



УНИВЕРЗИТЕТ У ПРИШТИНИ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Тијана С. Кевкић

**КЛАСИЧНИ И КВАНТНО-МЕХАНИЧКИ МОДЕЛИ
РАСПОДЕЛЕ И ТРАНСПОРТА НОСИЛАЦА
НА ЕЛЕКТРИСАЊА У ПОВРШИНСКИМ СЛОЈЕВИМА
ПОЛУПРОВОДНИКА**

Докторска дисертација

Косовска Митровица, 2012.

Ова докторска дисертација је рађена при катедри за физику Природно-математичког факултета Универзитета у Приштини. Дисертација је посвећена теми класичних и квантно механичких модела расподеле и транспорта носилаца наелектрисања у површинским слојевима полупроводника и садржи научно-истраживачки допринос моделима који се заснивају на анализи површинског потенцијала у полупроводнику.

Циљ ове дисертације је развој новог потпуно експлицитног модела расподеле и транспорта носилаца наелектрисања у површинским слојевима полупроводника који се заснива на анализи површинског потенцијала полупроводника. Значај развијеног модела је у подједнако тачном, али изузетно краћем времену израчунавања свих физичких величина које карактеришу површину полупроводника, у односу на нумеричка итеративна израчунавања.

Део истраживања датих у овој докторској дисертацији рађен је у оквиру пројекта

"Физичке особине и технологије слојева поликристалног силицијума, силицијумдиоксида и посебних материјала и њихов утицај на карактеристике микроелектронских компонента и сензора"

који је финансиран од стране Владе Републике Србије.

Овом приликом изражавам захвалност UC Berkeley Device Group, чији смо програм "Quantum-Mechanical CV Simulator" (<http://www-device.eecs.berkeley.edu/qmcsv/index.shtml>, April 2000) користили за нумеричко решавање здружене Шредингерове и Пуасонове једначине.

Посебну захвалност дугујем ментору проф. др Драгану Петковићу за несебичну помоћ током истраживања и корисне савете у току израде докторске дисертације.

Захваљујем се и својим дечацима Драгану, Николи и Марку за разумевање и подршку.

САДРЖАЈ

1. УВОД.....	1
2. ФИЗИКА ПОВРШИНСКИХ ПОЈАВА У ПОЛУПРОВОДНИКУ.....	5
2.1. ИДЕАЛНА MOS СТРУКТУРА.....	5
2.2. АКУМУЛАЦИЈА, ОСИРОМАШЕЊЕ И ИНВЕРЗИЈА У ПОВРШИНСКОМ СЛОЈУ ПОЛУПРОВОДНИКА.....	7
2.3. ПОВРШИНСКА КОЛИЧИНА НАЕЛЕКТРИСАЊА.....	13
2.4. НАПОН ПРАГА ИДЕАЛНЕ MOS СТРУКТУРЕ.....	16
2.5. КАПАЦИТИВНОСТ ИДЕАЛНЕ MOS СТРУКТУРЕ.....	20
2.6. РЕАЛНА MOS СТРУКТУРА.....	24
2.6.1. Утицај разлике излазних радова.....	24
2.6.2. Утицај наелектрисања у оксиду.....	25
3. КЛАСИЧНИ МОДЕЛИ КОЈИ ОПИСУЈУ ПОВРШИНСКИ СЛОЈ ПОЛУПРОВОДНИКА.....	28
3.1. ПРЕГЛЕД ПОСТОЈЕЋИХ МОДЕЛА.....	29
3.1.1. MOS модели засновани на анализи наелектрисања инверзног слоја	29
3.1.2. MOS модели засновани на анализи напона прага.....	29
3.1.3. MOS модели засновани на анализи површинског потенцијала.....	30
3.2. АНАЛИТИЧКА РЕШЕЊА НЕЛИНЕАРНЕ ПУАСОНОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЗА ИНВЕРЗНИ СЛОЈ MOS СТРУКТУРЕ.....	31
3.3. НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ИМПЛИЦИТНЕ ЈЕДНАЧИНЕ (3.24).....	36
3.4. АПРОКСИМАТИВНО АНАЛИТИЧКО РЕШЕЊЕ ИМПЛИЦИТНЕ ЈЕДНАЧИНЕ (3.24).....	38
3.5. МОДЕЛ НАЕЛЕКТРИСАЊА ИНВЕРЗНОГ И ОСИРОМАШЕНОГ СЛОЈА MOS ТРАНЗИСТОРА.....	42

4. КВАНТНО МЕХАНИЧКИ ЕФЕКТИ У ПОВРШИНСКОМ СЛОЈУ ПОЛУПРОВОДНИКА.....	44
4.1. КРЕТАЊЕ НОСИЛАЦА НАЕЛЕКТРИСАЊА У ИНВЕРЗНОМ СЛОЈУ..	45
4.2. ПОТЕНЦИЈАЛНА ЈАМА УЗ ПОВРШИНУ ПОЛУПРОВОДНИКА.....	47
4.3. ШРЕДИНГЕРОВА ЈЕДНАЧИНА У ИНВЕРЗНОМ СЛОЈУ.....	49
4.4. КОНЦЕНТРАЦИЈА ЕЛЕКТРОНА У ИНВЕРЗНОМ СЛОЈУ.....	52
4.5. ИНВЕРЗНИ СЛОЈЕВИ У ГРАНИЧНОМ СЛУЧАЈУ ЕЛЕКТРИЧНОГ КВАНТНОГ ЛИМИТА.....	55
4.6. АНАЛИТИЧКО РЕШЕЊЕ ЗА ЕЛЕКТРИЧНИ КВАНТНИ ЛИМИТ ПРЕКО БЕЗДИМЕНЗИОНИХ ПРОМЕНЉИВИХ.....	58
4.7. ОПРАВДАНОСТ АПРОКСИМАЦИЈЕ ЕЛЕКТРИЧНОГ КВАНТНОГ ЛИМИТА НА ТЕМПЕРАТУРИ АПСОЛУТНЕ НУЛЕ.....	61
4.8. АНАЛИЗА НЕКИХ АНАЛИТИЧКИХ РЕЗУЛТАТА.....	64
5. МЕТОДЕ ЗА САМОСАГЛАСНО РЕШАВАЊЕ ШРЕДИНГЕРОВЕ И ПУАСОНОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ У ИНВЕРЗНОМ СЛОЈУ.....	67
5.1. ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА ЕЛЕКТРОНА У СЛОЈУ ПРОСТОРНОГ НАЕЛЕКТРИСАЊА У ПОЛУПРОВОДНИКУ.....	68
5.2. АПРОКСИМАЦИЈА ТРОУГАОНОГ ПОТЕНЦИЈАЛА.....	72
5.2.1. Апроксимација троугаоног потенцијала у случају јаке инверзије....	75
5.3. МЕТОДА ВАРИЈАЦИЈЕ ПАРАМЕТАРА ТАЛАСНЕ ФУНКЦИЈЕ.....	77
5.4. ПОСТУПАК НУМЕРИЧКОГ РЕШАВАЊА.....	82
6. ЕКСПЛИЦИТНИ МОДЕЛ ПОВРШИНСКОГ ПОТЕНЦИЈАЛА КОЈИ УЗИМА У ОБЗИР КВАНТНО МЕХАНИЧКЕ ЕФЕКТЕ У ПОВРШИНСКОМ СЛОЈУ.....	86
6.1. КВАНТНО МЕХАНИЧКА ПОПРАВКА ПОВРШИНСКОГ ПОТЕНЦИЈАЛА.....	87
6.2. КВАНТНО МЕХАНИЧКИ МОДЕЛ ПОВРШИНСКОГ ПОТЕНЦИЈАЛА	90
6.3. КВАНТНО МЕХАНИЧКИ МОДЕЛ НАЕЛЕКТРИСАЊА ИНВЕРЗНОГ И ОСИРОМАШЕНОГ СЛОЈА.....	92
6.4. МОДИФИКОВАЊЕ ПАРАМЕТАРА ε У ФУНКЦИЈИ f	95
7. ЗАКЉУЧАК.....	112

ДОДАТАК А	
АНАЛИТИЧКЕ АПРОКСИМАЦИЈЕ ФЕРМИЈЕВИХ ИНТЕГРАЛА.....	117
А.1. КОНЦЕНТРАЦИЈА ЕЛЕКТРОНА У ПОЛУПРОВОДНИКУ.....	117
А.2. ФЕРМИЈЕВИ ИНТЕГРАЛИ.....	119
А.3. АПРОКСИМАТИВНА АНАЛИТИЧКА РЕШЕЊА.....	120
А.3.1. Асимптотска аналитичка решења.....	121
А.3.2. Апроксимативно аналитичко решење за све вредности ξ	121
А.3.3. Апроксимативна аналитичка решења за средње вредности ξ	123
А.3.4. Апроксимативна аналитичка решење за веће вредности ξ	124
А.4. ЗАКЉУЧАК.....	125
ДОДАТАК В	
СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛ СТВАРАЊА НАЕЛЕКТРИСАЊА	
ИЗАЗВАНОГ ГАМА ЗРАЧЕЊЕМ У СЛОЈУ СИЛИЦИЈУМ ДИОКСИДА	
MOS ТРАНЗИСТОРА.....	127
В.1. МЕХАНИЗАМ СТВАРАЊА НАЕЛЕКТРИСАЊА.....	127
В.2. ПОСТУПАК ИЗРАЧУНАВАЊА РАСПОДЕЛЕ НАЕЛЕКТРИСАЊА.....	132
В.3. ПРОРАЧУНАТЕ ЗАВИСНОСТИ РАСПОДЕЛЕ НАЕЛЕКТРИСАЊА У	
СИЛИЦИЈУМ ДИОКСИДУ.....	134
В.4. ПРОМЕНА НАПОНА ПРАГА.....	136
В.5. ЗАКЉУЧАК.....	137
ДОДАТАК С	
ОТПОРНОСТ ПОЛИСИЛИЦИЈУМСКИХ СЛОЈЕВА КОЈА УКЉУЧУЈЕ	
ЦЕНТРЕ ЗАХВАТА У ПОЛИКРИСТАЛНОМ ЗРНУ.....	139
С.1. ЦЕНТРИ ЗАХВАТА НА ГРАНИЦИ ЗРНА И ОСИРОМАШЕНА	
ОБЛАСТ.....	139
С.2. ПРОРАЧУНАТЕ ЗАВИСНОСТИ И АНАЛИЗА.....	141
С.3. ЗАКЉУЧАК.....	144
ЛИТЕРАТУРА.....	145

1. УВОД

Нагли развој полупроводничке индустрије започео је изумом биполарног транзистора, 1947. године. Међутим, прави економски процват (од 1 милијарде USD у 1970. до преко 250 милијарди USD у 2007. години) ова индустрија дугује MOS (метал – оксид – полупроводник) транзисторима [1].

Основне принципе рада MOS транзистора предложио је Лилиенфилд (Julius Edgar Lilienfeld) још 1925. године, знатно пре појаве биполарних транзистора, али је њихова практична реализација била могућа тек када се овладало планарном технологијом [2]. Захваљујући процесу термичке оксидације силицијума, Дејвон и Атол (Dawon Kahng и Martin M. Atall) су 1960. године у Bell-овој лабораторији, произвели први силицијумски MOS транзистор [2,3].

Структура MOS транзистора је једноставна. Основу транзистора чини силицијум који може бити p- или n-типа. У основу се дифундују две области супротног типа проводности (у p-супстрат се дифундују n-области, и обратно). Једна дифундована област зове се **сорс** (извор, source), а друга **дрејн** (увир, drain). Ако је основа p-типа, сорс и дрејн су n^+ -типа, а такав MOS транзистор је N-типа. Ако је основа n-типа, а сорс и дрејн p^+ типа, онда је транзистор P-типа. На површину супстрата се наноси врло танак слој **оксида** (силицијум диоксид), а преко њега (али обавезно да захвата области сорса и дрејна) слој метала који служи као управљачка електрода, тзв. **гејт** (капија, gate). Све до 1970. године за гејт электроду се користио алуминијум. Касније га је заменио поликристални силицијум (полисилицијум), али је назив MOS транзистор остао у употреби без обзира на врсту материјала од којег је гејт начињен [4].

MOS транзистори користе ефекат попречног поља (нормалног на површину), којим се остварује инверзија типа проводности површинског слоја полупроводника испод гејта и на тај начин на врху основе испод оксида формира **канал** између сорса и дрејна. Принцип рада MOS транзистора се у најкраћем своди на извирање слободних носилаца наелектрисања из сорса, њихово кретање кроз канал и увирање у дрејн, с тим да се концентрација носилаца у каналу контролише напоном гејт-сорс преко кондензаторске структуре гејт-оксид-канал. Подразумева се да PN спој основа-сорс и PN спој основа-дрејн морају бити инверзно поларисани да би се омогућило управљање струјом канала искључиво преко гејта (у супротном

би проводни PN спојеви створили струју дрејн-сорс независно од напона гејта) [2-5].

Електричне особине MOS транзистора одређују геометријски елементи (дужина канала, ширина канала и дебљина оксида), врста употребљеног материјала и количина примеса.

Захваљујући својој једноставној структури, малим димензијама, ниској цени израде и врло малој потрошњи енергије MOS транзистори су постали основне компоненте интегрисаних кола врло високе густине паковања VLSI (very large-scale integration), и савремених интегрисаних кола велике сложености тј. микропроцесора и полупроводничких меморија [6]. Крајем двадестог века била су учињена велика улагања у CMOS технологију која као основну јединицу има комплементарни пар састављен од једног n-каналног и једног p-каналног MOS транзистора [6,7].

Развој VLSI технологије огледа се, пре свега, у сталном смањивању димензија MOS транзистора са једне стране, и у повећавању површине чипа, са друге стране. Такав тренд омогућио је повећање степена интеграције, односно густине паковања [8]. О таквом темпу развоја говори познат Муров закон, назван по оснивачу Интела, Gordonu Moore, који каже да се број електронских компонената у микропроцесору удвостручује сваких 18 месеци [8,9]. Од почетка 80-тих година прошлог века до данас дужина канала MOS транзистора смањена је са $1.5 \mu m$ на $45 nm$, радна фреквенција процесора се повећала са $6 MHz$ на $3 GHz$, број транзистора се повећао са око 130.000 у Интеловим 286 процесорима на преко 800.000.000 у Интеловим Quad – Core Хеон процесорима [8-10].

Фантастичан напредак који је доживео силицијумски чип, како предвиђа Муров закон, има своје границе после којих неће постојати физичка могућност да у један силицијумски чип стане још MOS транзистора. Ограничење је условљено смањивањем микропроцесора на величину атома, што ће, према мишљењу многих стручњака, бити до 2020. године и значиће крај ере силицијума [10].

Међутим, са смањивањем димензија транзистора појавили су се многи физички ефекти који деградирају електричне карактеристике MOS транзистора [11]. Пре свега, реч је о ефекту кратког канала, односно смањењу напона прага са смањењем дужине канала, што за последицу има губитак контроле управљачке гејт електроде над интензитетом струје у каналу.

Да би се минимизирали ефекти кратког канала и достигле јаке струје дрејна [12,13] успешно смањивање димензија MOS транзистора захтева високе концентрације примеса у полупроводничкој основи и танке оксида гејта. Дебљине оксида гејта су смањене на $10 nm$ и мање што доводи до појаве веома јаког трансверзалног електричног поља (реда $10^7 - 10^8 V/m$) на међуповршини Si-SiO₂. Јако попречно поље узрокује интензивно кривљење енергетских зона у полупроводнику уз међуповршину Si-SiO₂. Искривљене зоне стварају, уз међуповршину Si-SiO₂, потенцијалну јаму која је довољно уска да изазове значајно квантовање енергије носилаца у правцу нормалном на површину основе. Носиоци наелектрисања, ограничени у уској потенцијалној јами, не понашају се као

класичне честице већ испољавају таласна својства [14-16]. То доводи до цепања континуалних енергетских зона на дискретне подзоне (са дводимензионалном густином стања) тако да се најнижи дозвољени енергетски ниво за електроне не поклапа са дном проводне зоне и до померања пика расподеле густине наелектрисања од међуповршине [17-18].

Квантовано кретање носилаца у инверзном слоју значајно утиче на напон прага MOS транзистора [19], струју дрејна и транскондуктансу [21-22]. Због тога су вршена бројна експериментална истраживања и нумеричка израчунавања квантне просторне густине наелектрисања [23-26].

Сви модели MOS транзистора који узимају у обзир квантно механичке ефекте у површинском слоју полупроводника базирају се на здруженој Шредингеровој и Пуасоновој једначини чије се самосагласно решење може добити нумерички помоћу исцрпних самосагласних третмана [27-31], коришћењем неких од постојећих солвера, нпр. [32] или одговарајућих апроксимативних метода [33,34].

Предмет ове докторске дисертације је изучавање класичних и квантно механичких појава у површинским слојевима полупроводника ради унапређења функционалних карактеристика полупроводничких компонената. У следећој глави изложићемо основне принципе рада MOS структуре, дефинисати три основна стања на површини полупроводника и параметре важне за њен рад.

У трећој глави извршен је опис класичних модела MOS транзистора који се заснивају на одређеним физичким параметрима и развијен нов експлицитан модел расподеле и транспорта носилаца наелектрисања у површинским слојевима полупроводника заснован на анализи површинског потенцијала у функцији примењеног напона. Уз Пуасонову једначину, законе одржања наелектрисања и расподеле напона дошли смо до аналитичке релације која одређује површински потенцијал у целој активној области рада MOS транзистора. Нов модел омогућује имплементирање корекције површинског потенцијала која потиче од квантно механичких ефеката у структурама са високим концентрацијама примеса у полупроводничкој основи и врло танким оксидима.

Четврта глава посвећена је квантном третману расподеле и транспорта носилаца наелектрисања у површинским инверзним слојевима полупроводника. Кретање електрона у равни која је паралелна са површином полупроводника третира се као кретање слободних честица са континуалним енергијским спектром. Кретање електрона у трећој просторној димензији, тј. у правцу нормале на површину полупроводника третира се као квантовано са дискретним нивоима енергије. Због тежње минимуму енергије највећи број електрона заузимаће најнижу енергетску подзону, а њихово кретање се описује Шредингеровом једначином. Поред тога, њихова густина наелектрисања мора да задовољи Пуасонову једначину.

Пета глава описује методе за самосагласно решавање здружене Шредингерове и Пуасонове једначине у инверзном слоју. Обзиром да није могуће добити опште аналитичко решење, прибегава се апроксимативним методама које у неким простијим граничним случајевима дају задовољавајућа решења или

нумеричким методама. Овде ће бити описана најчешће коришћена апроксимација троугаоног потенцијала која је подесна за случај када је густина наелектрисања инверзног слоја мала или једнака нули и апроксимација варијације параметара таласне функције која је применљива у граничном случају електричног квантног лимита у којем се може сматрати да је само најнижа подзона насељена електронима. На крају ове главе описана је нумеричка итеративна метода за решавање система здружене Шредингерове и Пуасонове једначине и дат је шематски приказ поступка који користи нумерички квантни C-V симулатор, развијен од стране Berkley Device Group [32].

У шестој глави развијен је квантно механички модел расподеле и транспорта носилаца наелектрисања заснован на анализи површинског потенцијала. Корекција површинског потенцијала услед квантно механичких ефеката унета је у класичан модел преко модификовања одговарајуће функције површинског потенцијала. Предложен је нови облик за параметар који контролише континуалност зависности површинског потенцијала од примењеног напона у областима прелаза између слабе и умерене, као и између умерене и јаке инверзије. Поређење резултата за површински потенцијал, наелектрисање и капацитивност MOS структуре добијених из аналитичког квантно механичког модела са нумеричким самосагласним решењима здружене Шредингерове и Пуасонове једначине показује одлично слагање у случајевима када је за параметар глаткости узета функција предложена у овој дисертацији.

На крају рада, у оквиру три додатка, изложени су неки резултати до којих смо дошли током ових истраживања али нису непосредно везани за основну тему. У Додатку А анализирани су одређене аналитичке апроксимације за Фермијеве интеграле реда једна половина и три половине и могућност њихове примене за израчунавање концентрације носилаца наелектрисања и јачине електричног поља у јако допираним полупроводницима. Добијени резултати могу да се примене на израчунавање концентрације носилаца наелектрисања и јачине електричног поља на површини полупроводника [35], односно, на граници зрна у случају поликристалног материјала [36]. Додатак В посвећен је развоју новог модела стварања наелектрисања у слоју силицијум-диоксида који узима у обзир стохастичку природу, како апсорпције гама зрачења и стварања центара захвата, тако и рекомбинације створеног наелектрисања. Модел, заснован на методу Монте Карло [37], омогућује да се узме у обзир и утицај електричног поља које постоји у слоју силицијум-диоксида, како на сам процес стварања наелектрисања, тако и на његову просторну расподелу. Додатак С односи се на испитивање отпорности поликристалних силицијумских слојева који се већ годинама користе у микроелектроници за израду гејтова, отпорника и веза. Отпорност полисилицијумских слојева, испитана је узимајући у обзир да, поред центара захвата на граници поликристалних зрна постоје и центри захвата унутар самих поликристалних зрна [38].

2. ФИЗИКА ПОВРШИНСКИХ ПОЈАВА У ПОЛУПРОВОДНИКУ

Површина полупроводника мења особине под утицајем електричног поља или наелектрисања на самој површини, или у њеној близини. С обзиром да поузданост и стабилност полупроводничких компонената јако зависе од услова на њиховој површини, веома је важно разумети физику површине полупроводника. Особине површине полупроводника најуспешније се испитују помоћу MOS (метал – оксид – полупроводник) структуре.

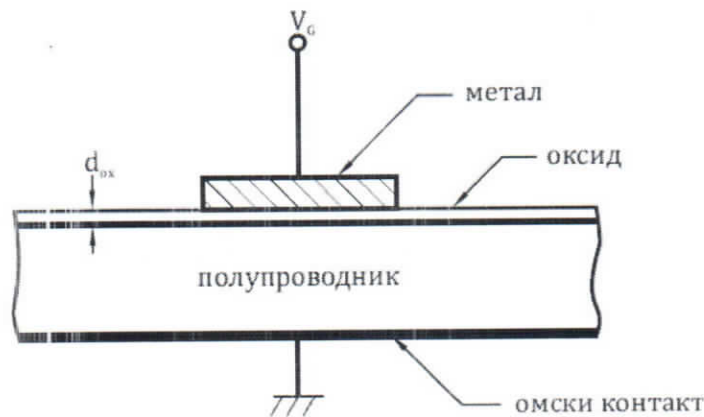
У првом делу ове главе ћемо описати идеалну MOS структуру и анализирати три основна стања која се могу јавити на површини полупроводника: акумулацију, осиромашење и инверзију. Полазећи од Пуасонове једначине за електростатички потенцијал одредићемо површинску количину наелектрисања у полупроводнику за свако од поменутих стања. Посебну пажњу посветићемо најважнијем параметру MOS структуре, напону прага. Анализираћемо, такође, зависност површинског наелектрисања и капацитивности MOS структуре од примењеног напона. На крају ћемо размотрити реалну MOS структуру, односно утицај разлике излазних радова између метала и полупроводника и наелектрисања која могу постојати у оксиду на напон прага MOS структуре.

2.1 ИДЕАЛНА MOS СТРУКТУРА

MOS структура, чији је попречни пресек приказан на сл. 2.1., састоји се од полупроводника (Si n- или p-типа), на чијој је површини нанет танак слој силицијум-диоксида (SiO_2), који се кратко зове оксид. Над оксидом је смештен слој метала. Без обзира на своју малу дебљину (мање од 100 nm), оксид веома добро изолује метал од полупроводника, тако да је отпорност MOS структуре огромна и кроз њу практично не протиче струја.

Идеалну MOS структуру карактеришу следеће особине:

- 1) Једина наелектрисања која могу постојати у структури, при било којем услову поларизације, су наелектрисање у полупроводнику и њему једнако



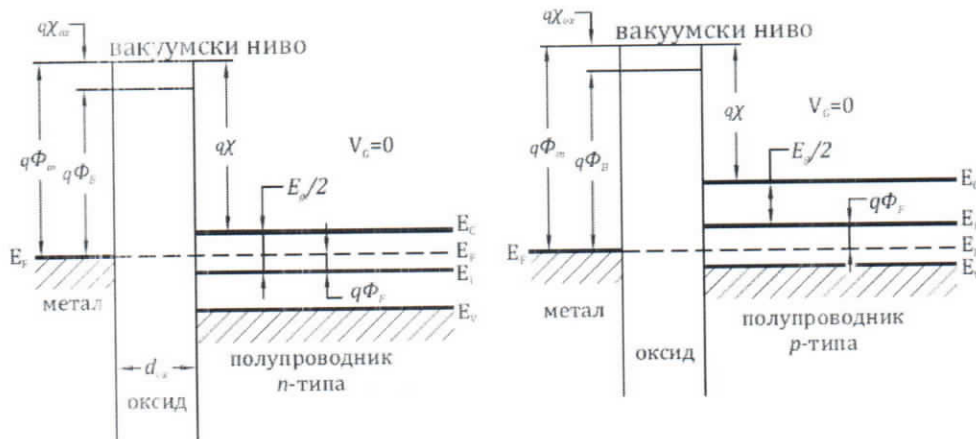
Сл. 2.1. Попречни пресек идеалне MOS структуре

али супротног знака наелектрисање на површини метала која се граничи са оксидом.

- 2) Нема транспорта носилаца наелектрисања кроз оксид, или другим речима отпорност оксида је бесконачна.

Ради једноставности, још се може изабрати метал такав да је разлика излазних радова метала и полупроводника једнака нули, тј. $\phi_{ms} = 0$.

Дијаграм енергетских зона идеалне MOS структуре, када на њу није прикључен спољашњи напон приказан је на сл. 2.2, за полупроводнике п-типа и р-типа, респективно. Разлику излазних радова метала и полупроводника п-типа, и р-типа, на основу сл. 2.2., дефинишемо следећим релацијама:



Сл. 2.2. Дијаграми енергетских зона MOS структуре када нема спољашње поларизације ($V_G = 0$) за полупроводнике п-типа и р-типа, респективно

$$\phi_{ns} = \phi_m - \left(\chi + \frac{E_g}{2q} - \phi_F \right) = \phi_m - (\chi + \phi_{Fn}) = 0 \quad \text{за полупроводник n-типа}$$

$$\phi_{ms} = \phi_m - \left(\chi + \frac{E_g}{2q} - \phi_F \right) = \phi_m - \left(\chi + \frac{E_g}{q} - \phi_{Fp} \right) = 0 \quad \text{за полупроводник p-типа}$$

где је χ афинитет електрона у полупроводнику, мерен од дна проводне зоне до референтног нивоа у вакууму, E_g је ширина забрањене зоне у полупроводнику, ϕ_F је Фермијев потенцијал у односу на средину забрањене зоне, а ϕ_{Fn} и ϕ_{Fp} су Фермијеви потенцијали у односу на дно проводне, односно врх валентне зоне, респективно. Енергетске зоне у полупроводнику идеалне MOS структуре су равне када нема примењеног напона.

2.2. АКУМУЛАЦИЈА, ОСИРОМАШЕЊЕ И ИНВЕРЗИЈА У ПОВРШИНСКОМ СЛОЈУ ПОЛУПРОВОДНИКА

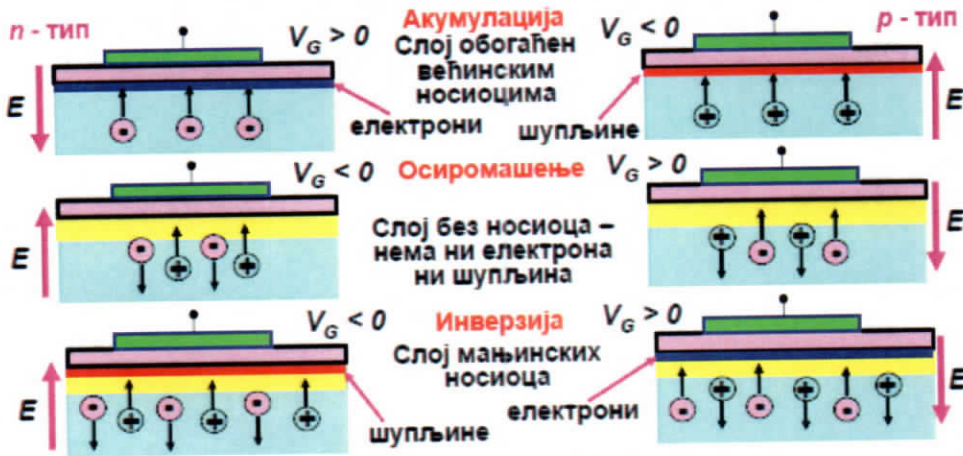
Када се на MOS структуру, између метала и полупроводника, примени спољашњи напон кроз структуру не тече струја, с обзиром на огромну отпорност оксида, али се и метал и полупроводник наелектришу, слично као код кондензатора (MOS структура може да се посматра као једна врста кондензатора).

Кроз цело поглавље је усвојено да је напон V_G позитиван ако је метална плоча везана за позитиван пол извора у односу на тело полупроводника, тј. ако је метал на вишем потенцијалу у односу на полупроводник.

Наелектрисање у металу биће распоређено у веома уском, практично површинском слоју на граници метала према оксиду, јер је концентрација слободних носилаца (електрона) у металу велика, а број могућих непопуњених стања практично неограничен. У полупроводнику, с друге стране, концентрација слободних носилаца (електрона и шупљина) је знатно мања, а исто важи и за број непопуњених стања, тако да се наелектрисање у полупроводнику распоређује у релативно широкој области уз површину према оксиду. У зависности од знака прикљученог напона и типа полупроводника, могућа су три случаја:

- **Акумулација**, када наелектрисање у површинском слоју полупроводника потиче од повећане концентрације већинских носилаца. У случају полупроводника n-типа акумулација настаје при позитивном напону на металу, а у случају полупроводника p-типа, при негативном напону на металу (сл. 2.3.а),
- **Осиромашење**, када наелектрисање у површинском слоју полупроводника потиче од смањене концентрације већинских носилаца, односно, повећане концентрације мањинских носилаца. Осиромашење у случају полупроводника n-типа настаје при негативном напону на металу, а у случају полупроводника p-типа, при позитивном напону на металу (сл. 2.3.б),

- **Инверзија**, настаје након осиромашења, када је апсолутна вредност примењеног напона довољно велика да смањење концентрације већинских и повећање концентрације мањинских носилаца буде толико да у слоју полупроводника, уз површину према оксиду, концентрација мањинских носилаца постане већа од концентрације већинских носилаца (сл. 2.3.с).



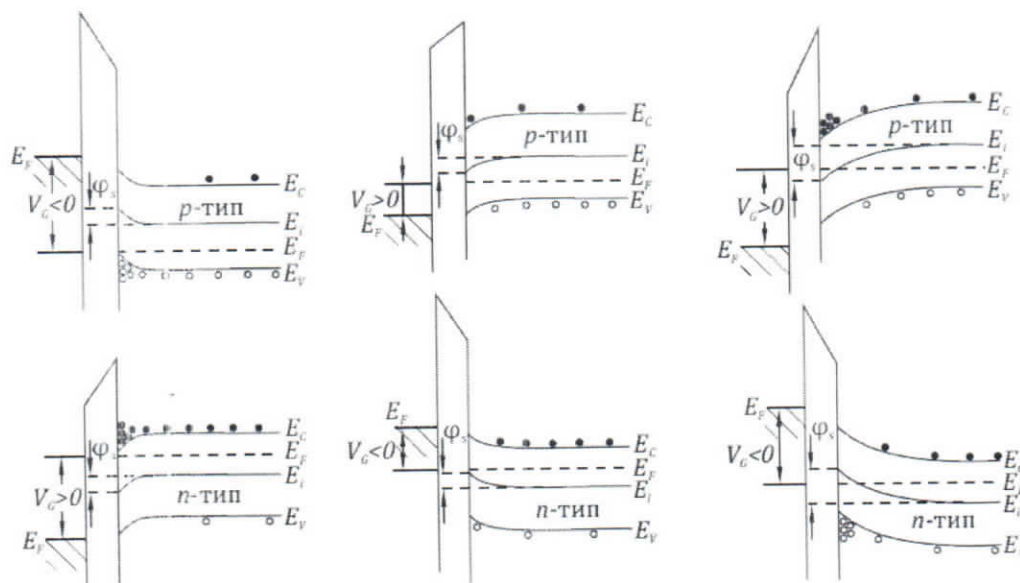
Сл. 2.3. Стања површине полупроводника у зависности од знака и величине напона примењеног на гејт.

Посматрамо прво MOS структуру са полупроводником р-типа, са концентрацијом акцепторских примеса N_A , концентрацијом шупљина $p_{p0} \approx N_A$ и концентрацијом електрона n_{p0} . Када се, у односу на метал, прикључи негативан напон $V_G < 0$, у полупроводнику се ствара електрично поље у смеру према његовој површини. Под утицајем тог поља, шупљине из унутрашњости полупроводника бивају привучене уз површину полупроводника према оксиду, где се њихова концентрација повећава. Примењено електрично поље делује и на електроне потискујући их према унутрашњости полупроводника, што доводи до смањења концентрације електрона (мањинских носилаца) у површинском слоју полупроводника. Кроз MOS структуру нема струје, тј. $\frac{dE_F}{dx} = 0$, Фермијев ниво у полупроводнику остаје раван. С обзиром да концентрација шупљина експоненцијално зависи од енергетске разлике $(E_F - E_v)$, врх валентне зоне се, идући од унутрашњости полупроводника ка површини, криви навише и приближава Фермијевом нивоу, сл. 2.4.а. Ово је случај акумулације већинских носилаца наелектрисања на површини полупроводника. Кад се успостави равнотежа, за концентрације електрона и шупљина на површини полупроводника важи:

$$p_s = p_{p0} \cdot \exp\left(-\frac{q \cdot \phi_s}{kT}\right) \approx N_A \cdot \exp\left(-\frac{q \cdot \phi_s}{kT}\right) \quad (2.1)$$

$$n_s = n_{p0} \cdot \exp\left(\frac{q \cdot \phi_s}{kT}\right) \approx \frac{n_i^2}{N_A} \cdot \exp\left(\frac{q \cdot \phi_s}{kT}\right) \quad (2.2)$$

где је ϕ_s пад напона на полупроводнику, од унутрашњости до површине. На сл. 2.4.а видимо да је површински потенцијал ϕ_s , дефинисан као разлика сопственог нивоа у унутрашњости полупроводника и на његовој површини, и да је у случају акумулације негативан.



Сл. 2.4. Дијаграм енергетских зона идеалне MOS структуре: а) акумулација, б) осиромашење, с) инверзија

Пошто кроз MOS структуру нема струје биће испуњен услов:

$$n_s \cdot p_s = n_{p0} \cdot p_{p0} = n_i^2 \quad (2.3)$$

Када се промени смер прикљученог напона промени се и смер електричног поља у полупроводнику. Електрично поље, које је сада усмерено од површине полупроводника ка његовој унутрашњости, потискује шупљине према унутрашњости полупроводника, због чега се у површинском слоју полупроводника смањује концентрација већинских носилаца. Заправо, при малој вредности позитивног напона, уз површину полупроводника се формира осиромашени слој у којем нема слободних носилаца наелектрисања. Једино наелектрисање у осиромашеном слоју је наелектрисање јонизованих акцепторских примеса. Примењено електрично поље делује и на електроне тако што их привлачи уз површину полупроводника према оксиду. Енергетске зоне се, у овом случају, благо криве надоле тако да се врх валентне зоне на површини удаљава од Фермијевог нивоа.

Са порастом вредности напона, јаче електрично поље привлачи све већи број електрона уз површину полупроводника и истовремено потискује све већи број шупљина у унутрашњост полупроводника. На тај начин, у површинском слоју полупроводника се смањује концентрација већинских носилаца, а повећава концентрација мањинских носилаца. За концентрације електрона и шупљина на површини и даље важе релације (2.1) и (2.2), само што је у њима $\phi_s > 0$, јер је спољашњи напон примењен тако да је метал на вишем потенцијалу у односу на полупроводничку основу.

Када се апсолутна вредност примењеног напона повећава (повећава се и $|\phi_s|$), повећава се и концентрација мањинских носилаца (електрона) уз површину, тако да ће у неком тренутку постати већа од концентрације већинских носилаца (шупљина) у унутрашњости полупроводника, тј. $n_s > p_{po}$. То је случај инверзије (промене) типа проводности слоја уз површину полупроводника, јер је ту концентрација електрона већа од концентрације шупљина, па се он, у погледу концентрације носилаца, понаша као полупроводник n-типа. Инверзни слој n-типа створен је на површини полупроводника p-типа када су енергетске зоне искривљене надоле толико да дно проводне зоне на површини полупроводника лежи близу, или испод Фермијевог нивоа (сл. 2.4.с).

Инверзија у површинском слоју наступа када је $n_s = p_{po}$, односно, када је пад напона на њему $|\phi_{sT}|$. Ако се искористи (2.1) и претпостави $p_{po} \approx N_A$, лако се добија:

$$|\phi_{sT}| = \frac{2kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \quad (2.4)$$

Ово је израз за површински потенцијал при ком наступа јака инверзија.

Дијаграм енергетских зона површинске области полупроводника p-типа у идеалној MOS структури приказан је на сл. 2.5. Потенцијал ϕ , дефинисан као $E_i(x)/q$, у површинском слоју полупроводника у односу на његову унутрашњост је:

$$\phi(x) \equiv -\frac{[E_i(x) - E_i(\infty)]}{q} \quad (2.5)$$

и мења се од вредности ϕ_s коју има на површини до вредности $\phi = 0$ у унутрашњости полупроводника далеко од површине. Дакле, Фермијев ниво E_i сопственог полупроводника при $x \rightarrow \infty$ рачуна се као референтни ниво.

Концентрација електрона у функцији потенцијала $\phi(x)$ дата је следећом релацијом:

$$n_p = N_C \exp\left(-\frac{E_C(x) - E_F}{kT}\right) = N_C \exp\left(-\frac{E_C(x) - E_F \pm E_C}{kT}\right) = n_{po} \exp\left(-\frac{E_C(x) - E_C}{kT}\right)$$

тј.

$$n_p = n_{p0} \exp\left(-\frac{E_i(x) - E_i}{kT}\right) = n_{p0} \exp\left(\frac{\varphi}{u_T}\right) \quad (2.6)$$

а концентрација шупљина у функцији потенцијала $\varphi(x)$ је

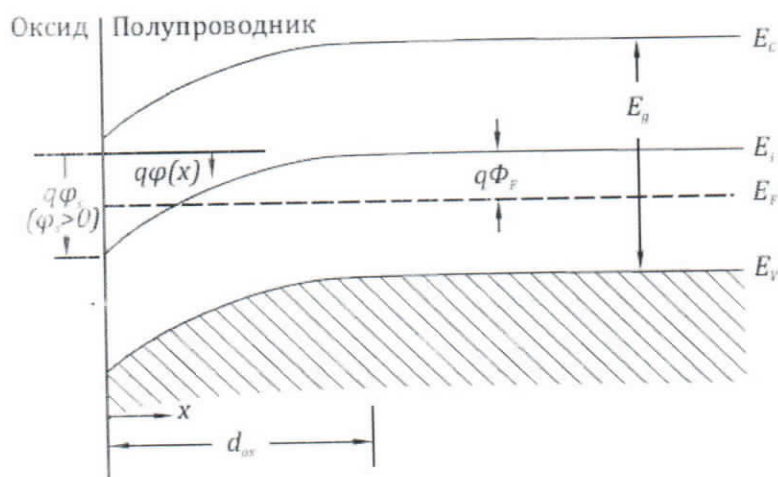
$$p_p = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v(x)}{kT}\right) = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v(x) \pm E_v}{kT}\right) = p_{p0} \cdot \exp\left(-\frac{E_v - E_v(x)}{kT}\right)$$

односно

$$p_p = p_{p0} \cdot \exp\left(-\frac{E_i - E_i(x)}{kT}\right) = p_{p0} \cdot \exp\left(-\frac{\varphi}{u_T}\right) \quad (2.7)$$

У горњим релацијама са $n_{p0} = n_i \cdot \exp\left(-\frac{\phi_F}{u_T}\right)$ и $p_{p0} = n_i \cdot \exp\left(\frac{\phi_F}{u_T}\right)$ означене су равнотежне концентрације електрона и шупљина у унутрашњости полупроводника, респективно; а са $u_T = \frac{kT}{q}$ термички потенцијал. Потенцијал φ се узима као позитиван ако су зоне искривљене наниже како је приказано на сл. 2.5. Из релација (2.6) и (2.7) следи да су концентрације електрона и шупљина на површини полупроводника:

$$n_s = n_{p0} \cdot \exp\left(\frac{\varphi_s}{u_T}\right), \quad p_s = p_{p0} \cdot \exp\left(-\frac{\varphi_s}{u_T}\right) \quad (2.8)$$



Сл. 2.5. Дијаграм енергетских зона у површинској области полупроводника p -типа у идеалној MOS структури

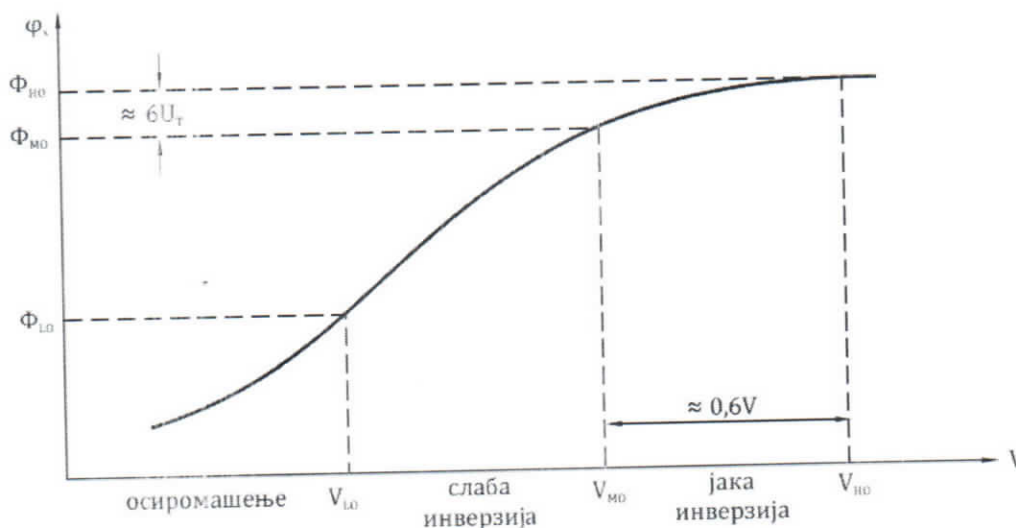
На основу вредности површинског потенцијала ϕ_s може се говорити о следећим стањима површинског слоја полупроводника:

- 1) $\phi_s < 0$ акумулација шупљина (зоне су издигнуте на горе)
- 2) $\phi_s = 0$ стање равних зона
- 3) $\phi_F > \phi_s > 0$ осиромашење шупљина (зоне се криве на доле)
- 4) $\phi_s = \phi_F$ Фермијев ниво је на средини забрањене зоне, као у сопственом полупроводнику, $E_F = E_i(0)$, $n_s = p_s = n_i$
- 5) $2\phi_F > \phi_s > \phi_F$ слаба инверзија типа полупроводника (концентрација електрона се повећава, тј. $n_s > p_s$)
- 6) $\phi_s > 2\phi_F$ јака инверзија типа полупроводника ($n_s > p_{po}$ или N_A).

Област површинског потенцијала ϕ_s у којој наступа инверзија може се поделити на три подобласти: област слабе инверзије, област умерене инверзије и област јаке инверзије. За површински потенцијал, при којем почиње одређена област инверзије, узима се:

- За слабу инверзију $\phi_s = \phi_{L0} = \phi_F$;
- За умерену инверзију: $\phi_s = \phi_{M0} = 2\phi_F$;
- За јаку инверзију: $\phi_s = \phi_{H0} = 2\phi_F + \phi_{Z0}$,

Значење величина, ϕ_{L0} , ϕ_{M0} и ϕ_{H0} може видети са сл. 2.6. Величина ϕ_{Z0} која се



Сл. 2.6. Површински потенцијал у функцији напона примењеног између металне гејт електроде и полупроводничког супстрата идеалне MOS структуре

јавља код јаке инверзије износи неколико u_T . Како величина ϕ_{H0} фигурише и у изразима за MOS транзистор, за њу се, кад год је то могуће, узима измерена вредност. Ако, пак, мерења нису могућа, може се узети груба апроксимација $\phi_{H0} \approx 2\phi_F + 6u_T$, која је добијена као усредњена вредност за различите процесне параметре и радне напоне [39].

2.3 ПОВРШИНСКА КОЛИЧИНА НАЕЛЕКТРИСАЊА

Зависност потенцијала $\varphi(x)$ од растојања x , које се мери од међуповршине оксида и полупроводника према унутрашњости полупроводника (нормално на међуповршину), где је на довољно великом растојању $\varphi(x) = 0$, добија се решавањем Пуасонове једначине:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_S} \quad (2.9)$$

Укупна густина наелектрисања у полупроводнику $\rho(x)$ једнака је суми индивидуалних наелектрисања:

$$\rho(x) = q[N_D^+ - N_A^- + p_p - n_p] \quad (2.10)$$

N_D^+ и N_A^- су концентрације јонизованих донорских и акцепторских примеса, респективно. У случају полупроводника п-типа $N_A = 0$, док је у случају полупроводника р-типа $N_D = 0$. Постоје, међутим, случајеви у којима су и N_D и N_A ненулти. На пример, ако се жели део области р-типа претворити у област п-типа, уведе се донорски атоми тако да је $N_D \gg N_A$. Област постаје ефективно п-типа са "ефективном" концентрацијом донора $N_D - N_A$. Овакви се процеси често користе у фабриковању полупроводничких компоненти.

У унутрашњости полупроводника, далеко од површине, мора бити испуњен услов електричне неутралности, због чега за $\varphi(\infty) = 0$ имамо $\rho(x) = 0$ и

$$N_D^+ - N_A^- = n_{p0} - p_{p0} \quad (2.11)$$

Резултујућа Пуасонова једначина за осиромашену област је, дакле:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{dx^2} &= -\frac{q}{\epsilon_S} (n_{p0} - p_{p0} + p_p - n_p) \\ &= -\frac{q}{\epsilon_S} \left\{ p_{p0} \left[\exp\left(-\frac{\varphi}{u_T}\right) - 1 \right] - n_{p0} \left[\exp\left(\frac{\varphi}{u_T}\right) - 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Ако се лева страна претходне једначине трансформише:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \frac{d\varphi}{dx} = \frac{d\varphi}{dx} \frac{d}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{2} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \quad (2.13)$$

Сматрајући да су у електрично неутралној унутрашњости полупроводника, далеко од површине, потенцијал и његов извод (електрично поље) једнаки нули, интеграцијом једначине (2.13) од површине ка балку добијамо:

$$\int_0^{d\varphi/dx} \frac{1}{2} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = -\frac{q}{\varepsilon_s} \int_0^\varphi \left\{ p_{po} \left[\exp\left(-\frac{\varphi}{u_T}\right) - 1 \right] - n_{po} \left[\exp\left(\frac{\varphi}{u_T}\right) - 1 \right] \right\} d\varphi \quad (2.14)$$

Одавде се добија релација између електричног поља $\left(K \equiv -\frac{d\varphi}{dx} \right)$ и потенцијала φ :

$$K^2 = \left(\frac{2kT}{q} \right)^2 \left(\frac{qp_{po}}{2\varepsilon_s u_T} \right) \left\{ \left[\exp\left(-\frac{\varphi}{u_T}\right) + \frac{\varphi}{u_T} - 1 \right] + \frac{n_{po}}{p_{po}} \left[\exp\left(\frac{\varphi}{u_T}\right) - \frac{\varphi}{u_T} - 1 \right] \right\} \quad (2.15)$$

Ако се уведу ознаке:

$$L_D \equiv \sqrt{\frac{kT\varepsilon_s}{p_{po}q^2}} \equiv \sqrt{\frac{\varepsilon_s u_T}{p_{po}q}} \quad (2.16)$$

$$F\left(\frac{\varphi}{u_T}, \frac{n_{po}}{p_{po}}\right) = \sqrt{\left[\exp\left(-\frac{\varphi}{u_T}\right) + \frac{\varphi}{u_T} - 1 \right] + \frac{n_{po}}{p_{po}} \left[\exp\left(\frac{\varphi}{u_T}\right) - \frac{\varphi}{u_T} - 1 \right]} \geq 0 \quad (2.17)$$

где је L_D Дебајева дужина за шупљине, и пошто је $\frac{n_{po}}{p_{po}} = \exp\left(-2\frac{\phi_F}{u_T}\right)$, за електрично поље се добија следећа релација:

$$K(x) = \pm \frac{\sqrt{2kT}}{qL_D} F\left(\frac{\varphi}{u_T}, \frac{n_{po}}{p_{po}}\right) \quad (2.18)$$

Позитиван знак је за $\varphi > 0$, а негативан знак је за $\varphi < 0$. Вредност јачине електричног поља на површини K_s добијамо заменом $\varphi = \varphi_s$ у (2.18), односно:

$$K_s = \pm \frac{\sqrt{2kT}}{qL_D} F\left(\frac{\varphi_s}{u_T}, \frac{n_{po}}{p_{po}}\right) \quad (2.19)$$

Наелектрисање у полупроводнику, по јединици површине, које одговара интензитету електричног поља (2.19), добија се применом Гаусовог закона, тако да је:

$$Q_s = -\varepsilon_s \cdot K_s = \mp \frac{\sqrt{2\varepsilon_s kT}}{qL_D} F\left(\frac{\varphi_s}{u_T}, \frac{n_{po}}{p_{po}}\right) \quad (2.20)$$

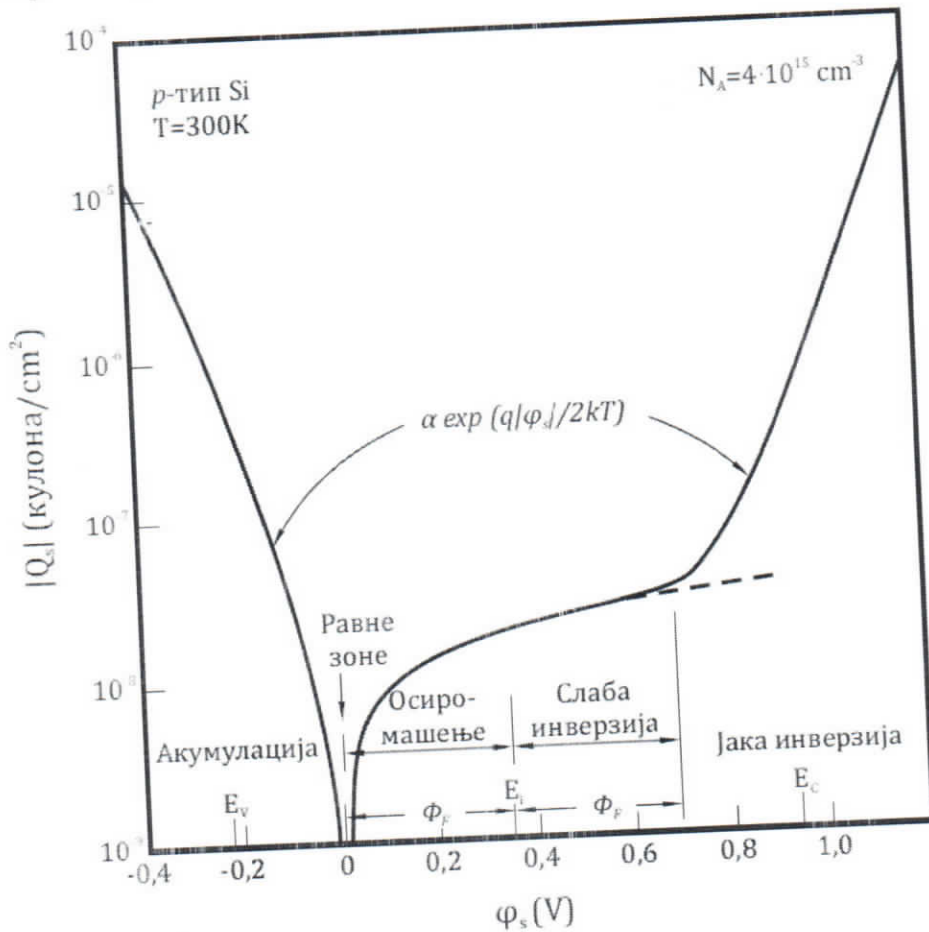
Релације за електрично поље на површини полупроводника (2.19) и наелектрисање у полупроводнику (2.20) важе независно од тога каквог је знака φ_s .

Зависност наелектрисања Q_s полупроводника од површинског потенцијала φ_s , приказана је на сл. 2.7 за силицијум р-типа са концентрацијом акцепторских примеса $N_A = 4 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ на собној температури

За негативан површински потенцијал $\varphi_s < 0$, Q_s је позитивно и одговара области акумулације. У функцији F , датој једначином (2.17), доминира први члан па је

$$Q_s \sim \exp\left(\frac{q|\varphi_s|}{2kT}\right) \quad (2.21)$$

У условима равних зона, површински потенцијал и површинско наелектрисање су једнаки нули, тј. $\varphi_s = 0$ и $Q_s = 0$.



Сл. 2. 7. Зависност површинског наелектрисања полупроводника од површинског потенцијала

За $2\phi_F > \phi_s > 0$, Q_s је негативно и имамо случајеве осиромашења и слабе инверзије. Сада у функцији F доминира други члан, тако да је $Q_s \sim \sqrt{\phi_s}$.

У случају јаке инверзије, за $\phi_s > 2\phi_F$, у функцији F доминира четврти члан, тако да је $Q_s \sim \exp\left(\frac{q\phi_s}{2kT}\right)$.

Нагласимо још и то да јака инверзија започиње при површинском потенцијалу:

$$\phi_s (\text{јака инверзија}) \approx 2\phi_F \approx \frac{2kT}{q} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \quad (2.22)$$

2.4. НАПОН ПРАГА ИДЕАЛНЕ MOS СТРУКТУРЕ

Зависност потенцијала од координате $\varphi(x)$ може се одредити преко решавања диференцијалне једначине која се добија када се у једначини (2.18) површински потенцијал φ_s и његов први извод замене одговарајућим потенцијалом φ и одговарајућим изводом. Аналитичко решење такве једначине, међутим, није могуће па се мора приступити нумеричком или апроксимативном решавању [40].

У случају осиромашења, претпоставићемо да је потенцијал у површинском слоју полупроводника такав да је $p(x) = p_{po} \approx N_A$, $n(x) \ll N_A$ у целој осиромашеној области, која се нагло завршава. У том случају, за укупну густину наелектрисања имамо $\rho(x) \approx q \cdot N_A$, а Пуасонова једначина (2.9) постаје:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{q \cdot N_A}{\epsilon_s} \quad (2.23)$$

Једноставно решавање претходне једначине, уз граничне услове $\varphi(x=0) = \varphi_s$ и $\varphi(x=d_{os}) = 0$, даје:

$$\varphi = \varphi_s \left(1 - \frac{x}{d_{os}}\right)^2 \quad (2.24)$$

Према Пуасоновој једначини следи да на крајевима осиромашене области постоји пад напона (потенцијална разлика)

$$\varphi_s = -\frac{q \cdot N_A \cdot d_{os}^2}{2 \cdot \epsilon_s} \quad (2.25)$$

при чему је врх осиромашене области позитивнији од дна ($\varphi_s < 0$), а за ширину осиромашене области d_{os} важи:

$$d_{os} = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon_s \cdot \varphi_s}{q \cdot N_A}} \quad (2.26)$$

Са повећањем напона на MOS структури повећавају се и φ_s и d_{os} , све док не наступи јака инверзија. Тада је површински потенцијал одређен релацијом (2.4), а ширина осиромашене области је максимална и дата следећом релацијом:

$$d_{os\max}^2 = \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot \epsilon_s}{q^2 \cdot N_A} \cdot \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \quad (2.27)$$

Максимално наелектрисање осиромашеног слоја (по јединици површине MOS структуре), које потиче од некомпензованих примесних атома, је:

$$Q_{os} = q \cdot N_A \cdot d_{os\max} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot \epsilon_s \cdot N_A \cdot \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)} \quad (2.28)$$

Наелектрисање инверзног слоја Q_{inv} чини наелектрисање електрона (носиоца који су мањински у унутрашњости полупроводника). Ширина инверзног слоја је знатно мања од ширине осиромашене области, тако да се може сматрати да је наелектрисање инверзног слоја површински расподељено и да кроз инверзни слој нема пада потенцијала [39]. На сл. 2.8. приказани су, у условима инверзије, дијаграм енергетских зона, расподела наелектрисања, електричног поља и потенцијала у идеалној MOS структури са полупроводником р-типа.

Да би био испуњен услов електричне неутралности MOS структуре наелектрисање металне електроде Q_M мора бити једнако наелектрисању у полупроводнику $|Q_M| = Q_S$. Наелектрисање у полупроводнику Q_S састоји се од наелектрисања Q_{inv} у инверзном слоју и наелектрисања осиромашене области, ширине $d_{os\max}$, које потиче од јонизованих примеса $Q_{os} = q \cdot N_A \cdot d_{os\max}$:

$$Q_M = Q_{os} + Q_{inv} = q \cdot N_A \cdot d_{os\max} + Q_{inv} \quad (2.29)$$

Напон V_G , прикључен на MOS структуру, када нема разлике излазних радова, расподељује се између оксида V_{ox} и осиромашеног слоја полупроводника φ_s :

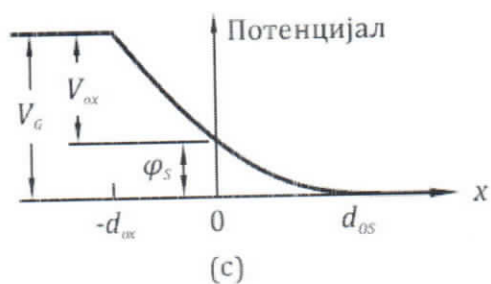
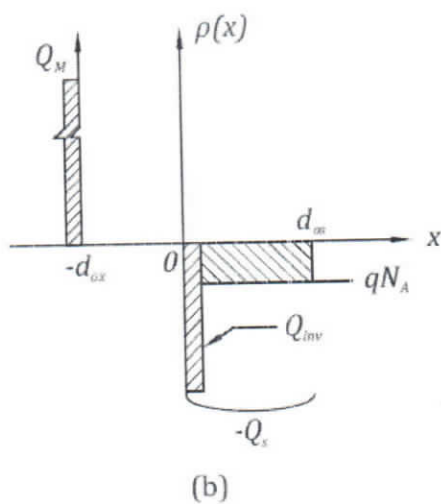
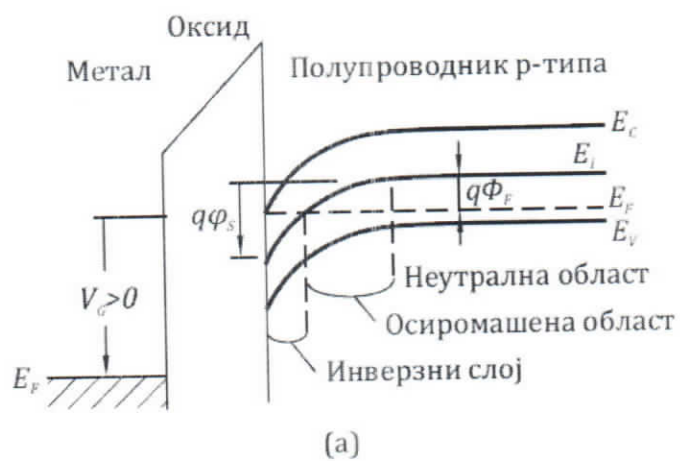
$$|V_G| = |V_{ox}| + |\varphi_s| \quad (2.30)$$

Оксид може да се посматра као плочасти кондензатор (капацитивности C_{ox} по јединици површине гејта) са напонем између плоча V_G и наелектрисањем $|Q_M| = Q_S$, тако да је:

$$|Q_M| = C_{ox} \cdot V_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \cdot V_{ox} \quad (2.31)$$

Из релација (2.28) – (2.31) добија се:

$$Q_{inv} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \cdot (V_G - \phi_s) - q \cdot N_A \cdot d_{osmax} \quad (2.32)$$



Сл. 2.8. Дијаграм енергетских зона (а), расподела наелектрисања (у условима инверзије) (б) и потенцијала (с) у идеалној MOS структури.

Од интереса је одредити напон V_{T0} између метала и полупроводника при којем концентрација мањинских носилаца на површини постаје једнака концентрацији већинских носилаца у унутрашњости полупроводника. Тај напон се зове напон прага и може се одредити из (2.32), стављајући да је $Q_{inv} = 0$ (што значи да инверзни слој још увек није формиран) и $|\varphi_s| = |\varphi_{sT}|$, тако да се добија:

$$|V_{T0}| = |\varphi_{sT}| + \frac{d_{ox}}{\epsilon_{ox}} \cdot q \cdot N_A \cdot d_{osmax} = |\varphi_{sT}| + \frac{d_{ox}}{\epsilon_{ox}} \cdot \sqrt{2 \cdot q \cdot N_A \cdot \epsilon_s \cdot |\varphi_{sT}|} \quad (2.33)$$

Или заменом $|\varphi_{sT}|$ према једначини (2.4):

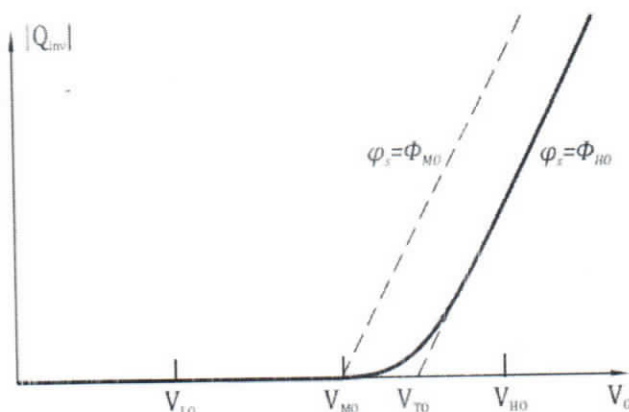
$$|V_{T0}| = \frac{2kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) + \frac{d_{ox}}{\epsilon_{ox}} \cdot \sqrt{4 \cdot N_A \cdot \epsilon_s \cdot kT \cdot \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)} \quad (2.34)$$

Напоменимо да је напон прага позитиван у случају полупроводника р-типа ($V_{T0} > 0$), док је у случају полупроводника п-типа негативан ($V_{T0} < 0$).

При већим вредностима напона на металној електроди V_G , наелектрисање инверзног слоја је линеарна функција од примењеног напона V_G и према једначинама (2.32) и (2.33) може се написати у облику:

$$Q_{inv} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \cdot (|V_G| - |V_{T0}|) \quad (2.35)$$

Ако се, као што се често чини у литератури, напон прага дефинише као онај напон на металној гејт електроди при којем концентрација мањинских носилаца на површини постаје једнака концентрацији већинских носилаца у унутрашњости полупроводника, а то је за $\varphi_s = 2\phi_F$, за напон прага се добија $V_T = V_{M0}$, а зависност наелектрисања инверзног слоја $Q_{inv} = f(V_G)$ приказана је испрекиданом линијом на сл. 2.9. Са V_{M0} се означава вредност напона на гејту при којем започиње тзв. умерена инверзија.



Сл. 2.9. Зависност наелектрисања инверзног слоја од напона на MOS структури

2.5 КАПАЦИТИВНОСТ ИДЕАЛНЕ MOS СТРУКТУРЕ

Диференцијална капацитивност MOS структуре C_D , која се јавља као последица промене наелектрисања на површини полупроводника са површинским потенцијалом, дефинише се на следећи начин:

$$C_D \equiv \frac{dQ_s}{d\varphi_s} = \frac{\varepsilon_s}{\sqrt{2}L_D} \frac{1 - \exp\left(-\frac{\varphi_s}{u_T}\right) + \frac{n_{po}}{P_{po}} \left[\exp\left(\frac{\varphi_s}{u_T}\right) - 1 \right]}{F\left(\frac{\varphi_s}{u_T}, \frac{n_{po}}{P_{po}}\right)} \quad (2.36)$$

Са друге стране, MOS структура се може сматрати MOS „кондензатором“ са оксидом као изолатором. Облоге тог кондензатора чине полупроводник са наелектрисањем Q_s , и метална електрода, са наелектрисањем Q_M које је једнако наелектрисању Q_s због електронеутралности MOS структуре. Капацитивност тог кондензатора је

$$C_{ox} = \varepsilon_{ox} \frac{S}{d_{ox}} \quad (2.37)$$

где је d_{ox} дебљина оксида, ε_{ox} диелектрична константа оксида и S површина MOS структуре.

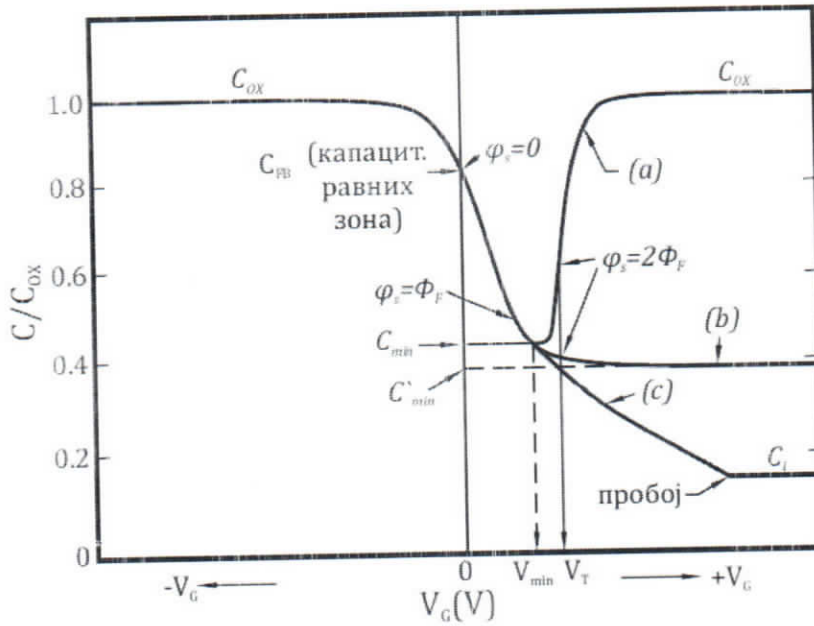
Према томе, укупна капацитивност идеалне MOS структуре једнака је редној вези капацитивности оксида C_{ox} и диференцијалне капацитивности полупроводника C_D , тј.

$$C = \frac{C_{ox} C_D}{C_{ox} + C_D} \quad (2.38)$$

Како се капацитивност C_D мења са напоном (мења се φ_s), то је и укупна капацитивност C функција напона примењеног између метала и полупроводничке основе, сл.2.10.

У случају основе p -типа, када је метална електрода на негативном потенцијалу у односу на основу, површина полупроводника је у условима акумулације и понаша се као проводник. То има за последицу да капацитивност оксида одговара капацитивности између двеју проводних плоча. Диференцијална капацитивност полупроводника у овом случају је велика тј. $C_D \gg C_{ox}$, те је укупна капацитивност приближно једнака капацитивности оксида $C \approx C_{ox}$.

Када се негативан напон редукује на нулу имамо услов равних зона, тако да је $\varphi_s = 0$, а капацитивност C_D се добија из једначине (2.36) развијањем у ред експоненцијалних чланова, односно:



Сл. 2.10. Зависност капацитивности идеалне MOS структуре од напона: крива *a*- при ниским учестаностима; крива *b*- при високим учестаностима; крива *c*- у условима дубоког осиромашења при импулсној поларизацији

$$C_D (\text{равних зона}) = \frac{\epsilon_s}{L_D} \quad (2.39)$$

док је укупна капацитивност у условима равних зона:

$$C_{FB} (\phi_s = 0) = \frac{\epsilon_{ox} \epsilon_s}{\epsilon_s d_{ox} + \epsilon_{ox} L_D} = \frac{\epsilon_{ox} \epsilon_s}{\epsilon_s d_{ox} + \epsilon_{ox} \sqrt{\frac{kT \epsilon_s}{N_A q^2}}} \quad (2.40)$$

Са ϵ_{ox} и ϵ_s означене су диелектричне константе оксида и полупроводника, респективно.

Када се на металну електроду примени позитиван напон $V_G > 0$ чија је вредност довољна да се формира осиромашена област у силицијуму, ефекат је еквивалентан повећању дебљина оксида. Наиме, изолационом слоју (оксиду) сада се додаје још један изолациони слој – осиромашена област. Због тога се укупна капацитивност MOS структуре смањује. У условима осиромашења и слабе инверзије, тј. за $2\phi_F > \phi_s > \frac{kT}{q}$, функција F (дата једначином 2.16) може се свести на следећи облик:

$$F \approx \sqrt{\frac{\phi_s}{u_T}} \quad (2.41)$$

Израз за густину просторног наелектрисања тада добија облик

$$Q_s = \sqrt{2\varepsilon_s q p_{po} \varphi_s} = q d_{os} N_A \quad \text{за} \quad \left(2\phi_F > \varphi_s > \frac{kT}{q} \right) \quad (2.42)$$

што је сагласно апроксимацији тоталног осиромашења. Ширину осиромашеног слоја у функцији напона примењеног на крајевима MOS структуре добијамо решавањем квадратне једначине [42]

$$d_{os} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s^2}{C_{ox}^2} + \frac{2\varepsilon_s V_G}{qN_A}} - \frac{\varepsilon_s}{C_{ox}} \quad (2.43)$$

захваљујући којој затим лако одређујемо диференцијалну капацитивност у режиму осиромашења

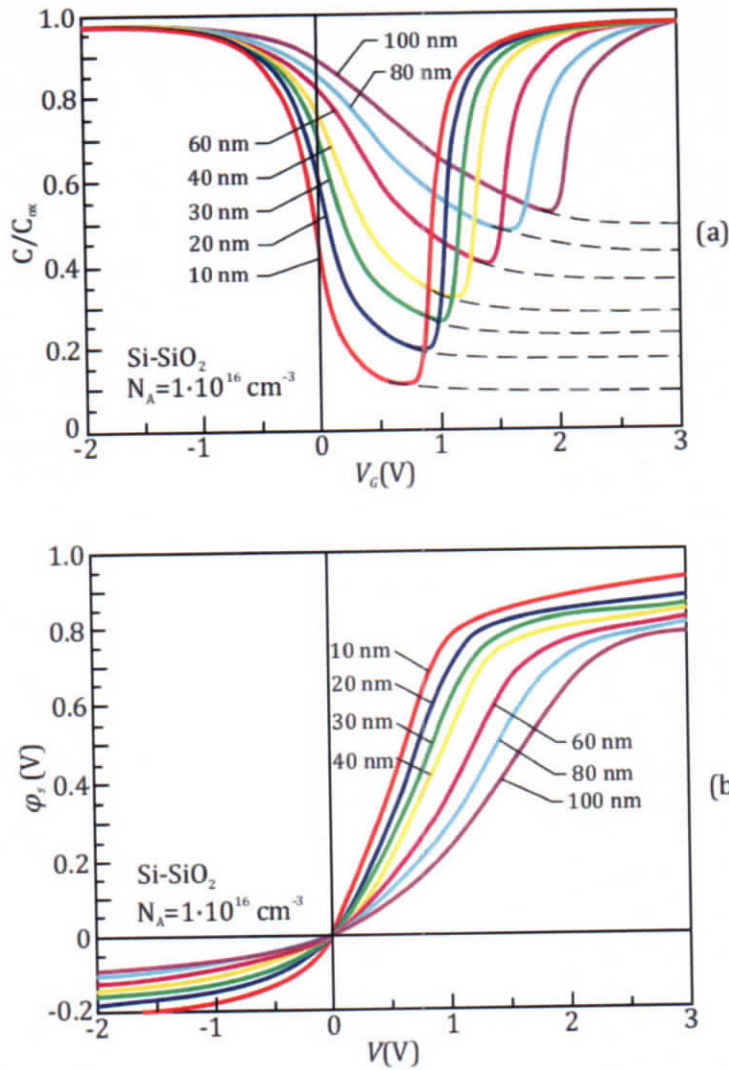
$$C_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_s q p_{po}}{2\varphi_s}} = \frac{\varepsilon_s}{d_{os}} \quad \text{за} \quad \left(2\phi_F > \varphi_s > \frac{kT}{q} \right) \quad (2.44)$$

Са даљим порастом вредности позитивног напона V_G осиромашена област се шири, смањује се диференцијална капацитивност а тиме и укупна капацитивност MOS структуре. Капацитивност пролази кроз минимум и затим расте поново када се на површини полупроводника формира инверзни слој од електрона. Убрзо ширина осиромашене области достиже максимум па укупна капацитивност више не опада. Када је инверзни слој формиран образује се стварна редна веза кондензатора. Облоге првог кондензатора чине метал и нагомилано наелектрисање инверзног слоја, при чему је диелектрик оксид. Облоге другог кондензатора чине нагомилано наелектрисање инверзног слоја и наелектрисање у основи с тим што улогу диелектрика има осиромашена област између инверзног слоја и полупроводничке основе.

Минимум капацитивности и одговарајући минимум напона означени су са C_{\min} и V_{\min} на сл. 2.11. Како је за оксид дате дебљине C_{ox} фиксно, C_{\min} се може наћи преко минимума вредности C_D . Вредност површинског потенцијала φ_s која одговара минимуму C_D може се добити диференцирањем једначине (2.37) и изједначавањем извода са нулом, што даје трансцедентну једначину:

$$\sqrt{\cosh\left(\frac{\varphi_s - \phi_B}{u_T} \mid \frac{\varphi_s - \phi_B}{u_T}\right)} = \frac{\sinh\left(\frac{\varphi_s - \phi_B}{u_T}\right) - \sinh\left(-\frac{\phi_B}{u_T}\right)}{\sqrt{\frac{N_A}{n_i} F\left(\frac{\varphi_s}{u_T}, \frac{n_{po}}{p_{po}}\right)}} \quad (2.45)$$

За оксид дате дебљине, као што је речено, вредност C_{ox} је константна и одговара максималној капацитивности система. Међутим, капацитивност полупроводника C_D не зависи само од поларизације (или φ_s), већ је такође и функција мерене фреквенције. На сл. 2.11 приказане су различите $C-V$ карактеристике измерене на различитим фреквенцијама. Разлика се углавном јавља



Сл. 2.11. Фамилија $C - V$ карактеристика (a) и површинског потенцијала (b) у функцији напона на гејт електроди за идеалне метал-SiO₂-Si структуре са различитим дебљинама оксида и концентрацијом примеса $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

у режиму инверзије, нарочито јаке инверзије [42,43]. На сл. 2.11 приказани су и одговарајући површински потенцијали у различитим режимима.

За идеалну MOS структуру, без разлике излазних радова, зоне су равне при $V_G = 0$, где је $\phi_s = 0$. Режиму осиромашења одговара површински потенцијал од $\phi_s = 0$ до $\phi_s = \phi_F$.

Слаба инверзија започиње на $\phi_s = \phi_F$, а почетак јаке инверзије се запажа на $\phi_s = 2\phi_F$. Минимум нискофреквентне капацитивности C_{\min} јавља се између те две тачке.

У области позитивног напона, међутим, пораст капацитивности постоји само при изузетно ниским учестаностима, када је брзина генерационо – рекомбинационих процеса, одговорних за промену концентрације мањинских носилаца (електрона у овом случају) довољна да се густина електрона мења у фази са наизменичним напонем. Експерименталним путем је утврђено да за систем метал – SiO_2 – Si капацитивност највише зависи од фреквенције у опсегу од 5Hz до 1kHz. Ово је повезано са временом живота носилаца наелектрисања и процесом термичке генерације у силицијумском супстрату. При високим учестаностима повећање диференцијалне капацитивности MOS структуре при позитивним напонима практично не постоји (крива **b** на сл. 2.10), и капацитивност MOS структуре не показује пораст у јакој инверзији. Крива **c** на сл. 2.10 одговара C-V карактеристици идеалне MOS структуре у условима дубоког осиромашења и импулсног напона поларизације.

Са сл. 2.11 се примећује да је у MOS структурама са тањим слојем SiO_2 јаче изражена зависност капацитивности од примењеног напона.

2.6. РЕАЛНА MOS СТРУКТУРА

Код реалне MOS структуре у површинском слоју полупроводника постоји акумулација или осиромашење и када није прикључен напон између металне електроде и полупроводника због:

- Ненулте вредности разлике излазних радова метала и полупроводника;
- Наелектрисања или центара захвата различитог порекла (који могу да се наелектришу) који постоје у оксиду

Утицај поменутих узрока на реалну MOS структуру манифестује се као да је на металну (гејт) электроду примењен спољашњи напон. Ако због њиховог утицаја у површинском слоју неполарисане MOS структуре влада акумулација, биће потребан већи напон на гејту да би се у површинском слоју полупроводника остварила инверзија. То значи да је напон прага повећан. У супротном случају, ако је у површинском слоју неполарисане MOS структуре осиромашење, биће потребан мањи напон на гејту да би се у површинском слоју полупроводника створила инверзија, што значи да је напон прага смањен.

2.6.1. Утицај разлике излазних радова

Електрони у било ком материјалу имају мању енергију него ван тог материјала. Да би електрони могли да напусте материјал морају савладати ту енергетску баријеру, односно да изврше тзв. излазни рад. Излазни рад је карактеристика сваког материјала.

Излазни рад метала зависи од врсте метала и дефинише се као разлика енергија које електрон има у слободном простору и у металу. Како се највећи број електрона у металу налази око Фермијевог нивоа то се излазни рад метала дефинише као $q\phi_m = E_{vac} - E_F$. Код полупроводника, излазни рад битно зависи од концентрације примеса у њему. Због тога се дели на део који зависи само од врсте полупроводника χ , који се назива афинитет електрона (за силицијум износи $\chi = E_{vac} - E_c = 4.05eV$) и део који зависи од концентрације примеса. Излазни рад полупроводника може се дефинисати на исти начин као код метала

$$q\phi_s = E_{vac} - E_F = E_{vac} - E_c - (E_F - E_c) = \chi - (E_F - E_c) \quad (2.46)$$

односно

$$q \cdot \phi_s = q \cdot \chi - \frac{E_g}{2} \mp kT \cdot \ln\left(\frac{N}{n_i}\right) \quad (2.47)$$

други и трећи члан зависе од концентрације примеса N , при чему знак минус важи за случај полупроводника п-типа, а знак плус за полупроводник р-типа.

Готово увек је вредност излазног рада метала $q \cdot \phi_m$ различита од вредности излазног рада полупроводника $q \cdot \phi_s$. То значи да за сваку реалну MOS структуру постоји разлика излазних радова $q \cdot \phi_{ms} = q \cdot \phi_m - q \cdot \phi_s$, која може бити позитивна или негативна, а њен се утицај манифестује као да је на MOS структуру примењен напон ϕ_{ms} .

Разлика излазних радова метала и полупроводника је

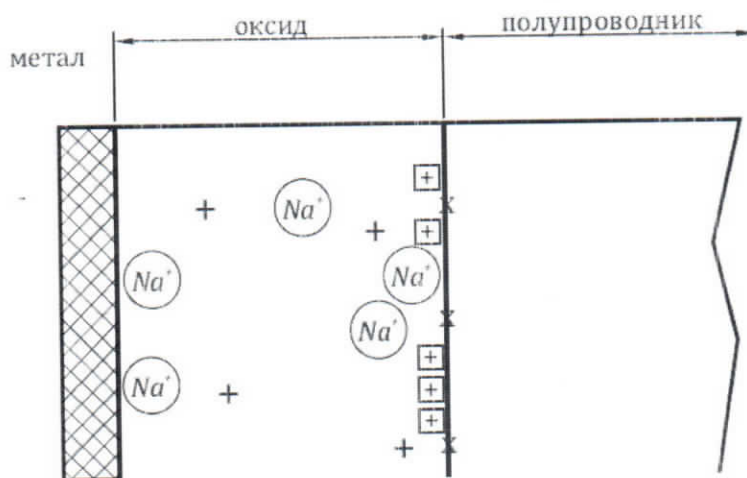
$$q\phi_{ms} = q\phi_m - q \cdot \chi + \frac{E_g}{2} \pm kT \cdot \ln\left(\frac{N}{n_i}\right) \quad (2.48)$$

и зависи од врсте метала, полупроводника и концентрације примеса. Када је метал алуминијум разлика излазних радова је увек негативна, али када је метал злато она је увек позитивна у случају полупроводника п-типа, док је у случају полупроводника р-типа позитивна или негативна, зависно од концентрације примеса.

2.6.2. Утицај наелектрисања у оксиду

Еквивалентно наелектрисање у оксиду Q_{ox} у највећој мери потиче од четири врсте наелектрисања, која су шематски представљена на сл. 2.12, и то:

1. Наелектрисање покретних јона Q_m , које најчешће чине позитивни јони Na (алкалне нечистоће) или H који се могу наћи у оксиду. На собној температури ови јони су непокретни, али са порастом температуре њихова покретљивост значајно расте, тако да се они врло брзо преносе кроз оксид од једне до друге међуповршине, зависно од смера прикљученог напона. Присуство покретних јона може у великој мери да изазове температурску нестабилност напона прага.



Сл. 2.12. Шематска представа различитих наелектрисања у оксиду MOS структуре

2. Наелектрисање на центрима захвата Q_{ot} , који су распоређени по запремини оксида. Центри захвата могу настати као последица излагања оксида радиоактивном зрачењу, у току неког од технолошких процеса у производњи, или накнадно пошто је MOS структура већ формирана. Ови центри могу бити иницијално позитивни, негативни или неутрални и могу да се наелектришу захватом електрона или шупљина.
3. Фиксно наелектрисање Q_f је позитивно наелектрисање које настаје у оксиду уз површину Si као последица недовршеног процеса оксидације којим је формиран слој SiO_2 . То наелектрисање је непроменљиво по густини и пошто се налази у танком слоју оксида на дну према основи, његов утицај на површински слој силицијума је релативно велики.
4. Наелектрисање на површинским стањима Q_{ss} је последица прекида кристалне решетке силицијума на међуповршини $SiO_2 - Si$. Ова стања су иницијално неутрална, а могу да се наелектришу захватом електрона или шупљина, што зависи од концентрације електрона и шупљина у површинском слоју силицијума, односно од напона примењеног на гејт.

Када се MOS структура изложи гама зрачењу долази до стварања позитивног наелектрисања у оксиду (SiO_2) и позитивних центара захвата на међуповршини ($Si-SiO_2$). Због апсорбовања одређене дозе гама зрачења оксид се јонизује и долази до генерисања парова електрон-шупљина. Слободни електрони дрефтују под утицајем електричног поља које постоји у оксиду као последица разлике излазних радова између метала и силицијума. Највећи број слободних електрона неће утицати на наелектрисање у оксиду зато што они брзо напуштају оксид и стижу до металне електроде. Међутим, један мали број електрона ће се рекомбиновати са шупљинама у оксиду. Шупљине, које су избегле рекомбинацију

са електронима, крећу се кроз оксид према $\text{SiO}_2\text{-Si}$ међуповршини где бивају захваћене на дугоживећим центрима захвата. На тај начин се у оксиду, након апсорбовања довољне дозе зрачења, уграђује велико позитивно наелектрисање које је просторно расподељено према $\text{SiO}_2\text{-Si}$ међуповршини [37] (стварање позитивног наелектрисања у оксиду под утицајем гама зрачења детаљније је описано у Додатку В).

Наелектрисање у оксиду MOS структуре, према томе, може да се разликује по својој природи и да буде различито распоређено у оксиду. Површинска густина наелектрисања у оксиду зависи од напона примењеног на гејт. Највећи утицај на површински слој силицијума, а тиме и на напон прага, ово наелектрисање ће имати када је сконцентрисано уз међуповршину $\text{SiO}_2 - \text{Si}$. Да бисмо упростили проблем, сматраћемо да је сво наелектрисање у оксиду сконцентрисано уз међуповршину $\text{SiO}_2 - \text{Si}$, да је позитивно и да је његова површинска концентрација Q_{ox} . Због наелектрисања у оксиду MOS структура се понаша као да је на металу већ примењен напон:

$$V_Q = \frac{d_{ox}}{\epsilon_{ox}} \cdot Q_{ox} \quad (2.49)$$

Напон прага реалне MOS структуре, узимајући у обзир разлику излазних радова и наелектрисање у оксиду, биће:

$$V_T = V_{T0} + \phi_{ms} \pm V_Q \quad (2.50)$$

У релацији (2.50) са V_{T0} је означен напон прага идеалне MOS структуре (дат једначином (2.34)), знак плус одговара полупроводнику п-типа, а минус полупроводнику р-типа

3. КЛАСИЧНИ МОДЕЛИ КОЈИ ОПИСУЈУ ПОВРШИНСКИ СЛОЈ ПОЛУПРОВОДНИКА

Са развојем комбинованих аналогно-дигиталних кола, употреба MOS транзистора се са дигиталних проширила и на аналогна кола. Успешност дизајнирања и једних и других интегрисаних кола веома битно зависи од тачности модела MOS транзистора који је у њима садржан. Постоји велики број модела MOS транзистора који се разликују у погледу њихове тачности и сложености. Поред тога, модели основних ефеката транзистора модификују се на безброј начина да би се укључили и неки запажени ефекти другог реда.

Под моделирањем MOS транзистора подразумева се налажење одговарајуће једначине која приказује, у генералном облику, зависност струје дрејна од напона на изводима MOS транзистора: гејту, дрејну и сорсу [44].

Сви MOS модели категоришу се као нумерички или компактни модели. Нумерички модели су засновани на решавању парцијалних диференцијалних једначина које детаљније описују физику MOS транзистора, а интензивна комплексна израчунавања једначина у програмским симулаторима захтевају дуго рачунско време. Под компактним моделом, с друге стране, подразумева се систем аналитичких, тачних и једноставних израза који описују рад MOS транзистора на поједностављен начин и израчунавања су далеко бржа. Поменути систем израза може се добити само уз одговарајуће апроксимације и емпиријске параметре подешавања [45].

У овој глави, после кратког прегледа постојећих модела MOS транзистора, полазећи од нелинеарне Пуасонове једначине за n-канални MOS транзистор долазимо до познате имплицитне релације између површинског потенцијала и напона примењеног на гејт MOS транзистора. Описаћемо поступак нумеричког решавања поменуте релације уз помоћ одговарајуће итеративне процедуре. Раздвајањем активне области рада MOS транзистора на област осиромашења, слабе инверзије и јаке инверзије и решавањем имплицитне релације за сваку од поменутих области посебно, уз одговарајуће апроксимације добили смо експлицитну апроксимативну релацију између површинског потенцијала и напона примењеног на гејту која важи за целу активну област рада MOS транзистора.

3.1 ПРЕГЛЕД ПОСТОЈЕЋИХ МОДЕЛА

У зависности од физичких параметара MOS транзистора на чијим се анализима заснивају, компактни модели MOS транзистора могу да се поделе на моделе засноване на анализи: наелектрисања инверзног слоја, напона прага и површинског потенцијала.

3.1.1. MOS модели засновани на анализи наелектрисања инверзног слоја

Један од првих модела MOS транзистора који се заснива на анализи струје дрејна у функцији густине наелектрисања на крајевима канала (инверзног слоја) код сорса и дрејна, развијен је од стране Шведског државног института. Модел је, према својим ауторима, назван EPFL-EKV (Enz-Krummenacher-Vittoz) модел. За референтни напон EKV модел узима напон примењен на изводу супстрата, док се код већине компактних модела усваја напон на изводу сорса као референтни напон. Иако се заснива на законима физике, захтева минимум емпиријског подешавања и карактерише га лако увођење нових параметара [46], због своје комплексности EKV модел се врло мало користи за сврхе моделирања [47].

У ову категорију модела спадају још: ACM (Advanced Compact Model), Berkley's BSIM5 (Berkley Short Channel IGFET Model) [48].

3.1.2. MOS модели засновани на анализи напона прага

Модели засновани на анализи напона прага користе различите системе једначина за описивање понашања MOS транзистора у различитим областима рада (областима слабе, умерене и јаке инверзије). Због тога се ови модели називају још и регионални модели. Континуалну зависност струје и њених извода од напона на крајевима у областима прелаза између слабе и умерене инверзије, као и између умерене и јаке инверзије, регионални модели постижу помоћу одговарајућих параметара и функција глаткости. Према томе, на прелазима између две различите области рада MOS транзистора регионални модели су донекле емпиријски. То значи да рад транзистора у прелазним областима није описан са довољном тачношћу.

Главна предност регионалних модела огледа се у једноставном и флексибилном додавању великог броја нових параметара, а који су резултат технолошког усавршавања MOS транзистора.

Према нивоу комплексности, регионални модели MOS транзистора су подељени на три генерације. Првој генерацији припадају тзв. SPICE (Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis) модели првог, другог и трећег нивоа (SPICE LEVEL 1, SPICE LEVEL 2 и SPICE LEVEL 3) [49]. LEVEL 1 модел је заснован на законима физике и коришћен код MOS транзистора са дужинама канала већим од $5\mu\text{m}$. На жалост, овај модел је ретко довољно тачан. LEVEL 2 модел је коришћен за MOS транзисторе са дужинама канала мањим од $5\mu\text{m}$, те је и знатно комплекснији [50]. Он узима у обзир ефекте другог реда као што је смањење покретљивости носиоца наелектрисања у каналу услед јаких електричних

поља примењених на гејту MOS транзистора, редукцију напона прага и сатурацију брзине носилаца наелектрисања. LEVEL 3 модел, који се употребљава код MOS транзистора са каналима чије су дужине мање од $1\mu m$ је скоро подједнако једноставан као и LEVEL 1 и скоро подједнако тачан као и модел LEVEL 2. Технички говорећи, LEVEL 3 модел представља најбољи избор [51,52].

Другу генерацију регионалних модела чине тзв. BSIM1, HSPICE level 28 (Hiroshima University STARC IGFET Model) и BSIM2 модели. Ови модели су употребљавани код MOS транзистора са дужинама канала мањим од $0,5\mu m$ [53].

У трећу генерацију регионалних модела спадају BSIM3 и BSIM4 модели. Ови побољшани BSIM модели се примењују на MOS транзисторе субмикронских и нанометарских димензија [54] и узимају у обзир квантовање енергије носилаца наелектрисања у инверзним слојевима и многе друге физичке ефекте другог реда.

Један од главних недостатка регионалних модела огледа се у недовољно прецизном опису струје дрејна и транскондуктансе у функцији напона на гејту у области умерене инверзије, односно на прелазу између исподпраговске и изнадпраговске области рада MOS транзистора. Међутим, континуални напредак савремене технологије подразумева агресивно смањивање димензија MOS транзистора због чега се смањују и напони примењени на његовим изводима. То, заправо, значи да област умерене инверзије постаје све значајнија. Поред тога, типична поларизација MOS транзистора за већину аналогних примена је управо изнад прага, (тј. на $V_T < V_G < V_T + 600 mV$, где је са V_T означен напон прага), па употреба регионалних модела више није оправдана.

3.1.3. MOS модели засновани на анализи површинског потенцијала

Модел који се заснивају на анализи површинског потенцијала дају тачну и континуалну зависност струје дрејна и њених извода од напона на крајевима MOS транзистора у свим радним режимима. Међутим, њихова главна мана огледа се у томе што су површински потенцијал и напон на гејт електроди MOS транзистора повезани преко једне имплицитне релације која се тачно може решити само применом нумеричких итеративних процедура, а што изискује значајно рачунско време [55].

У литератури се могу срести различите методе посвећене добијању експлицитне релације између површинског потенцијала и напона на изводима MOS транзистора, почев од приказа површинског потенцијала у облику двоструких редова, па до полинома трећег степена. Поменуте методе, међутим, не само да захтевају велики број података, већ не дају тачне изводе вишег реда по напону, а који су нарочито важни са становишта рада аналогних кола.

Један од првих MOS модела који се заснива на анализи површинског потенцијала SP (Penn-state University, USA) захтевао је 28 параметара. Струја дрејна у функцији напона на гејту и други параметри структуре, нпр. транскондуктанса, помоћу овог модела, могли су се одредити довољно тачно у свим областима рада MOS транзистора. SP модел је узимао у обзир и квантно

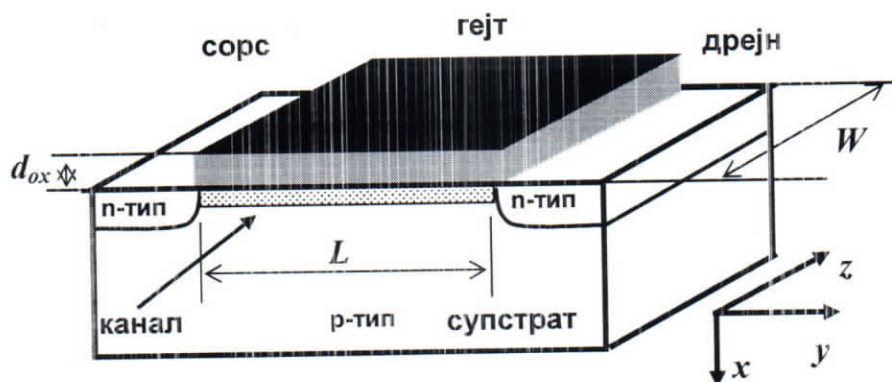
механичке ефекте у површинским слојевима полупроводничке основе и ефекте осиромашења полисилицијумског гејта [56].

Следећи, тзв. HISIM (Hiroshima-University, START IGFET MODEL) модел био је применљив на MOS транзисторе са дужинама канала до 100nm и узимао је у обзир кратко-каналне ефекте и квантно механичке ефекте у инверзним слојевима MOS транзистора [57].

У ову категорију модела спадају још: Philips MM11 [58] и PSP (Pennsylvania State University's SP model) модели [59].

3.2 АНАЛИТИЧКА РЕШЕЊА НЕЛИНЕАРНЕ ПУАСОНОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЗА ИНВЕРЗНИ СЛОЈ MOS СТРУКТУРЕ

Статичке карактеристике MOS транзистора, под утицајем спољашњег поља, генерално се могу описати Пуасоновом једначином за електростатички потенцијал. Разматрамо случај идеалног n -каналног MOS транзистора, са концентрацијом примеса N_A , униформно расподељеном кроз супстрат, каналом дужине L и ширине W . Претпостављамо да је у питању компонента великих геометријских димензија тако да се кратко-канални и ефекти малих ширина могу занемарити. Број електрона у каналу се мења са променом вредности напона који је примењен на гејт електроду. На сл. 3.1. приказан је попречни пресек MOS транзистора и правоугли координатни систем са координатним осама x, y, z управљеним нормално на површину гејта, дуж канала и по ширини канала, респективно.



Сл. 3.1. Шематски приказ попречног пресека n -каналног MOS транзистора.

Претпоставимо још и да је промена електричног поља дуж канала, у y правцу, знатно мања од одговарајуће промене поља у x правцу. Ово значи да се може применити апроксимација стругог канала [60] у којој Пуасонова једначина

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{Si}} \quad (3.1)$$

постаје једнодимензионална, тј.

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_{Si}} \quad (3.2)$$

Густина наелектрисања у полупроводнику p -типа је:

$$\rho(x) = q \cdot [p(x) - n(x) - N_A] \quad (3.3)$$

и кад се замени у Пуасонову једначину, добија се:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{q}{\varepsilon_{Si}} [p(x) - n(x) - N_A] \quad (3.4)$$

У унутрашњости полупроводника, далеко од површине, мора бити испуњен услов електричне неутралности, односно:

$$p_{p0} - n_{p0} = N_A \quad (3.5)$$

У претходној релацији n_{p0} и p_{p0} су равнотежне концентрације електрона и шупљина у унутрашњости полупроводника, далеко од површине.

Концентрације електрона и шупљина у инверзном слоју и у осиромашеној области су дате стандардним релацијама:

$$n(x) = n_{p0} \cdot \exp\left[\frac{\varphi(x)}{u_T}\right] \approx N_A \cdot \exp\left[\frac{\varphi(x) - 2\phi_F}{u_T}\right] \quad (3.6)$$

$$p(x) = p_{p0} \cdot \exp\left[-\frac{\varphi(x)}{u_T}\right] \approx N_A \cdot \exp\left[-\frac{\varphi(x) - \phi_F}{u_T}\right] \quad (3.7)$$

где је $\varphi(x)$ електростатички потенцијал у инверзном слоју, односно, у осиромашеној области полупроводника, $u_T = k \cdot T/q$, а

$$\phi_F = \frac{E_i - E_F}{q} \quad (3.8)$$

је Фермијев потенцијал у унутрашњости полупроводника рачунат у односу на средину енергетског процепа, како је приказано на сл. 3.2. У односу на изабрани референтни ниво E_i , Фермијев потенцијал дубоко у полупроводнику p -типа дат је следећом релацијом:

$$\phi_F = u_T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \quad (3.9)$$

Подсетимо се да је Фермијев потенцијал ϕ_F позитиван у полупроводнику n -типа, а негативан у полупроводнику p -типа.

Кад изразе (3.6) и (3.7) за концентрације носилаца наелектрисања унесемо у Пуасонову једначину (3.4), добијамо

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{q \cdot N_A}{\epsilon_{Si}} \cdot \left[1 + \exp\left(\frac{\varphi - 2\phi_F}{u_T}\right) - \exp\left(-\frac{\varphi}{u_T}\right) - \exp\left(-\frac{\phi_F}{u_T}\right) \right] \quad (3.10)$$

Ако се на сорс и дрејн примени напон V_{SB} , односно $V_{DB} = V_{DS} + V_{SB}$, у односу на супстрат (V_{DS} је разлика потенцијала између сорса и дрејна), долази до снижавања квази-Фермијевог нивоа на крају канала уз сорс за износ qV_{SB} , а на крају уз дрејн за износ $q(V_{DS} + V_{SB})$ у односу на Фермијево ниво у супстрату. Потенцијал канала V_{ch} дефинисан је као разлика између квази-Фермијевих потенцијала електрона у каналу (ϕ_{chan}) и шупљина у унутрашњости полупроводника (ϕ_{bulk}). На крају канала уз сорс је $V_{ch}(y=0) = V_{SB}$, а на крају уз дрејн је $V_{ch}(y=L) = V_{DS} + V_{SB}$. Дакле, квази Фермијев ниво за електроне у површинској области MOS транзистора снижен је за износ qV_{ch} у односу на равнотежни Фермијев ниво у супстрату, како је приказано на сл 3.2. Због тога је и концентрација електрона на површини n_s смањена за фактор $\exp(-V_{ch}/u_T)$.

За концентрацију електрона у MOS транзистору, уместо једначине (3.6), мора да се напише:

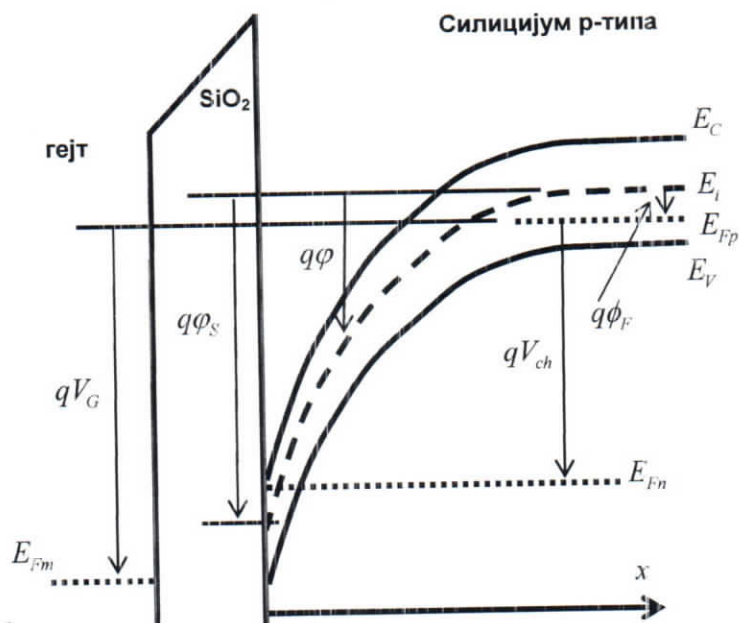
$$n(x) = n_{p0} \cdot \exp\left[\frac{\varphi(x)}{u_T}\right] \cdot \exp\left[-\frac{V_{ch}}{u_T}\right] \quad (3.11)$$

Концентрација шупљина је непромењена, јер је квази Фермијев ниво шупљина једнак равнотежном Фермијевом нивоу у супстрату (сл. 3.2), и дата је једначином (3.7).

На сл. 3.2 приказан је дијаграм енергетских зона MOS транзистора. На левој страни је гејт електрода са примењеним позитивним напонем V_G , у средини је оксид, а на десној страни дијаграма је полупроводник (Si) p -типа. Линије које представљају дно проводне зоне, сопствени Фермијев ниво (срдину забрањене зоне) и врх валентне зоне у унутрашњости полупроводника, далеко од међуповршине полупроводник – оксид, су равне. Идући према међуповршини зоне се јако криве на доле што указује на јаку инверзију, а мера овог кривљења је електростатички потенцијал φ . Разлика између сопственог Фермијевог нивоа (средине забрањене зоне) у унутрашњости и на површини полупроводника је управо пропорционална површинском потенцијалу φ_s . Са дијаграма на сл. 3.2 такође се види да је квази Фермијев ниво електрона на површини полупроводника, тј. у каналу, снижен у односу на квази Фермијев ниво шупљина у унутрашњости полупроводника за износ једнак $q \cdot V_{ch}$, што одговара потенцијалу канала.

Кад унесемо израз (3.11) у Пуасонову једначину, добијамо

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{q \cdot N_A}{\epsilon_{Si}} \cdot \left[1 + \exp\left(\frac{\varphi - 2\phi_F - V_{ch}}{u_T}\right) - \exp\left(-\frac{\varphi}{u_T}\right) - \exp\left(-\frac{\phi_F}{u_T}\right) \right] \quad (3.12)$$



Сл. 3.2. Дијаграм енергетских зона MOS транзистора: E_C и E_V су дно проводне и врх валентне зоне, респективно; E_{Fn} и E_{Fp} су квази-Фермијеви нивои електрона и шупљина, респективно.

Множећи обе стране ове једначине са $2 \left(\frac{d\phi}{dx} \right)$ и користећи идентитет,

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 = \left(\frac{d\phi}{dx} \right) \cdot \left(\frac{d^2\phi}{dx^2} \right) \quad (3.13)$$

једначина (3.12) постаје

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 = \frac{2q \cdot N_A}{\epsilon_{Si}} \cdot \left[1 + \exp\left(\frac{\phi - 2\phi_F - V_{ch}}{u_T} \right) - \exp\left(-\frac{\phi}{u_T} \right) - \exp\left(-\frac{\phi_F}{u_T} \right) \right] \cdot \frac{d\phi}{dx} \quad (3.14)$$

Интеграцијом последње једначине, уз граничне услове

$$\begin{aligned} x \rightarrow \infty &\Rightarrow \phi \rightarrow 0, \quad \frac{d\phi}{dx} \rightarrow 0 \\ x = 0 &\Rightarrow \phi = \phi_s, \quad \frac{d\phi}{dx} \rightarrow K_x \end{aligned} \quad (3.15)$$

добивамо израз за јачину електричног поља у x правцу

$$K_x = -\frac{d\phi}{dx} = \sqrt{\frac{2q \cdot N_A}{\epsilon_{Si}}} \cdot F(\phi, \phi_F, V_{ch}) \quad (3.16)$$

Према првом од граничних услова (3.15), електростатички потенцијал и његов први извод у унутрашњости полупроводника далеко од површине теже нули,

а према другом граничном услову потенцијал на површини за $x = 0$ прелази у површински потенцијал, а његов први извод у површинско електрично поље.

У изразу (3.16) функција

$$F(\varphi, \phi_F, V_{ch}) = \left[\varphi + u_T \cdot \exp\left(-\frac{\varphi}{u_T}\right) - u_T + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi - 2\phi_F - V_{ch}}{u_T}\right) - \varphi \cdot \exp\left(-\frac{\phi_F}{u_T}\right) - u_T \cdot \exp\left(-\frac{2\phi_F + V_{ch}}{u_T}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.17)$$

у суштини описује електрично поље, и у њој су прва три члана доприноси већинских носилаца (шупљина), а друга три члана допринос мањинских носилаца (електрона).

Када је познато електрично поље K_x (3.16) и концентрација електрона $n(x)$, може се израчунати густина наелектрисања у инверзном слоју Q_{inv} која потиче од електрона, из следеће релације

$$Q_{inv} = q \cdot \int_0^{\infty} n(x) \cdot dx = q \cdot \int_{\phi_s}^{\phi_F} n(\varphi) \cdot \frac{dx}{d\varphi} \cdot d\varphi = q \cdot \int_{\phi_F}^{\phi_s} \frac{n(\varphi)}{\epsilon_x} \cdot d\varphi \quad (3.18)$$

где је горња граница интеграла површински потенцијал ($\varphi = \phi_s$ на $x = 0$), а доња граница интеграла је ϕ_F . Ово је због тога што наелектрисање електрона потиче углавном из области где је концентрација електрона већа од концентрације шупљина. Та област, односно инверзни слој почиње на самој површини полупроводника, а завршава се у тачки полупроводника где је $\varphi = \phi_F$, а што је према класичном критеријуму почетак слабе инверзије.

Напон који је потребно применити на гејту MOS транзистора да се изазове јака инверзија у површинском слоју полупроводника може се представити у облику збира напона:

$$V_G = V_{FB} + \varphi_s + \frac{Q_s}{C_{ox}} \quad (3.19)$$

Овде је V_{FB} напон равних зона који уравнива разлику излазних радова између гејта и полупроводника и наелектрисање у оксиду. Услов равних зона $V_G = V_{FB}$ је и услов нултог површинског потенцијала $\varphi_s = 0$, односно услов да нема наелектрисања на облогама MOS кондензатора $Q_s = 0$. Са φ_s је означен пад напона на осиромашеној области, а последњи члан је пад напона кроз слој просторног наелектрисања у полупроводнику. Q_s је наелектрисање у полупроводнику (једнако, али супротног знака од наелектрисања на гејту) а $C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}}$ је капацитивност оксида гејта по јединици површине.

Густина наелектрисања Q_s индукованог у полупроводнику добија се из Гаусовог закона [61]:

$$Q_s = -\varepsilon_{Si} \cdot K_x \Big|_{\varphi=\varphi_s} = -\sqrt{2\varepsilon_{Si} \cdot q \cdot N_A} \cdot F(\varphi, \phi_F, V_{ch}) = -\gamma \cdot C_{ox} \cdot F(\varphi_s, \phi_F, V_{ch}) \quad (3.20)$$

где се функција $F(\varphi_s, \phi_F, V_{ch})$ добија тако што се потенцијал φ замени површинским потенцијалом φ_s у једначини (3.17), а γ је боди фактор, дефинисан као [62]:

$$\gamma = \frac{\sqrt{2\varepsilon_{Si} \cdot q \cdot N_A}}{C_{ox}} \quad (3.21)$$

Уз (3.20) и (3.21) једначина за расподелу напона примењеног на гејт електроду може да се напише као

$$V_G = V_{FB} + \varphi_s + \gamma \cdot C_{ox} \cdot F(\varphi_s, \phi_F, V_{ch}) \quad (3.22)$$

Једначина (3.22) важи у свим областима рада MOS транзистора (акумулацији, осиромашењу и инверзији). Међутим, у активној области рада (осиромашењу, слабој инверзији и јакој инверзији) површински потенцијал φ_s је позитиван, и још је $\varphi_s \gg u_T$, $2\phi_F \gg u_T$ и $2\phi_F + V_{ch} \gg u_T$. Због тога се функција F , дата једначином (3.16), може написати у следећем апроксимативном облику

$$F(\varphi_s, \phi_F, V_{ch}) \approx \sqrt{\varphi_s + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi_s - 2\phi_F - V_{ch}}{u_T}\right)} \quad (3.23)$$

На тај начин, једначине (3.22) и (3.23), дају

$$V_G = V_{FB} + \varphi_s + \gamma \cdot \sqrt{\varphi_s + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi_s - 2\phi_F - V_{ch}}{u_T}\right)} \quad (3.24)$$

Једначина (3.24) даје тачну зависност површинског потенцијала од напона на гејту за све вредности напона $V_G \gg V_{FB}$. Очигледно је да је то имплицитна релација по φ_s и да се не може решити у затвореном облику. У ствари, за дати напон, може се решити тачно једино коришћењем нумеричких метода, Њутн–Рапсоновог алгоритма или итеративних процедура. То је једначина на којој се граде сви познати класични модели MOS транзистора засновани на анализи површинског потенцијала.

3.3. НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ИМПЛИЦИТНЕ ЈЕДНАЧИНЕ (3.24)

Препишимо једначину (3.24) у следећем облику

$$\varphi_s = 2\phi_F + V_{ch} + u_T \cdot \ln \left\{ \frac{1}{u_T} \left[\frac{1}{\gamma^2} (V_G - V_{FB} - \varphi_s)^2 - \varphi_s \right] \right\} \quad (3.25)$$

Претпоставимо да је φ_s^0 полазни потенцијал φ_s , следећа вредност прорачуна за φ_s добија се из израза за Шродеров ред [63]

$$\varphi_s = \varphi_s^0 + K - \frac{f''}{2f'} K^2 + \frac{(3f''')^2 - f' \cdot f''}{6(f')^2} K^3 + \frac{10f' \cdot f''' - (f')^2 \cdot f'' - 15(f'')^3}{24(f')^3} K^4 \quad (3.26)$$

где је само првих 5 чланова реда приказано и узето у обзир. Апострофи над f означавају ред извода функције $f(\varphi_s)$ дате као

$$f = f(\varphi_s) = [V_G - V_{FB} + \varphi_s]^2 - \gamma^2 \cdot \left[\varphi_s + u_T \cdot \exp \left(\frac{\varphi_s - 2\phi_F - V_{ch}}{u_T} \right) \right] = 0 \quad (3.27)$$

и

$$K = -\frac{f}{f'} \quad (3.28)$$

Прва три члана реда одговарају Њутн-Рапсоновој итерацији, преостала три члана су мања, али је њихов допринос површинском потенцијалу у слабој инверзији значајан.

Погодан полазни површински потенцијал претпостављен је у [64]

$$\varphi_s^0 = V_a + V_{ch} + u_T \cdot \ln \frac{1}{1 + \exp(V_a + V_{ch} - \varphi_{ss})} \quad (3.29)$$

где је

$$V_a = 2\phi_F + u_T \cdot \ln \left\{ \frac{1}{u_T} \left[\frac{1}{\gamma^2} (V_G - V_{FB} - 2\phi_F)^2 - 2\phi_F \right] + 2 \right\} \quad (3.30)$$

а φ_{ss} је φ_s у слабој инверзији, дат као [64,65]

$$\varphi_{ss} = V_G - V_{FB} + \frac{\gamma^2}{2} - \gamma \cdot \sqrt{V_G - V_{FB} + \frac{\gamma^2}{4}} \quad (3.31)$$

Полу-емпиријска једначина (3.29) је таква да је у јакој инверзији $\varphi_s^0 \approx V_{ch} + V_a$, а у слабој инверзији $\varphi_s^0 \approx \varphi_{ss}$, због чега, прати генерално понашање површинског потенцијала φ_s . Знак апсолутне вредности у (3.30) је ради избегавања негативне вредности аргумента у слабој инверзији. Са полазним потенцијалом датим (3.29), добијена је тачна процена φ_s у свим областима рада коришћењем (3.31). Нормално се захтевају једна или две итерације.

3.4. АПРОКСИМАТИВНО АНАЛИТИЧКО РЕШЕЊЕ ИМПЛИЦИТНЕ ЈЕДНАЧИНЕ (3.24)

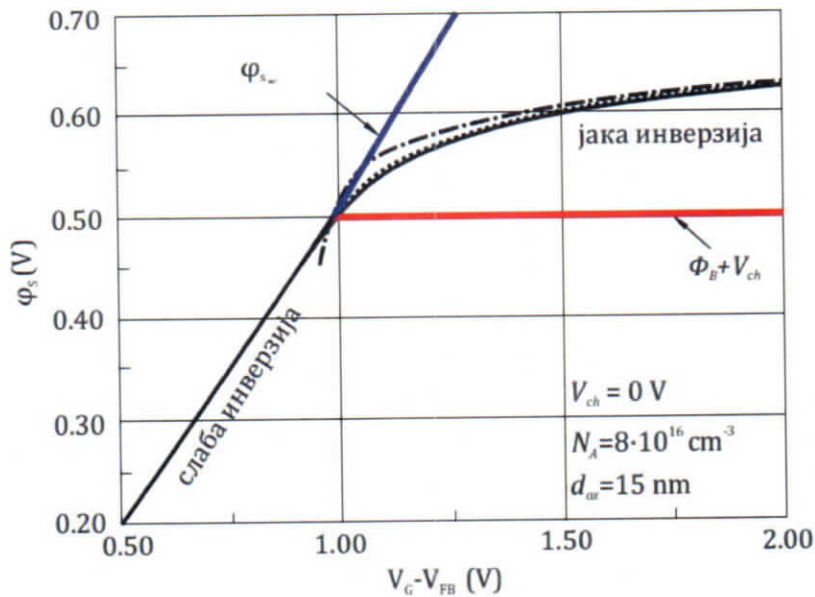
Нумеричко решавање имплицитне релације (3.24) захтева значајно рачунарско време. Да би скратили време израчунавања, а задржали при том неопходну тачност, велики број истраживача радио је на развоју апроксимативног експлицитног решења једначине (3.24), односно апроксимативног аналитичког модела површинског потенцијала.

У овом одељку ћемо поћи од MOS структуре приказане на сл. 3.1 и претпоставке да су апроксимација стрмог канала и апроксимација наелектрисања осиромашеног и инверзног слоја оправдане. Прво морамо направити разлику између области слабе и области јаке инверзије, као што је означено на сл. 3.3 [66]. На овој слици пуном линијом је представљен површински потенцијал добијен нумеричким решавањем имплицитне једначине (3.24).

У области слабе инверзије површински потенцијал има вредност:

$$0 < \varphi_s < 2\phi_F + V_{ch} \tag{3.32}$$

због чега се експоненцијални члан у релацији (3.24) може занемарити.



Сл. 3.3. Површински електростатички потенцијал φ_s у функцији ефективног напона на гејту $V_{GB} - V_{FB}$ добијен из: имплицитне релације (3.24) (пуна линија); апроксимације слабе инверзије (3.33) (плава линија) и различитих апроксимација јаке инверзије са $\phi_B = 2\phi_F$ (тачкаста, тачка-црта и црвена линија).

Занемаривањем експоненцијалног члана добијамо апроксимативну релацију за површински потенцијал у слабој инверзији

$$\varphi_{s_{wi}} = \left(-\frac{\gamma}{2} + \sqrt{V_G - V_{FB} + \frac{\gamma^2}{4}} \right)^2 \quad (3.33)$$

Према релацији (3.33) површински потенцијал у области слабе инверзије је приближно пропорционалан ефективном напону на гејту $V_G - V_{FB}$.

У области јаке инверзије површински потенцијал, пак, има вредности

$$\varphi_s > 2\phi_F + V_{ch} \quad (3.34)$$

због чега експоненцијални члан у (3.24) постаје доминантан. У ствари, површински потенцијал постаје практично независан од напона на гејту и у апроксимацији првог реда се усваја да површински потенцијал има константну вредност:

$$\varphi_{s_{ii}} = \phi_B + V_{ch} \quad (3.35)$$

За ϕ_E најчешће се узима да је једнак $2\phi_F$, што је класичан критеријум за почетак јаке инверзије. Са сл. 3.3 је јасно да једначина (3.35) уз $\phi_B = 2\phi_F$ даје погрешне резултате. То је због тога што је вредност ϕ_B понекад за неколико u_T већа од $2\phi_F$, па кад се то узме у обзир добијају се много тачнији резултати, нарочито при великим вредностима напона на гејту V_G . Међутим, у области прелаза између слабе и јаке инверзије, тј. у области умерене инверзије резултати остају нетачни.

Много тачнији израз за површински потенцијал у јакој инверзији може се добити ако се сматра да је експоненцијални члан у (3.24) доминантан, а да се у свим осталим члановима φ_s може заменити константном вредношћу $\phi_B = 2\phi_F + V_{ch}$.

У том случају једначина (3.24) своди се на

$$V_G - V_{FB} - \phi_B = \gamma \cdot \sqrt{\phi_B + u_T \cdot \left[\exp\left(\frac{\varphi_s - V_{ch} - 2\phi_F}{u_T}\right) \right]} \quad (3.36)$$

одакле се добија експлицитан апроксимативан израз за површински потенцијал у јакој инверзији:

$$\varphi_{s_{ii}} = 2\phi_F + V_{ch} + u_T \cdot \ln \left\{ \frac{1}{u_T} \cdot \left[\left(\frac{V_G - V_{FB} - \phi_B}{\gamma} \right)^2 - \phi_B + u_T \right] \right\} \quad (3.37)$$

Члан u_T под логаритмом је додат како би био испуњен услов да је $\varphi_{s_{wi}} = \varphi_{s_{ii}}$ када је напон на гејту једнак напону прага [67]

$$V_T = V_{FB} - V_{SB} + \phi_B + V_{ch} + \gamma \cdot \sqrt{\phi_B + V_{SB}} \quad (3.38)$$

Међутим, када φ_s није фиксиран на вредност $2\phi_F + V_{SB}$, већ може имати неку вредност између $2\phi_F + V_{SB}$ (површински потенцијал на крају канала код сорса) и $2\phi_F + V_{SB} + V_{DS}$ (површински потенцијал на крају канала код дрејна), напон прага постаје диференцијална величина која варира дуж канала услед варијације површинског потенцијала [68]

$$V_T(\varphi_s) = V_{FB} - V_{SB} + \varphi_s + \gamma \cdot \sqrt{\varphi_s} \quad (3.39)$$

Иако је јасно да су резултати (3.37) много тачнији од резултата једначине (3.35) (линија црта – тачка у односу на црвену линију на сл. 3.3), још увек постоји велико одступање од нумеричких резултата, нарочито за вредности напона V_G управо изнад напона прага. Другим речима, када се за израчунавање површинског потенцијала користи експлицитан израз (3.37) са константном вредношћу ϕ_B , чини се одређена грешка. На сл. 3.3 видимо да за велике вредности V_G , φ_s изгледа као да улази у засићење за вредности које су за неколико u_T веће од $2\phi_F$, а што код конвенционалних MOS транзистора износи око $4 \cdot u_T$. Површински потенцијал φ_s мења се од $2\phi_F + V_{ch}$ при напону на гејту једнаком напону прага до $2\phi_F + V_{ch} + 4u_T$ за велике вредности напона на гејту. Оваква се промена може реализовати помоћу једне прости емпиријске функције [69]

$$\varphi^* = 2\phi_F + V_{ch} + \frac{(\varphi_{s_{wi}} - 2\phi_F - V_{ch})}{\sqrt{1 + \left[\frac{\varphi_{s_{wi}} - 2\phi_F - V_{ch}}{4u_T} \right]^2}} \quad (3.40)$$

Сада константну вредност ϕ_B у једначини (3.37) можемо заменити функцијом φ^*

$$\varphi_{s_{si}} \approx 2\phi_F + V_{ch} + u_T \cdot \ln \left\{ \frac{1}{u_T} \cdot \left[\left(\frac{V_G - V_{FB} - \varphi^*}{\gamma} \right)^2 - \varphi^* + u_T \right] \right\} \quad (3.41)$$

С обзиром да је квадратни члан под логаритмом доминантан последњи израз се приближно може преписати у следећем облику

$$\varphi_{s_{si}} \approx 2\phi_F + V_{ch} + u_T \cdot \ln \left\{ \frac{1}{u_T} \cdot \left[\left(\frac{V_G - V_{FB} - \varphi^*}{\gamma} \right)^2 - 2\phi_F - V_{ch} + u_T \right] \right\} \quad (3.42)$$

Последња једначина даје тачну зависност површинског потенцијала од примењеног напона у целој области јаке инверзије. Ако се сви чланови $2\phi_F + V_{ch}$ у њој замене са $\varphi_{s_{si}}$, површински потенцијал $\varphi_{s_{si}}$ прелази у $\varphi_{s_{wi}}$.

Континуални прелаз од слабе ($\varphi_s = \varphi_{s_{wi}}$) до јаке инверзије ($\varphi_s = \varphi_{s_{si}}$) може се постићи ако $2\phi_F + V_{ch}$ у једначини (3.42) заменимо функцијом $f(V_G, V_{ch})$ која се

глатко мења од $\varphi_{s_{swi}}$ у осиромашењу и слабој инверзији до $2\phi_F + V_{ch}$ у јакој инверзији. Најчешћи облик емпиријске функције $f(V_G, V_{ch})$ је [70]:

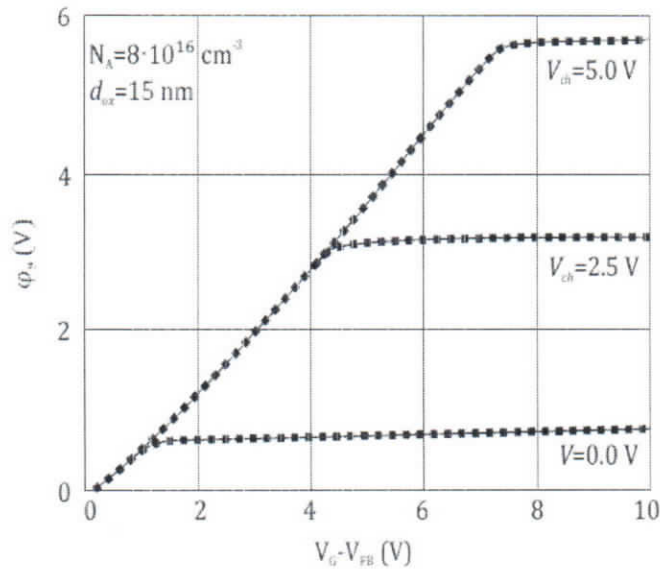
$$f(V_G, V_{ch}) = \frac{2\phi_F + V_{ch}}{2} + \frac{\varphi_{s_{swi}}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varphi_{s_{swi}} - 2\phi_F - V_{ch})^2 + 4\varepsilon^2} \quad (3.43)$$

Параметар ε контролише глаткост овог прелаза и може да има сталну вредност од 0,02 V [66].

Након извесног сређивања комплетан израз за површински потенцијал постаје

$$\varphi_s = f + u_T \cdot \ln \left\{ \frac{1}{\gamma \sqrt{u_T}} \left[V_G - V_{FB} - f - \frac{\varphi_{s_{swi}} - f}{\sqrt{1 + \left(\frac{\varphi_{s_{swi}} - f}{4u_T} \right)^2}} - \frac{f}{u_T} + 1 \right] \right\}^2 \quad (3.44)$$

Површински потенцијал φ_s у функцији напона на гејту $V_G - V_{FB}$, израчунат према једначини (3.44), приказан је на сл. 3.4 за различите вредности квази Фермијевог потенцијала V_{ch} . На истој слици су, поређења ради, приказани и нумерички резултати имплицитне релације (3.24). Са сл. 3.4 се види да је једначина (3.44) тачна апроксимација релације (3.24). Многобројна поређења [71,72]



Сл. 3.4. Електростатички површински потенцијал φ_s у функцији напона на гејту $V_G - V_{FB}$ за различите вредности потенцијала канала V_{ch} добијен из имплицитне релације (3.24) (тачке) и експлицитне релације (3.44) (пуне линије). Параметри структуре су $N_A = 8 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ и $d_{ox} = 15 \text{ nm}$

резултата ових двеју једначина показала су да се максимум релативног одступања од свега 0.4 % појављује у области умерене инверзије.

3. 5. МОДЕЛ НАЕЛЕКТРИСАЊА ИНВЕРЗНОГ И ОСИРОМАШЕНОГ СЛОЈА MOS ТРАНЗИСТОРА

За израчунавање струје дрејна претпостављамо да је покретљивост носилаца у каналу константна, односно занемарујемо ефекте смањења покретљивости и сатурације брзине. Под претпоставком да важи апроксимација стрмог канала и апроксимација наелектрисања инверзног и осиромашеног слоја, струју дрејна можемо приказати у облику збира струја дрејфа и дифузије [73]:

$$I_D = I_{drift} + I_{diff} \quad (3.45)$$

Струја дрејфа је

$$I_{drift} = \frac{\mu \cdot C_{ox} \cdot W}{L} \left[\left(V_G - V_{FB} - \frac{\varphi_{s_L} + \varphi_{s_0}}{2} \right) \cdot (\varphi_{s_L} - \varphi_{s_0}) - \frac{2}{3} \gamma (\varphi_{s_L}^{3/2} - \varphi_{s_0}^{3/2}) \right] \quad (3.46)$$

а струја дифузије је

$$I_{diff} = \frac{\mu \cdot C_{ox} \cdot W}{L} \cdot u_T \cdot \left[\varphi_{s_L} - \varphi_{s_0} + \gamma (\sqrt{\varphi_{s_L}} - \sqrt{\varphi_{s_0}}) \right] \quad (3.47)$$

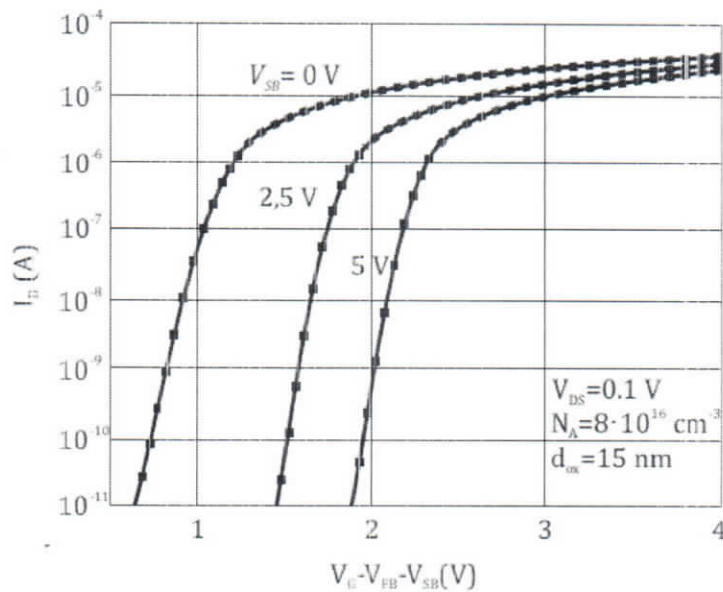
У претходним једначинама φ_{s_0} и φ_{s_L} представљају електростатички површински потенцијал на крају канала уз сорс и дрејн, респективно. Релација (3.47) може се искористити за израчунавање и φ_{s_0} и φ_{s_L} тако што се у њој напон V_G замени са V_{SB} и V_{DB} , респективно.

Компонента дифузионе струје је доминантна у области напона мањих од напона прага где су и φ_{s_0} и φ_{s_L} приближно једнаке φ_{sw} . Подразумева се да би врло мала грешка у вредностима φ_{s_0} и φ_{s_L} довела до релативно велике грешке у разлици $\varphi_{s_0} - \varphi_{s_L}$, и на тај начин и у вредности струје дифузије. Да бисмо избегли те грешке, помоћу имплицитне релације (3.24) препишујемо једначину (3.47) на следећи начин

$$I_{diff} = \frac{\mu \cdot C_{ox} \cdot W}{L} \cdot u_T \cdot \left\{ \sqrt{\varphi_{s_0} + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi_{s_0} - V_{SB} - 2\phi_F}{u_T}\right)} - \sqrt{\varphi_{s_0}} - \left(\sqrt{\varphi_{s_L} + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi_{s_L} - V_{DB} - 2\phi_F}{u_T}\right)} - \sqrt{\varphi_{s_L}} \right) \right\} \quad (3.48)$$

Ако у претходној релацији ставимо да су φ_{s_0} и φ_{s_L} једнаки φ_{sw} у области напона на гејту испод напона прага добићемо тачне резултате за дифузиону струју.

Струја дрејна за идеалан дугоканални MOS транзистор израчуната из релација (3.45), (3.46) и (3.48) уз вредности површинског потенцијала добијених нумеричким решавањем имплицитне релације (3.24) и из експлицитне апроксимативне релације (3.44) приказана је на сл.3.5. Максимална релативна девијација запажа се на самом прагу и мања је од 2%. Средње релативно одступање у целој области је мање од 0.2%, што значи да побољшање добијено експлицитном анализом површинског потенцијала није довело до осетног смањења тачности резултата.



Сл. 3.5. Струја дрејна у функцији напона на гејту $V_G - V_{FB} - V_{SB}$ уз вредности површинског потенцијала добијених из имплицитне једначине (3.24 - симболи) и из експлицитне апроксимације (3.44-линије)

4. КВАНТНО МЕХАНИЧКИ ЕФЕКТИ У ПОВРШИНСКОМ СЛОЈУ ПОЛУПРОВОДНИКА

Под утицајем трансверзалног електричног поља примењеног на површину полупроводника већински носиоци наелектрисања бивају привучени ка површини или одбијени од ње и потиснути у унутрашњост. Да ли ће доћи до привлачења или одбијања већинских носиоца зависи од врсте њиховог наелектрисања и од смера примењеног поља. У оба случаја долази до прерасподеле наелектрисања и стварања слоја просторног наелектрисања уз површину полупроводника. Када тај површински слој чине већински носиоци говоримо о акумулацији, а када га чине мањински носиоци наелектрисања о инверзији.

У инверзном слоју енергетске зоне се криве тако да се образује потенцијална јама описана потенцијалом $\varphi(z)$ за $z > 0$ и бесконачно високим зидом за $z < 0$. Ограничени у тој јами носиоци наелектрисања се неће понашати као класичне честице, него ће испољавати своја таласна својства, зато што је њихова таласна дужина реда величине дебљине површинског слоја полупроводника. Ако на собној температури електрон у потенцијалној јами има масу реда величине масе слободног електрона ($m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$), његова таласна дужина биће реда величине 10 nm . Истог реда величине је и дебљина површинског инверзног слоја.

Квантни ефекти се испољавају у случају јаке инверзије и јаке акумулације. Принципијелне разлике између ова два случаја нема, тј. јављају се исти ефекти. Међутим, нешто лакше је третирати случај инверзије [74], због тога што је инверзни слој одвојен осиромашеном облашћу од унутрашњости полупроводника, док са акумулисаним слојем то није случај. Олакшање се састоји и у томе што се у случају инверзије може сматрати да се носиоци наелектрисања који су релевантни у инверзном слоју налазе само у њему.

Исто тако је лакше разматрати површински слој који је n -типа, јер је структура проводне зоне обично простија него валентне па је тиме и тензор ефективне масе простији. У овој глави ћемо посматрати случај инверзног слоја n -типа. За остале случајеве се може спровести аналогни поступак.

4.1 КРЕТАЊЕ НОСИЛАЦА НАЕЛЕКТРИСАЊА У ИНВЕРЗНОМ СЛОЈУ

Да би описали кретање електрона у површинском инверзном слоју морамо поћи од Шредингерове једначине облика:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U(\vec{r})\Psi + V(\vec{r})\Psi = E\Psi \quad (4.1)$$

где је $U(\vec{r})$ периодична потенцијална енергија решетке која је непозната.

У близини међуповршине полупроводник – оксид електрони се крећу кроз простор у којем влада веома сложена расподела потенцијала. С једне стране електрони су суочени са периодичним потенцијалом кристалне решетке полупроводника $U(\vec{r})/q$ на који се суперпонира потенцијал релативно споро променљивог електричног поља насталог услед: примењеног напона, разлике у излазним радовима између метала и полупроводника и фиксног наелектрисања које може, из било којих разлога, постојати на површини полупроводника. Са друге стране суочени су са потенцијалом оксида који је обично аморфан, тако да на самој граници постоји велика потенцијална баријера која тежи да задржи електроне изван оксида. Поред тога, може постојати и прелазни слој чије се особине разликују и од особина полупроводника и од особина оксида.

Због сложене расподеле потенцијала, пре него што приступимо решавању Шредингерове једначине (4.1), уводимо следеће апроксимације [75]:

- **Хартријеву једноелектронску апроксимацију**, према којој се занемарује међусобна интеракција валентних електрона, а Хамилтонијан чврстог тела представља у облику збира Хамилтонијана појединачних електрона. У оквиру ове апроксимације, решење Шредингерове једначине (4.1) тражи се у облику производа једноелектронских таласних функција, од којих је свака решење одговарајуће једноелектронске Шредингерове једначине. Хартријева апроксимација је оправдана у случају довољно велике концентрације електрона у инверзном слоју, када је средња кинетичка енергија електрона много већа од средње енергије њихове међусобне интеракције;
- **Апроксимацију бесконачно високе потенцијалне баријере**, према којој потенцијална баријера на међуповршини полупроводник-оксид ($z=0$) спречава продор електрона у оксид, због чега таласна функција електрона ишчезава на површини полупроводника;
- **Апроксимацију еквивалентног електричног поља** којим се може заменити утицај површинских стања и наелектрисања на центрима захвата који могу постојати у граничном слоју оксида уз полупроводник.

- **Апроксимацију ефективних маса**, према којој се кретање електрона у периодичном пољу кристалне решетке полупроводника може посматрати као кретање слободног електрона ако му се, уместо масе m , припише ефективна маса m^* . Према овој апроксимацији може се занемарити микроскопска структура кристала полупроводника и користити ефективне масе и диелектрична константа идеалног кристала;

Апроксимација ефективних маса је оправдана уколико су, у елементарној ћелији кристала, промене макроскопског потенцијала $V(\vec{r})$ много мање од одговарајућих промена микроскопског потенцијала $U(\vec{r})$ [76]. Највеће вредности електричног поља које се могу остварити на MOS структури са SiO_2 су око $2 \cdot 10^8 \text{ V/m}$ што одговара пробојном пољу за силицијум-диоксид. Ова поља изазивају промену потенцијала од око $0,1 \text{ V}$ у елементарној ћелији кристала чија је константа кристалне решетке $0,54 \text{ nm}$ (Si). С друге стране, промена периодичног потенцијала у елементарној ћелији кристала силицијума је реда $0,01 \cdot R_y$ [77], ($R_y = 13,6 \text{ V}$ -Ридбергова константа). То значи да је, у елементарној ћелији кристала силицијума, промена спољашњег потенцијала реда величине промене периодичног потенцијала кристалне решетке само за највеће вредности електричног поља, односно да се оправданост апроксимације ефективних маса доводи у питање само за највеће вредности површинског електричног поља.

Према теорији енергетских зона проводна зона силицијума има шест еквивалентних минимума у $\{100\}$ правцима у k простору. Минимуми се налазе на растојању $0,85 \cdot 2\pi/a$ од координатног почетка, где је a константа кристалне решетке. У апроксимацији ефективних маса изоенергетске површине у проводној зони силицијума имају облик ротационих елипсоида са осм ротације дуж одговарајућег k правца. Лонгитудинална ефективна маса у правцу осе ротације за силицијум износи $m_l = 0,98m_0$, а трансверзална ефективна маса у правцу нормале на осу ротације износи $m_t = 0,19m_0$ (m_0 је маса слободног електрона).

Валентна зона силицијума има двоструко дегенерисани минимум у самом координатном почетку k простора. У апроксимацији ефективних маса, за мале вредности енергија, изоенергетске површине у валентној зони силицијума имају облик сфера са ефективном масом $m_h = 0,5m_0$ за тешке и $m_l = 0,16m_0$ за лаке шупљине. Ако се индексом j означавају различити минимуми енергетских зона у k простору, за проводну зону силицијума тај индекс ће имати вредности од 1 до 6, а за валентну зону само 1 и 2.

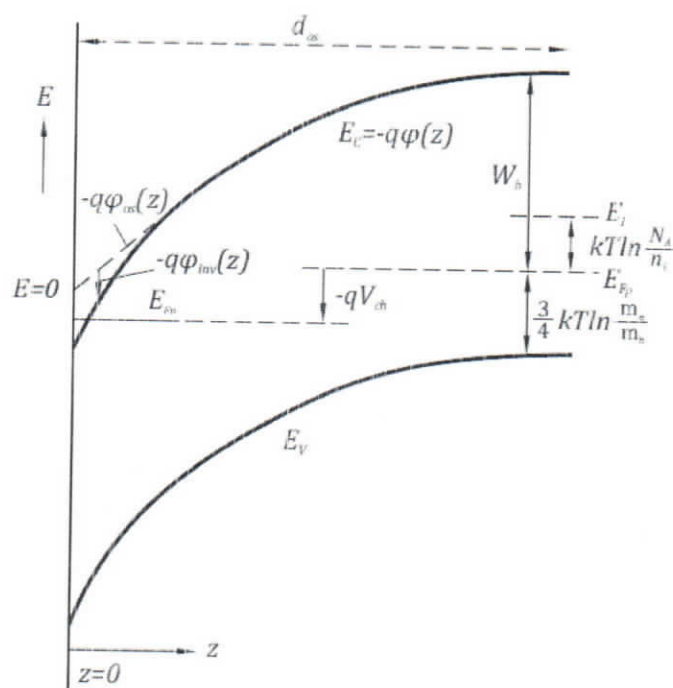
4.2. ПОТЕНЦИЈАЛНА ЈАМА УЗ ПОВРШИНУ ПОЛУПРОВОДНИКА

Потенцијална јама коју формирају искривљене енергетске зоне у површинској области полупроводника шематски је приказана на сл. 4.1. На слици је означено да је енергија дна проводне зоне E_C (и енергија врха валентне зоне E_V) функција координате z која је управна на међуповршину полупроводник-оксид. Међуповршина Si-SiO₂ смештена је у координатном почетку ($z = 0$).

Под претпоставком да важи апроксимација тоталног осиромашења према којој у осиромашеном слоју нема слободних носилаца наелектрисања, као и да су све величине које карактеришу површински слој полупроводника независне од координата паралелних са површином, потенцијал у слоју просторног наелектрисања можемо представити у облику збира:

$$\varphi(z) = \varphi_{os}(z) + \varphi_{inv}(z) \quad (4.2)$$

где је $\varphi_{os}(z)$ потенцијал осиромашеног слоја, а $\varphi_{inv}(z)$ је потенцијал инверзног слоја. Ти потенцијали се одређују из Пуасонове једначине за осиромашени и инверзни слој, респективно:



Сл. 4.1. Шематски приказ кривљења енергетских зона у инверзном слоју n -типа

$$\frac{d^2 \varphi_{os}}{dz^2} = \frac{q}{\epsilon_S} N_A \quad 0 < z < d_{os} \quad (4.3)$$

$$\frac{d^2 \varphi_{inv}}{dz^2} = \frac{q}{\epsilon_S} n(z) \quad (4.4)$$

С обзиром да се изван инверзног слоја концентрација електрона (мањинских носилаца наелектрисања) може занемарити, потенцијал инверзног слоја и његов први извод на $z = d_{os}$ испуњавају следеће граничне услове:

$$\begin{aligned} \varphi_{inv}(d_{os}) &= 0, \\ \left. \frac{d\varphi_{inv}}{dz} \right|_{z=d_{os}} &= 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Са друге стране, на ивици осиромашеног слоја $z = d_{os}$, потенцијал $\varphi_{os}(z)$ и његов извод, тј електрично поље морају испуњавати следеће услове континуалности:

$$\begin{aligned} -q \cdot \varphi_{os} &= E_{fp} + W_b, \\ \left. \frac{d\varphi_{os}}{dz} \right|_{z=d_{os}} &= 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Према условима (4.6) на ивици осиромашеног слоја потенцијал и електрично поље осиромашеног слоја глатко прелазе на вредности потенцијала и електричног поља у електрично неутралној унутрашњости полупроводника.

Са W_b је означено растојање од дна проводне зоне до квази Фермијевог нивоа за већинске носиоце (шупљине) E_{fp} (сл. 4.1). За дати полупроводнички материјал, при одређеној температури, када су све примесе јонизоване и када се може применити Болцманова статистика, W_b је:

$$W_b = E_C - E_{fp} = \frac{1}{2} E_g + kT \ln \frac{N_A}{n_i} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_e}{m_h} \quad (4.7)$$

где су m_e и m_h ефективне масе густине стања за електроне и шупљине, n_i је сопствена концентрација носилаца на температури T . И у случају да нису испуњени услови под којима важи једначина (4.7), W_b је потпуно одређено за посматрани полупроводник са датом концентрацијом примесе N_A и при датој температури T .

Произвољно бирамо да потенцијал осиромашеног слоја има на површини полупроводника вредност нула:

$$\varphi_{os}(0) = 0 \quad (4.8)$$

Сада можемо ближе да формулишемо укупно кривљење зона које изазива наелектрисање осиромашеног слоја као разлику између вредности потенцијала $\varphi_{os}(z)$ на $z = d_{os}$ и на $z = 0$.

Интеграција једначине (4.3) уз граничне услове (4.6) и (4.8) даје следеће резултате:

$$\varphi_{os}(z) = -\frac{qN_A}{\epsilon_S} \left(d_{os} \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) \quad (4.9)$$

$$d_{os} = \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{qN_A} \left(\frac{E_{Fn}}{q} + \frac{W_b}{q} - V_{ch} \right)} \quad (4.10)$$

Са V_{ch} означен је потенцијал канала дефинисан као разлика између квази Фермијевих нивоа електрона E_{Fn} у инверзном слоју и шупљина у E_{Fp} у унутрашњости полупроводника:

$$E_{Fn} - E_{Fp} = qV_{ch} \quad (4.11)$$

Када је $V_{ch} = 0$ полупроводник је у термичкој равнотежи, а квази Фермијеви нивои E_{Fn} и E_{Fp} су изједначени са константним Фермијевим нивоом E_F . Ниске вредности потенцијала V_{ch} узрокују малу густину струје у инверзном слоју и при том је E_{Fn} константно у области инверзног слоја, а E_{Fp} је константно у унутрашњости полупроводника (сл. 4.1).

С обзиром да је у већини практичних случајева ширина инверзног слоја много мања од ширине осиромашеног слоја, квадратни члан z^2 у изразу (4.9) се може занемарити, односно за $\varphi_{os}(z)$ се апросимативно може узети да линеарно зависи од координате z :

$$\varphi_{os}(z) = -\frac{qN_A}{\epsilon_S} d_{os} z = -K \cdot z \quad (4.12)$$

У претходној релацији са K је означено електрично поље у површинској области полупроводника, које се јавља због фиксног наелектрисања јонизованих примеса у осиромашеном слоју.

Да би одредили потенцијал инверзног слоја $\varphi_{inv}(z)$, према Пуасоновој једначини (4.4) морамо доћи до израза за концентрацију електрона $n(z)$ у инверзном слоју.

4.3. ШРЕДИНГЕРОВА ЈЕДНАЧИНА У ИНВЕРЗНОМ СЛОЈУ

У апроксимацији ефективних маса Шредингерова једначина за један електрон у једном минимуму проводне зоне (индекс j) може се написати у следећем облику:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \nabla \left(\frac{\bar{1}}{m^*} \right) \nabla - q\varphi(z) \right] \Psi^{(j)}(\vec{r}) = E^{(j)} \Psi^{(j)}(\vec{r}) \quad (4.13)$$

или у скаларном облику

$$\left[-\sum_{k,l=x,y,z} \frac{\hbar^2}{2m_{kl}^{(j)}} \frac{\partial^2}{\partial k \partial l} - q \cdot \varphi(z) \right] \Psi^{(j)}(\vec{r}) = E^{(j)} \Psi^{(j)}(\vec{r}) \quad (4.14)$$

где су

$$\frac{1}{m_{kl}^{(j)}} = \left(\frac{\bar{1}}{m^{*j}} \right)_{kl}; \quad \left(\frac{1}{m_{kl}} = \frac{1}{m_{lk}} \right) \quad (4.15)$$

компоненте тензора реципрочне ефективне масе за изабрани j -ти минимум проводне зоне у односу на координатни систем (x, y, z) у којем је правац z осе одређен оријентацијом површине.

У случају да нема спољашњег поља таласна функција Ψ се може претпоставити у облику $\exp(i\vec{k}\vec{r})$. С обзиром да потенцијал зависи само од координате z може се сматрати да $\varphi(z)$ неће променити зависност таласне функције од x и y , те се може написати [78]:

$$\Psi^{(j)}(\vec{r}) = \psi^{(j)}(z) e^{i\theta z} \cdot e^{i(k_x x + k_y y)} \quad (4.16)$$

где је θ нека функција од k_x и k_y , коју ћемо одредити тако да једначина (4.14) нема први извод таласне функције $\psi(z)$ по z . Уносећи (4.16) у (4.14) добија се:

$$\left[-\sum_{k,l=x,y,z} \frac{\hbar^2}{2m_{kl}^{(j)}} \frac{\partial^2}{\partial k \partial l} - q \cdot \varphi(z) \right] \left[\psi^{(j)}(z) e^{i\theta z} \cdot e^{i(k_x x + k_y y)} \right] = E^{(j)} \psi^{(j)}(z) e^{i\theta z} \cdot e^{i(k_x x + k_y y)}$$

После множења и сређивања је:

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{2m_{zz}^{(j)}} \frac{\partial^2 \psi^{(j)}(z)}{\partial z^2} - i\hbar^2 \left(\frac{k_x}{m_{xz}^{(j)}} + \frac{k_y}{m_{yz}^{(j)}} + \frac{\theta}{m_{zz}^{(j)}} \right) \frac{\partial \psi^{(j)}(z)}{\partial z} - q\varphi(z) \psi^{(j)}(z) = \\ & \left[E^{(j)} - \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2}{m_{xx}^{(j)}} + \frac{k_y^2}{m_{yy}^{(j)}} + \frac{2k_x k_y}{m_{xy}^{(j)}} + \frac{2\theta k_x}{m_{xz}^{(j)}} + \frac{2\theta k_y}{m_{yz}^{(j)}} + \frac{\theta^2}{m_{zz}^{(j)}} \right) \right] \psi^{(j)}(z) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Ако се стави:

$$\theta = -m_{zz}^{(j)} \left(\frac{k_y}{m_{yz}^{(j)}} + \frac{k_x}{m_{xz}^{(j)}} \right) \quad (4.19)$$

добија се

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_{zz}^{(j)}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - q \cdot \varphi(z) \right] \psi_i^{(j)}(z) = E_{z,i}^{(j)} \cdot \psi_i^{(j)}(z) \quad (4.20)$$

Где је $\psi_i^{(j)}$ - својствена таласна функција која одговара i -том енергетском нивоу, $E_{z,i}^{(j)}$ - енергија за кретање електрона у z -правцу, тј. нормално на површину полупроводника:

$$E^{(j)} = E_{z,i}^{(j)} + \frac{\hbar^2}{2} \left[\left(\frac{1}{m_{xx}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{zz}^{(j)2}} \right) k_x^2 + 2 \left(\frac{1}{m_{xy}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{xz}^{(j)} m_{yz}^{(j)}} \right) k_x k_y + \left(\frac{1}{m_{yy}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{yz}^{(j)2}} \right) k_y^2 \right] \quad (4.21)$$

У релацији (4.21) са $E^{(j)}$ је означена енергија j -тог минимума проводне зоне.

Таласне функције $\psi_i^{(j)}(z)$ морају испуњавати следеће граничне услове:

$$\psi_i^{(j)}(\infty) = 0 \quad (4.22)$$

јер нема електрона за $z \rightarrow \infty$, и

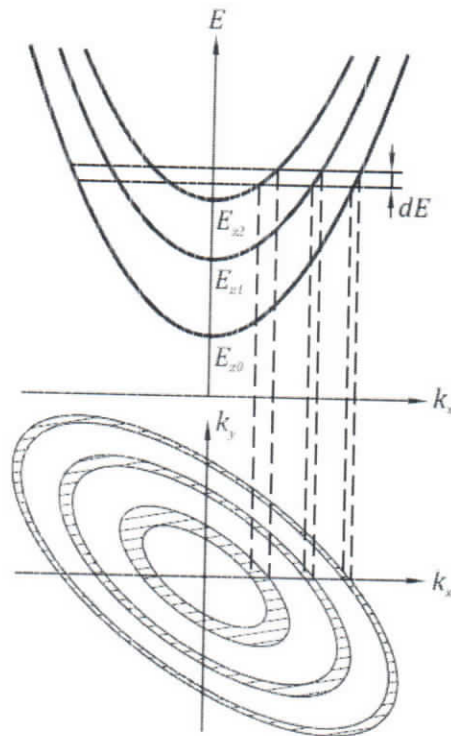
$$\psi_i^{(j)}(0) = 0 \quad (4.23)$$

Према граничним условима (4.22) и (4.23) таласна функција електрона ишчезава и на површини полупроводника и у унутрашњости полупроводника далеко од површине. Гранични услов (4.23) није сасвим коректан зато што према њему на међуповршини полупроводник - оксид мора постојати бесконачно висока потенцијална баријера која спречава продор електрона у оксид. Међутим, баријера која постоји на међуповршини полупроводник - оксид није бесконачна, већ је одређена излазним радом оксида. У случају међуповршине Si-SiO₂ потенцијална баријера која је приближно једнака 3 eV може се сматрати бесконачном у односу на растојања од 10 до 100 meV између дискретних енергетских нивоа $E_{z,i}^{(j)}$ за кретање електрона нормално на површину.

Услов нормирања таласне функције $\psi_i^{(j)}$, с обзиром на релацију (4.16), је:

$$\langle \psi_i^{(j)} | \psi_k^{(j)} \rangle = \int_0^\infty \psi_i^{(j)} \cdot \psi_k^{(j)*} dz = \delta_{ki} = \begin{cases} 1, & k = i \\ 0, & k \neq i \end{cases} \quad (4.24)$$

Решење Шредингерове једначине (4.20) даје дискретне нивое енергије за кретање електрона у z правцу. Енергија за кретање паралелно површини биће квадратна функција од таласних бројева k_x и k_y . Сваки енергетски ниво $E_{z,i}^{(j)}$, добијен решавањем Шредингерове једначине (4.20), представља дно континуума који се назива подзона. Дводимензионалне параболичке подзоне дефинисане релацијом (4.21) шематски су приказане на сл. 4.2. Ако електрон има укупну енергију E и енергију $E_{z,i}^{(j)}$ за кретање у z правцу, он може бити у свим стањима која се налазе на одговарајућој елипси у $k_x - k_y$ равни.



Сл.4.2. Скица дводимензионалних параболничких подзона за носиоце у инверзном слоју са квантованим кретањем нормално на површину. Горњи део дијаграма даје пресек површине енергије са равни $E - k_x$, а доњи део је пројекција на $k_y - k_x$ раван оних делова површине енергије који имају енергију између E и $E + dE$

Иста оваква структура подзона може се јавити код танких филмова. Једина је разлика у томе што су овде енергетски нивои одређени потенцијалом на граници површинског слоја, док су код танких филмова одређени дебљином филма. Подзоне и енергетски нивои у MOS структури могу се, у принципу, одредити експериментално на исти начин као што је предложено за танке филмове [79]. Наиме, ради се о резонантној апсорпцији фонона која изазива прелазе између подзона. Међутим, ови експерименти захтевају савладавање одређених тешкоћа везаних за ниске температуре, јер су због термалног кретања електрона подзоне у ствари области енергије реда kT . Поред тога, знатне тешкоће представљају реализација извора фонона и њихова колимација.

4.4. КОНЦЕНТРАЦИЈА ЕЛЕКТРОНА У ИНВЕРЗНОМ СЛОЈУ

Израчунаћемо број електрона по јединици површине паралелене споју, на месту z , који имају енергију $E_{z,i}^{(j)}$ за кретање у правцу z . Другим речима, израчунаћемо број електрона који се налазе на i -том енергетском нивоу

(подзони), а потичу из j -тог минимума проводне зоне. Ако број тих електрона означимо са $N_i^{(j)}$, важиће

$$N_i^{(j)} = \int_{E_{z,i}^{(j)}}^{\infty} D_i^{(j)}(E) f_{FD} dE \quad (4.25)$$

где је

$$f_{FD} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \quad (4.26)$$

Ферми – Диракова функција расподеле електрона, $D_i^{(j)}(E)$ је густина стања у i -тој подзони, а доња граница интеграла је $E_{z,i}^{(j)}$ зато што је то најнижа енергија коју електрон може имати у i -тој подзони

За подзоне приказане на слици 4.2 дводимензионална густина стања, односно број стања по јединици интервала енергије и по јединици површине добија се уз помоћ једначине (4.21). Број стања $D_i^{(j)}(E)dE$ за i -ту подзону једнак је производу површине пројекције дела изоенергетске површине између E и $E + dE$ на $k_x - k_y$ раван и густине стања $1/4\pi^2$ у $k_x - k_y$ равни. Узимајући у обзир и фактор 2 због оријентације спина налазимо:

$$D_i^{(j)}(E) = 2 \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{dV_{k,i}^{(j)}}{dE} \quad (4.27)$$

где је $V_{k,i}^{(j)}$ “запремина” еквиенергетске површине (енергије $E_{z,i}^{(j)}$) у \vec{k} простору. Пројекција те еквиенергетске површине на $k_x - k_y$ раван је елипса чија је површина

$$A^2 k_x^2 + 2B^2 k_x k_y + C^2 k_y^2 = D \quad (4.28)$$

Релација (4.28) је еквивалентна релацији (4.21) с тим што је обележено

$$A^2 = \left(\frac{1}{m_{xx}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{xz}^{(j)}}\right); \quad B^2 = \left(\frac{1}{m_{xy}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{xz}^{(j)} m_{yz}^{(j)}}\right); \quad C^2 = \left(\frac{1}{m_{yy}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{yz}^{(j)}}\right);$$

$$D = -\frac{2}{\hbar^2} (E_i^{(j)} - E) \quad (4.29)$$

Затим одређујемо $V_{k,i}^{(j)}$ из

$$V_{k,i}^{(j)} = \iint_{S(k_x, k_y)} dk_x dk_y \quad (4.30)$$

где је $S(k_x, k_y)$ површина одређена изразом (4.28).

Уведећи смену

$$dk_x = A^{-1} \cdot \zeta \cdot \sin \theta; dk_y = C^{-1} \cdot \zeta \cdot \cos \theta \quad (4.31)$$

релација (4.30) постаје

$$V_{k,i}^{(j)} = \frac{1}{AC} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\zeta(\theta)} \zeta d\zeta \quad (4.32)$$

са

$$\zeta(\theta) = \sqrt{\frac{D}{1 + \alpha \sin 2\theta}} \quad (4.33)$$

с тим што је

$$\alpha = \frac{B^2}{AC} \quad (4.34)$$

Интегралећи по ζ , (4.32) постаје

$$V_{k,i}^{(j)} = \frac{D}{AC} \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + \alpha \sin \beta} d\beta \quad (4.35)$$

Користећи рачун остатка [80], може се показати да је

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\beta}{1 + \alpha \sin \beta} = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \quad (4.36)$$

па је одатле

$$V_{k,i}^{(j)} = \frac{2\pi}{\hbar^2} m_d^{(j)} (E - E_{z,i}^{(j)}) \quad (4.37)$$

где је $m_d^{(j)}$ ефективна маса густине стања за кретање паралелно површини x, y одређена са

$$m_d^{(j)} = \left[\left(\frac{1}{m_{xx}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{xz}^{(j)}} \right) \left(\frac{1}{m_{yy}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{yz}^{(j)}} \right) - \left(\frac{1}{m_{xy}^{(j)}} - \frac{m_{zz}^{(j)}}{m_{xz}^{(j)} m_{yz}^{(j)}} \right) \right]^{-1/2} \quad (4.38)$$

Диференцирајући (4.37) по E добија се

$$D_i^{(j)}(E) = \frac{m_d^{(j)}}{\pi \hbar} \quad (4.39)$$

Сменом (4.39) и (4.26) у (4.25) коначно за $N_i^{(j)}$ добијамо Фермијев интеграл реда нула [81]:

$$N_i^{(j)} = \int_{E_i^{(j)}}^{\infty} \frac{m_d^{(j)}}{\pi \hbar} \frac{dE}{1 + \exp \frac{E - E_F}{kT}} \quad (4.40)$$

Односно, после интеграције

$$N_i^{(j)} = \frac{m_d^{(j)}}{\pi \hbar} kT \cdot \ln \left(1 + \exp \frac{E_F - E_{z,i}^{(j)}}{kT} \right) \quad (4.41)$$

За случај када је $E_{F_n} - E_{z,i}^{(j)} \ll -kT$, према релацији (4.41) $N_i^{(j)}$ експоненцијално зависи од разлике $E_{F_n} - E_{z,i}^{(j)}$, а то је Болцманова апроксимација. Ако је $E_{F_n} - E_{z,i}^{(j)} \gg kT$, $N_i^{(j)}$ линеарно зависи од $E_{F_n} - E_{z,i}^{(j)}$.

Квадрат модула таласне функције $|\psi_i^{(j)}(z)|^2$ даје вероватноћу да се електрон нађе на растојању z од површине и да има енергију $E_{z,i}^{(j)}$ за кретање у z -правцу. Пошто са енергијом $E_{z,i}^{(j)}$ има $N_i^{(j)}$ електрона, то ће на месту z бити $N_i^{(j)} |\psi_i^{(j)}(z)|^2$ електрона у јединици запремине са енергијом $E_{z,i}^{(j)}$, односно са свим могућим енергијама

$$n^{(j)}(z) = \sum_i N_i^{(j)} |\psi_i^{(j)}(z)|^2 \quad (4.42)$$

С обзиром да проводна зона има шест минимума, то за сваки од њих треба спровести исти поступак да би се добила укупна концентрација електрона у инверзном слоју

$$n(z) = \sum_j \sum_i N_i^{(j)} |\psi_i^{(j)}|^2 \quad (4.44)$$

Шредингерова једначина (4.21), дакле, одређује својствене енергије и таласне функције електрона у инверзном слоју. С друге стране потенцијал се одређује из Пуасонове једначине (4.4). Имајући у виду да у Шредингеровој једначини фигурише потенцијал, док решавање Пуасонове једначине захтева познавање расподеле наелектрисања која је одређена својственим енергијама и својственим функцијама електрона, значи да су Шредингерсва и Пуасонова једначина међусобно спрегнуте. Ово усложњава проблем инверзног слоја и захтева посебан приступ приликом њиховог решавања. Самосагласно решење овог система једначина може се добити само нумерички.

4.5. ИНВЕРЗНИ СЛОЈЕВИ У ГРАНИЧНОМ СЛУЧАЈУ ЕЛЕКТРИЧНОГ КВАНТНОГ ЛИМИТА

Са смањивањем температуре смањује се и насељеност виших енергетских нивоа. При довољно ниским температурама може се сматрати да електрони у инверзном слоју попуњавају само најнижи енергетски ниво. Ова ситуација је позната као електрични квантни лимит.

У апроксимацији електричног квантног лимита израчунавање се значајно поједностављује зато што Шредингерову једначину решавамо само за електроне у минимуму са највећом ефективном масом, којем одговара најнижи енергетски ниво E_0 за кретање електрона у z -правцу. Остали минимума су на вишим енергијама и нису попуњени. У овом делу, због тога можемо изоставити индекс j у одговарајућим једначинама. За мале вредности растојања z , потенцијал је апроксимативно представљен линеарном функцијом (4.12), те Шредингера и Пуасонова једначина добијају облике:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_{zz}} \frac{d^2}{dz^2} + qKz - q\varphi_{mv}(z) \right] \psi_0 = E_0 \psi_0 \quad (4.45)$$

$$\frac{d^2 \varphi_{mv}}{dz^2} = \frac{qN_0}{\varepsilon_s} |\psi_0|^2$$

где је ψ_0 нормализована таласна функција која одговара најнижем енергетском нивоу E_0 , N_0 је број електрона на најнижем нивоу, а у овом случају је и укупан број електрона у инверзном слоју.

Решавање система једначина (4.45) изводи се уз следеће граничне услове:

$$\psi_0 = 0 \quad \text{за } z = 0 \quad \text{и за } z \rightarrow \infty \quad (4.46)$$

$$\varphi_{mv} = 0, \quad \frac{d\varphi_{mv}}{dz} = 0 \quad \text{за } z \rightarrow \infty \quad (4.47)$$

Систем једначина (4.45) може постати независан од ефективне масе m_{zz} , електричног поља K које потиче од наелектрисања акцепторских јона у осиромашеном слоју и температуре ако се изаберу погодне бездимензионалне променљиве:

$$\xi = z \cdot \left(\frac{qm_{zz}K}{\hbar^2} \right)^{1/3}; \quad \phi(\xi) = \varphi_{mv}(z) \cdot \left(\frac{qm_{zz}}{\hbar^2 K^2} \right)^{1/3}$$

$$\varepsilon_0 = E_0 \cdot \left(\frac{m_{zz}}{\hbar^2 K^2} \right)^{1/3}; \quad \vartheta_0(\xi) = \psi_0(z) \cdot \left(\frac{\hbar^2}{qm_{zz}K} \right)^{1/6} \quad (4.48)$$

$$\alpha = \frac{qN_0}{\varepsilon_s K} = \frac{N_0}{N_A d_{os}}$$

Уз смене (4.48) систем једначина (4.45) постаје

$$-\frac{1}{2} \frac{d^2 \vartheta_0}{d\xi^2} + [\xi - \phi(\xi)] \cdot \vartheta_0 = \varepsilon_0 \cdot \vartheta_0,$$

$$\frac{d^2 \phi}{d\xi^2} = \alpha \cdot \vartheta_0^2 \quad (4.49)$$

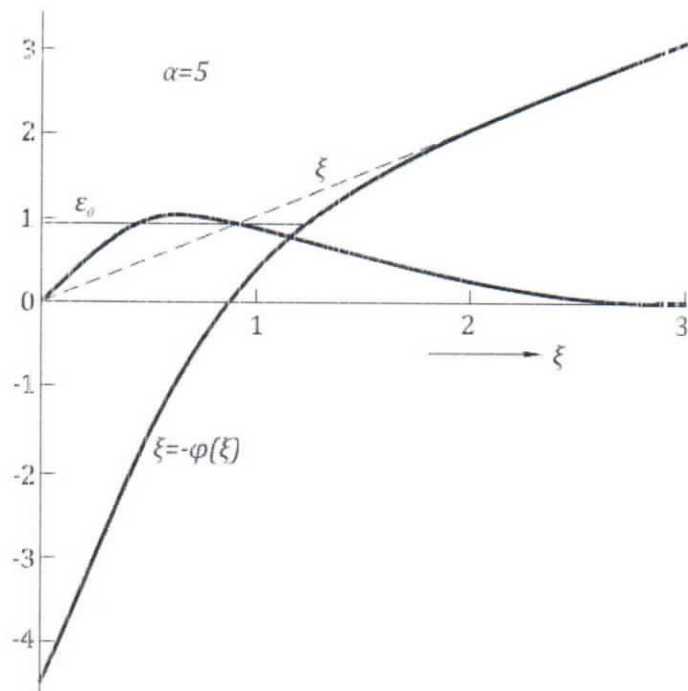
са новим граничним условима:

$$\mathcal{G}_0 = 0 \quad \text{за} \quad \xi = 0 \quad \text{и} \quad \text{за} \quad \xi \rightarrow \infty \quad (4.50)$$

$$\phi = 0, \quad \frac{d\phi}{d\xi} = 0 \quad \text{за} \quad \xi \rightarrow \infty \quad (4.51)$$

Једини независан параметар у систему једначина (4.49) је α и представља однос густине електрона у инверзном слоју и густине акцепторских јона у осиромашеном слоју. У већини практичних случајева α има вредност од 0.1 до око 20. На сл. 4.3 приказане су таласна функција \mathcal{G}_0 и потенцијал $\phi(\xi)$ са параметром $\alpha = 5$, добијени нумеричким решавањем система једначина (4.49) уз граничне услове (4.50) и (4.51).

Решавајући систем једначина (4.49) са α као параметром решавамо проблем инверзног слоја у апроксимацији електричног квантног лимита за све полупроводнике са свим могућим концентрацијама примеса и свим могућим оријентацијама површине. Утицај величина m_{\pm} и K за дате полупроводнике се узима у обзир преко једначина (4.48).



Сл. 4.3. Нормализовани потенцијал $\xi - \phi(\xi)$ и таласна функција \mathcal{G}_0 у функцији растојања ξ од површине са $\alpha = 5$ у апроксимацији електричног квантног лимита.

4.6. АНАЛИТИЧКО РЕШЕЊЕ ЗА ЕЛЕКТРИЧНИ КВАНТНИ ЛИМИТ ПРЕКО БЕЗДИМЕНЗИОНИХ ПРОМЕНЉИВИХ

Иако се систем једначина (4.49) може решити нумерички за све вредности параметра α , недостатак нумеричког решавања, поред дугог времена израчунавања, је и у томе што не даје аналитички израз из којег би се имао увид у генерално понашање решења. С обзиром да је аналитичко решење немогуће, пожељно је да имамо бар једно апроксимативно решење.

У апроксимацији електричног квантног лимита се може наћи апроксимативно аналитичко решење здружене Шредингерове и Пуасонове једначине (4.49) помоћу методе варијације параметара таласне функције електрона [82]. Кад Шредингерову једначину (4.49), написану за основни ниво ($i=0$), помножимо са \mathcal{G}_0 и интегралимо је у границама од $\xi=0$ до $\xi=\infty$ добија се:

$$-\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathcal{G}_0 \frac{d^2 \mathcal{G}_0}{d\xi^2} d\xi + \int_0^{\infty} \mathcal{G}_0 \xi \mathcal{G}_0 d\xi - \int_0^{\infty} \mathcal{G}_0 \phi \mathcal{G}_0 d\xi = \int_0^{\infty} |\mathcal{G}_0|^2 \varepsilon_0 d\xi \quad (4.52)$$

одакле је енергија основног нивоа

$$\varepsilon_0 = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathcal{G}_0 \frac{d^2 \mathcal{G}_0}{d\xi^2} d\xi + \int_0^{\infty} \mathcal{G}_0 \xi \mathcal{G}_0 d\xi - \int_0^{\infty} \mathcal{G}_0 \phi \mathcal{G}_0 d\xi \quad (4.53)$$

Односно, у Дираковој нотацији

$$\varepsilon_0 = \langle \mathcal{G}_0 | -\frac{1}{2} \frac{d^2}{d\xi^2} + \xi + \phi(\xi) | \mathcal{G}_0 \rangle \quad (4.54)$$

Према методи варијације параметара таласне функције, за дати потенцијал претпостављамо пробну таласну функцију:

$$\eta_1(\xi) = 2b^{3/2} \xi \exp(-b\xi) \quad (4.55)$$

која грубо има исти облик као и тачна таласна функција $\mathcal{G}_0(\xi)$, са b је означен варијациони параметар.

Непосредном интеграцијом Пуасонове једначине (4.49) са датом вредношћу параметра α и пробном функцијом $\eta_1(\xi)$ уместо $\mathcal{G}_0(\xi)$, уз граничне услове (4.51) добијамо:

$$\phi(\xi) = \frac{\alpha}{b} \left(b^2 \xi^2 + 2b\xi + \frac{8}{2} \right) \cdot \exp(-2b\xi) \quad (4.56)$$

Уврштавањем потенцијала (4.56) и пробне таласне функције $\eta_1(\xi)$ у израз (4.54) добијамо функционалну зависност укупне средње енергије електрона ε_m од варијационг параметра b :

$$\varepsilon_m = \frac{b^2}{2} + \frac{3}{2b} \left(1 + \frac{11}{32} \alpha \right) \quad (4.57)$$

Из услова минимума укупне средње енергије електрона ε_m , односно из услова:

$$\frac{d\varepsilon_m}{db} = 0 \quad (4.58)$$

добија се вредност варијационог параметра b

$$b_{\min} = \left(\frac{3}{2} \right)^{1/3} \left(1 + \frac{11}{32} \alpha \right)^{1/3} \quad (4.59)$$

Уз b_{\min} одређујемо најнижи енергијски ниво

$$\varepsilon_0 = \langle \eta_1 | -\frac{1}{2} \frac{d^2}{d\xi^2} + \xi - \phi(\xi) | \eta_1 \rangle = \frac{9}{4b_{\min}} \left(1 - \frac{3}{32} \alpha \right) \quad (4.60)$$

Метода варијације параметара таласне функције даје за средње растојање електрона у инверзном слоју од површине

$$\langle \xi \rangle = \langle \eta_1 | \xi | \eta_1 \rangle = \frac{3}{2b_{\min}} \quad (4.61)$$

Потенцијал на површини постаје

$$\phi(0) = \alpha \langle \xi \rangle = \frac{3\alpha}{2b_{\min}} \quad (4.62)$$

Према граничном услову (4.50) таласна функција је $\mathcal{G}_0 = 0$ на површини за $\xi = 0$. Из Шредингерове једначине (4.49) видимо да и други извод таласне функције $d^2\mathcal{G}_0/d\xi^2$ такође мора бити нула на површини. Пробна функција η_1 , међутим, не задовољава тај последњи услов, због чега тражимо бољу апроксимацију за једначине (4.49), (4.50) и (4.51), односно бирамо нову пробну функцију чији ће други извод бити једнак нули на површини:

$$\eta_2(\xi) = \left(\frac{4b}{7} \right)^{1/2} (b\xi + b^2\xi^2) \exp(-b\xi) \quad (4.63)$$

После дуготрајних, али једноставних израчунавања спроведених на исти начин као за пробну функцију η_1 налазимо

$$b_{\min} = (5)^{1/3} \left(1 + \frac{2581}{7168} \alpha \right)^{1/3} \quad (4.64)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{45}{14b_{\min}} \left(1 - \frac{1431}{21504} \alpha \right) \quad (4.65)$$

$$\langle \xi \rangle = \frac{15}{7b_{\min}} \quad (4.66)$$

$$\phi(0) = \frac{15\alpha}{7b_{\min}} \quad (4.67)$$

Помоћу методе варијације параметара таласне функције са пробном функцијом η_1 , за енергију најнижег стања и средње растојање електрона у инверзном слоју од површине полупроводника, добијамо следеће вредности

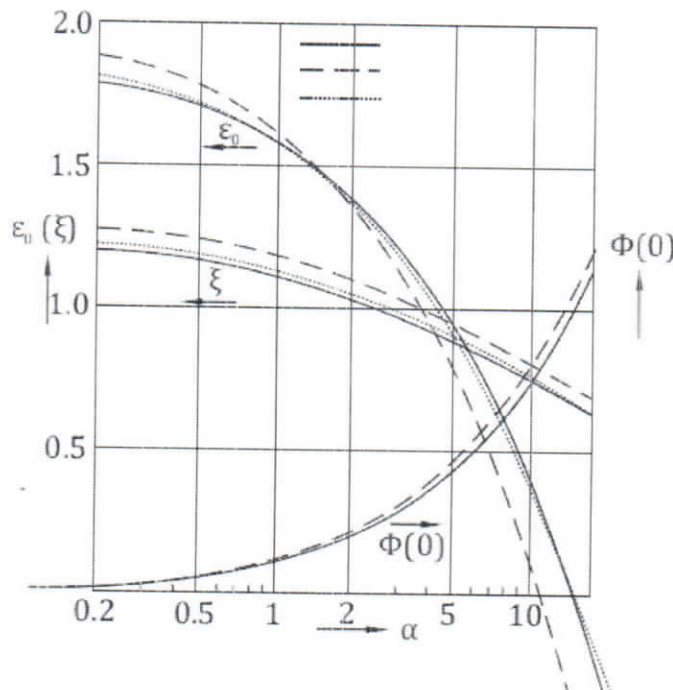
$$\varepsilon_0 = 1.97, \quad \langle \xi \rangle = 1.31$$

док метода варијације параметара таласне функције са пробном функцијом η_2 даје

$$\varepsilon_0 = 1.88, \quad \langle \xi \rangle = 1.25$$

Нумеричким решавањем система једначина (4.49) добија се за енергију основног нивоа $\varepsilon_0 = 1.855$, а за средње растојање електрона у инверзном слоју од површине полупроводника $\langle \xi \rangle = 1.241$ [83]

С обзиром на нумеричке резултате видимо да пробна функција η_2 заиста представља бољу апроксимацију од функције η_1 . На слици 4.4 приказане су



Сл.4.4. Нормализоване вредности енергије ε_0 , потенцијала на површини $\phi(0)$ и средњег растојања $\langle \xi \rangle$ носиоца од површине у функцији параметра α у апроксимацији електричног квантног лимита.

зависности ε_0 , $\langle \xi \rangle$ и $\phi(0)$ од параметра α , односно од односа густина наелектрисања инверзног и осиромашеног слоја. Пуном линијом су представљене зависности добијене нумеричким израчунавањем система здружене Шредингерове и Пуасонове једначине (4.49). Зависности добијене из апроксимативних аналитичких решења система једначина (4.49) са пробном таласном функцијом η_1 приказане су испрекиданом линијом, а са пробном таласном функцијом η_2 линијом црта-тачка. Са слике 4.4 се види задовољавајуће слагање између различитих крива, као и да за већину практичних сврха пробна функција η_1 даје довољно тачне резултате.

4.7. ОПРАВДАНОСТ АПРОКСИМАЦИЈЕ ЕЛЕКТРИЧНОГ КВАНТНОГ ЛИМИТА НА ТЕМПЕРАТУРИ АПСОЛУТНЕ НУЛЕ

Претпоставка да је у инверзном слоју само најнижи енергетски ниво насељен електронима може, у случају високе површинске концентрације електрона, бити погрешна чак и на температури апсолутне нуле. Испитаћемо услове под којима је апроксимација електричног квантног лимита оправдана, ограничавајући се при том на ниске температуре са границом $T = 0 \text{ K}$.

Број електрона N_0 на најнижем енергетском нивоу у минимуму са највећом ефективном масом m_{xx} је

$$N_0 = \frac{n_v m_d}{\pi \hbar^2} (E_{Fn} - E_0) \quad (4.68)$$

Ова релација је добијена из (4.43) за температуре $T \rightarrow 0 \text{ K}$. Са E_0 је означено дно најниже подзоне, односно први дозвољени ниво за кретање електрона у z -правцу. E_{Fn} је квази Фермијев ниво за електроне у инверзном слоју. Фактор дегенерације n_v је узет у обзир зато што енергетски ниво E_0 може бити n_v -струко дегенерисан, односно постоји n_v минимума са истим тензором ефективне масе који имају исти најнижи ниво енергије E_0 .

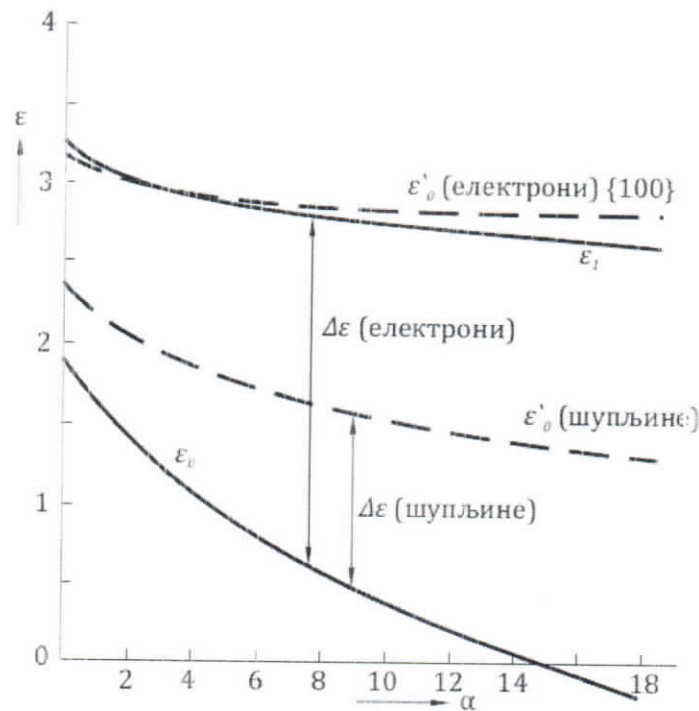
Уведећи бездимензионалне величине из једначина (4.48) и преводећи E_{Fn} такође у бездимензионалну величину са истим фактором као и за E_0 једначину (4.68) можемо трансформисати у

$$\varepsilon_F - \varepsilon_0 = \alpha \frac{\pi \hbar^2 \varepsilon_s}{n_v m_d q} \left(\frac{m_{xx} K}{q^2 \hbar^2} \right)^{1/3} \quad (4.69)$$

Са порастом концентрације електрона у инверзном слоју расте и вредност параметра α , као и разлика $\varepsilon_F - \varepsilon_0$. ε_F се помера ка следећем енергетском нивоу ε_1 за кретање електрона у правцу нормале на површину полупроводника. Електрони почињу да попуњавају и енергетски ниво ε_1 , што значи да више није

само најнижи енергетски ниво насељен као у случају електричног квантног лимита. Да бисмо одредили када се оваква ситуација јавља морамо израчунати енергије прва два нивоа ε_0 и ε_1 , у минимуму са највећом ефективном масом m_{zz} , у функцији параметра α . Због увођења бездимензионалних величина вредности ε_0 и ε_1 не зависе од m_{zz} .

Израчунавамо, такође и најнижи енергетски ниво ε'_0 у функцији α за електроне у минимуму са мањом ефективном масом m_{zz} од минимума са енергетским нивоом ε_0 . Да бисмо одредили ε'_0 морамо израчунати количник вредности m_{zz} у два различита минимума. Количник ефективних маса за два посматрана минимума означавамо са m_{es} . ε'_0 израчунавамо за случај инверзног слоја n-типа на површини силицијума са оријентацијом површине $\{100\}$, за коју је $m_{es} = 0.19/0.98 = 0.194$. Резултати израчунавања под условом да је само најнижи енергијски ниво ε_0 насељен електронима приказан је на сл. 4.5, где је са $\Delta\varepsilon(\alpha)$ означено растојање између два најнижа енергетска нивоа у функцији параметра α .



Сл. 4.5. Два најнижа енергетска нивоа ε_0 и ε_1 у функцији α за носиоце наелектрисања у минимуму са највећом вредношћу ефективне масе m_{zz} . Дат је и најнижи енергетски ниво ε'_0 за минимум са мањом ефективном масом m_{zz} за електроне и шупљине у $\{100\}$ инверзном слоју силицијума.

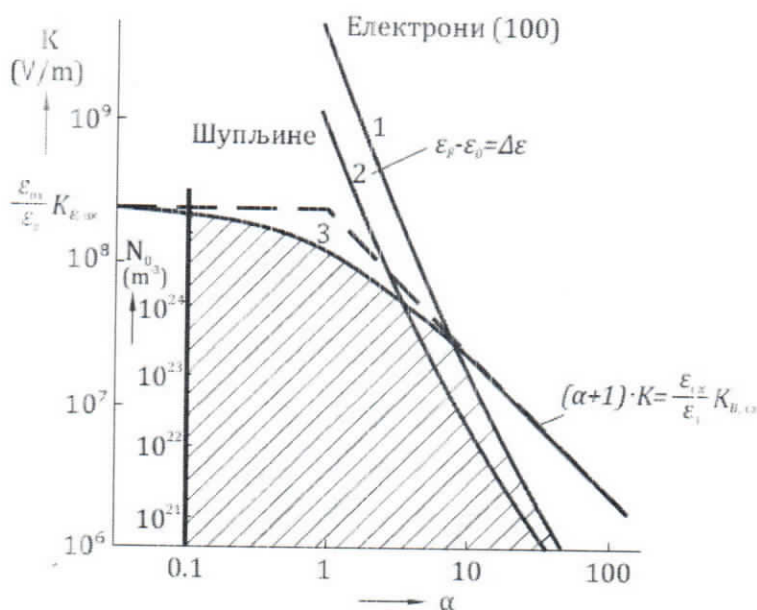
Када је енергија квази Фермијевог нивоа ε_f мања од енергије другог енергетског нивоа ε_1 , само је најнижи енергетски ниво насељен електронима, односно употреба апроксимације електричног квантног лимита је оправдана. Овај услов се изражава преко следеће релације:

$$\alpha \frac{\pi \hbar^2 \varepsilon_s}{n_v m_d q} \left(\frac{m_{\pm} K}{q^2 \hbar^2} \right)^{1/3} \leq \Delta \varepsilon(\alpha) \quad (4.70)$$

и приказан је у $\alpha - K$ равни за $\{100\}$ инверзне слојеве силицијума п-типа и р-типа на сл. 4.6. Са сл. 4.6. се види да је услов електричног квантног лимита (4.70) испуњен у области лево од крива 1 и 2, за инверзни слој п-типа и р-типа, респективно. Да бисмо видели да ли се услов (4.70) може нарушити у пракси, на сл. 4.6. смо приказали и криве које ограничавају област у $\alpha - K$ равни у којој је јачина електричног поља у слоју силицијум-диоксида мања од вредности његовог пробојног поља $K_{B,ox}$. Ова област се налази испод криве 3 и одређена је изразом

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{ox}} (1 + \alpha) K < K_{B,ox} \quad (4.71)$$

Област у којој су испуњени и услов (4.70) и (4.71) је ишрафирана. На вертикалној оси је означена и концентрација примеса у унутрашњости полупроводника која одговара нултом потенцијалу канала V_{ch} . Видимо да за концентрације



Сл.4.6. Зависност јачине поља од параметра α . У ишрафираној области у равни $\alpha - K$, где је јачина поља у оксиду који се граничи са полупроводником, мања од јачине пробојног поља, испуњен је услов важења апроксимације електричног квантног лимита

$N_0 < 2.9 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ у инверзном слоју n -типа услов важења апроксимације електричног квантног лимита може бити нарушен пре него што електрично поље K достигне вредност јачине пробојног поља $K_{B,ox}$.

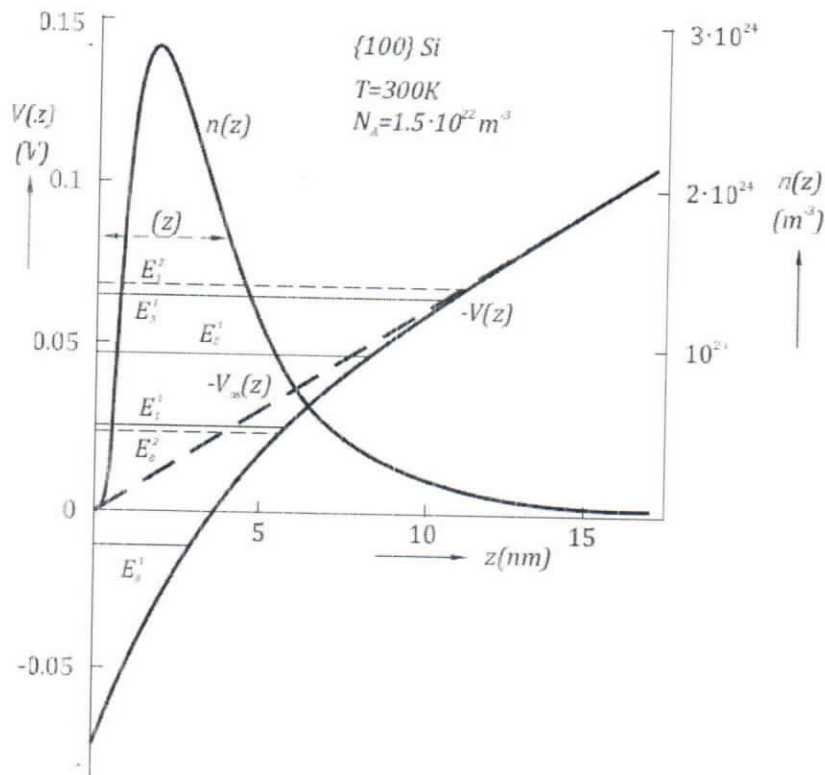
4.8. АНАЛИЗА НЕКИХ АНАЛИТИЧКИХ РЕЗУЛТАТА

Користећи нумеричку методу (о којој ће бити речи у Глави 5) Палс је израчунао енергетске нивое и концентрацију електрона у инверзном слоју n -типа, па је на основу тих резултата одредио укупно наелектрисање у MOS структури [84]. Исте резултате је добио мерећи капацитивност између гејт електроде и полупроводничке основе код MOS транзистора. Структура са којом је Палс радио имала је полупроводник чије су карактеристике дате у табели 4.1.

Табела 4.1. Подаци са којима ја Палс рачунао (m_0 је маса слободног електрона).

Орјентација површине	{100}	
Температура [K]	300	
Концентрација акцепторских примеса N_A [m^{-3}]	$1.5 \cdot 10^{22}$	
Положај Фермијевог нивоа у односу на дно проводне зоне [eV]	-0.07	
Густина наелектрисања у осиромашеном слоју $N_A \cdot d_{os}$ [m^{-2}]	$4.1 \cdot 10^{15}$	
Густина наелектрисања у инверзном слоју [m^{-2}]	$1.25 \cdot 10^{16}$	
Број минимума проводне зоне са различитим ефективним масама m_{zz}	2	
Број еквивалентних минимума n_v	Минимум 1	Минимум 2
	2	4
m_{zz}/m_0	0.98	0.19
m_d/m_0	0.19	0.43

Најнижи енергетски нивои приказани су на сл. 4.7, а њихова вредност је дата у табели 4.2. Референтни ниво за енергију на сл. 4.7 и у табели 4.2 изабран је тако да површински потенцијал за осиромашени слој има на површини полупроводника вредност нула. Тај потенцијал има вредност 0.89 eV ако се мери од дна проводне зоне у унутрашњости полупроводника, а израчунат је према релацији (4.12) за $N_A \cdot d_{os}$ из табеле 4.1.



Сл. 4.7. Концентрација електрона и потенцијал за инверзни слој n -типа у функцији растојања z . Приказан је положај енергетских нивоа $E_{z,i}^{(j)}$ за најниже вредности индекса i . Крива означена са $V(z)$ приказује дно искривљене проводне зоне. Испрекидана линија је за случај осциромашења.

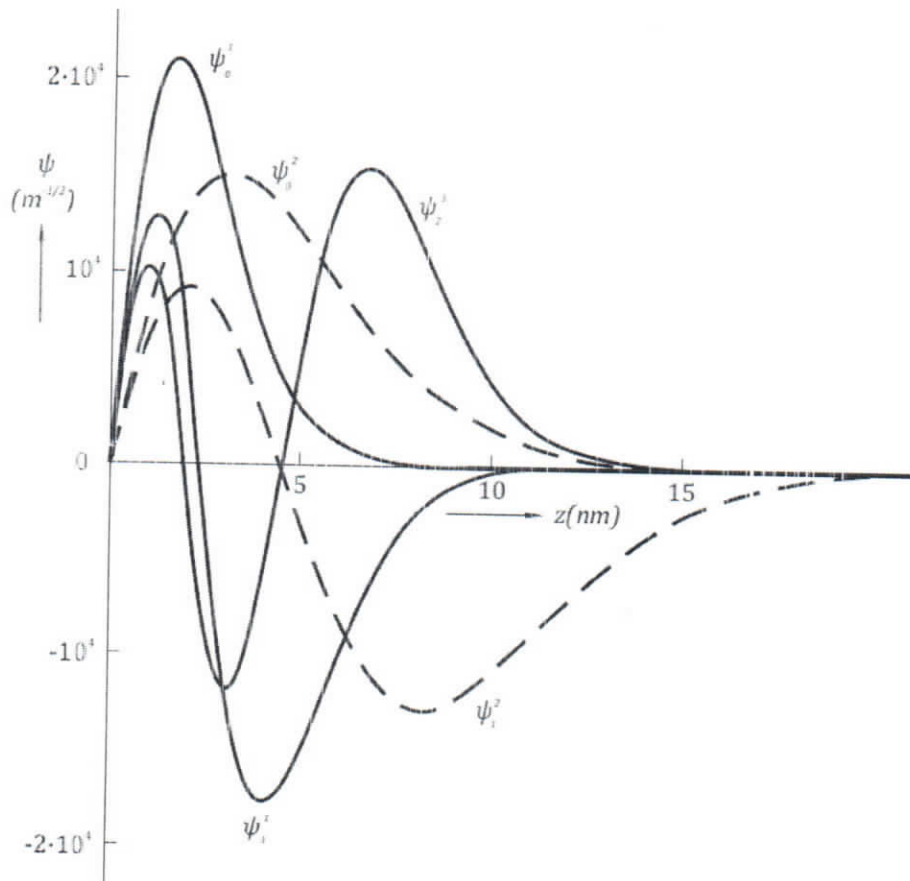
У табели 4.2, поред енергетских нивоа, дат је и број електрона по јединици површине за сваки енергетски ниво. Из ове табеле се види да електрони настају само најниже енергетске нивое и да су виши енергетски нивои скоро празни. Због тога нема потребе вршити израчунавања за више енергетске нивое.

На сл. 4.7 приказана је и концентрација електрона и одмах се уочава да је једнака нули за $z=0$ због граничног услова (4.23) према којем таласне функције на површини полупроводника имају вредност нула. Међутим, у стварности није сасвим тачно $n(0)=0$, с обзиром да, као што је већ речено, ту баријера није бесконачно велика, већ је одређена излазним радом оксида. На концентрацију електрона значајног утицаја има оријентација површине, што у претходном третману није био случај. Утицај се огледа у томе што $m_{zz}^{(j)}$ и $m_{ii}^{(j)}$ зависе од оријентације површине полупроводника, па самим тим зависе и $E_{z,i}^{(j)}$, $N_i^{(j)}$ и $n(z)$.

Таласне функције које одговарају неким енергетским нивоима са сл. 4.7 приказане су на сл. 4.8, са које се види да таласне функције постају приближно једнаке нули на растојању од око 15 до 20 nm од површине полупроводника. То заправо значи да на већем растојању од тих немају утицаја квантни ефекти.

Табела 4.2. Вредности за енергетске нивое $E_{z,i}^{(j)}$ и број електрона чачињама

Енергетски нивои $E_{z,i}^{(j)}$ [eV]		Број електрона по повртини у инверзном слоју $N_i^{(j)} \cdot 10^{15}$ [m ⁻²]	
Минимум 1	Минимум 2	Минимум 1	Минимум 2
-0.011	0.0236	4.20	5.11
0.0245	0.0689	1.10	0.892
0.0476	0.100	0.454	0.268
0.0654		0.229	
0.0805		0.128	
0.0939		0.0759	
0.106		0.0472	



Сл. 4.8. Таласне функције које одговарају трима најнижим енергетским нивоима за минимум 1 и за два најнижа нивоа у минимуму 2.

5. МЕТОДЕ ЗА САМОСАГЛАСНО РЕШАВАЊЕ ШРЕДИНГЕРОВЕ И ПУАСОНОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ У ИНВЕРЗНОМ СЛОЈУ

Одређивање концентрације електрона и расподеле потенцијала у инверзном слоју захтева решавање система од две диференцијалне једначине другог реда. Прва је Пуасонова једначина, која уз занемаривање концентрације шупљина у инверзном слоју n -типа, има облик

$$\frac{d^2\varphi(z)}{dz^2} = \frac{q}{\epsilon_{Si}} [N_A + n(z)] \quad (5.1)$$

Гранични услови за електростатички потенцијал и његов први извод су:

$$\varphi = 0 \Rightarrow \frac{d\varphi}{dz} = 0 \quad \text{за } z \rightarrow \infty \quad (5.2)$$

$$\varphi = \varphi_s ; \quad \left. \frac{d\varphi}{dz} \right|_{z=0} = -K_s \quad \text{за } z = 0 \quad (5.3)$$

K_s је трансверзално површинско електрично поље.

Друга диференцијална једначина је Шредингерова таласна једначина, која за сваки од еквивалентних минимума проводне зоне има облик

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{zz}^{(j)}} \frac{\partial^2 \psi_i^{(j)}}{\partial z^2} - q\varphi(z) \psi_i^{(j)} = E_{z,i}^{(j)} \psi_i^{(j)} \quad (5.4)$$

Где индекс i означава редни број подзоне, а (j) минимума у проводној зони.

Таласне функције $\psi_i^{(j)}$ испуњавају граничне услове

$$\psi_i^{(j)}(0) = \psi_i^{(j)}(\infty) = 0 \quad (5.5)$$

Поред тога треба да буде задовољен и услов нормирања

$$\int_0^{\infty} |\psi_i^{(j)}|^2 dz = 1 \quad (5.6)$$

Веза између Пуасонове и Шредингерове једначине је концентрација електрона

$$n(z) = \sum_j \sum_i N_i^{(j)} |\psi_i^{(j)}|^2 \quad (5.7)$$

где је $N_i^{(j)}$ густина електрона у j -тој подзони (i -том минимуму) дата изразом

$$N_i^{(j)} = \frac{m_d^{(j)}}{\pi \hbar} kT \ln \left(1 + \exp \frac{E_F - E_{z,i}^{(j)}}{kT} \right) \quad (5.8)$$

У општем случају није могуће добити аналитичко решење система једначина (5.1) – (5.8). Због тога се прибегава нумеричком решавању или апроксимативним аналитичким методама у неким простијим граничним случајевима. Најчешће коришћене апроксимације су апроксимација троугаоног потенцијала која је подесна за случај када је густина наелектрисања инверзног слоја мала или једнака нули и апроксимација варијације параметара таласне функције када је само основни ниво E_{z0} насељен електронима.

5.1. ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА ЕЛЕКТРОНА У СЛОЈУ ПРОСТОРНОГ НАЕЛЕКТРИСАЊА У ПОЛУПРОВОДНИКУ

Потенцијална енергија $V(z) = q \cdot \varphi(z)$, која се јавља у Шрединговој једначини (5.4), може се, у општем случају, представити у облику збира три члана:

$$V(z) = V_{os}(z) + V_{inv}(z) + V_l(z) \quad (5.9)$$

где су $V_{os}(z)$ потенцијална енергија фиксног наелектрисања у осиромашеном слоју, $V_{inv}(z)$ потенцијална енергија електрона у инверзном слоју и $V_l(z)$ потенцијална енергија која потиче од наелектрисања на међуповршини полупроводник – оксид.

Ако потенцијал φ_{os} , који представља меру кривљења зона у осиромашеном слоју није сувише мали, ако је унутрашњост полупроводника р-типа, а концентрација акцепторских примеса N_A константна кроз осиромашени слој, потенцијална енергија осиромашеног слоја се може представити следећом апроксимативном релацијом:

$$V_{os}(z) = \frac{q^2 N_A d_{os}}{\epsilon_{Si}} \left[z - \frac{z^2}{2d_{os}} \right], \quad 0 < z < d_{os} \quad (5.10)$$

где је

$$d_{os} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{Si} \cdot \phi_{os}}{qN_A}} \quad (5.11)$$

ширина осиромашеног слоја. У случају да су присутне и донорске примесе, члан N_A треба заменити разликом $N_A - N_D$.

У већини случајева од интереса за силицијум, осиромашени слој је много шири од инверзног слоја, па се квадратни члан z^2 у једначини (5.10) може занемарити. Међутим, у случају јако допираних и позитивно поларизованих супстрата, или у случају полупроводника са малом ефективном масом m_e и значајном дебелином инверзног слоја, z^2 може бити значајан. У нумеричким израчунавањима задржавање и линеарног z и квадратног z^2 члана не представљају потешкоћу, док је за аналитичке или варијационе третмане лакше задржати само линеарни члан.

Са порастом ϕ_{os} расте и ширина осиромашеног слоја и густина наелектрисања у њему, све док не почне да се формира инверзни слој, када све три поменуте величине теже сатурацији, нарочито при ниским температурама.

Када је инверзни слој формиран, кривљење зона ϕ_{os} , на ниским температурама, приближно је једнако енергетској разлици између дна проводне зоне у унутрашњости полупроводника и Фермијевог нивоа, тј.

$$q \cdot \phi_{os} \approx (E_C - E_F)_B \quad (5.12)$$

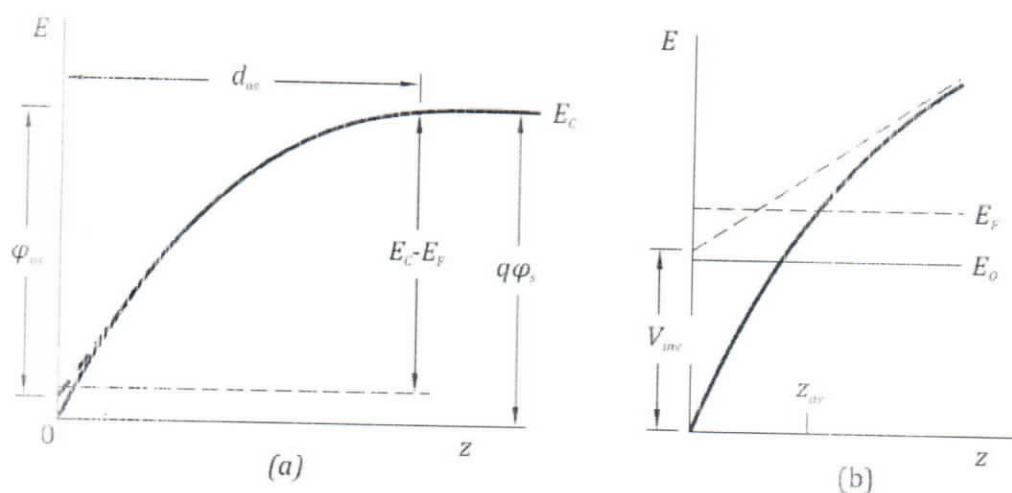
При решавању Пуасонове једначине за слој просторног наелектрисања у полупроводнику (у Глави 2) уведена је апроксимација тоталног осиромашења, према којој је густина наелектрисања у осиромашеном слоју $\rho_{os}(z) = -q \cdot N_A$ константна у интервалу $0 < z < d_{os}$, док је $\rho_{os}(z) = 0$ за $z > d_{os}$. Услов да густина наелектрисања осиромашеног слоја нагло опада на нулту вредност на растојању d_{os} од површине полупроводника, међутим, није сасвим коректна зато што између осиромашене области и неутралне унутрашњости полупроводника постоји прелазна област у којој електрично поље експоненцијално опада до нуле са карактеристичним растојањем познатим као дужина екранирања балка L_D . С тим у вези, релација (5.12) има корекцију $-kT/q$ која узима у обзир постепени пад потенцијала између осиромашеног слоја и унутрашњости полупроводника. Само се у случају екстремно ниских температура поменута корекција одређује на основу ширења акцепторског нивоа. Ако још узмемо у обзир могућу поларизацију супстрата и пад потенцијала кроз инверзни слој добијамо комплетнији израз за потенцијалну енергију осиромашеног слоја:

$$V_{os} = \left[(E_C - E_F)_B + (E_F - E_0) + E_0 - kT \right] + q \cdot \phi_{sub} - \frac{q^2 n(z) z_{av}}{\epsilon_{Si}} \quad (5.13)$$

Други члан у правоуглој загради представља разлику енергија Фермијевог нивоа и дна најниже подзоне на површини полупроводника E_0 (сл. 5.1), φ_{sub} је разлика потенцијала између површине полупроводника и његове неутралне унутрашњости, која највећим делом пада кроз осиромашени слој велике отпорности. У већини практичних случајева супстрат није поларизован, тј. φ_{sub} је једнако нули. Последњи члан је пад потенцијала φ_{os} кроз инверзни слој, $n(z)$ је укупна концентрација електрона у инверзном слоју, а z_{av} њихово средње растојање од површине полупроводника. Величине које улазе у израз (5.13) приказане су на сл. 5.1., на којој је такође илустровано да φ_{os} није исто што и површински потенцијал.

Потенцијална енергија осиромашеног слоја, поред наведених, може имати и корекцију услед било каквог одступања расподеле акцепторских примеса од униформне, нпр. у случајевима када се примесе саме прерасподеле у току процеса оксидације. Међутим, корекције овакве врсте се не узимају у обзир код израчунавања везаних за инверзне слојеве.

Други сабирак у једначини (5.9) је потенцијална енергија $V_{inv}(z)$ која потиче од електрона у инверзном слоју. $V_{inv}(z)$ се добија из решења Пуасонове једначине са густином наелектрисања у свим подзонама:



Сл. 5.1. Шематски приказ кривљења енергетских зона уз међуповршину полупроводник – изолатор. Пуна линија означава номинално дно проводне зоне, а истрекидана је за случај осиромашења. На слици б приказан је проширени поглед на површинску област неполаризованог супстрата, која садржи инверзни слој и илуструје неке чланове из једначине (5.14) за потенцијал осиромашеног слоја. Са $V_i = q^2 \cdot N_{inv} \cdot z_{av} / \epsilon_{Si}$ је означен пад потенцијала кроз инверзни слој.

$$V_{inv}(z) = \frac{q^2}{\epsilon_{Si}} \sum_i N_i \left[z + \int_0^z (z' - z) \psi_i^2(z') dz' \right] \quad (5.14)$$

где је N_i концентрација електрона у i -тој подзони, $\psi_i(z')$ је одговарајућа нормализована таласна функција. Константа интеграције се одређује из граничног услова $V_{inv}(0) = 0$. С друге стране, за $z \rightarrow \infty$

$$V_{inv}(z) \rightarrow \frac{q^2}{\epsilon_{Si}} \sum_i N_i z_i = \frac{q^2}{\epsilon_{Si}} n(z) z_{av} \quad (5.15)$$

где је

$$z_i = \int_0^\infty z \psi_i^2(z) dz \quad (5.16)$$

средња вредност растојања електрона у i -тој подзони од међуповршине полупроводник – оксид ($z=0$), а z_{av} је средња вредност растојања за све електроне у инверзном слоју од међуповршине.

За трећи члан $V_l(z)$ у једначини (5.9), који се јавља због различитих диелектричних константи полупроводника и оксида, елементарна електростатика даје:

$$V_l(z) = \frac{\epsilon_{Si} - \epsilon_{ox}}{\epsilon_{Si} + \epsilon_{ox}} \frac{q^2}{16\pi\epsilon_{Si}z} \equiv \frac{\delta_\epsilon q^2}{16\pi\epsilon_{Si}z} \quad (5.17)$$

С обзиром да смо усвојили да је међуповршина стрма и да постоји бесконачно висока потенцијална баријера која задржава електроне изван оксида, као и да је диелектрична константа полупроводника, за разматрану структуру, већа од диелектричне константе оксида овај члан се занемарује на полупроводничкој страни међуповршине.

Након занемаривања члана $V_l(z)$, у релацији (5.9) остају чланови који расту линеарно са растојањем z . Када се формира инверзни слој, преостала два сабирка из (5.9) постају константне величине. Потенцијал инверзног слоја постаје константан на растојању од свега неколико целобројних умножака од z_{av} . Потенцијал осиромашеног слоја постаје константан на растојању d_{os} , тј. на крају осиромашеног слоја. С обзиром да је d_{os} генерално много веће од z_{av} , потенцијална енергија осиромашеног слоја $V_{os}(z)$ може да се занемари без материјалне грешке у већини случајева, а нарочито у случају када је густина наелектрисања осиромашеног слоја мала у односу на густину наелектрисања инверзног слоја. С друге стране, допринос инверзног слоја потенцијалној енергији полупроводника $V_{inv}(z)$ је значајан и могао би се занемарити једино у случају да је

концентрација електрона у инверзном слоју $n(z)$ мала у односу на концентрацију фиксних акцепторских јона у осиромашеном слоју N_A .

5.2. АПРОКСИМАЦИЈА ТРОУГАОНОГ ПОТЕНЦИЈАЛА

Најпростија апроксимација за решавање система једначина (5.1) – (5.8) састоји се у представљању потенцијала у облику линеарне функције за $z > 0$ и бесконачно високе баријере за $z < 0$ (сл. 5.2):

$$\phi = \begin{cases} -K_s \cdot z; & z > 0 \\ \infty; & z < 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

У изразу (5.18) K_s је ефективно електрично поље на међуповршини полупроводник z -оксид

$$K_s = \frac{q(N_{os} + N_{inv})}{4\pi\epsilon_{Si}} \quad (5.19)$$

где је $N_{os} = N_A \cdot d_{os}$ - густина акцепторских јона (односно број јонизованих акцепторских атома по јединици површине) у осиромашеном слоју, $N_{inv} = \sum_i N_i$ је укупна густина електрона у инверзном слоју, а N_i је одређено релацијом (5.8)

Уносећи једначину (5.18) за потенцијал у Шредингерову једначину (5.4) добијамо

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{\equiv}} \cdot \frac{d^2\psi}{dz^2} - q \cdot K_s \cdot z \cdot \psi = E_{z,i} \cdot \psi \quad (5.20)$$

односно

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} + \frac{2m_{\equiv}}{\hbar^2} (E_{z,i} - q \cdot K_s \cdot z) \cdot \psi = 0 \quad (5.21)$$

Уводећи следеће ознаке

$$A = \frac{2m_{\equiv} q K_s}{\hbar^2}; \quad B = \frac{2m_{\equiv}}{\hbar^2} E_{z,i} \quad (5.22)$$

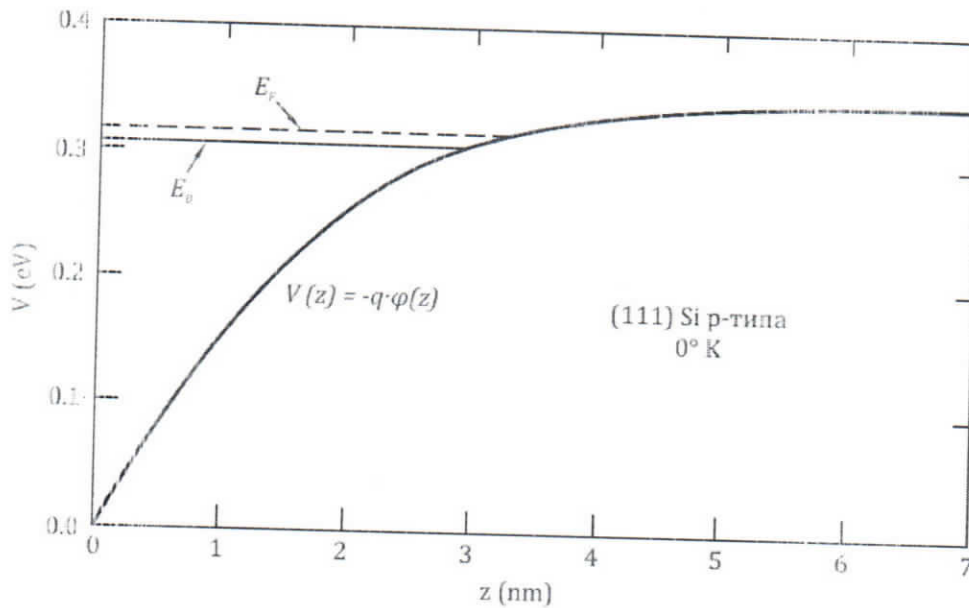
Шредингерову једначину (5.21) добија облик

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} + (B - A \cdot z) \psi = 0 \quad (5.23)$$

Ако уведемо смену

$$A \cdot z + B = C \cdot \xi \quad (C^3 = A^2) \quad (5.24)$$

добијамо



Сл. 5.2. Потенцијална јама у површинском слоју силицијума на температури апсолутне нуле. Оријентација површине силицијума је (111), концентрација акцепторских примеса $N_A = 10^{21} \text{ m}^{-3}$, густина електрона у инверзном слоју $N_{inv} = 10^{17} \text{ m}^{-2}$, а густина јона у осиромашеном слоју $N_{ox} = 1.2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$. Означене су и енергије Фермијевог нивоа E_F и дна најниже дозвољене подзоне

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} - \xi \cdot \psi = 0 \quad (5.25)$$

односно

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} = \xi \cdot \psi \quad (5.26)$$

Најједноставнији начин да се дође до решења једначине (5.26) је развијање таласне функције ψ у ред по ξ , односно

$$\psi = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 + \dots = \sum_{v=0}^{\infty} a_v \xi^v \quad (5.27)$$

Први и други извод таласне функције (5.27) дати су следећим изразима, респективно:

$$\frac{d\psi}{dx} = a_1 + 2a_2\xi + 3a_3\xi^2 + \dots + na_n\xi^{n-1} + \dots = \sum_{v=1}^{\infty} v a_v \xi^{v-1} \quad (5.28)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = 2a_2 + 3 \cdot 2 \cdot a_3\xi + 4 \cdot 3 \cdot a_4\xi^2 + \dots + n(n-1)a_n\xi^{n-2} + \dots = \sum_{v=2}^{\infty} v(v-1)a_v \xi^{v-2} \quad (5.29)$$

Узети су обични полиноми без негативних експонената јер једначина (5.26) нема сингуларитета. Отуда су и ове почетне границе сумирања.

Заменом таласне функције и њеног другог извода у једначину (5.26) добија се

$$\sum_{\nu=2}^{\infty} \nu(\nu-1)a_{\nu}\xi^{\nu-2} = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu}\xi^{\nu+1} \quad (5.30)$$

или у развијеном облику

$$2a_2 + 3 \cdot 2 \cdot a_3\xi + 4 \cdot 3 \cdot a_4\xi^2 + 5 \cdot 4 \cdot a_5\xi^3 + \dots = a_0\xi + a_1\xi^2 + a_2\xi^3 + \dots \quad (5.31)$$

Упоредивањем коефицијената уз одговарајуће степене променљиве ξ добиће се сви коефицијенти у функцији од a_0 и a_1 :

$$\begin{aligned} a_2 &= 0 & a_6 &= \frac{a_0}{6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} & a_9 &= \frac{a_0}{9 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2} \\ a_3 &= \frac{a_0}{3 \cdot 2} & a_7 &= \frac{a_1}{7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3} & a_{10} &= \frac{a_1}{10 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3} \\ a_4 &= \frac{a_1}{4 \cdot 3} & a_5 &= 0 & a_8 &= 0 & a_{11} &= 0 \end{aligned} \quad (5.32)$$

и генерално

$$a_n = \frac{a_{n-3}}{n(n-1)} \quad (5.33)$$

Видимо да ће почевши од a_2 , сваки коефицијент са индексом већим за 3 бити једнак нули, односно

$$a_3 = a_5 = a_8 = a_{11} = \dots a_{2+3n} = 0 \quad (5.34)$$

где је n цео број.

Сада се таласна функција може написати у облику збира чланова са коефицијентом a_0 и чланова са коефицијентом a_1 :

$$\begin{aligned} \psi &= a_0 \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 2} \xi^3 + \frac{1}{6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2} \xi^6 + \frac{1}{9 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2} \xi^9 + \dots \right) + \\ &- a_1 \left(\xi + \frac{1}{4 \cdot 3} \xi^4 + \frac{1}{7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3} \xi^7 + \frac{1}{10 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3} \xi^{10} + \dots \right) \end{aligned} \quad (5.35)$$

односно

$$\begin{aligned} \psi &= a_0 \left(1 + \frac{1}{3!} \xi^3 + \frac{1 \cdot 4}{6!} \xi^6 + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{9!} \xi^9 + \dots \right) + a_1 \left(\xi + \frac{2}{4!} \xi^4 + \frac{2 \cdot 5}{7!} \xi^7 + \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{10!} \xi^{10} + \dots \right) = \\ &= a_0 \left[1 + \frac{1 \cdot 4 \dots (n-2)}{n!} \xi^n \right] + a_1 \left[\xi + \frac{2 \cdot 5 \dots (\nu-2)}{\nu!} \xi^\nu \right] \end{aligned} \quad (5.36)$$

где је $n = 3, 6, 9, 12, \dots$ (дељиво са 3) а $\nu = 4, 7, 10, \dots = 4 + 3\mu$ ($\mu = 0, 1, 2, \dots$).

Коефицијенте a_0 и a_1 није лако тачно одредити даљим непосредним израчунавањем, већ се прибегава уопштенијим математичким методама [85].

Airy је у 19. веку проучавао дифракцију таласа у акустици и дошао до диференцијалне једначине (5.26) за чије је решење предложио функције облика [86]:

$$A_1(\xi) = \frac{1}{\pi\sqrt[3]{3^2}} \sin \frac{2\pi}{3} \left(-\frac{2}{3}\right)! \left(1 + \frac{1}{3!}\xi^3 + \frac{1 \cdot 4}{6!}\xi^6 + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{9!}\xi^9 + \dots\right) + \frac{1}{\pi\sqrt[3]{3}} \sin \frac{4\pi}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)! \left(\xi + \frac{2}{4!}\xi^4 + \frac{2 \cdot 5}{7!}\xi^7 + \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{10!}\xi^{10} + \dots\right) \quad (5.37)$$

Одмах се уочава да је овај израз идентичан изразу (5.35) уз одговарајуће вредности константи a_0 и a_1 . Даље се испоставило да Airy-еве функције имају и своје асимптотске облике, који се могу приказати помоћу Besselovih функција [87].

5.2.1 Апроксимација троугаоног потенцијала у случају јаке инверзије

Полазећи од асимптотског облика Airy-јевих функција за велике негативне вредности ξ :

$$A_1(\xi) = \frac{A_0}{|\xi|^{1/4}} \sin \left(\frac{2}{3} |\xi|^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right) \quad (5.38)$$

својствена таласна функција у апроксимацији троугаоног потенцијала може се представити следећим изразом [88]

$$\psi = \frac{C_1}{|\xi|^{1/4}} \sin \left(\frac{2}{3} |\xi|^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right) \quad (5.39)$$

где је C_1 константа коју треба одредити из услова нормирања. Гранични услов (5.5) одређује да је $\psi = 0$ за $z = 0$, односно $\xi_0 = -\frac{B}{A^{2/3}}$ па се обзиром на (5.39) добија:

$$\frac{2}{3} |\xi_0|^{3/2} + \frac{\pi}{4} = \pi + i\pi \quad (i = 0, 1, \dots) \quad (5.40)$$

одакле добијамо својствене вредности енергије

$$E_{z,i} = \left(\frac{\hbar^2}{2m_{zz}} \right)^{1/3} \left[\frac{3\pi q K_s}{2} \left(i + \frac{3}{4} \right) \right]^{2/3} \quad (5.41)$$

Релација (5.41) је добијена за велике вредности ξ односно i , па ће важити само за највишље енергетске нивое. Међутим, ако се преко релације (5.41) израчунају три најнижа енергетска нивоа и упореде се са енергетским нивоима рачунатим тачнијом нумеричком методом добиће се изванредно слагање [88,89].

Тачне својствене вредности за три најнижа стања добијају се када се члан $i + \frac{3}{4}$ у релацији (5.45) замени са 0.7587; 1.7540 и 2.7575, респективно.

На сл. 5.3 приказане су таласне функције и енергије прва четири енергетска нивоа у троугаоној потенцијалној јами $V(z) = q \cdot K_s \cdot z$ за инверзни слој полупроводника који карактеришу следеће вредности $n(z) = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_{Si} = 11,8 \cdot \epsilon_0$ и $m = 0,91 \cdot m_0$. Јачина електричног поља у инверзном слоју према релацији (5.18) износи $2,3 \cdot 10^7 \frac{V}{m}$.

Сменом вредности $i = 1, 2, 3, 4$, респективно, у релацију (5.41):

$$E_i = \left(\frac{\hbar^2}{2m_{zz}} \right)^{1/3} \left[\frac{3\pi q K_s}{2} \left(i + \frac{3}{4} \right) \right]^{2/3} = 78,96 \cdot \left(i + \frac{3}{4} \right)^{2/3} \text{ meV}$$

добијају се енергије прва четири нивоа

$$E_0 = 65,18 \text{ meV}$$

$$E_1 = 114,7 \text{ meV}$$

$$E_2 = 155,0 \text{ meV}$$

$$E_3 = 190,6 \text{ meV}$$

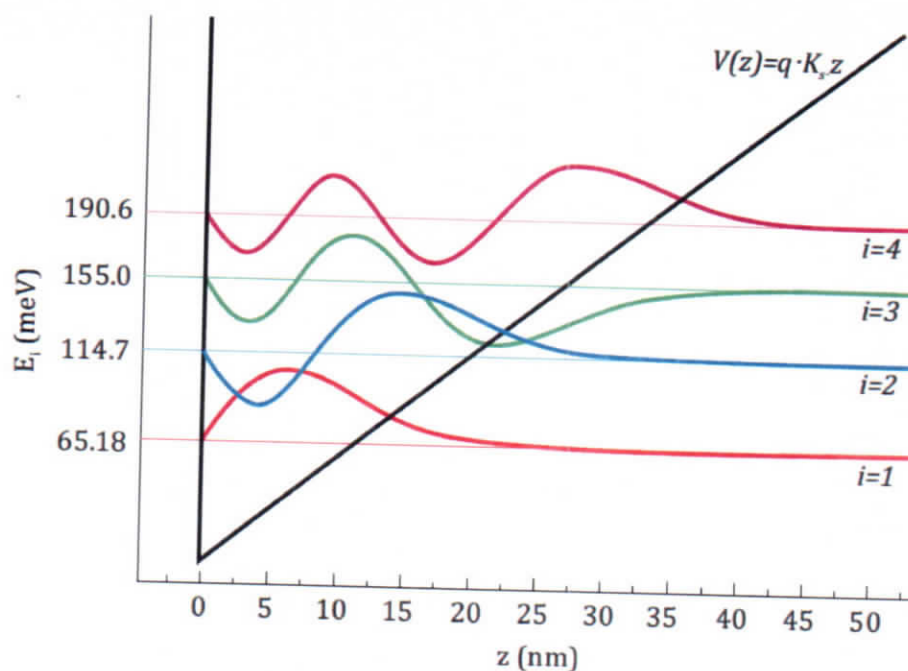
Растојање између енергетских нивоа у троугаоној потенцијалној јами се смањује због линеарног пораста ширине јаме.

Уз функције ψ_i дате једначином (5.39) за средње растојање електрона у i -тој подзони од површине полупроводника добијамо:

$$\bar{z}_i = \frac{\int z \psi_i^2(z) dz}{\int \psi_i^2(z) dz} = \frac{2 \cdot E_i}{3 \cdot q \cdot K_s} \quad (5.42)$$

а за квадрат средњег растојања свих електрона у инверзном слоју од површине полупроводника $z_{av}^2 = \frac{6}{5} z_i^2$.

Апроксимација троугаоног потенцијала је веома популарна и примењена у великом броју радова за апроксимативно решавање система здружене Шредингерове и Пуасонове једначине. Нарочито је погодна у случају када је густина наелектрисања у инверзном слоју мала или једнака нули. Међутим, у случају када је густина наелектрисања у инверзном слоју упоредива са густином наелектрисања у осиромашеном слоју, или већа од ње апроксимација троугаоног потенцијала не даје задовољавајуће резултате.



Сл. 5.3. Својствене енергије и одговарајуће својствене таласне функције у у троугаоној потенцијалној јами $V(z) = q \cdot K_s \cdot z$. Црна задебљана линија представља енергију дна проводне зоне, остале линије представљају четири најнижа енергетска нивоа и одговарајуће таласне функције. Електрично поље је $K_s = 2.3 \cdot 10^7$ V/m

5.3. МЕТОДА ВАРИЈАЦИЈЕ ПАРАМЕТАРА ТАЛАСНЕ ФУНКЦИЈЕ

Метода пертурбације и WKB метода (Wentzel-Kramers-Brillouin, 1926) су дуго биле главне апроксимативне методе за решавање Шредингерове једначине. Међутим, поред досадне опширности у приказивањима и израчунавањима, ове методе су се ограничавале на релативно грубе апроксимације и на основу њих се могао одредити мали број карактеристичних величина за проучавани систем. Зато је у квантној теорији развијена нова побољшана апроксимативна метода названа метода варијације параметара таласне функције.

Полазна тачка у методи варијације параметара таласне функције је претпостављање таласне функције за дати квантно механички потенцијал. Претпостављена функција се назива и пробном таласном функцијом зато што се на почетку не зна да ли ће се она, за дати потенцијал, поклопити са правом таласном функцијом. Пробна таласна функција може да садржи један или више пробних варијационих параметара помоћу којих се апроксимира тражено стање система.

Већи број пробних параметара значи бољи квалитативни опис таласне функције, али и сложености израчунавања.

Претпоставимо да је нормализована таласна функција за једнодимензионални проблем облика $\psi(z, b)$, где је z просторна координата, а b је пробни варијациони параметар чију вредност морамо одредити. Средњу вредност тоталне енергије квантно механичке честице, описане пробном функцијом $\psi(z, b)$, налазимо из следеће једначине:

$$\langle E \rangle = \langle \psi(z, b) | H | \psi(z, b) \rangle \quad (5.43)$$

Као и за обичне класичне честице, усваја се да су квантно механичке честице у стању у којем је њихова тотална енергија минимална. Ова чињеница се користи за налажење оптималне вредности пробног варијационог параметра из следећег услова:

$$\frac{d}{db} \langle E \rangle = \frac{d}{db} \langle \psi(z, b) | H | \psi(z, b) \rangle = 0 \quad (5.44)$$

Од вредности параметра b зависе и таласне функције и својствене енергије посматране квантно механичке честице.

Ако у пробној таласној функцији постоји више од једног пробног варијационог параметра, услов дат једначином (5.44) треба применити више пута, односно за сваки пробни параметар посебно.

Најважнија предност методе варијације параметара таласне функције у односу на остале апроксимативне методе огледа се у тачној процени енергије најнижег дозвољеног нивоа у граничном случају електричног квантног лимита, односно у случају када је само једна квази подзона попуњена електронима.

Најједноставнију аналитичку таласну функцију за електроне у инверзном слоју, која ишчезава на површини (тј. за $z=0$) као и у унутрашњости полупроводника (тј. кад $z \rightarrow \infty$), предложили су Фанг и Хауард 1966. године [90]:

$$\psi_0(z, b) = A \cdot z \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot z}{2}\right) \quad (5.45)$$

где је z -координата усмерена нормално на међуповршину полупроводник – оксид, b (у cm^{-1}) је варијациони параметар, A - константа која се одређује из услова нормирања таласне функције:

$$\int_0^{\infty} |\psi_0(z, b)|^2 dz = 1 \quad (5.46)$$

Претходни услов даје $A = \left(\frac{b^3}{2}\right)^{1/2}$, тако да пробна таласна функција (5.45) придружена најнижем енергетском нивоу добија облик:

$$\psi_0(z, b) = \sqrt{\frac{b^3}{2}} \cdot z \cdot \exp\left(-\frac{b \cdot z}{2}\right) \quad (5.47)$$

Захваљујући једноставном облику таласне функције (5.47) лако се одређују средње вредности свих чланова Хамилтонијана: кинетичке енергије електрона, потенцијалне енергије електрона који интерагује са јонима у осиромашеном слоју, потенцијалне енергије електрона који интерагује са осталим електронима у инверзном слоју и потенцијалне енергије наелектрисања на међуповршини полупроводник-оксид:

$$\langle T \rangle = \frac{\hbar^2 b^2}{8m_z} \quad (5.48)$$

$$\langle V_{os} \rangle = \frac{3q^2 N_{os}}{\epsilon_{Si} b} - \frac{6q^2 N_A}{\epsilon_{Si} b^2} \quad (5.49)$$

$$\langle V_{inv} \rangle = \frac{33 \cdot q^2 \cdot N_{inv}}{16 \cdot \epsilon_{Si} \cdot b} \quad (5.50)$$

$$\langle V_l \rangle = \frac{\epsilon_{Si} - \epsilon_{ox}}{\epsilon_{Si} + \epsilon_{ox}} \frac{q^2 b}{24\pi\epsilon_{Si}} \equiv \frac{\delta_\epsilon q^2 b}{24\pi\epsilon_{Si}} \quad (5.51)$$

Енергија најнижег дозвољеног нивоа за електрон у инверзном слоју може се представити у облику збира:

$$E_0 = \langle T \rangle + \langle V_{os} \rangle + \langle V_{inv} \rangle + \langle V_l \rangle \quad (5.52)$$

У проблемима везаним за инверзне слојеве, као што је већ речено у делу 5.1, потенцијал V_l се занемарује. Такође се може занемарити и други члан у потенцијалу (5.49), који се у случају силицијума углавном третира као мала пертурбација. Занемаривањем поменутих чланова, за енергију најнижег дозвољеног нивоа добијамо:

$$E_0 = \frac{\hbar^2 b^2}{8m_z} + \frac{3q^2}{\epsilon_{Si} b} \left(N_{os} + \frac{11}{16} N_{inv} \right) \quad (5.53)$$

Да би се избегло двоструко урачунавање потенцијалне енергије за интеракцију електрон-електрон у инверзном слоју, коефицијент $\frac{11}{16}$ треба помножити са $\frac{1}{2}$, односно

$$E_0 = \frac{\hbar^2 b^2}{8m_z} + \frac{3q^2}{\epsilon_{Si} b} \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{inv} \right) \quad (5.54)$$

Унесемо једначину (5.54) у услов минимума енергије (5.44)

$$\frac{\partial E_0}{\partial b} = \frac{2\hbar^2 b}{8m_z} - \frac{3q^2}{\epsilon_{Si} b^2} \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{inv} \right) = 0 \quad (5.55)$$

одакле добијамо

$$\frac{2\hbar^2 b}{8m_z} = \frac{3q^2}{\epsilon_{Si} b^2} \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{mv} \right) \quad (5.56)$$

Из претходне релације лако добијамо израз за варијациони параметар

$$b = \left[\frac{12 \cdot m_z \cdot q^2}{\epsilon_{Si} \cdot \hbar^2} \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{mv} \right) \right]^{1/3} \quad (5.57)$$

Средње растојање електрона у инверзном слоју израчунавамо из једначине

$$z_i = \frac{\int z \psi_0^2(z, b) dz}{\int \psi_0^2(z, b) dz} \quad (5.58)$$

и оно, уз таласну функцију (5.47) за најнижи енергетски ниво E_0 износи $z_0 = \frac{3}{b}$.

Квадрат средњег растојања електрона у инверзном слоју од површине полупроводника израчунат помоћу пробне функције (5.47) једнако је

$$z_{av}^2 = \frac{4}{3} z_0^2, \quad (5.59)$$

што је упоредиво са вредношћу $z_{av}^2 = \frac{6}{5} z_0^2$, добијене уз Airy-еве функције.

У раду [91] дате су корекције за варијациони параметар, средње растојање електрона у инверзном слоју од међуповршине полупроводник – оксид и енергију најнижег стања

$$b = b_0 + \delta b \quad (5.60)$$

$$b_0 = \left(\frac{12 m_z q^2}{\epsilon_{Si} \hbar^2} \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{mv} \right) \right)^{1/3} \quad (5.61)$$

$$\delta b = - \frac{4 N_A}{3 \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{mv} \right)} \quad (5.62)$$

Средње растојање електрона од међуповршине полупроводник – оксид је

$$z_0 = z_{00} + \delta z_0 \quad (5.63)$$

где је

$$z_{00} = \left[\frac{9\varepsilon_{Si} \hbar^2}{4m_z q^2 \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{inv} \right)} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (5.64)$$

$$\delta z_0 = \frac{4N_A z_{00}^2}{9 \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{inv} \right)} \quad (5.65)$$

Енергија основног стања је

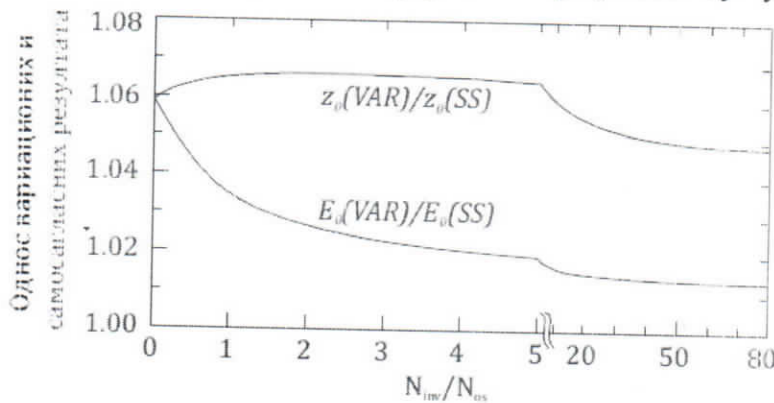
$$E_0 = E_{00} + \delta E_0 \quad (5.66)$$

где су

$$E_{00} = \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{5}{3}} \cdot \left(\frac{q^2 \hbar}{m_z^{1/2} \varepsilon_{Si}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\left(N_{os} + \frac{55}{96} N_{inv} \right)}{\left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{inv} \right)^{\frac{1}{3}}} \quad (5.67)$$

$$\delta E_0 = - \left(\frac{2N_A q^2 z_{00}^2}{3\varepsilon_{Si} \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{inv} \right)} \right) \cdot \left(N_{os} + \frac{11}{96} N_{inv} \right) \quad (5.68)$$

У граничном случају $N_{inv} = 0$, за који се потенцијал приближава троугаоном потенцијалу, варијационе вредности и за E_{00} и за z_{00} су за 5,9% веће од одговарајућих тачних резултата. Варијациони резултати су упоређени са



Сл. 5.4. Однос варијационих и самосагласних вредности енергије E_0 и средњег растојања електрона у најнижој подзони од површине полупроводника у функцији односа густина наелектрисања инверзног и осиромашеног слоја, за случај електричног квантног лимита. Означено је и то да се скала мења на $N_{inv}/N_{os} = 5$.

нумеричким самосагласним резултатима у Табели 5.1 за неколико вредности односа $\frac{N_{inv}}{N_{dep}}$, а односи варијационих и самосагласних вредности енергије основног нивоа E_0 и његовог растојања од површине z_0 приказани су на сл. 5.4. Задовољавајуће слагање нумеричких и варијационих резултата са сл. 5.4 показује да су варијациони корекциони чланови дати једначинама (5.65) и (5.68) занемарљиво мали.

Табела 5.2. Угоређене варијационе (var) и самосагласне (ss) вредности енергије E_0 и просторног растојања z_0 за најнижу подзону. У првој и другој колони су густине електрона у инверзном слоју и густине јона у осиромашеном слоју. Резултати се односе на (100) површину силицијума на 0 K, са концентрацијом акцептора $10^{21} m^{-3}$. Параметри су узети из табеле 4.1. Све енергије су изражене у meV, а све растојања у nm.

$N_{inv}(m^{-2})$	$N_{dep}(m^{-2})$	E_{00}	δE_0	$E_0(var)$	$E_0(ss)$	z_{00}	δz_0	$z_0(var)$	$z_0(ss)$
0	$1,214 \cdot 10^{15}$	19,91	-0,052	19,86	18,76	7,072	0,018	7,09	6,69
$1 \cdot 10^{14}$	$1,213 \cdot 10^{15}$	20,65	-0,050	20,60	19,53	7,008	0,018	7,03	6,63
$2 \cdot 10^{14}$	$1,213 \cdot 10^{15}$	21,31	-0,048	21,34	20,28	6,945	0,017	6,96	6,56
$5 \cdot 10^{14}$	$1,213 \cdot 10^{15}$	23,54	-0,043	23,50	22,48	6,768	0,015	6,78	6,38
$1 \cdot 10^{15}$	$1,212 \cdot 10^{15}$	26,96	-0,037	26,92	25,96	6,511	0,012	6,52	6,13
$2 \cdot 10^{15}$	$1,211 \cdot 10^{15}$	33,31	-0,029	33,28	32,35	6,093	0,009	6,10	5,72
$5 \cdot 10^{15}$	$1,210 \cdot 10^{15}$	49,83	-0,017	49,81	48,81	5,273	0,004	5,28	4,95
$1 \cdot 10^{16}$	$1,207 \cdot 10^{15}$	72,75	-0,011	72,74	71,50	4,522	0,002	4,52	4,26
$2 \cdot 10^{16}$	$1,204 \cdot 10^{15}$	110,4	-0,006	110,4	108,7	3,760	0,001	3,76	3,56
$5 \cdot 10^{16}$	$1,198 \cdot 10^{15}$	197,9	-0,003	197,9	195,1	2,858	0,000	2,86	2,72
$1 \cdot 10^{17}$	$1,192 \cdot 10^{15}$	311,2	-0,002	311,2	306,8	2,294	0,000	2,29	2,19

5.4. ПОСТУПАК НУМЕРИЧКОГ РЕШАВАЊА

Систем једначина (5.1) – (5.8) може се нумерички решити уз помоћ итеративног поступка. Прво се претпостави почетна вредност за концентрацију електрона $n^{(c)}(z)$. Затим се реши Пуасонова једначина (5.1) са почетним условима

(5.2) и (5.3) и нађе потенцијал. Тај се потенцијал замени у Шредингерову једначину (5.4) и из ње се нађу својствене таласне функције и одговарајуће својствене енергије за сваки од минимума j . Након тога користећи једначине (5.6) и (5.8) може се наћи концентрација електрона. Та се нова концентрација електрона $n^{(j)}(z)$ уноси у Пуасонову једначину и цео поступак се понавља. Овај поступак је шематски представљен на сл. 5.5.

Поступак се завршава када је разлика између два узастопна решења мања од унапред усвојене вредности, на пример ако се концентрација електрона разликује за мање од 1% између две узастопне итерације. Конвергентност оваквог поступка је добра [92].

Једначине (5.1) – (5.8) написане су за вредност $z \in (0, \infty)$. Нумеричко израчунавање, међутим, захтева да се ограничимо на коначан интервал $z \in [0, z_{\max}]$. У том случају се гранични услови који су дати за $z \rightarrow \infty$ морају свести на тачку $z = z_{\max}$. Исто важи за горњу границу интеграла код нормирања таласне функције. Вредност z_{\max} бира се тако да задовољи следећа два услова:

1. Да гранични услови који важе за $z \rightarrow \infty$ практично важе и за $z = z_{\max}$, што значи да z_{\max} треба да буде велико,
2. Да z_{\max} буде довољно мало како би нумеричко израчунавање било могуће.

Јасно је да између ова два услова треба наћи компромис. Да ли је z_{\max} добро изабрано можемо утврдити после завршеног рачуна, ако установимо да таласне функције постају веома блиске нули када се z приближава z_{\max} . Вредности свих величина треба рачунати у скупу дискретних тачака на интервалу $z \in [0, z_{\max}]$. Због тога ћемо овај интервал поделити на N једнаких делова дужине h , тако да је $z_{\max} = N \cdot h$. Тада ће променљива z бити $z = n \cdot h$, где је $n = 0, 1, 2, \dots, N$; с тим што за $n = 0$ имамо $z = 0$ и за $n = N$ имамо $z = z_{\max}$. У тачкама $z = n \cdot h$ имаћемо $\psi_{i,n}^{(j)}$ и φ_n .

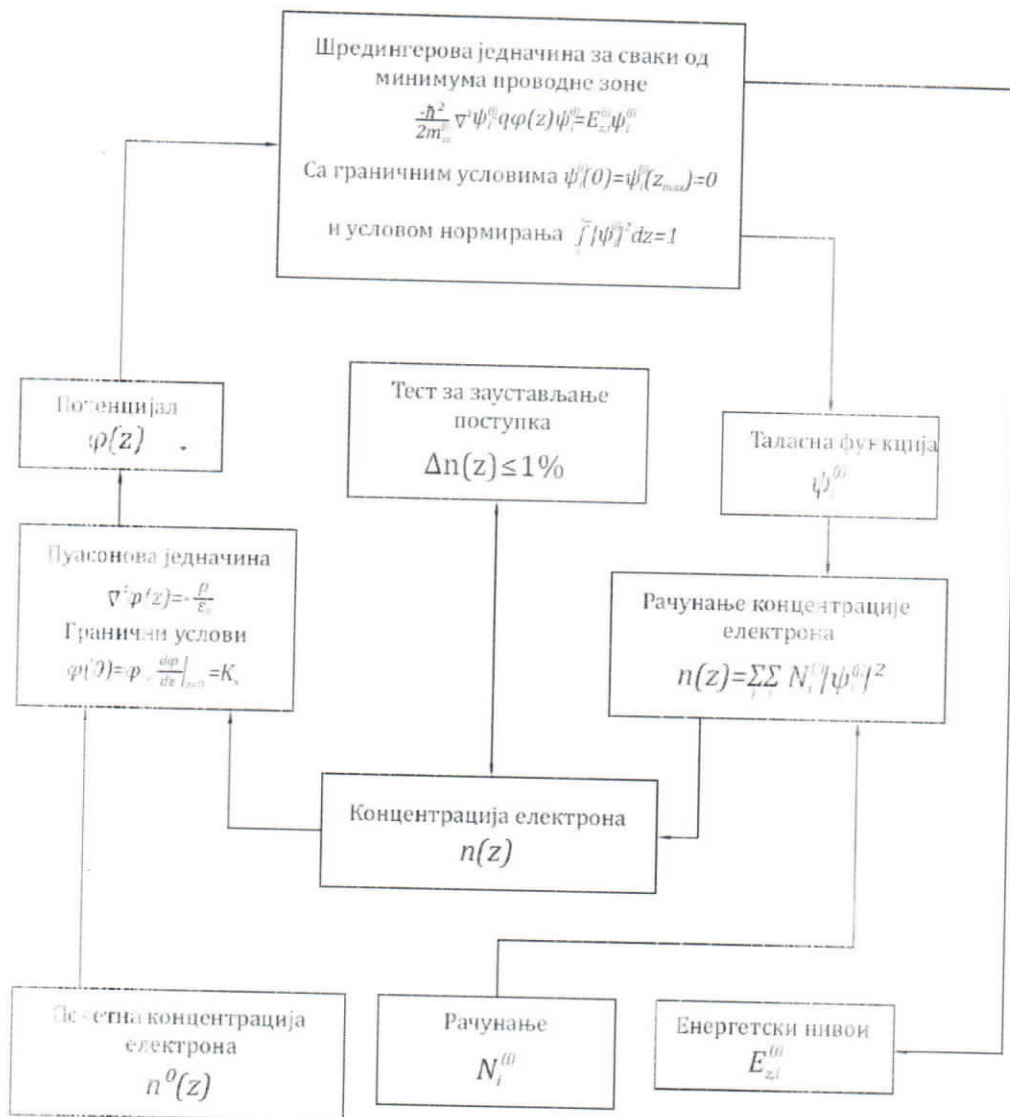
Величина корака h или број сегмената N усваја се с обзиром на тачност која се жели постићи.

Шредингерову једначину (5.4) свешће се на систем од $N-1$ линеарних једначина по непознатим вредностима таласне функције у тачкама $z = n \cdot h$, $n = 1, 2, \dots, N-1$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^{(j)}} \frac{\psi_{i,n+1}^{(j)} - 2\psi_{i,n}^{(j)} + \psi_{i,n-1}^{(j)}}{h^2} - q\varphi_n \psi_{i,n}^{(j)} = E_{z,i}^{(j)} \psi_{i,n}^{(j)} \quad (5.69)$$

$$(n = 1, 2, \dots, N-1)$$

уз граничне услове



Сл. 5.5. Шематски приказ поступка нумеричког решавања система једначина (5.1) – (5.8).

$$\psi_{i0}^{(j)} = \psi_{iN}^{(j)} = 0 \quad (5.70)$$

Претходне једначине се добијају ако се једначина (5.4) напише за свако $z = n \cdot h$; $n = 1, 2, \dots, N-1$, а други извод таласне функције представи преко коначних прираштаја

$$\left. \frac{d^2 \psi_i^{(j)}}{dz^2} \right|_{z=nh} = \frac{\psi_{i,n+1}^{(j)} - 2\psi_{i,n}^{(j)} + \psi_{i,n-1}^{(j)}}{h^2} \quad (5.71)$$

Систем линеарних једначина (5.69) имаће нетривијално решење ако је његова детерминанта једнака нули. Тај услов даје сопствене вредности енергије $E_{z,i}^{(j)}$. За свако $E_{z,i}^{(j)}$ уз услов нормирања (5.5) који постаје

$$\int_0^{z_{\max}} |\psi_i^{(j)}(z)|^2 dz = 1 \quad (5.72)$$

могу се наћи вредности $\psi_{in}^{(j)}$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1, N$.

Пошто се $E_{z,i}^{(j)}$ добија као решење детерминанте $N-1$, то ће бити $N-1$ вредности $E_{z,i}^{(j)}$, односно $N-1$ енергетских нивоа. Међутим, диференцијална једначина (5.4) даје бесконачно много енергетских нивоа. Разлика је последица дискретизације једначине (5.4).

Диферентне једначине (5.69) су само добра апроксимација диференцијалне једначине (5.4) и оне не могу да опишу таласну функцију на растојању мањем од корака h . На тај начин добијамо само најниже енергетске нивое, али то не смета јер су виши енергетски нивои непопуњени.

Налагање сопствених вредности енергије своди се на тражење сопствених вредности матрице $N-1$ реда. То се може постићи коришћењем QR трансформације као што је урађено у раду [93]. Применом елементарних трансформација:

1. Замена места две врсте (или две колоне)
2. Множењем било које врсте (или колоне) бројем $\lambda \neq 0$
3. Додавањем помножене врсте (колоне) паралелној врсти (колони)

мења се матрица, али и нова матрица је истог реда $N-1$. Узастопном применом елементарних трансформација у више корака полазна матрица се трансформише на троугаону матрицу која има на дијагонали све елементе различите од нуле. Ред добијене матрице (као и почетне) је управо број елемената на дијагонали. Међутим, велики ред матрице ствара велике тешкоће при нумеричком рачунању.

Када су нађене сопствене вредности енергије $E_{z,i}^{(j)}$ и вредности таласне функције може се врло лако наћи концентрација електрона у свакој тачки $n(z)$. Решавање Пуасонове једначине своди се на директну интеграцију, јер је десна страна позната у тачкама $z = n \cdot h$. Овај корак не представља неку тешкоћу и лако се може извести на рачунару.

6. ЕКСПЛИЦИТНИ МОДЕЛ ПОВРШИНСКОГ ПОТЕНЦИЈАЛА КОЈИ УЗИМА У ОБЗИР КВАНТНО МЕХАНИЧКЕ ЕФЕКТЕ У ПОВРШИНСКОМ СЛОЈУ

Успешно смањивање димензија MOS транзистора, које прати прогресивни развој VLSI технологије, захтева одговарајуће промене његових технолошких параметара. Ради минимизирања ефеката кратког канала и спречавања струје отицања, код скалираних MOS транзистора се повећава концентрација примеса у полупроводничком супстрату ($\sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) и смањује дебљина оксида (2 nm). Међутим, употреба јако допираних супстрата и ултра танких оксида узрокује појаву веома јаких електричних поља (реда величине $10^7 - 10^8 \text{ V/m}$) и стрмог потенцијала на међуповршини Si-SiO₂. Под дејством јаких трансверзалних поља кривљење енергетских зона у полупроводнику се локализује на малом растојању од међуповршине Si-SiO₂, које је реда величине Де Бројеве таласне дужине електрона. Због тога, савремени MOS транзистори улазе у режим рада где квантно механички ефекти постају веома значајни, а класична теорија више није у стању да тачно моделира електричне карактеристике MOS транзистора.

Још пре много година је запажено да квантно механички ефекти уз површину полупроводника драстично одлажу формирање инверзног слоја, при истом напону на гејту у односу на класичан случај, а тиме битно утичу и на електричне особине MOS транзистора [94]. Наиме, експерименталним путем је утврђено да квантно механички ефекти смањују густину наелектрисања инверзног слоја, струју дрејна, транскапацитансу и транскондуктансу, а повећавају напон прага и површински потенцијал MOS транзистора, при истом услову поларизације, у односу на вредности које предвиђа класична теорија [95].

Модели MOS транзистора који се користе у савременим интегрисаним колима, дакле, морају узети у обзир квантно механичке ефекте у површинским слојевима полупроводничког супстрата, поред ефеката кратког канала, сатурације брзине мањинских носилаца наелектрисања у каналу, редукције њихове покретљивости, серијске отпорности и др. Међутим, са повећањем броја параметара, који се морају узети у обзир, повећава се и комплексност модела. Због тога се у прошлој деценији велики број аутора фокусирао на развој квантно

механичког модела MOS транзистора који би се заснивао на што једноставнијим изразима између процесних параметара и радних напона, а чији би резултати били прихватљиво тачни за дате услове поларизације и димензије структуре [96].

У овој глави ћемо развити експлицитан модел расподеле и транспорта носилаца наелектрисања у инверзним слојевима n -типа који се заснива на анализи површинског потенцијала, а узима у обзир квантно механичке ефекте преко варијационог приступа при решавању система здружене Шредингерове и Пуасонове једначине. Модел је потпуно аналитички, даје континуалну зависност струје дрејна и њених извода од напона на крајевима MOS транзистора, од осиромашења до јаке инверзије, и не захтева увођење додатних параметара у односу на оригинални класичан модел који је уведен у Глави 3.

6.1. КВАНТНО МЕХАНИЧКА ПОПРАВКА ПОВРШИНСКОГ ПОТЕНЦИЈАЛА

Резултујућа потенцијална јама уз међуповршину Si-SiO₂ је уска довољно да изазове значајно квантовање енергије носилаца наелектрисања у правцу нормале на површину полупроводника. Сваки квантовани енергетски ниво представља дно дискретне дводимензионалне подзоне на које се дели проводна зона Si. Како је растојање између подзона значајно у односу на термички потенцијал kT/q , електрони ће, при нижим температурама, попуњавати само најнижу подзону. Због тога се за аналитичко решавање система здружене Шредингерове и Пуасонове једначине користи апроксимација варијације параметара таласне функције која даје добру процену енергије најнижег нивоа у граничном случају електричног квантног лимита (Глава 5).

Основни ниво најниже подзоне E_0 се не поклапа са дном проводне зоне $E_C(0)$, већ је померен за вредност ΔE изнад њега (сл.6.1.a). Ова појава се може третирати као ефективно ширење забрањене зоне Si, од E_g^{CL} (у класичном случају континуалне проводне зоне) до $E_g^{CL} + E_0$. При одређеној вредности напона на гејту, концентрација електрона у инверзном слоју биће мања за члан $\left[\exp\left(-\frac{E_0}{2kT}\right) \right]$ у односу на вредност коју предвиђа класична теорија, односно:

$$n_i^{QM} = n_i^{CL} \exp\left(\frac{E_g^{CL} - E_g^{QM}}{2kT}\right) = n_i^{CL} \exp\left(\frac{E_g^{CL} - E_0 - E_g^{CL}}{2kT}\right) = n_i^{CL} \exp\left(-\frac{E_0}{2kT}\right) \quad (6.1)$$

Према томе, да би се достигао исти ниво инверзије као у класичном случају, односно иста концентрација мањинских носилаца наелектрисања у инверзном слоју, површински потенцијал ϕ_s у случају подељене зоне треба повећати за следећу квантно механичку корекцију

$$\delta\varphi_s = \frac{E_0}{q} \tag{6.2}$$

У апроксимацији варијације параметара таласне функције енергија најнижег дозвољеног нивоа дата је изразом:

$$E_0 = \frac{3 \cdot \hbar^2 \cdot b^2}{8 \cdot m^*} \tag{6.3}$$

где је b варијациони параметар чија се вредност одређује из услова минимума енергије најнижег дозвољеног енергетског нивоа [97]:

$$b = \left[\frac{12 \cdot m^* \cdot q^2}{\epsilon_{Si} \cdot \hbar^2} \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{inv} \right) \right]^{-1/3} \tag{6.4}$$

Са m^* је означена лонгитудинална ефективна маса електрона у проводној зони Si ($m^* = 0.98m_0$), q наелектрисање електрона, ϵ_{Si} диелектрична константа силицијума, $\hbar = h/2\pi$ редукована Планкова константа. Укупна густина фиксних



Сл. 6.1. Шематски приказ класичне и квантно механичке расподеле потенцијалне енергије у јакој инверзији (а) и концентрација електрона у функцији растојања (б).

акцепторских јона у осиромашеном слоју је $N_{os} = N_A \cdot d_{os}$, где је N_A концентрација акцепторских примеса у осиромашеном слоју ширине d_{os} . За целу област инверзије, између укупне густине електрона у инверзном слоју N_{inv} и енергије најнижег нивоа E_0 важи имплицитна једначина (Глава 4):

$$N_{inv} = \frac{g m_d}{\pi \hbar^2} kT \ln \left[1 + \exp \left(\frac{E_{Fs} - E_0}{kT} \right) \right] \quad (6.5)$$

где је g – фактор дегенерације ($g = 2$ за први дозвољени енергетски ниво), m_d – ефективна маса густине стања ($m_d = 0.19$ [97]), E_{Fs} – енергија Фермијевог нивоа на површини полупроводника.

Уношењем (6.3) и (6.4) у израз (6.2) добијамо квантно механичку корекцију површинског потенцијала у следећем облику:

$$\delta\phi_s = \frac{3}{8} \cdot \frac{\hbar^2}{m^* q} \left[\frac{12 \cdot m^* \cdot q^2}{\epsilon_{Si} \cdot \hbar^2} \left(N_{os} + \frac{11}{32} N_{inv} \right) \right]^{2/3} \quad (6.6)$$

Код напредних MOS структура са ултра танким оксидима запажено је још и то да квантно механички ефекти изазивају померај пика у расподели мањинских носилаца од међуповршине Si-SiO₂ ка унутрашњости полупроводника, сл. 6.1.b. Средње растојање електрона у инверзном слоју Si, при истим вредностима напона на гејту, веће је од класичних вредности за величину:

$$\Delta z = \langle z^{QM} \rangle - \langle z^{CL} \rangle \quad (6.7)$$

Квантно механички пораст средњег растојања електрона у инверзном слоју од међуповршине може се третирати као ефективно повећање дебљине оксида:

$$d_{ox}^{eff} = d_{ox} + \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_{Si}} \Delta z \quad (6.8)$$

Да би се у случају „дебљег“ оксида достигла иста насељеност проводне зоне као у класичном случају потребно је додатно кривљење енергетских зона, односно потребно је повећати површински потенцијал за следећу квантно механичку корекцију:

$$\delta\phi_s = K_s \Delta z \quad (6.9)$$

где је K_s површинско трансверзално електрично поље.

Израчунавање Δz није лако за произвољне концентрације примеса у полупроводнику и произвољне напоне на гејту. У апроксимацији варијације параметара таласне функције која узима у обзир насељеност само најниже подзоне Δz се може представити у облику функције положаја првог дозвољеног енергетског нивоа:

$$qK_s \Delta z \approx \frac{4}{9} E_0 \quad (6.10)$$

Комбиновање ефеката ширења забрањене зоне силицијума и пораста средњег растојања електрона у инверзном слоју од међуповршине Si-SiO₂ даје комплетнији израз за квантно механичку корекцију површинског потенцијала:

$$\delta\varphi_s = \frac{E_0}{q} + K_s \Delta z = \frac{13}{3} \cdot \frac{\hbar^2 \cdot b^2}{8m^*q} \quad (6.11)$$

У [98], поред наведених, уведена је и квантно механичка корекција површинског потенцијала изазвана сужавањем енергетског процепа Si због високе концентрације примеса. Међутим, хипотеза о могућности утицаја ефеката сужавања забрањене зоне на промену површинског потенцијала захтева додатно оправдање и неће бити разматрана у оквиру ове дисертације.

6.2. КВАНТНО МЕХАНИЧКИ МОДЕЛ ПОВРШИНСКОГ ПОТЕНЦИЈАЛА

Експлицитан квантно механички модел расподеле и транспорта носилаца наелектрисања у инверзним слојевима полупроводника који се заснива на анализи површинског потенцијала добија се адекватним укључивањем корекције $\delta\varphi_s$ у класични оригиналан φ_s – модел који је описан у Глави 3. Пре него што се унесе у оригинал модел, квантно механичку корекцију $\delta\varphi_s$ треба изразити у облику функције примењених напона на крајевима MOS транзистора.

Корекција $\delta\varphi_s$ зависи од напона на гејту преко укупног броја електрона по јединици површине инверзног слоја N_{inv} и укупног броја јонизованих акцепторских атома по јединици површине осиромашеног слоја N_{os} . Међутим, зависности N_{inv} и N_{os} од напона на гејту се у литератури срећу, углавном, у облику имплицитних израза чије нумеричко решавање захтева дуго рачунско време. У циљу превазилажења ове тешкоће у [99] је уведена апроксимација еквивалентне густине носилаца наелектрисања n_{all} која обухвата густину слободних носилаца у инверзном слоју и густину непокретних акцепторских јона у осиромашеном слоју, тј.

$$n_{all}(V_G', V_{ch}) = \frac{2 \cdot C_{ox}}{q} \cdot (V_G' - V_T - V_{ch}) \quad (6.12)$$

Са V_G' је означена хиперболичка функција глаткости помоћу које се постиже континуални прелаз еквивалентне густине носилаца наелектрисања од нуле за $V_G < V_T + V_{ch}$ до n_{all} за $V_G > V_T + V_{ch}$, дефинисана као [99]:

$$V_G' = \frac{1}{2} \cdot \left[V_G + \sqrt{(V_G - V_T - V_{ch})^2 + 4 \cdot \delta^2} + \sqrt{(V_T + V_{ch})^2 + 4 \cdot \delta^2} \right] \quad (6.13)$$

где је V_T класичан дугоканални напон прага, C_{ox} је капацитивност оксида по јединици површине гејта, а δ је мала величина ($\delta = 0.15$) која контролише глаткост овог прелаза.

Члан $\left(N_{os} + \frac{11}{32}N_{inv}\right)$ у изразу за варијациони параметар b је замењен са $\frac{n_{all}}{3}$, односно:

$$b(V_G, V_{ch}) = \left[\frac{12 \cdot m^* \cdot q^2}{\epsilon_{Si} \cdot \hbar^2} \cdot \frac{n_{all}(V_G, V_{ch})}{3} \right]^{1/3} \quad (6.14)$$

Уношењем израза (6.14) у једначину (6.2) добија се експлицитна апроксимативна релација за квантно механичку корекцију површинског потенцијала $\delta\phi_s$, која потпуно зависи од напона на крајевима:

$$\delta\phi_s(V_G, V_{ch}) = \frac{E_0(V_G, V_{ch})}{q} = \frac{3}{8} \cdot \frac{\hbar^2}{m^*} \cdot \left[\frac{12m^*q^2}{\epsilon_{Si}\hbar^2} \cdot \frac{n_{all}(V_G, V_{ch})}{3} \right]^{2/3} \quad (6.15)$$

Иако се апроксимација еквивалентне густине носилаца наелектрисања n_{all} показала оправданом, нарочито у области умерене инверзије, морамо имати у виду чињеницу да густина електрона у инверзном слоју и густина акцепторских јона у осиромашеном слоју имају различиту функционалну зависност од напона на гејту. Због тога су у [100], у изразу за варијациони параметар b , уведена два индивидуална параметра S и R која контролишу релативне доприносе N_{os} и N_{inv} квантно механичкој корекцији површинског потенцијала $\delta\phi_s$:

$$b = \left[\frac{12 \cdot m^* \cdot q^2}{\epsilon_{Si} \cdot \hbar^2} (N_{os}S + N_{inv}R) \right]^{1/3} \quad (6.16)$$

У зависности од технолошких параметара MOS транзистора (концентрације примеса у полупроводнику N_A и дебљине оксида d_{ox}) параметар S има вредност од 0.4 до 0.5, а параметар R од 0.6 до 0.7 [100].

У [101] је предложено да се уместо параметара S и R користе следеће функције:

$$S = 0.4178 \cdot \left(\frac{N_A}{10^{18}} \right)^{0.003945} \cdot d_{ox}^{0.068301} \quad (6.17)$$

$$R = 0.5675 \cdot \left(\frac{N_A}{10^{18}} \right)^{0.033063} \cdot d_{ox}^{0.045893} + 0.015 \left(\frac{V_G - V_T}{10 \cdot u_T} \right) \quad (6.18)$$

где је концентрација примеса N_A изражена у (cm^{-3}), а дебљина оксида гејта d_{ox} у (nm).

Експлицитан израз за квантно механичку корекцију површинског потенцијала је:

$$\delta\varphi_s(V_G, V_{ch}) = \frac{E_0(V_G, V_{ch})}{q} = \frac{13}{3} \cdot \frac{\hbar^2}{8m^*} \cdot \left[\frac{12m^*q^2}{\varepsilon_{Si}\hbar^2} \cdot (N_{os}S + N_{inv}R) \right]^{2/3} \quad (6.19)$$

Следећи задатак је укључивање квантно механичке корекције $\delta\varphi_s$ у експлицитан φ_s -модел описан у Глави 3. На први поглед је најједноставније корекцију $\delta\varphi_s$ додати површинском потенцијалу φ_s у изразу (3.44). Међутим, просто сабирање две функције $\delta\varphi_s$ и φ_s , без употребе одговарајућих интерполационих техника за резултат има функцију чији изводи нису континуални у већини случајева.

Далеко бољи начин је модификовати функцију f , дату једначином (3.43), тако да варира од φ_{swi} у слабој инверзији до $(2\phi_F + V_{ch} + \delta\varphi_s)$ на почетку јаке инверзије. Тако модификована функција глаткости дата је следећим изразом [102]:

$$f_{V_G, V_{ch}}^{qm} = \frac{2\phi_F + V_{ch} + \delta\varphi_s}{2} + \frac{\varphi_{swi}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varphi_{swi} - 2\phi_F - V_{ch} - \delta\varphi_s)^2 + 4\varepsilon^2} \quad (6.20)$$

Параметар ε контролише континуалност поменутог прелаза функције f , односно површинског потенцијала, и има вредност 0,02V [102].

Експлицитан квантно механички модел површинског слоја полупроводника који се заснива на анализи површинског потенцијала може се, дакле, апроксимативно добити уношењем модификоване функције $f_{V_G, V_{ch}}^{qm}$ уместо f у једначину (3.44).

6.3. КВАНТНО МЕХАНИЧКИ МОДЕЛ НАЕЛЕКТРИСАЊА ИНВЕРЗНОГ И ОСИРОМАШЕНОГ СЛОЈА

Једна од главних предности модела наелектрисања инверзног и осиромашеног слоја MOS транзистора који се заснивају на анализи површинског потенцијала φ_s у односу на остале моделе огледа се у израчунавању струје дрејна преко једне релације за целу активну област рада MOS транзистора.

Основне претпоставке модела наелектрисања слојева су да инверзни слој има инфинитезималну дебљину и да струју дрејна I_D узрокују и струја дрифта и струја дифузије. Струја дрејна се, према томе, представља збиром:

$$I_D = I_{drift} + I_{diff} \quad (6.21)$$

Индивидуалне компоненте струје, када се узму у обзир квантно механички ефекти, дате су следећим изразима [103]:

$$I_{drij} = \mu \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot \left[(V_G - V_{FB}) \cdot (\varphi_{s_{L[qm]}} + \varphi_{s_{0[qm]}}) - \frac{1}{2} (\varphi_{s_{L[qm]}}^2 - \varphi_{s_{0[qm]}}^2) - \frac{2}{3} \gamma \cdot (\varphi_{s_{L[qm]}}^{3/2} - \varphi_{s_{0[qm]}}^{3/2}) \right] \quad (6.22)$$

и

$$I_{diff} = \mu \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot u_T \cdot \gamma \cdot \left[\left(\sqrt{\varphi_{s_{0[qm]}} + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi_{s_{0[qm]}} - V_{SB} - 2\phi_F - \delta\varphi_{s0}}{u_T}\right)} - \sqrt{\varphi_{s_{0[qm]}}} \right) - \left(\sqrt{\varphi_{s_{L[qm]}} + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi_{s_{L[qm]}} - V_{DB} - 2\phi_F - \delta\varphi_{sL}}{u_T}\right)} - \sqrt{\varphi_{s_{L[qm]}}} \right) \right] \quad (6.23)$$

У релацијама (6.22) и (6.23) $\delta\varphi_{s0}$ означава квантно механичку корекцију површинског потенцијала на крају канала код сорса ($z=0$), а $\delta\varphi_{sL}$ код дрејна ($z=L$). Са μ је означена покретљивост електрона у каналу, са W ширина канала (инверзног слоја), а са L дужина канала. Потенцијал канала V_{ch} је замењен напоном на сорсу V_{SB} и напоном на дрејну V_{DB} , респективно.

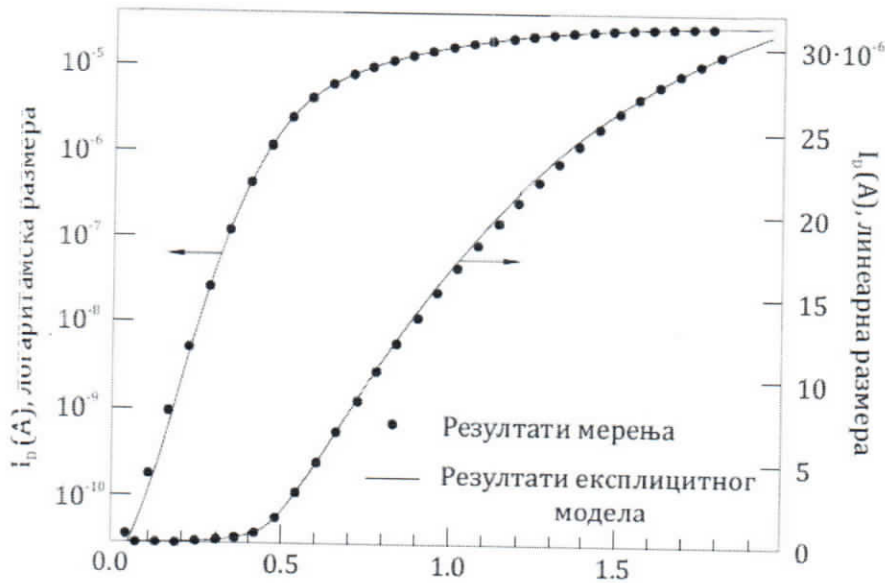
На сл. 6.2 приказана је струја дрејна у функцији напона на гејту за n -канални MOS транзистор са концентрацијом акцепторских примеса $N_A = 2.4 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, дебљином оксида $d_{ox} = 3.5 \text{ nm}$ и односом ширине и дужине канала $W/L = 10/10 \mu\text{m}$. Резултати су приказани у линеарној и у логаритамској размера, и упоређени са измереним вредностима, да би се боље приказало понашање модела у целој активној области рада MOS транзистора, тј. од осиромашења до јаке инверзије.

У пракси, међутим, постоје физички ефекти попут редукције покретљивости, сатурације брзине, серијске отпорности, смањења баријере индуковане на дрејну и модулације дужине канала који доводе до значајног одступања електричног понашања од идеалног које предвиђају једначине (6.22) и (6.23).

Друга важна особина модела наелектрисања инверзног и осиромашеног слоја MOS транзистора који се заснива на анализи површинског потенцијала је релативно лако израчунавање наелектрисања MOS транзистора (а тиме и транскапацитансе, као извода наелектрисања по напону). Под претпоставком да важи апроксимација тоталног осиромашења, дефиниције наелектрисања осиромашеног и инверзног слоја су

$$Q_{os} = -\gamma \cdot C_{ox} \cdot \sqrt{\varphi_s} \quad (6.24)$$

$$Q_{inv} = -C_{ox} \cdot (V_G - V_{FB} - \varphi_s) - Q_{os} \quad (6.25)$$



Сл. 6.2. Струја дрејна у функцији напона на гејту у логаритамској и линеарној размери за n -канални MOS транзистор. Символи представљају измерене, а линије вредности добијене из квантно механичког модела наелектрисања инверзног и осиромашеног слоја.

Укупно наелектрисање у полупроводнику једнако је наелектрисању на металној гејт електроди:

$$Q_s = Q_G = -(Q_{inv} + Q_{ox}) \quad (6.26)$$

Једначина (6.25) не даје тачну зависност Q_{inv} од напона на крајевима у области слабе инверзије. Да би се постигло побољшање, члан $(V_G - V_{FB} - \varphi_s)$ треба заменити десном страном имплицитне једначине (3.24), која у квантно механичком случају може да се препише у следећем облику:

$$V_G - V_{FB} - \varphi_s = \gamma \cdot \sqrt{\varphi_s + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi_s - 2\phi_F - V_{ch} - \delta\varphi_s}{u_T}\right)} \quad (6.27)$$

Након замене у једначину (6.25) добијамо побољшан израз за наелектрисање инверзног слоја:

$$Q_{inv} = -\gamma \cdot C_{ox} \left\{ \left[\sqrt{\varphi_s + u_T \cdot \exp\left(\frac{\varphi_s - 2\phi_F - V_{ch} - \delta\varphi_s}{u_T}\right)} \right] - \sqrt{\varphi_s} \right\} \quad (6.28)$$

Претходна релација укључује квантовање енергије носилаца наелектрисања инверзног слоја у правцу нормале на површину полупроводника преко поправке $\delta\varphi_s$. Ако се у једначину (6.28) стави $\delta\varphi_s = 0$, добија се добро позната класична релација за наелектрисање инверзног слоја.

Да би се добила капацитивност MOS транзистора мора се узети у обзир релација која даје расподелу напона примењеног на гејт

$$V_G = \frac{Q_s}{C_{ox}} + \varphi_s \quad (6.29)$$

Укупна капацитивност MOS транзистора једнака је редној вези капацитивности оксида C_{ox} и капацитивности осиромашеног и инверзног слоја:

$$C_{MOS} = \frac{C_s \cdot C_{ox}}{C_s + C_{ox}} \quad (6.30)$$

где је

$$C_s = \left| \frac{dQ_s}{d\varphi_s} \right| = \left| \frac{dQ_{os}}{d\varphi_s} \right| + \left| \frac{dQ_{inv}}{d\varphi_s} \right| \quad (6.31)$$

Релације (6.24)-(6.31) омогућују одређивање укупне капацитивности MOS транзистора ако је одређена зависност површинског потенцијала од напона на гејту, независно од начина на који је та зависност одређена и услова под којима важи.

6.4. МОДИФИКОВАЊЕ ПАРАМЕТРА ε У ФУНКЦИЈИ f

Као што је већ речено у Глави 2, напон прага V_T дефинише се као напон на гејту при којем почиње да се формира инверзни слој (канал) уз површину полупроводника. За напоне на гејту $V_G < V_T$ природно је очекивати да су вредности површинског потенцијала уз сорс и дрејн једнаке површинском потенцијалу слабе инверзије, тј. $\varphi_{s0} = \varphi_{sL} = \varphi_{s_{wi}}$. Међутим, према релацији (3.44), површински потенцијал φ_s је функција потенцијала канала V_{ch} , преко функције f , и у областима слабе инверзије и осиромашења. Вредности површинског потенцијала φ_{s0} и φ_{sL} , израчунате према (3.44) за $V_G < V_T$ међусобно се разликују што изазива неправилности у струји дрефта, а тиме и у укупној струји дрејна [103]. Без обзира што су вредности струје дрефта екстремно мале (реда pA), неправилности треба исправити јер би у супротном модел дао погрешне резултате у односу на стандардне вредности [104].

Вредности φ_{s0} и φ_{sL} , се испод прага могу приближити вредности $\varphi_{s_{wi}}$ једино ако се смањи вредност параметра ε у функцији f . Смањење вредности параметра ε би, међутим, прелаз функције f од $\varphi_{s_{wi}}$ до $2\phi_F + V_{ch}$ учинило стрмим на самом прагу, што би у ствари угрозило континуалност површинског потенцијала φ_s [105].

Појава дисконтинуитета у површинском потенцијалу може се избећи ако се параметар ε замени функцијом од напона на гејту, таквом да се мења од вредности близу нуле у осиромашеној области до вредности близу 0,02V (као што је

предложено у [66]), кад се напон на гејту приближава вредности напона прага V_T . У [106] за ε је предложена следећа функција:

$$\varepsilon = 0.01 \cdot \left(1 + \frac{V_G - V_T + 8 \cdot u_T}{\sqrt{(V_G - V_T + 8 \cdot u_T)^2 + 0,02}} \right) \quad (6.32)$$

Према овом изразу, функција ε има вредност близу нуле у осиромашењу, а достиже вредност приближно једнаку $0.02 V$ у инверзији. Тачка повратка била би на $V_T - 8 \cdot u_T$, тако да се при напону прага ($V_G = V_T$) функција ε враћа на вредност приближно једнаку $0.02 V$.

Кад унесемо (6.32) у израз за модификовану функцију глаткости (6.20), а потом тако добијену релацију у (3.44) добијамо експлицитан квантно механички модел површинског слоја полупроводника који се заснива на анализи површинског потенцијала.

Табела 6.1. Вредности површинског потенцијала у слабој инверзији на крају канала уз сорс и дрејн добијене из 4 различита израза

ИЗРАЗИ ЗА φ_s У ОБЛАСТИ СЛАБЕ ИНВЕРЗИЈЕ	φ_{s0} (V)	φ_{sL} (V)
Имплицитна једначина модела наелектрисања инв. и ос. слоја (једначина 3.24)	0,40085836528	0,40085836681
Апроксимација слабе инверзије (једначина 3.33)	0,40085836683	0,40085836683
Експлицитни израз за φ_s (једначина 3.44)	0,40084035226	0,40085682489
Експлицитни израз за φ_s са модификованим параметром ε (према једначини 6.32)	0,40085836683	0,40085836682

У табели 6.1 дате су вредности φ_{s0} и φ_{sL} у области слабе инверзије, добијене из четири различита израза. Параметри структуре за које су рачунате вредности φ_{s0} и φ_{sL} у табели 6.1 су :

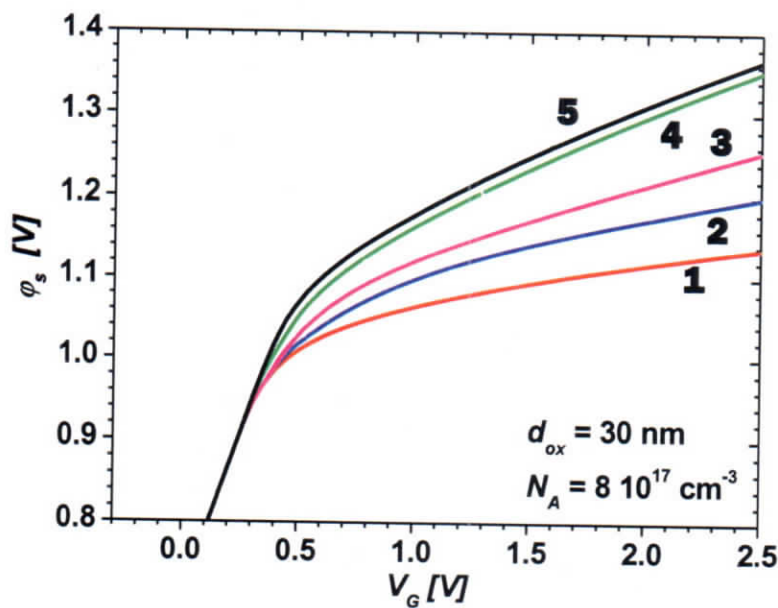
$$N_A = 8 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}, \quad d_{ox} = 15 \text{ nm}, \quad V_{FB} = -0,6 \text{ V}, \quad V_{SB} = 0 \text{ V}, \quad V_{DS} = 1 \text{ V}, \quad V_G = 0,25 \text{ V}$$

Побољшање у вредностима φ_{s0} и φ_{sL} , које даје функција ε изражена релацијом (6.32) види се у последњем реду табеле. За напоне $V_{DS} > 0$, вредности

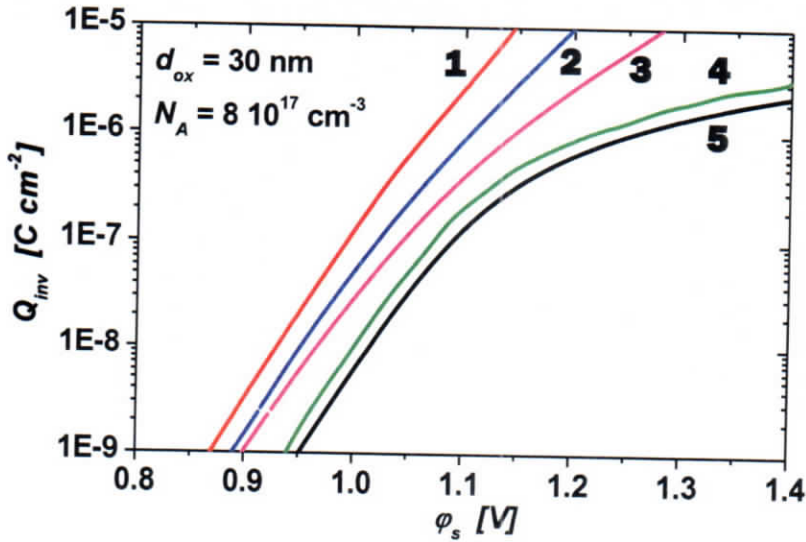
φ_{s0} и φ_{sL} су много ближе вредности $\varphi_{s_{wi}}$ него што предвиђа оригинални експлицитни φ_s – модел (описан у Глави 3).

На сликама 6.3 - 6.8 приказане су зависности површинског потенцијала φ_s од напона на гејту V_G , односно зависности густине наелектрисања инверзног слоја Q_{inv} од површинског потенцијала φ_s за MOS транзисторе са различитим концентрацијама акцепторских примеса у супстрату и различитим дебелинама оксида, израчунате према:

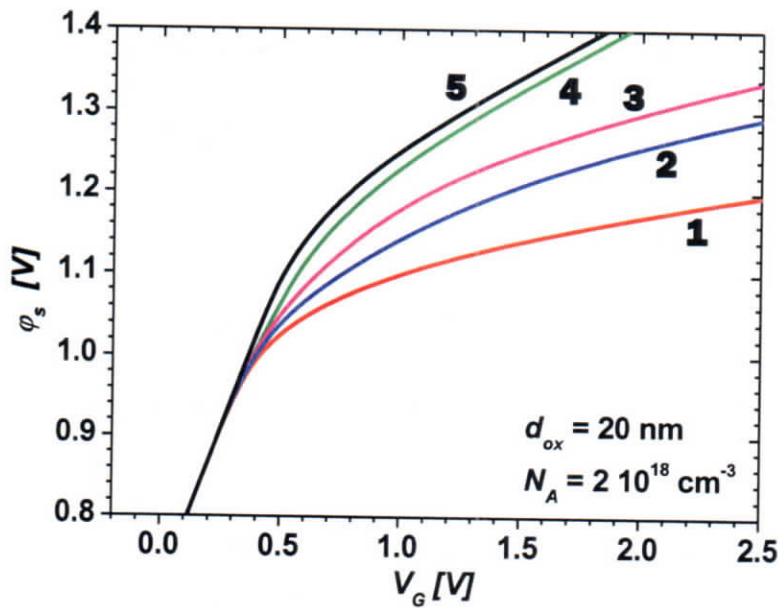
- класичном имплицитном φ_s – моделу (једначина 3.24), крива означена са (1)
- класичном експлицитном φ_s – моделу (једначина 3.44) са константним параметром $\varepsilon = 0.02 V$, крива означена са (2)
- класичном експлицитном φ_s – моделу (једначина 3.44) са параметром ε модификованим према релацији (6.32), крива означена са (3)
- експлицитном φ_s – моделу који узима у обзир квантно механичку корекцију површинског потенцијала, крива означена са (4)
- нумеричком самосагласном решавању здружене Шредингерове и Пуасонове једначине за које је коришћен QM C-V нумерички симулатор развијен од стране Berkley Device Group [32], крива означена са (5)



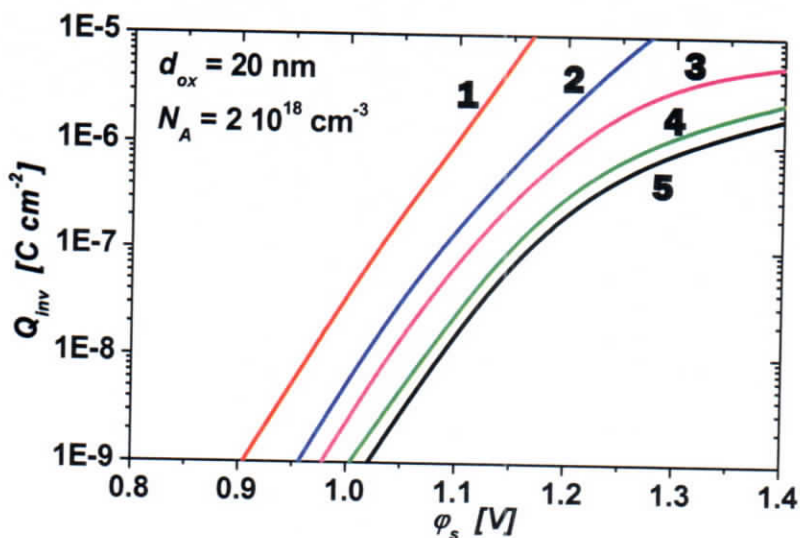
Сл. 6.3 Зависности површинског потенцијала φ_s од напона на гејту V_G израчунате према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са константним (2) и модификованим параметром ε (3), квантном експлицитном моделу (4) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (5). Дебелина оксида је 30 nm а концентрација примеса $8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.



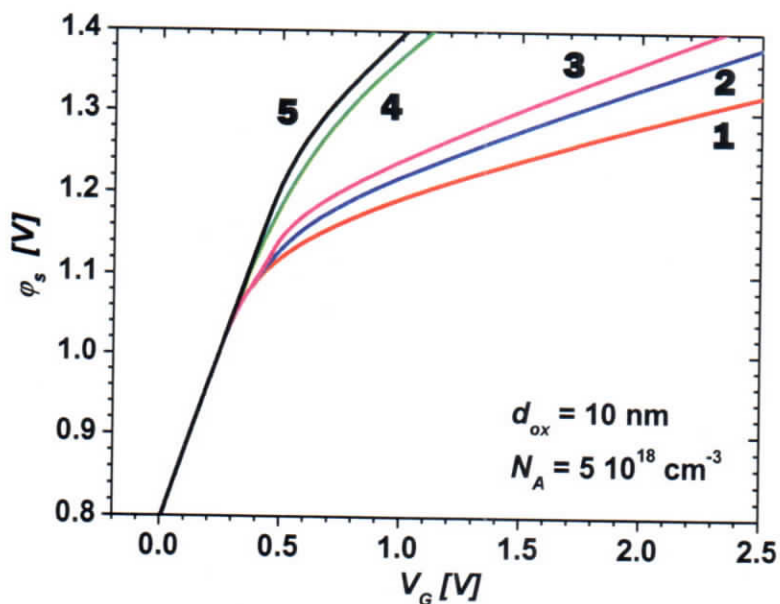
Сл. 6.4 Зависности густине наелектрисања инверзног слоја Q_{inv} од површинског потенцијала ϕ_s израчунате према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са константним (2) и модификованим параметром ϵ (3), квантном експлицитном моделу (4) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (5). Дебљина оксида је 30 nm а концентрација примеса $8 \cdot 10^{17}$ cm⁻³.



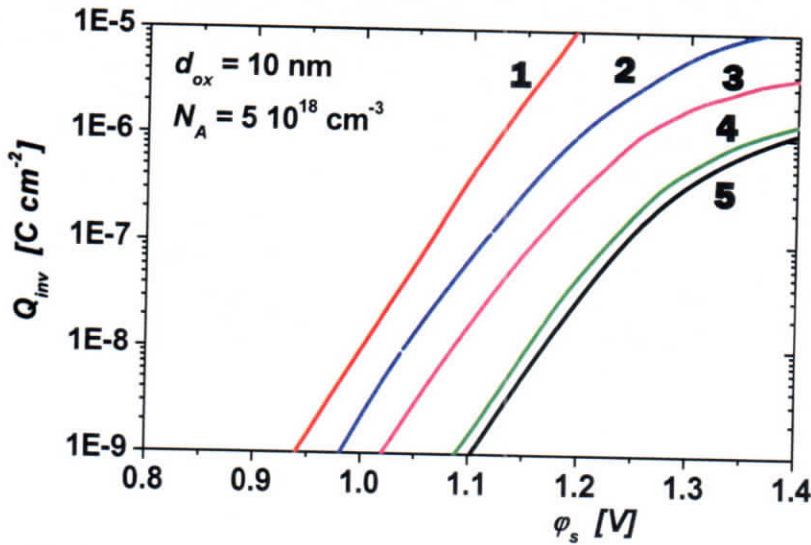
Сл. 6.5 Зависности површинског потенцијала ϕ_s од напона на гејту V_G израчунате према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са константним (2) и модификованим параметром ϵ (3), квантном експлицитном моделу (4) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (5). Дебљина оксида је 20 nm а концентрација примеса $2 \cdot 10^{18}$ cm⁻³.



Сл. 6.6 Зависност густине наелектрисања инверзног слоја Q_{inv} од површинског потенцијала ϕ_s израчунате према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са константним (2) и модификованим параметром ϵ (3), квантном експлицитном моделу (4) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (5). Дебљина оксида је 20 nm а концентрација примеса $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.



Сл. 6.7 Зависности површинског потенцијала ϕ_s од напона на гејту V_G израчунате према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са константним (2) и модификованим параметром ϵ (3), квантном експлицитном моделу (4) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (5). Дебљина оксида је 10 nm а концентрација примеса $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.



Сл. 6.8 Зависност густине наелектрисања инверзног слоја од површинског потенцијала израчунате према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са константним (2) и модификованим параметром ε (3), квантном експлицитном моделу (4) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (5).

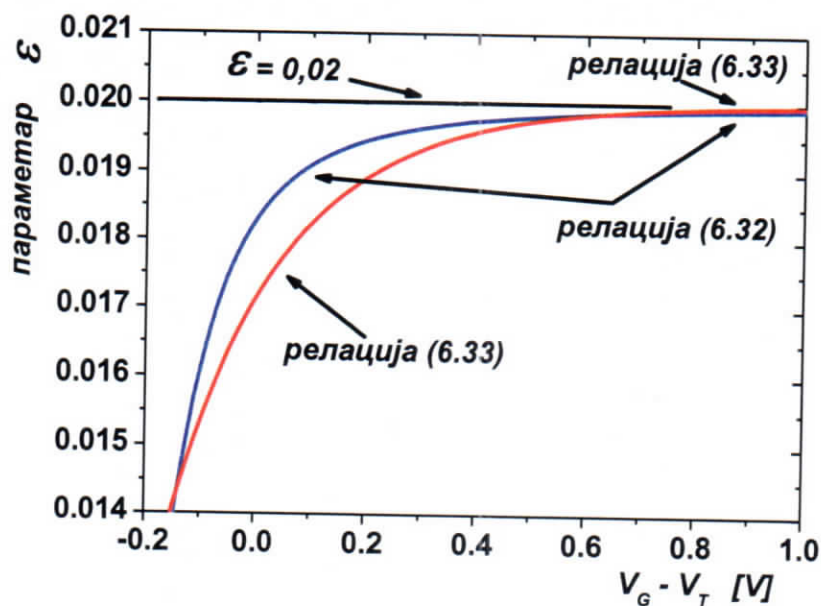
Зависности $\varphi_s(V_G)$ на сликама 6.3, 6.5 и 6.7 и $Q_{inv}(\varphi_s)$ на сликама 6.4, 6.6 и 6.8 добијене из класичног експлицитног модела са параметром ε модификованим према релацији (6.32) значајније одступају од резултата добијених нумеричким решавањем имплицитне једначине (3.24) (криве (1)), него у случају константног параметра ε , (криве 2). С друге стране, зависности $\varphi_s(V_G)$ и $Q_{inv}(\varphi_s)$ израчунате на основу квантно механичког модела (са параметром ε модификованим према релацији (6.32)) боље се слажу са резултатима здружене Шредингерове и Пуасонове једначине који су добијени уз помоћ солвера [32].

Да би се добило боље слагање између класичног експлицитног и класичног имплицитног модела, у раду [107] предложили смо другачију зависност параметра ε од напона на гејту:

$$\varepsilon = 0,02 \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{V_G - V_T + 16 \cdot u_T}{8 \cdot u_T}\right) \right] \quad (6.33)$$

Ова зависност обезбеђује да ε на почетку инверзије спорије расте са порастом V_G , а у јакој инверзији брже у односу на зависност дату релацијом (6.32), тако да ε знатно пре достиже вредност ближу 0.02 V него што предвиђа релација (6.32), што се види на сл. 6.9.

Зависности површинског потенцијала φ_s од напона на гејту V_G , густине наелектрисања (површинске концентрације електрона) у инверзном слоју MOS

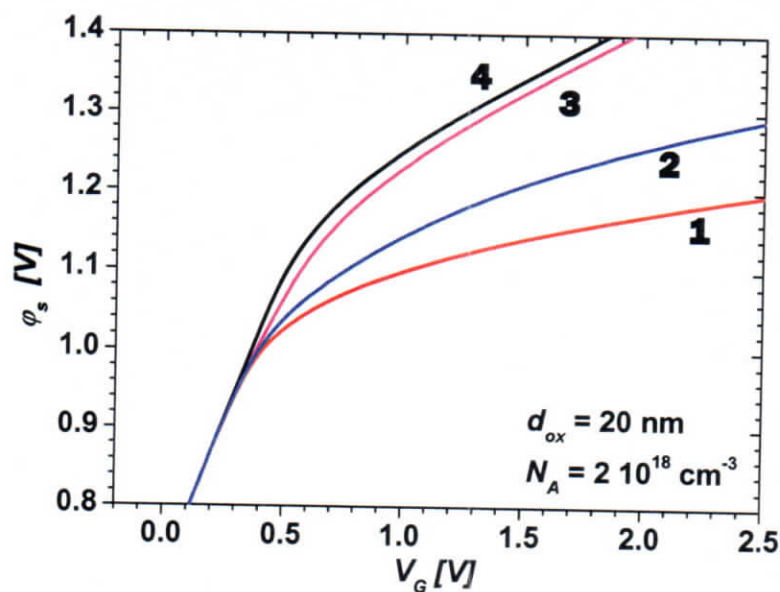


Сл. 6.9. Параметар ε у функцији напона на гејту, рачунат према релацијама (6.32) и (6.33).

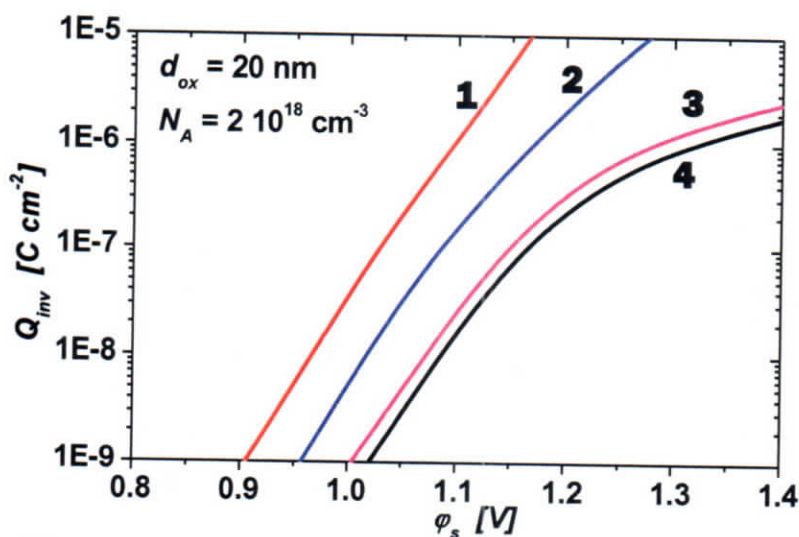
структуре Q_{inv} од површинског потенцијала φ_s , и капацитивност по јединици површине MOS структуре C_{MOS} од V_G израчунате су на основу класичног експлицитног и квантно механичког експлицитног модела са параметром ε модификованим према релацији (6.33) за MOS транзистор са истим технолошким параметрима (концентрацијом примеса у супстрату и дебљином оксида) као на сл. 6.5 и 6.6. Израчунате зависности су упоређене са нумеричким резултатима класичне имплицитне једначине (3.24) (криве 1) и здружене Шредингерове и Пуасонове једначине (криве 4, добијене уз помоћ солвера [32]) на сл. 6.10, 6.11, 6.12 и 6.13.

Зависности $\varphi_s(V_G)$ (сл. 6.10) и $Q_{inv}(\varphi_s)$ (сл. 6.11) добијене из класичног експлицитног модела (криве 2) се много боље слажу са резултатима класичног имплицитног модела (криве 1) него када се за параметар ε користи релација (6.32) као што је приказано на сл. 6.5 и 6.6. Наравно, у случају јаке инверзије, боље слагање даје модел који узима у обзир квантно механичке ефекте.

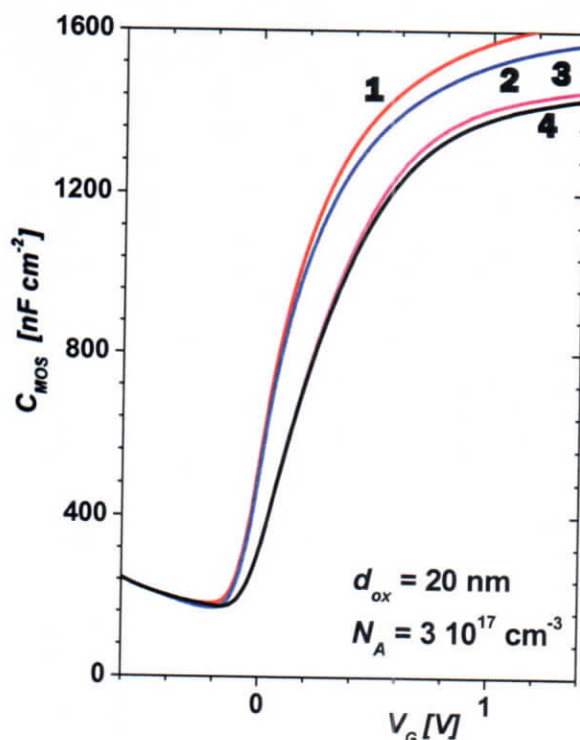
Израчунате зависности капацитивности од напона на гејту, приказане на сл. 6.12 и сл. 6.13 показују да се резултати које даје класичан експлицитни модел са параметром ε према (6.33) боље слажу са резултатима добијеним нумеричким решавањем класичне једначине (3.24) у случају ниже концентрације примеса у супстрату. У случају нижих концентрација примеса квантовање енергије носилаца у инверзном слоју је слабије изражено тако да зависности капацитивности од напона на гејту рачунате према класичним моделима мање одступају једна од друге (сл. 6.12), чак је у условима слабије инверзије, то одступање у задовољавајућим границама. Међутим, и у том случају квантно механички модел даје боље слагање са нумеричким резултатима добијеним уз помоћ солвера [32].



Сл. 6.10. Зависности површинског потенцијала од напона на гејту израчунате према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са модификованим параметром ϵ према релацији (6.33) (2), квантном експлицитном моделу (3) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (4).



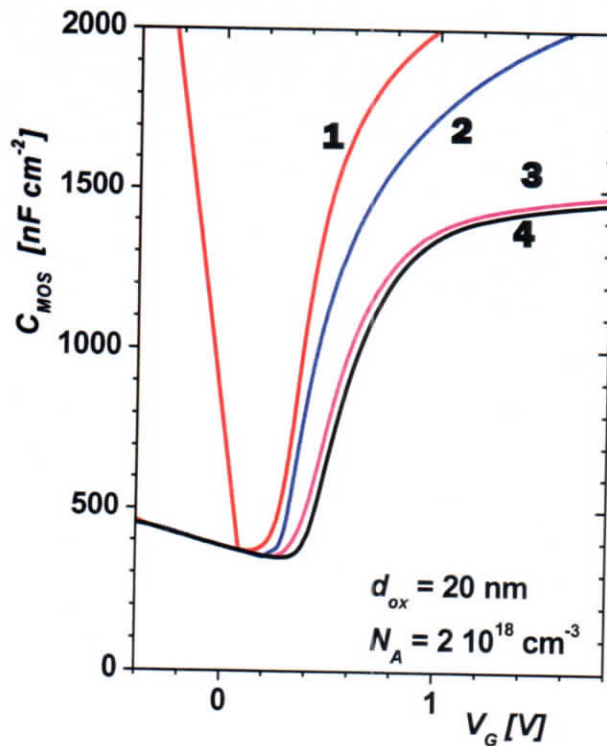
Сл. 6.11. Зависност густине наелектрисања инверзног слоја Q_{inv} од површинског потенцијала φ_s израчунате према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са модификованим параметром ϵ према релацији (6.33) (2), квантном експлицитном моделу (3) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (4).



Сл. 6.12. Капацитивност MOS структуре C_{MOS} у зависности од напона на гејту V_G према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са модификованим параметром ϵ према релацији (6.33) (2), квантном експлицитном моделу (3) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (4). Дебљина оксида је 20 nm а концентрација примеса $3 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

У случају веће концентрације примеса одступање израчунатих вредности капацитивности према класичним моделима и моделима који узимају у обзир квантно механичке ефекте није занемарљиво (сл. 6.13). То одступање је нарочито изражено у условима јаке инверзије, што значи да се квантовање енергије носилаца у инверзном слоју не може занемарити. И у овом случају слагање је боље код модела који узимају у обзир квантно механичке ефекте.

Иако је поклапање резултата много боље него са параметром ϵ датим релацијом (6.32) још увек постоји значајно одступање нарочито у области јаке инверзије када квантно механички ефекти постају израженији. Као што је већ речено, код MOS транзистора смањених димензија, повећана концентрација примеса у супстрату и смањена дебљина оксида доводе до смањења концентрације електрона у инверзном слоју у односу на класичну вредност. Да би се достигао исти ниво инверзије као у случају континуалне проводне зоне површински потенцијал мора бити повећан за квантно механичку корекцију $\delta\phi_s$. То значи да параметар ϵ , са порастом напона на гејту у области јаке инверзије, мора знатно



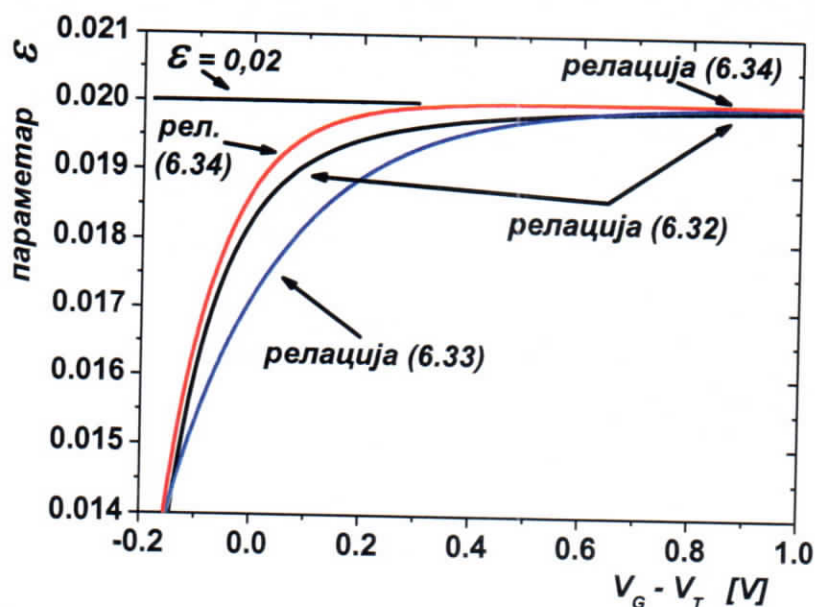
Сл. 6.13. Капацитивност MOS структуре C_{MOS} у зависности од напона на гејту V_G према: класичном имплицитном моделу (1), експлицитном моделу са модификованим параметром ε према релацији (6.33) (2), квантном експлицитном моделу (3) и самосагласним Schrodinger-Poisson солвером (4). Дебљина оксида је 20 nm а концентрација примеса $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

брже да се приближава вредности 0,02 V него што предвиђају релације (6.32) и (6.33) [108]. Због тога смо у раду [109] предложили следећи облик за функционалну зависност параметра ε од напона на гејту:

$$\varepsilon = 0,02 \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{V_G - V_T + 8 \cdot u_T}{4 \cdot u_T}\right) \right] \quad (6.34)$$

На слици 6.14. упоређене су зависности параметра ε од ефективног напона на гејту $V_G - V_T$ израчунате према релацијама (6.32), (6.33) и (6.34). Примећујемо да параметри ε према (6.33) и (6.34) приближно брзо расту до напона прага, али да у области јаке инверзије ε израчунато према (6.34) много брже достиже вредност од 0.02 V.

На основу предложеног квантно механичког модела са параметром ε модификованим према релацији (6.32), (6.33) и (6.34) израчунате су и приказане зависности површинског потенцијала ϕ_s од напона на гејту V_G (као на сл. 6.15, сл. 6.16 и сл. 6.17), површинске густине наелектрисања инверзног слоја Q_{inv} од

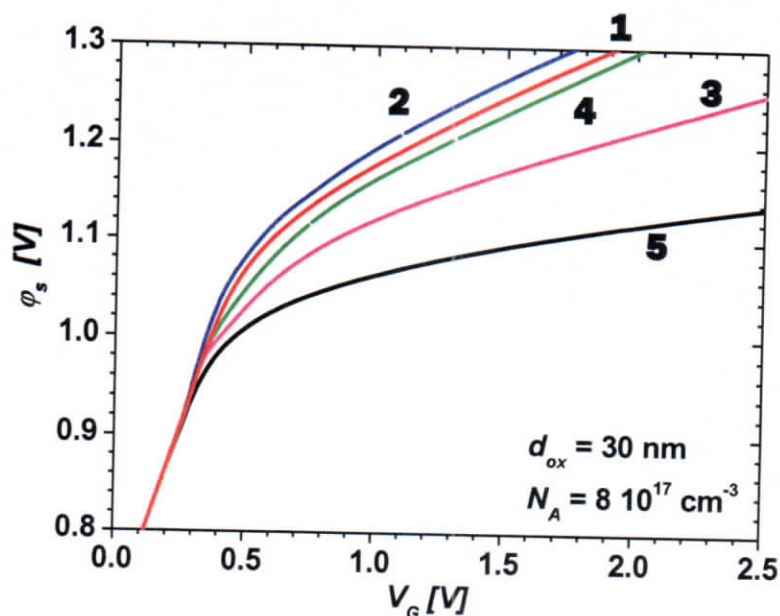


Сл. 6.14. Зависности параметра ε од напона на гејту рачунате према релацијама (6.32), (6.33) и (6.34).

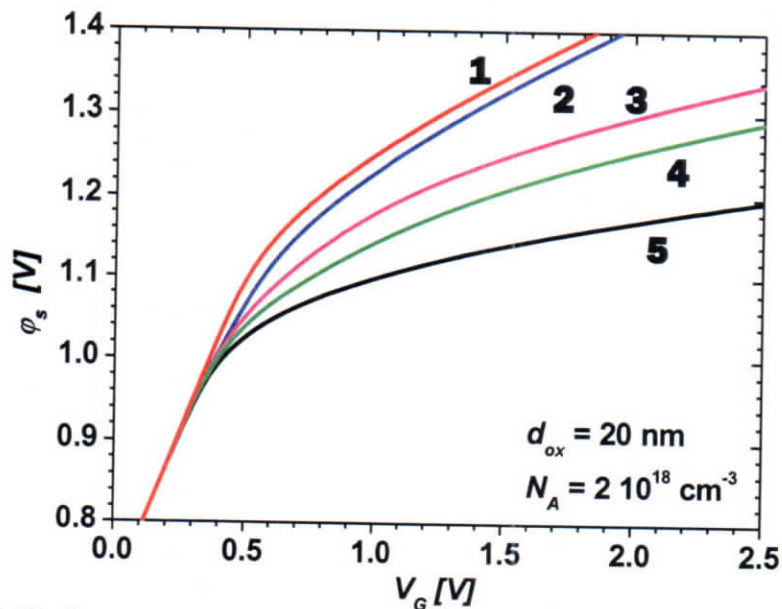
површинског потенцијала φ_s (као на сл. 6.18, 6.19 и 6.20) и капацитивности по јединици површине MOS структуре C_{MOS} од напона на гејту V_G (као на сл. 6.21, сл. 6.22 и 6.23) за различите параметре MOS структуре: дебљине оксида d_{ox} и концентрације примеса N_A . На истим сликама су, поређења ради, приказани и нумерички резултати самосагласног решења Пуасонове и Шредингерове једначине за које је коришћен QM C-V нумерички симулатор развијен од стране UC Berkeley Device Group [32] (криве означене са 1), као и класичне имплицитне релације (3.24) (криве означене са 5).

Најбоље слагање између кривих које су означене бројем (2) и (1) на сликама 6.15, 6.16 и 6.17 сведочи о већој тачности резултата квантно механичког φ_s – модела који је развијен у овој дисертацији у односу на преостала два приказана модела (криве означене са (3) и (4)). Готово идеално поклапање криве (2) са кривом (1) на сл. 6.17 показује да се у случају највеће концентрације примеса у супстрату и најтањих оксида, тј. у случају где су квантно механички ефекти најизраженији, најтачније вредности површинског потенцијала у функцији напона на гејту добијају ако се за параметар ε користи релација (6.34).

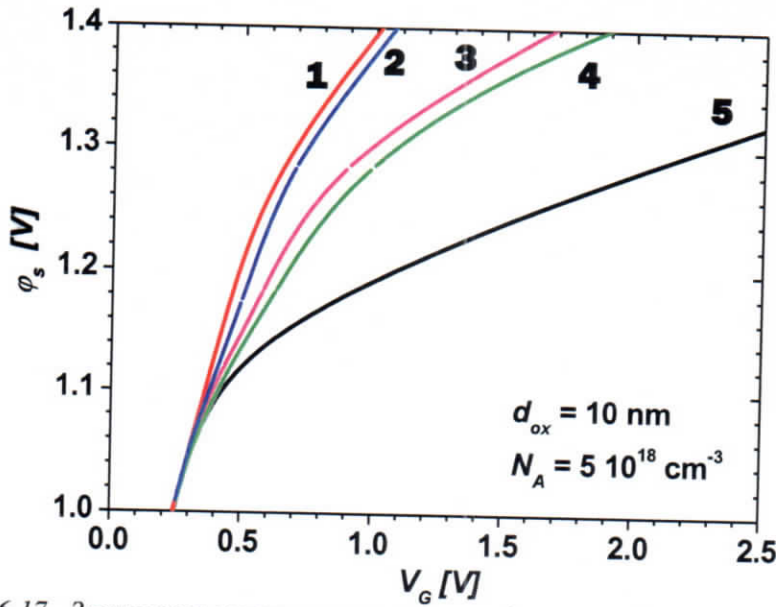
Иста се ситуација понавља на сл. 6.18, 6.19 и 6.20 које приказују зависност густине наелектрисања инверзног слоја од површинског потенцијала. Квантно механичка густина наелектрисања моделирана уз параметар ε дат релацијом (6.34) се одлично слаже са нумеричким решењима здружене Шредингерове и Пуасонове једначине добијеним помоћу солвера [32]. И у овом случају најбоље слагање је постигнуто за највеће вредности концентрације примеса у супстрату и најмање вредности дебљине оксида, сл. 6.20.



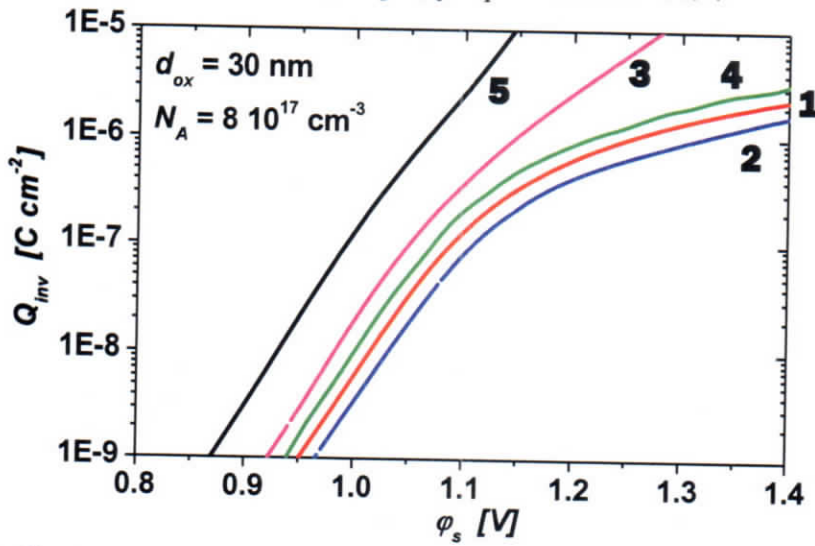
Сл. 6.15. Зависност површинског потенцијала φ_s од напона на гејту V_G израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ε одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 30 nm а концентрација примеса $8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.



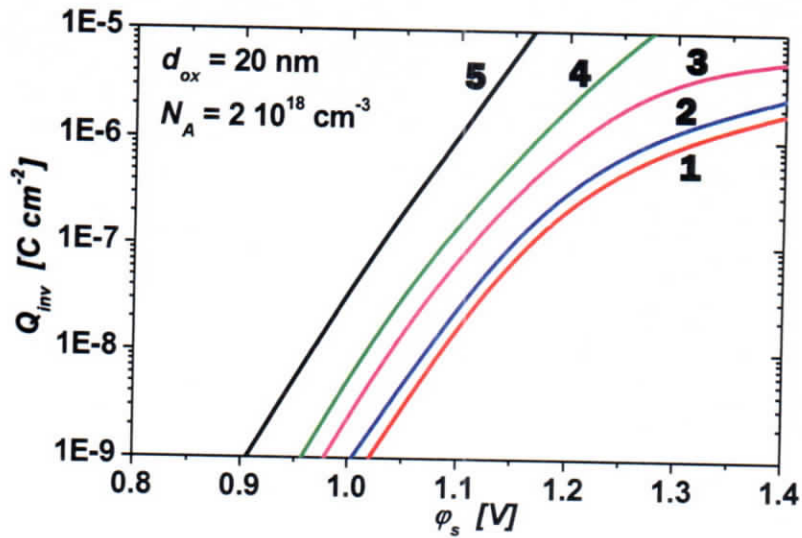
Сл. 6.16. Зависност површинског потенцијала φ_s од напона на гејту V_G израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ε одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 20 nm а концентрација примеса $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.



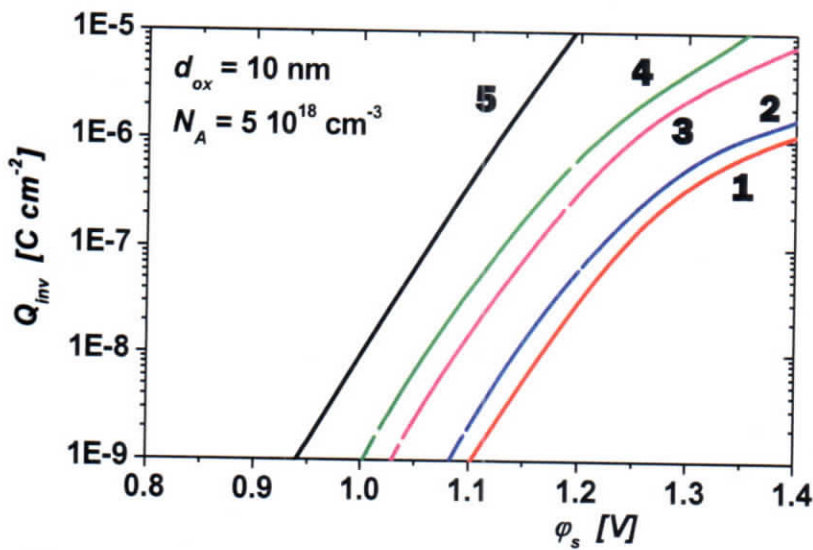
Сл. 6.17. Зависност површинског потенцијала ϕ_s од напона на гејту V_G израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ϵ одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 10 nm а концентрација примеса $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.



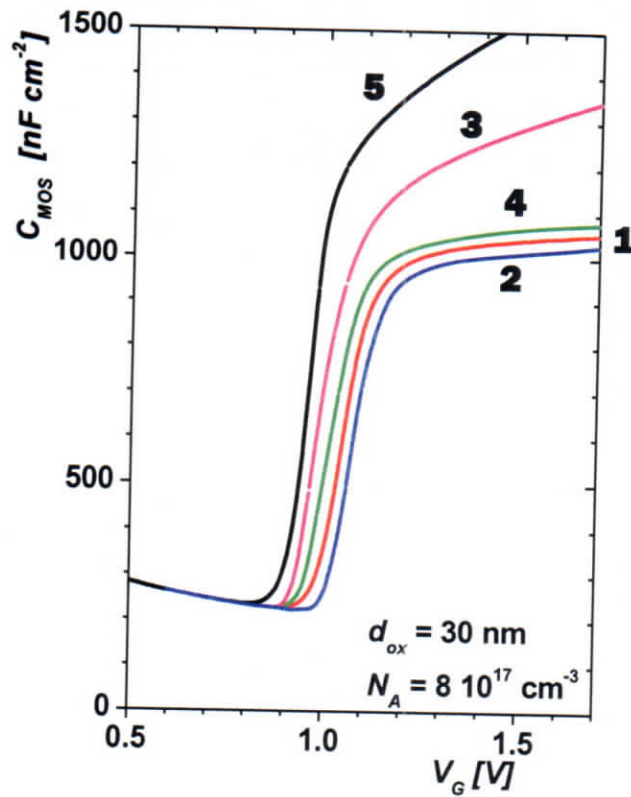
Сл. 6.18. Зависност наелектрисања инверзног слоја Q_{inv} од површинског потенцијала ϕ_s израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ϵ одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 30 nm а концентрација примеса $8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.



Сл. 6.19. Зависност наелектрисања инверзног слоја Q_{inv} од површинског потенцијала ϕ_s израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ϵ одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 20 nm а концентрација примеса $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.



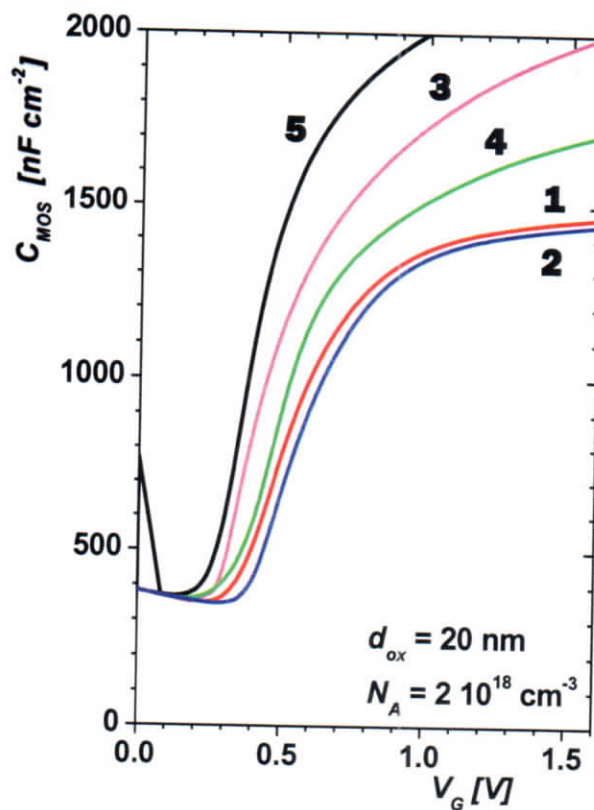
Сл. 6.20. Зависност наелектрисања инверзног слоја Q_{inv} од површинског потенцијала ϕ_s израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ϵ одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 10 nm а концентрација примеса $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.



Сл. 6.21. Зависност капацитивности C_{MOS} од напона на гејту V_G израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ϵ одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 30 nm а концентрација примеса $8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

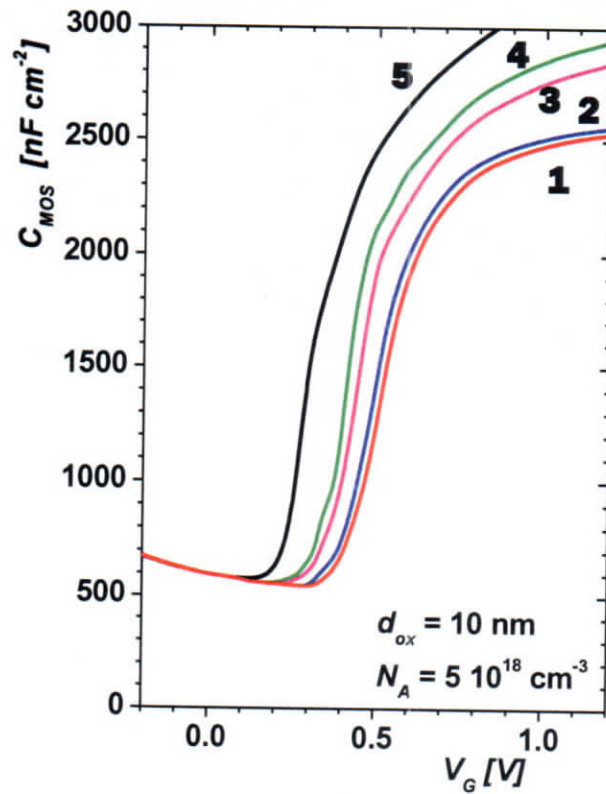
Очигледно побољшање квантно механичког модела расподеле и транспорта носилаца наелектрисања у инверзним слојевима полупроводника са параметром ϵ модификованим према релацији (6.34) у односу на остале моделе примећује се и код капацитивности MOS транзистора у функцији напона на гејту за широк опсег N_A и d_{ox} , сл.6.21, 6.22 и 6.23.

Са сл.6.15-6.23 примећујемо да резултати класичног имплицитног модела (криве 5) значајно одступају од резултата квантно механичких модела (криве 2, 3 и 4). На основу тога можемо закључити да у условима јаке инверзије класични модели не дају тачне резултате, односно да примена класичне теорије, која занемарује квантно механичке ефекте, није оправдана.



Сл. 6.22. Зависност капацитивности C_{MOS} од напона на гејту V_G израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ε одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 20 nm а концентрација примеса $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

С обзиром на скоро савршено поклапање резултата квантно механичког модела који је развијен у овој дисертацији са резултатима добијеним на основу QM C-V симулатора закључујемо да је наш модел довољно прецизан у целој ативној области рада MOS транзистора, а посебно у области јаке инверзије. То је нарочито важно са становишта савремене MOS технологије у којој се димензије MOS структура смањују са сваком новом технолошком генерацијом, и раде управо у области јаке инверзије. Поред значајно краћег времена израчунавања, предност употребе нашег модела над употребом QM C-V симулатора огледа се и у релативно једноставном израчунавању потпуно аналитичких израза из којих се могу пратити зависности свих важних параметара и карактеристика савремених MOS структура.



Сл. 6.23. Зависност капацитивности C_{MOS} од напона на гејту V_G израчуната самосагласним решавањем Шредингерове и Пуасонове једначине (крива (1)) и према квантном експлицитном моделу са параметром ϵ одређеним релацијама (6.34), (6.32) и (6.33), криве (2), (3) и (4), респективно. Крива (5) је добијена нумеричким решавањем класичне имплицитне релације. Дебљина оксида је 10 nm а концентрација примеса $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

7. ЗАКЉУЧАК

У овој дисертацији су проучаване одговарајуће класичне и квантно механичке појаве у површинским слојевима полупроводника које значајно утичу на расподелу и транспорт носилаца наелектрисања кроз те слојеве. Проучавања су усмерена ка усавршавању функционалних карактеристика полупроводничких компонената и одговору на сложеније захтеве који се постављају пред ове компоненте. Ти захтеви, пре свега, односе се на стално смањивање димензија компоненти, повећање густине њиховог паковања, повећање брзине рада, рад при екстремним температурама, рад на високим фреквенцијама и сл.

Циљ дисертације је модификовање постојећих и развој нових класичних и квантно механичких модела расподеле и транспорта носилаца наелектрисања у слојевима уз површину полупроводника који би омогућили тачно и брзо израчунавање свих карактеристика важних за функционисање једне од најважнијих полупроводничких компоненти - MOS структуре.

Нов модел који описује површински слој полупроводника, развијен у овој дисертацији, релативно је једноставан иако описује сложену физику процеса који се одигравају у површинским слојевима полупроводника. Базиран је на експлицитној релацији између површинског потенцијала полупроводника и напона на гејт електроди MOS структуре. Модел је потпуно аналитички и континуалан у целој активној области рада MOS структуре, тј. од осиромашења до јаке инверзије.

Веома важна чињеница је да се у развијени модел може укључити квантно механичка корекција површинског потенцијала која настаје услед квантно механичких ефеката у површинским слојевима полупроводника нарочито код савремених полупроводничких компонената чије су димензије смањене до нанометарских. Корекција се уноси у класичан модел преко модификовања одговарајуће функције површинског потенцијала. При том је у модификованој функцији предложен нови облик за параметар ε који контролише континуалност зависности површинског потенцијала од примењеног напона у областима прелаза између слабе и умерене, као и између умерене и јаке инверзије.

Поређење резултата за површински потенцијал, наелектрисање и капацитивност MOS транзистора добијених из аналитичког квантно механичког модела са нумеричким самосагласним решењима здружене Шредингерове и

Пуасонове једначине показује одлично слагање у случајевима када је за параметар глаткости узета функција која је предложена у овој дисертацији.

Најважнији резултати и закључци изложени у овој докторској дисертацији могу се систематизовати на следећи начин:

- Проучавајући физику површинских појава у полупроводницима у другој глави смо закључили:
 - Зависно од примењеног напона и знака већинских носилаца наелектрисања на површини полупроводника се могу јавити три стања: акумулација, осиромашење и инверзија;
 - Да би се формирао инверзни слој на металну електроду MOS структуре потребно је довести напон (напон прага) довољан да у површинском слоју полупроводника концентрација мањинских носилаца наелектрисања постане већа од концентрације већинских носилаца у унутрашњости;
 - Капацитивност идеалне MOS структуре мења се са величином примењеног напона, при чему је код MOS структура са тањим слојем оксида јаче изражена зависност капацитивности од примењеног напона;
 - Разлика излазних радова метала и полупроводника као и наелектрисања или центри захвата који могу постојати у оксиду мењају напон прага MOS структуре.
- У трећој глави, после краће анализе постојећих класичних модела који описују површински слој полупроводника детаљно смо описали модел заснован на анализи површинског потенцијала тако што смо:
 - Полазећи од Пуасонове једначине за електростатички потенцијал и применом Гаусовог закона добили релације за густину наелектрисања индукованог у површинском слоју полупроводника и јачину површинског електричног поља;
 - Извели имплицитну релацију између површинског потенцијала и напона на гејту која описује површински слој полупроводника;
 - Предложили итеративни поступак за нумеричко решавање добијене имплицитне једначине;
 - Усвајањем апроксимације стрмог канала и раздвајањем области слабе инверзије од области јаке инверзије добили апроксимативне изразе за површински потенцијал у слабој и јакој инверзији;
 - Уводећи емпиријску функцију $f(V_G, V_{ch})$ и параметар глаткости ε добили експлицитну релацију за површински потенцијал која важи у целој активној области рада MOS транзистора, тј. од осиромашења до јаке инверзије.
- Разматрајући случај високих концентрација примеса у полупроводничкој основи и тањих оксида гејта, што доводи до појаве веома јаког трансверзалног електричног поља и интензивног кривљења енергетских зона у полупроводнику, у четвртој глави смо:

- Анализирали услове за стварање потенцијалне јаме у површинском слоју полупроводника која је довољно уска да изазове значајно квантовање енергије носилаца наелектрисања у правцу нормалном на површину основе;
 - Описали кретање носилаца наелектрисања које је слободно у две просторне димензије (паралелно површини полупроводника), а квантовано у трећој просторној димензији (нормално на површину полупроводника);
 - Утврдили да свака својствена вредност енергије добијена решавањем Шредингерове једначине представља енергетски ниво за кретање електрона у правцу нормале на површину полупроводника и да сваки од тих нивоа формира дводимензионалну параболичку подзону;
 - Показали да се концентрација носилаца наелектрисања у инверзном слоју може одредити решавањем система здружене Шредингерове и Пуасонове једначине;
 - Предложили поступак аналитичког решавања система здружене Шредингерове и Пуасонове једначине у граничном случају електричног квантног лимита преко увођења одговарајућих бездимензионалних променљивих, што омогућава одређивање енергије најнижег стања електрона у инверзном слоју, средњег растојања електрона од међуповршине и површинског потенцијала у функцији бездимензионалне величине-односа наелектрисања инверзног и осиромашеног слоја.
- С обзиром да није могуће добити опште аналитичко решење здружене Шредингерове и Пуасонове једначине у инверзном слоју, у петој глави смо предложили две апроксимативне методе и описали нумеричку итеративну методу са шематским приказом поступка израчунавања. Најважнији закључци до којих смо дошли су:
- Решење Шредингерове и Пуасонове једначине у апроксимацији троугаоног потенцијала добија се у облику Airy-јевих функција;
 - Добијене својствене вредности енергије се задовољавајуће слажу са резултатима нумеричких израчунавања нарочито за више енергетске нивое, али је задовољавајуће слагање пронађено и за три најнижа нивоа;
 - Решење Шредингерове и Пуасонове једначине у апроксимацији варијације параметара таласне функције, која претпоставља да је само најнижа енергетска подзона насељена електронима, даје енергију најнижег дозвољеног нивоа која се одлично слаже са резултатима нумеричког израчунавања.
- Узимајући у обзир квантно механичке ефекте модификовањем одговарајуће функције површинског потенцијала, односно новим обликом релације за параметар ε који контролише континуалност зависности површинског потенцијала од примењеног напона у областима прелаза између слабе и умерене, као и између умерене и јаке инверзије смо:

- Анализирали пораст површинског потенцијала у условима јаке инверзије код MOS структура са повећаном концентрацијом примеса у супстрату и смањеном дебљином оксида;
 - Упоредили концентрацију електрона у инверзном слоју у случају када је проводна зона због квантовања енергије носилаца наелектрисања подељена на подзоне са концентрацијом електрона у случају када се проводна зона посматра као континуум стања, при истом напону на гејту;
 - Објаснили да се исти ниво инверзије у случају када се узме у обзир квантовање енергије носилаца наелектрисања у инверзном слоју може достићи ако се површински потенцијал увећа за одговарајућу квантно механичку корекцију;
 - Пронашли најбољи начин за укључивање квантно механичке корекције у постојећи класичан експлицитан модел који описује површински слој полупроводника, модификовањем одговарајуће функције глаткости;
 - У модификованој функцији глаткости предложили нови израз за параметар ε који контролише континуалност површинског потенцијала у целој активној области рада MOS структуре.
- На основу израчунатих зависности површинског потенцијала у функцији напона на гејту, наелектрисања инверзног слоја у функцији површинског потенцијала и капацитивности MOS структуре у функцији напона на гејту помоћу класичног имплицитног модела користећи нумерички итеративни метод, класичног експлицитног модела са константним параметром ε и параметром ε модификованим према предложеним релацијама и узимањем у обзир квантно механичке поправке површинског потенцијала и квантно механичког CV симулатора, смо
- Уочили да се резултати које даје апроксимативан експлицитни модел са параметром ε према предложеној релацији добро слажу са резултатима добијеним нумеричким решавањем одговарајуће класичне једначине, односно здружене Шредингерове и Пуасонове једначине у случају када квантно механички ефекти долазе до изражаја;
 - Запазили да је у случају нижих концентрација примеса квантовање енергије носилаца у инверзном слоју слабије изражено тако да израчунате зависности површинског потенцијала од напона на гејту, капацитивности од напона на гејту и наелектрисања инверзног слоја од површинског потенцијала мање одступају једна од друге, као и да је у условима слабије инверзије, то одступање чак у задовољавајућим границама;
 - Закључили да у случају веће концентрације примеса одступање израчунатих вредности површинског потенцијала, наелектрисања инверзног слоја и капацитивности према класичним моделима и

моделима који узимају у обзир квантно механичке ефекте није занемарљиво;

- Утврдили да је то одступање нарочито изражено у условима јаке инверзије, што значи да се квантовање енергије носилаца у инверзном слоју не може занемарити и да у том случају квантно механички модел даје боље слагање.

Модел који је развијен у овој дисертацији може даље да се прошири на случајеве MOS структуре са много тањим слојевима полупроводника, оксида и метала, код којих се при проучавању квантно механичких ефеката мора узети већи број енергетских нивоа за електроне у уској квантној јами уз површину полупроводника.

Затим се може применити на MOS структуре које уместо алуминијумског користе гејт од поликристалног силицијума када се, поред класичних и квантно механичких ефеката, још мора узети у обзир и ефекат полиосиромашења гејта на електричне карактеристике површинских слојева полупроводника.

Поред тога, модел се може применити и код структура које уместо традиционалног SiO_2 користе алтернативне диелектрике (Ta_2O_5 , TiO_2 , ZrO_2 ...) са већом пермитивношћу ради спречавања тунеловања носилаца наелектрисања кроз међуповршину полупроводник-диелектрик.

Модел може послужити, у савременој CMOS технологији, као моћно оруђе за дизајнирање аналогних, дигиталних и комбиновано аналогно – дигиталних интегрисаних кола.

Значај модификовања постојећих, као и развој нових модела који описују расподелу и транспорт носилаца наелектрисања у површинским слојевима полупроводника би се потпуно очигледно могао показати кроз њихову практичну примену, за коју ми, на жалост, нисмо имали ни елементарне услове.

АНАЛИТИЧКЕ АПРОКСИМАЦИЈЕ ФЕРМИЈЕВИХ ИНТЕГРАЛА

У јако допираним полупроводницима за расподелу носилаца наелектрисања по енергијама уместо Максвел –Болцманове функције расподеле треба користити Ферми –Диракову [110]. То је, такође чест случај и на ниским и најнижим температурама. Због тога је зависност концентрације носилаца наелектрисања од Фермијевог нивоа изражена преко Фермијевог интеграла реда једна половина. Поред тога, често је потребно одредити густину енергије електронског гаса што се изражава преко Фермијевог интеграла реда три половине [110]. Истим интегралом је изражена и јачина електричног поља у површинском слоју полупроводника [111].

У овом додатку ћемо анализирати неке аналитичке апроксимације за Фермијеве интеграле реда једне половине и три половине и могућност њихове примене за израчунавање концентрације носилаца наелектрисања и јачине електричног поља у јако допираним полупроводницима. Ови резултати такође могу да се примене на израчунавање концентрације носилаца наелектрисања и јачине електричног поља на површини полупроводника [112], односно, на граници зрна у случају поликристалног материјала [113].

А.1. КОНЦЕНТРАЦИЈА ЕЛЕКТРОНА У ПОЛУПРОВОДНИКУ

У случају термодинамичке равнотеже концентрација електрона у полупроводнику је одређена релацијом [110]

$$n = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} f(E) \cdot N(E) \cdot dE \quad (\text{A.1})$$

где су E_{\min} и E_{\max} најмања и највећа енергија коју могу имати слободни електрони у полупроводнику, $N(E)$ је број квантних стања у јединичном интервалу енергије у проводној зони у јединици запремине, а $f(E)$ је вероватноћа да је квантно стање са енергијом E попуњено електроном.

Када се сложена зависност енергије од таласног вектора у проводној зони $E(k)$ може, коришћењем ефективне масе густине стања m_{dn}^* , апроксимирати сферним изоенергетским површинама, густина квантних стања у проводној зони $N(E)$ одређена је релацијом [110]

$$N(E) = 4\pi \cdot \left(\frac{2m_{dn}^*}{h^3} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot (E - E_c)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.2})$$

где је E_c најмања енергија у проводној зони (дно проводне зоне), а h је Планкова константа.

У условима термодинамичке равнотеже за честице са полуцелим спином за које важи Паулијев принцип, вероватноћа да је квантно стање са енергијом E попуњено честицом (електроном) одређена је Ферми-Дираковом функцијом расподеле

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1} \quad (\text{A.3})$$

где је k Болцманова константа, T апсолутна температура, а E_F Фермијева енергија која се дефинише као рад потребан да се број честица у систему промени за један. Облик Ферми-Диракове функције расподеле јако зависи од температуре. На температури апсолутне нуле ($T = 0$ К) релација (А.3) постаје

$$f(E) = \begin{cases} 1; & 0 \leq E < E_F \\ 0; & E > E_F \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

што значи да су сва квантна стања са енергијом мањом од E_F попуњена електронима а да на енергетским нивоима изнад Фермијевог нивоа нема електрона. Према томе, Фермијев ниво је максимална енергија коју електрони могу имати у металу на температури апсолутне нуле. На температурама већим од апсолутне нуле ($T > 0$ К) за енергију једнаку Фермијевом нивоу E_F је $f(E_F) = 1/2$. Дакле, вероватноћа попуњености квантних стања чија је енергија једнака Фермијевом нивоу је $1/2$. То значи да су, због топлотног кретања, неки електрони прешли у квантна стања са енергијом изнад Фермијевог нивоа а да је исти број квантних стања са енергијом испод Фермијевог нивоа остао непопуњен.

Заменом израза за густину квантних стања $N(E)$ према (А.2) и израза за функцију расподеле вероватноће $f(E)$ према (А.3) у релацију (А.1), за концентрацију електрона се добија

$$n = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} f(E) \cdot N(E) \cdot dE = \int_{E_c}^{\infty} \frac{4\pi \left(\frac{2m_{dn}^*}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot (E - E_c)^{\frac{1}{2}} \cdot dE}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1} \quad (\text{A.5})$$

при чему је за доњу границу интеграције узето дно проводне зоне E_c јер је то најнижа енергија у проводној зони. Горња граница интеграције је продужена у бесконачност (то је оправдано јер функција расподеле практично постаје нула за енергије које су више од kT изнад Фермијевог нивоа).

Ако уведемо бездимензионе променљиве

$$x = \frac{E - E_c}{kT}; \quad dx = \frac{dE}{kT}; \quad \xi = \frac{E_F - E_c}{kT} \quad (\text{A.6})$$

релација (A.5) добија облик

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_{dn}^* \cdot kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \int_0^{\infty} \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot dx}{\exp(x - \xi) + 1} \quad (\text{A.7})$$

Тако да се увођењем ефективне густине квантних стања

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_{dn}^* \cdot kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (\text{A.8})$$

коначан израз за концентрацију слободних електрона у полупроводнику може написати

$$n = N_c \cdot F_{1/2}(\xi) \quad (\text{A.9})$$

где је $F_{1/2}(\xi)$ Фермијев интеграл реда $1/2$ дефинисан релацијом

$$F_{1/2}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\infty} \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot dx}{\exp(x - \xi) + 1} \quad (\text{A.10})$$

Фермијев интеграл $F_{1/2}(\xi)$ је функција која зависи од бездимензионе променљиве ξ , односно, од положаја Фермијевог нивоа у односу на дно проводне зоне и температуре. У општем случају, Фермијев интеграл не може да се изрази преко елементарних функција али за већину практичних примена постоје одговарајућа апроксимативна решења која ћемо анализирати у овом додатку.

A.2. ФЕРМИЈЕВИ ИНТЕГРАЛИ

Фермијев интеграл реда $1/2$ одређен релацијом (A.10) је посебан случај, а општа дефиниција Фермијевог интеграла реда j је [114]

$$F_j(\xi) = \frac{1}{\Gamma(j+1)} \cdot \int_0^{\infty} \frac{x^j \cdot dx}{\exp(x-\xi)+1} \quad (\text{A.11})$$

где је $\Gamma(j)$ гама функција одређена познатом релацијом

$$\Gamma(j) = \int_0^{\infty} x^{j-1} \cdot [\exp(-x)] \cdot dx \quad (\text{A.12})$$

односно, једноставним изразима за целе

$$\Gamma(1) = 1 \quad \Gamma(n) = (n-1)! \quad (\text{A.13})$$

и полуцеле аргументе

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \quad \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n-1)!!}{2^n} \cdot \sqrt{\pi} \quad (\text{A.14})$$

Фермијеви интеграл $F_j(\xi)$ и $F_{j-1}(\xi)$ су повезани рекурентном релацијом [114]

$$\frac{d}{d\xi} [F_j(\xi)] = F_{j-1}(\xi) \quad (\text{A.15})$$

Најчешће коришћени Фермијеви интеграл су реда $j=1/2$ и $j=3/2$. Фермијев интеграл $F_{1/2}(\xi)$ директно одређује концентрацију носилаца у полупроводнику према релацији (A.9). Фермијев интеграл $F_{3/2}(\xi)$ одређује густину енергије електронског гаса. Поред тога, често је потребно одредити укупну концентрацију носилаца наелектрисања по свим енергијама у енергетској зони што се своди на налажење интеграла концентрације носилаца, односно $F_{1/2}(\xi)$, што је обзиром на (A.15) $F_{3/2}(\xi)$. То је даље у вези са јачином електричног поља на површини полупроводника, односно на граници зрна у случају поликристалног материјала. Због тога ћемо овде анализирати само Фермијеве интеграле $F_{1/2}(\xi)$ и $F_{3/2}(\xi)$.

А.3. АПРОКСИМАТИВНА АНАЛИТИЧКА РЕШЕЊА

Због немогућности да се Фермијеви интеграл изразе преко аналитичких функција и значаја њихове практичне примене предложено је више начина да се они развију у ред (нпр. [115]). На тај начин могуће је једноставно израчунавање Фермијевих интеграла али тачност добијених резултата битно зависи од броја чланова реда који се узимају у обзир и који није исти за свако ξ . Зато, а и због јасне физичке интерпретације добијених резултата, чине се напори да се нађу што је могуће једноставнији аналитички изрази који би са потребном тачношћу, у

одређеном интервалу аргумента ξ давали апроксимативне вредности Фермијевих интеграла.

А.3.1. Асимптотска аналитичка решења

Најједноставнија аналитичка апроксимација Фермијевих интеграла се добија разматрајући њихово асимптотско понашање. За велике негативне вредности аргумента ξ добија се [114, 115]

$$F_j(\xi) \approx \exp(\xi) \quad (\text{A.16})$$

Овај резултат показује да сви Фермијеви интеграли теже истој зависности кад $\xi \rightarrow -\infty$. Претходна релација се добија ако се уместо Ферми-Диракове расподеле (А.3) користи Максвел-Болцманова расподела и обично се наводи да је примењива ако је $\xi \ll -1$. За велике вредности ξ , када $\xi \rightarrow \infty$, Фермијеви интеграл теже зависности [115]

$$F_j(\xi) \approx \frac{1}{\Gamma(j+1)} \cdot \frac{\xi^{j+1}}{j+1} \quad (\text{A.17})$$

Смењујући одговарајуће вредности гама функције за Фермијеве интеграле реда $1/2$ и реда $3/2$ добијају се следећи апроксимативни изрази

$$F_{1/2}(\xi) \approx \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot \xi^{3/2} \quad (\text{A.18})$$

$$F_{3/2}(\xi) \approx \frac{8}{15\sqrt{\pi}} \cdot \xi^{5/2} \quad (\text{A.19})$$

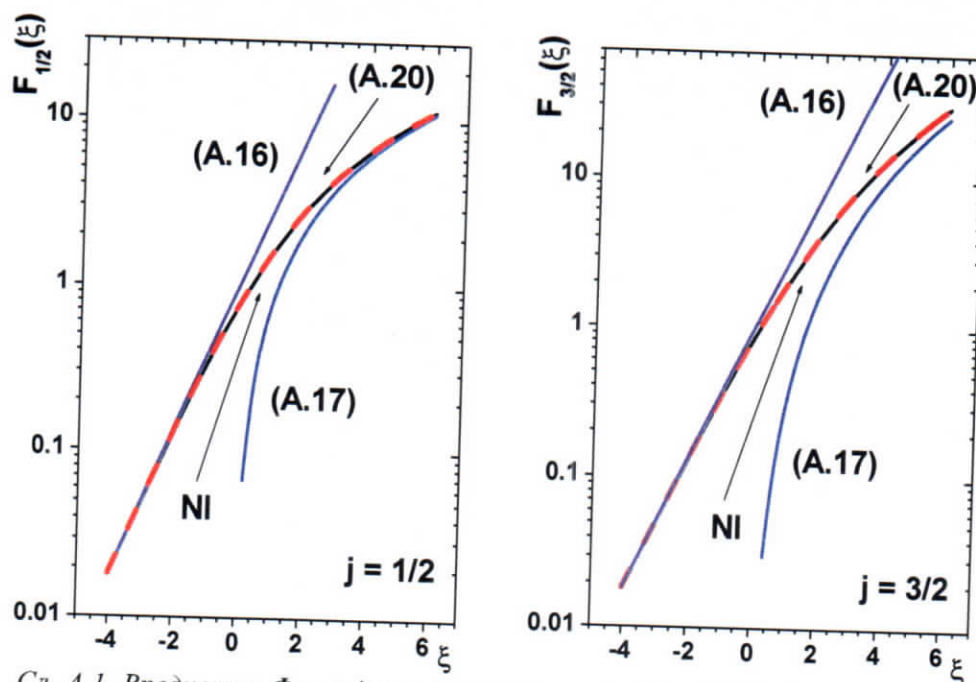
На слици А.1 приказане су апроксимативне вредности Фермијевих интеграла реда $1/2$ и реда $3/2$ које дају релације (А.16) и (А.17) заједно са тачним вредностима које су добијене нумеричком интеграцијом дефиниционог израза (А.11) види се да апроксимативни изрази (А.16) и (А.17) не дају тачне вредности у близини тачке $\xi = 0$.

На слици А.2 дате су зависности релативне грешке апроксимативних израза (А.16) и (А.17) од ξ .

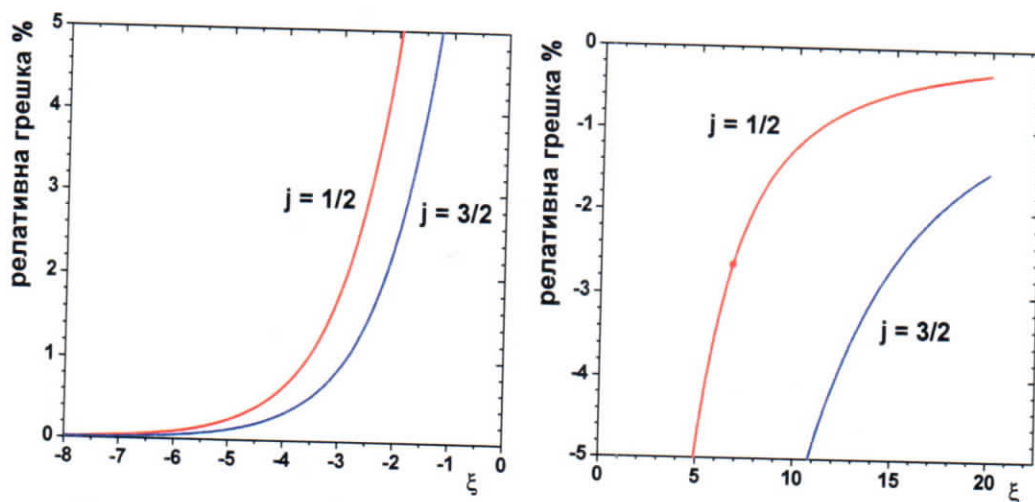
А.3.2. Апроксимативно аналитичко решење за све вредности ξ

У литератури је предложен апроксимативни израз за Фермијеве интеграле реда $1/2$ и $3/2$ [116]

$$F_j(\xi) = \frac{1}{\Gamma(j+1)} \cdot \left[\frac{(j+1) \cdot 2^{j+1}}{\left[b + \xi + (|\xi - b|^c + a)^{1/c} \right]^{j+1}} + \frac{\exp(-\xi)}{\Gamma(j+1)} \right]^{-1} \quad (\text{A.20})$$



Сл. А.1. Вредности Фермијевих интеграла реда 1/2 и 3/2 добијених преко апроксимативних аналитичких релација (A.16), (A.17) и (A.20) и нумеричком интеграцијом (NI).



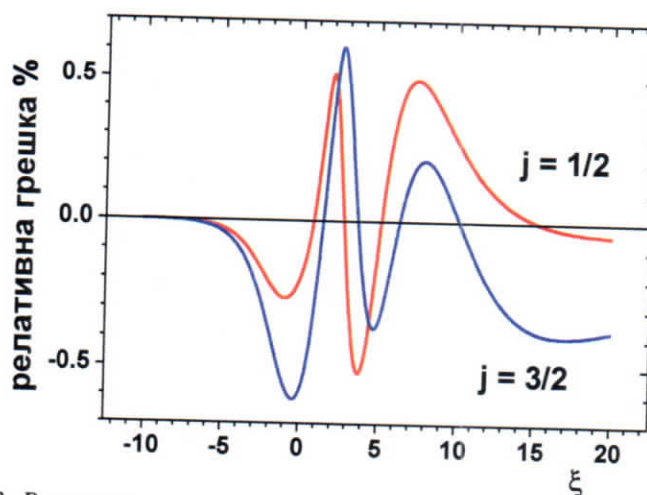
Сл. А.2. Релативне грешке апроксимативних израза (A.16) и (A.17) за Фермијеве интеграле реда 1/2 и 3/2.

где су a , b и c величине дате у Табели А.1. Израз (A.20) може да се користи свако ξ са релативном грешком која је мања од 0,53 % и 0,63 % за Фермијеве интеграле реда 1/2 и 3/2, респективно. На сл. А.1 приказане су и вредности које даје релација (A.20) и не може да се уочи одступање од вредности које су добијене нумеричком интеграцијом. Наравно, релативна грешка није иста за свако ξ , што се види са сл.

Табела А.1. Вредности параметара у апроксимативној релацији (А.20) за Фермијеве интеграле реда 1/2 и 3/2 и одговарајуће релативне грешке.

j	a	b	c	Апсолутна вредност релативне грешке
1/2	9.60	2.13	12/5	< 0,53 %
3/2	14.9	2.64	9/4	< 0,63 %

А.3. међутим, апроксимација (А.20) и поред тога што даје веома тачне вредности, није најпогоднија за практичну примену, како због релативно компликованог израза, тако и због немогућности физичке интерпретације.



Сл. А.3. Релативна грешка апроксимативног израза (А.20) за Фермијеве интеграле реда 1/2 и 3/2.

А.3.3. Апроксимативна аналитичка решења за средње вредности ξ

За средње вредности ξ ($\xi < 2$), за Фермијеве интеграле реда 1/2 и 3/2 предлажу се следећи апроксимативни изрази [114,115]

$$F_{1/2}(\xi) \approx \frac{1}{0,25 + \exp(-\xi)} \quad (\text{A.21})$$

$$F_{3/2}(\xi) \approx \frac{1}{0,125 + \exp(-\xi)} \quad (\text{A.22})$$

A.3.4. Апроксимативна аналитичка решења за веће вредности ξ

За веће вредности ξ ($\xi > 2$) предлажу се апроксимативни изрази [114, 115]

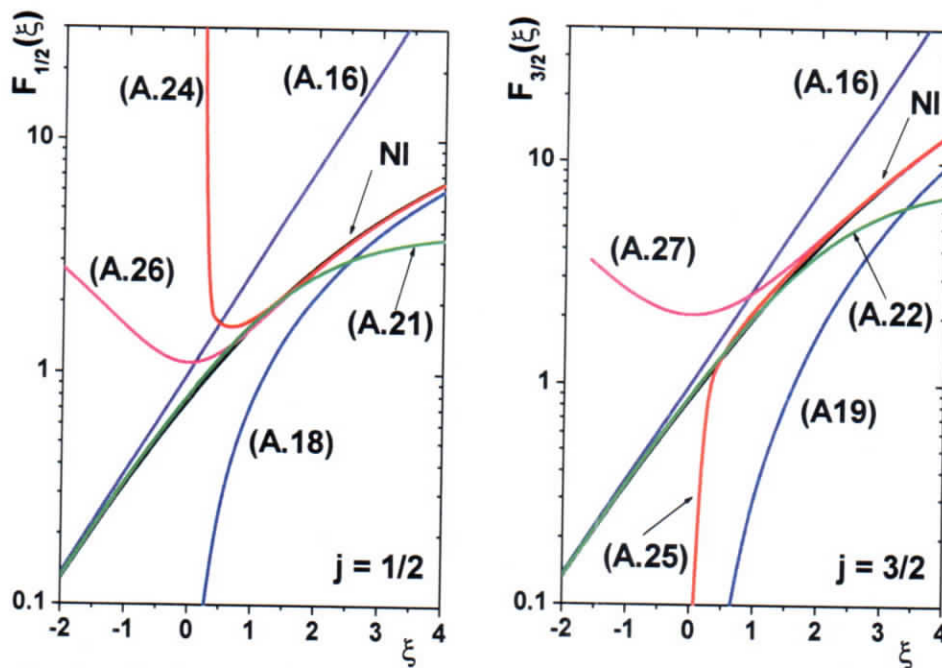
$$F_j(\xi) \approx \frac{1}{\Gamma(j+1)} \cdot \left[\frac{\xi^{j+1}}{j+1} + \frac{j \cdot \pi^2}{6} \cdot \xi^{j-1} \right] \quad (\text{A.23})$$

који се добија када се у развоју $F_j(\xi)$ у степени ред за велико ξ узму два члана. За Фермијеве интеграле реда 1/2 и 3/2 апроксимација (A.23) даје следеће релације

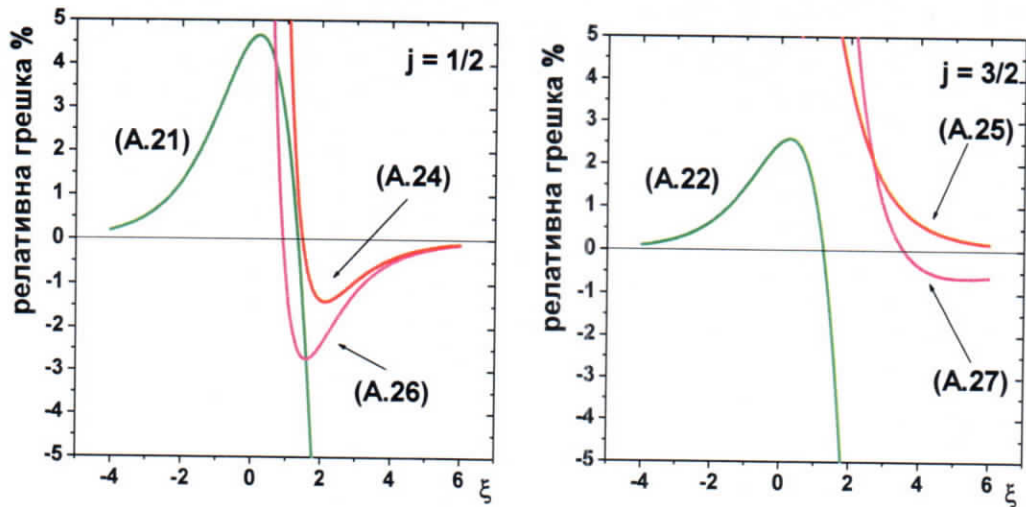
$$F_{1/2}(\xi) \approx \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot \left[\xi^{3/2} + \frac{\pi^2}{8} \cdot \xi^{-1/2} \right] \quad (\text{A.24})$$

$$F_{3/2}(\xi) \approx \frac{8}{15\sqrt{\pi}} \cdot \left[\xi^{5/2} + \frac{5\pi^2}{8} \cdot \xi^{1/2} \right] \quad (\text{A.25})$$

Такође за веће вредности ξ могу се користити и апроксимативни изрази [114]



Сл. А.4. Вредности Фермијевих интеграла реда 1/2 и 3/2 добијене преко апроксимативних аналитичких релација (A.21) - (A.27) и нумеричком интеграцијом (NI).



Сл. А.5. Релативне грешке апроксимативних израза (А.21) - (А.27) за Фермијеве интеграле реда 1/2 и 3/2.

$$F_{1/2}(\xi) \approx \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left[\xi^2 + \frac{\pi^2}{6} \right]^{3/4} \quad (\text{A.26})$$

$$F_{3/2}(\xi) \approx \frac{8}{15\sqrt{\pi}} \left[\xi^2 + \frac{7\pi^2}{15} \right]^{5/4} \quad (\text{A.27})$$

На слици А.4 приказане су апроксимативне вредности Фермијевих интеграла реда 1/2 и 3/2 које дају релације (А.21), (А.22) и (А.23), а на слици А.5 одговарајуће релативне грешке. Види се да се комбинацијом ових израза добија задовољавајућа аналитичка апроксимација Фермијевих интеграла реда 1/2 и 3/2 за све вредности ξ , при чему је највећа релативна грешка 5% за $\xi = 2$.

А.4. ЗАКЉУЧАК

Зависности Фермијевих интеграла $F_{1/2}(\xi)$ и $F_{3/2}(\xi)$ добијене апроксимативним аналитичким изразима показују да:

- Асимптотска апроксимација за $\xi \rightarrow -\infty$ даје малу грешку која се брзо смањује када се ξ смањује;
- Асимптотска апроксимација за $\xi \rightarrow \infty$ дају релативно велике грешке тако да грешка постаје мања од 5% тек за $\xi > 5$ у случају $F_{1/2}(\xi)$, односно за $\xi > 11$ у случају $F_{3/2}(\xi)$;

- Апроксимација (A.20) је применљива за свако ξ са веома малом грешком мањом од 0,53% за $F_{1/2}(\xi)$, односно мањом од 0,63% за $F_{3/2}(\xi)$;
- Апроксимација за средње вредности ξ применљива је до $\xi < 2$ са грешком мањом од 5%;
- Апроксимације за велике вредности ξ применљиве су од $\xi > 2$ са грешком мањом од 5%;
- Анализирани апроксимације највећу грешку дају у околини вредности $\xi = 2$ и ту област треба даље анализирати.

СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛ СТВАРАЊА НАЕЛЕКТРИСАЊА ИЗАЗВАНОГ ГАМА ЗРАЧЕЊЕМ У СЛОЈУ СИЛИЦИЈУМ ДИОКСИДА MOS ТРАНЗИСТОРА

Утицај гама зрачења на MOS (метал-оксид-полупроводник) транзисторе огледа се у стварању позитивног наелектрисања у слоју SiO_2 и центара захвата на међуповршини Si-SiO_2 [117]. Проучавање механизма стварања овог наелектрисања је посебно значајно јер оно може да промени електричне карактеристике MOS транзистора, а нарочито напон прага [117-120]. Истраживање наелектрисања створеног гама зрачењем, такође може да буде значајно за дозиметрију гама зрачења која је заснована на посебно дизајнираним р-каналним MOS дозиметријским транзисторима [121].

У овом додатку изложићемо један нов модел стварања наелектрисања у слоју SiO_2 који узима у обзир стохастичку природу, како апсорпције гама зрачења и стварања центара захвата, тако и рекомбинације створеног наелектрисања. Тај модел, заснован на методу Монте Карло [122, 123], омогућује одређивање просторне расподеле наелектрисања у слоју SiO_2 створеног гама зрачењем. Поред тога, овај модел омогућује да се узме у обзир и утицај електричног поља које постоји у слоју SiO_2 , како на сам процес стварања наелектрисања, тако и на његову просторну расподелу.

В.1. МЕХАНИЗАМ СТВАРАЊА НАЕЛЕКТРИСАЊА

Посматраћемо једнодимензиони модел. Нека је x -оса у правцу нормале на површину слоја оксида који је хомоген и бесконачан у правцима нормалним на x -осу. У слоју оксида постоји хомогено електрично поље у правцу x -осе: $\vec{E} = E \cdot \vec{x}$.

Претпоставићемо да само два механизма интеракције гама зрачења са оксидом нису занемарљива: апсорпција (доза зрачења експоненцијално опада са растојањем) и јонизација (губитак енергије гама зрачења је занемарљив). Такође, користићемо упрошћени модел формирања парова електрон-шупљина и транспорта електрона кроз слој SiO_2 [120]. На тај начин, када се слој SiO_2 изложи гама зрачењу у њему се одређена доза зрачења апсорбује, долази до јонизације и стварања парова електрон-шупљина. Овако створене шупљине кретаће се преко

локализованих стања у SiO_2 , у смеру електричног поља према међуповршини Si-SiO_2 и на том путу биће захваћене на дугоживећим центрима захвата у оксиду. Слободни електрони се, такође, крећу под утицајем електричног поља које постоји у оксиду али у супротном смеру, тј. према електроди гејта. Највећи део овако створених електрона неће имати утицаја на наелектрисање у SiO_2 јер ће брзо доспети до електроде гејта и напустиће оксид. Међутим, један мањи број електрона рекомбиноваће се са шупљинама које су већ захваћене на дугоживећим центрима захвата у оксиду.

Пошто је слој SiO_2 изложен довољној дози гама зрачења у њега ће бити уграђено одређено позитивно наелектрисање (које потиче од захваћених шупљина) просторно расподељено према међуповршини Si/SiO_2 . Густина овако створеног наелектрисања у оксиду може да се представи на следећи начин:

$$q \cdot n_{ox}(x) = q \cdot \alpha_{ox} \cdot f_y(E_{ef}) \cdot f_{tr}(E_{ef}) \cdot D \quad (\text{B.1})$$

У претходној релацији q је елементарно наелектрисање, $n_{ox}(x)$ је концентрација генерисаних и захваћених шупљина, α_{ox} је коефицијент генерације, f_y је део шупљина који је транспортован преко локализованих стања у оксиду, f_{tr} је део шупљина који је захваћен на центрима захвата у оксиду, E_{ef} је ефективно електрично поље а D је доза гама зрачења. Ефективно електрично поље у слоју оксида је

$$E_{ef} = E + E_y - E_{ox} \quad (\text{B.2})$$

где је E електрично поље изазвано спољашњом поларизацијом, E_y је електрично поље због разлике излазних радова између електроде гејта и силицијума [124], а

$$E_{ox} = \frac{q}{\epsilon_{ox}} \cdot \Delta N_{ot} \quad (\text{B.3})$$

је електрично поље створено просторном расподелом позитивно наелектрисаних шупљина. У претходној релацији је

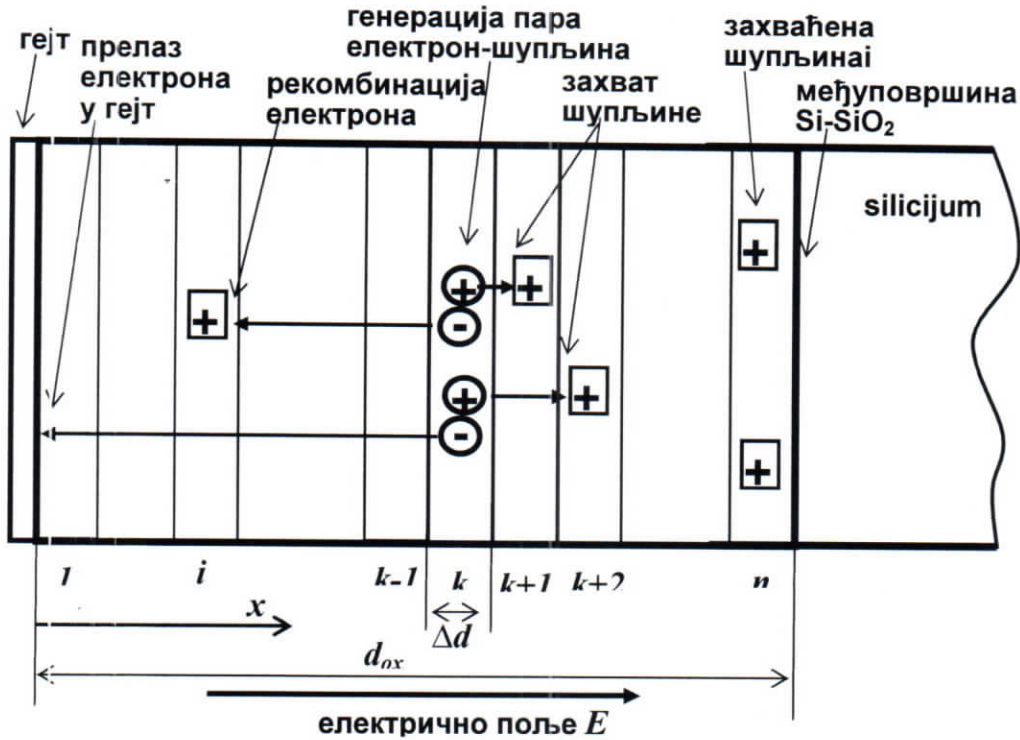
$$q \cdot \Delta N_{ot} = \frac{q}{d_{ox}} \cdot \int_0^{d_{ox}} n_{ox}(x) \cdot x \cdot dx \quad (\text{B.4})$$

ефективна густина наелектрисања на међуповршини Si/SiO_2 .

Означимо са G интензитет гама зрачења на површини оксида, у тачки $x = 0$ а са γ коефицијент апсорпције. Интензитет гама зрачења на растојању x (сл. В.1.) је:

$$g(x) = G \exp(-\gamma x) \quad (\text{B.5})$$

Међутим, обзиром на вредност коефицијента γ ($> 10 \mu\text{m}^{-1}$ [117, 121]) за слојеве дебљине знатно мање од $3 \mu\text{m}$ може се сматрати да је интензитет гама зрачења у оксиду скоро константан тако да је апсорбована доза зрачења за време T приближно једнака $D \approx G \cdot T$, ако G не зависи од времена.



Сл. В.1. Шематска представа стварања парова електрон-шупљина изазваног гама зрачењем, захвата шупљина и рекомбинације електрона.

Процес апсорпције гама зрачења у оксиду и формирање парова електрон-шупљина по својој природи је стохастички и дешава се случајно са одређеном вероватноћом. Исто тако и процеси захвата шупљина, односно рекомбинације електрона, до којих долази после одређеног времена, дешавају се случајно, са одређеном вероватноћом. Да бисмо узели у обзир стохастичку природу ових процеса поделићемо слој оксида дебљине d_{ox} на већи број (n) слојева (сл. В.1.), сваки дебљине:

$$\Delta d = \frac{d_{ox}}{n} \tag{B.6}$$

а укупну апсорбовану дозу гама зрачења D на делове ΔD који се апсорбују за време Δt , слично као у [122].

Означимо са α_k број створених парова електрон-шупљина у k -том слоју оксида за време Δt . Сматраћемо да тај број не зависи од концентрације парова електрон-шупљина и дебљине слоја оксида већ само од дозе гама зрачења ΔD која се за време Δt апсорбује у том слоју. Претпоставићемо да је α_k случајна променљива са нормалном (Гаусовском) расподелом, тј.:

$$\alpha_k : N(\bar{\alpha}_k, \sigma_\alpha) \tag{B.7}$$

где је $\overline{\alpha}_k$ средња вредност броја створених парова електрон-шупљина у k -том слоју оксида која је директно пропорционална интензитету гама зрачења $g(x_k)$ у k -том слоју:

$$\overline{\alpha}_k = \alpha \cdot g(x_k) \approx \alpha \cdot \frac{D}{T} \approx \alpha \cdot \frac{\Delta D}{\Delta t} \quad (\text{B.8})$$

а σ_α је стандардна девијација.

У току кратког временског интервала по формирању пара електрон-шупљина, шупљина се креће у правцу електричног поља које постоји у слоју оксида према међуповршини Si-SiO₂ (сл. В.1.), али убрзо бива захваћена и постаје непокретна, чиме се ствара позитивно наелектрисање у слоју SiO₂. Ако је време у току кога су шупљине покретне једнако Δt оне ће да се распореде у слоју SiO₂ од места где су створене према међуповршини Si-SiO₂. То значи да ће шупљине да се гомилају у неколико слојева дебљине Δd уз међуповршину Si-SiO₂ ($x = d$). Шупљине нагомилане уз међуповршину Si-SiO₂ стварају додатно електрично поље, супротног смера од постојећег.

Претпоставићемо да је укупно електрично поље, покретљивост шупљина и временски интервал Δt довољно мали тако да за време Δt шупљине могу да пређу из k -тог слоја у коме су формиране само у суседни $k+1$ слој (сл. В.1). Сматраћемо да број покретних шупљина $\Delta\alpha_k$ линеарно зависи од укупног електричног поља:

$$\Delta\alpha_k = \alpha_k \cdot s_1 \cdot [E - s_2 \cdot (\rho_{k+1} - \rho_k)] \quad (\text{B.9})$$

У претходној релацији $\rho(x)$ је густина наелектрисања у оксиду која потиче од претходно захваћених шупљина, при чему је означено $\rho_k = \rho(x_k)$, а s_1 и s_2 су константе. Ако је:

$$\Delta\alpha_k > \alpha_k \quad (\text{B.10})$$

Узећемо

$$\Delta\alpha_k = \alpha_k \quad (\text{B.11})$$

што значи да је електрично поље довољно велико тако да све шупљине створене у једном слоју прелазе у суседни слој.

Електрони, настали због апсорпције гама зрачења у оксиду, крећу се у смеру супротног од смера електричног поља (сл. В.1), при чему се рекомбинују са шупљинама које су већ захваћене у SiO₂. Како је покретљивост електрона знатно већа (више од 20 пута) од покретљивости шупљина [121], претпоставићемо да сви електрони за време Δt могу да стигну до гејта (површине супротне међуповршини Si-SiO₂) и да напусте слој оксида. То значи да ће се сви електрони који су створени апсорпцијом гама зрачења или рекомбиновати са већ захваћеним шупљинама у оксиду или ће напустити слој SiO₂ за време које је много мање од Δt .

Рекомбинацијом електрона и захваћених шупљина смањује се густина наелектрисања у оксиду која је претходно створена. Вероватноћа да дође до

рекомбинације електрона у неком од слојева на које смо поделили слој SiO₂ зависи од концентрације претходно захваћених шупљина у том слоју ρ_k/q . Претпоставићемо да за мале вредности ρ_k/q вероватноћа рекомбинације линеарно зависи од ρ_k/q , али да за велике вредности ρ_k/q улази у засићење, тј. не зависи од ρ_k/q . Користићемо једноставну апроксимацију за вероватноћу рекомбинације:

$$\beta(\rho) = \begin{cases} \beta_0 \frac{\rho}{\rho_{crit}}, & \rho < \rho_{crit} \\ \beta_0, & \rho \geq \rho_{crit} \end{cases} \quad (B.12)$$

где ρ_{crit} означава критичну густину захваћеног наелектрисања при којој вероватноћа рекомбинације достиже засићење (максималну вредност) β_0 .

Пошто се електрони створени у k -том слоју крећу према гејту, они могу да се рекомбинују са шупљинама захваћеним у слојевима $k, k-1, \dots, 2, 1$ (сл. В.1.). Нека је $\beta_{k,i}$ број електрона створених у k -том слоју који улази у i -ти слој, а

$$\overline{\Delta\beta_{k,i}} = \beta(\rho_i) \cdot \beta_{k,i} \quad (B.13)$$

средњи број електрона створених у k -том слоју који се рекомбинује у i -том слоју.

Претпоставићемо да је број електрона створених у k -том слоју који се рекомбинује у i -том слоју $\Delta\beta_{k,i}$ случајан број са нормалном (Гаусовском расподелом):

$$\Delta\beta_{k,i} : N(\overline{\Delta\beta_{k,i}}, \sigma_\beta) \quad (B.14)$$

где је σ_β стандардна девијација.

Број електрона који улази у следећи, $(i-1)$ -слој је:

$$\beta_{k,i-1} = \beta_{k,i} - \Delta\beta_{k,i} \quad (B.15)$$

Ако је:

$$\beta_{k,i-1} < 0 \quad (B.16)$$

што значи да је процес рекомбинације за електроне генерисане у k -том слоју завршен: сви електрони створени у k -том слоју су се рекомбиновали.

Према томе, када се за време Δt у слоју оксида апсорбује доза гама зрачења ΔD , у k -том слоју се, као последица промене броја шупљина у том слоју, створи наелектрисање

$$\Delta\rho_k = q \cdot \left(\alpha_k + \Delta\alpha_{k-1} - \Delta\alpha_k - \sum_{i=k}^n \Delta\beta_{ik} \right) \quad (B.17)$$

Број шупљина у k -том слоју се повећава због генерисања шупљина у том слоју и доласком шупљина из претходног слоја, а смањује због преласка шупљина у следећи слој. Такође, број шупљина у k -том слоју се смањује због рекомбинације са електронима који су дошли у тај слој из свих слојева од међуповршине Si-SiO₂ (n -ти слој) до k -тог слоја.

В.2. ПОСТУПАК ИЗРАЧУНАВАЊА РАСПОДЕЛЕ НАЕЛЕКТРИСАЊА

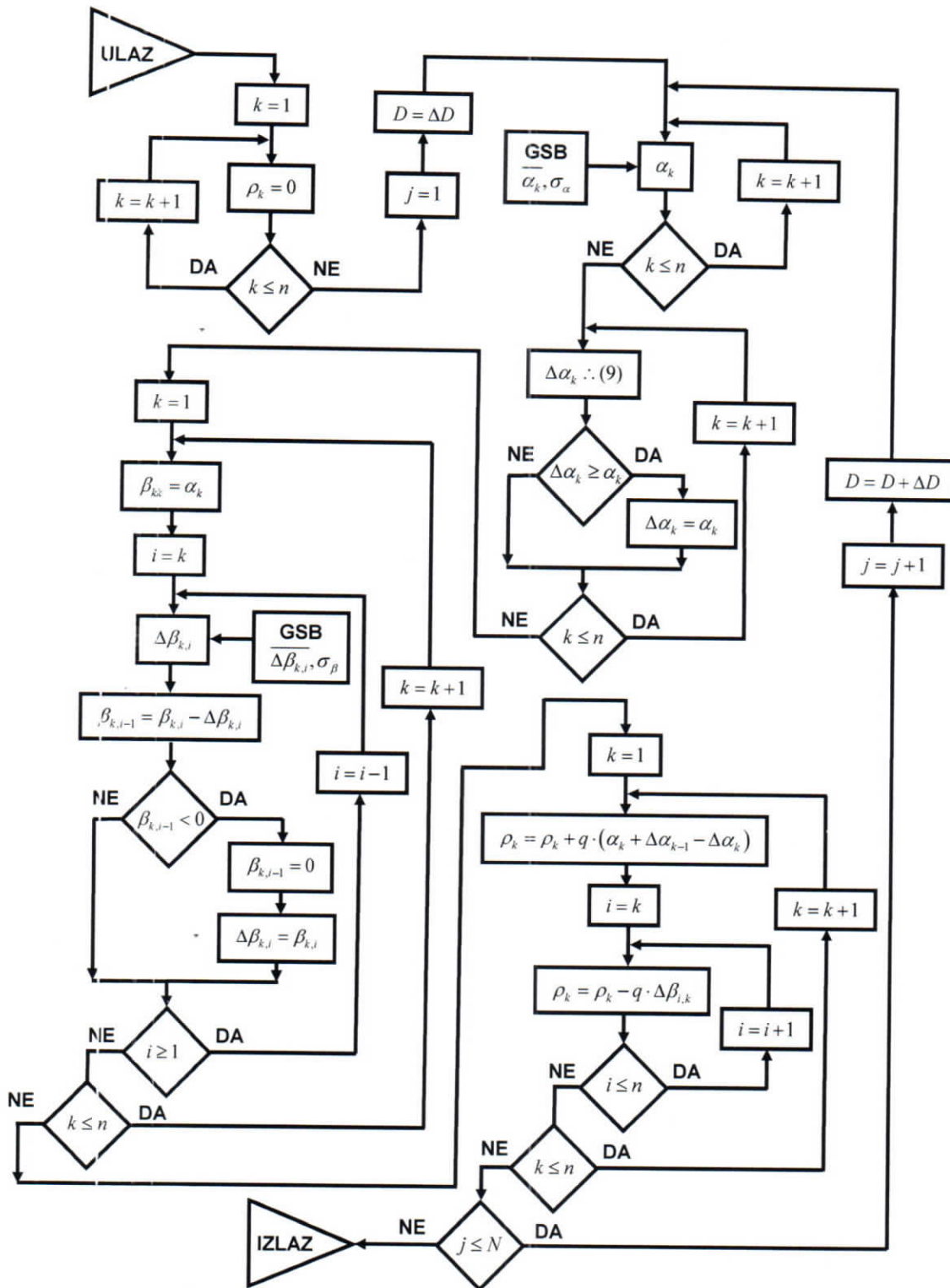
Стохастички модел стварања наелектрисања у слоју оксида MOS транзистора, описан у претходном одељку, релације (В.7)-(В.18), имплементиран је у програмски језик MATHEMATICA, према блок дијаграму који је приказан на сл. В.2. Цео алгоритам се састоји од следећих пет делова:

1. Улазни блок у коме се дефинишу улазне величине и поставља почетна расподела наелектрисања;
2. Блок случајног генерисања парова електрон-шупљина у свим слојевима које је изазвано елементарном дозом ΔD ;
3. Блок транспорта и захватања шупљина у суседни слој;
4. Блок транспорта електрона и њихове случајне рекомбинације са већ захваћеним шупљинама који се понавља за сваки слој посебно;
5. Блок у коме се израчунава нова расподела наелектрисања (захваћених шупљина).

Треба напоменути да овај модел подразумева да се под утицајем гама зрачења дозе ΔD у сваком од слојева случајно генерише одређени број парова електрон-шупљина, да се шупљине локализују у слоју у коме су створене и суседном слоју а да се електрони транспортују према гејту и успут случајно рекомбинују са шупљинама које су захваћене у слојевима кроз које пролазе. На тај начин, једно извршавање алгоритма одговара промени расподеле наелектрисања у слоју оксида коју изазива елементарна доза гама зрачења ΔD . Наравно, да би се добила расподела наелектрисања изазвана дозом гама зрачења D претходни алгоритам (без првог блока) треба поновити $N = D/\Delta D$ пута. Велика предност овог алгоритма је то што се по израчунавању расподеле наелектрисања изазваног неком дозом гама зрачења, расподела изазвана већом дозом добија једноставно даљим понављањем алгоритма. На тај начин се у знатној мери штеди време израчунавања када је потребно одредити расподеле наелектрисања изазване различитим дозама гама зрачења.

У блоку 2 се одређује број случајно генерисаних парова електрон-шупљина а у блоку 4 број случајно рекомбинованих електрона. У оба случаја коришћен је генератор случајних бројева (GSB) програмског језика MATHEMATICA, односно функција:

```
RandomReal [NormalDistribution[sredvr, stdev]]
```



Сл В.2. Блок дијаграм поступка израчунавања расподеле наелектрисања у силицијум диоксиду изазваног гама зрачењем.

која даје случајно генерисане бројеве са нормалном расподелом (средње вредности $sredvr$ и стандардне девијације $stdev$) који одговара броју генерисаних парова електрон-шупљина, односно броју рекомбинованих електрона са већ захваћеним шупљинама у сваком од n слојева оксида. У блоку 2 број случајно генерисаних парова електрон-шупљина одређује се за сваки од n слојева оксида стављајући уместо величине $sredvr$ одговарајућу средњу вредност броја створених парова електрон-шупљина α_k , према (В.8). У блоку 4 број случајно рекомбинованих електрона са већ захваћеним шупљинама одређује се стављајући уместо величине $sredvr$ одговарајућу средњу вредност $\Delta\beta_{k,i}$ броја електрона створених у k -том слоју који се рекомбинује у i -том слоју, према релацији (В.13). Сви случајни бројеви генерисани на овај начин имају нормалну расподелу са стандардном девијацијом $stdev$ која је 10% одговарајуће средње вредности $sredvr$.

Наравно овако одређена расподела наелектрисања у оксиду је један од могућих резултата и зависи од случајно генерисаних бројева α_k и $\Delta\beta_{k,i}$. Стварна и коначна расподела наелектрисања у оксиду добија се као средња вредност могућих расподела тако што се цео алгоритам приказан на сл.2 изврши велики број пута, увек са новим вредностима случајно генерисаних бројева α_k и $\Delta\beta_{k,i}$. На тај начин цео поступак израчунавања расподеле наелектрисања одговара некој врсти методе Монте Карло [122,123].

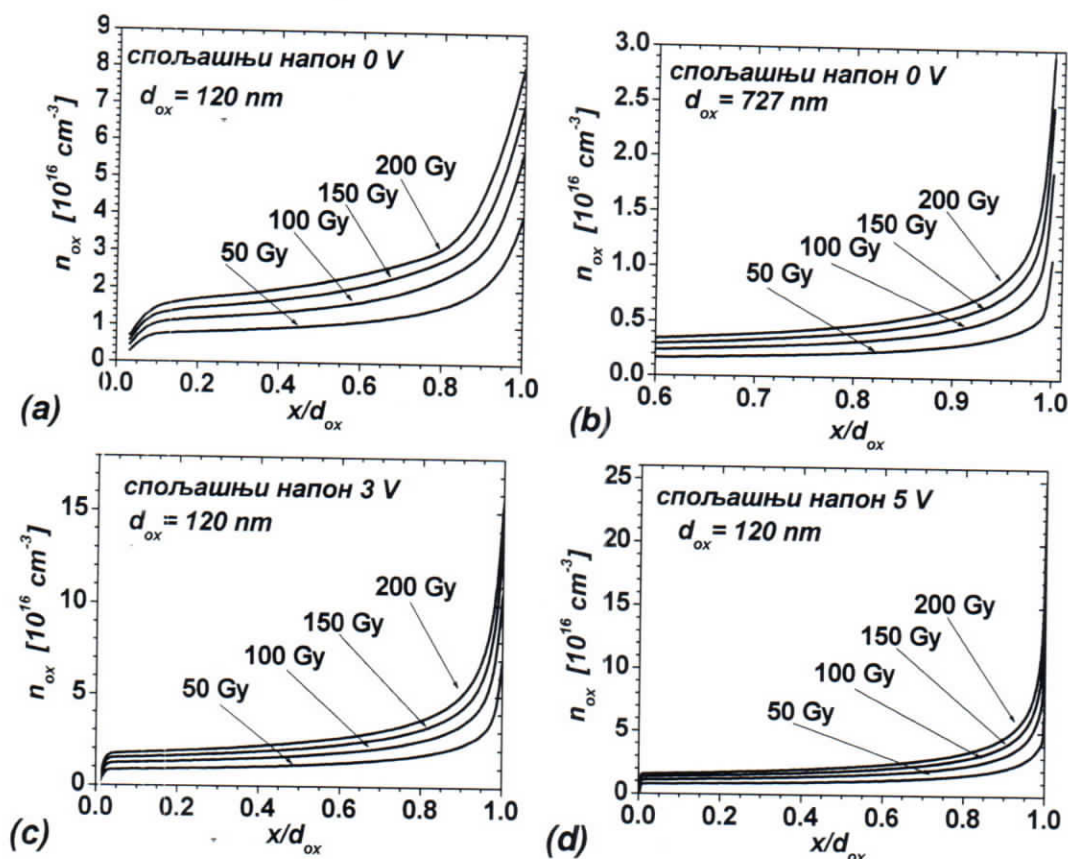
В.3. ПРОРАЧУНАТЕ ЗАВИСНОСТИ РАСПОДЕЛЕ НАЕЛЕКТРИСАЊА У СИЛИЦИЈУМ ДИОКСИДУ

Резултати изложени у овом додатку односе се на случај када је слој оксида дебљине d_{ox} подељен на n слојева, тако да је однос $(d_{ox}/n) = 4 nm$. То значи да је у случају слоја оксида дебљине $d_{ox} = 120 nm$ тај слој подељен на $n = 30$ слојева, а у случају $d_{ox} = 720 nm$ на $n = 180$ слојева. Такође, усвојено је да се за време Δt у оксиду апсорбује доза гама зрачења $\Delta D = 1 Gy$. На тај начин, укупна апсорбована доза гама зрачења је $D = N \cdot \Delta D$, или укупно време озрачивања је $T = N \cdot \Delta t$.

У свим израчунавањима коришћене су следеће вредности параметара који се појављују у релацијама (В.8) и (В.9): $\alpha = 1 \cdot 10^5 s/cm^{-3}Gy$; $s_1 = 0,8 \cdot 10^{-5} cm/V$, $1/s_2 = \epsilon_{SiO_2} = 3,4 \cdot 10^{-13} F/cm$; односно у релацији (В.12); $\rho_{crit} = 1 \cdot 10^{-4} C/cm^{-3}$ и $\beta_0 = 0,3$, тј. исте као у [123].

Сва израчунавања су поновљена сто пута са ново генерисаним случајним вредностима величина α_k и $\Delta\beta_{k,i}$. Приказане зависности су средње вредности свих овако добијених резултата.

Такође, подразумева се да је слој SiO_2 уграђен у MOS транзистор, тј. тај слој је у сендвичу између полупроводника (гејт) и силицијума. Због тога у оксиду постоји електрично поље изазвано разликом излазних радова између материјала



Сл. В.3. Израчунате расподеле наелектрисања изазваног гама зрачењем различитих апсорбованих доза у слојевима силицијум диоксида различитих дебљина и у присуству спољашњег електричног поља различитог интензитета.

гејта и силицијума. Ово електрично поље је усмерено према међуповршини $\text{SiO}_2\text{-Si}$. У уобичајеном случају, када је материјал гејта алуминијум а у силицијуму постоји 10^{15} cm^{-3} акцепторских примеса, у слоју оксида постоји електрично поље као да је на тај слој примењен напон (напон равних зона) од 0,5 V [125].

На сл. В.3 приказане су просторне расподеле наелектрисања у слоју оксида добијене на основу описаног модела. Види се да је наелектрисање (тј. захваћене шупљине) расподељено по целом слоју оксида и да та расподела не може да се занемари при израчунавању ефективне густине наелектрисања на међуповршини Si-SiO_2 , према релацији (В.4). Међутим, наелектрисање је у највећој мери распореджено у релативно уском слоју (дебљине око 20 nm) у близини међуповршине $\text{SiO}_2\text{-Si}$, и његова густина нагло расте уз међуповршину $\text{SiO}_2\text{-Si}$. У свим случајевима нагиб расподеле наелектрисања уз међуповршину $\text{SiO}_2\text{-Si}$ расте када се доза апсорбованог гама зрачења повећава.

Утицај спољашњег електричног поља (напона примењеног на слој SiO_2) на расподелу наелектрисања створену гама зрачењем приказан је на сл. В.3а, В.3с и В.3д. Као што се види спољашње електрично поље повећава укупно наелектрисање у оксиду, али је повећање његове густине знатно веће у уском слоју уз

међуповршину SiO₂-Si. Тај слој, у коме је расподељен највећи део наелектрисања је ужи а сама густина наелектрисања у њему је већа када је јачина спољашњег електричног поља већа. Ово се лако објашњава чињеницом да се шупљине створене гама зрачењем знатно интензивније крећу и највећи део тих шупљина бива захваћен тек у близини међуповршине SiO₂-Si.

В.4. ПРОМЕНА НАПОНА ПРАГА

Промену напона прага MOS транзистора коју узрокује зрачење можемо представити у следећем облику:

$$\Delta V_{th} = V_{th} - V_{th0} \quad (B.18)$$

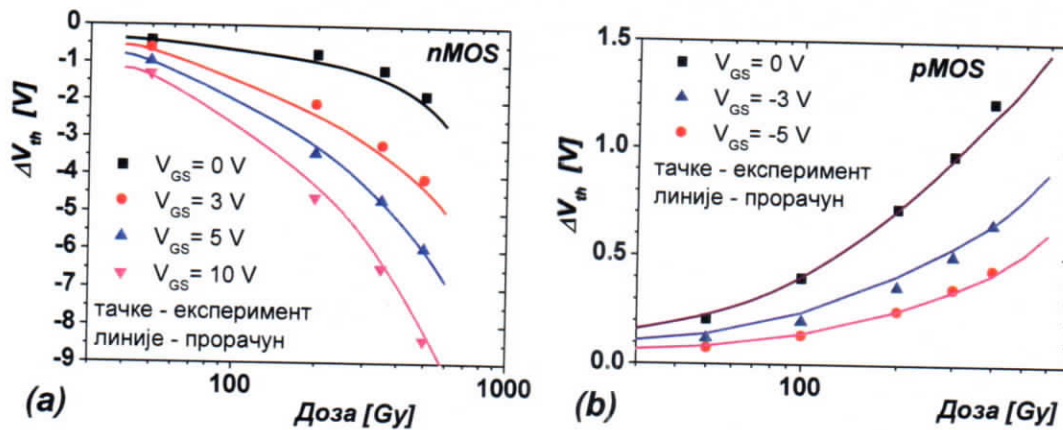
где је са V_{th0} означен напон прага MOS транзистора пре него што је био изложен зрачењу, а са V_{th} напон прага MOS транзистора након озрачивања. С обзиром да зрачење директно утиче на густину наелектрисања у оксиду $q \cdot N_{ot}$ и густину стања на међуповршини N_{it} , поменути промену напона прага можемо изразити на следећи начин:

$$\Delta V_{th} = \Delta V_{ot} + \Delta V_{it} = \pm \frac{q}{C_{ox}} \cdot \Delta N_{ot} + \frac{q}{C_{ox}} \cdot \Delta N_{it} \quad (B.19)$$

Где је C_{ox} капацитивност оксида гејта по јединици површине. Знак плус односи се на pMOS транзисторе, док се знак минус односи на nMOS транзисторе. У једначини (B.19) са $q \cdot N_{ot}$ означена је ефективна густина наелектрисања у оксиду уз међуповршину Si/SiO₂, дефинисана изразом (B.4) у којем је са $q \cdot n_{ox}(x)$ означена концентрација наелектрисања формираног у оксиду и које је просторно расподељено према Si/SiO₂ међуповршини. Густина међуповршинских центара захвата који се наелектришу услед изложености MOS транзистора зрачењу N_{it} може се израчунати на исти начин као у [122].

На сл. В.4. приказана је израчуната промена напона прага ΔV_{th} у функцији дозе зрачења (линије) и експериментално одређене вредности промене напона прага (тачке). На истој слици приказан је и утицај примењеног напона на слој силицијум диоксида у nMOS и pMOS транзисторима у току озрачивања. Експериментални резултати који су изложени у [122,123] приказани су такође на сл. В.4, за nMOS и pMOS транзисторе истих карактеристика добијене у истим технолошким процесима. Дакле, могуће је директно поређење ΔV_{th} у функцији дозе зрачења за nMOS и pMOS транзисторе, сагласно релацији (B.19). Као што се са сл. В.4 може видети обе зависности се задовољавајуће слажу са експериментално добијеним резултатима. Због тога, можемо закључити да су метод израчунавања N_{ot} и N_{it} , као и релација (B.19) валидни.

Као што се може видети (сл. В.4.а), напон примењен на гејт електроду nMOS транзистора за време озрачивања повећава апсолутну вредност промене



Сл. В.4. Зависности промене напона прага nMOS (а), односно, pMOS транзистора (б) од дозе за различите поларизације гејта током зрачења. Експериментални резултати су преузети из [122] и [123].

напона прага $|\Delta V_{th}|$. Ово је узроковано порастом густине наелектрисања оксида у близини $\text{SiO}_2\text{-Si}$ међуповршине и ефективне густине наелектрисања оксида $q \cdot N_{ot}$. Пораст ефективне густине наелектрисања оксида $q \cdot N_{ot}$ са примењеним напонем и његов утицај на промену напона прага су знатно већи од утицаја међуповршинских центара захвата N_{it} , посебно у случајевима врло великих доза зрачења.

У случају pMOS транзистора, када се у току озрачивања примени негативан напон на гејт електроду, промена напона прага опада (В.4.б). Тада су генерисане шупљине (наелектрисање оксида) расподељене у близини гејт/ SiO_2 међуповршине, а ефективна густина наелектрисања оксида $q \cdot N_{ot}$ је занемарљива. Промена напона прага узрокована је само наелектрисањем на међуповршинским центрима захвата N_{it} .

Зависности приказане на сл. В.4, такође могу објаснити чињеницу да су pMOS транзистори много осетљивији на зрачење од nMOS транзистора уколико није примењен спољашњи напон. Међутим, ако се примени спољашњи напон, промена напона прага код nMOS транзистора много брже опада са порастом дозе зрачења и pMOS постаје осетљивији од pMOS транзистора.

В.5. ЗАКЉУЧАК

У овом додатку детаљно је описан модел стварања наелектрисања у оксиду MOS транзистора изазван гама зрачењем који узима у обзир стохастичку природу, како процеса генерације парова електрон-шупљина, тако и процеса рекомбинације електрона са шупљинама које су претходно захваћене у оксиду. Алгоритам за израчунавање расподеле наелектрисања у оксиду заснован на методу Монте Карло је такође описан и детаљно образложен. На основу предложеног модела израчунате

су расподеле наелектрисуња у оксиду у зависности од дозе апсорбованог гама зрачења за различите дебљине оксида. Посебно је анализиран утицај спољашњег електричног поља на расподелу наелектрисуња створеног апсорпцијом гама зрачења. На основу овог модела могу се израчунати зависности промене напона прага MOS транзистора од дозе апсорбованог гама зрачења које се добро слажу са експерименталним резултатима, како нашим, тако и других аутора [122, 125, 126].

ОТПОРНОСТ ПОЛИСИЛИЦИЈУМСКИХ СЛОЈЕВА КОЈА УКЉУЧУЈЕ ЦЕНТРЕ ЗАХВАТА У ПОЛИКРИСТАЛНОМ ЗРНУ

Поликристални силицијумски слојеви се већ годинама користе у микроелектроници за израду гејтова, отпорника и веза [127]. Међутим, поред тих класичних примена, у последње време се све више употребљавају у танкослојним транзисторима који се користе за равне дисплеје [128,129], у тродимензионим интегрисаним колима [130] и у отпорницима чија се отпорност може контролисати применом спољашњег импулсног напона или струје. Нови технолошки поступци за добијање полисилицијумских слојева, међутим, значајно утичу на њихову структуру, а нарочито на концентрацију центара захвата носилаца и њихову просторну и енергетску расподелу. Утврђено је да хидрогенизација ствара додатне центре захвата на граници поликристалног зрна (band-tail states), а ласерско оджаривање их ствара како на граници тако и у самим зрнима (deep states).

У овом додатку описан је модел за отпорност полисилицијумских слојева који узима у обзир да, поред центара захвата на граници поликристалних зрна постоје и центри захвата унутар самих поликристалних зрна. Први су распоређени по површини, а други по запремини зрна. Овај модел се заснива на класичном моделу захвата носилаца на граници поликристалних зрна [131,132] и моделу који подразумева моноенергетску расподелу центара захвата на граници поликристалних зрна [133].

С.1. ЦЕНТРИ ЗАХВАТА НА ГРАНИЦИ ЗРНА И ОСИРОМАШЕНА ОБЛАСТ

На провођење струје кроз танке слојеве поликристалног силицијума пресудни утицај има граница зрна која се карактерише центрима захвата носилаца распоређеним по енергијама у енергетском процепу. Ти центри захватају слободне носиоце наелектрисања из унутрашњости поликристалног зрна, услед чега се уз границу зрна ствара осиромашена област ширине W , односно потенцијална баријера $q\phi_s$.

Овде ћемо разматрати случај када центри захвата на граници зрна имају двоструку експоненцијалну расподелу у енергетском процепу [134,135], тј. када је:

$$N_T(E) = N_{T1} \exp \frac{E_v - E}{E_1} + N_{T2} \exp \frac{E_v - E}{E_2} \quad (C.1)$$

Релација (C.1) показује да на граници поликристалних зрна постоје две врсте центара захвата: прва, са концентрацијом која нагло опада за енергије изнад врха валентне зоне (band –tail states) и друга (deep states), чија концентрација такође опада за енергије изнад врха валентне зоне, али не тако нагло као прва. При том је константа експоненцијалног пада $E_2 \ll E_1$.

Унутар поликристалног зрна центри захвата су расподељени по енергијама у енергетском процепу на исти начин као и центри захвата на граници зрна [136,137].

Када је концентрација примеса N_a висока, само је област уз границу поликристалног зрна осиромашена. У унутрашњости поликристалног зрна положај Фермијевог нивоа је одређен релацијом

$$E_F - E_{i0} = -kT \cdot \ln \frac{N_a + N_G}{n_i} \quad (C.2)$$

где је E_{i0} средина енергетског процепа у средини поликристалног зрна које није осиромашено. Решавањем Пуасонове једначине за потенцијал у зрну [127], за ширину осиромашене области добијамо:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varphi_s}{qN_a} \left[1 + \frac{N_{b1}}{2N_a} \left(\frac{q\varphi_s}{3E_1} - 1 \right) + \frac{N_{b2}}{2N_a} \left(\frac{q\varphi_s}{3E_2} - 1 \right) \right]} \quad (C.3)$$

где је

$$N_{bj} = N_{Gj} E_j \exp \frac{2(E_{i0} - E_F) - E_{gj}}{2E_j}, \quad j = 1, 2 \quad (C.4)$$

Укупно кривљење енергетских зона $q\varphi_s = E_{i0} - E_i$ може се одредити из релације

$$N_a \cdot W + \sqrt{\frac{\varepsilon}{2qN_a} \left[\frac{N_{b1}}{\sqrt{E_1}} I(a_1, b_1) + \frac{N_{b2}}{\sqrt{E_2}} I(a_2, b_2) \right]} = \frac{Q_T}{2q} \quad (C.5)$$

где је Q_T укупно наелектрисање центара захвата на граници поликристалних зрна (по јединици њихове површине), а

$$I(a, b) = \int_0^a [1 - b(1-x)] \frac{\exp(-x)}{\sqrt{x}} dx, \quad a_1 = \frac{q\varphi_s}{E_1}, \quad b_1 = \frac{N_{b1}}{2N_a}, \quad b_2 = \frac{N_{b2}}{2N_a} \quad (C.6)$$

Напон који се примени на полисилицијумски слој расподељује се на пад напона на осиромашеним областима (ширине $2W$) и граници зрна (ширине W_{GB}) и

на пад напона на неутралној области зрна, тако да се за специфичну отпорност полисилицијума може написати [138]:

$$\rho = \rho_B \frac{2W + W_{GB}}{L} + \rho_{Si} \left(1 - \frac{2W + W_{GB}}{L} \right) \quad (C.7)$$

У претходној релацији са ρ_{Si} означена је специфична отпорност неутралне унутрашњости поликристалног зрна која одговара монокристалном материјалу. ρ_B је специфична отпорност која одговара граници зрна и осиромашеним областима када је на њима пад напона V_0 , тако да је густина струје J , и дата је изразом:

$$\rho_B = \frac{V_0}{J \cdot (2W + W_{GB})} \quad (C.8)$$

У случају када је примењени напон мали и пад напона V_0 је мали, па је $J-V$ зависност која одговара граници поликристалног зрна линеарна, а релација за ρ_B је дата у [133].

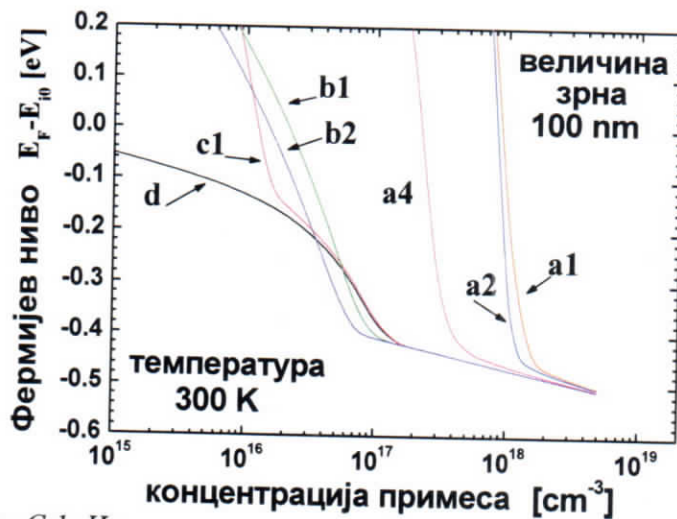
С.2. ПРОРАЧУНАТЕ ЗАВИСНОСТИ И АНАЛИЗА

На основу предложеног модела израчунате су зависности неких величина које карактеришу утицај центара захвата на специфичну отпорност, као и сама специфична отпорност полисилицијумских слојева. Концентрације центара захвата у поликристалном зрну и на његовој граници које су коришћене у израчунавањима дате су у Табели С.1. Поред тога, коришћене су вредности $E_1 = 0,23 \text{ eV}$ и $E_2 = 0,038 \text{ eV}$ [132,133]. На сл. С.1. - С.4. приказане су такође и одговарајуће зависности у случају када су центри захвата моноенергетски и када имају веома стрму експоненцијалну зависност од енергије ((band –tail) [131-133]. У Табели С.1. дате су концентрације центара захвата и у овим случајевима. За енергетски ниво моноенергетских центара захвата узето је $E_T = E_{i0} - 0.16 \text{ eV}$, а за ‘band –tail’ стања узето је $E_{bt} = 0.03 \text{ eV}$ [131,132].

На сл. С.1 приказане су израчунате зависности положаја Фермијевог нивоа од концентрације примеса. При високим концентрацијама примеса, у случају када постоје центри захвата у поликристалном зрну Фермијев ниво је нешто изнад одговарајуће вредности за монокристални силицијум, при чему већи утицај имају ‘deer’ стања. За концентрације примеса мање од N^* (концентрација примеса при којој је поликристално зрно потпуно осиромашено) положај Фермијевог нивоа се нагло приближава средини енергетског процепа, и то интензивније када је концентрација центара захвата у поликристалном зрну већа. Приближавање Фермијевог нивоа средини енергетског процепа је интензивније него када су центри захвата моноенергетски, али је приближно оном у случају ‘band –tail’ стања (крива с2 на сл. С.1).

Табела С. 1. Преглед коришћених вредности концентрација центара захвата у поликристалном зрну и на његовој граници.

	N_{G1} [cm^{-3}]	N_{G2} [cm^{-3}]	N_{T1} [cm^{-2}]	N_{T2} [cm^{-2}]
a1	10^{18}	$2 \cdot 10^{19}$	$1.5 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{14}$
a2	10^{17}	$2 \cdot 10^{19}$	$1.5 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{14}$
a3	10^{16}	$2 \cdot 10^{19}$	$1.5 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{14}$
a4	10^{18}	$2 \cdot 10^{17}$	$1.5 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{14}$
b1	0	0	$1.5 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{14}$
b2	0	0	10^{13}	$4 \cdot 10^{14}$
b3	0	0	10^{13}	$4 \cdot 10^{12}$
c1	band-tail $N_{bt} = 10^{10} \text{ cm}^{-2}$			
c2	band-tail $N_{bt} = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$			
d	Моноенергетска стања: $N_T = 9.73 \cdot 10^{12} \cdot L^{-0.34}$			



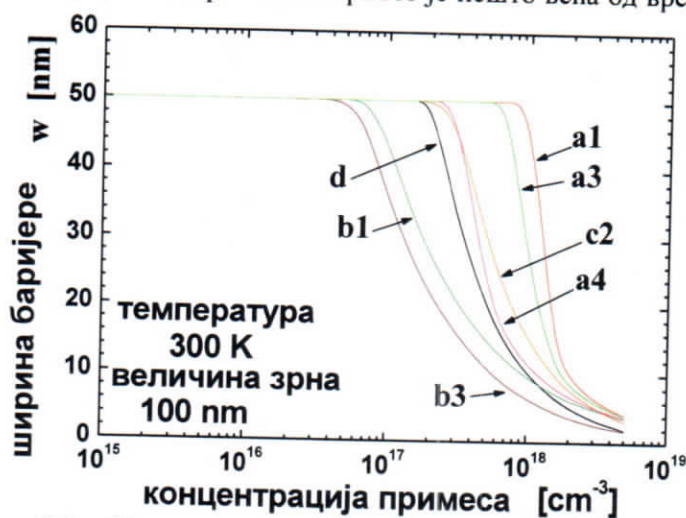
Сл. С.1. Израчунате зависности положаја Фермијевог нивоа од концентрације примеса.

На сл. С.2. приказане су израчунате зависности ширине осиромашене области од концентрације примеса. Ове зависности приказују да је осиромашена област шира уколико постоје центри захвата у зрнима. Ако концентрација 'deep states' стања опада, ширина осиромашене области се приближава вредности која одговара случају моноенергетски расподељених центара захвата. Ако је концентрација примеса приближно једнака N^* , ширина осиромашене области се

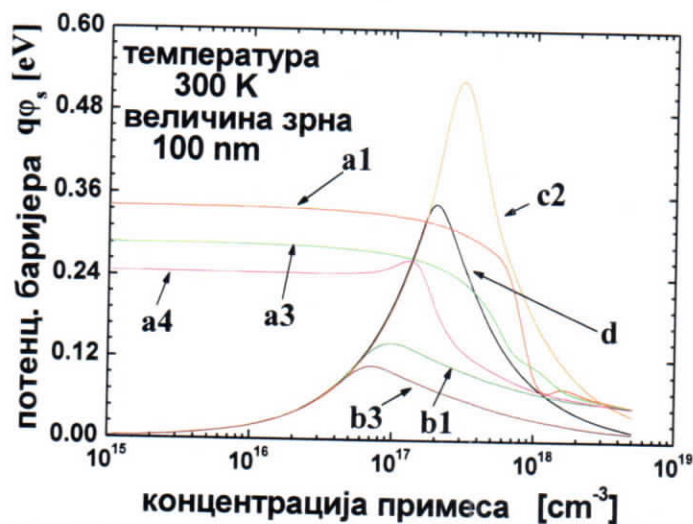
много брже приближава вредности $L/2$ (тотално осиромашење) уколико је концентрација 'deer' стања већа.

На сл. С.3. приказане су израчунате зависности висине потенцијалне баријере ($q \Phi_s$) од концентрације примеса. Ако у зрнима постоје центри захвата ове зависности немају карактеристичан пик близу N^* . Тај пик се појављује када је концентрација 'deer' стања мала, али је много нижи него у случају "band-tail" или моноенергетски расподељених центара захвата.

Зависности специфичне отпорности од концентрације примеса дате су на сл. С.4. При високим концентрацијама примеса, када постоје центри захвата у поликристалном зрну специфична отпорност је нешто већа од вредности за случај

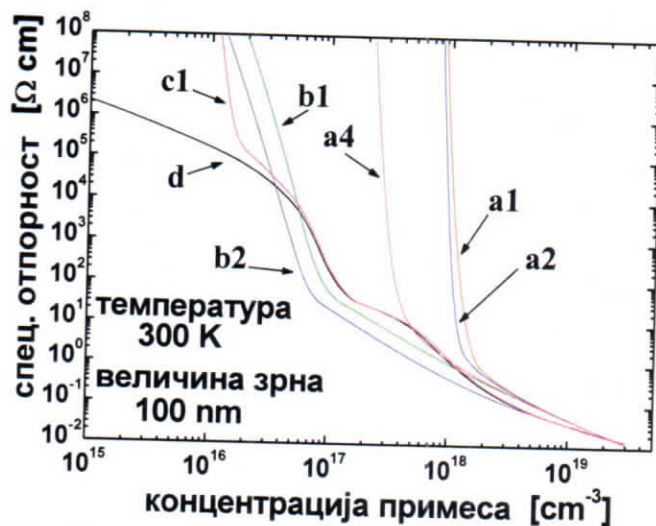


Сл. С.2. Израчунате зависности ширине потенцијалне баријере од концентрације примеса.



Сл. С.3. Израчунате зависности висине потенцијалне баријере од концентрације примеса.

моноенергетских центара захвата, али много интензивније расте када је концентрација примеса мања од N^* . Када само на граници зрна постоје центри захвата са енергетском зависношћу као (С.1), специфична отпорност је нижа од вредности за случај моноенергетских центара захвата и тек за концентрације примеса знатно изнад N^* постаје већа од ње.



Сл. С.4. Израчунате зависности специфичне отпорности од концентрације примеса.

С. 3. ЗАКЉУЧАК

Изложени модел за израчунавање специфичне отпорности полисилицијумских слојева који укључује и центре захвата у поликристалном зрну даје задовољавајуће резултате. Могућност израчунавања положаја Фермијевог нивоа, ширине осиромашене области и висине потенцијалне баријере омогућује анализу утицаја ових величина на специфичну отпорност. Израчунавањем зависности, чији су примери дати, омогућује се боље разумевање утицаја центара захвата на отпорност полисилицијумских слојева и њихова оптимизација.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chin-Tang Sah, "Evolution of the MOS transistor-From Conception to VLSI", Proceedings of the IEEE, Vol. 76, No. 10, pp.1282-1326, 1988.
2. Y. P. Tsividis, "Operation and modeling of the MOS transistor", New York: McGraw-Hill, 1999.
3. J-P. Colinge, C. A. Colinge, "Physics of semiconductor devices", Kluwer Academic Publishers: New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 2002.
4. M.J.M Peïgrom, A. C. J. Duinmaijer, A.P.G Welbers, "Matching properties of MOS transistors", IEEE Journal of Solid-State circuits, Vol. 24, No. 5, pp. 1433-1440,1989
5. S. M. Sze and G. S. May, "Fundamentals of Semiconductor Fabrication", John Wiley and Sons Inc., 04 April, 2003.
6. J. Pollmann, "On the electronic structure of semiconductor surfaces, interfaces and defects at surfaces or interfaces, Advances in Solid State Physics, Vol. 20, pp. 117-175, 1980.
7. C. C. Enz, "High precision CMOS micropower amplifiers", Ph. D. thesis, No. 802, EPFL, Lausanne, 1989.
8. G.E Moore, "Cramming more components onto integrated circuits", Proceedings of the IEEE, Vol. 86, No.1, pp. 82-85.
9. R.R. Schaller, "MOORE'S LAW: Past, Present and Future", IEEE Spectrum, pp. 53-59, 1997.
10. Y. Wang, "The Challenges for physical limitations in Si Microelectronics", IEEE, pp. 25-30, 1998.
11. S. Oda and D. Ferry, "The Scaling limit of MOSFETs due to direct Source-Drain tunneling in silicon nanoelectronics", Taylor and Francis, Boca Raton 2006.
12. F. Assad, Z. Ren, D. Vasileska, S. Datta, M. Lundrstom, "On the Performance Limits for Si MOSFET's: A Theoretical Study", IEEE Transactions on electron devices, Vol. 47, No. 1, pp. 232-240, 2000.
13. A. Toriumi, M. Iwase and M. Yoshimi, "On the performance limit for Si MOSFET: Experimental study", IEEE Trans. Electron Devices, Vol. 35, pp.999-10003, 1988.

14. W. A. Harrison, "Surface reconstruction on semiconductors", *Surface Science*, Vol. 55, pp. 1-19, 1976.
15. D. J. Chadi, "Reexamination of the Si (100) surface reconstruction", *Applied Optics*, Vol. 19, pp. 3971-3973.
16. H. C. Pao, C. T. Sah, "Effects of diffusion current on the characteristics of metal-oxide (insulator)- semiconductor transistors", *Solid-State Electronics*, Vol. 10, pp. 927-937, 1966.
17. M. Ono, M. Saito, T. Yoshitomi, C. Fiegna, T. Ohguro, H. Iwai, "A 40 nm gate length nMOSFETs", *IEEE Trans. Electron Dev.*, Vol. 42, pp.1822-1830, 1995.
18. K. Remashan, NA Wong, K. Chan, SP Sim, CY. Yang, "Modeling inversion-layer carrier mobilities in all regions of MOSFET operation", *Solid-State Electronics*, Vol. 46, pp. 153-156, 2002.
19. Y. Taur, D. A. Buchanan, W. Chen, D. J. Frank, K. E. Ismail, S. H. Lo, G. A. Sai-Halasz, R. G. Viswanathan, H. J. C. Warn, S. J. Wind, H. S. Wong, "CMOS scaling into the nanometer regime", *Proceeding IEEE*, Vol. 85, pp. 486-504, 1997.
20. R. van Langevelde, F. M. Klaassen, "Accurate drain conductance modeling for distortion analysis in analog circuit design", *IEDM 1997 Technical Digest*, pp. 313-317, 1997.
21. J. Benson, N. V. D'Halleweyn, W. Readman-White, C. A. Easson, M. J. Uren, O. Faynot, J-L. Pelloie, "A Physically Based Relation Between Extracted Threshold Voltage and Surface Potential Flat-Band Voltage for MOSFET Compact Modeling", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 48; No. 5, 2001.
22. G. Baccarani, M. R. Worderman, "Transconductance degradation in thin-oxide MOSFETs", *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 30, pp. 1295-1304, 1983.
23. K. Joardar, K. K. Gullapalli, C. C. McAndrew, M. E. Burnham, A. Wild, "An improved MOSFET model for circuit simulation" *IEEE Trans. Electron Dev.*, Vol. 45, pp. 134-184, 1998.
24. D. J. Chadi, J. Ihm, C. Tanner, "Theoretical study of the As (100) surface reconstruction of GaAs", *Physica B+C*, pp. 798-800, 1983.
25. G. Sun, Y. Sun, T. Nishida, S. E. Thompson, "Hole mobility in silicon inversion layers: Stress and surface orientation", *Journal of Applied Physics*, Vol. 102, 084501, 2007.
26. R. Oberhuber, G. Zandler, P. Vogl, "Subband structure and mobility of two-dimensional holes in strained Si/SiGe MOSFET's", *Physical Review B*, Vol. 58, No. 15, pp. 9941-9948, 1998.
27. T. Janik, B. Majkusiak, "Analysis of the MOS transistor based on the self-consistent solution to the Schrödinger and Poisson equations and on the local mobility model", *IEEE Trans Electron Devices*, Vol. 45, No. 6, pp. 1263-1271, 1998.

28. C. Moglestue, "Self-consistent calculation of electron and hole inversion charges at silicon-silicon dioxide interfaces", *J. Appl. Phys.*, Vol. 59, pp. 3175-3183, 1986. *IEEE Trans Electron Devices*, Vol. 44, pp. 297-302, 1997.
29. S. Eftimie, Alex. Rusu, A. Rusu, "MOSFET Model with Simple Extraction Procedures, Suitable for Sensitive Analog Simulations"; *Romanian Journal of Information Science and Technology*, Vol. 10, No. 2, pp.189-197, 2007.
30. S. Maneesha, M. K. Haldar, Khanna and R. S. Gupta "Analytical theory of two-dimensional charge sheet model for short channel MOSFETs under non linear charge control", *Solid-State Electronics*, Vol. 38; No. 1; pp 197-202; 1995.
31. A. J. Scholten et al., "Noise Modeling for RF CMOS Circuit Simulation", *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. ED-50, pp. 618-632, 2003.
32. UC Berkeley Device Group, "Quantum-Mechanical CV Simulator", available from: <http://www-device.eecs.berkeley.edu/qmcv/index.shtml>, April 2000.
33. B. P. K. Yadav and A. K. Dutta, "An Analytical Model of the First Eigen Energy Level for MOSFETs Having Ultrathin Gate Oxides", *Journal of semiconductor technology and science*, Vol. 10, No. 3, 2010.
34. D. Foty, "Perspectives on Analytical Modeling of Small Geometry MOSFETs in Spice for Low Voltage/Low Power CMOS Circuits Design", *Journal of Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, Vol. 21, pp. 229-252, 1999.
35. D. Z. Mitić, T. S. Kevkić and D. M. Petković, "Characterization of the heavy doped semiconductors using the analytical approximations of the Fermi integrals", *Proc. of International Conference "Mathematical and Informational Technologies"-MIT 2009*, pp. 188-192, (Kopaonik, Serbia) 2009.
36. T. S. Kevkić, D. Z. Mitić and D. M. Petković, "Resistivity of Polycrystalline Silicon Films with Grain and Grain Boundary Trapping States", *Proc. of XVII Symposium on Condensed Matter Physics –SFKM*, pp.209-212. Vršac, Serbia 2007.
37. T. Kevkic, M. Odalovic, D. Petkovic, "A Stochastic Model of Gamma-Ray Induced Oxide Charge Distribution and Threshold Voltage Shift of MOS Transistors", *Nuclear technology & radiation protection*, Vol. 27, No. 1, pp. 33-39, 2012.
38. S. Bindra, S. Haldar, R. S. Gupta, "Charge sheet model of a polysilicon thin-film transistor", *Microelectronic Engineering*, Vol.60, pp. 381-393, 2002.
39. S. Ristić, "Elektronska fizika čvrstog tela", *Elektronski fakultet Niš*, 2010/11
40. S.-C. Lo, Y. Li and S.-M. Yu, "Analytical solution of nonlinear Poisson equation for symmetric double-gate metal-oxide-semiconductor field effect transistors", *Mathematical and computer modelling*, Vol. 46, pp. 180-188, 2007.
41. Vin-Jang Lee and Donald R. Mason, "Analytic Expressions Relating Surface Charge and Potential Profiles in the Space-Charge Region in Semiconductors", *Journal of applied physics*, Vol. 34, No. 9, 1963.

42. M-S Liang, J. Y. Choi, P-K Ko, C. Hu, "Inversion – Layer Capacitance and Mobility of Very Thin Gate-Oxide MOSFET's", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-33; No. 3, 1986.
43. A. Hartstein, N. F. Albert, "Determination of the inversion-layer thickness from capacitance measurements of metal-oxide-semiconductor field-effect transistor with ultra thin oxide layers", *Phys. Rev. B*, Vol. 38, pp. 1235-1240, 1988.
44. P. R. Gray, R. G. Meyer, "Analysis and Design of Analog Integrated Circuits", Wiley, 1977.
45. D. Stefanović, M. Kayal, "Metodologija projektovanja analognih CMOS integrisanih kola", Springer 2008.
46. C. C. Enz, F. Krummenacher, E. A. Vittoz, "An Analytical Transistor model Valid in All Regions of Operation and Dedicated to Low-Voltage and Low-Current Applications", *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, Vol. 8, pp. 83-114, 1995.
47. J-M Sallese, M. Bucher, F. Krummenacher, P. Fazan, "Inversion charge linearization in MOSFET modeling and rigorous derivation of the EKV compact model", *Solid-State Electronics*, Vol. 47, No. 4, pp. 677-683, 2003.
48. X. Xi et al, "BSIM5 MOSFET Model", *IEEE*, pp.922-923, 2004.
49. D. Foty, "MOSFET Modeling with SPICE, Principles and Practice", Prentice Hall, 1997.
50. J. A. Power, W. A. Lane, "An enhanced SPICE MOSFET model suitable for analog applications", *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, Vol. CAD-11, pp. 1418-1425
51. B.J. Sheu, D.L. Scharfetter, P. K. KO, M. C. Jeng, "BSIM: Berkley Short-channel IGFET model for MOS transistors", *IEEE J. Solid-State Circuits*, Vol. SC-22, pp. 558-566, 1987.
52. H-J. Park, PK. Ko, C. Hu, "A charge sheet capacitance model of short channel MOSFET's for SPICE", *IEEE Trans Comput-Aided Design*. Vol. 10, No. 3, pp. 376-389, 1991.
53. A. R. Boothroyd, SW. Tarasewicz, C. Slaby, "MISNAN-a physically-based continuous MOSFET model for CAD applications", *IEEE Trans Electron Dev.*, Vol. 10, pp. 1512-1529, 1991
54. BSIM4.3.0 MOSFET Model- User's Manual- Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Berkley, CA 94720.
55. E. A. Vittoz, "Micropower techniques in Design of MOS VLSI Circuits for Telecommunications", edited by J. Franca and Y. Tsvividis, Prentice-Hall, 1993.
56. C. H. Choi, P. R. Childanbaram, R. Khamankar, C. F. Machala, Z. Yu, R. W. Dutton, "Dopant profile and geometry effects on polysilicon gate depletion in scaled MOS", *IEEE Trans Electron Devices*, Vol. 49, pp. 1227-1231, 2002.
57. E. A. Vittoz, "MOS transistor" Intensive Summer Course on CMOS & BiCMOS VLSI Design, Analog & Digital, Lausanne (EPFL), Switzerland, September 1993.

58. D. B.M. Klaassen, F.M. Klaassen, R van Langevelde, A. J. Scholten, "MOS Model 11 Level 1102", Philips Research Laboratories, available from: http://www.semiconductors.philips.com/Philips_Models/mos_models/model_11, 2005.
59. G. L. Bir, G. E. Pikus, "Symmetry and strain-induced effects in semiconductors" (John Wiley, New York, 1974)
60. T. S. Kevkić and D. M. Petković, "Classical and quantum mechanical models of surface potential and MOS capacitance in strong inversion", Proc. of 53th Conference ETRAN, MO1.4, Vrnjačka banja, Serbia 2009.
61. M. Popović, "Osnovi elektronike", Elektrotehnički fakultet, Beograd, 2004.
62. N. Shigyo, "An explicit expression of surface potential at high-end of moderate inversion", IEEE Trans. Electron Dev., Vol. ED-49, pp.1267-1273, 2002.
63. M. Ostrowsky, "Solutions of Equations and Systems of Equations", Academic Press, New York, 1973.
64. Turchetti and G. Masetti, "A CAD-oriented analytical MOSFET model for high accuracy applications", IEEE Trans. Computer-Aided Design, Vol. CAD-3, pp. 117-122, 1984.
65. R. Clerc, P. O'Sullivan, KG. McCarthy, G. Ghibaudo, et al., "A physical compact model for direct tunneling from NMOS inversion layers", Solid-State Electronics, Vol. 45, pp. 1705-1716, 2001.
66. R. van Langevelde, F. M. Klaassen, "An explicit surface-potential-based MOSFET model for circuit simulation", Solid-State Electronics, Vol. 44, pp. 409-481, 2000.
67. R. van Langevelde et al., "Advanced compact MOS modeling", Proceedings ESSDERC 2001, pp. 81-90, 2001.
68. A. I. A. Cuñha, M. C. Schneider, C. Galup-Montoro "An explicit physical model for the long-channel MOS transistor including small-signal parameters", Solid-State Electronics, Vol. 38, No. 11; pp. 1945-1952; 1995.
69. T. L. Chen, G. Gildenblat "Analytical approximation for the MOSFET surface potential", Solid-State Electronics, Vol. 45, pp. 335-339, 2001.
70. RMDA Velghe, DBM Klaassen, FM Klaassen, Unclassified report NL-UR 003/94: MOS model 9. Eindhoven: Philips Electronics, 1994.
71. HJ. Oguey, S. Cserveny, "MOS modeling at low-current density", Summer Course on Process and Device Modeling ESAT Leuven-Heverlee, Belgium, 8-11 December 1996, pp.555-558.
72. RF. Pierret, JA. Shields, "Simplified long-channel MOSFET theory" Solid State Electron 1983, Vol. 26, pp. 143-147.
73. L. Feng, H. Jin, Z. Jian, C. Yu, M. Chan, "A non-charge-sheet channel potential and drain current model for dynamic-depletion silicon-on-insulator metal-oxide-semiconductor field-effect transistors", Journal of Applied Physics 2010, 107 (054507).

74. F. Stern and W. E. Howard, "Properties of Semiconductor Surface Inversion Layers in the Electric Quantum Limit", *Physical Review*, Vol. 163, No. 3; pp.816-835, 1967.
75. M. J. van Dort, P. H. Woerlee and A. J. Walker, "A simple model for quantization effects in heavily-doped silicon MOSFETs at inversion conditions", *Solid-State Electronics*, Vol. 37, No. 3, pp. 411-414; 1994.
76. M. Dragosavac, D. J. Paul, M. Pepper, A. B. Fowler and D. A. Buchanan, "Electron effective mass in ultrathin oxide silicon MOSFET inversion layers" *Semiconductor Sci. Technol.*, Vol. 20, pp. 664-667, 2005.
77. F. Stern, "Quantum properties of surface space-charge layers", *CRC Crit. Rev. Solid-State Sci.*, Vol. 4, pp. 499-514, 1974.
78. P. N. Racec, U. Vulf, "Quantum theory for ac-admittance", *Materials Science and Engineering C*, Vol. 26, pp. 876-880, 2006.
79. Y. Ohkura, "Quantum effects in Si n-MOS inversion layer at high substrate concentration", *Solid State Electron*, Vol. 33, pp. 1581-1585, 1990.
80. N. Chetty, R. M. Martin, "Determination of integrals at surfaces using the bulk crystal symmetry", *Phys. Rev. Letter*, Vol. 44, pp. 5568-5571, 1991.
81. K. Ip, JR Brews, "Quantum effects upon drain current in a biased MOSFET", *IEEE Trans Electron Dev.*, Vol. 45, No. 10, pp. 2213-2221, 1998.
82. J. A. Appelbaum, D. R. Hamann, "Quantum physics and chemistry of surfaces", *C R C Critical Reviews in Solid State science*, Vol. 6, pp. 357-374, 1976.
83. J. A. Pals, "Quantization effects in semiconductor inversion and accumulation layers", Ph. D. thesis, 1972.
84. S. S. Ang, Y. J. Shi and W. D. Brown, "A comparison of square, triangular, and sinusoidal waveforms used for avalanche electron injection in MOS structures", *Solid-State Electronics*, Vol. 37; No. 3; pp. 415-419, 1994
85. T. B. Boykin, G. Klimeck, Paul von Allmen, S. Lee and F. Oyafuso, "Valley splitting in V-shaped quantum wells", *Journal of applied physics*, Vol. 97, 113702, 2005.
86. D. Mitrović, "Uvod u specijalne funkcije", Naučna knjiga, Beograd, 1991.
87. F. Stern, "Self-Consistent Results for n-Type Si Inversion Layers", *Physical Review B*, Vol. 5, No. 12, pp. 4891-4899, 1972.
88. T. Ando, A. B. Fowler and F. Stern, "Electronic properties of two-dimensional systems", *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 54, pp. 437-672, 1982.
89. F. Stern, "Iteration Methods for Calculating Self-Consistent Fields in Semiconductor Inversion Layers", *Journal of computational physics*, Vol. 6, pp.56-67, 1970.

90. G. Vincent, "Metal oxide semiconductor structure and transistor behaviour using a single and simple graph ($Q\psi$) which takes into account all the physical and electrical parameters", Journal of applied physics, Vol.103, 074505, 2008.
91. N. D. Arora, "Semi-empirical model for the threshold voltage of double implanted MOSFET and its temperature dependence", Solid-State Electronics, Vol. 30, pp. 559-569, 1987.
92. M. Miura- Mattausch, H. Ueno, H. J. Mattausch, S. Kamashiro, T. Tamaguchi, N. Nakatama, "HiSIM: Self-Consistent Surface Potential MOS model valid down to sub-100nm technologies", MSM Workshop, 2002.
93. Y. Ma, L. Liu, Z. Yu, Z Li, "On the degeneracy of quantized inversion layer in MOS structures", Solid-State Electron, Vol. 44, pp. 1925-1929, 2000.
94. L. Zhuang, L. Guo and S. Y. Chou, "Silicon single-electron quantum-dot transistor switch operating at room temperature", Applied Physics Letters, Vol. 72, No. 10; 1998.
95. F. Prégaldiny, C. Lallement, W. Grabinski, J.-B. Kammerer, D. Mathiot, "An analytical quantum model for the surface potential of deep-submicron MOSFETs", In: Proc 10th International Conferenc on Mixed Design of Integrated Circuits and Systems, (MIXDES), pp. 98-104, 2003.
96. F. Prégaldiny, C. Lallement, R. van Langevelde, D. Mathiot, "An advanced explicit surface potential model physically accounting for the quantization effects in deep-submicron MOSFETs", Solid-State Electronics, Vol. 48, pp. 427-435, 2004.
97. C. Lallement, J-M Sallese, M. Bucher, W. Grabinski, P. Fazan, "Accounting for quantum effects and polysilicon depletion from weak to strong inversion, in a charge based design-oriented MOSFET model", IEEE Trans. Electron Dev., Vol. 50, No. 2, pp.406-417, 2003.
98. F. Prégaldiny, C. Lallement, D. Mathiot, "Accounting for quantum mechanical effects from accumulation to inversion, in a fully analytical surface-potential-based MOSFET model", Solid-State Electronics, Vol. 48, pp.781-787, 2004.
99. J. van Dort, P. H. Woerlee and A. J. Walker, C. A. H. Juffermans and H. Lifka, "Influence of high substrate doping levels on the threshold voltage and the mobility of deep-submicrometer MOSFET's", IEEE Trans. Electron Dev., Vol. ED-39, pp.932-938, 1992.
100. H. C. Morris, H. Abebe, "A compact quantum surface potential model for a MOSFET device", Mathematical and Computer Modelling, Vol. 51, pp. 893-900, 2010.
101. N. Neophytan, A. Paul, M. Lundstrom, G. Klimeck, "Bandstructure effects in silicon nanowire electron transport", IEEE Trans. Electron Devices, Vol. 55, No. 6, pp. 1286-1297, 2008.
102. B. P. K. Yadav, A. K. Dutta, "An analytical model of the first eigen energy level for MOSFETs having ultrathin gate oxides", Journal of semiconductor technology and science, Vol. 10, No. 3, 2010

103. J. Slater, G. F. Koster, "Simplified LCAO method for periodic potential problem", Phys. Rev., Vol. 6, pp. 94, 1954
104. X. Li, W. Wu, A. Jha, G. Gildenblat, R. van Langevelde, G. D. J. Smit, A. J. Scholten, D. B. M. Klaassen, C. C. McAndrew, J. Watts, C. M. Olsen, G. J. Coram, S. Chaundry, J. Victory, "Benchmark tests for MOSFET compact models with application to the PSP model", IEEE Trans Electron Dev, Vol. 56, No. 2, pp. 243-251, 2009.
105. T. Kevkić, D. Petković: "An Advanced Surface Potential Model of MOS Inversion Layer Incorporating the Quantum Mechanical Effects", Abstract PSB 44, Twelfth Annual Conference of The Yugoslav Materials Research Society YUCOMAT 2010, Herceg Novi, Montenegro, p. 132 sept. 2010.
106. D. Basu, A. K. Dutta, "An explicit surface-potential-based MOSFET model incorporating the quantum mechanical effects", Solid-State Electronics, Vol. 50, pp. 1299-1309, 2006.
107. T. S. Kevkić and D. M. Petković, "Some analytical solutions of nonlinear Poisson equation for inversion layer of MOS structure", Proc. of International Conference "Mathematical and Informational Technologies"-MIT 2009, (Kopaonik, Serbia 2009), pp. 188-192.
108. Tijana S. Kevkić and Dragan M. Petković: "Approximate Analytic Results for Surface Potential in n-type Si Inversion", Proc. of IX International Scientific Opencast Mining Conference (OMC 2010), pp. 76-83. Vrnjačka banja, Serbia 2010.
109. T. S. Kevkić and D. M. Petković, "A Quantum Mechanical Correction of Classical Surface Potential Model of MOS Inversion Layer", Proc. of 26th International Conference on Microelectronics (MIEL 2010), vol. 1, pp. 115-118. Niš, Serbia 2010.
110. C. T. Sah, "Fundamentals of solid state electronics", Singapore: World Scientific Publishing Co., 1991.
111. Б. И. Фистуль, "Введение в физику полупроводников", Москва: ВЦПИСША школа, 1975.
112. S. M. Sze and K.K. Ng, "Physics of semiconductor devices", Hoboken, New Jersey: Wiley, 2007.
113. T. S. Kevkić and D. M. Petković, "An Analysis of Some Semi-Classical and Quantum Mechanical Surface Potential Models of MOS Inversion Layer", Proc. of 26th International Conference on Microelectronics (MIEL 2008), vol. 1, pp. 197-200. Niš, Serbia 2008.
114. R. K. Pathria, "Statistical mechanics", Oxford: Butterworth Heinemann, 1972.
115. J. S. Blakemore, "Approximations for the Fermi-Dirac integrals, especially the function, $\mathfrak{F}_{1/2}[\eta]$, used to describe electron density in a semiconductor", Solid-State Electron., Vol. 25, pp. 1067-1076, 1982.

116. X. Azmerich-Humet, F. Serra-Mesters, J. Millan, "An analytical approximation for Fermi-Dirac integral $F_{3/2}(\eta)$ ", Solid-State Electronics, Vol. 24, pp. 981-982, 1981.
117. A. Holmes-Siedle, L. Adams, "Handbook of Radiation Effects", Press University, Oxford, UK, 2002.
118. H. L. Huges, J. M. Benedetto, "Radiation Effects and Hardening of MOS Technology: Devices and Circuits", IEEE Trans. on Nuclear Science, Vol.3, No. 50, pp. 500-521, 2003.
119. T. R. Oldham, F. B McLean, "Total Ionizing Dose Effects in MOS Oxides and Devices", IEEE Trans. on Nuclear Science, Vol.3, No. 50, pp. 483-499, 2003.
120. M. De Almeida, M. Moralles, "Monte Carlo Simulation of a Position Sensitive Gamma Ray Detector", Brazil. J. Of Physics, Vol. 3B, No. 35, pp.741-743, 2005.
121. M. Odalović, D. Petković, "A Model of Gamma-Ray Irradiation Effects in Silicon Dioxide Films and on Silicon Dioxide-Silicon Interface", Materials Science Forum, Vol.555, pp. 147-152, 2007.
122. S. M. Sze, "Physics of Semiconductor Devices", John Wiley and Son, New York, 1981.
123. M. Pejović et al, "Temperature and Gate Bias Effects on Gamma-Irradiated Al-Gate Metal-Oxid-Semiconductor Transistors", Japan. J. Appl. Phys., Vol. 2, No.33, pp. 986-990, 1994.
124. M. Odalović, B. Vucković, I. Manić, Z. Pavlović, "Investigation of Radiation Sensitivity and Postirradiation Thermal Sensitivity of MOS Transistor", Proceedings 21st International Conference on Microelectronics, Nis, Vol.1, pp. 357-360, 1997.
125. N. S. Marjanović, M. L.J. Vujisić, K. Dj. Stanković, D. Despotović, P. V. Osmokrović, "Simulated Exposure of Titanium Dioxide Memristors to Ion Beams", Nucl. Technol. Radiat., Vol. 25, pp. 120-125, 2010.
126. T. P. Ma, P. V. Dressendorfer, "Ionizing Radiation Effects in MOS Devices and Circuits", John Wiley and Son, New York, 1989.
127. D. W. Huges, "Polycrystalline silicon resistors for use in integrated circuits", Solid-State Technol, Vol. 30 (5), pp.139-143, 1987
128. S. D. Brotherton, "Polycrystalline silicon thin film transistors", Semicond. Sci. Technol., Vol.10, pp.721-738, 1995.
129. H. Hayama, W. I. Milne, "A new poly-silicon MOS transistor model which includes the effects of bulk trap states in grain boundary regions", Solid-State Electronics, Vol. 33, pp. 279-286, 1990.
130. D. W. Feldbaumer, J. A. Babcock, "Theory and application of polysilicon resistor trimming", Solid-State Electronics, Vol.38, pp. 1861-1869, 1995.

131. Tijana S. Kevkić and Dragan M. Petković: "Resistance of Polysilicon Films with Grain Trapping States", *Proc. of IX International Scientific Opencast Mining Conference (OMC 2010)*, pp. 70-75. Vrnjačka banja, Serbia 2010.
132. D. Mitić and D. Petković, "A modified model for resistivity of thin polysilicon films in the linear region on I-V characteristics", *Proc. of 21th International Conference on Microelectronics (MIEL '97)*, Vol.1, pp. 189-192, Niš, 1997.
133. D. Mitić and D. Petković, "Effects on grain boundary trapping-state energy distribution on the Fermi level position in thin polysilicon films", *Proc. of 20th International Conference on Microelectronics (MIEL '95)*, Vol.1, pp. 145-148, Niš, 1995.
134. G. A. Armstrong, S. Uppal, S. D. Brotherton and J. R. Ayres, "Modeling of laser-annealed polysilicon TFT characteristics", *IEEE Electron Devices Lett*, Vol. EDL-18, pp. 315-318, 1997.
135. J. R. Ayres, "Characterization of trapping states in poly-crystalline silicon thin-film transistor by deep-level transient spectroscopy", *J. Appl. Phys.*, Vol.74, pp. 1787-1792, 1993.
136. D. P. Joshi, R S. Srivastava, "A model of conduction in polycrystalline silicon", *IEEE Trans. On Electron Devices*, Vol. ED-31, pp. 920-927, 1984
137. N. C. C. Lu et al, "Modeling and optimization of monolithic polycrystalline silicon resistors", *IEEE Trans. On Electron Devices*, Vol. ED-28, pp. 818-830, 1981.
138. N. Bhat, M. Cao, K. C. Saraswat, "Bias temperature instability in hydrogenated thin-film transistor", *IEEE Trans. On Electron Devices*, Vol. ED-44, pp. 1102 - 1108, 1997

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Тужана Кевиќ

број индекса _____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Класични и квантно-механички модели расподеле и транспорта
носилаца наелектрисања у површинским слојевима полупроводника

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

Ј. Кевиќ

У Косовској Митровици, 01.03.2023

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Приштини, са привременим седиштем у Косовској Митровици унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Класични и квантно - механички модели расподеле и транспорта
носилаца наелектрисања у површинским слојевима полупроводника

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

Ђорђевић

У Косовској Митровици, 01.03.2023

1. Ауторство - Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.