55. Prikaz graničnih strujnih linija i izdvojenih generalnih zona prihranjivanja izvorišta „Vić bare“ (Polomčić et al. 2013)

Sa prikazane slike 3.55 se može videti da na istražnom području postoje tri zone infiltracije rečne vode prema pojedinim eksploatacionim bunarima. Zona 1 se nalazi na zapadnom delu izvorišta i rečne vode koje se infiltriraju gravitiraju bunarima CB-3 do CB-8. Zona tri obuhvata u najvećem delu zonu usporene vodozamene sa izuzetkom priobalja kod bunara CB-18 do CB-21. Drugoj izdvojenoj zoni pripadaju svi preostali bunari. U cilju detaljnog raščlanjivanja zona prihranjivanja izvorišta i kvantifikacije elemenata bilansa, a na osnovu iznetih zaključaka, izdvojeno je pet zona u priobalju reke Save (slika 3.56); (Polomčić et al. 2013).



Slika 3.56. Karta zona prihranjivanja za koje je analiziran bilans podzemnih voda; Legenda. Zone od 1-5 predstavljaju zone prihranjivanja izdani (tj. doticaja rečne vode iz reke Save u izdan) sa vrednostima prikazanim u tabeli 3.11. (Polomčić et al. 2013)

U tabeli 3.11 prikazani su elementi bilansa podzemnih voda izvorišta za sumarni kapacitet izvorišta od 320 l/s.

Na osnovu rezultata hidrodinamičkog modela došlo se do zaključka da u prihranjivanju izdani rečne vode reke Save učestvuju sa 98,8%.

Na osnovu svih istraživanja koja su detaljnije prikazana u Elaboratu (Stevanović & Hajdin 2008) utvrđeno je da se sa izvorišta „Vić bare“ mogu koristiti količine podzemnih voda od 320 l/s i koje su svrstane u „B“ kategoriju.

Tabela 3.11. Elementi bilansa podzemnih voda područja izvorišta „Vić bare“ za sumarni kapacitet izvorišta od 320 l/s (Polomčić et al. 2013).

	Zona	Doticaj (l/s)	Oticaj (l/s)
Reka Sava	1	3,24	
	2	60,41	
	3	178,51	
	4	71,54	
	5	2,59	
Eksploatacioni bunari			320
Efektivna infiltracija		3,61	
Ukupno		319,90	320

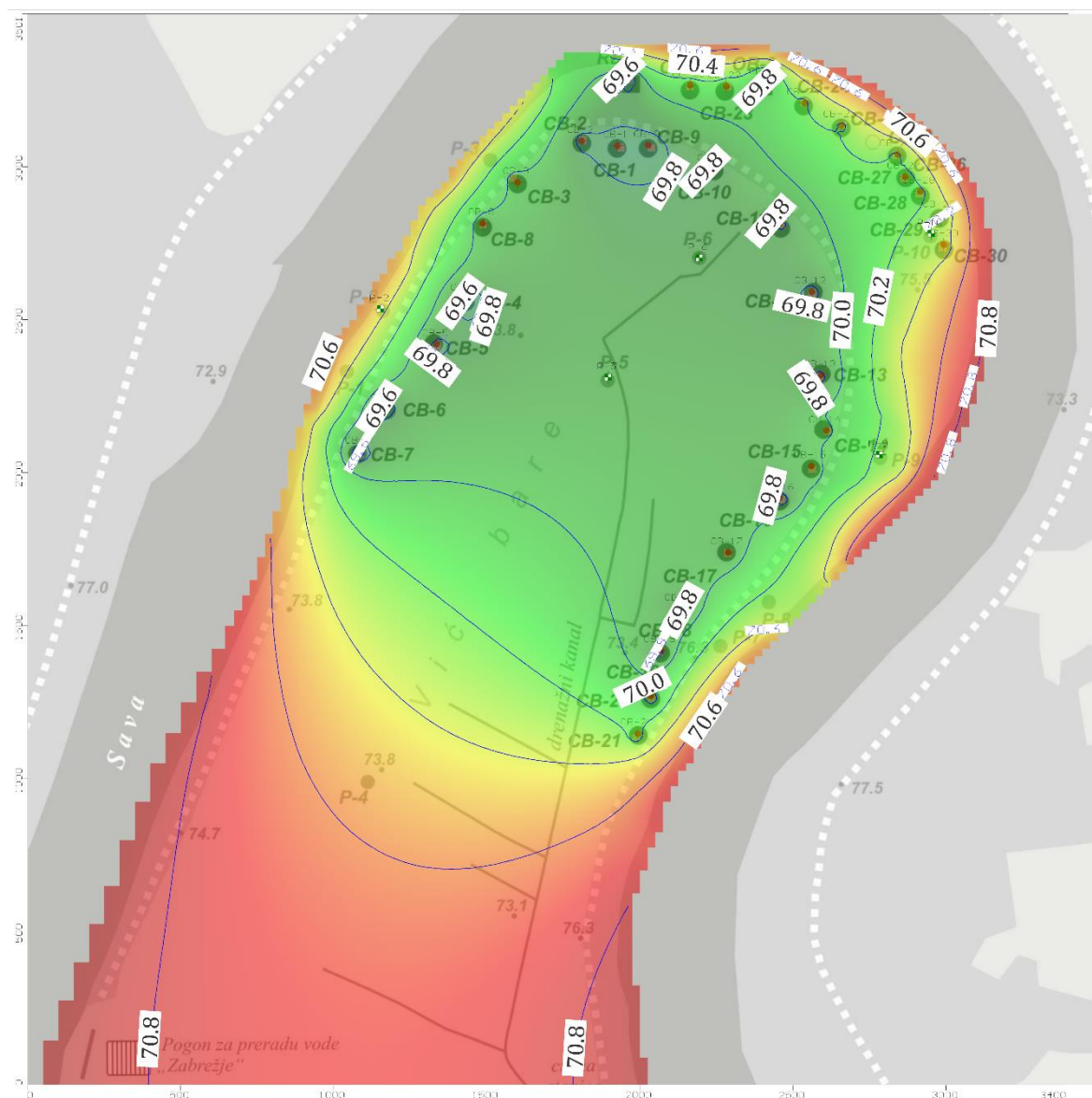
Na hidrodinamičkom modelu rađena su ispitivanja sa ciljem određivanja mogućnosti proširenja izvorišta „Vić bare“ sa dodatnim kapacitetom od 46 l/s. To je postignuto zadavanjem 5 novih bunara (tri sa kapacitetom od po 10 l/s i dva sa kapacitetom od po 8 l/s). Bunari kapaciteta od po 10 l/s su postavljeni u linijskom nizu paralelno reci Savi, nizvodno od bunara CB-30, a četvrti bunar kapaciteta 8 l/s lociran je na zapadu istražnog područja, uzvodno od bunara CB-7, dok je peti bunar (8 l/s) nizvodno od bunara CB-21. Prognozni proračuni su sprovedeni u nestacionarnim uslovima strujanja podzemnih voda, sa vremenskim korakom od mesec dana i za period od 5 godina (60 meseci). U novim uslovima zahvatanja podzemnih voda intenzivirana je infiltracija rečnih voda, i to je osnovni vid prihranjivanja izdani i u uslovima proširenja izvorišta.

Sprovednom hidrodinamičkom analizom eksploatacionog režima izdani na lokaciji izvorišta „Vić bare“ može se zaključiti da reka Sava predstavlja glavni izvor prihranjivanja aluvijalne izdani u postojećim uslovima eksploatacije, kao i u uslovima proširenja izvorišta (Polomčić et al. 2013).

2. Hidrodinamički model rađen 2011. godine

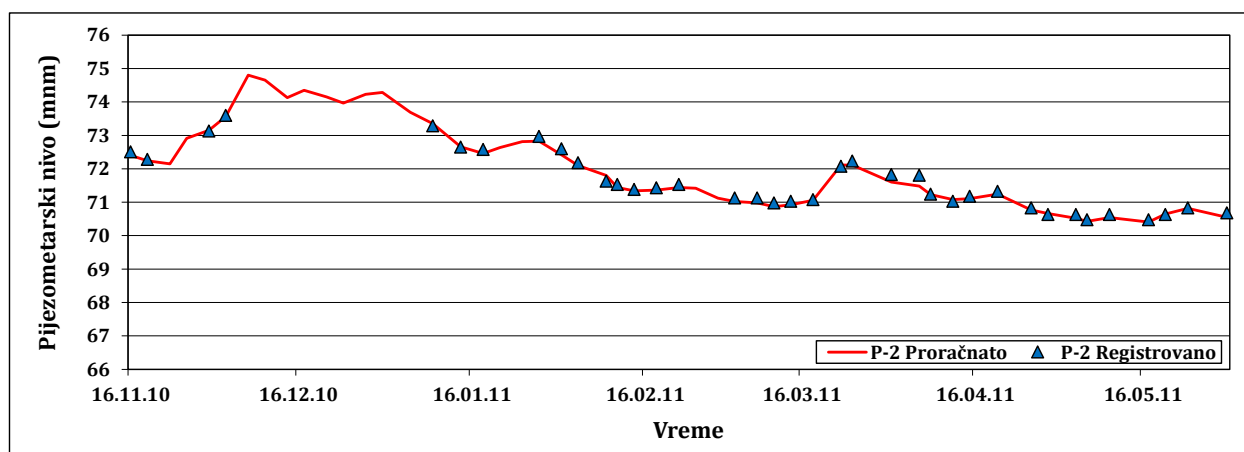
Inoviranje hidrodinamičkog modela iz 2008. godine je rađeno za model iz 2011. godine. Sprovedeno je u nestacionarnim uslovima strujanja sa vremenskim korakom od 1 dan za vremenski period od 16.11.2010. do 31.05.2011 godine.

Kalibracija modela je završena kada je dobijena zadovoljavajuća saglasnost između registrovanih nivoa podzemnih voda i nivoa dobijenih proračunom. Na slici 3.57 prikazan je raspored pijezometrijskih nivoa u kaptiranoj aluvijalnoj izdani na kraju proračunskog perioda za koji je model izvorišta kalibrisan (31.05.2011), a za kapacitet izvorišta od 274 l/s.

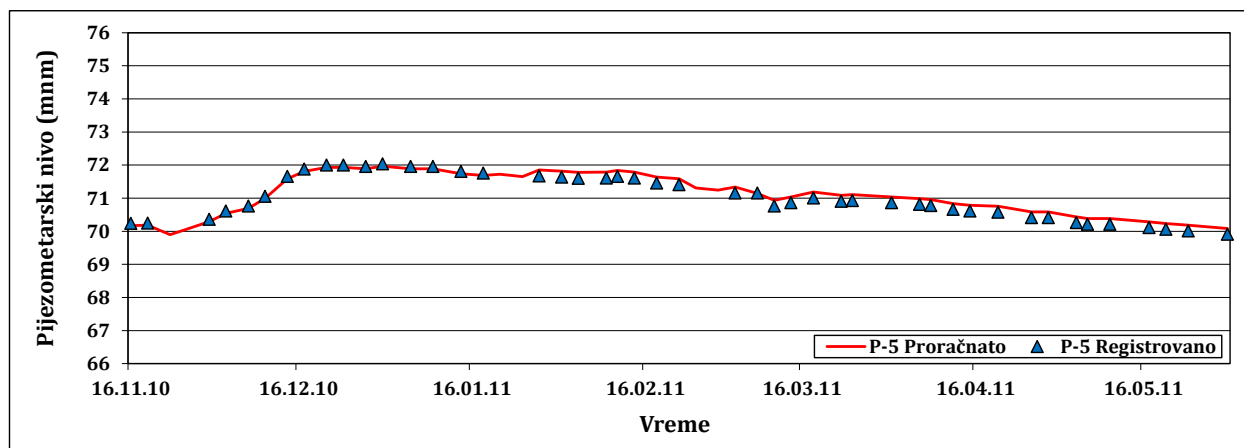


Slika 3.57. Karta rasporeda pijezometarskog nivoa šire okoline izvorišta „Vić bare“ na kraju perioda za koji je model kalibrisan (Polomčić et al. 2013)

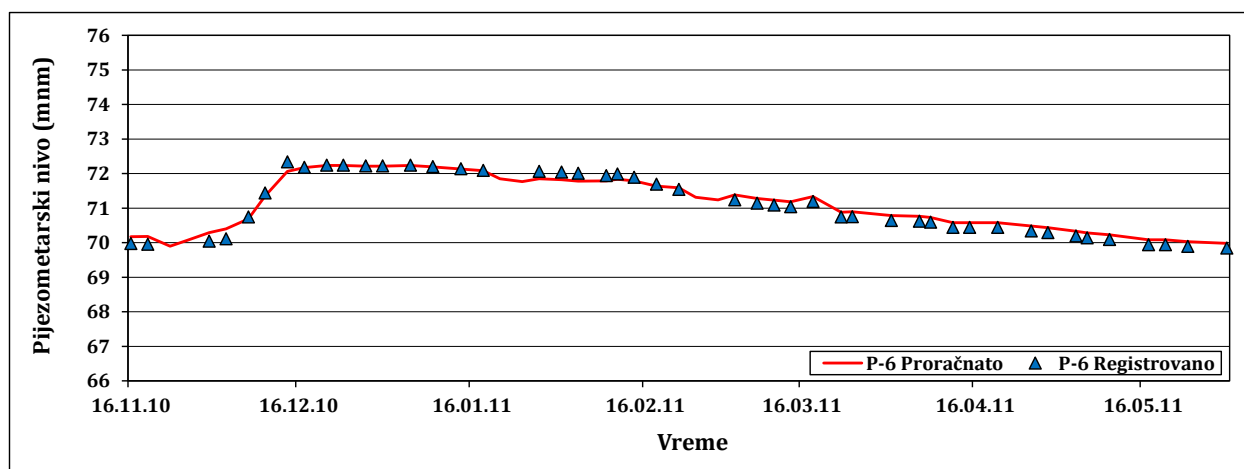
Na slikama 3.58-3.62 su dati nivoi podzemnih voda registrovani na osmatračkim objektima i dobijeni proračunom u procesu etaloniranja modela (u istim objektima) (Polomčić et al. 2013).



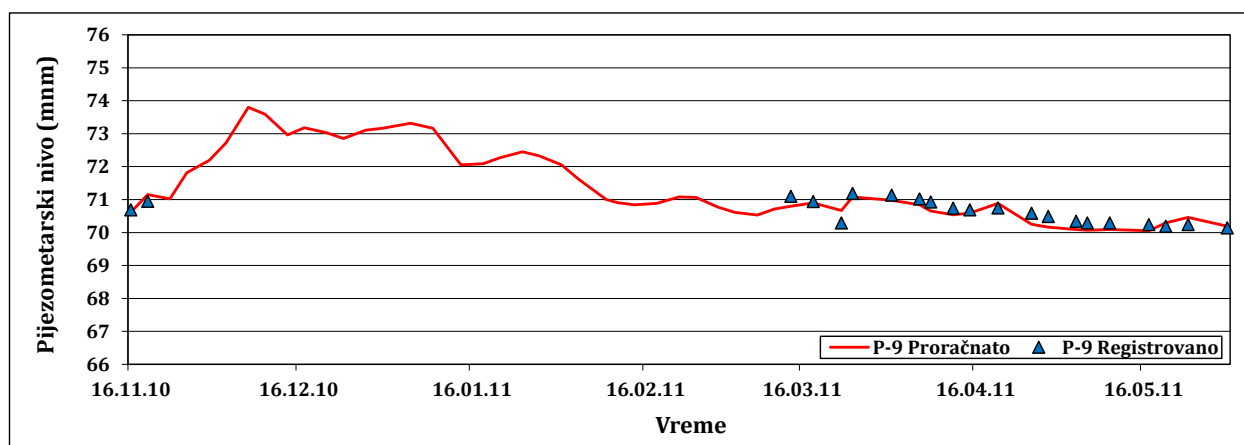
Slika 3.58. Nivogrami podzemnih voda u pijezometru P-2 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period od 16.11.2010. do 31.05.2011. godine (Polomčić et al. 2013)



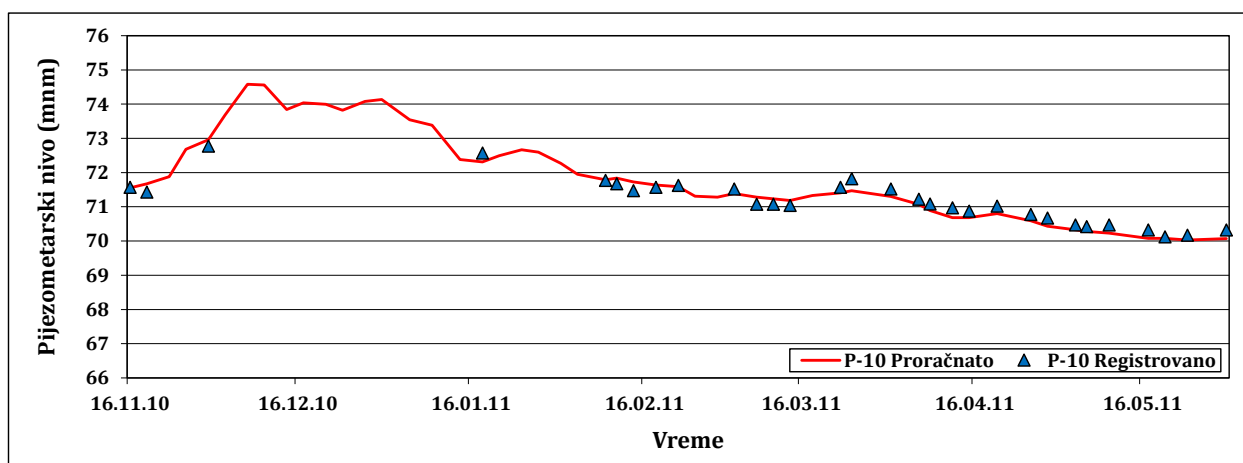
Slika 3.59. Nivogrami podzemnih voda u pijezometru P-5 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period od 16.11.2010. do 31.05.2011. godine (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.60. Nivogrami podzemnih voda u pijezometru P-6 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period od 16.11.2010. do 31.05.2011. godine (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.61. Nivogrami podzemnih voda u piježometru P-9 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period od 16.11.2010. do 31.05.2011. godine (Polomčić et al. 2013)



Slika 3.62. Nivogrami podzemnih voda u piježometru P-10 registrovani u prirodi i dobijeni procesom etaloniranja modela za period od 16.11.2010. do 31.05.2011. godine (Polomčić et al. 2013)

Na slikama 3.58-3.62 prikazano je da je urađena kalibracija modela zadovoljavajuće tačnosti što se vidi na osnovu dobre usaglašenosti merenih i proračunatih nivoa podzemnih voda na svim piježometrima.

U tabeli 3.12 prikazani su elementi bilansa podzemnih voda izvorišta za sumarni kapacitet izvorišta od 274 l/s.

Na osnovu rezultata hidrodinamičkog modela došlo se do zaključka da u prihranjivanju izdani rečne vode reke Save učestvuju sa 99,2%.

Tabela 3.12. Elementi bilansa podzemnih voda područja izvorišta „Vić bare“ za sumarni kapacitet izvorišta od 274 l/s (Polomčić et al. 2013)

	Zona	Doticaj (l/s)	Oticaj (l/s)
Reka Sava	1	2,75	
	2	53,24	
	3	151,74	
	4	61,83	
	5	2,20	
Eksploatacioni bunari			274
Efektivna infiltracija		1,78	
Ukupno		273,55	274

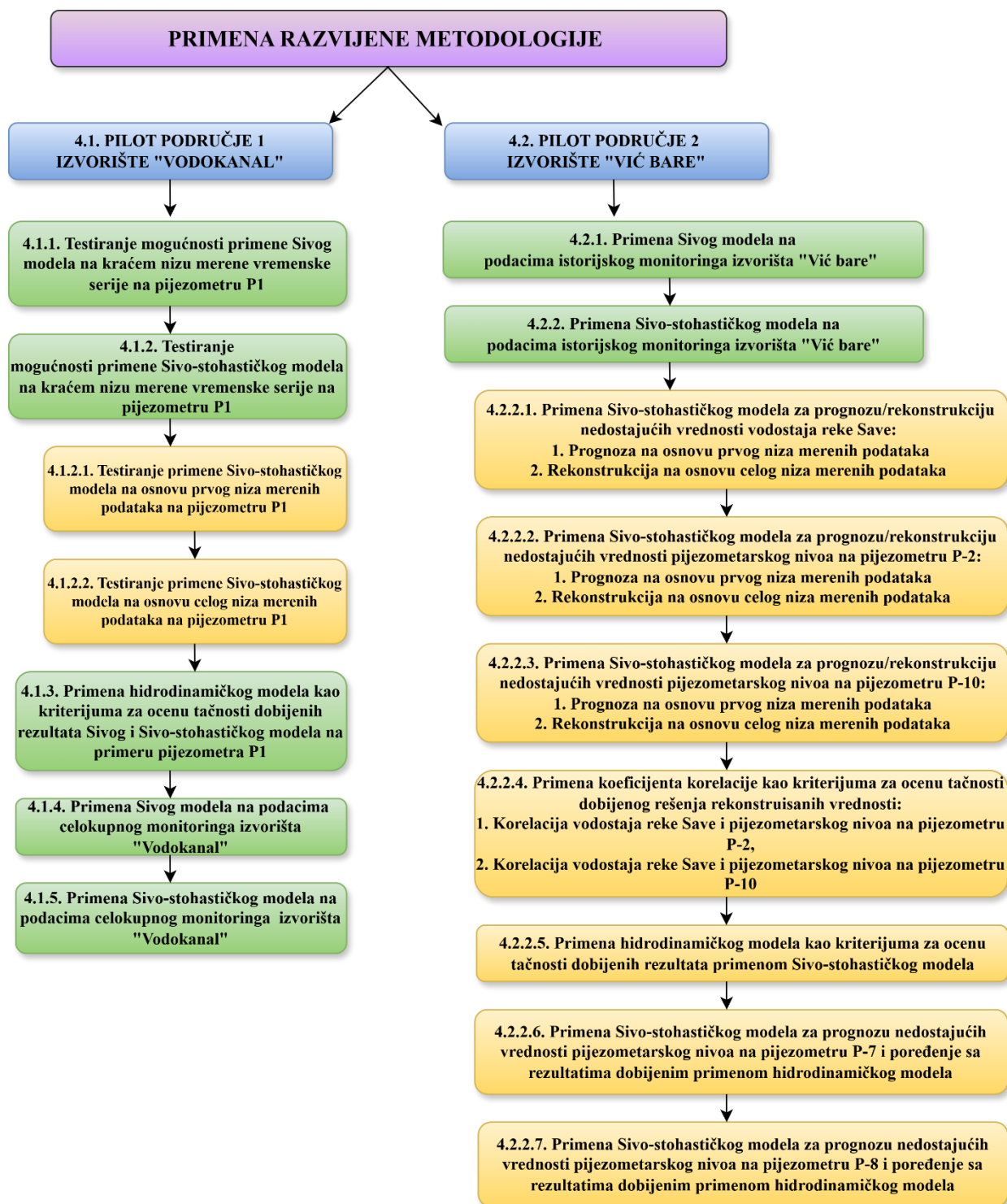
4 TESTIRANJE RAZVIJENE METODOLOGIJE

U cilju verifikacije razvijene metodologije u oblasti hidrogeologije prikazana je primena Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela na podacima istorijskog monitoringa izvorišta "Vodokanal" i izvorišta "Vić bare". Radi lakšeg praćenja implementacije primenjene metodologije na izabranim pilot područjima na slici 4.1 dat je prikaz postupka dolaženja do konačnog rešenja primenom gore pomenutih matematičkih modela.

Za izvorište "Vodokanal" je prvo rađeno testiranje predloženih matematičkih modela (Sivog i Sivo-stohastičkog modela) iz razloga što merena vremenska serija predstavlja niz podataka dug 30 godina, a period koji je potrebno rekonstruisati iznosi 9 godina što veoma utiče na stabilnost proračuna i preciznost dobijenog rešenja¹⁴. S obzirom na gore izneti zaključak primena ovih modela prvo je testirana na jednom delu merene vremenske serije da bi se utvrdila mogućnost njihove primene na kraćem nizu, a nakon dokazane preciznosti modela dat je predlog rešenja rekonstrukcije nedostajućih podataka za celu vremensku seriju tj. na osnovu ukupnog monitoringa za ovo pilot područje.

S obzirom da podaci istorijskog monitoringa izvorišta „Vić bare“ predstavljaju vremensku seriju merenu u periodu od 6. jula 2007. do 31. maja 2011. godine (4 godine) na ovom primeru nije rađeno testiranje na kraćem vremenskom nizu nego je razvijena metodologija primenjena na ceo niz merenih (originalnih) podataka.

¹⁴ U cilju dobijanja što preciznijih rešenja (prognoze parametara koji nedostaju) za pilot područja izvorišta „Vodokanal“ i „Vić bare“ urađen je veliki broj testiranja upotrebe Sivog modela i Sivo-Stohastičkog modela na vremenskim serijama različite dužine merenih podataka i različitim periodima za koje se vršila prognoza. Došlo se do zaključka da što se više povećava period koji se prognozira utoliko rešenje postaje nestabilnije i veličina MAPE greške se povećava.

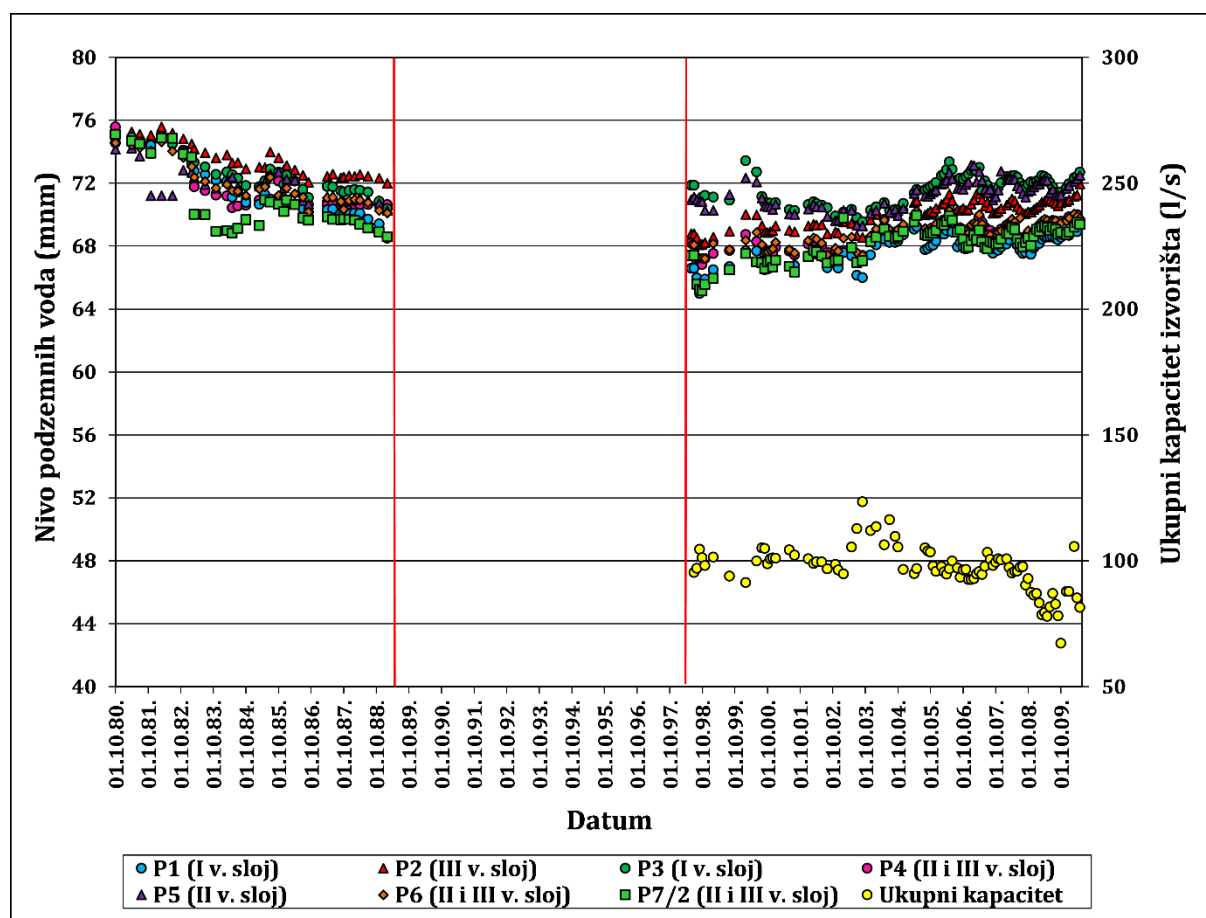


Slika 4.1. Prikaz primene razvijene metodologije na podacima istorijskog monitoringa izvorišta „Vodokanal“ i izvorišta „Vić bare“.

4.1 Pilot područje 1- Izvorište „Vodokanal“

Istorijski podaci monitoringa izvorišta “Vodokanal” Bečej su korišćeni za rekonstrukciju nedostajućih vrednosti nivoa podzemnih voda na sedam pijeometara (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7/2) i ukupnog kapaciteta izvorišta. Period osmatranja nivoa podzemnih voda i ukupnog kapaciteta izvorišta trajao je od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine. Međutim, pijeometarski nivoi nisu mereni u periodu od 01.02.1989. do 01.06.1998. godine, a ukupni kapaciteti izvorišta od 01.10.1980. do 01.07.1998. godine (slika 4.2).

Na osnovu analize merenih podataka uočava se znatno učestalije registrovanje nivoa podzemnih voda u odnosu na vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta. Merenja oba izučavana parametra u toku rada izvorišta vršena su periodično. Nešto učestalija merenja su registrovana od 2006. godine radi utvrđivanja bilansnih rezervi podzemnih voda predmetnog izvorišta.



Slika 4.2. Mereni pijeometarski nivoi i ukupni kapaciteti izvorišta “Vodokanal” u periodu od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine

Razvijena metodologija prikazana na slici 2.1. u poglavlju 2. predstavlja opšti algoritam koji je za potrebe prognoziranja vrednosti koje nedostaju, prilagođen merenim podacima i zadatku koji treba rešiti. Rešavanje problema nedostatka podataka monitoringa za izvorište

„Vodokanal” vršeno je implementacijom Sivog modela prvog reda sa jednom promenljivom¹⁵ i Sivo-stohastičkog modela.

Na slici 4.3 prikazani su koraci za rekonstrukciju nedostajućih podataka monitoringa i eksploatacionog režima izvorišta “Vodokanal” primenom Sivog modela (1,1), a na slici 4.9 primenom Sivo-stohastičkog modela.

4.1.1 Testiranje mogućnosti primene Sivog modela na kraćem nizu merene vremenske serije (period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine) na piježometru P1

Primena Sivog modela na primeru izvorišta “Vodokanal” rađena je na osnovu algoritma prikazanog na slici 4.3. Vrednosti koje nedostaju i koje je primenom razvijene metodologije potrebno rekonstruisati su: nedostajući datumi za koje će se vršiti prognoza piježometarskog nivoa, piježometarski nivoi na sedam piježometara (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7/2) i ukupni kapacitet izvorišta.

¹⁵ U daljem tekstu će se koristiti pojam Sivi model (1,1) ili samo Sivi model. Podrazumeva se da je u pitanju Sivi model prvog reda sa jednom promenljivom koji je korišćen za rešavanje prognoze nedostajućih vrednosti piježometarskog nivoa, jer se prati jedan parametar kroz vreme.

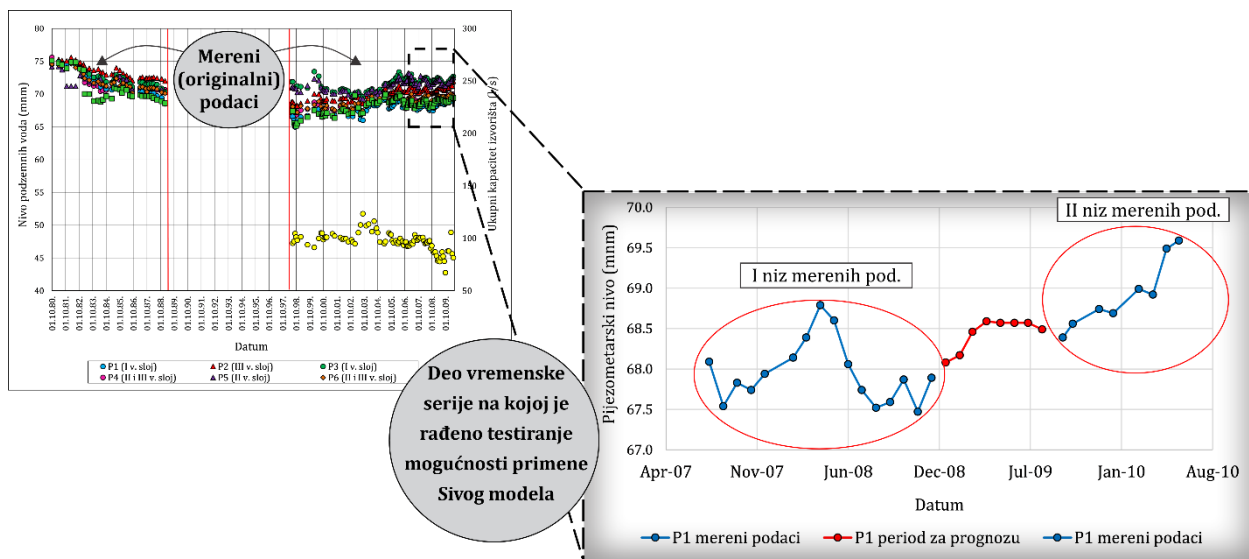


Slika 4.3. Algoritam metodologije za rekonstrukciju nedostajućih podataka na numeričkom primeru izvorišta “Vodokanal” primenom Sivog modela

Iz originalne (merene) vremenske serije (period od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine) izdvojen je jedan kraći niz merenih podataka (period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine) sa ciljem testiranja mogućnosti primene Sivog modela. Testiranje je rađeno na primeru merenih podataka pijezometrijskog nivoa na pijezometru P1.

Kao što je prikazano na slici 4.4 vremenska serija merena u periodu od 01.01.2009. do 01.08.2009. godine (prikazana crvenom bojom na slici) predstavlja niz podataka koji je korišćen za komparaciju merenih podataka sa rekonstruisanim vrednostima primenom Sivog

modela. Rekonstrukcija je rađena na osnovu celog niza merenih podataka (na slici 4.4. I niz i II niz).



Slika 4.4. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih pijezometarskih nivoa na pijezometru P1 u periodu od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine na kojima je vršeno testiranje mogućnosti primene Sivog modela

Autoregresivni model je primenjen za rekonstrukciju nedostajućih datuma za koje će se vršiti prognoza pijezometarskih nivoa.

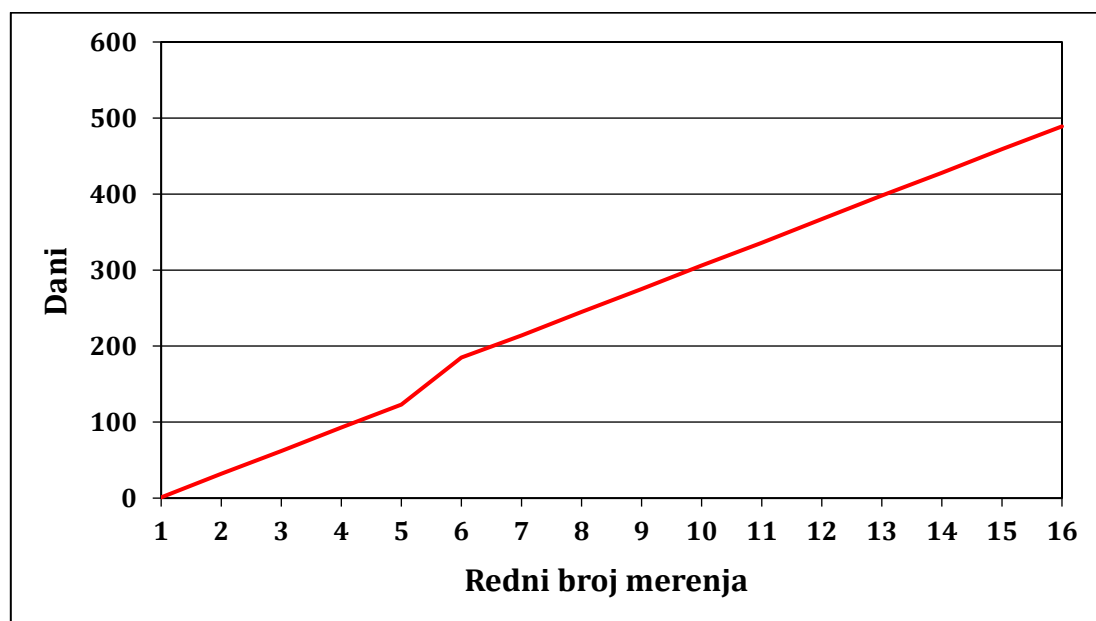
U tabeli 4.1 i slici 4.5 su prikazani ulazni podaci za primenu Autoregresionog modela. Datumi su predstavljeni kumulativnim brojem dana. Crvenom bojom u tabeli 4.1. prikazan je period (datumi) koji nedostaje i koji će biti rekonstruisan.

Tabela 4.1. Ulazni podaci za primenu Autoregresivnog modela za područje izvorišta „Vodokanal“ Bečej

Datum	Dani
01-08-07	1
01-09-07	32
01-10-07	62
01-11-07	93
01-12-07	123
01-02-08	185
01-03-08	214
01-04-08	245
01-05-08	275
01-06-08	306
01-07-08	336
01-08-08	367
01-09-08	398
01-10-08	428
01-11-08	459

Tabela 4.1 (nastvak). Ulazni podaci za primenu Autoregresivnog modela za područje izvorišta „Vodokanal“ Bečej

Datum	Dani
01-12-08	489
15-09-09	777
07-10-09	799
04-12-09	857
04-01-10	888
01-03-10	944
01-04-10	975
01-05-10	1005
28-05-10	1032



Slika 4.5. Prikaz originalnih datuma (datumi kada su vršena merenja pijezometarskih nivoa na pijezometru P1) koji su pretvoreni u kumulativni broj dana

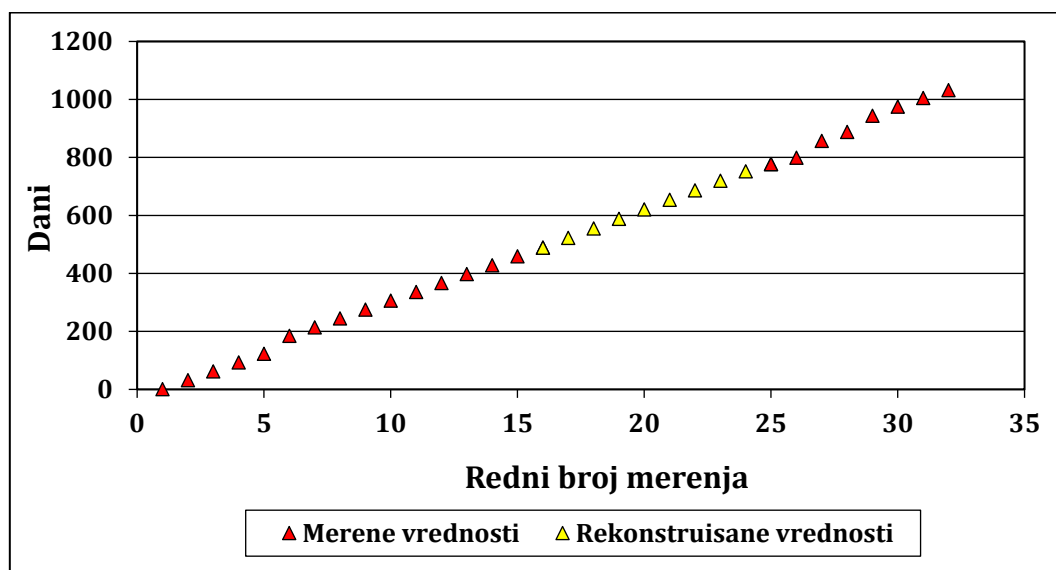
Uslov za primenu Autoregresionog modela je da vremenska serija bude stacionarna i iz tog razloga se primenjuje jednačina 2.7 kojom se nestacionarna vremenska serija (slika 4.5) prevodi u stacionarnu.

Primenom jednačina 2.3, 2.4, 2.5 na stacionarnu vremensku seriju proračunate su vrednosti Autoregresivnog modela prvog, drugog i trećeg reda, a onda je primenjen Akaikeov informacioni kriterijum (AIC) za pronalaženje najtačnijeg rešenja i rezultati su prikazani u tabeli 4.2.

Tabela 4.2. Vrednosti AIC kriterijuma za Autoregresivni model prvog, drugog i trećeg reda (AR1, AR2 i AR3).

AIC (AR1)	AIC (AR2)	AIC (AR3)
4,32	4,55	4,79

Najniža vrednost AIC se usvaja kao najtačnija, a u ovom slučaju to je AR1. Na slici 4.6 dat je prikaz originalnih (crvenom bojom) i rekonstruisanih (žutom bojom) kumulativnih dana koji su dobijeni primenom Autoregresionog modela prvog reda.



Slika 4.6. Prikaz originalnih i rekonstruisanih kumulativnih dana (koji su dobijeni primenom Autoregresivnog modela prvog reda).

U tabeli 4.3 su prikazane rekonstruisane vrednosti dana na osnovu Autoregresivnog modela prvog reda (prikazani crvenom bojom).

Tabela 4.3. Prikaz originalnih kumulativnih dana kada su vršena merenja i kumulativnih dana koji su dobijeni primenom Autoregresivnog modela prvog reda.

Redni broj merenja	Dani	Redni broj merenja	Dani
1	1	17	522
2	32	18	555
3	62	19	588
4	93	20	621
5	123	21	654
6	185	22	687
7	214	23	720
8	245	24	752

Tabela 4.3 (nastavak). Prikaz originalnih kumulativnih dana kada su vršena merenja i kumulativnih dana koji su dobijeni primenom Autoregresivnog modela prvog reda.

Redni broj merenja	Dani	Redni broj merenja	Dani
9	275	25	777
10	306	26	799
11	336	27	857
12	367	28	888
13	398	29	944
14	428	30	975
15	459	31	1005
16	489	32	1032

Jednačine od 2.11 do 2.20 su primenjene na merene podatke piježometarskog nivoa na piježometru P1 i formiran je Sivi model.

Za dobijanje **AGO serije** (Sivog operatora generisanja) korišćena je jednačina 2.11 i dobijena je sledeća vremenska serija prikazana u tabeli 4.4. AGO serija se formira u cilju smanjivanja fluktuacije podataka čime se dobijaju precizniji rezultati Sivog modela.

Tabela 4.4. Prikaz AGO serije.

P1 (mm)	AGO serija
68,09	68,09
67,54	2161,83
67,83	4196,73
67,74	6296,67
67,94	8334,87
68,14	12559,55
68,39	14542,86
68,79	16675,35
68,60	18733,35
68,06	20843,21
67,74	22875,41
67,52	24968,53
67,59	27063,82
67,87	29099,92
67,47	31191,49
67,89	33228,19
68,39	52924,51
68,56	54432,83
68,74	58419,75
68,69	60549,14

Tabela 4.4 (nastavak). Prikaz AGO serije

P1 (mm)	AGO serija
68,99	64412,58
68,92	66549,10
69,49	68633,80
69,59	70512,73

Kao što je prikazano u jednačini 2.16, za izračunavanje **koeficijenata a i b** potrebno je formirati **matrice Z, B i Y**, primenom jednačina 2.12, 2.17 i 2.18.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c}
 1114,96 \\
 3179,28 \\
 5246,70 \\
 7315,77 \\
 10447,21 \\
 13551,21 \\
 15609,11 \\
 17704,35 \\
 19788,28 \\
 21859,31 \\
 23921,97 \\
 26016,18 \\
 28081,87 \\
 30145,71 \\
 32209,84 \\
 43076,35 \\
 53678,67 \\
 56426,29 \\
 59484,45 \\
 62480,86 \\
 65480,84 \\
 67591,45 \\
 69573,27
 \end{array} \right] \\
 Z =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c}
 1114,96 \\
 3179,28 \\
 5246,70 \\
 7315,77 \\
 10447,21 \\
 13551,21 \\
 15609,11 \\
 17704,35 \\
 19788,28 \\
 21859,31 \\
 23921,97 \\
 26016,18 \\
 28081,87 \\
 30145,71 \\
 32209,84 \\
 43076,35 \\
 53678,67 \\
 56426,29 \\
 59484,45 \\
 62480,86 \\
 65480,84 \\
 67591,45 \\
 69573,27
 \end{array} \right] \\
 B =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c}
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1
 \end{array} \right] \\
 Y =
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Kada su formirane **matrice Z, B i Y** upotrebom jednačine 2.16 izračunavaju se vrednosti **koeficijenata a i b**:

$$a = 2,04E-05$$

$$b = 67,63.$$

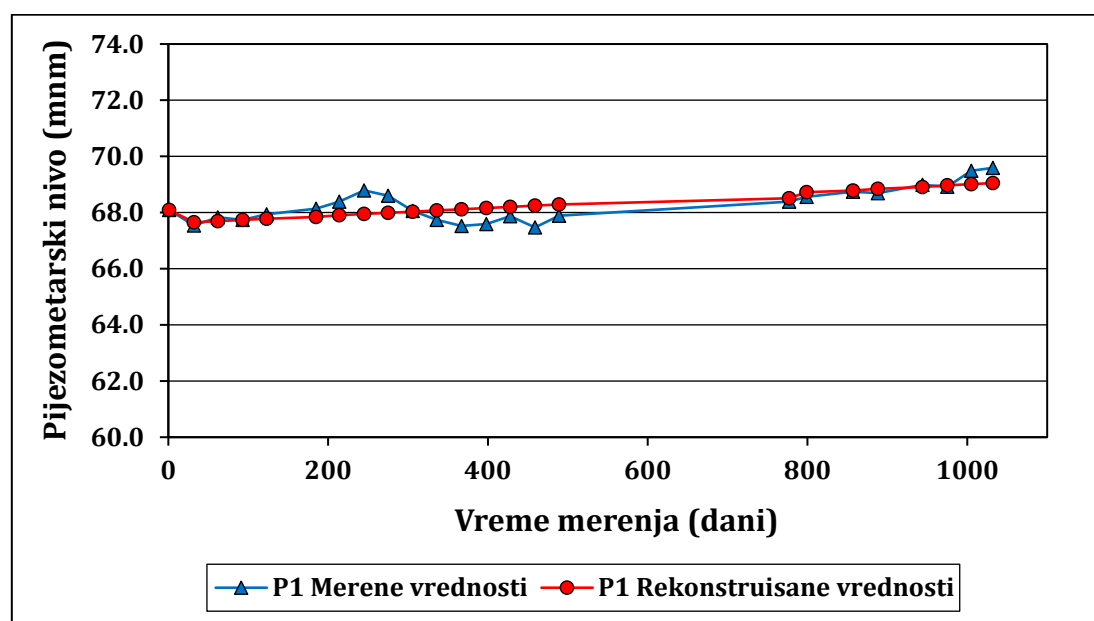
Rešavanjem jednačina 2.19. i 2.20. dobijaju se rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P1 (u tabeli 4.5 vrednosti prikazane crvenom bojom) i ukoliko je dobijena greška originalnih vrednosti i rekonstruisanih vrednosti primenom Sivog modela (1,1) prihvatljiva tj. ukoliko je **Sivi model dobro formiran**, može se preći na rekonstrukciju podataka koji nedostaju.

U tabeli 4.5 je prikazana apsolutna procentulna greška APE koja pokazuje grešku modela u svakoj tački merenja pojedinačno što dokazuje da je formirani model zadovoljavajuće tačnosti.

Tabela 4.5. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) za pijezometar P1 za period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine

Dani	P1 Merene vrednosti (mm)	P1 Rekon. vrednosti (mm)	APE (%)	Dani	P1 Merene vrednosti (mm)	P1 Rekon. vrednosti (mm)	APE (%)
1	68,09	68,09	0,00	398	67,59	68,16	0,84
32	67,54	67,65	0,17	428	67,87	68,20	0,49
62	67,83	67,70	0,20	459	67,47	68,25	1,15
93	67,74	67,74	0,00	489	67,89	68,29	0,59
123	67,94	67,78	0,24	777	68,39	68,51	0,18
185	68,14	67,84	0,44	799	68,56	68,73	0,24
214	68,39	67,91	0,71	857	68,74	68,78	0,06
245	68,79	67,95	1,22	888	68,69	68,85	0,23
275	68,60	67,99	0,89	944	68,99	68,91	0,12
306	68,06	68,03	0,04	975	68,92	68,97	0,07
336	67,74	68,07	0,49	1005	69,49	69,01	0,69
367	67,52	68,12	0,88	1032	69,59	69,05	0,77

Na slici 4.7 dat je grafički prikaz dobijenog rešenja.



Slika 4.7. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 u period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine

S obzirom da srednja apsolutna procentualna greška (MAPE) greška iznosi 0,44%, formirani Sivi model spada u grupu modela **visoke tačnosti prognoze** (tabela 2.1). Ovim je dokazana pouzdanost formiranog Sivog modela i dalje je rešavanjem jednačine 2.19 i jednačine 2.20 urađena rekonstrukcija vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P1 za period od 01.01.2009. do 01.08.2009.

U tabeli 4.6 prikazana je veličina dobijene apsolutne procentualne greške (APE), a u tabeli 4.7 dobijena veličina greške merenih (originalih) vrednosti pijezometarskog nivoa i rekonstruisanih vrednosti korišćenjem MAPE kriterijuma, čime je dokazano da dobijena rekonstrukcija spada u rešenja **visoke tačnosti prognoze**.

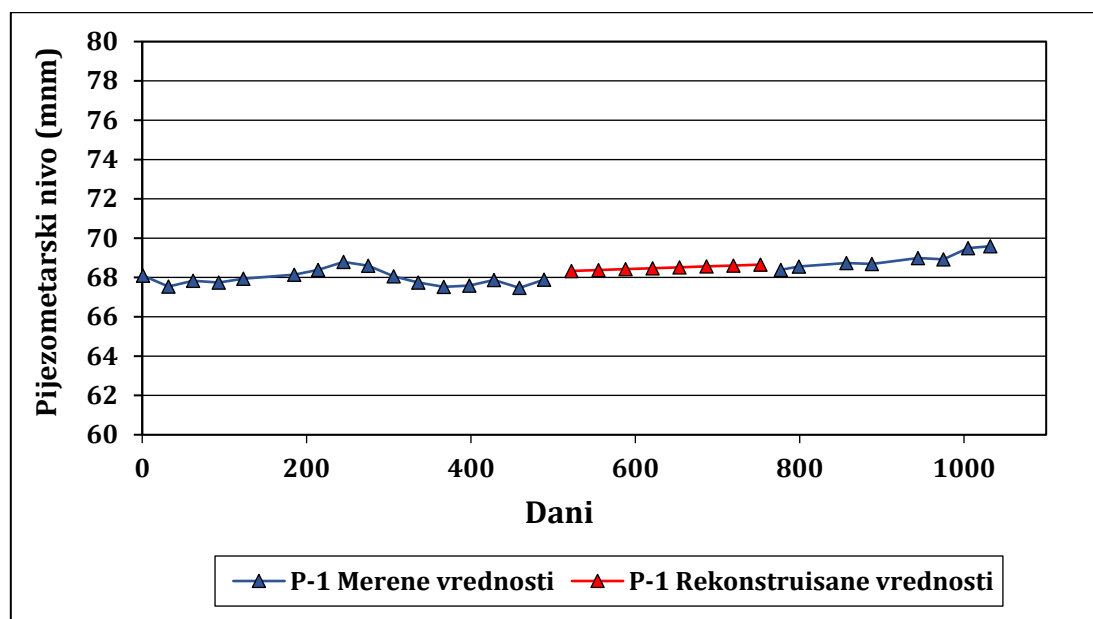
Tabela 4.6. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) na pijezometru P1 za period od 01.01.2009 do 01.08.2009. godine

Datum	P1 merene vrednosti (mm)	P1 rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-01-09	68,08	68,33	0,37
01-02-09	68,17	68,38	0,31
01-03-09	68,46	68,42	0,05
01-04-09	68,59	68,47	0,17
01-05-09	68,57	68,52	0,08
01-06-09	68,57	68,56	0,01
01-07-09	68,57	68,61	0,06
01-08-09	68,49	68,65	0,24

Tabela 4.7. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 primenom Sivog modela za period od 01.01.2009. do 01.08.2009. godine

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P1	0,37	0,16	0,01

Na slici 4.8 dat je prikaz merenih (krive prikazane plavom bojom) i rekonstruisanih (kriva prikazana crvenom bojom) vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1.



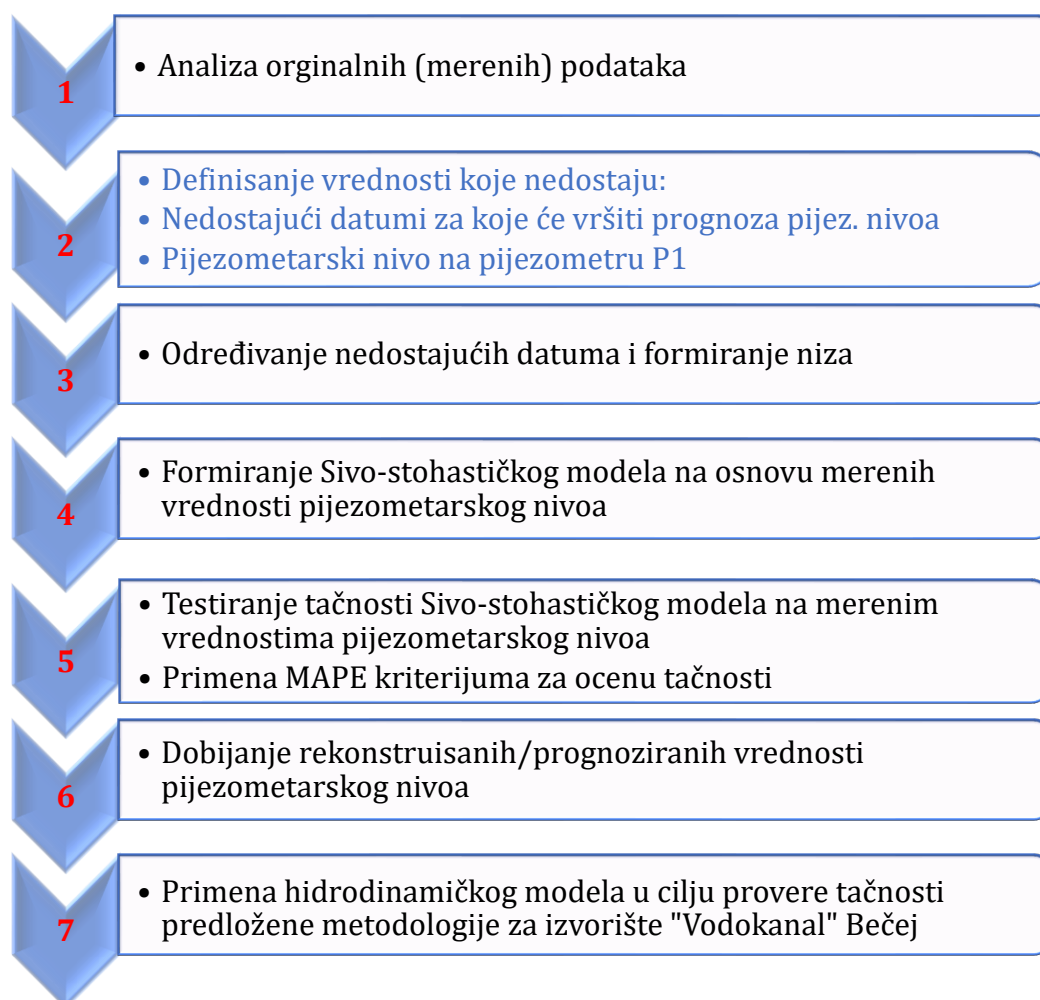
Slika 4.8. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 za period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine

Svim gore iznetim rezultatima dokazano je da se Sivi model (1,1) može primeniti na ovom primeru za pijezometar P1 i sledeći korak je primena Sivog modela (1,1) na podacima celog istorijskog monitoringa izvorišta "Vodokanal" i za sve pijezometre za koje postoji dovoljan broj ulaznih podataka da bi se metoda mogla primeniti.

4.1.2 Testiranje mogućnosti primene Sivo-stohastičkog modela na kraćem nizu merene vremenske serije (period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine) na pijezometru P1

Nakon testiranja Sivog modela na kraćem nizu podataka, prelazi se na testiranje Sivo-stohastičkog modela na istoj vremenskoj seriji (slika 4.4). Ulazni podaci za Sivo-stohastički model predstavljaju isti vremenski niz kao i za Sivi model (period od 01.08.2007. do 28.05.2010. godine za pijezometarski nivo na pijezometru P1), s tim što su podaci svedeni na srednje mesečne vrednosti, jer je uslov za primenu Sivo-stohastičkog modela vremenska serija merena u jednakim vremenskim interavlima ($\Delta t=1$) i taj uslov mora biti ispunjen da bi se predloženi model mogao primeniti. Na slici 4.4 crvenom krivom je prikazan period koji se izbacuje i za koji je rađena prognoza/rekonstrukcija sa ciljem poređenja merenih i proračunatih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P1 implementacijom Sivo-stohastičkog modela.

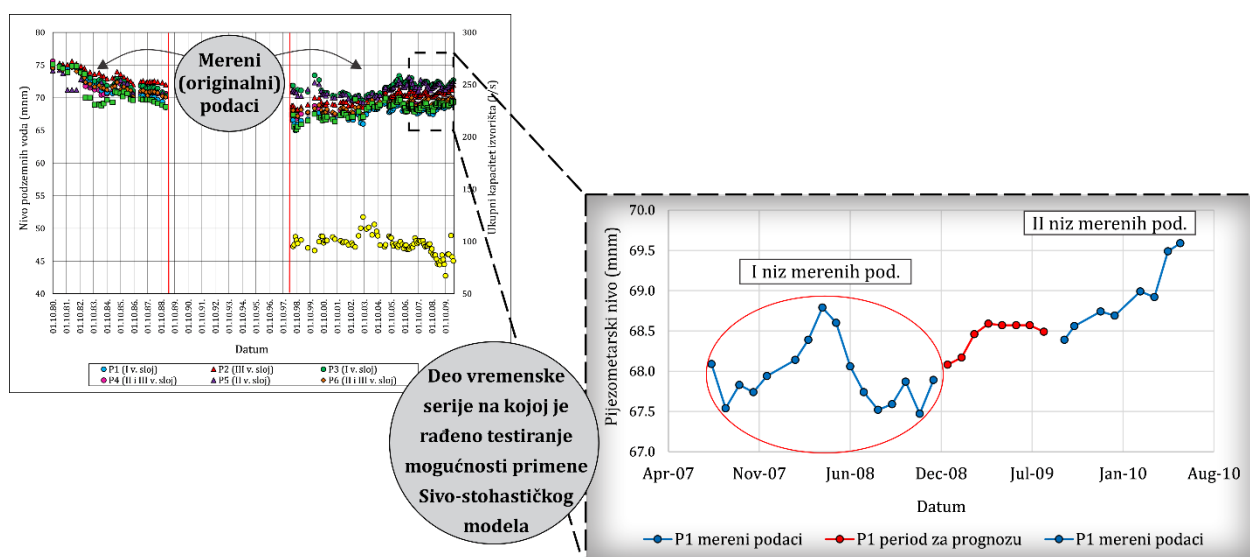
Nakon definisanih ulaznih podataka formira se Sivi model (1,1), nakon čega se tradicionalnom Sivom modelu pridodaje stohastička komponenta i dobija se diferencijalna jednačina koja predstavlja Sivo-stohastički model (jednačine od 2.23 do 2.33). Na slici 4.9 prikazan je algoritam za rešavanje postavljenog zadatka primenom Sivo-stohastičkog modela.



Slika 4.9. Algoritam metodologije za rekonstrukciju nedostajućih podataka na numeričkom primeru izvorišta "Vodokanal" zasnovanog na Sivo-stohastičkom modelu

4.1.2.1 Testiranje primene Sivo-stohastičkog modela na osnovu prvog niza merenih podataka na pijezometru P1

Testiranje je vršeno na vremeskoj seriji za period od 01.08.2007. do 01.05.2010. godine kada se Sivo-stohastički model formira na osnovu prvog dela merenih podataka (slika 4.10) i na osnovu tog niza se prognozira vrednost pijezometarskog nivoa za željeni broj koraka unaped.



Slika 4.10. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih pijezometarskih nivoa na pijezometru P1 u periodu od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine na kojima je vršeno testiranje mogućnosti primene Sivo-stohastičkog modela

Formiranje Sivo-stohastičkog modela prikazano je po koracima.

Vremenska serija prikazana u tabeli 4.8 predstavlja **AGO seriju** koja je dobijena upotrebom jednačine 2.23 na merene vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1.

Tabela 4.8. AGO serija originalne (merene) vremenske serije.

P1 (mm)	AGO serija
68,09	68,09
67,54	135,63
67,83	203,46
67,74	271,2
67,94	339,14
68,04	407,18
68,14	475,32
68,39	543,71
68,79	612,5
68,6	681,1
68,06	749,16
67,74	816,9
67,52	884,42
67,59	952,01
67,87	1019,88
67,47	1087,35
67,89	1155,24

Matrica Z se dobija kada se na originalnu vremensku seriju primeni jednačina 2.24. Upotrebom jednačine 2.27 određuje se **matrica B**, a nakon formiranja matrica Z i B, radi se postavka **matrice Y** rešavanjem jednačine 2.28.

$$Z = \begin{bmatrix} 101,86 \\ 169,55 \\ 237,33 \\ 305,17 \\ 373,16 \\ 441,25 \\ 509,52 \\ 578,11 \\ 646,80 \\ 715,13 \\ 783,03 \\ 850,66 \\ 918,22 \\ 985,95 \\ 1053,62 \\ 1121,30 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -101,86 & 1 \\ -169,55 & 1 \\ -237,33 & 1 \\ -305,17 & 1 \\ -373,16 & 1 \\ -441,25 & 1 \\ -509,52 & 1 \\ -578,11 & 1 \\ -646,80 & 1 \\ -715,13 & 1 \\ -783,03 & 1 \\ -850,66 & 1 \\ -918,22 & 1 \\ -985,95 & 1 \\ -1053,62 & 1 \\ -1121,30 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 67,54 \\ 67,83 \\ 67,74 \\ 67,94 \\ 68,04 \\ 68,14 \\ 68,39 \\ 68,79 \\ 68,60 \\ 68,06 \\ 67,74 \\ 67,52 \\ 67,59 \\ 67,87 \\ 67,47 \\ 67,89 \end{bmatrix}$$

Nakon formiranja matrica primenjuje se jednačina 2.26 i dobijaju se vrednosti **koeficijenata a i b**:

$$a = 0,000172$$

$$b = 68,05.$$

Ubacivanjem vrednosti koeficijenata *a* i *b* u jednačinu 2.32 dobija se:

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + (68,5 - 0,000172 * X_{t-1}^{(1)})\Delta t + \Delta W_t \quad (4.1)$$

U tabeli 4.9 prikazani su ostali nepoznati članovi jednačine 4.1 i vrednosti koje se za njih zadaju.

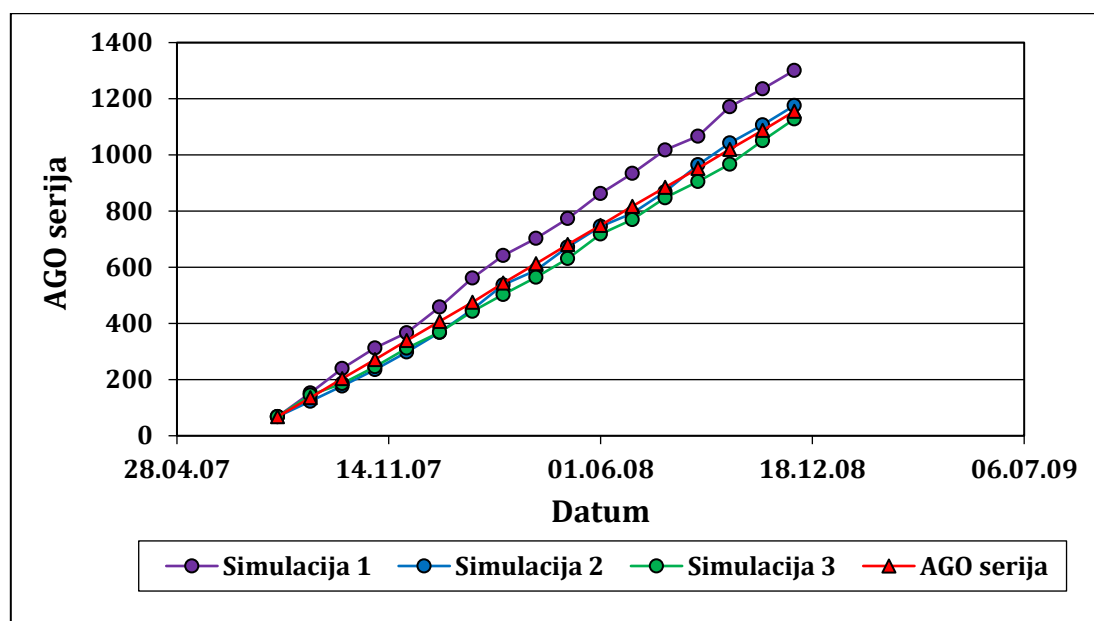
Tabela 4.9. Vrednosti varijanse AGO serije, koeficijenta vremenske rezolucije, uniformnog vremenskog protoka za merenu (originalnu) vremensku seriju.

Varijansa AGO serije (Y^2)	343,55
Koeficijent vremenske rezolucije (α)	30
Uniformni vremenski protok (Δt)	1
Normalna raspodela $N(0, \frac{r^2}{\alpha})$	11,45

Kada se vrednosti iz tabele 4.9 uvrste u jednačinu 2.33 dobija se sledeći oblik jednačine Sivo-stohastičkog modela:

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(68,5 - 0,000172 * X_{t-1}^{(1)}\right) * 1 + N\left(0, \frac{343,55}{30}\right), t = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

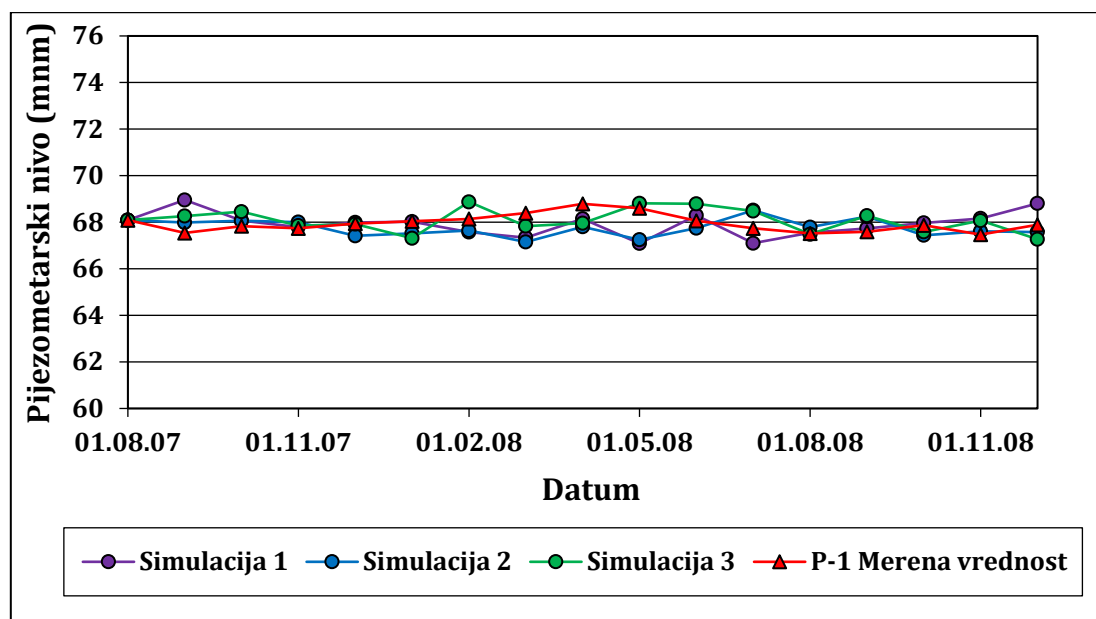
Simulacijom jednačine 4.2 stvara se okruženje za određivanje očekivanih vrednosti za svaku specifičnu tačku u vremenu, koje se odnose na AGO stohastički proces. Broj zadatih simulacija¹⁶ iznosi 500, a grafički su prikazane po 3 simulacije AGO serije (slika 4.11) i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti piježometarskog nivoa iz razloga bolje preglednosti rezultata.



Slika 4.11. Prikaz tri simulacije AGO serije

Nakon **500 izvedenih simulacija** očekivane vrednosti se izračunavaju pomoću jednačine 2.34. Da bi se rekonstruisala originalna vremenska serija koristi se IAGO operacija (Inverzna AGO operacija) tj. primenjuje se jednačina 2.35. Na slici 4.12 dat je prikaz dobijenih rezultata formiranog Sivo-stohastičkog modela (merenih vrednosti piježometarskog nivoa i 3 simulacije- od ukupnih 500 simulacija) rekonstruisanih vrednosti piježometarskog nivoa za piježometar P1).

¹⁶ Kao što je prikazano u jednačini 2.34. S predstavlja broj ukupno zadatih simulacija, jer se simulacijom jednačine 2.33 stvara okruženje za određivanje očekivanih vrednosti za svaku specifičnu tačku u vremenu koja se odnosi na AGO stohastički proces. Broj simulacija se zadaje proizvoljno.



Slika 4.12. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P1 u periodu od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine

U tabeli 4.10 prikazane su merene vrednosti i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa (jedna od 500 izvedenih simulacija za MAPE grešku od 0,55 %), a u tabeli 4.11 dat je prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine. MAPE greška dobijena primenom Sivo-stohastičkog modela na podacima pijezometarskog nivoa za pijezometar P1 se ustaljuje na vrednosti od oko 1,2 %, a u tabeli 4.10 i 4.11, kao i na slici 4.13 je dat prikaz simulacije za dobijenu MAPE grešku od 0,55% kao jedno od rešenja sa najmanjom dobijenom greškom i najvećim poklapanjem merenih i rekonstruisanih vrednosti.¹⁷

Tabela 4.10. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) na pijezometru P1 za period od 01.08.2007. do 01.12.2008 godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P1 Merena vrednost (mm)	P1 Rekonstruisana vrednost (mm)	APE (%)
01-08-07	68,09	68,09	0
01-09-07	67,54	68,33	1,168
01-10-07	67,83	67,90	0,108
01-11-07	67,74	67,41	0,492
01-12-07	67,94	67,13	1,198
01-01-08	68,04	67,80	0,348

¹⁷ Po istom principu su prikazana i rešenja za sve ostale prognoziranje/rekonstruisane vrednosti parametara za oba pilot područja, pa je dat samo prikaz veličine MAPE greške na kojoj se proračun Sivo-stohastičkog modela ustaljuje.

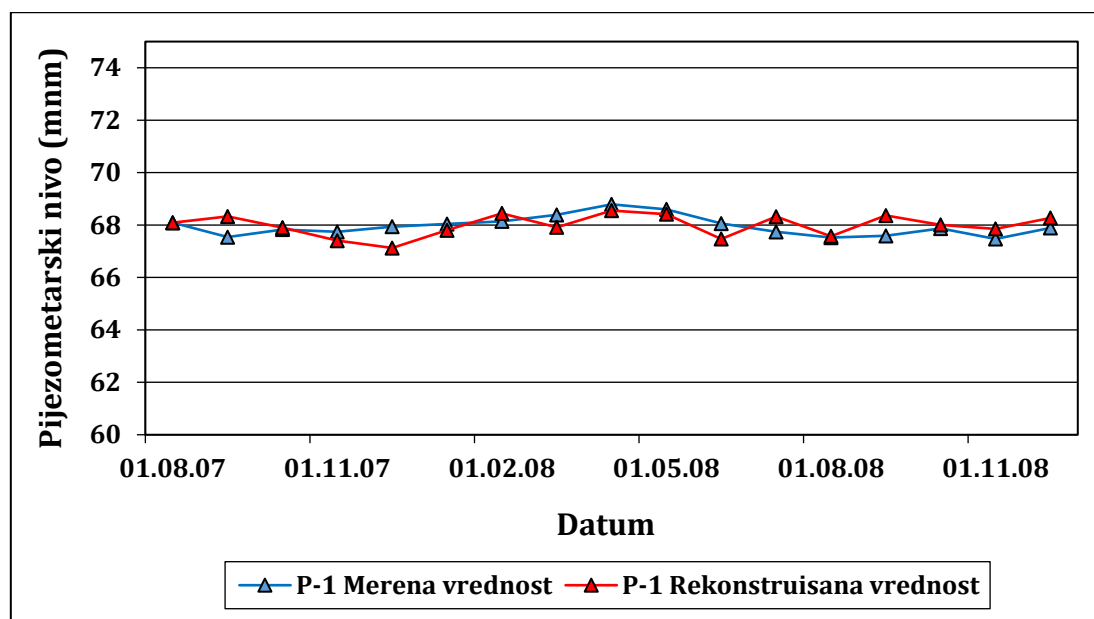
Tabela 4.10 (nastavak). Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) na pijezometru P1 za period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P1 Merena vrednost (mm)	P1 Rekonstruisana vrednost (mm)	APE (%)
01-02-08	68,14	68,45	0,449
01-03-08	68,39	67,92	0,693
01-04-08	68,79	68,55	0,346
01-05-08	68,6	68,42	0,266
01-06-08	68,06	67,47	0,868
01-07-08	67,74	68,32	0,859
01-08-08	67,52	67,57	0,081
01-09-08	67,59	68,36	1,144
01-10-08	67,87	68,01	0,202
01-11-08	67,47	67,86	0,571
01-12-08	67,89	68,27	0,560

Tabela 4.11. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P1	1,198	0,55	0,081

Na slici 4.13 dat je prikaz merenih i rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 za period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine (jedna od 500 izvedenih simulacija).



Slika 4.13. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 za period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine - jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,55 %

Tačnost formiranog Sivo-stohastičkog modela je testirana kao i kod Sivog modela, upotrebom MAPE kriterijuma, po jednačini 2.21. Po kriterijumu prikazanom u tabeli 2.1 rešenje spada u model **visoke tačnosti prognoze**.

Nakon utvrđene zadovoljavajuće tačnosti formiranog modela primenjuje se simulacija jednačine 4.2 za rešavanje krajnjeg zadatka tj. prognoze članova vremenske serije za željeni vremenski period k . Simulacijom jednačine 4.2 od n do $n+k$ dobija se željeni niz prognoziranih vrednosti kao što je prikazano u jednačini 4.3.

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(68,5 - 0,000172 * X_{t-1}^{(1)}\right) * 1 + N\left(0, \frac{343,55}{30}\right), \quad (4.3)$$

$$t = n + 1, n + 2, \dots, n + k$$

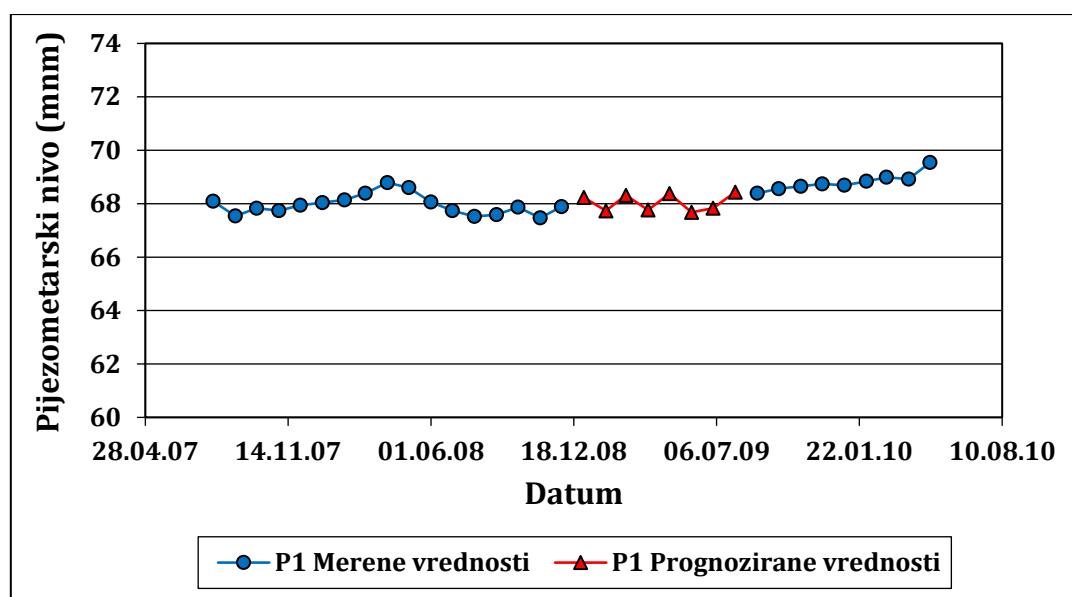
Kao što je prikazano na slici 4.14, tabeli 4.12 i tabeli 4.13 dobijeno rešenje je zadovoljavajuće preciznosti i prognoziranje vrednosti su **visoke tačnosti prognoze**.

Tabela 4.12. Originalne i prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) na pijezometru P1 za period od 01.01.2009. do 01.08.2009. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

DATUM	P1 Merene vrednosti (mm)	P1 Prognozirane vrednosti (mm)	APE (%)
01-01-09	68,08	68,38	0,446
01-02-09	68,17	68,00	0,246
01-03-09	68,46	67,99	0,682
01-04-09	68,59	68,66	0,100
01-05-09	68,57	67,81	1,102
01-06-09	68,57	67,88	1,001
01-07-09	68,57	68,24	0,483
01-08-09	68,49	68,97	0,694

Tabela 4.13. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.01.2009. do 01.08.2009. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P1	1,10	0,59	0,10

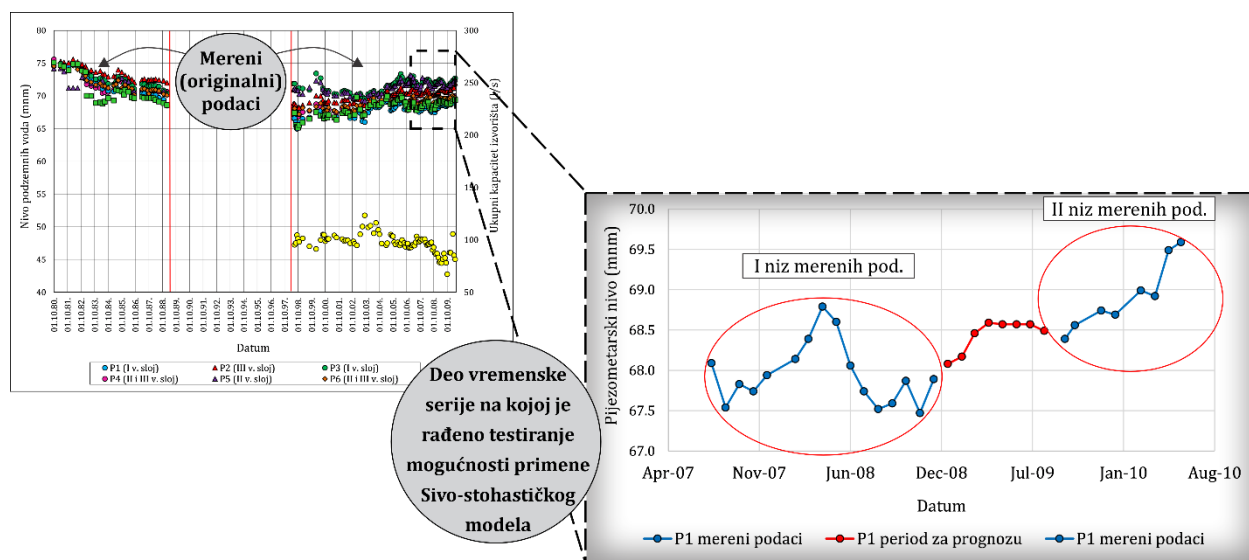


Slika 4.14. Originalne i prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 za period od 01.08.2007. do 01.05.2010. godine - jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,59 %

Svim gore iznesenim rezultatima i upotrebom definisanih kriterijuma dokazano je da se predloženi Sivo-stohastički model može primeniti na zadati vremenski niz.

4.1.2.2 Testiranje primene Sivo-stohastičkog modela na osnovu celog niza merenih podataka na piježometru P1

Upotrebom Sivo-stohastičkog modela moguće je i rekonstruisati ("umetnuti") period koji nedostaje (na slici 4.15 vremenska serija predstavljena crvenom linijom), pa je na ovom primeru prikazan postupak kada se na osnovu prvog niza i drugog niza merenih podataka rekonstruiše piježometarski nivo na piježometru P1.



Slika 4.15. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih piježometarskih nivoa na piježometru P1 u periodu od 01.08.2007. do 01.05.2010. godine na kojima je vršeno testiranje mogućnosti primene Sivo-stohastičkog modela

Do konačnog rešenja rekonstrukcije vrednosti piježometarskog nivoa za period kada nisu vršena merenja došlo se postavkom jednačina od 2.23 do 2.39.

AGO serija se formira primenom jednačine 2.23 na vrednosti merenog piježometarskog nivoa za ceo niz merenih podataka na piježometru P1.

Prateći korake date u jednačinama 2.24, 2.27 i 2.28 formiraju se **matrice Z , B i Y** , a nakon toga se primenjuje jednačina 2.26. za izračunavanje vrednosti **koeficijenata a i b** .

$$\begin{array}{ccc}
 Z = \begin{bmatrix} 101,86 \\ 169,55 \\ 237,33 \\ 305,17 \\ 373,16 \\ 441,25 \\ 509,52 \\ 578,11 \\ 646,80 \\ 715,13 \\ 783,03 \\ 850,66 \\ 918,22 \\ 985,95 \\ 1053,62 \\ 1121,30 \\ 1189,44 \\ 1257,91 \\ 1326,52 \\ 1395,21 \\ 1463,93 \\ 1532,69 \\ 1601,61 \\ 1670,56 \\ 1739,79 \end{bmatrix} & B = \begin{bmatrix} -101,86 & 1 \\ -169,55 & 1 \\ -237,33 & 1 \\ -305,17 & 1 \\ -373,16 & 1 \\ -441,25 & 1 \\ -509,52 & 1 \\ -578,11 & 1 \\ -646,80 & 1 \\ -715,13 & 1 \\ -783,03 & 1 \\ -850,66 & 1 \\ -918,22 & 1 \\ -985,95 & 1 \\ -1053,62 & 1 \\ -1121,30 & 1 \\ -1189,44 & 1 \\ -1257,91 & 1 \\ -1326,52 & 1 \\ -1395,21 & 1 \\ -1463,93 & 1 \\ -1532,69 & 1 \\ -1601,61 & 1 \\ -1670,56 & 1 \\ -1739,79 & 1 \end{bmatrix} & Y = \begin{bmatrix} 67,54 \\ 67,83 \\ 67,74 \\ 67,94 \\ 68,04 \\ 68,14 \\ 68,39 \\ 68,79 \\ 68,60 \\ 68,06 \\ 67,74 \\ 67,52 \\ 67,59 \\ 67,87 \\ 67,47 \\ 67,89 \\ 68,39 \\ 68,56 \\ 68,65 \\ 68,74 \\ 68,69 \\ 68,84 \\ 68,99 \\ 68,92 \\ 69,54 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Proračunate vrednosti **koeficijenata a i b**:

$$a = -0,00073$$

$$b = 67,58$$

Kada se u jednačinu 2.32 uvrste koeficijenti a i b dobija se sledeća jednačina:

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(67,58 - (-0,00073) * X_{t-1}^{(1)} \right) \Delta t + \Delta W_t \quad (4.4)$$

Preostale nepoznate u jednačini 6.4 su zadate na osnovu vredosti koje su navedene u tabeli 4.14.

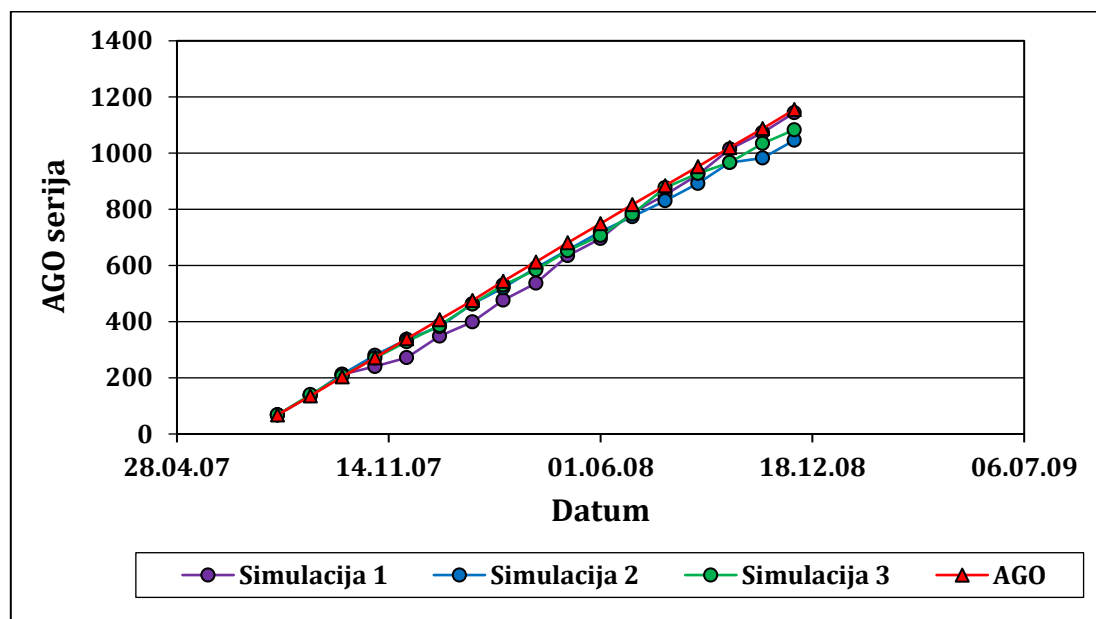
Tabela 4.14. Vrednosti varijanse AGO serije, koeficijenta vremenske rezolucije, uniformnog vremenskog protoka za merenu (originalnu) vremensku seriju.

Varijansa AGO serije (γ^2)	521,51
Koeficijent vremenske rezolucije (α)	30
Uniformni vremenski protok (Δt)	1
Normalna raspodela $N\left(0, \frac{\gamma^2}{\alpha}\right)$	17,38

Postavka jednačine 2.33 za ovaj konkretan primer glasi:

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(67,58 - (-0,00073) * X_{t-1}^{(1)}\right) * 1 + N\left(0, \frac{521,51}{30}\right), t = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

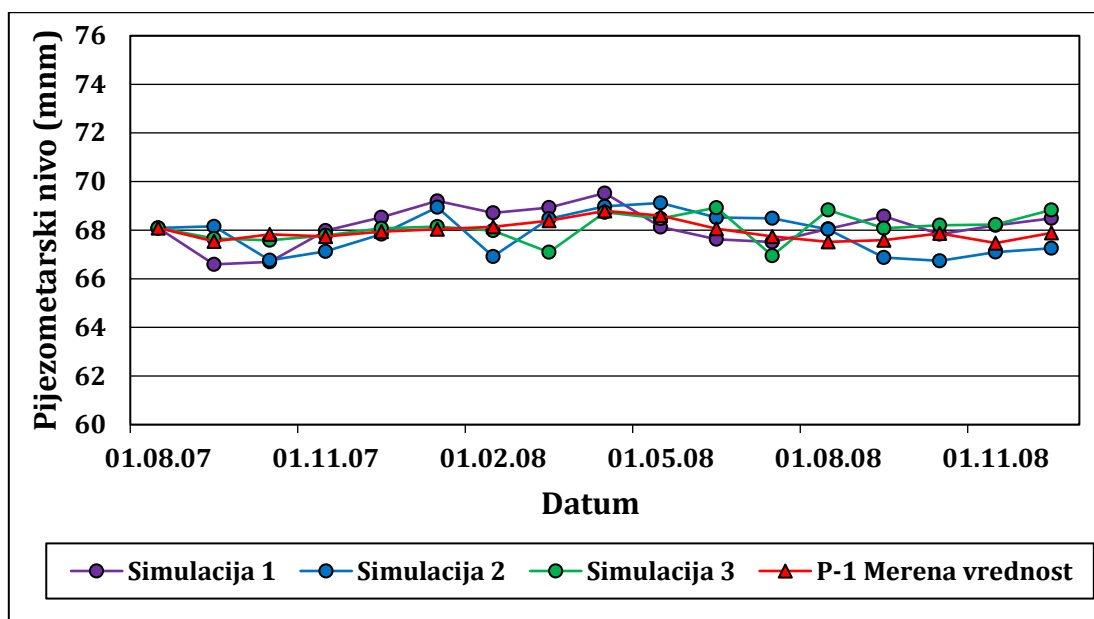
Simulacijom jednačine (4.5) dobijaju se očekivane vrednosti za svaku tačku u vremenu koje se odnose na AGO stohastički proces kao što je prikazano na slici 4.16 na primeru 3 simulacije AGO serije od ukupnih 500 simulacija koje su izvedene.



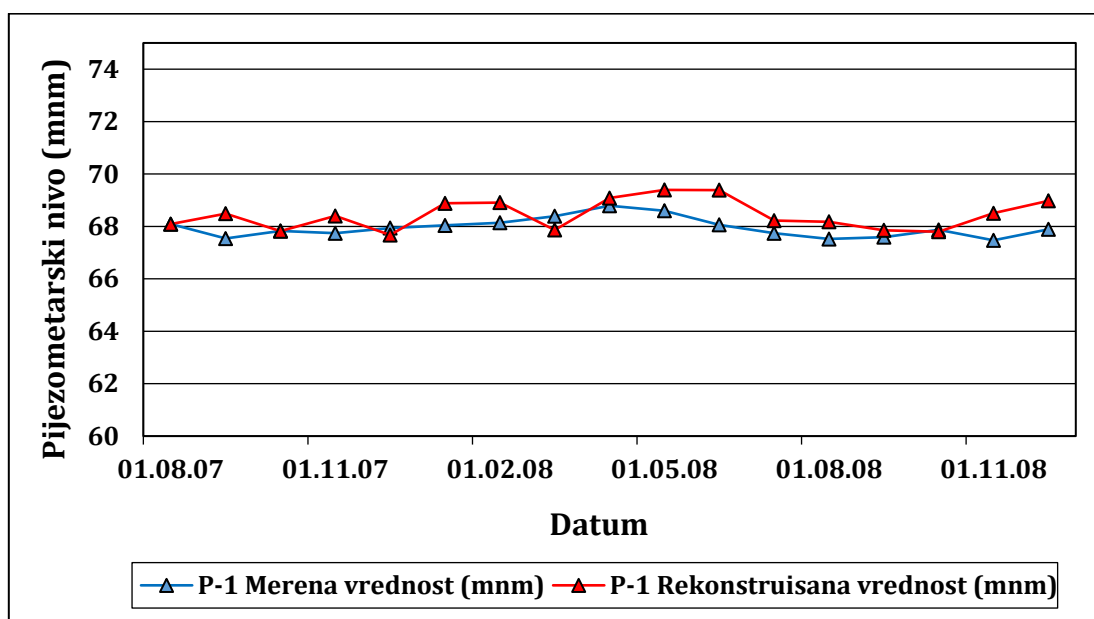
Slika 4.16. Prikaz 3 simulacije AGO serije

Očekivane vrednosti se dobijaju rešavanjem jednačine 2.34, a rekonstrukcija originalne vremeske serije se dobija primenom jednačine 2.35.

Na slici 4.17 prikazane su originalne vrednosti piježometarskog nivoa i 3 od 500 simulacija rekonstruisanog piježometarskog nivoa za piježometar P1.



Slika 4.17. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti piezometarskog nivoa za piezometar P1 za period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine



Slika 4.18. Originalne i rekonstruisane vrednosti piezometarskog nivoa na piezometru P1 u period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,86 %

Stepen pouzdanosti dobijenog rešenja prikazan je na slici 4.18 i u tabeli 4.15 gde je dato poređenje merenih i rekonstruisanih vrednosti piezometarskog nivoa (jedna od 500 izvedenih simulacija za izračunatu MAPE grešku od 0,86) na primeru piezometra P1. Proračun se ustaljuje za MAPE grešku od oko 1,3 %.

Tabela 4.15. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) na pijezometru P1 za period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P1 Merena vrednost (mm)	P1 Rekonstruisana vrednost (mm)	APE (%)
01-08-07	68,09	68,09	0
01-09-07	67,54	68,49	1,406
01-10-07	67,83	67,82	0,013
01-11-07	67,74	68,40	0,977
01-12-07	67,94	67,67	0,394
01-01-08	68,04	68,88	1,240
01-02-08	68,14	68,91	1,131
01-03-08	68,39	67,87	0,766
01-04-08	68,79	69,09	0,430
01-05-08	68,6	69,39	1,156
01-06-08	68,06	69,39	1,949
01-07-08	67,74	68,22	0,715
01-08-08	67,52	68,18	0,974
01-09-08	67,59	67,85	0,388
01-10-08	67,87	67,80	0,107
01-11-08	67,47	68,50	1,532
01-12-08	67,89	68,98	1,602

Na osnovu rezultata prikazanih u tabeli 4.16 dokazano je da formirani model spada u prognozu visoke tačnosti.

Tabela 4.16. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.08.2007. do 01.12.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P1	1,949	0,869	0,013

Simulacijom jednačine 4.6 dolazi se do konačnog rešenja postavljenog zadatka tj. do rekonstrukcije podataka koji nedostaju, a dobijeni rezultati su prikazani u tabeli 4.17.

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(67,58 - (-0,00073) * X_{t-1}^{(1)}\right) * 1 + N\left(0, \frac{521,51}{30}\right), \quad t = n + 1, n + 2, \dots, n + k \quad (4.6)$$

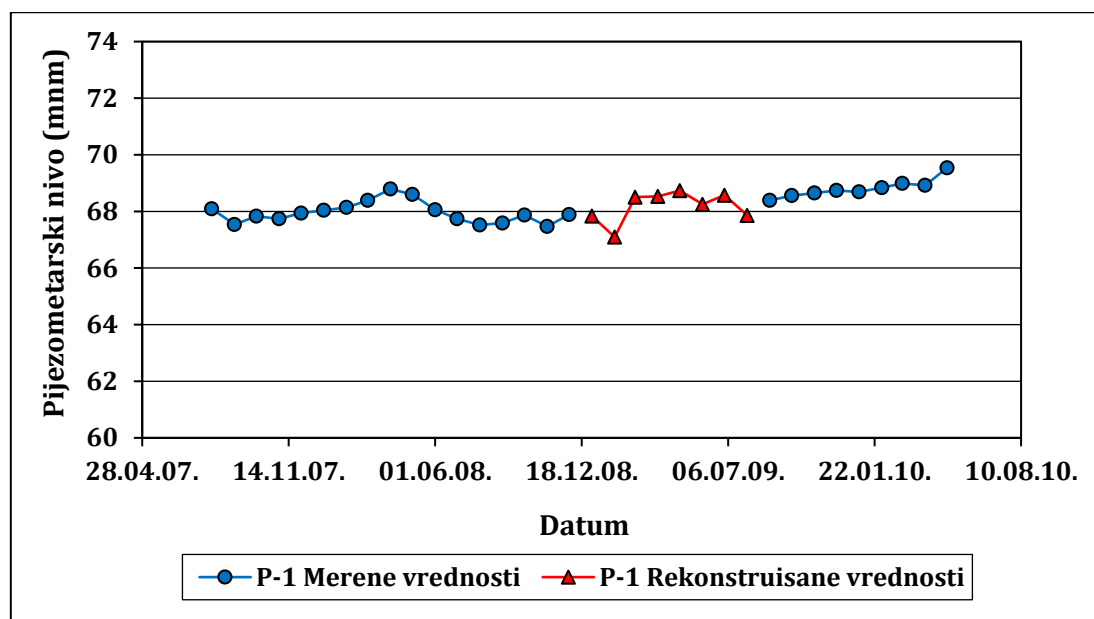
Tabela 4.17. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) na pijezometru P1 za period od 01.01.2009. do 01.08.2009. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

DATUM	P1 Merene vrednosti (mm)	P1 Rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-01-09	68,08	67,84	0,360
01-02-09	68,17	67,09	1,577
01-03-09	68,46	68,50	0,065
01-04-09	68,59	68,53	0,085
01-05-09	68,57	68,74	0,241
01-06-09	68,57	68,25	0,464
01-07-09	68,57	68,57	0,007
01-08-09	68,49	67,86	0,920

Kao što je dato u tabeli 4.18 i na slici 4.19 dobijeno rešenje za rekonstrukciju pijezometarskog nivoa na primeru pijezometra P1 je u zadatim granicama tj. prema MAPE kriterijumu greška iznosi 0,465% i model je svrstan u rešenje visoke tačnosti prognoze.

Tabela 4.18. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.01.2009. do 01.08.2009. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P1	1,577	0,465	0,007



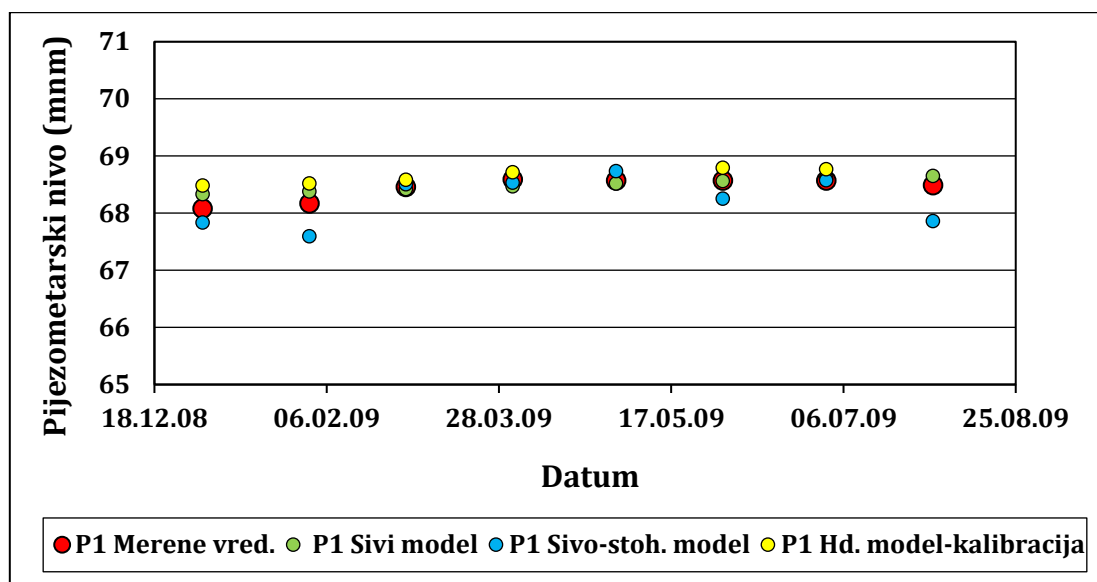
Slika 4.19. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 za period od 01.08.2007. do 01.05.2010. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,46 %

4.1.3 Primena hidrodinamičkog modela kao kriterijuma za ocenu tačnosti dobijenih rezultata Sivog i Sivo-stohastičkog modela na primeru pijezometra P1

Kao još jedan od kriterijuma za ocenu tačnosti rešenja prognoziranih vrednosti pijezometarskih nivoa na pijezometru P1 dobijenih primenom Sivog i Sivo-Stohastičkog modela korišćeni su rezultati kalibracije hidrodinamičkog modela za područje izvorišta "Vodokanal" (rezultati kalibracije modela prikazani su u poglavlju 3).

Stepen poklapanja dobijenih rezultata ova tri modela sa merenim vrednostima pijezometarskog nivoa na pijezometru P1 daje uvid u veličinu greške i još jednom potvrđuje validnost primenjenih matematičkih modela.

Na slici 4.20 prikazano je poređenje rezultata dobijenih kalibracijom hidrodinamičkog modela i prognoze dobijene rešavanjem Sivog modela (podaci iz tabele 4.6) i Sivo-stohastičkog modela (podaci iz tabele 4.17) na primeru pijezometarskog nivoa na pijezometru P1. Kao što se može uočiti sa slike 4.20 merene vrednosti i vrednosti dobijene prognozom primenom Sivog, Sivo-stohastičkog i hidrodinamičkog modela imaju visok stepen poklapanja i time je dokazano da su ovi matematički modeli primenljivi na primeru rešavanja problema nedostajućih vrednosti na pijezometru P1.



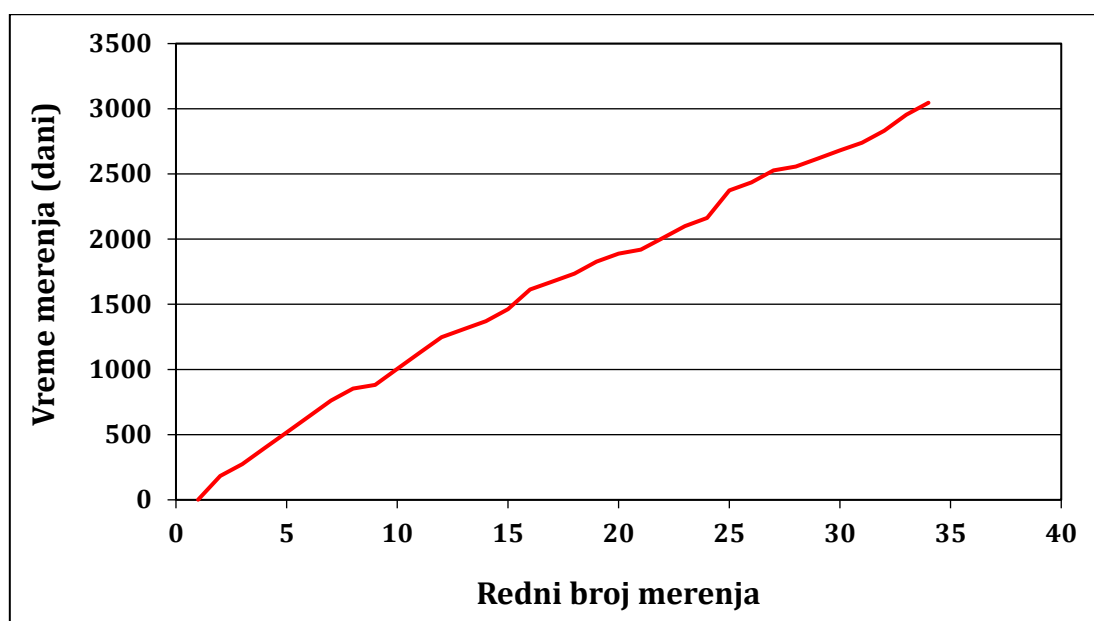
Slika 4.20. Prikaz poređenja rezultata kalibracije hidrodinamičkog modela i rezultata dobijenih primenom Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela na primeru pijeometra P1

4.1.4 Primena Sivog modela na podacima celokupnog istorijskog monitoringa izvorišta "Vodokanal"

S obzirom da se na osnovu testiranja Sivog modela (1,1) na kraćem nizu vremenske serije merenih podataka na izvorištu "Vodokanal" došlo do zaključka da je zadovoljavajuće tačnosti, prešlo se na primenu Sivog modela (1,1) na celokupnom nizu podataka istorijskog monitoringa predmetnog izvorišta (slika 4.2).

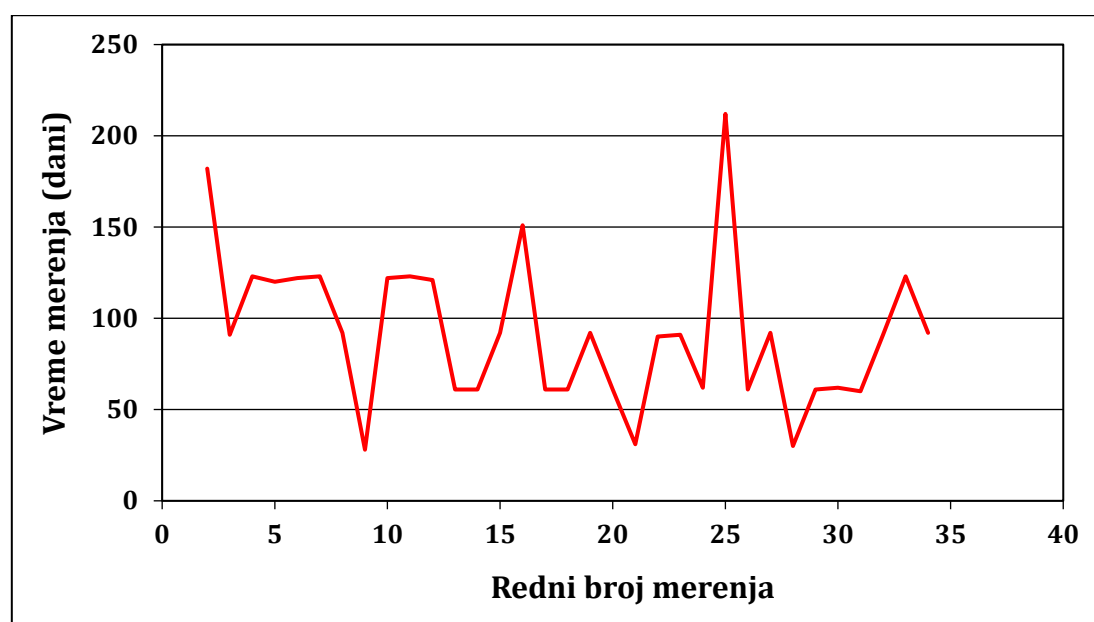
Kao što je opisano u datom algoritmu (slika 2.1) rekonstrukcija nedostajućih podataka je vršena primenom Autoregresivnog modela, Sivog modela i Biplot metode. Na slici 4.3. prikazan je algoritam po kome se dolazi do rekonstrukcije vrednosti pijeometarskih nivoa na 7 pijeometara (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7/2) i ukupnog kapaciteta izvorišta.

Za potrebe proračuna nedostajućih datuma za koje će se vršiti rekonstrukcija pijeometarskog nivoa za svih sedam pijeometara primenom Autoregresionog modela, isti su predstavljeni kumulativnim brojem dana (slika 4.21). Svi kumulativni dani su numerisani u cilju poznavanja ukupnog broja merenih vrednosti i ukupnog broja rekonstruisanih vrednosti (125 merenih i 38 rekonstruisanih vrednosti kao što je prikazano na slici 4.23).



Slika 4.21. Prikaz originalnih datuma (datumi kada su vršena merenja piježometarskog nivoa na svim osmatračkim objektima) pretvorenih u kumulativni broj dana (Ratković et al., 2022)

Za primenu Autoregresivnog modela neophodno je da vremenska serija bude stacionarna. S obzirom da se na slici 4.21 vidi rastući trend i da je vremenska serija nestacionarna, primenom jednačine 2.7 ona se prevodi u stacionarnu (slika 4.22).



Slika 4.22. Stacionarna vremenska serija kumulativnih dana (Ratković et al., 2022)

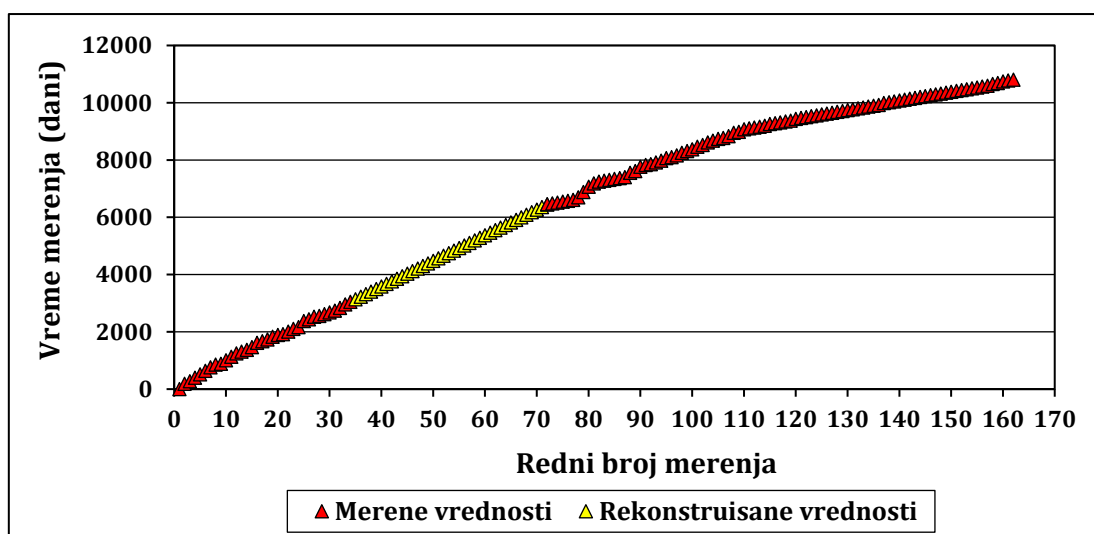
Nakon prevođenja nestacionarne serije u stacionarnu koriste se jednačine 2.4, 2.5 i 2.6 za određivanje vrednosti Autoregresivnog modela drugog, trećeg i četvrtog reda. Primenom jednačine 2.9. na dobijene vrednosti AR2, AR3 i AR4 izračunava se vrednost AIC (Akaikeovog informacionog kriterijuma) sa ciljem ocene najtačnijeg rešenja (tabela 4.19).

Tabela 4.19. Vrednosti AIC kriterijuma za Autoregresivni model drugog, trećeg i četvrtog reda (AR2, AR3 i AR4) (Ratković et al., 2022).

AIC(AR2)	AIC(AR3)	AIC(AR4)
7,43	7,44	7,44

S obzirom da se po AIC kriterijumu najniža dobijena vrednost procenjuje kao najtačnija, usvajaju se dobijeni rezultati prema Autoregresionom modelu drugog reda.

Na slici 4.23 su prikazani originalni kumulativni dani (crvenom bojom) i rekonstruisani kumulativni dani (žutom bojom). Takođe, rezultati su prikazani i u tabeli 4.20. Dani prikazani crvenom bojom su rekonstruisane vrednosti.



Slika 4.23. Prikaz originalnih i rekonstruisanih kumulativnih dana (dobijenih primenom Autoregresivnog modela drugog reda) (Ratković et al., 2022).

Tabela 4.20. Prikaz originalnih kumulativnih dana kada su vršena merenja i kumulativnih dana koji su dobijeni primenom Autoregresivnog modela drugog reda (Ratković et al., 2022)

Redni broj merenja	Dani
1	1
2	183
3	274
4	397
5	517
6	639
7	762
8	854
9	882
10	1004

Redni broj merenja	Dani
19	1827
20	1888
21	1919
22	2009
23	2100
24	2162
25	2374
26	2435
27	2527
28	2557

Redni broj merenja	Dani
37	3315
38	3405
39	3494
40	3583
41	3673
42	3762
43	3851
44	3941
45	4030
46	4119

Redni broj merenja	Dani
55	4924
56	5013
57	5102
58	5192
59	5281
60	5371
61	5460
62	5549
63	5639
64	5728

Tabela 4.20 (nastavak). Prikaz originalnih kumulativnih dana kada su vršena merenja i kumulativnih dana koji su dobijeni primenom Autoregresivnog modela drugog reda (Ratković et al., 2022)

Redni broj merenja	Dani	Redni broj merenja	Dani	Redni broj merenja	Dani	Redni broj merenja	Dani
11	1127	29	2618	47	4209	65	5817
12	1248	30	2680	48	4298	66	5907
13	1309	31	2740	49	4388	67	5996
14	1370	32	2831	50	4477	68	6085
15	1462	33	2954	51	4566	69	6175
16	1613	34	3046	52	4656	70	6264
17	1674	35	3136	53	4745	71	6353
18	1735	36	3226	54	4834	72	6443

Veličina MAPE greške AR2 iznosi 2.26% i s obzirom na veliki broj nedostajućih vrednosti može se smatrati prihvatljivom. Takođe, tačnost AR2 je potvrđena primenom AIC kriterijuma (Ratković et al., 2022). Nakon rekonstruisanih kumulativnih dana prelazi se na primenu Sivog modela za prognozu pijezometarskih nivoa upotrebom jednačina od 2.11 do 2.20 na merenim podacima za pijezometre: P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7/2. Jednačina 2.21 je primenjena za proračun veličine greške predloženog rešenja. Ceo postupak prognoze pijezometarskog nivoa primenom Sivog modela prikazan je na primeru pijezometra P1, a za ostale pijezometre je dat samo krajnji rezultat prikazan grafički i tabelarno zbog obima izvedenih proračuna (slika 4.25 i tabela 4.22).

U tabeli 4.21 su prikazane originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na primeru pijezometra P1. Pokazalo se da je razlika između originalnih i rekonstruisanih vrednosti zadovoljavajuća, što je ocenjeno na osnovu kriterijuma datog u tabeli 2.1. Ovaj model je primenjiv u datom slučaju za prekid u merenjima u periodu od 1.2.1989 do 1.6.1998. godine.

Tabela 4.21. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) na pijezometru P1 za period od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine (Ratković et al., 2022).

Dani	P1 Mer. vred. (mnm)	P1 Rekon. vred. (mnm)	APE (%)	Dani	P1 Mer. vred. (mnm)	P1 Rekon. Vred. (mnm)	APE (%)	Dani	P1 Mer. vred. (mnm)	P1 Rekon. Vred. (mnm)	APE (%)
1	74,57	74,57	0	7063	67,69	68,76	1,58	9497	67,94	67,72	0,33
183	74,74	71,69	4,08	7184	67,68	68,70	1,50	9528	67,82	67,71	0,17
274	74,59	71,63	3,97	7245	67,02	68,66	2,44	9558	67,89	67,69	0,29
397	74,41	71,58	3,80	7276	66,49	68,64	3,23	9589	68,41	67,68	1,07
517	75,01	71,53	4,64	7306	66,59	68,63	3,06	9620	68,64	67,67	1,42
639	74,50	71,48	4,05	7337	66,63	68,61	2,98	9648	68,52	67,66	1,26
762	74,11	71,43	3,62	7367	66,68	68,60	2,88	9679	68,98	67,64	1,94
854	73,28	71,38	2,59	7398	67,07	68,59	2,26	9709	68,60	67,63	1,41

Tabela 4.21 (nastavak). Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i apsolutna procentualna greška (APE) na pijezometru P1 za period od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine (Ratković et al., 2022).

Dani	P1 Mer. vred. (mm)	P1 Rekon. vred. (mm)	APE (%)	Dani	P1 Mer. vred. (mm)	P1 Rekon. Vred. (mm)	APE (%)	Dani	P1 Mer. vred. (mm)	P1 Rekon. Vred. (mm)	APE (%)
882	72,77	71,35	1,95	7549	66,71	68,55	2,76	9740	68,20	67,62	0,85
1004	72,55	71,32	1,69	7610	66,74	68,51	2,65	9770	68,29	67,61	1,00
1127	72,18	71,27	1,26	7763	67,37	68,46	1,62	9801	68,09	67,59	0,73
1248	72,13	71,22	1,27	7822	67,52	68,42	1,33	9832	67,54	67,58	0,06
1309	71,11	71,18	0,09	7853	67,5	68,40	1,33	9862	67,83	67,57	0,38
1370	71,42	71,15	0,38	7914	67,34	68,38	1,54	9893	67,74	67,56	0,27
1462	70,78	71,12	0,48	7975	66,62	68,35	2,60	9923	67,94	67,54	0,58
1613	70,65	71,06	0,59	8067	66,91	68,32	2,11	9985	68,14	67,53	0,90
1674	71,27	71,02	0,35	8097	66,61	68,30	2,53	10014	68,39	67,51	1,29
1735	70,99	70,99	0	8159	67,58	68,28	1,03	10045	68,79	67,49	1,88
1827	70,79	70,96	0,24	8248	67,38	68,25	1,29	10075	68,60	67,48	1,63
1888	70,44	70,93	0,69	8309	66,15	68,22	3,12	10106	68,06	67,47	0,87
1919	70,91	70,91	0,01	8371	66,00	68,19	3,32	10136	67,74	67,46	0,42
2009	70,68	70,88	0,28	8462	67,43	68,16	1,08	10167	67,52	67,44	0,11
2100	70,39	70,84	0,64	8524	68,08	68,13	0,07	10198	67,59	67,43	0,23
2162	70,15	70,81	0,94	8614	68,44	68,10	0,50	10228	67,87	67,42	0,66
2374	70,30	70,75	0,64	8675	68,24	68,06	0,26	10259	67,47	67,41	0,09
2435	70,35	70,69	0,48	8737	68,23	68,04	0,28	10289	67,89	67,39	0,73
2527	70,03	70,66	0,90	8767	68,32	68,02	0,44	10320	68,08	67,38	1,03
2557	70,00	70,63	0,90	8828	68,72	68,00	1,05	10351	68,17	67,37	1,18
2618	70,09	70,61	0,75	8949	69,08	67,96	1,62	10379	68,46	67,36	1,61
2680	70,11	70,59	0,68	8979	69,23	67,93	1,87	10410	68,59	67,34	1,82
2740	70,09	70,56	0,67	9071	67,77	67,91	0,20	10440	68,57	67,33	1,80
2831	69,71	70,53	1,17	9102	67,84	67,88	0,06	10471	68,57	67,32	1,82
2954	69,41	70,48	1,54	9132	68,01	67,87	0,21	10501	68,57	67,31	1,84
3046	68,51	70,44	2,81	9163	68,06	67,86	0,30	10532	68,49	67,30	1,74
6453	66,59	69,69	4,66	9193	68,32	67,84	0,70	10563	68,39	67,28	1,62
6483	66,59	68,97	3,57	9255	68,85	67,82	1,49	10593	68,56	67,27	1,88
6514	65,99	68,96	4,49	9283	68,75	67,81	1,37	10654	68,74	67,25	2,17
6545	64,99	68,94	6,08	9314	68,99	67,79	1,73	10685	68,69	67,23	2,12
6575	65,54	68,93	5,17	9344	70,41	67,78	3,73	10744	68,99	67,21	2,57
6606	65,89	68,92	4,60	9375	68,89	67,77	1,63	10775	68,92	67,20	2,50
6698	66,49	68,89	3,61	9436	67,95	67,75	0,29	10805	69,49	67,18	3,32
6879	66,69	68,83	3,22	9467	68,22	67,73	0,72				

Nakog dobijene MAPE vrednosti od 1,60 za piježometar P1, zaključeno je da dobijeni rezultati spadaju u kategoriju **dobre tačnosti prognoze** i razvijena metodologija je primenjena i na ostalih 6 piježometara.

U tabeli 4.22 prikazana je dobijena veličina greške merenih (originalih) vrednosti piježometarskog nivoa i rekonstruisanih vrednosti na svih 7 piježometara primenom MAPE kriterijuma.

Tabela 4.22. Prikaz maksimalne apsolutne procentualne greške i srednje apsolutne procentualne greške rekonstruisanih piježometarskih nivoa na svim piježometrima za period od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine (Ratković et al., 2022).

Piježometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)
P1	6,08	1,60
P2	4,42	1,34
P3	3,31	1,16
P4	4,51	1,40
P5	3,61	1,02
P6	3,81	1,27
P7-2	5,83	1,66

Merene (originalne) vrednosti i rekonstruisane vrednosti piježometarskog nivoa pokazuju poklapanje zadovoljavajuće tačnosti, s obzirom da je period koji se rekonstruiše (kada nije bilo monitoringa na predmetnom izvoru) **izuzetno veliki (9 godina)**. Rekonstruisani podaci pokazuju **dobru tačnost prognoze** i mogu se usvojiti kao rešenje zadovoljavajuće tačnosti (Ratković et al., 2022).

Nakon primene Sivog modela i rekonstruisanih vrednosti piježometarskih nivoa na svih 7 piježometara prelazi se na primenu Biplot metode za rekonstrukciju **ukupnog kapaciteta izvorišta** u periodu od 01.10.1980. do 01.07.1998. godine (Ratković et al., 2022).

Prvi korak pre primene Biplot metode predstavlja kompletiranje matrice X za izračunavanje vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta. Za vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta koje nedostaju su u prvom koraku ubačene srednje vrednosti od merenih vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta, x_{ij}^{aus} .

Kompletirana matrica obuhvata: datume (dane) kada su vršena merenja (originalne i rekonstruisane), piježometarske nivoe (originalne i rekonstruisane), mereni ukupni kapacitet izvorišta i srednje vrednosti merenog ukupnog kapaciteta (koji se upisuje u prazna polja tj. vrednosti koje će se dobiti rekonstrukcijom). Matrica X se onda standardizuje primenom jednačine 2.41. Standardizovana matrica je imenovana kao matrica P.

Na osnovu jednačine 2.42 izračunat je SVD (singularna dekompozicija matrice) matrice P, nakon čega je primenjena jednačina 2.43 i kao rezultat ovih proračuna dobijena je matrica $P^{(2)}$. Nakon primene jednačine $\hat{x}_{ij}^{(2)} = m_j + s_j p_{ij}^{(2)}$, svi elementi matrice su vraćeni u originalne vrednosti u matricu $X^{(2)}_{(n \times p)}$.

Nedostajuće vrednosti x_{ij}^{aus} u originalnoj matrici X su popunjene sada sa odgovarajućim dobijenim vrednostima $\hat{x}_{ij}^{(2)}$ iz $X^{(2)}$. Nakon toga se rade iteracije do dobijanja najtačnijeg rešenja. Iteracije se rade vraćanjem na standardizaciju matrice sa novim popunjenim vrednostima ($\hat{x}_{ij}^{(2)}$ iz $X^{(2)}$) i ceo process se ponavlja. Iteracije se ponavljaju dok se ne ispuni uslov prikazan u jednačini 2.44. U ovom slučaju uslov se ispunjava u drugoj iteraciji (tabela 4.23).

Tabela 4.23. Uslov za prestanak iteracija, jednačina 2.44 (Ratković et al., 2022).

d	$\bar{y}$	$\frac{d}{\bar{y}}$
1,417	246,031	0,006

U tabeli 4.24 i na slici 4.24 dat je prikaz originalnih i rekonstruisanih vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta.

Tabela 4.24. Merene (originalne) i rekonstruisane vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta-iteracija 2 za period od 01.07.1998. do 01.05.2010. godine (Ratković et al., 2022).

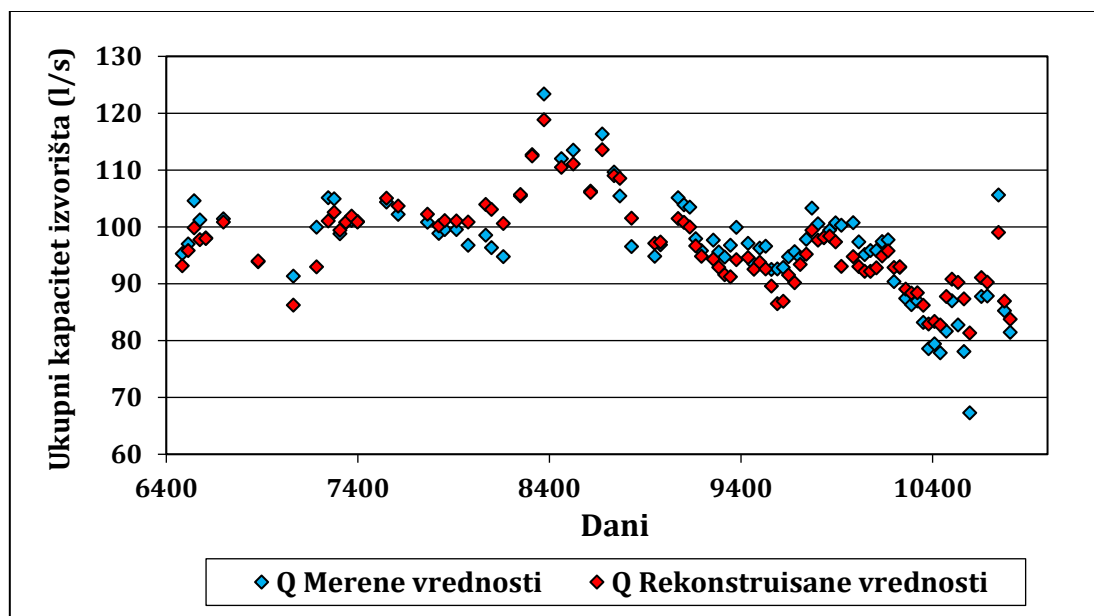
Dani	Q Merene vred. (l/s)	Q Rekon. vred. (l/s)
6483	95,31	93,18
6514	96,99	95,85
6545	104,6	99,85
6575	101,23	97,75
6606	98,06	97,95
6698	101,41	100,84
6879	93,87	94,02
7063	91,33	86,23
7184	99,94	92,97
7245	105,14	101,06
7276	104,93	102,58
7306	98,80	99,41
7337	100,77	100,84
7367	101,13	101,91
7398	100,97	100,85
7549	104,38	105,04
7610	102,22	103,67
7763	100,82	102,24
7822	98,87	100,19

Dani	Q Merene vred. (l/s)	Q Rekon. vred. (l/s)
8614	106,28	106,08
8675	116,34	113,58
8737	109,64	109,02
8767	105,43	108,55
8828	96,55	101,54
8949	94,83	97,10
8979	96,86	97,34
9071	105,12	101,47
9102	103,90	100,80
9132	103,47	99,98
9163	97,93	96,67
9193	95,82	94,82
9255	97,66	94,33
9283	95,60	92,87
9314	94,68	91,59
9344	96,76	91,21
9375	99,93	94,22
9436	97,11	94,61
9467	93,47	92,56

Dani	Q Merene vred. (l/s)	Q Rekon. vred. (l/s)
9832	98,10	98,15
9862	99,40	98,39
9893	100,72	97,37
9923	100,29	93,04
9985	100,73	94,78
10014	97,35	93,02
10045	95,14	92,17
10075	95,83	92,19
10106	95,86	92,81
10136	97,43	94,89
10167	97,71	95,77
10198	90,37	92,84
10228	92,88	92,99
10259	87,41	89,06
10289	86,34	88,36
10320	86,97	88,42
10351	83,21	86,20
10379	78,58	82,91
10410	79,41	83,37

Tabela 4.24 (nastavak). Merene (originalne) i rekonstruisane vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta- iteracija 2 za period od 01.07.1998. do 01.05.2010. godine (Ratković et al., 2022).

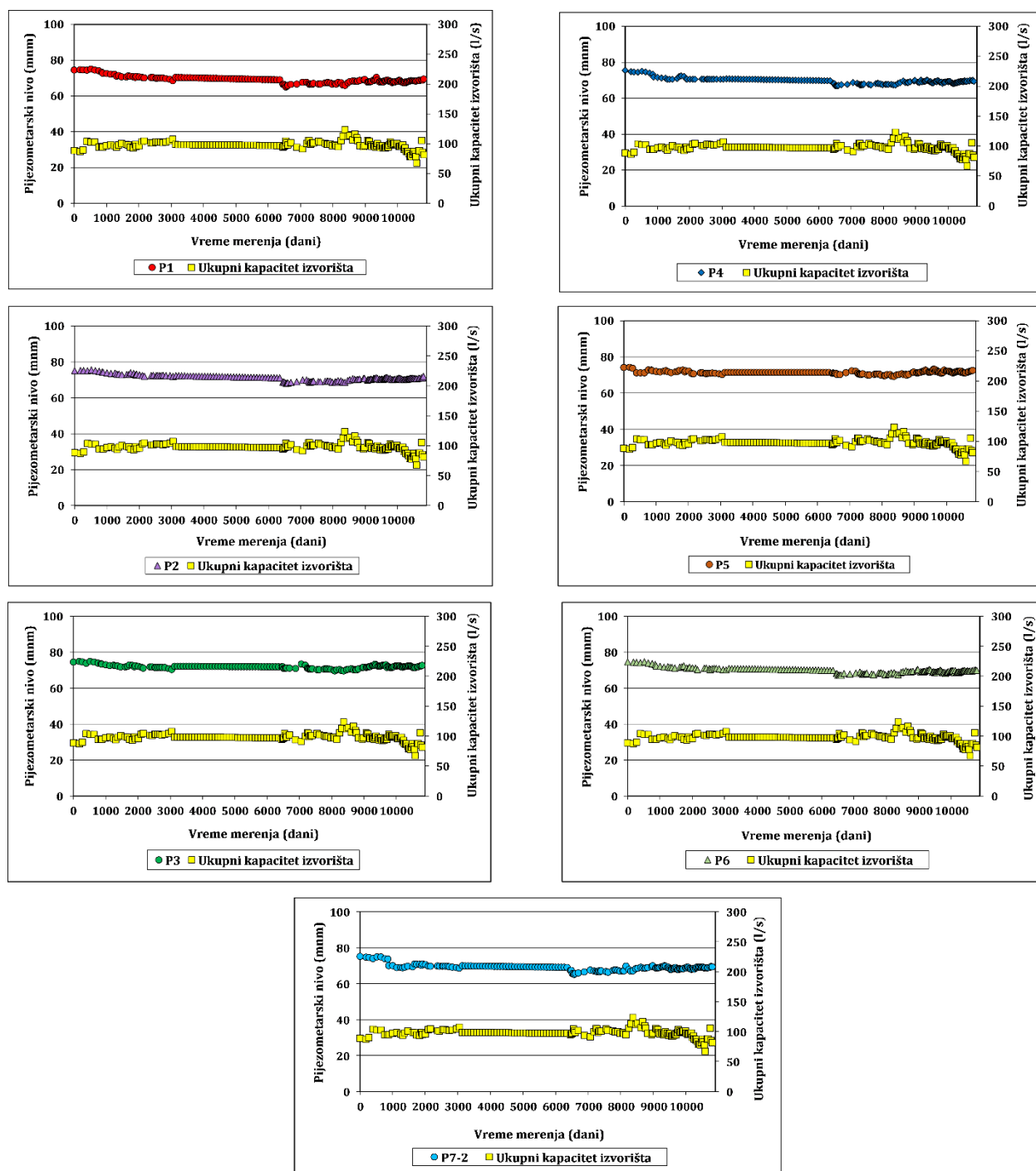
Dani	Q Merene vred. (l/s)	Q Rekon. vred. (l/s)	Dani	Q Merene vred. (l/s)	Q Rekon. vred. (l/s)	Dani	Q Merene vred. (l/s)	Q Rekon. vred. (l/s)
7853	99,52	101,09	9497	96,28	93,79	10440	77,86	82,76
7914	99,53	101,06	9528	96,59	92,61	10471	81,66	87,75
7975	96,76	100,87	9558	92,51	89,59	10501	86,99	90,80
8067	98,54	103,96	9589	92,61	86,49	10532	82,75	90,24
8097	96,35	103,06	9620	92,85	86,91	10563	78,07	87,35
8159	94,78	100,60	9648	94,74	91,53	10593	67,28	81,33
8248	105,43	105,68	9679	95,66	90,18	10654	87,77	91,09
8309	112,72	112,49	9709	94,59	93,39	10685	87,84	90,26
8371	123,38	118,85	9740	97,82	95,18	10744	105,61	99,02
8462	112,00	110,48	9770	103,30	99,40	10775	85,27	86,95
8524	113,51	111,08	9801	100,54	97,68	10805	81,44	83,75



Slika 4.24. Merene i rekonstruisane vrednosti ukupnog kapaciteta izvorišta - iteracija 2 za period od 01.07.1998. do 01.05.2010. godine (Ratković et al., 2022).

Na osnovu prikazanog hidrograma može se zaključiti veoma dobra usaglašenost merenih vrednosti i vrednosti dobijenih primenjenom metodologijom za period osmatranja od 01.07.1998. do 01.5.2010. godine. Srednja apsolutna procentualna greška za vrednosti rekonstruisanog ukupnog kapaciteta izvorišta dobijenih drugom iteracijom iznosi 3,32% (Ratković et al., 2022).

Na slici 4.25 prikazane su merene i rekonstruisane vrednosti pijeziometarskog nivoa na 7 pijeziometara i ukupnog kapaciteta izvorišta.



Slika 4.25. Merene (originalne) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa i ukupnog kapaciteta izvorišta na svim osmatračkim objektima izvorišta “Vodokanal” za period od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine (Ratković et al., 2022).

Na slici 4.25 se može uočiti da trend rekonstruisanih nivoa podzemnih voda i ukupnog kapaciteta izvorišta prati trend podatka dobijenih merenjima na terenu. Razlog zašto se na rekonstruisanim vrednostima ne uočava veće kolebanje krive objašnjava se velikim vremenskim periodom kada nisu mereni razmatrani parametri, pa se korišćenjem ove metodologije ne mogu dobiti rešenja veće preciznosti. Predložena metodologija je ipak dala relativno dobra rešenja za istražno područje izvorišta “Vodokanal”, s obzirom da su sva rešenja u okviru zadatih kriterijuma (Ratković et al., 2022).

4.1.5 Primena Sivo-stohastičkog modela na podacima celokupnog istorijskog monitoringa izvorišta "Vodokanal" (period od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine)

Podaci istorijskog monitoringa izvorišta "Vodokanal" predstavljaju nejednake vremenske serije, stoga Sivo-stohastički model *nije moguće* primeniti na originalni (celokupni) niz podataka tj. period od 01.10.1980. do 01.05.2010. godine, s obzirom da za primenu ovog modela mora biti ispunjen uslov da su merenja vršena u jednakim vremenskim intervalima (jednaki vremenski intervali $\Delta t=1$). Moguće bi bilo šematizovati ulazne podatke na taj način da upotreba ovog modela bude moguća, ali za područje izvorišta "Vodokanal" ovo nije imalo smisla iz razloga što je period monitoringa ovog izvorišta 30 godina i merenja su vršena u nejednakim vremenskim intervalima koje nije moguće svesti na srednje mesečne vrednosti.

4.2 Pilot područje 2- izvorište "Vić bare"

Istorijski podaci monitoringa izvorišta "Vić bare" su korišćeni za rekonstrukciju nedostajućih vrednosti vodostaja reke Save i pijezometarskog nivoa podzemnih voda na osnovu perioda od:

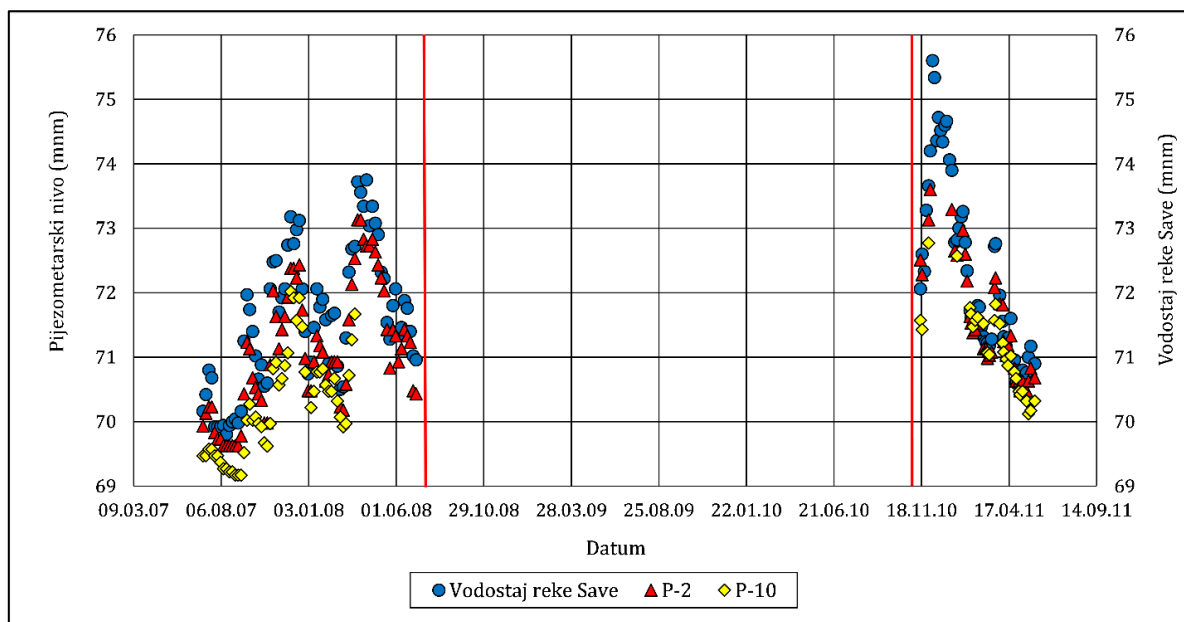
- 6. jula 2007. godine do 5. jula 2008. godine, i
- 16. novembar 2010. godine do 31. maja 2011. godine.

Period kada nisu vršena merenja je od 5. jula 2008 godine do 16. novembra 2010 godine.

Osmatrani parametri na izvorištu su nivoi podzemnih voda na 10 pijezometara (P-1, P-2, P-3, P-4, P-5, P-6, P-7, P-8, P-9, P-10) i vodostaj reke Save u gore navedenim periodima (slika 4.26). Pijezometri P-1, P-3, P-4, P-7, P-8 i P-9 nisu uzeti u obzir iz razloga nedovoljnog broja merenih podataka¹⁸, pa nije bilo moguće primeniti razvijenu metodologiju, a pijezometri P-5 i P-6 nisu u uzročno-posledičnoj (hidrauličkoj) vezi sa rekom Savom, pa iz tog razloga nisu uzeti u razmatranje¹⁹.

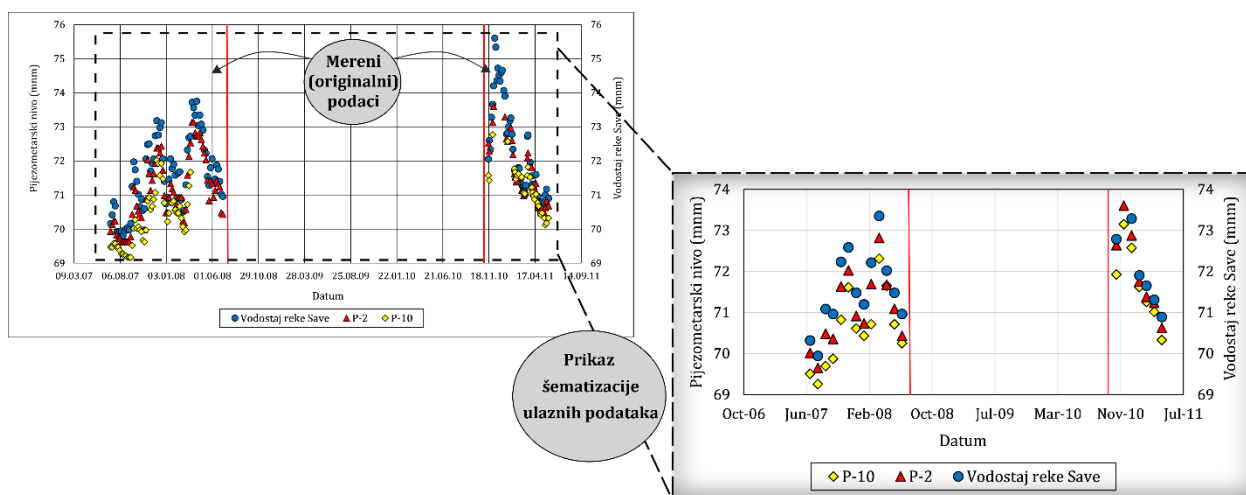
¹⁸ Prikaz perioda u kojima nije vršen monitoring pijezometarskog nivoa na pijezometrima P-1, P-3, P-4, P-7, P-8 i P-9 prikazan je u poglavlju 3 na slikama 3.33 i 3.34.

¹⁹ Detaljan opis dat je u poglavlju 3.2.5.



Slika 4.26. Prikaz vrednosti vodostaja reke Save i piezometarskog nivoa na piezometrima P-2 i P-10 za izвориšte „Vić bare“ u Zabrežju u periodu od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine

Za svaku vremensku seriju neophodno je prvo prilagoditi ulazne podatke, a zatim testirati mogućnost primene Sivog modela ili Sivo-stohastičkog modela i to je urađeno i na primeru istorijskog monitoring izvorišta "Vić bare". Nakon velikog broja pokušaja dolaženja do konačnog rešenja, tačnije prognoze vrednosti piezometarskog nivoa za piezometre P-2 i P-10 i vrednosti vodostaja reke Save, došlo se do zaključka da je ulazne podatke neophodno šematizovati (uprosečiti) na srednje mesečne (slika 4.27) i na tim podacima primeniti razvijenu metodologiju²⁰.



Slika 4.27. Šematizacija merenih podataka koji predstavljaju ulazne podatke za primenu Sivo-stohastičkog modela

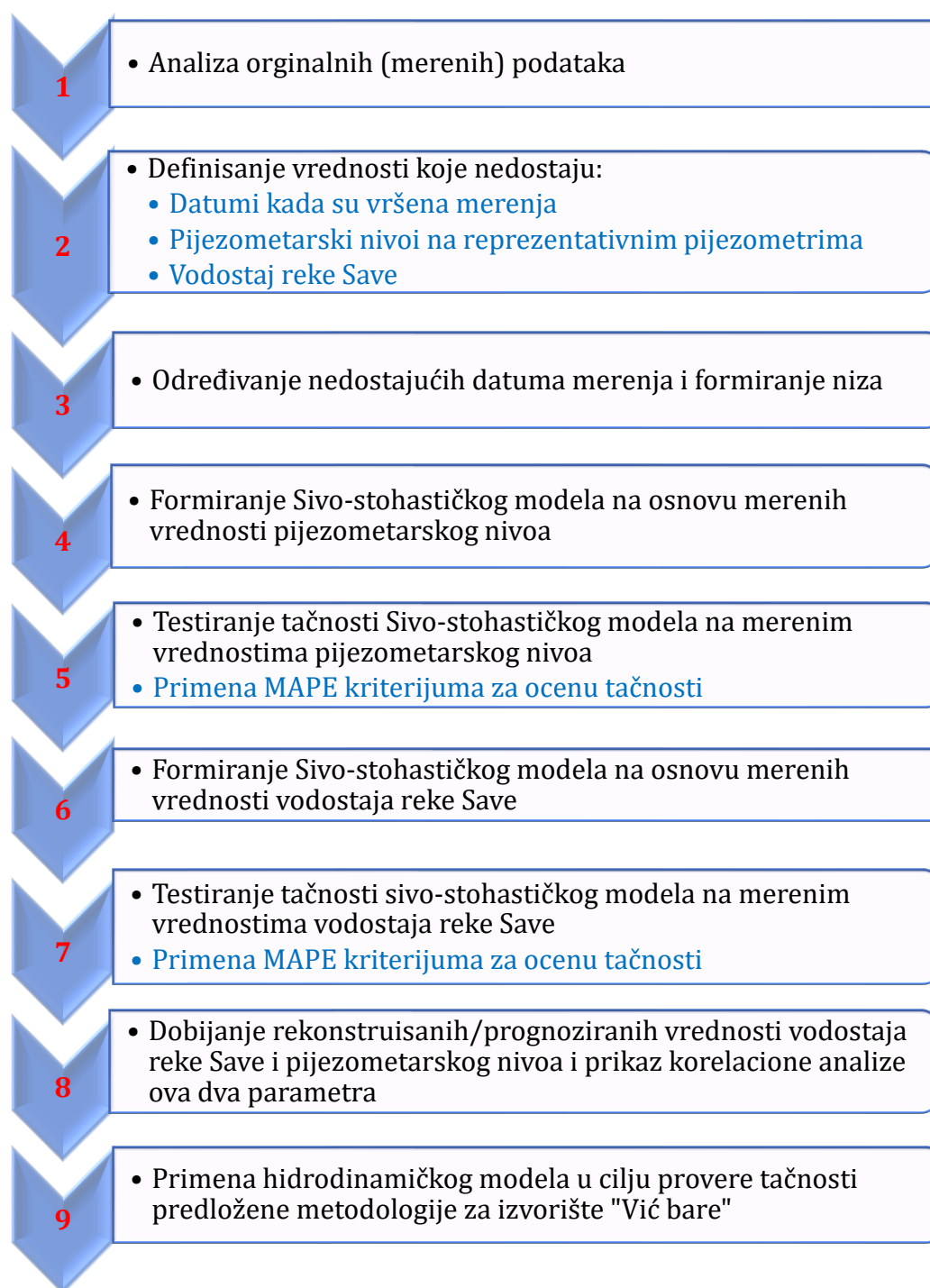
²⁰ Šematizovanjem ulaznih podataka na srednje mesečne smanjen je broj prognoziranih vrednosti, samim tim formirani Sivo-stohastički model je bio stabilniji i dobijena su rešenja veće preciznosti.

4.2.1 Primena Sivog modela na podacima istorijskog monitoring izvorišta „Vić bare“

Primena Sivog modela (1,1) na primeru podataka istorijskog monitoringa izvorišta „Vić bare“ **nije moguća** iz razloga što nije zadovoljen početni uslov za njegovu primenu da vremenska serija mora biti merena u nejednakim vremenskim intervalima ($\Delta t \neq 1$).

4.2.2 Primena Sivo-stohastičkog modela na podacima istorijskog monitoringa izvorišta „Vić bare“

Algoritam za primenu Sivo-stohastičkog modela za prognozu vrednosti vodostaja reke Save i pijezometarskih nivoa na pijezometrima P-2 i P-10 prikazan je na slici 4.28.

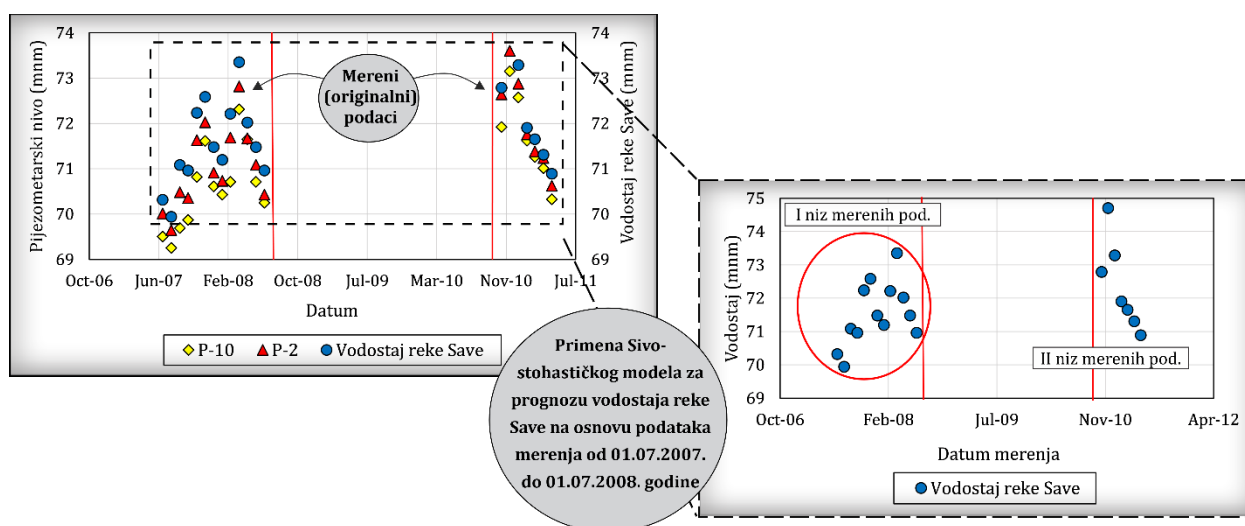


Slika 4.28. Algoritam metodologije za rekonstrukciju nedostajućih podataka na numeričkom primeru izvorišta "Vić bare" zasnovanog na Sivo-stohastičkom modelu

4.2.2.1 Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu/rekonstrukciju nedostajućih vrednosti vodostaja reke Save

1. Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu nedostajućih vrednosti vodostaja reke Save na osnovu prvog niza merenih podataka

Prognoza vodostaja reke Save je rađena na osnovu prvog niza merenih podataka i na slici 4.29. prikazani su šematizovane vrednosti vodostaja reke Save i niz na osnovu koga je rađena prognoza primenom Sivo-stohastičkog modela.



Slika 4.29. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih vodostaja reke Save u periodu od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine za primenu Sivo-stohastičkog modela

S obzirom da je postupak dolaženja do konačnog rešenja primenom Sivo-stohastičkog modela tj. jednačina od 2.23 do 2.39 prikazan na primeru podataka merenih na istražnom području izvorišta "Vodokanal", na primeru izvorišta "Vić bare" su data samo dobijena rešenja. U tabeli 4.25 prikazana je AGO serija originalne vremenske serije vodostaja reke Save, a dalje su redom prikazane formirane matrice Z , B , Y i dobijene vrednosti **koeficijenata** a i b .

Tabela 4.25. AGO serija originale (merene) vremenske serije vodostaja reke Save

Vodostaj reke Save (mm)	AGO serija
70,32	70,32
69,94	140,26
71,08	211,34
70,96	282,30
72,23	354,54
72,58	427,12
71,48	498,60
71,20	569,79
72,21	642,00

Tabela 4.25 (nastavak). AGO serija originale (merene) vremenske serije vodostaja reke Save

Vodostaj reke Save (mm)	AGO serija
73,35	715,36
72,02	787,37
71,48	858,85
70,96	929,81

$$Z = \begin{bmatrix} 105,29 \\ 175,80 \\ 246,82 \\ 318,42 \\ 390,83 \\ 462,86 \\ 534,19 \\ 605,90 \\ 678,68 \\ 751,36 \\ 823,11 \\ 894,33 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -105,29 & 1 \\ -175,80 & 1 \\ -246,82 & 1 \\ -318,42 & 1 \\ -390,83 & 1 \\ -462,86 & 1 \\ -534,19 & 1 \\ -605,90 & 1 \\ -678,68 & 1 \\ -751,36 & 1 \\ -823,11 & 1 \\ -894,33 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 69,94 \\ 71,08 \\ 70,96 \\ 72,23 \\ 72,58 \\ 71,48 \\ 71,20 \\ 72,21 \\ 73,35 \\ 72,02 \\ 71,48 \\ 70,96 \end{bmatrix}$$

Vrednosti **koeficijenata a i b**:

$$a = -0,00128$$

$$b = 70,99$$

U tabeli 4.26 su date vrednosti varijanse AGO serije, koeficijenta vremenske rezolucije i uniformnog vremenskog protoka za merenu vremensku seriju za postavku jednačine 4.8.

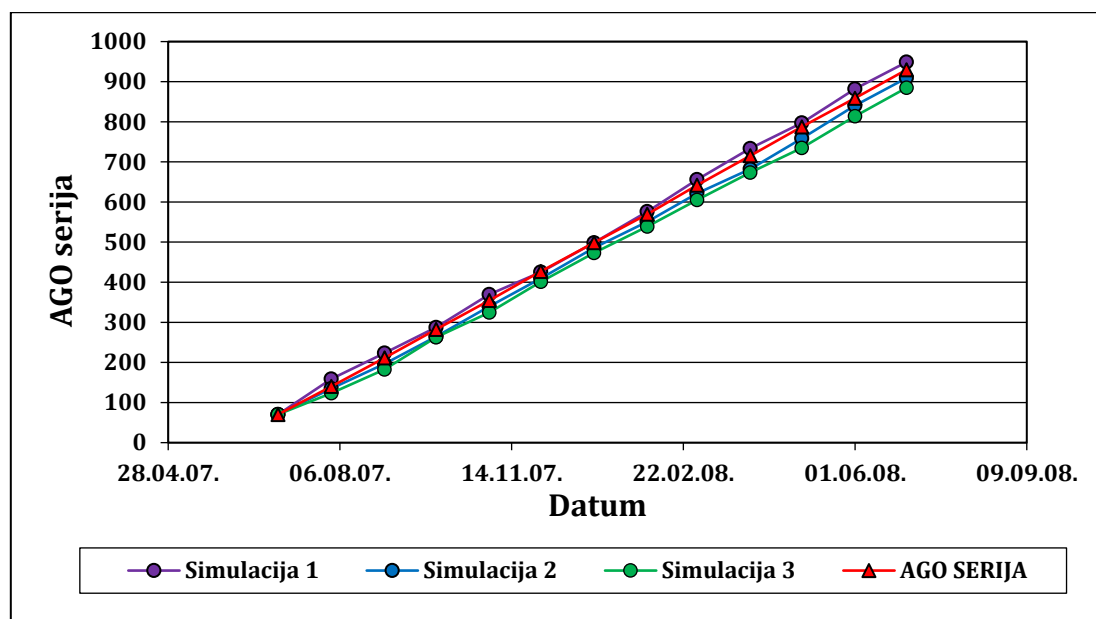
$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(70,99 - (-0,000128) * X_{t-1}^{(1)} \right) * 1 + N \left(0, \frac{279,69}{30} \right), \quad (4.8)$$

$$t = 1, 2, \dots, n$$

Tabela 4.26. Vrednosti varijanse AGO serije, koeficijenta vremenske rezolucije, uniformnog vremenskog protoka za merenu (originalnu) vremensku seriju

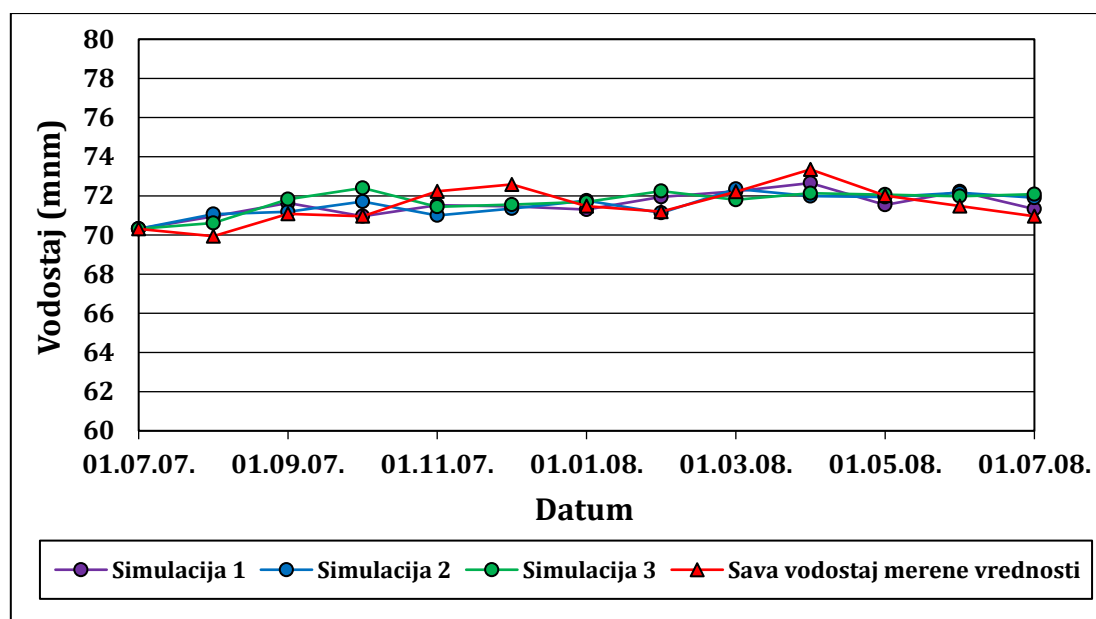
Varijansa AGO serije (Y^2)	279,69
Koeficijent vremenske rezolucije (α)	30
Uniformni vremenski protok (Δt)	1
Normalna raspodela $N \left(0, \frac{\gamma^2}{\alpha} \right)$	9,32

Simulacijom jednačine 4.8 dobijaju se rešenja koja se odnose na AGO stohastički proces (slika 4.30). Broj zadatih simulacije je 500.



Slika 4.30. Prikaz simulacije AGO serije-prikaz 3 od izvedenih 500 simulacija

Određivanje rekonstruisanih vrednosti vodostaja reke Save dobijaju se primenom jednačina 2.34 i 2.35, a rezultat je prikazan tabelarno i grafički (slika 4.31 i tabela 4.27).



Slika 4.31. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti vodostaja reke Save za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine dobijenih na osnovu prvog niza merenih podataka (period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine)

Tabela 4.27. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti vodostaja reke Save i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	Vodostaj reke Save merene vrednosti (mm)	Vodostaj reke Save rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-07-07	70,32	70,32	0
01-08-07	69,94	70,45	0,728
01-09-07	71,08	71,34	0,356
01-10-07	70,96	71,08	0,173
01-11-07	72,23	70,96	1,769
01-12-07	72,58	71,34	1,714
01-01-08	71,48	71,79	0,434
01-02-08	71,20	72,02	1,154
01-03-08	72,21	72,25	0,057
01-04-08	73,35	72,52	1,132
01-05-08	72,02	72,10	0,118
01-06-08	71,48	71,38	0,136
01-07-08	70,96	72,06	1,557

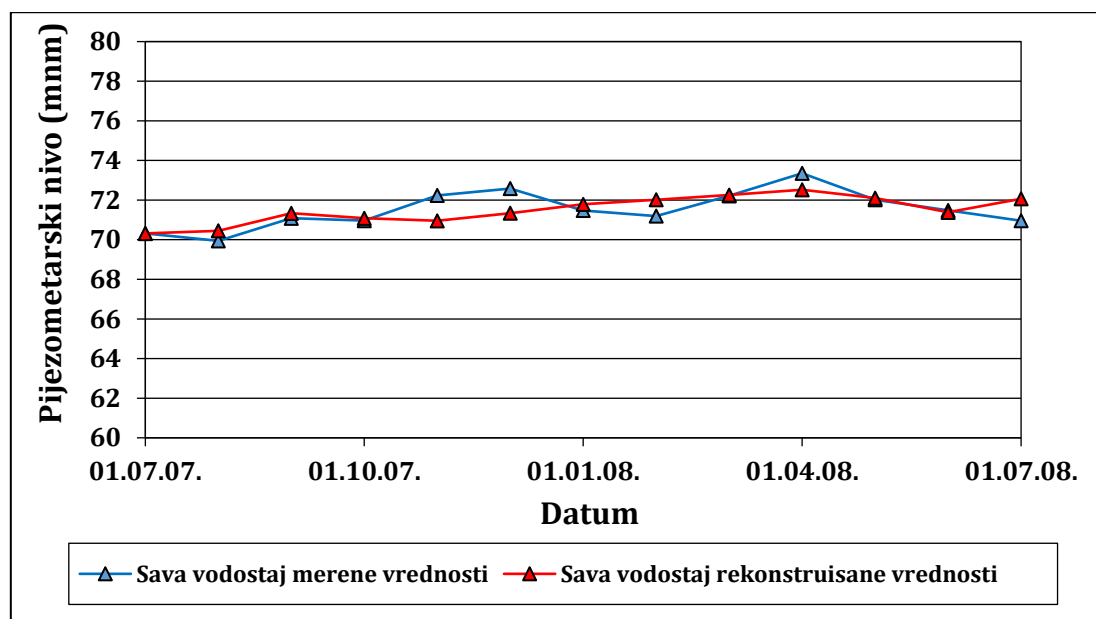
S obzirom da je model visoke tačnosti prognoze (tabela 4.28 i slika 4.32), formirani model se može dalje koristiti za prognozu nedostajućih vrednosti vodostaja reke Save simulacijom jednačine 4.9. Sivo-stohastički model daje rešenja visoke tačnosti s obzirom da se dobijena MAPE greška ustaljuje na oko 1,1 %.

$$X_t^{(1)} = X_{t-1}^{(1)} + \left(70,99 - (-0,000128) * X_{t-1}^{(1)}\right) * 1 + N\left(0, \frac{279,69}{30}\right), \quad (4.9)$$

$$t = n + 1, n + 2, \dots, n + k$$

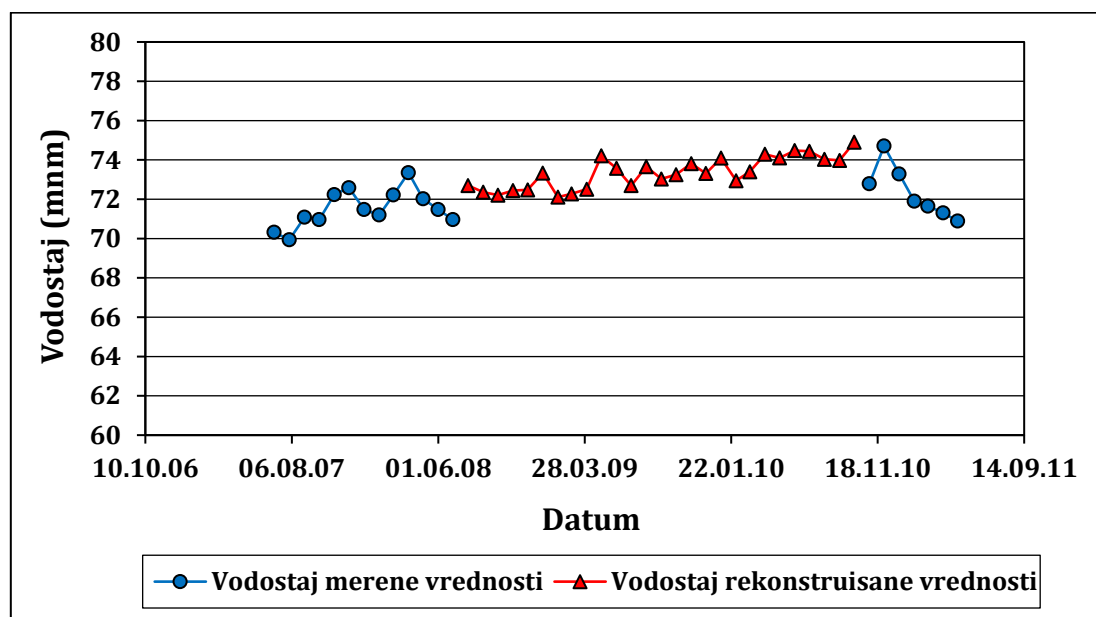
Tabela 4.28. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti vodostaja reke Save primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Vodostaj reke Save	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
	1,769	0,718	0,057



Slika 4.32. Originalne i rekonstruisane vrednosti vodostaja reke Save modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,72 %

Na slici 4.33 prikazano je dobijeno rešenje primenom Sivo-stohastičkog modela.

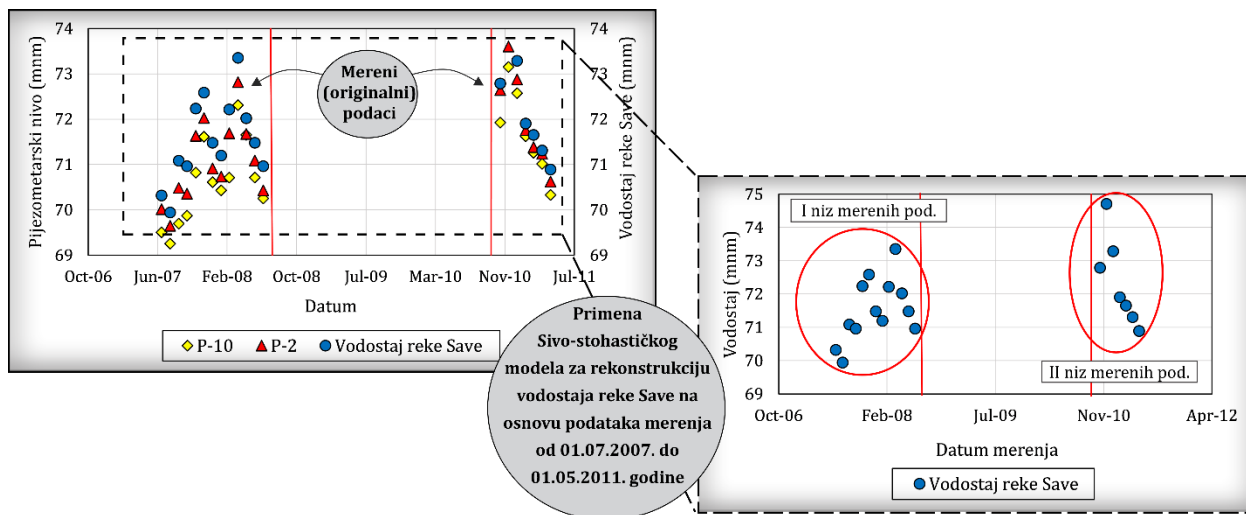


Slika 4.33. Originalne i prognozirane vrednosti vodostaja reke Save za period od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Svi prethodno prikazani rezultati, sa osvrtom na zadate kriterijume, potvrđuju da se Sivo-stohastički model može primeniti za prognozu nedostajućih vrednosti vodostaja reke Save na osnovu prvog niza merenih podataka.

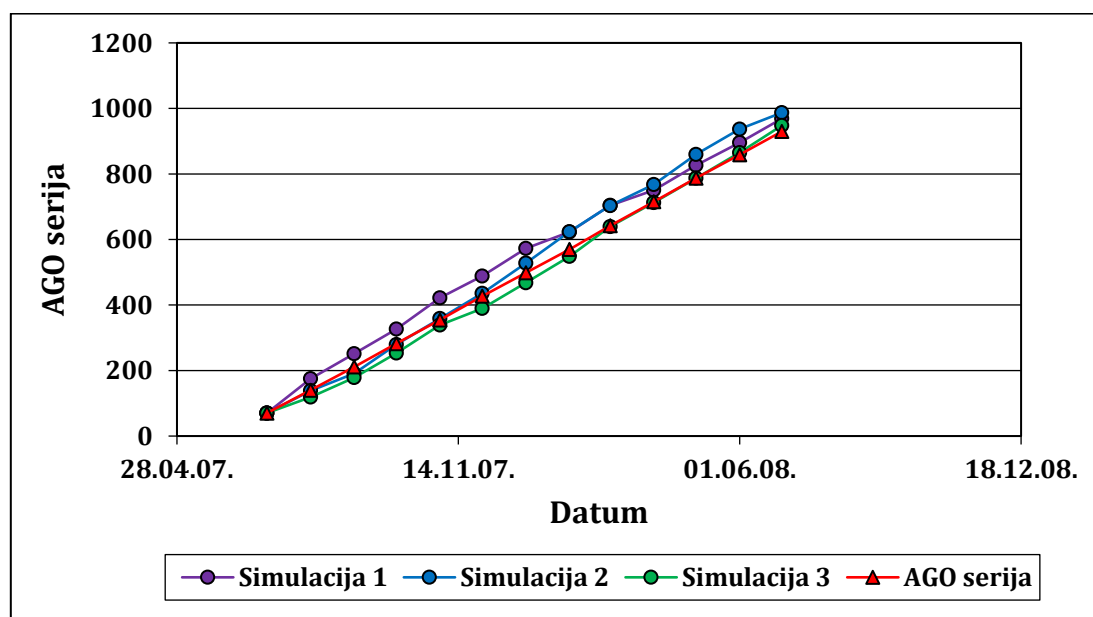
2. Primena Sivo-stohastičkog modela za rekonstrukciju nedostajućih vrednosti vodostaja reke Save na osnovu celog niza merenih podataka

Na ovom numeričkom primeru data je rekonstrukcija vrednosti vodostaja reke Save na osnovu celog niza merenih podataka (slika 4.34).

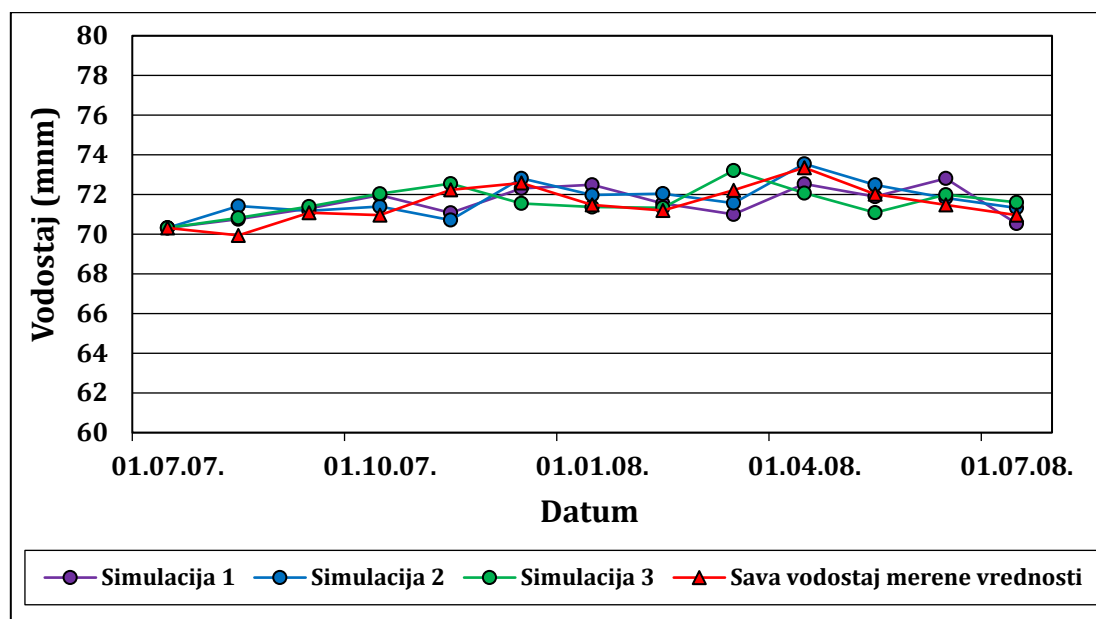


Slika 4.34. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih vodostaja reke Save u periodu od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine za primenu Sivo-stohastičkog modela

Nakon 500 izvedenih simulacija dobijene su očekivane vrednosti AGO serije, a na slici 4.35 dat je prikaz 3 izvedene simulacije. Dobijena rešenja rekonstrukcije vrednosti vodostaja reke Save prikazana je na slici 4.36, a takođe su prikazane 3 simulacije od izvedenih 500.



Slika 4.35. Prikaz AGO serije i 3 simulacije



Slika 4.36. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti vodostaja reke Save za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine dobijenih na osnovu celog niza merenih podataka (period od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine)

Preciznost rezultata Sivo-stohastičkog modela na ovom numeričkom primeru dokazana je dobijenim veličinama apsolutne procentualne i MAPE greške koje su prikazane u tabelama 4.29 i 4.30.

Takođe preciznost dobijenog rešenja je grafički prikazana na slici 4.37 gde se može zaključiti da postoji visok stepen poklapanja merenih vrednosti i vrednosti dobijenih rekonstrukcijom vodostaja reke Save, a greška formiranog Sivo-stohastičkog modela se ustaljuje na MAPE oko 1.04%

Tabela 4.29. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti vodostaja reke Save i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

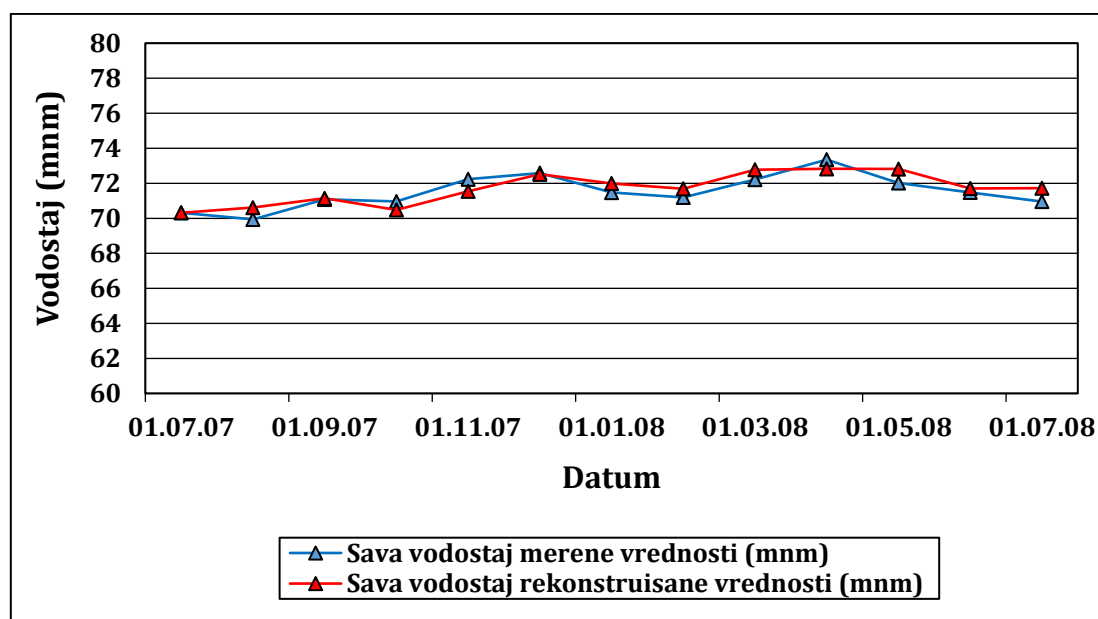
Datum	Vodostaj reke Save merene vrednosti (mm)	Vodostaj reke Save rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-07-07	70,32	70,32	0
01-08-07	69,94	70,61	0,728
01-09-07	71,08	71,15	0,356
01-10-07	70,96	70,48	0,173
01-11-07	72,23	71,54	1,769
01-12-07	72,58	72,52	1,714
01-01-08	71,48	71,99	0,434
01-02-08	71,20	71,69	1,154
01-03-08	72,21	72,78	0,057

Tabela 4.29 (nastavak). Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti vodostaja reke Save i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

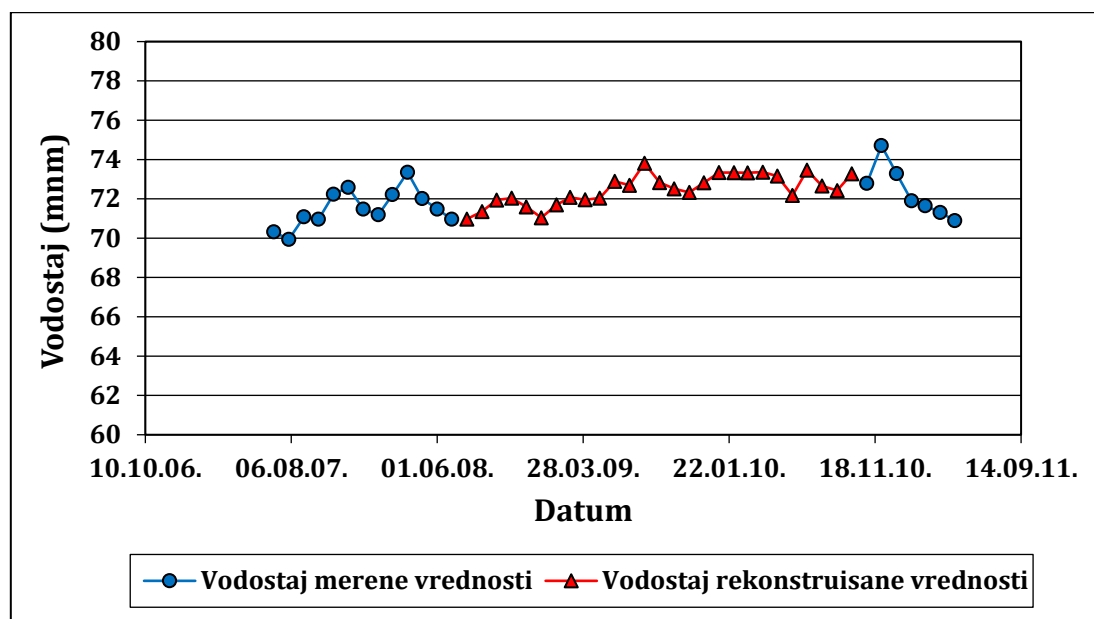
Datum	Vodostaj reke Save merene vrednosti (mm)	Vodostaj reke Save rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-04-08	73,35	72,83	1,132
01-05-08	72,02	72,82	0,118
01-06-08	71,48	71,71	0,136
01-07-08	70,96	71,72	1,557

Tabela 4.30. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti vodostaja reke Save primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Vodostaj reke Save	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
	1,112	0,630	0,089



Slika 4.37. Originalne i rekonstruisane vrednosti vodostaja reke Save za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,63 %



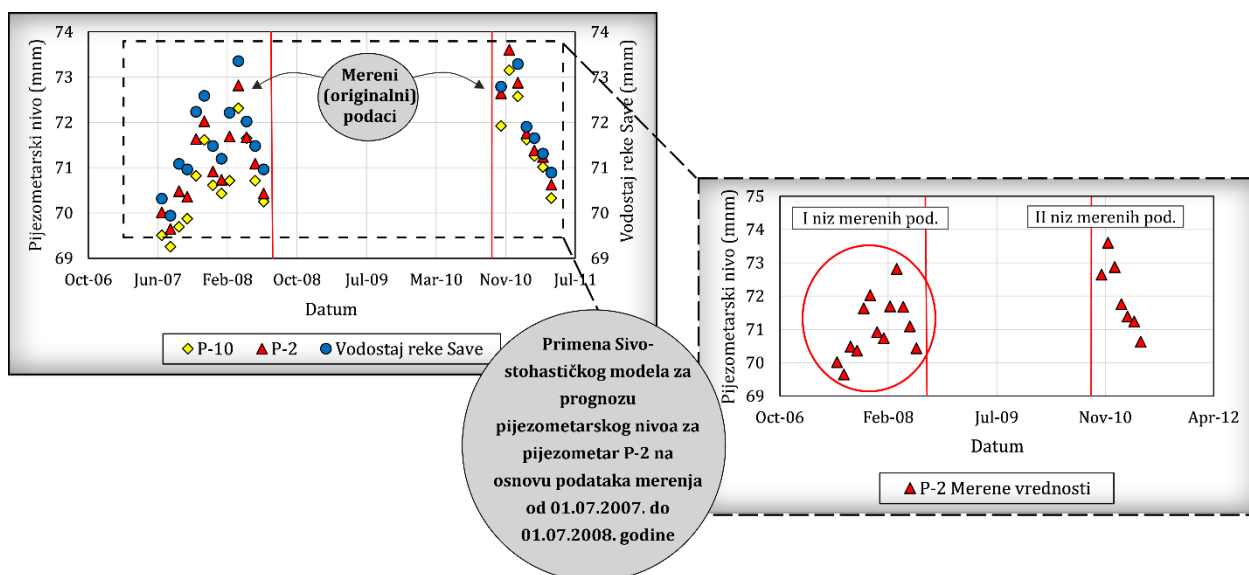
Slika 4.38. Originalne i prognozirane vrednosti vodostaja reke Save za period od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Analizom rezultata prikazanih u tabelama 4.29 i 4.30 i na slikama 4.37 i 4.38 dokazano je da postavljeni Sivo-stohastički model, koji je formiran na osnovu celog niza merenih vrednosti vodostaja reke Save, ispunjava zadate kriterijuma iz tabele 2.1 čime je ispunjen zahtev za prihvatanje njegove upotrebe u cilju rekonstrukcije nedostajućih podataka.

4.2.2.2 Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu/rekonstrukciju nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2

1. Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 na osnovu prvog niza merenih podataka

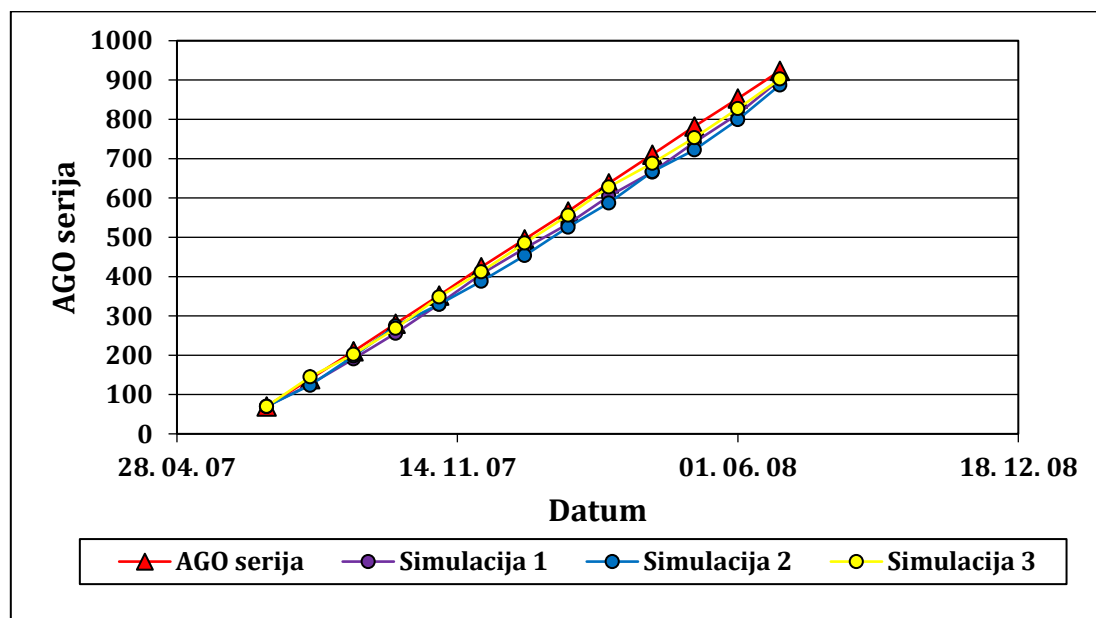
Na slici 4.39 dati su ulazni podaci za merene vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 na kojima je implementiran Sivo-stohastički model i dat prikaz ostvarenih rezultata dobijene prognoze vrednosti koje nedostaju.



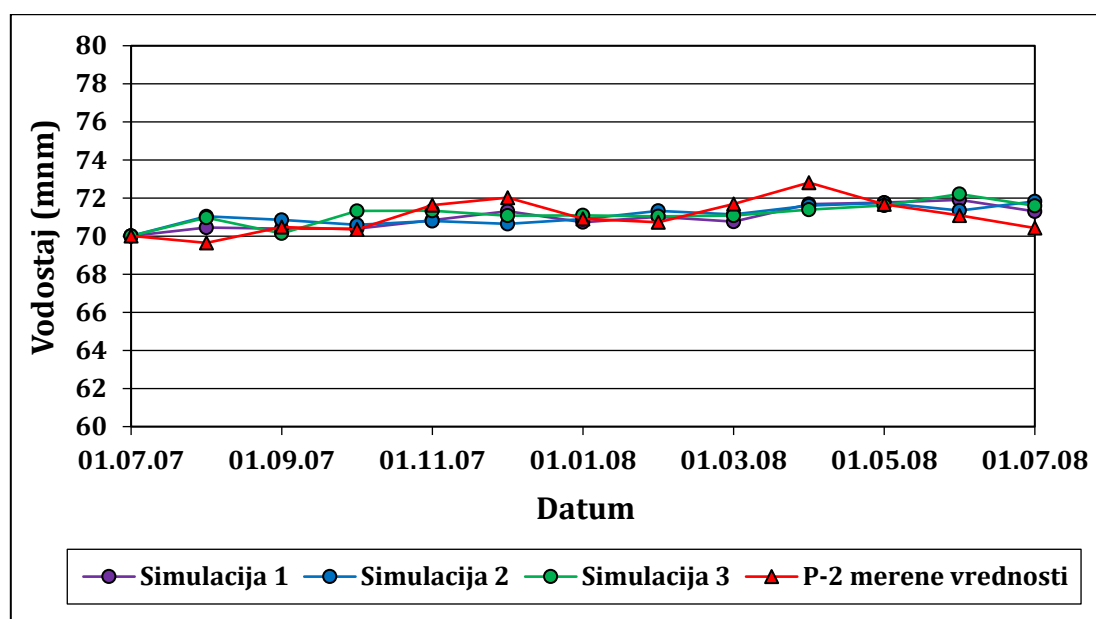
Slika 4.39. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih pijezometrijskih nivoa na pijezometru P-2 u periodu od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine za primenu Sivo-stohastičkog modela

Postupak implementacije Sivo-stohastičkog modela je dat na primeru vodostaja reke Save i identičan je i za pijezometar P-2. Iz tog razloga su prikazani samo dobijeni rezultati.

Preciznost Sivo-stohastičkog modela je prikazana na slikama 4.40 i 4.41 kroz 3 simulacije od ukupno 500 izvedenih. Dobra usaglašenost rekonstruisane AGO serije i rekonstruisane serije merenih podataka ukazuje na model koji je dobro formiran.



Slika 4.40. Prikaz simulacije AGO serije



Slika 4.41. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine

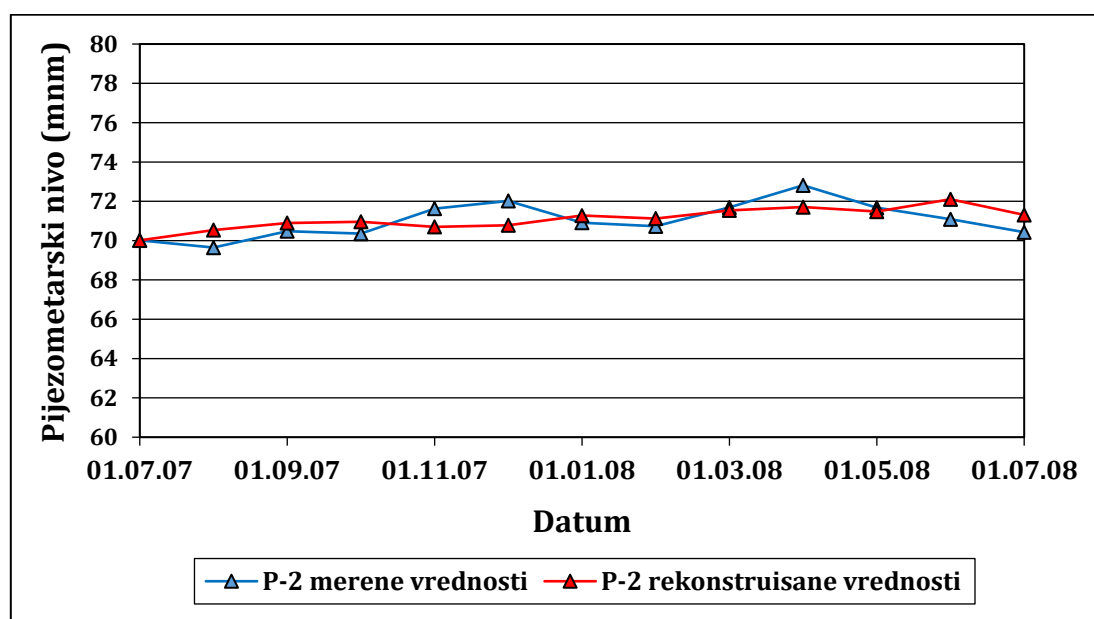
Validnost dobijenih rezultata primenom razvijene metodologije prikazana je u tabelama 4.31 i 4.32 na osnovu kojih se može zaključiti da je dobijeno rešenje u okvirima zadatog kriterijuma (tabela 2.1), što je potvrđeno i grafičkim prikazom poklapanja merenih vrednosti i rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 (slika 4.42). MAPE greška dobijena na formiranom Sivo-stohastičkom modelu se ustaljuje na vrednosti od oko 1,2 %

Tabela 4.31. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-2 merene vrednosti (mm)	P-2 rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-07-07	70,01	70,01	0
01-08-07	69,65	70,54	1,282
01-09-07	70,48	70,90	0,593
01-10-07	70,36	70,96	0,860
01-11-07	71,63	70,70	1,298
01-12-07	72,02	70,78	1,721
01-01-08	70,91	71,27	0,509
01-02-08	70,73	71,12	0,557
01-03-08	71,69	71,54	0,210
01-04-08	72,81	71,71	1,519
01-05-08	71,67	71,48	0,270
01-06-08	71,09	72,10	1,428
01-07-08	70,43	71,31	1,244

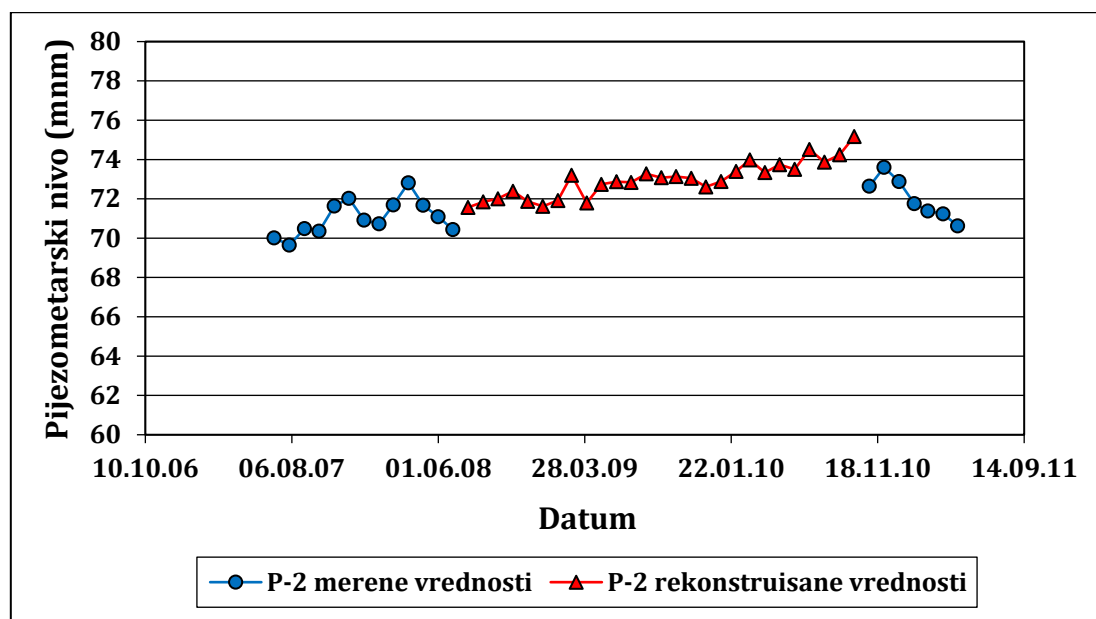
Tabela 4.32. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P-2	1,721	0,958	0,210



Slika 4.42. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,96 %

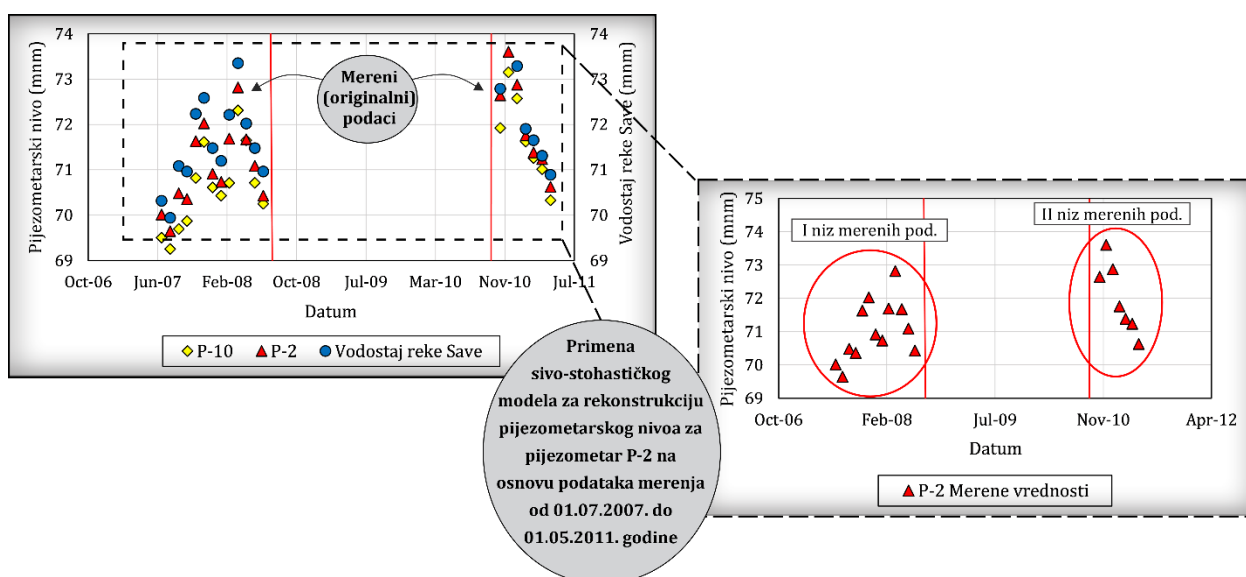
Prognoza vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2, rađena na osnovu prvog niza merenih podataka, zadovoljava postavljeni uslov zadat u tabeli 2.1 koji se odnosi na kvalitet formiranog Sivo-stohastičkog modela, što se i potvrđuje rezultatima prikazanim na slici 4.43.



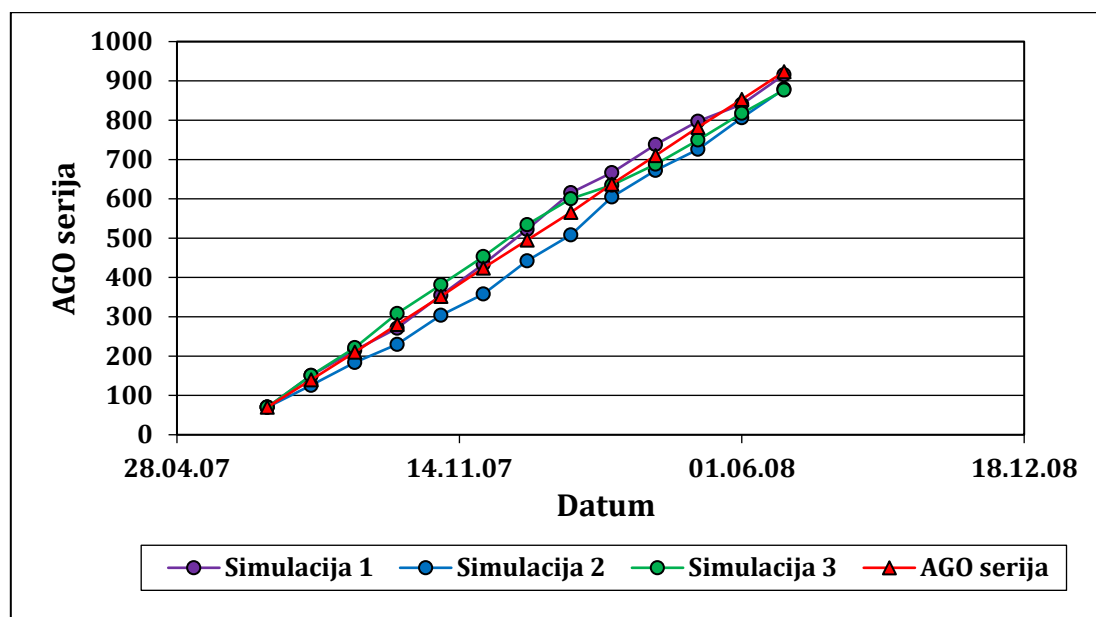
Slika 4.43. Originalne i prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 za period od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

2. Primena Sivo-stohastičkog modela za rekonstrukciju nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 na osnovu celog niza merenih podataka

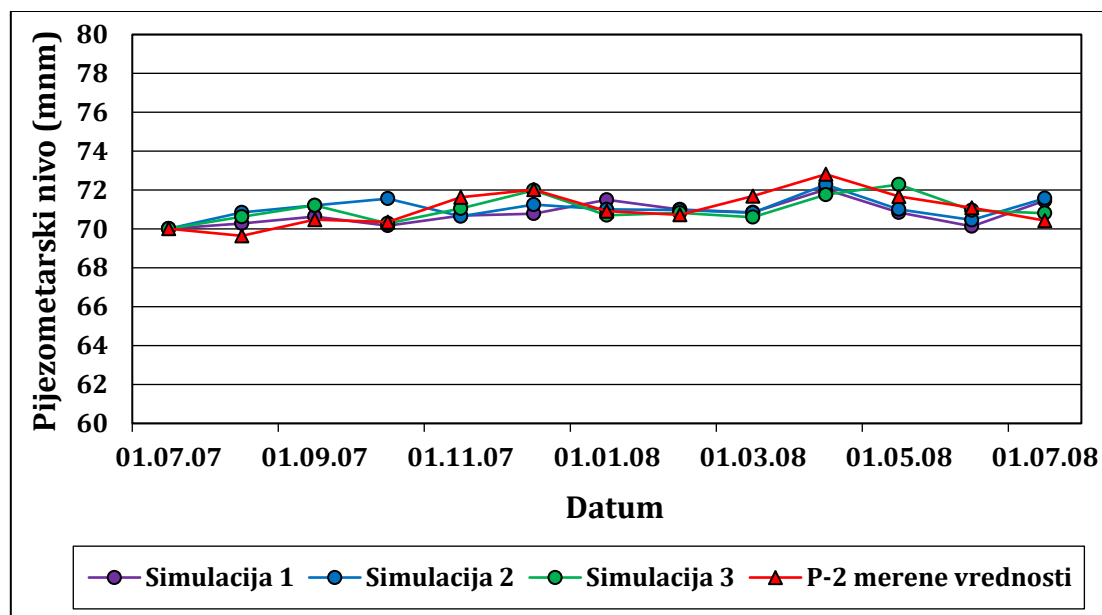
Rekonstrukcija implementirana na ceo niz merenih pijezometarskih nivoa na pijezometru P-2 (slika 4.44) rađena je primenom Sivo-stohastičkog modela. Dobijena rešenja su prikazana na slikama 4.45 i 4.46 kao prikaz poređenja originlne AGO serije i rekonstruisane AGO serije (3 simulacije od izvedenih 500) i prikaz merenih i rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa (3 simulacije od izvedenih 500).



Slika 4.44. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih pijezometarskih nivoa na pijezometru P-2 u periodu od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine za primenu Sivo-stohastičkog modela



Slika 4.45. Prikaz simulacije AGO serije i 3 od izvedenih 500 simulacija



Slika 4.46. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine

Pouzdanost Sivo-stohastičkog modela je dokazana dobijenim rezultatima prikazanim u tabeli 4.33 i 4.34 i s obzirom na dobijene rezultate može se dalje preći na prognozu vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2.

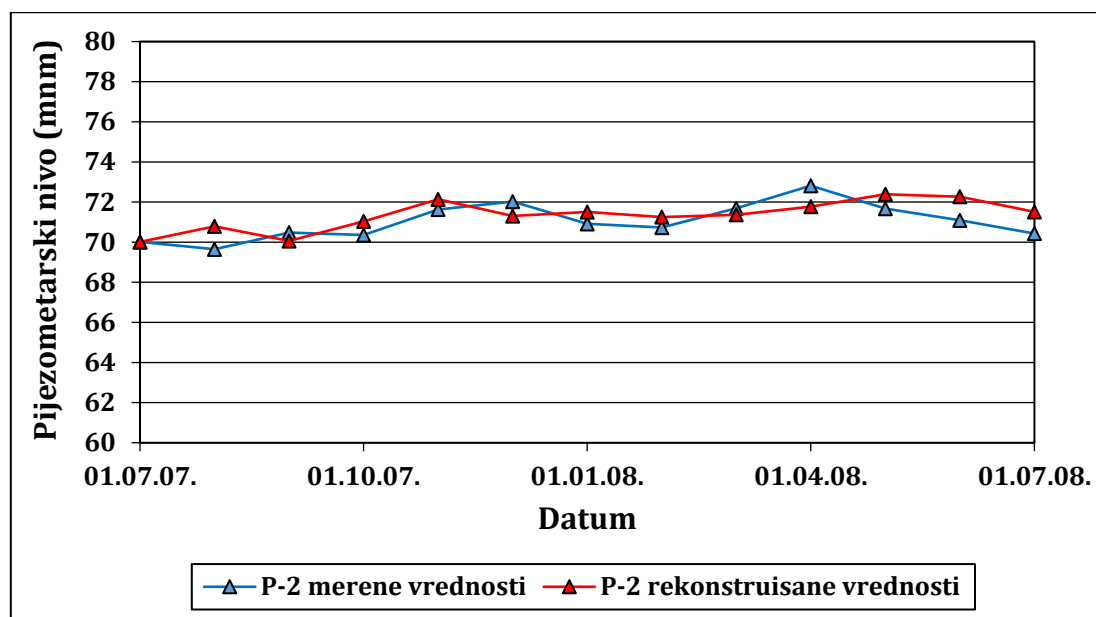
Tabela 4.33. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-2 merene vrednosti (mm)	P-2 rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-07-07	70,01	70,01	0
01-08-07	69,65	70,79	1,642
01-09-07	70,48	70,06	0,597
01-10-07	70,36	71,04	0,972
01-11-07	71,63	72,13	0,703
01-12-07	72,02	71,31	0,994
01-01-08	70,91	71,50	0,833
01-02-08	70,73	71,25	0,737
01-03-08	71,69	71,36	0,452
01-04-08	72,81	71,77	1,432
01-05-08	71,67	72,39	0,999
01-06-08	71,09	72,26	1,655
01-07-08	70,43	71,51	1,537

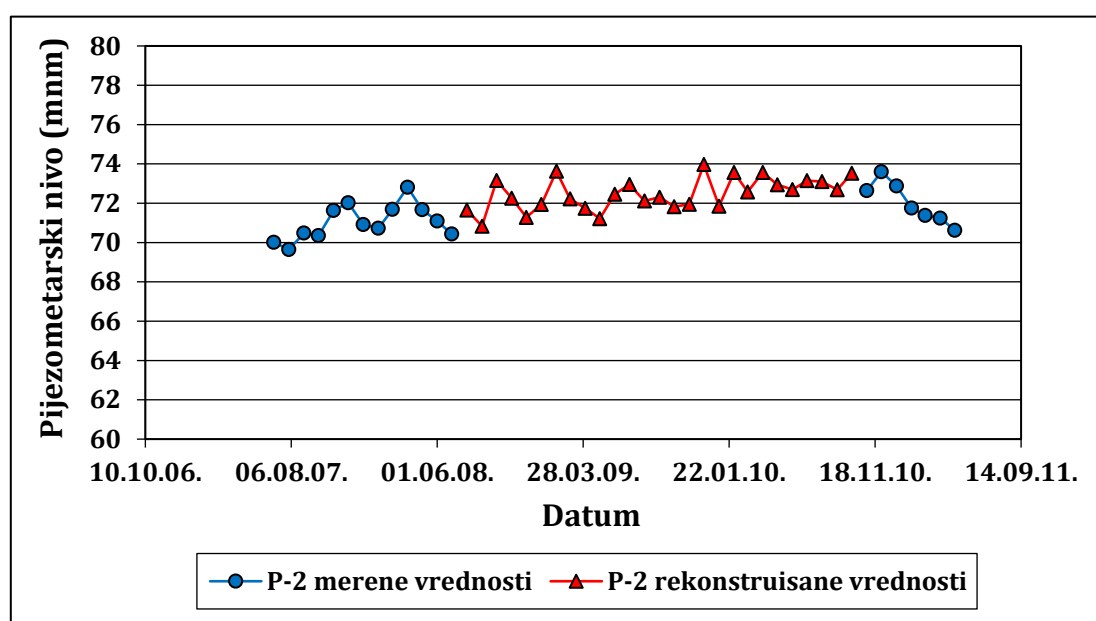
Tabela 4.34. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P-2	1,655	0,966	0,452

Grafički prikaz poklapanja merenih i rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 prizan je na slici 4.47, a rezultati prognoze na slici 4.48. MAPE greška se ustaljuje na vrednosti od 1,1 %.



Slika 4.47. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,97 %



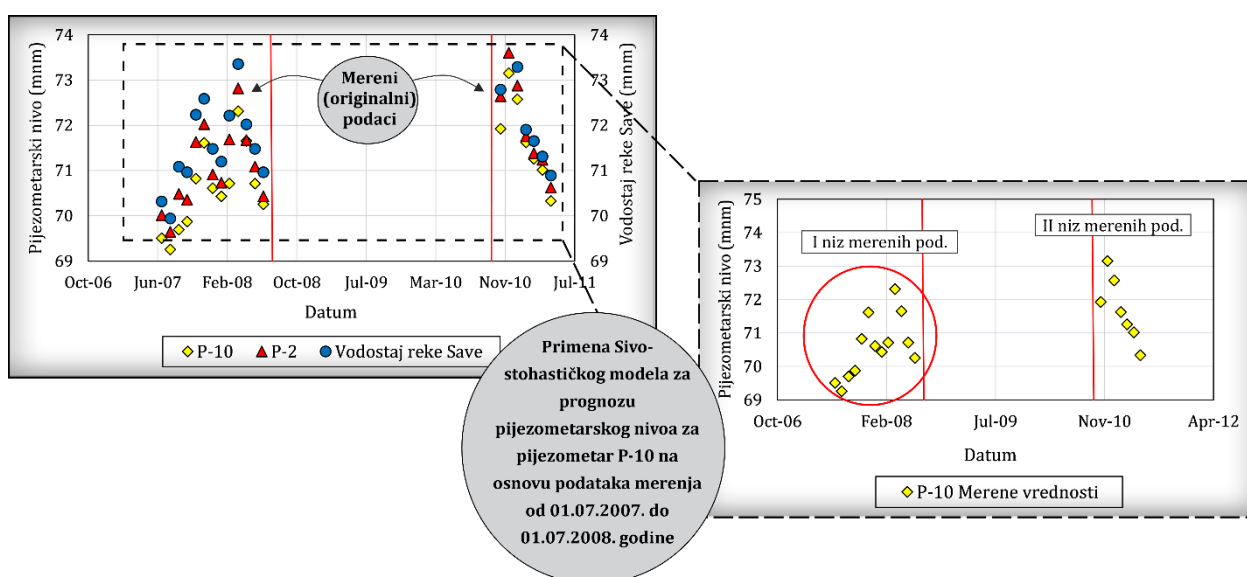
Slika 4.48. Originalne (merene) i prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 za period od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Istraživanje izvedeno u cilju utvrđivanja mogućnosti primene Sivo-stohastičkog modela za rekonstrukciju vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 na osnovu celog niza merenih podataka dovelo je do zaključka da je urađena rekonstrukcija visoke preciznosti.

4.2.2.3 Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu/rekonstrukciju nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10

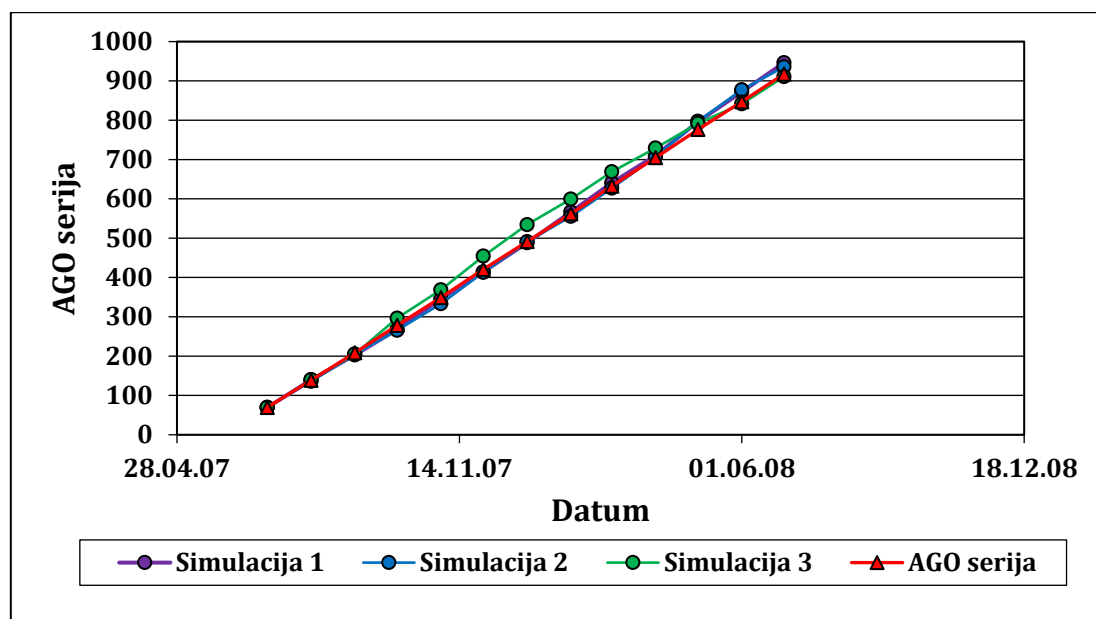
1. Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10 na osnovu prvog niza merenih podataka

Sivo-stohastički model za prognozu nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na osnovu prvog niza merenih podataka (slika 4.49) je primenjen i na primeru pijezometra P-10. Kao i na prethodnim primerima, rekonstruisani podaci na osnovu formiranog modela su pokazali visok stepen podudarnosti sa merenim podacima nakon čega se pristupilo prognozi nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa.



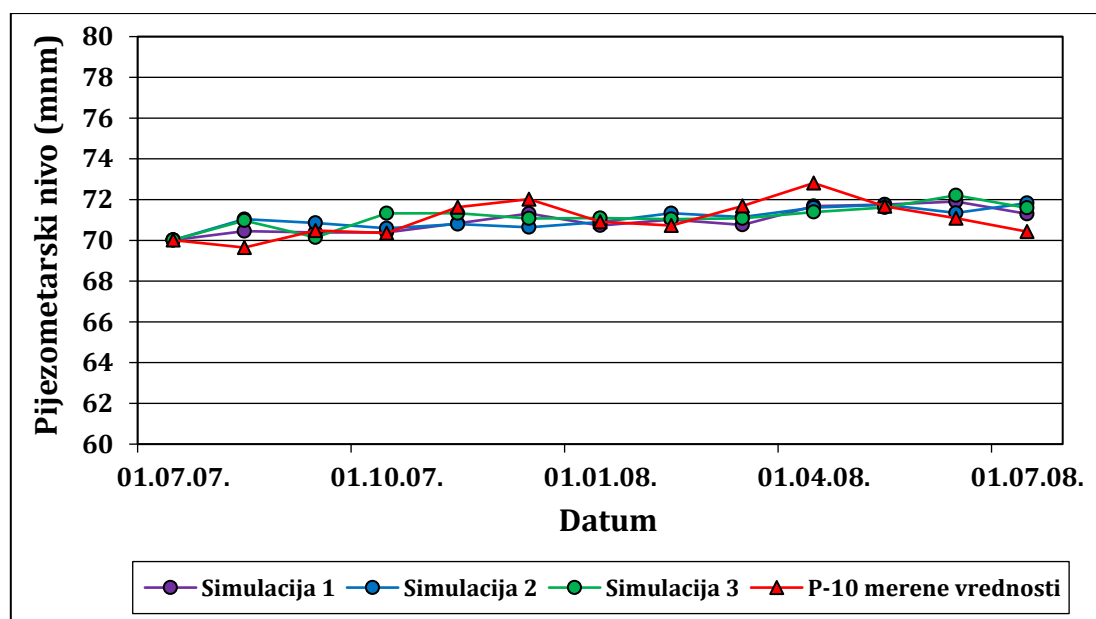
Slika 4.49. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih pijezometarskih nivoa na pijezometru P-10 u periodu od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine za primenu Sivo-stohastičkog modela

Na slici 4.50 dat je prikaz tri simulacije AGO serije od ukupnih 500 simulacija.



Slika 4.50. Prikaz simulacije AGO serije

Na slici 4.51 dat je prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije (od ukupnih 500 simulacija) rekonstruisanih vrednosti piježometarskog nivoa na piježometru P-10.



Slika 4.51. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti piježometarskog nivoa na piježometaru P-10 za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine

Preciznost formiranog modela i dobijenih rekonstruisanih vrednosti piježometarskog nivoa na piježometru P-10 testirana je primenom APE i MAPE greške, a dobijene vrednosti su prikazane u tabeli 4.35 i 4.36. S obzirom da srednja apsolutna procentualna greška iznosi 0,842 model se svrstava u visoku tačnost prognoze. Stabilnost proračuna potvrđena je dobijenom ustaljenom MAPE greškom od oko 1,3 %.

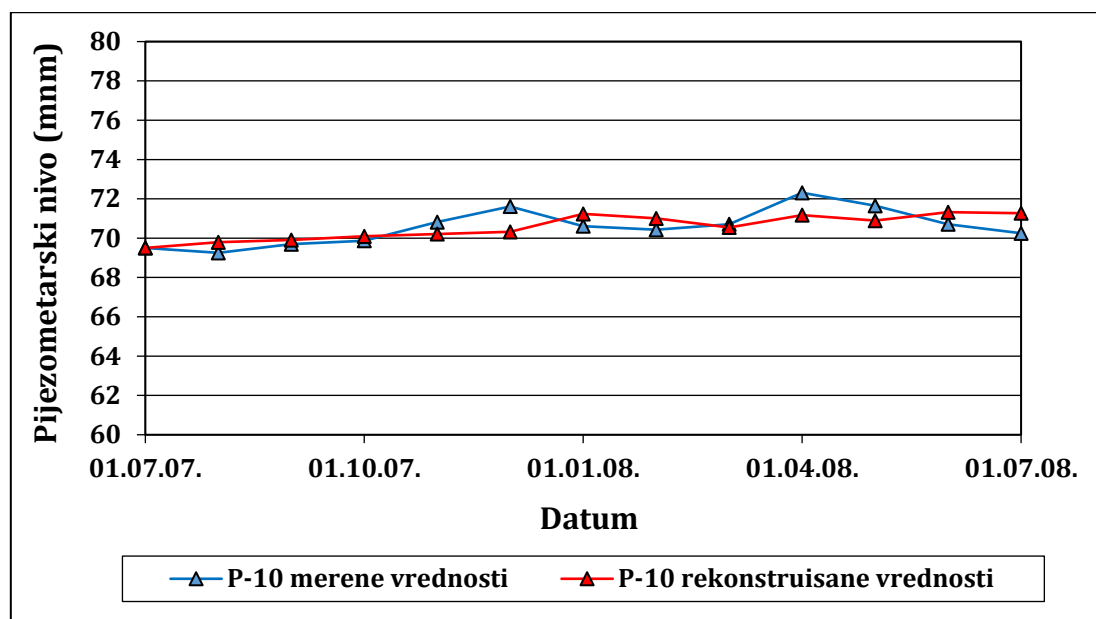
Tabela 4.35. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-10 merene vrednosti (mm)	P-10 rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-07-07	69,50	69,50	0
01-08-07	69,25	69,79	0,777
01-09-07	69,70	69,91	0,304
01-10-07	69,87	70,09	0,320
01-11-07	70,82	70,21	0,859
01-12-07	71,61	70,32	1,801
01-01-08	70,61	71,24	0,885
01-02-08	70,43	71,01	0,821
01-03-08	70,71	70,55	0,230
01-04-08	72,31	71,17	1,575
01-05-08	71,65	70,89	1,056
01-06-08	70,71	71,32	0,866
01-07-08	70,25	71,27	1,451

Tabela 4.36. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine na osnovu prvog niza merenih podataka- jedna od 500 izvedenih simulacija

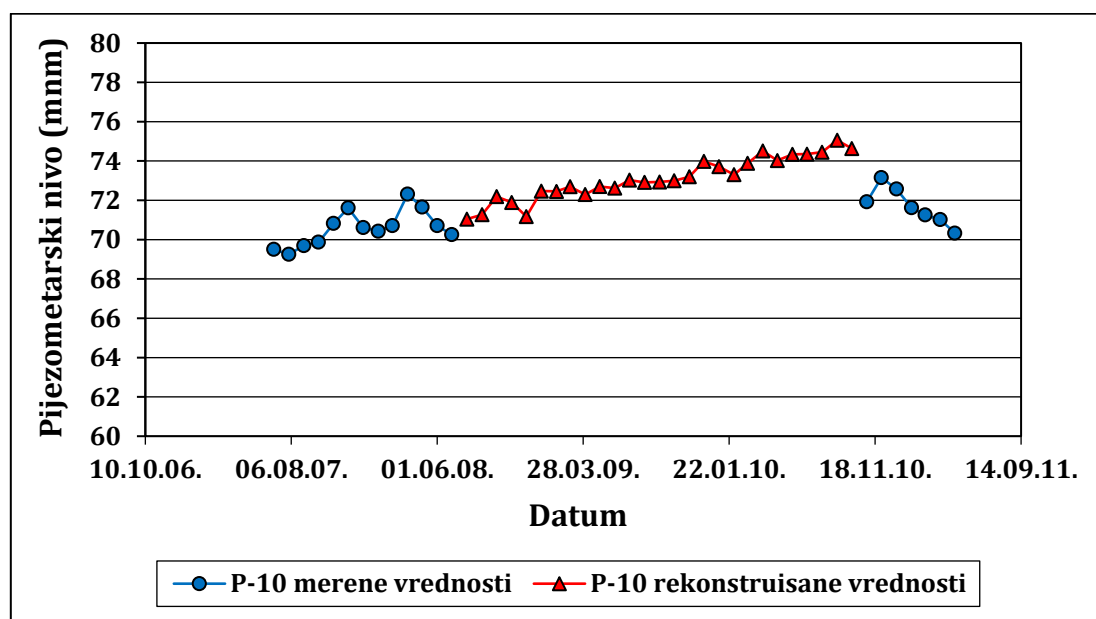
Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P-10	1,801	0,842	0,23

Grafički prikaz rezultata prikazanih u tabeli 4.35 dat je na slici 4.52.



Slika 4.52. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,84 %

Na osnovu dobijenih rezultata zaključeno je da se formirani Sivo-stohastički model može dalje koristiti za prognozu vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10 za period koji nedostaje (slika 4.53).

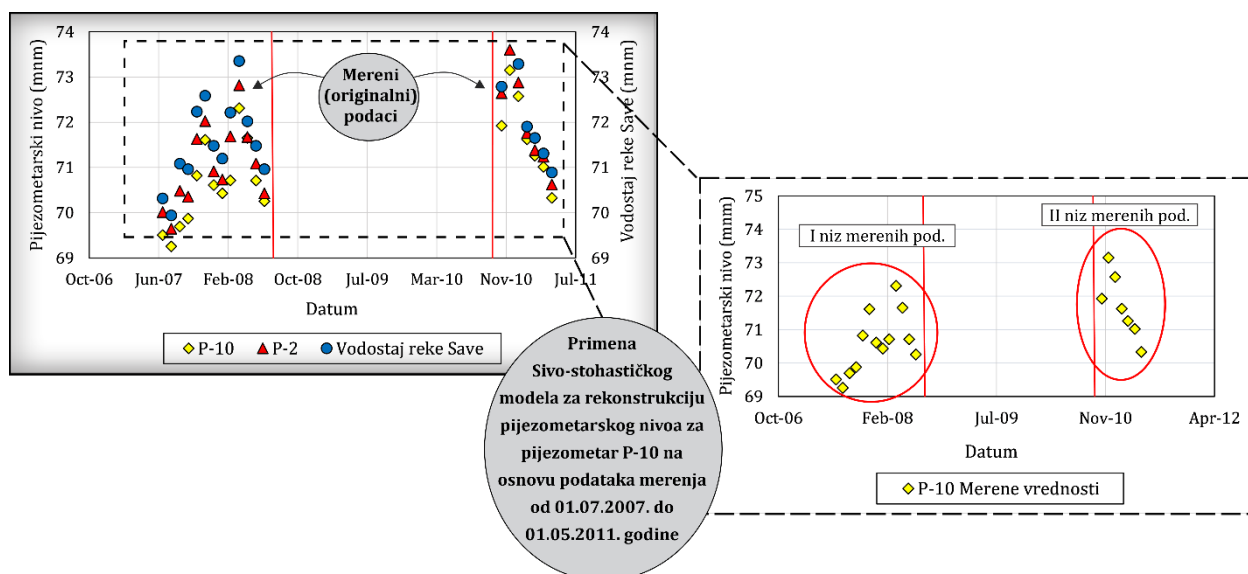


Slika 4.53. Originalne (merene) i prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 za period od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Prethodno izneseni rezultati istraživanja kao i u prethodnim slučajevima dali su rešenja zadovoljavajuće tačnosti i na osnovu rezultata prikazanih u tabeli 2.1 model spada u modele visoke tačnosti prognoze.

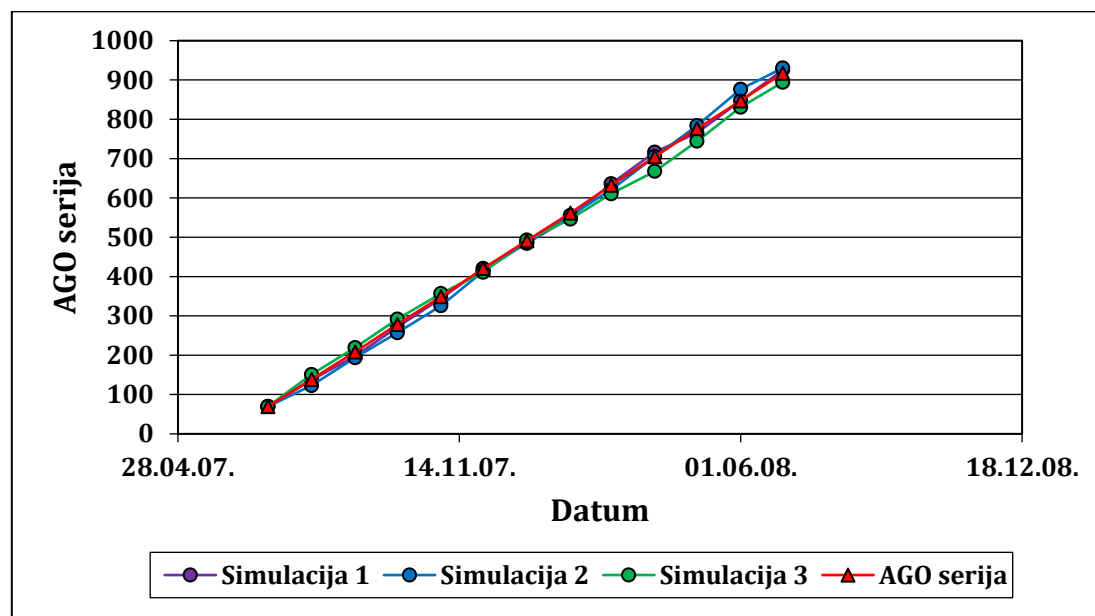
2. Primena Sivo-stohastičkog modela za rekonstrukciju nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10 na osnovu celog niza merenih podataka

U cilju provere stepena tačnosti Sivo-stohastičkog modela, na primeru pijezometra P-10 urađena je i rekonstrukcija nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na osnovu celog niza (I i II niza) merenih podataka. Rekonstrukcija nedostajućih podataka je rađena za period od 01.07.2008. do 01.11.2010. godine na ulaznim podacima prikazanim na slici 4.54.



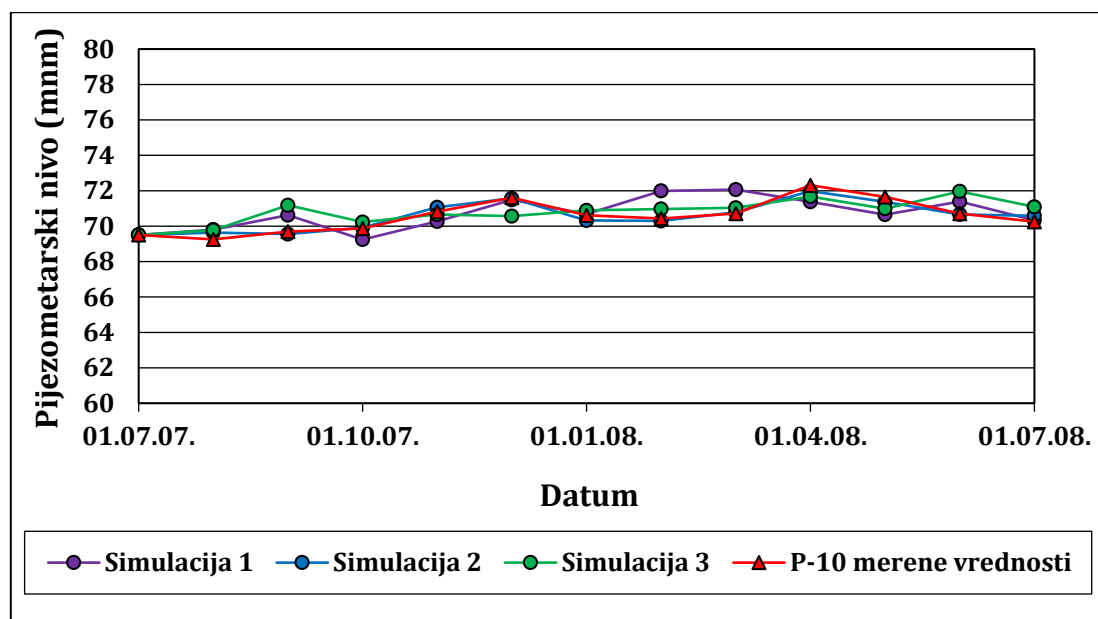
Slika 4.54. Prikaz ulaznih podataka tj. merenih pijezometarskih nivoa na pijezometru P-10 u periodu od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine za primenu Sivo-stohastičkog modela

Grafički prikaz 3 simulacije AGO serije od ukupnih 500 simulacija dat je na slici 4.55.



Slika 4.55. Prikaz simulacije AGO serije-3 od izvedenih 500 simulacija

Stepen poklapanja merenih vrednosti pijezometarskog nivoa i onih dobijenih primenom Sivo-stohastičkog modela prikazan je na slici 4.56 (3 od izvedenih 500 simulacija).



Slika 4.56. Prikaz merenih i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine

Tabela 4.37 ilustruje merene vrednosti i vrednosti dobijene rekonstrukcijom nedostajućih podataka u okviru jedne od 500 izvedenih simulacija za pijezometar P-10.

Validnost formiranog Sivo-stohastičkog modela je testirana upotrebom MAPE (po jednačini 2.2 kriterijuma) i s obzirom da se rešenje ustaljuje na MAPE oko 1,2 % model je ocenjen kao *visoke tačnosti prognoze*.

Tabela 4.37. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- *jedna od 500 izvedenih simulacija*

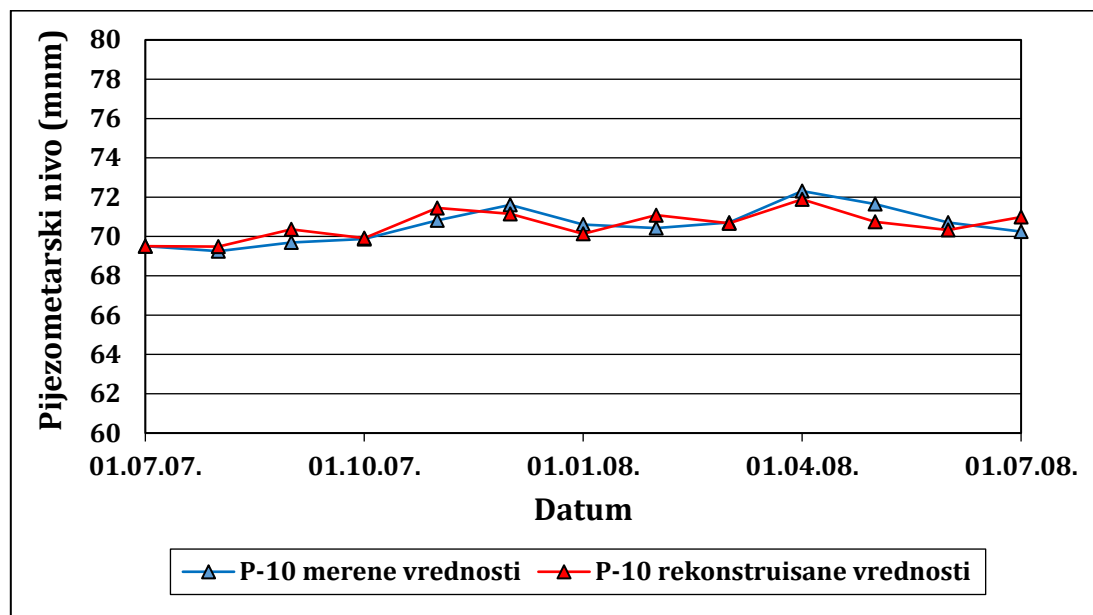
Datum	P-10 merene vrednosti (mm)	P-10 rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-07-07	69,50	69,50	0
01-08-07	69,25	69,48	0,334
01-09-07	69,70	70,36	0,960
01-10-07	69,87	69,92	0,065
01-11-07	70,82	71,45	0,890
01-12-07	71,61	71,15	0,646
01-01-08	70,61	70,14	0,669
01-02-08	70,43	71,09	0,934
01-03-08	70,71	70,67	0,057
01-04-08	72,31	71,89	0,581

Tabela 4.37 (nastavak). Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

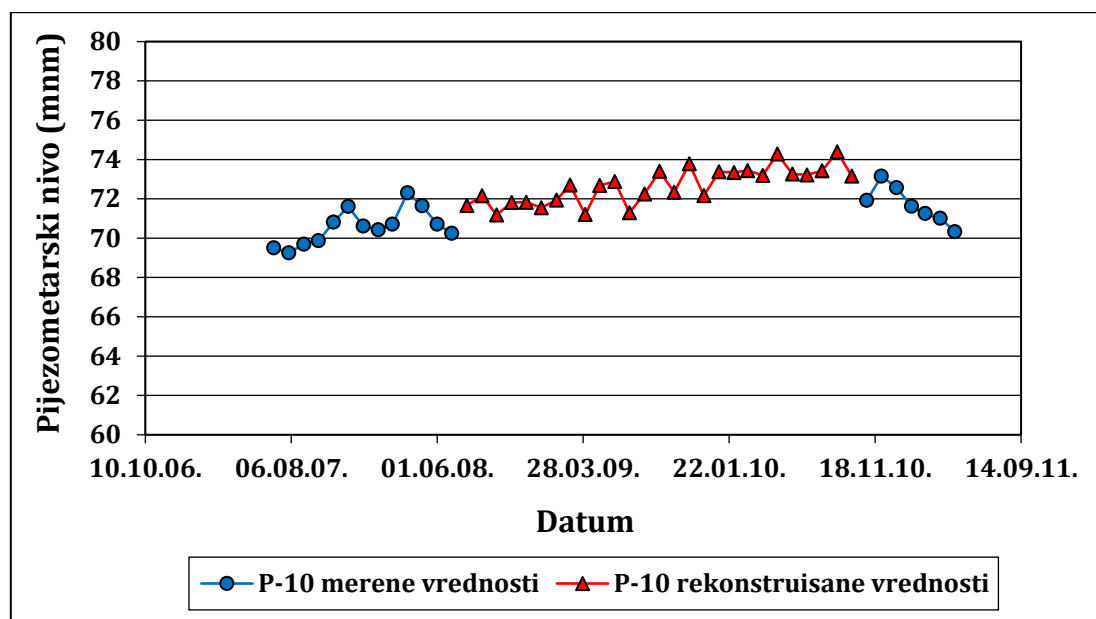
Datum	P-10 merene vrednosti (mm)	P-10 rekonstruisane vrednosti (mm)	APE (%)
01-05-08	71,65	70,75	1,262
01-06-08	70,71	70,33	0,533
01-07-08	70,25	70,99	1,054

Tabela 4.38. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P-10	1,262	0,614	0,057



Slika 4.57. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija za dobijenu MAPE grešku od 0,61 %



Slika 4.58. Originalne i prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 za period od 01.07.2007. do 01.05.2011. godine- *jedna od 500 izvedenih simulacija*

Prikazanim rezultatima utvrđeno je da se Sivo-stohastički model može primeniti na mereni vremenski niz i da se dobijaju rezultati zadovoljavajuće tačnosti.

4.2.2.4 Primena koeficijenta korelacije kao kriterijuma za ocenu tačnosti dobijenih rešenja rekonstruisanih vrednosti

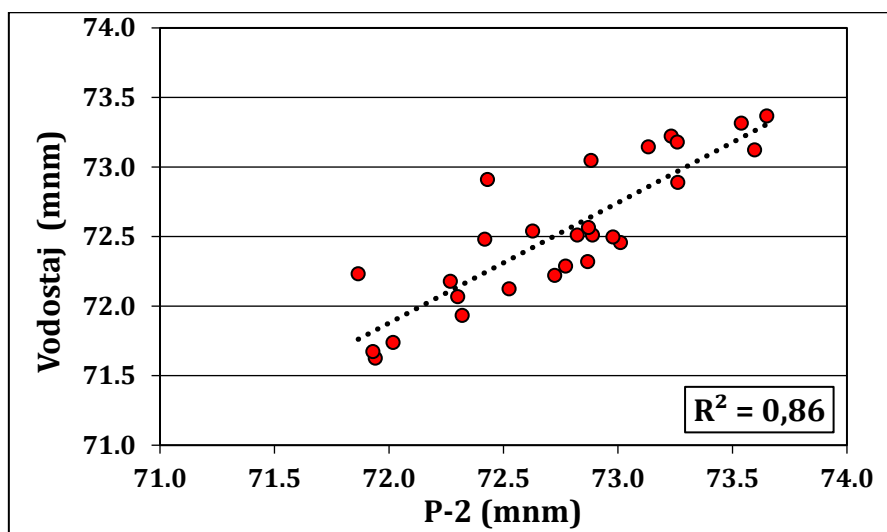
Prognoza vrednosti vodostaja reke Save na primeru izvorišta “Vić bare” ima veliki značaj za ocenu tačnosti dobijenih rezultata, tj. za ocenu tačnosti prognoziranih vrednosti pijezometarskih nivoa na pijezometrima P-2 i P-10. Razlog je taj što reka Sava ima najveći uticaj na režim podzemnih voda u pijezometrima. Na slikama 3.33 i 3.34 u poglavlju 3.2.5 dat je uporedni prikaz nivoa podzemnih voda na pijezometrima i vodostaja reke Save na osnovu koga se zaključuje da postoji dobra hidraulička veza između površinskih i podzemnih voda (oscilacije vodostaja reke Save prate oscilacije vrednosti pijezometarskih nivoa u pijezometrima). Iz tog razloga je primenjen koeficijent korelacije kao jedan od kriterijuma za potvrdu validnosti dobijenog rešenja. Ukoliko se primenom koeficijenta korelacije pokaže da su prognozirane vrednosti vodostaja reke Save i prognozirane vrednosti pijezometarskih nivoa na pijezometrima P-2 i P-10 u dobroj vezi (koeficijent korelacije veći od 0,6) dobijeni rezultati se mogu usvojiti kao tačni.

1. Korelacija rekonstruisanih vrednosti vodostaja reke Save i pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2

Analiza je rađena na rekonstruisanim vrednostima vodostaja reke Save i rekonstruisanim vrednostima pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2²¹(slika 4.59). Primenom jednačine 2.40 na ove dve vremenske serije, dobijen je koeficijent korelacije 0,86. S obzirom da je ova vrednost

²¹ Za primenu ovog kriterijuma korišćene su rekonstruisane vrednosti vodostaja reke Save i pijezometarskog nivoa na pijezometrima P-2 i P-10 koje su dobijene primenom Sivo-stohastičkog modela na ceo niz merenih podataka (niz I i niz II, slike 4.34, 4.44, 4.54). Od izvedenih 500 simulacija izabrana su rešenja sa najmanjom MAPE greškom koja daju najpreciznija poklapanja merenih i rekonstruisanih vrednosti pijezometarskih nivoa i vodostaja reke Save.

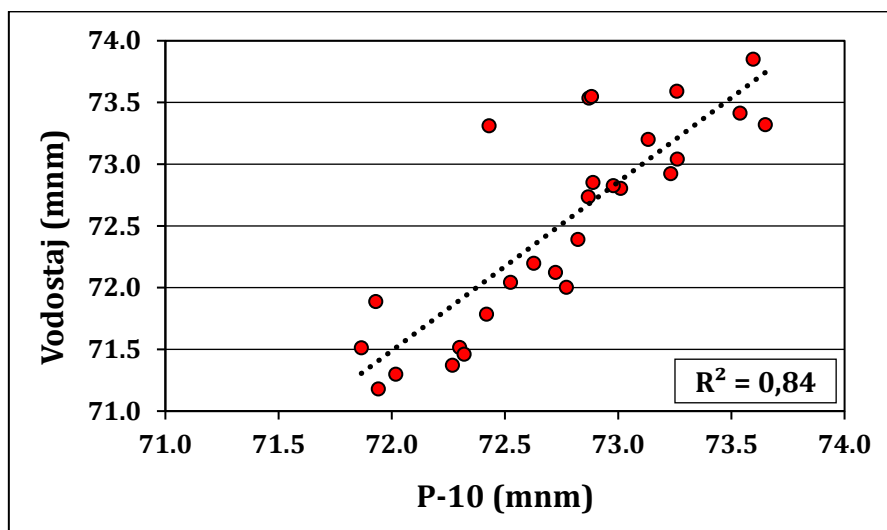
veća od 0.6, smatra se da je veza između ova dva parametra dobra, što dokazuje pouzdanost dobijenog rešenja.



Slika 4.59. Prikaz koeficijenta korelacije za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-2 i vodostaj reke Save

2. Korelacija rekonstruisanih vrednosti vodostaja reke Save i pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10

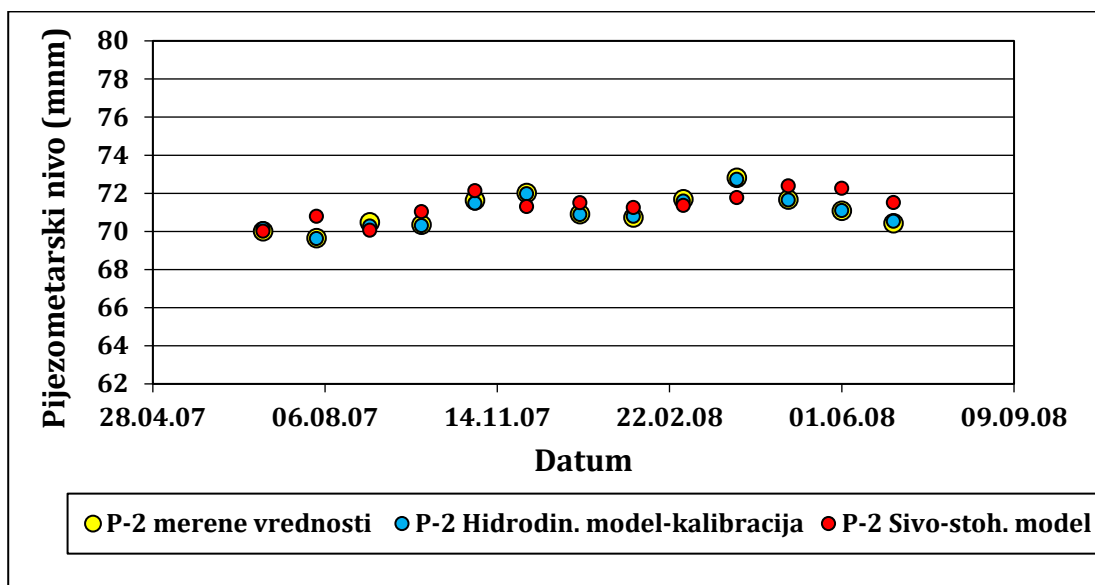
Analiza rekonstruisanih vrednosti vodostaja reke Save i rekonstruisanih vrednosti na pijezometru P-10 je rađena primenom jednačine 2.40 na ove dve vremenske serije. S obzirom da dobijeni koeficijent korelacije iznosi 0,84 smatra se da je veza između ova dva parametra dobra. Na slici 4.60 dat je prikaz korelacije rekonstruisanih vrednosti vodostaja reke Save i rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10.



Slika 4.60. Prikaz koeficijenta korelacije za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-10 i vodostaja reke Save

4.2.2.5 Primena hidrodinamičkog modela kao kriterijuma za ocenu tačnosti dobijenih rezultata primenom Sivo-stohastičkog modela

Rezultati dobijeni kalibracijom hidrodinamičkog modela su poređeni sa rezultatima rekonstrukcije pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 primenom Sivo-stohastičkog modela (podaci iz tabele 4.33) i na slici 4.61 su prikazana dobijena rešenja.



Slika 4.61. Prikaz poređenja rezultata kalibracije hidrodinamičkog modela i rezultata dobijenih primenom Sivo-stohastičkog modela za pijezometar P-2

U tabeli 4.39 je prikazana dobijena APE greška za rezultate prognoze pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 i pijezometarskih nivoa dobijenih u procesu kalibracije primenom hidrodinamičkog modela.

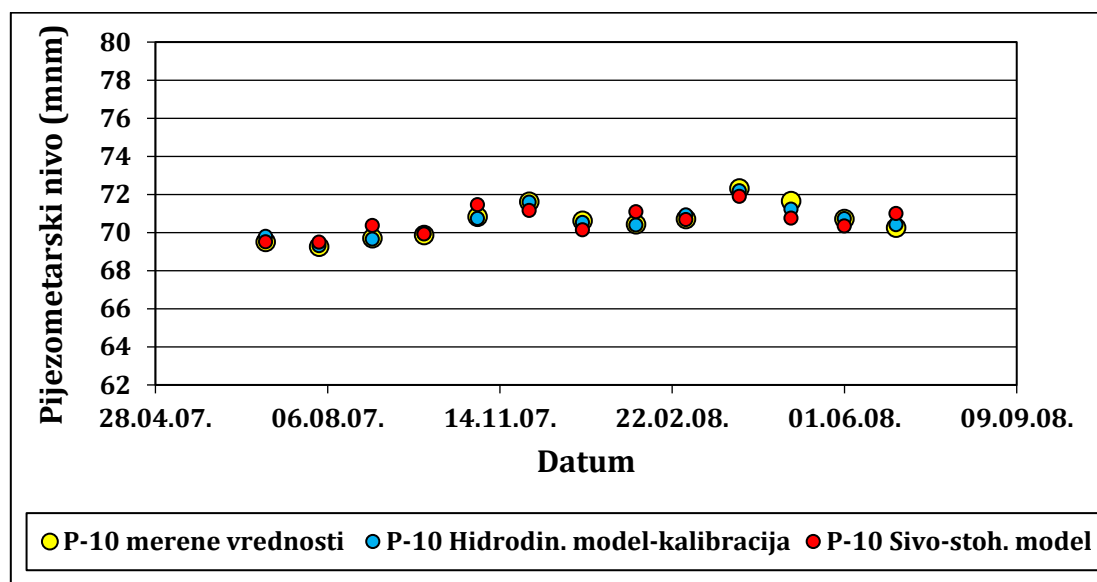
Tabela 4.39. Prikaz apsolutne procentualne greške (APE) za rešenja rekonstruisanog pijezometarskog nivoa na pijezometru P-2 primenom Sivo-stohastičkog modela i hidrodinamičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine

P-2 Sivo-stohastički model (APE %)	P-2 Hidrodinamički model-kalibracija (APE %)
0.00	0.18
1.64	0.03
0.60	0.29
0.97	0.07
0.70	0.21
0.99	0.06
0.83	0.04
0.74	0.08
0.45	0.13
1.43	0.11

Tabela 4.39 (nastavak). Prikaz apsolutne procentualne greške (APE) za rešenja rekonstruisanog pijeziometarskog nivoa na pijeziometru P-2 primenom Sivo-stohastičkog modela i hidrodinamičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine

P-2 Sivo-stohastički model (APE %)	P-2 Hidrodinamički model-kalibracija (APE %)
1.00	0.03
1.66	0.01
1.54	0.15

Po istom principu izvršena je komparacija podataka dobijenih etaloniranjem hidrodinamičkog modela za pijeziometar P-10 i rezultata prognoze koji su dobijeni primenom Sivo-stohastičkog modela (podaci iz tabele 4.37). Rešenje je grafički prikazano na 4.62.



Slika 4.62. Prikaz poređenja rezultata kalibracije hidrodinamičkog modela i rezultata dobijenih primenom Sivo-stohastičkog modela za pijeziometarski nivo na pijeziometaru P-10

Poređenje dobijene APE greške za Sivo-stohastički model i hidrodinamički model na primeru pijeziometra P-10 dat je u tabeli 4.40.

Tabela 4.40. Prikaz apsolutne procentualne greške (APE) za rešenja rekonstruisanog pijezometarskog nivoa na pijezometru P-10 primenom Sivo-stohastičkog modela i hidrodinamičkog modela za period od 01.07.2007. do 01.07.2008. godine

P-10 Sivo-stohastički model (APE %)	P-10 Hidrodin. model-kalibracija (APE %)
0.00	0.41
0.33	0.08
0.96	0.07
0.06	0.10
0.89	0.13
0.65	0.04
0.67	0.12
0.93	0.06
0.06	0.29
0.58	0.17
1.26	0.60
0.53	0.01
1.05	0.22

Na osnovu grafičkih prikaza datih na slikama 4.61 i 4.62 može se zaključiti da je postavljeni kriterijum za ocenu tačnosti dobijenog rešenja ispunjen s obzirom na visok stepen poklapanja merenih vrednosti na pijezometrima P-2 i P-10 i onih dobijenih u procesu kalibracije hidrodinamičkog modela sa vrednostima proračunatim primenom Sivo-stohastičkog modela.

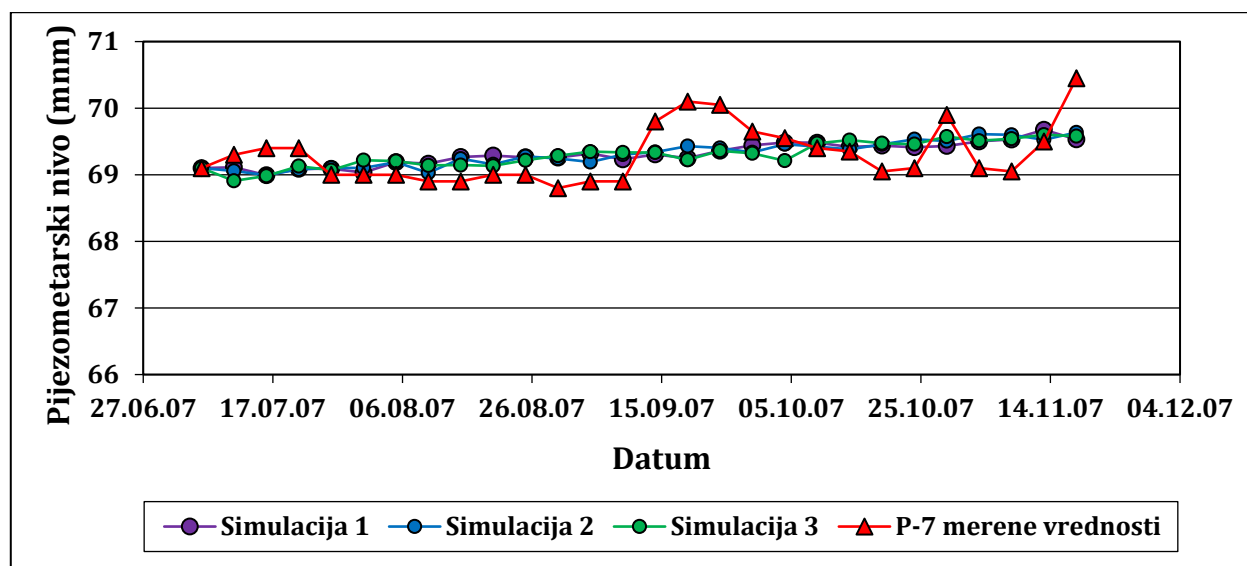
4.2.2.6 Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-7 i poređenje sa rezultatima dobijenim primenom hidrodinamičkog modela

Na osnovu originalnih podataka pijezometarskog nivoa na pijezometrima P-7 i P-10 za područje izvorišta „Vić bare“ dat je prikaz primene Sivo-stohastičkog modela u cilju prognoze nedostajućih vrednosti merenja u periodu od 23.11.2007. do 05.07.2008. godine. Za isti period su prikazani rezultati rekonstrukcije pijezometarskog nivoa na pijezometrima P-7 i P-10 u toku identifikacionih proračuna na hidrodinamičkom modelu (kalibracija modela).

Na osnovu dobijenih podataka rađeno je poređenje vrednosti pijezometarskog nivoa na ova dva pijezometra primenom Sivo-stohastičkog modela i kalibrisanog hidrodinamičkog modela.

Ulazni podaci za primenu Sivo-stohasičkog modela predstavljaju originalni podaci pijezometarskog nivoa mereni na pijezometru P-7 u periodu od 06.07.2007. do 18.11.2007. godine (slika 4.63).

Na slici 4.63 dat je prikaz merenih i 3 simulacije (od ukupnih 500 simulacija) rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-7.



Slika 4.63. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-7 za period od 06.07.2007. do 18.11.2007. godine.

U tabeli 4.41 prikazane su merene vrednosti i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-7- jedna od 500 izvedenih simulacija.

Krajnje rešenje primenjenog modela je testirano upotrebom MAPE kriterijuma, po kome spada u model **visoke tačnosti prognoze (tabela 4.42)**.

Tabela 4.41. Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-7 i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 06.07.2007. do 18.11.2007. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-7 Merene vrednosti	P-7 Rekonstruisane vrednosti	APE (%)
06-07-07	69,10	69,10	0
11-07-07	69,30	69,11	0,28
16-07-07	69,40	68,95	0,64
21-07-07	69,40	68,95	0,65
26-07-07	69,00	69,02	0,03
31-07-07	69,00	69,10	0,15
05-08-07	69,00	69,12	0,17
10-08-07	68,90	69,16	0,37
15-08-07	68,90	69,11	0,31
20-08-07	69,00	69,27	0,39
25-08-07	69,00	69,32	0,47
30-08-07	68,80	69,18	0,55
04-09-07	68,90	69,43	0,77
09-09-07	68,90	69,36	0,67
14-09-07	69,80	69,33	0,68

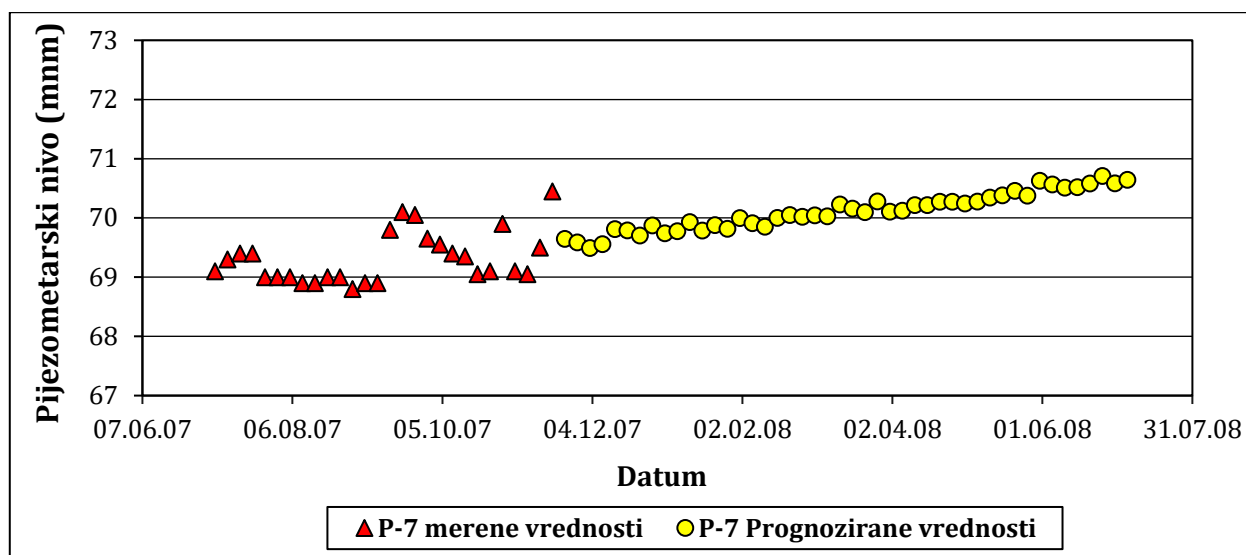
Tabela 4.41 (nastavak). Originalne (merene) i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-7 i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 06.07.2007. do 18.11.2007. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-7 Merene vrednosti	P-7 Rekonstruisane vrednosti	APE (%)
19-09-07	70,10	69,30	1,14
24-09-07	70,05	69,27	1,11
29-09-07	69,65	69,49	0,23
04-10-07	69,55	69,35	0,29
09-10-07	69,40	69,35	0,07
14-10-07	69,35	69,38	0,05
19-10-07	69,05	69,50	0,65
24-10-07	69,10	69,45	0,50
29-10-07	69,90	69,44	0,66
03-11-07	69,10	69,54	0,64
08-11-07	69,05	69,62	0,83
13-11-07	69,50	69,51	0,01
18-11-07	70,45	69,57	1,24

Tabela 4.42. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-7 primenom Sivo-stohastičkog modela za period od 06.07.2007. do 18.11.2007. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P-7	1,24	0,50	0,01

Simulacijom jednačine 2.33 *od n do n+k* dobija se željeni niz prognoziranih vrednosti kao što je prikazano na slici 4.64.



Slika 4.64. Originalne i prognozirane vrednosti piježometarskog nivoa na piježometru P-7 za period od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Jedan od kriterijuma koji je primenjen za proveru pouzdanosti dobijene prognoze Sivo-stohastičkog modela je upotreba hidrodinamičkog modela. Poređenjem dobijenih rezultata rekonstruisanih vrednosti piježometarskih nivoa na hidrodinamičkom modelu u procesu kalibracije i onih ostvarenih upotrebom Sivo-stohastičkog modela dokazan je visok stepen poklapanja što je i prikazano u tabeli 4.43.

Tabela 4.43. Prognozirane vrednosti piježometarskog nivoa za piježometar P-7 dobijene primenom Sivo-stohastičkog modela i vrednosti dobijene u procesu kalibracije hidrodinamičkog modela za period od 23.11.2007. do 05.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-7 Prognoza Sivo- stohastički model	P-7 Hidrodinamički model- Kalibracija
23-11-07	69,49	70,04
28-11-07	69,61	69,94
03-12-07	69,68	70,18
08-12-07	69,63	70,47
13-12-07	69,75	70,50
18-12-07	69,86	70,61
23-12-07	69,80	70,72
28-12-07	69,82	70,47
02-01-08	69,78	70,14
07-01-08	69,84	69,77
12-01-08	69,85	69,60
17-01-08	69,79	69,67
22-01-08	69,90	69,88
27-01-08	69,86	69,92

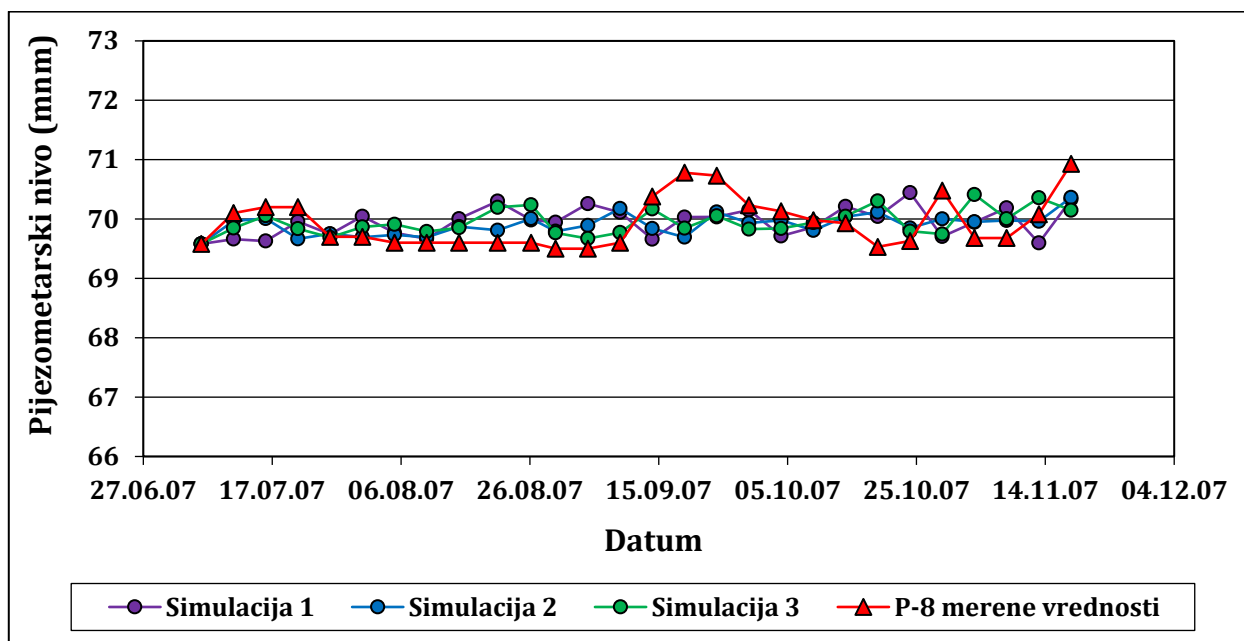
Tabela 4.43 (nastavak). Prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-7 dobijene primenom Sivo-stohastičkog modela i vrednosti dobijene u procesu kalibracije hidrodinamičkog modela za period od 23.11.2007. do 05.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-7 Prognoza Sivo- stohastički model	P-7 Hidrodinamički model- Kalibracija
01-02-08	70,01	69,97
06-02-08	70,00	69,91
11-02-08	69,91	69,68
16-02-08	69,91	69,75
21-02-08	70,14	69,84
26-02-08	70,01	69,65
02-03-08	70,04	69,43
07-03-08	70,10	69,31
12-03-08	70,00	69,47
17-03-08	70,05	69,85
22-03-08	70,14	70,19
27-03-08	70,16	70,40
01-04-08	70,17	70,85
06-04-08	70,26	71,06
11-04-08	70,23	71,11
16-04-08	70,30	71,31
21-04-08	70,29	71,18
26-04-08	70,43	71,24
01-05-08	70,24	71,18
06-05-08	70,38	71,10
11-05-08	70,41	70,88
16-05-08	70,33	70,73
21-05-08	70,38	70,44
26-05-08	70,43	70,19
31-05-08	70,44	70,19
05-06-08	70,54	70,26
10-06-08	70,49	70,10
15-06-08	70,58	70,07
20-06-08	70,56	70,17
25-06-08	70,55	70,19
30-06-08	70,55	70,10
05-07-08	70,53	69,92

4.2.2.7 Primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-8 i poređenje sa rezultatima dobijenim primenom hidrodinamičkog modela

Kao i na primeru pijezometra P-7 i na merenim podacima pijezometarskog nivoa na pijezometru P-8 cilj je bio da se prikaže primena Sivo-stohastičkog modela za prognozu podataka koji nedostaju u periodu od 23.11.2007 do 05.07.2008. godine i njegova validacija na osnovu rezultata dobijenih primenom hidrodinamičkog modela.

Na slici 4.65 dat je prikaz merenih i 3 simulacije (od ukupnih 500 simulacija) rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-8.



Slika 4.65. Prikaz merenih vrednosti i 3 simulacije rekonstruisanih vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-8 za period od 06.07.2007. do 18.11.2007. godine.

Primena Sivo-stohastičkog modela na merenim podacima pijezometarskog nivoa na pijezometru P-8 potvrdila je da je formirani model zadovoljavajuće preciznosti kao što je i navedeno u tabelama 4.44 i 4.45 i dalje se prešlo na prognozu vrednosti koje nedostaju.

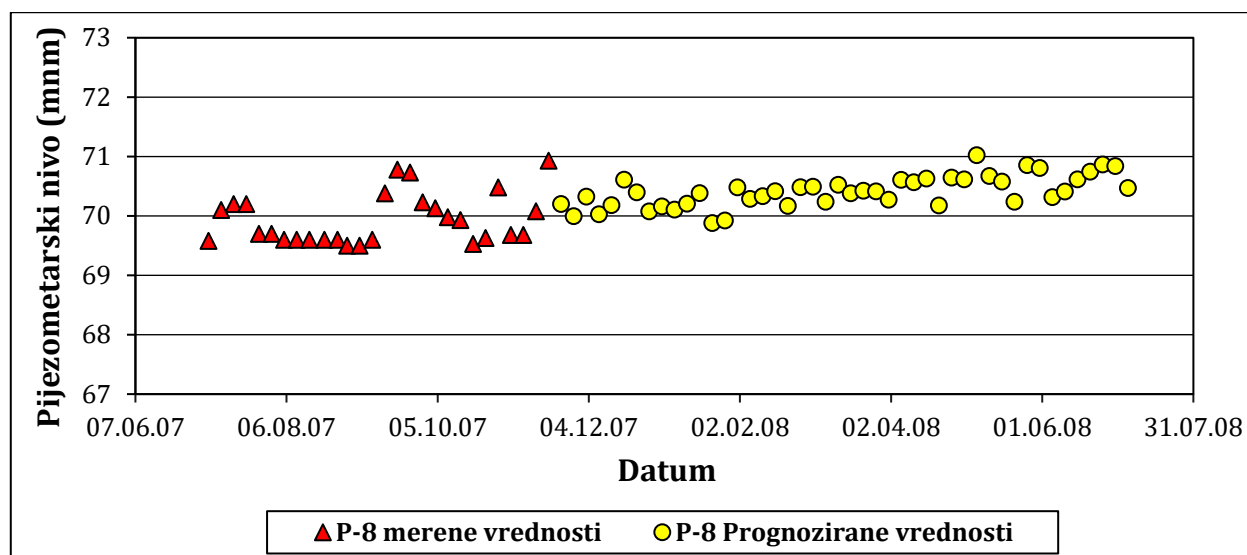
Tabela 4.44. Originalne i rekonstruisane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-8 i apsolutna procentualna greška (APE) za period od 06.07.2007. do 18.11.2007. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-8 Merene vrednosti	P-8 Rekonstruisane vrednosti	APE (%)
06-07-07	69,58	69,58	0
11-07-07	70,10	69,91	0,28
16-07-07	70,20	70,01	0,27
21-07-07	70,20	69,78	0,59
26-07-07	69,70	69,97	0,39
31-07-07	69,70	70,08	0,54
05-08-07	69,60	69,73	0,18
10-08-07	69,60	70,11	0,74
15-08-07	69,60	69,99	0,56
21-08-07	69,60	69,68	0,12
26-08-07	69,60	70,29	0,99
30-08-07	69,50	69,88	0,54
04-09-07	69,50	69,92	0,60
09-09-07	69,60	70,05	0,65
14-09-07	70,38	70,14	0,33
19-09-07	70,78	69,98	1,13
24-09-07	70,73	70,20	0,76
29-09-07	70,23	70,36	0,19
04-10-07	70,13	70,37	0,35
09-10-07	69,98	69,99	0,01
14-10-07	69,93	70,27	0,48
19-10-07	69,53	69,73	0,29
24-10-07	69,63	70,29	0,95
29-10-07	70,48	70,04	0,62
03-11-07	69,68	70,01	0,48
08-11-07	69,68	70,04	0,52
13-11-07	70,08	70,05	0,04
18-11-07	70,93	70,50	0,61

Tabela 4.45. Prikaz minimalne, srednje i maksimalne apsolutne procentualne greške za prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-8 primenom Sivo-stohastičkog modela i hidrodinamičkog modela za period od 23.11.2007. do 05.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija.

Pijezometar	Maksimalna apsolutna greška (%)	MAPE (%)	Minimalna apsolutna greška (%)
P-8	1,13	0,47	0,01

Na slici 4.66 dat je prikaz prognoze nedostajućih vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-8 u periodu od 23.11.2007 do 05.07.2008. godine.



Slika 4.66. Originalne i prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa na pijezometru P-8 za period od 06.07.2007. do 05.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Nakon proračunatih vrednosti pijezometarskog nivoa u periodu 23.11.2007. do 05.07.2008. godine prešlo se na validaciju dobijenih rešenja poređenjem sa rezultatima dobijenim u procesu kalibracije hidrodinamičkog modela. Rezultati su prikazani u tabeli 4.46. i na osnovu prikazane apsolutne procentualne greške prognoziranih vrednosti primenom Sivo-stohastičkog modela i hidrodinamičkog modela.

Tabela 4.46. Prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-8 dobijene primenom Sivo-stohastičkog modela i primenom hidrodinamičkog modela (proces kalibracije) za period od 23.11.2007. do 05.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-8 Prognoza Sivo-stohastički model	P-8 Hidrodinamički model- Kalibracija
23-11-07	70,15	70,47
28-11-07	70,34	70,55
03-12-07	70,11	70,87
08-12-07	70,27	71,20
13-12-07	70,21	71,16
18-12-07	70,36	71,28
23-12-07	69,99	71,40
28-12-07	70,16	71,00
02-01-08	70,40	70,59
07-01-08	70,33	70,14
12-01-08	70,01	70,03
17-01-08	70,20	70,19
22-01-08	70,31	70,49

Tabela 4.46 (nastavak). Prognozirane vrednosti pijezometarskog nivoa za pijezometar P-8 dobijene primenom Sivo-stohastičkog modela i primenom hidrodinamičkog modela (proces kalibracije) za period od 23.11.2007. do 05.07.2008. godine- jedna od 500 izvedenih simulacija

Datum	P-8 Prognoza Sivo-stohastički model	P-8 Hidrodinamički model- Kalibracija
27-01-08	70,15	70,49
01-02-08	70,22	70,55
06-02-08	70,53	70,44
11-02-08	70,13	70,12
16-02-08	70,14	70,30
21-02-08	70,56	70,39
26-02-08	70,53	70,08
02-03-08	70,59	69,82
07-03-08	70,33	69,72
12-03-08	70,66	69,98
17-03-08	70,66	70,50
22-03-08	70,35	70,87
27-03-08	70,69	71,05
01-04-08	70,66	71,61
06-04-08	70,52	71,76
11-04-08	70,57	71,76
16-04-08	70,88	72,00
21-04-08	70,39	71,75
26-04-08	70,79	71,85
01-05-08	70,81	71,74
06-05-08	70,40	71,63
11-05-08	70,61	71,33
16-05-08	70,70	71,17
21-05-08	70,64	70,81
26-05-08	70,72	70,54
31-05-08	70,67	70,63
05-06-08	70,74	70,76
10-06-08	70,66	70,50
15-06-08	70,48	70,45
20-06-08	70,50	70,61
25-06-08	70,54	70,62
30-06-08	70,60	70,47
05-07-08	70,63	70,25

5 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

S obzirom na sve veću urbanizaciju i industrijalizaciju gradova iz godine u godinu, primetan je porast potreba za vodom, i stoga je neophodno razvijati strategije za održivo upravljanje ovim ograničenim prirodnim resursima, što podrazumeva niz organizacionih i investicionih mera za očuvanje površinskih i podzemnih voda.

Međutim, neracionalno korišćenje podzemnih voda u budućnosti može dovesti do velikih ekoloških i ekonomskih problema, što za posledicu može imati nepovoljan uticaj na ljudski život i društveno-ekonomski razvoj. S obzirom da će potrebe za vodom sve više rasti, očekuje se i povećanje ekonomske vrednosti vode. Ekonomski, industrijski, poljoprivredni razvoj će umnogome zavisiti od mogućnosti određenog područja da obezbedi dovoljne količine vodnih resursa koji su neophodni činioci u svim ovim oblastima.

Primenom raznih prognoznih modela moguće je rešiti veliki broj problema sa kojima će se svet susretati u budućnosti. Jedan od problema, a koji je posledica klimatskih faktora, su svakako vremenske nepogode, kao što su velike suše, poplave, zemljotresi itd. Upravo primena prognoznih modela može doprineti predviđanju ovakvih događaja i sprečiti njihove posledice, s obzirom da je najekonomičnije rešenje svakako prevencija hazarda, tj. pravovremeno donošenje odluka.

Primenom predložene metodologije tj. primene Sivog i Sivo-stohastičkog modela unapredilo bi se upravljanje podzemnim vodama prognozom osnovnih kvantitativnih parametara režima podzemnih voda. Predviđanje potencijalne promene nivoa podzemnih voda je ključno za održivo upravljanje vodnim resursima, kojim bi se obezbedile dovoljne rezerve podzemnih voda kako za sadašnje, tako i za buduće generacije.

U praksi, inženjeri hidrogeologije se često susreću sa problemom nedovoljnog broja ulaznih podataka za potrebe rešavanja praktičnih zadataka, kao što su otvaranje izvorišta podzemnih voda, proširenje izvorišta, revitalizacija izvorišta, zaštita podzemnih voda, zaštita od podzemnih voda itd. Razloga ima više, a među najčešćim su svakako visoka cena istražnih radova, kao i način (stručnost) i obim u kom se ovi istražni radovi izvode. S obzirom na visoku cenu istražnih radova, u praksi se ide ka tome da oni budu što manji, a da ipak zadovolje potrebe za rešavanje postavljenog inženjerskog zadatka. Tačnost predloženog inženjerskog rešenja u najvećoj meri zavisi od količine i kvaliteta ulaznih podataka kojima se raspolaže.

Ukoliko su istražnim radovima dobijene vrednosti parametara kvantitativnog režima podzemnih voda zadovoljavajućeg stepena tačnosti, onda može biti primenjena predložena metodologija na merenim vremenskim serijama i može se dati odgovor na periode kada nisu vršena merenja.

U predloženoj metodologiji koriste se dva modela: Sivi model i Sivo-stohastički model.

Primena Sivog modela u oblasti hidrogeologije je novija oblast istraživanja i ne postoji mnogo naučnih radova koji pokrivaju ovu temu, a Sivo-stohastički model je prvi put primenjen u oblasti rudarstva. U oblasti hidrogeologije nije bilo naučnih radova na ovu temu. Sivi model je u svetu priznat kao metod koji daje jako dobre rezultate u oblasti kvantitativne prognoze i njegova primena iz godine u godinu raste.

Poznato je da ne postoji univerzalan model koji može biti primenjen na svaku vremensku seriju, stoga se do konačnog rešenja dolazi velikim brojem testiranja, u zavisnosti od broja ulaznih parametara, dužine vremenske serije, fluktuacije vremenske serije itd. Svaki matematički model ima svoje prednosti i nedostatke i svaki ima različitu preciznost simulacije za određenu vremensku seriju, pa je neophodno velikim brojem pokušaja doći do najtačnijeg rešenja.

Za potrebe izrade predmetne doktorske disertacije, sprovedeno je testiranje Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela na dva pilot područja, na kojima je prikazan način dolaženja do najtačnijeg rešenja za zadate vremenske serije, koje predstavljaju podatke istorijskog monitoringa dva izvorišta na teritoriji Republike Srbije. Testiranje je sprovedeno sa ciljem definisanja prednosti svakog testiranog modela u svakom pojedinačnom slučaju.

Prikazana metodologija je primenjena u oblasti hidrogeologije gde je na primeru dva testna područja dala rezultate rekonstrukcije i prognoze visokog stepena tačnosti. Takođe, predložena metodologija može biti primenjena i u svim drugim oblastima, u kojima postoji parametar koji se meri kroz vreme, tj. za koji postoji vremenska serija.

Ukoliko se testiranje vrši na seriji koja je visoke fluktuacije, utvrđeno je da unapređeni Sivi model, tačnije klasični Sivi model kome je pridodata stohastička komponenta (Sivo-stohastički model), daje bolje rezultate od klasičnog Sivog modela (1,1).

U istraživanjima za potrebe izrade doktorske disertacije u prvom koraku se krenulo od testiranja i izučavanja klasičnog Sivog modela (1,1) nakon čega se pristupilo primeni Sivo-stohastičkog modela. S obzirom na veliki broj neizvesnosti koje prate i utiču na nivoe podzemnih voda, klasičnom Sivom modelu je dodata stohastička komponenta i dobijeni su rezultati zadovoljavajuće tačnosti.

Međutim, za svako test područje, tačnije za svaku vremensku seriju, neophodno je primeniti i uporediti više modela za prognozu ili rekonstrukciju i postepenim rešavanjem zadatka doći do konačnog rešenja.

Kao što je već navedeno, ne postoji univerzalan model koji može biti primenjen na svaku vremensku seriju i koji po šablonu rešava svaki zadati problem nedostatka podataka (prognoze). To se posebno ističe kada su u pitanju vrednosti nivoa podzemnih voda na koje uticaj imaju razni faktori (padavine, vodostaji reke ukoliko su u hidrauličkoj vezi sa izdani, zahvatanje podzemnih voda, prihranjivanje iz drugih izdani itd).

Glavni zadatak pre primene metodologije je prikupljanje kvalitetnih (što tačnijih) podataka sa terena da bi uopšte bilo moguće primeniti predložene modele i dobiti rezultate zadovoljavajuće tačnosti, a drugi zadatak je svakako određivanje količine i kvaliteta podataka za ocenu tačnosti modela (podaci na osnovu kojih se formira model i testira njegov stepen tačnosti po određenim kriterijumima).

Prednosti primene Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela u odnosu na druge modele su relativno jednostavna primena, lakoća zadavanja ulaznih podataka, brzina formiranja matrica, visoka preciznost rekonstrukcije i prognoze, kao i brzina proračuna. Ipak, neophodno je naglasiti da *pravovremeni monitoring parametara na izvorištu nijedna metoda ne može 100% da zameni.*

Važno je naglasiti da pri primeni Sivog modela i Sivo-stohastičkog modela veliku ulogu u dobijanju rešenja zadovoljavajuće validnosti igra dužina perioda koja je predviđena za rekonstrukciju ili prognozu. Na oba testirana pilot područja došlo se do zaključka da sa

povećavanjem broja koraka u prognozi ili rekonstrukciji opada i tačnost modela. Na osnovu dobijenih rezultata došlo se do zaključka da kraći period prognoze, a koji je dobijen simulacijom modela iz duže vremenske serije (dugoročnog istorijskog monitoringa izvorišta), daje rezultate veće pouzdanosti. Sa povećanjem broja koraka prognoze model postaje nestabilan i ne daje rezultate u okvirima prihvatljive preciznosti. Broj koraka koji se unapred može zadati, a da Sivi model ili Sivo-stohastički model daju dobre i pouzdane rezultate, zavisi od svakog pojedinačnog slučaja, tj. merene vremenske serije.

Primenjena metodologija daje svoj doprinos kako u naučnom, tako i u praktičnom smislu u oblasti hidrogeologije, a može biti primenjena i u svim ostalim srodnim oblastima (hidrologiji, geotehnici, geofizici, ekonomskoj geologiji itd). Primenom predloženih modela mogu se racionalnim i pravovremenim odlukama značajno smanjiti troškovi pri upravljanju izvorištima podzemnih voda, kako investicioni, tako i troškovi funkcionalnog održavanja. Ovde je dokazana mogućnost primene Sivog modela na složenom primeru kao što je izvorište „Vodokanal“ u Bečeju, gde monitoring nije vršen u periodu od 9 godina. Dokazano je da je moguće dobiti rezultate zadovoljavajuće tačnosti primenom matematike i hidrogeologije.

Dalja istraživanja biće usmerena na primenu razvijene metodologije na druga istražna područja i testiranje predloženih modela. Takođe, biće testirana primena dobijenih rešenja rekonstrukcije podataka u cilju poboljšanja tačnosti rezultata hidrodinamičkog modela u oblasti izvorišta podzemnih voda.

Takođe, istraživanja će biti usmerena na proučavanje Sivog multiparametarskog modela i njegove primene u hidrogeologiji gde se mogu raditi uzročno-posledične veze između vremenskih serija, tj. parametara merenih na terenu. Dalja istraživanja treba da obuhvate i izradu softvera (aplikacije), koji bi mogao da podrži ubacivanje ulaznih podataka sa automatizovanim dobijanjem željenih rezultata.

LITERATURA

1. Alvisi, S., Franchini, M. (2011): Fuzzy neural networks for water level and discharge forecasting with uncertainty. *Environmental Modelling & Software*, 26, 523-537. doi: 10.1016/j.envsoft.2010.10.016.
2. Anderson, M.P., Woessner W.W., Hunt R., J., (2015): Applied groundwater modeling. Simulation of flow and advective transport, 2nd edition. Academic Press, London, UK. doi: 10.1016/C2009-0-21563-7.
3. Arciniegas-Alarcon, S., Garcia-Pena, M., Krzanowski, WJ., Dias, C.T.S. (2014): Imputing missing values in multi-environment trials using the singular value decomposition: An empirical comparison. *International journal of the faculty of agriculture and biology*, 9, 54-70. doi: 10.1590/1984-70332016v16n2a13.
4. Bajić, D., Drašković, D., Pavličić, Z., Ratković J., Špadijer, S., Dimitrijević, D., Hajdin, B. (2019): Elaborat o rezervama podzemnih voda izvorišta "Vić bare" u Zabrežju za vodosnabdevanje Obrenovca. Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
5. Basediya, S.S., Singh, S.K., Jadia, M., Solanki, A., Wesley, C.J. and Bairwa, J. (2018): Development of Autoregressive Time Series Model for Prediction of Runoff in Kachhinda Watershed Morena. *Int. J. Pure App. Biosci.* SPI: 6(1), pp 171-178.
6. Chakraborty, S., Denis, D.M., Sherring, A. (2009): Development of Time Series Autoregressive Model for prediction of rainfall and runoff in Kelo Watershed Chhattisgarh. *International Journal of Advances in Engineering Science and Technology*, 2, 153-163.
7. Charles J. Taylor, William M. Alley (2001): Ground-Water-Level Monitoring and the Importance of Long-Term Water-Level Data. <https://doi.org/10.3133/cir1217>.
8. Chitsazan, M., Rahmani, G., Neyamadpour, A. (2015): Forecasting Groundwater Level by Artificial Neural Networks as an Alternative Approach to Groundwater Modeling. *Journal of the Geological Society of India*, 85, 98-106.
9. Crnogorac L., Lutovac S., Tokalić R., Gligorić M., Gligorić Z. (2023): Steel Arch Support Deformations Forecast Model Based on Grey-Stochastic Simulation and Autoregressive Process. *Applied sciences*. 13(7), 4559. <https://doi.org/10.3390/app13074559>.
10. Crnogorac, L. (2023): Strateško planiranje funkcionalnosti podzemnih prostorija modelom prognoze deformacija. Doktorska disertacija, Rudarsko-geološki fakultet, Univerzitet u Beogradu, pp. 169.
11. Dai, X., Liu, J., Zhang, H. (2015): Application of AR Model in the Analysis of Preearthquake Ionospheric Anomalies. Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering, Volume 2015, Article ID 157184, 5 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2015/157184>.
12. Daogong, H.U., Shuren, W.U., Chengxuan, T.A.N. (1999): Grey Prediction of Seismic Activity in the Three Gorges Area of the Yangtze River. *Acta Geologica Sinica*, 73, 294-299.
13. Deng, J., (1988): Introduction to Grey System Theory; *The journal of Grey System*; pp. 1-24. doi: 10.4154/gc.2022.14.
14. Deng, J. (1982): Control Problems of Grey Systems. *Systems & Control Letters*. 1, 288-294. [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6911\(82\)80025-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6911(82)80025-X).
15. Dimkić, M., Brauch, H.J., Kavanaugh M. (2012): Upravljanje podzemnim vodama u velikim rečnim slivovima. Institut za vodoprivredu Jaroslav Černi. Beograd.
16. Dragišić, V., Polomčić, D. (2009): Hidrogeološki rečnik. pp 566. Univerzitet u Beogradu. Rudarsko-geološki fakultet. Beograd.

17. Emamgholizadeh, S., Moslemi, K., Karami, G. (2014): Prediction the Groundwater Level of Bastam Plain (Iran) by Artificial Neural Network (ANN) and Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS). *Water Resources Management*, 28, 5433-5446.
18. Gai, J., Hu, Y. (2018): Research on Fault Diagnosis Based on Singular Value Decomposition and Fuzzy Neural Network. *Shock and Vibration* <https://doi.org/10.1155/2018/8218657>.
19. Gligorić, Z., Gligorić, M., Halilović, Dž., Beljić, Č., Urošević, K. (2020): Hybrid Stochastic-Grey Model to Forecast the Behavior of Metal Price in the Mining Industry. *Sustainability*, 12, 6533; doi:10.3390/su12166533.
20. Gonzalez Cabrera, J.M., Fidalgo Martinez, M.R., Martin Mateos, E.J., Vicente Tavera, S. (2006): Study of the evolution of air pollution in Salamancam (Spain) along a five-year period (1994-1998) using HJ-Biplot simultaneous representation analysis. *Environmental Modelling & Software*, 21, 61-68.
21. Grigorov, M. (1984): Voda kao ekonomska kategorija i faktor razvoja. Studija. Institut za vodoprivredu Jaroslav Černi. Beograd.
22. Guldal, V., Tongal, H. (2009): Comparison of Recurrent Neural Network, Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System and Stochastic Models in Egirdir Lake Level Forecasting. *Water Resources Management*, 24, 105-128. doi: 10.1007/s11269-009-9439-9
23. Guo, Y., Yeh, T. C.J., Hao, Y. (2019): Investigation of Karst Spring Flow Cessation Using Grey System Models. *Water* 2019, 11, 1927. <https://doi.org/10.3390/w11091927>.
24. Guzman, S.M., Paz, J.O., Tagert, M.L.M. (2017): The Use of NARX Neural Networks to Forecast Daily Groundwater Levels. *Water Resources Management*. 31, 1591-1603. doi: 10.1007/s11269-017-1598-5.
25. Hao, B.B., Chen, Y.Q. (2010): Singular value decomposition (SVD) for extraction of gravity anomaly associated with gold mineralization in Tongshi gold field, Western Shandong Uplifted Block, Eastern China. *Nonlinear Processes Geophysics*, 18, 103-109.
26. Hao, Y., Zhang, L., Wei, T., Wang, X. (2010): Piecewise Analysis and Prediction of Spring Flow Based ON GM(1,1). *Advances in Grey Systems Research* https://doi.org/10.1007/978-3-642-13938-3_14
27. Howard, K. (2023): Urban groundwater. The Groundwater project. 274 pp. ISBN: 978 1 77470 041 9.
28. Jianfei, F., Lun, Z., Zhiguo, L., Jianying, Y. (2012): Study on the Sustainable Utilization of Groundwater Resources in Hebei Plain. *Procedia Environmental Sciences*, 12, 1071-1076. doi: 10.1016/j.proenv.2012.01.389.
29. Kang, M.G., Maeng, S.J. (2016): Gray Models for Real-Time Groundwater-Level Forecasting in Irrigated Paddy-Field Districts. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0000940](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000940).
30. Kang, M.S., Kang, M.G., Park, S.W., Lee, J.J., Yoo, K.H. (2006): Application of grey model and artificial neural networks to flood forecasting. *Journal of the American Water Resources Association (JAWRA)*, 42, 473-486.
31. Kovačević, Z. (1995): Analiza vremenskih serija, Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet, Beograd.
32. Lewis, C. (1982): Industrial and business forecasting methods, 1982 edition, Publisher: Butterworths, London, United Kingdom, p. 40.
33. Li, Z., Yang, Q., Wang, L., Martin J.D. (2017): Application of RBFN network and GM (1, 1) for groundwater level simulation. *Appl. Water Sci.* 7, 3345-3353 (2017). <https://doi.org/10.1007/s13201-016-0481-5>.
34. Liu, Q., Luo, Y. (2010): The Non-equidistant Linear Weighting Grey Model NWGM (1,1) and Its Application. *International Journal of Simulation Systems, Science & Technology*. doi 10.5013/IJSSST.a.17.25.28

35. Mahmood, W.E., Watanabe, K., Zahr-Eldeen, A.A. (2013): Analysis of groundwater flow in arid areas with limited hydrogeological data using the Grey Model: a case study of the Nubian Sandstone, Kharga Oasis, Egypt. *Hydrogeology Journal*, 21, 1021–1034. doi: 10.1007/s10040-013-0959-2.
36. Malakoutian, M.M.A., Samaei, S.Y., Khaksar M., Malakoutian, Y. (2022): A prediction of future flows of ephemeral rivers by using stochastic modeling (AR autoregressive modeling). *Sustainable Operations and Computers*, 3, pp. 330-335. <https://doi.org/10.1016/j.susoc.2022.05.003>.
37. Malešević, M. (1984): OGK SFRJ razmere 1:100 000 list "Srbobran" (karta i tumac). Savezni geološki zavod, Beograd.
38. Marković B., Obradinović Z., Veselinović M., Anđelković J., Stevanović P., Rakić M. (1984): Osnovna geološka karta razmere 1:100 000, list "Beograd" (karta i tumac).
39. Martins, W.O., Porsani, M.J., Silva, M.G. (2016): Adaptive singular value decomposition filtering to enhance reflectors and geological structures in 3D seismic data. *Revista Brasileira de Geofísica*, 34, 1-9. doi: 10.22564/rbgf.v34i2.797.
40. Mehdizadeh, S. (2020): Using AR, MA, and ARMA Time Series Models to Improve the Performance of MARS and KNN Approaches in Monthly Precipitation Modeling under Limited Climatic Data. *Water Resources Management* (2020) 34, 263-282. <https://doi.org/10.1007/s11269-019-02442-1>.
41. Meijaard, J.P. (1993): Applications of the singular value decomposition in dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 103, 161-173. doi: 10.1016/0045-7825(93)90044-X.
42. Milosavljevic, S., Polomčić, D. (2010): Elaborat o mogućnostima proširenja kapaciteta izvorišta JP „Vodokanal” Bečej i oceni uticaja izvorišta “Sojaprotein”.
43. Mirzavand, M., Ghazavi, R. (2015): A Stochastic Modelling Technique for Groundwater Level Forecasting in an Arid Environment Using Time Series Methods. *Water Resources Management*, 29, 1315-1328.
44. Mladenović Z., Nojković A. (2018): Primenjena analiza vremenskih serija. Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet, Beograd.
45. Mohammed, M., Watanabe, K., Takeuchi, S. (2010): Grey model for prediction of pore pressure change. *Environmental Earth Sciences*, 60, 1523-1534. doi: 10.1007/s12665-009-0287-y.
46. Mohanty, S., Jha, M.K., Raul, S., Panda, R., Sudheer, K. (2015): Using Artificial Neural Network Approach for Simultaneous Forecasting of Weekly Groundwater Levels at Multiple Sites. *Water Resources Management*, 29, 5521-5532. doi: 10.1007/s11269-015-1132-6.
47. Montano, J., Palmer, A., Sese, A., Cajal, B. (2013): Using the R-MAPE index as a resistant measure of forecast accuracy, *Psicothema*, 25 (4): pp. 500-506. <https://doi.org/10.7334/psicothema2013.23>.
48. Nourani, V., Mogaddam, A.A., Nadiri, A.O. (2008): An ANN-based model for spatiotemporal groundwater level forecasting. *Hydrological Processes*, 22, 5054-5066. doi: 10.1002/hyp.7129.
49. Polomčić, D. (2014): Autorizovana predavanja iz predmeta „Modeliranje podzemnih voda 1“. Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
50. Polomčić, D. (2021): Izvorišta i zahvati podzemnih voda. 452 pp. Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
51. Polomčić, D., Bajić, D., Krunić, O. (2014): Hidrodinamička analiza interakcije dva izvorišta u radu na primeru vodosnabdevanja Bečaja. *Tehnika* 4/2014, pp. 597-603. Savez inženjera i tehničara. Beograd. ISSN 0040-2176.

52. Polomčić, D., Đekić, M., Milosavljević, S., Popović, Z., Milaković, M., Ristić Vakanjac, V., Krunić, O. (2011): Sustainable use of groundwater resources in terms of increasing the capacity of two intrconnected groundwater source: A case study Bečej (Serbia). 11th International Multidisciplinary Scientific Geoconference SGEM 2011, pp. 599-606. STEP92 Technology Ltd., Bulgaria, 2011. ISSN; 1314-2704 DOI: 10.5593/sgem2011.
53. Polomčić, D., Gligorić, Z., Bajić, D., Cvijović, Č. (2017): A hybrid model for forecasting groundwater levels based on fuzzy C-mean clustering and singular spectrum analysis. *Water*, 9(7): 541 (2017). <https://doi.org/10.3390/w9070541>.
54. Polomčić, D., Hajdin, B., Stevanović, Z., Bajić, D., Hajdin, K., (2013): Groundwater management by riverbank filtration and an infiltration channel: the case of Obrenovac, Serbia. *Hydrogeology Journal*, Vol. 21, pp. 1519-1530. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. doi: 10.1007/s10040-013-1025-9.
55. Polomčić, D., Krunić, O., Ristić Vakanjac, V. (2011): Hydrogeological and hydrodynamic characteristics of groundwater sources for the public water supply of Bečej (northern Serbia). *Geološki anali Balkanskog poluostrva*, vol. 72, pp. 143-157. DOI: 10.2298/GABP1172143P.
56. Polomčić, D., Vasić, Lj., Milanović, S., Ristić Vakanjac, V., Petrović, B., Marinović, V., Bajić, D., Hajdin, B., Čokorilo Ilić, M., Ratković, J. (2021): Vodosnabdevanje- podzemne vode i održivo upravljanje resursima, 50 godina Departmana za Hidrogeologiju, Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
57. Rakhshandehroo, G.R., Vaghefi, M., Aghbolaghi, M.A. (2012): Forecasting Groundwater Level in Shiraz Plain Using Artificial Neural Networks. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 37, 1871-1883. doi: 10.1007/s13369-012-0291-5.
58. Ratković, J., Polomčić, D., Gligorić, Z., Bajić, D. (2022): Imputing missing data using grey system theory and the Biplot method to forecast groundwater levels and yields. *Geologia Croatica*, 75/2, 235-247. doi: 10.4154/gc.2022.14.
59. Ristić Vakanjac, V., Čokorilo Ilić, M., Papić, P., Polomčić, D., Golubović, R. (2018): AR, CR and ARCR modeling for simulations and analyses of karst groundwater quality parameters. *Geološki anali Balkanskog poluostrva*, 79(1), pp. 71-81. doi: 10.2298/GABP1879071R.
60. Stevanović, Z., Hajdin, B. (2008): Elaborat o rezervama podzemnih voda izvorišta "Vić bare" u Zabrežju za vodosnabdevanje Obrenovca. Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
61. Stevanović, Z., Hajdin, B. (2011): Elaborat o zonama sanitarne zaštite izvorišta "Vić bare" i FV "Zabrežje" (postrojenje za preradu vode). Rudarsko-geološki fakultet, Beograd.
62. Strategija upravljanja vodama na teritoriji Republike Srbije do 2034. godine (2017) Službeni glasnik Republike Srbije 3/2017
63. Szpak, D., Tchórzewska-Cieślak, B. (2019): The Use of Grey Systems Theory to Analyze the Water Supply Systems Safety. *Water Resour Manage*. 33, pp. 4141-4155. <https://doi.org/10.1007/s11269-019-02348-y>.
64. Štrbac-Savić, S. (2016): Prognoza operativne efikasnosti aktivnog podzemnog rudnika zasnovana na teoriji sivih sistema. Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet. Beograd.
65. Tang, Y.Q., Cui, Z.D., Wang, J.X., Yan, L.P., Yan, X.X. (2008): Application of grey theory-based model to prediction of land subsidence due to engineering environment in Shanghai.- *Environmental Geology*, 55, 583-593. doi: 10.1007/s00254-007-1009-y.
66. Terzin, V. (1994): O GK SFRJ razmere 1:100 000 list "Zrenjanin" (karta i tumac). Savezno ministarstvo za privredu, Beograd.
67. Wang, C.N., Phan, V.T. (2016): An Improvement the Accuracy of Grey Forecasting Model for Cargo Throughput in International Commercial Ports of Kaohsiung.- *Wseas*

- transactions on business and economics, 11, 322-327. doi: 10.11648/j.ijber.20140301.11
68. Wu, H., Zeng, B., Zhou, M. (2017): Forecasting the Water Demand in Chongqing, China Using a Grey Prediction Model and Recommendations for the Sustainable Development of Urban Water Consumption. *Int. J. Environ. Res. Public Health*. 14(11):1386. doi: 10.3390/ijerph14111386.
 69. Wunsch, A., Liesch, T., Broda, S. (2018): Forecasting groundwater levels using nonlinear autoregressive networks with exogenous input (NARX). *Journal of Hydrology*, 567, 743-758. doi: 10.1016/j.jhydrol.2018.01.045.
 70. Xiaojun, D., Jianjun, L., Huaying Z. (2015): Application of AR Model in the Analysis of Preearthquake Ionospheric Anomalies - Mathematical Problems in Engineering.
 71. Yan, Q., Ma, C. (2016): Application of integrated ARIMA and RBF network for groundwater level forecasting. *Environmental Earth Sciences*. <http://dx.doi.org/10.1007/s12665-015-5198-5>.
 72. Yin, Z., Zhang, K. (2021): A Grey Seasonal Index Model for Forecasting Groundwater Depth of Ningxia Plain. *Hindawi Discrete Dynamics in Nature and Society*. Vol. 2021, 13 pages. <https://doi.org/10.1155/2021/6872538>.
 73. Yongping, C., Min, G., Shunqi, P., Haidong, P., Xian, Z., Zhengjin, T. (2020): Application of auto-regressive (AR) analysis to improve short-term prediction of water levels in the Yangtze estuary. *Journal of Hydrology*. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.125386>.
 74. You, K., Kang, N., Fu, J., Gao, Y., Qian, W., Wang, J. (2021): Research on Forecast of Water Demand in Jinzhou Based on Grey Model. *Conf. Series: Earth and Environmental Science*. vol.770. doi:10.1088/1755-1315/770/1/012037.
 75. Yu, P.S., Chen, C.J., Chen, S.J., Lin, S.C. (2001): Application of grey model toward runoff forecasting. *Journal of the American Water Resources Association (JAWRA)*, 37, 151-166. doi: 10.1111/j.1752-1688.2001.tb05482.x.
 76. Zhang, L., Liu, Y., Zhao, F. (2018): Singular value decomposition analysis of spatial relationships between monthly weather and air pollution index in China. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 32, 733-748. doi: 10.1007/s00477-017-1491-z.
 77. Zhao-Hui, H., Jing, L. (2016): The Non-equidistance and Non-homogeneous Multi-variable Grey NNMGM(1,n) Model and its Application. *Journal of Residuals Science & Technology*, 13, 23.1-23.8

BIOGRAFIJA AUTORA

Jelena M. Ratković rođena je 12.05.1988. godine u Sarajevu. Srednju školu, XV beogradsku gimnaziju, prirodno-matematičkog smera završila je 2007. godine u Beogradu. Studije na Rudarsko-geološkom fakultetu Univerziteta u Beogradu, smer Geologija, Departman za hidrogeologiju započela je 2007. godine, a diplomirala 2011. godine sa prosečnom ocenom 9,09. Master studije završila je na Rudarsko-geološkom fakultetu Univerziteta u Beogradu na Departmanu za hidrogeologiju 2012. godine sa prosečnom ocenom 9,91. Od oktobra 2012. godine zasnovala je radni odnos na određeno vreme na Rudarsko-geološkom fakultetu, gde i sada radi. Doktorske studije na Rudarsko-geološkom fakultetu Univerziteta u Beogradu upisala je oktobra 2015. godine (uža naučna oblast Hidrogeologija).

Na Rudarsko-geološkom fakultetu od školske 2008/2009 godine učestvuje u održavanju vežbi na predmetima: Izvorišta i zahvati podzemnih voda (Osnovne akademske studije), Modeliranje podzemnih voda 1 (Osnovne akademske studije) i Modeliranje podzemnih voda 2, (Master akademske studije).

Doktorand, Jelena Ratković učestvovala je na više kongresa i naučnih skupova, autor je i koautor stručnih i naučnih radova (preko trideset), od kojih su tri rada u časopisima sa SCI liste (jedan rad sa SCI liste kao prvi autor). Profesionalno iskustvo stekla je učestvovanjem na izradi velikog broja studija, projekata i elaborata (preko trideset).

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора: **Јелена Ратковић**

Број индекса: **Г 802/15**

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Развој методологије за реконструкцију недостајућих података мониторинга и прогнозу експлоатационог режима изворишта подземних вода

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 22.10.2024.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: **Јелена Ратковић**

Број индекса: **Г 802/15**

Студијски програм: **Хидрогеологија**

Наслов рада: **Развој методологије за реконструкцију недостајућих података мониторинга и прогнозу експлоатационог режима изворишта подземних вода**

Ментор: **проф. др Душан Полочич**

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањивања у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 22.10.2024.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Развој методологије за реконструкцију недостајућих података мониторинга и прогнозу експлоатационог режима изворишта подземних вода

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
- ③ 3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци. Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 22.10.2024.
