

Јасмина Милинковић
Универзитет у Београду
Учитељски факултет

DOI:10.46793/MANM4.029M
УДК: 51:373.046-021.64(497.11)

ПЕРСПЕКТИВЕ ЗА РАЗВОЈ СТАТИСТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Рад је посвећен анализи аспеката актуелног математичког образовања повезаних са развојем статистичке писмености. У првом делу рада анализирана су постигнућа ученика четвртог разреда на TIMSS 2015 у области приказивања података, у односу на когнитивне домене задатака и врсте графичког приказа. Предшколско искуство омогућава рани сусрет деце са табеларним и другим видовима визуелног представљања података на интуитивном нивоу. Како област приказивања података није дефинисана у нашем наставном програму до 4. разреда, постигнуће ученика указује на (не)формално усвајање знања из овог домена. Урађена је упоредна анализа садржаја из области приказивања података у програмима других земаља. У другом делу, истраживано је стање у актуелним уџбеницима у Србији. Анализиран је узорак од 8 актуелних уџбеника четвртог разреда основне школе са циљем утврђивања присуства програмских садржаја и анализе задатака из области приказивање података. Дат је и осврт на резултате емпиријских истраживања реализованих у Србији, а везаних за истраживање могућности увођења елементарне статистике у наставни програм. Циљ рада је да представљајући тренутно стање и постигнућа ученика пружи аргументе за увођење ових садржаја у математику до 4. разреда основне школе.

Кључне речи: статистичка писменост, TIMSS 2015, математика, приказивање података.

Увод

Статистичка писменост значајан је део математике писмености. Одговор на питање шта је математичка писменост може се заснивати на различитим теоријским разматрањима, упоредним анализама наставних програма, али се у значајној мери може извести и анализом математичких садржаја задатака на великим међународним истраживачким пројектима

какав је ТИМСС, до којих се долази консензусом националних представника. Јаблонка (2003) дискутује о разумевању математичке писмености са аспекта способности коришћења основних вештина рачунања и геометријских вештина у свакодневним контекстима, али и алтернативног истицања математичке писмености као мреже знања и разумевања фундаменталних математичких идеја. Трећа страна поентира да се математичка писменост пре свега огледа у способности да се развију софистицирани математички модели, или као способности за разумевање и евалуацију коришћења бројева и математичких модела од стране других (Jablonka, 2003: 76). Де Ланж и експерти из више земаља у свом разумевању математичке писмености истичу преваходно важност стицања способности јединке да разуме улогу и значај математике, да изводи логички аргументоване закључке и да користи математику на начине који одговарају њеним потребама кроз улогу активног члана културе у којој живи (ОЕСД, 1999). Ми смо овде посебно фокусирали пажњу на статистичку писменост као део елементарне математичке писмености.

Велман (Wellman, 1993) дефинише статистичку писмености као способност да се разумеју и критички оцене статистички резултати које срећемо у свакодневним активностима заједно са способношћу да уваже допринос статистичког начина размишљања у доношењу приватних и пословних одлука. У том смислу, јасно је да су познавање и примена статистичког резонувања важни за успешно рационално доношење одлука јединки у приватном и професионалном животу. Недостатак статистичке писмености отвара могућност погрешних интерпретација података са којима се појединци срећу, приватно, у медијима, као и у професионалном животу. Од посебног је значаја достизање високог нивоа статистичке писмености у медицинским наукама, економији и другим друштвеним, техничким и природним наукама.

Елементи статистике у наставним програмима других земаља

Програмски задаци почетне наставе математике се заснивају на културном одређењу (почетне) математичке писмености, анализама потреба савременог друштва, упоредним анализама програма других земаља. У неким земљама, попут Мађарске, деца већ са шест година упознају теме из вероватноће и дескриптивне статистике. У Словенији деца се већ у другом разреду баве елементима статистике и комбинаторике као што су обрада података и једноставнији комбинаторни задаци. У Сједињеним Америчким Државама бављење прикупљањем и анализом података започиње у предшколском узрасту. У Сингапуру, а слично и у другим наставним системима

Далеког истока, у почетној настави математике баве се цртањем графика (стубичастих графика, линијских графика и кружних дијаграма), табела, интерпретацијом и коришћењем информација из графика и табела за решавање проблема, израчунавањем средње вредности. У табели је дат сажети приказ садржаја из области приказивања података у одабраним земљама. Избор земаља направљен је на основу успешности на TIMSS 2015, при чему је Словенија уврштена у анализу као једна од земаља у окружењу која је донедавно имала програм врло сличан наставном програму у Србији, а која је постигла бољи успех од Србије у овом испитивању.

Табела 1. Програмски садржаји из области приказивања података на узрасту до 11 година

| Земља/област | Приказивање података |
|---------------------|--|
| Јапан | Прикупљање и организовање података у складу са циљем; Представљање података помоћу табеле и графика; Испитивање особина података. |
| Јужна Кореја | Цртање графика, дијаграма и табела; Својства података и организовање података; Интерпретација промене графика; Дијаграми, пиктограми, интерпретација података. |
| Русија | Статистика (представљање података у табелама, дијаграмима, графиконима); Средња вредност; Концепт статистичког закључивања на основу узорка. |
| Сингапур | Цртање и интерпретација графика и табела; Решавање проблема; Средња вредност; |
| Словенија | Цртање графика, дијаграма и табела; Прикупљање, организовање и представљање података; Интерпретација промене графика; Дијаграми, пиктограми, интерпретација података; Решавање проблема; |

| | |
|-----------------|--|
| Финска | Прикупљање и приказивање података, читање једноставних табела и дијаграма; Координатни систем, представљање података преко графикона; Решавање проблема; Средња вредност; |
| Хонгконг | Статистика (пиктограми, бар графикони и др.). |

Видимо да се садржаји из приказивања података којима се баве ученици у овим земљама у великој мери преклапају (Табела 1). У овим земљама читање података из графикона представља очигледно основни ново знања. У већини се, међутим, ученици баве и прикупљањем и приказивањем података као и решавањем проблема који укључују анализу приказаних података. У Русији, Сингапуру и Финској ученици се баве и појмом средње вредности. Из табеле је јасно да се може говорити о значајном степену консензуса о когнитивним способностима ученика и потреби да они већ у том узрасту стекну основе статистичке писмености.

Испитивање статистичке писмености на ТИМСС-у – резултати и дискусија

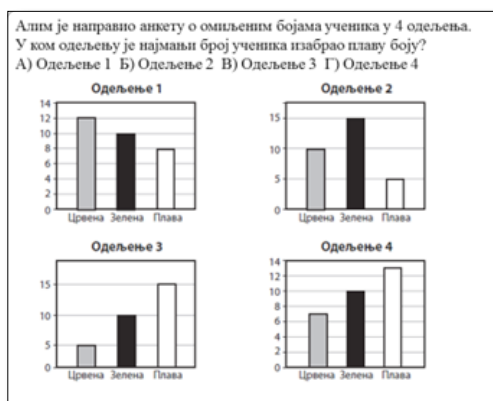
У оквиру теста из математике на ТИМСС 2011 и ТИМСС 2015 идентификују се следеће теме:

- Читање, поређење, приказивање података из табела;
- Читање, поређење, приказивање података из пиктографа;
- Читање, поређење, приказивање података из стубичастих, линијских и кружних графикона;
- Давање одговора на основу приказаних података, превазилажењем директног читања датих података (решавање проблема и рачунање коришћењем података, комбиновањем података из два и више извора, закључивањем на основу података, итд).

Приметимо да садржаји који се испитују на ТИМСС-у не обухватају све што раде ученици у земљама чије смо програме анализирали у претходној секцији.

Карактеристичан за ТИМСС је задатак у коме ученици одговарају на питања директним читањем информација приказаних на стубичастим графиконима. У конкретном случају задатка који овде приказујемо (Слика 1), ученици треба да упореде информације приказане на четири графикона. Могући збуњујући фактор је да треба обратити пажњу на боју стубића јер

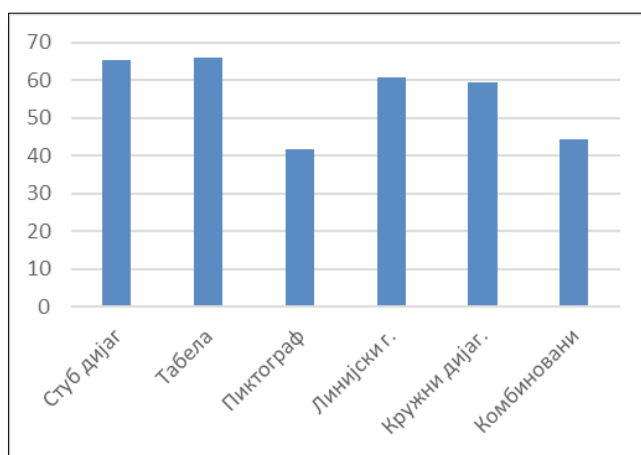
је број ученика који су изабрали плаву боју представљен белим стубићем (а не сивкасто или црно обојеним стубићем).



Слика 1. Компарација стубичастих дијаграма, објављени задатак TIMSS 2015

Когнитивно захтевнији задатак би био упоређивање информација датих на два различита графика (нпр. стубичасти и кружни дијаграм).

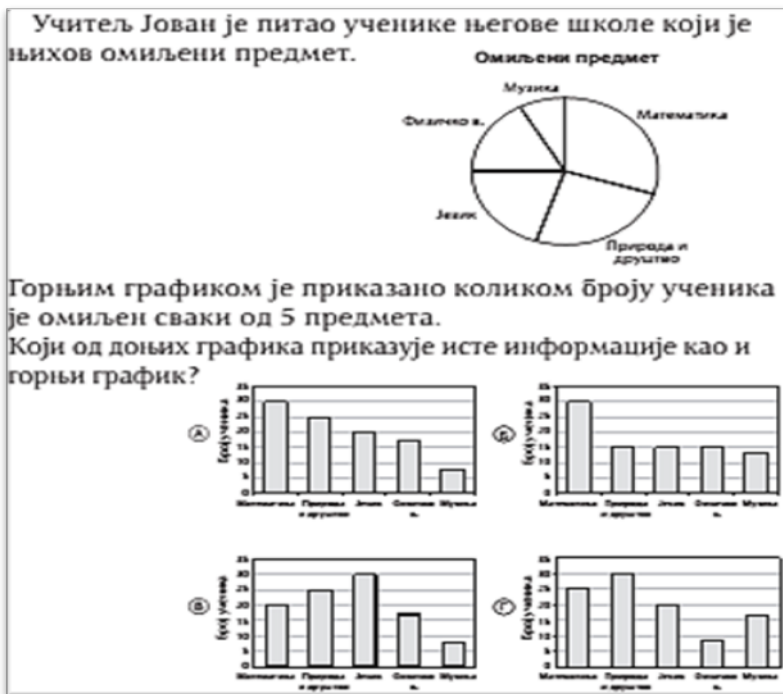
Ученици из Србије имали су преко 50% тачних одговора на задацима који су подразумевали податке представљене табеларно, или на стубичастом дијаграму, кружном дијаграму или линијском графику. Слабији успех постигли су једино код читања пиктографа и задатака у којима су комбинована два начина представљања података (нпр. кружни дијаграм и стубичасти дијаграм или табела и стубичасти дијаграм).



Слика 2. Постигнуће ученика Србије на TIMSS 2015 у процентима према типу графичког приказа у задатку

Чак 90,4% ученика умело је да одговори и пронађе одговор читајући једноставни стубичасти дијаграм у коме се до одговора долазило проналажењем максималне од четири приказане вредности. Међутим, знатно мањи проценат ученика умео је са истог графика да упореди парове приказаних вредности и каже између која два пара је највећа разлика. Задатак који припада когнитивном домену примене знања захтева од ученика да директно прочитају податке из стубичастиг дијаграма.

Са друге стране, веома мали проценат ученика умео је да доврши кружни дијаграм на основу датих података. Како се овај начин графичког представљања ретко среће у нашим уџбеницима, овакав резултат није неочекиван.



Слика 3. Задатак са кружним и стубичастим дијаграмом, објављени задатак TIMSS 2015.

Посебно изазовним показали су се задаци у којима су ученици морали да упореде два различита графичка приказа и да утврде која два графика показују идентичну ситуацију (Слика 3).

Област „Приказивање података” у уџбеницима

У нашем наставном програму од 1. до 4. разреда још увек не постоји експлицитно наведена област приказивања података. Ипак, неки наведени општеобразовни задаци могу се тумачити као позив на бављење и неким елементима статистичке писмености. У наставном програму математике у млађим разредима основне школе као општи задатак наведен је задатак стицања знања која су „неопходна за разумевање квантитативних и просторних односа и законитости у разним појавама у природи, друштву и свакодневном животу”. Такође, неопходно је „да ученици стичу основну математичку културу потребну за откривање улоге и примене математике у различитим подручјима човекове делатности (математичко моделовање), за успешно настављање образовања и укључивање у рад”.

Јасно је да се оба ова задатка могу довести у везу са развојем способности читања, анализе информација о појавама представљеним визуелно помоћу табела и графикана, као и коришћењем у решавању проблема.

Чињеница је да наши ученици као део друштва имају прилику да се сусрећу са различитим приказима података. Заиста, тешко се може пренебрегнути чињеница да деца, као и одрасли, не могу избећи сусрет са графицима и табелама који су значајно присутни у медијима. Поред тога, у предшколском васпитању деца имају прилике да се баве креирањем табеларних приказа података као и стубичастих дијаграма. Најзад, у стандардима за основно образовање из математике експлицитно се захтева познавање области приказивање података (Stanojević i sar., 2010). Милинковић и сарадници (2017) наводе претпоставку да је учешће на међународним испитивањима као што су TIMSS и PISA допринело препознавању значаја ове области и макар увођењу праксе спорадичног, непланског бављења задацима из ове области. Они сматрају да је из тог разлога област приказивања података вероватно заступљена у уџбеницима из математике више него ранијих година (Milinković i sar., 2017).

Да бисмо проверили ову тврдњу прегледали смо узорак уџбеничких комплета за четврти разред, осам најзаступљенијих комплета следећих издавача: Бигз, Едука (два комплета), Завод за издавање уџбеника, Клет, Креативни центар, Нови логос и Нова школа. Пронашли смо да се у пет комплета јављају задаци из домена приказивања података. У њима се може приметити различит степен пажње које су аутори усмерили на ову област коју програмски нису обавезни да покрију. Неки од аутора су одабрали само један задатак из ове области, неки су сматрали да се овој теми треба враћати периодично у оквиру надоградње основне колекције задатака других области, док трећи имају читав одељак са садржајима из области приказивања података, просечно мање од 8 задатака по уџбеничком комплету за 4. разред. Код већине комплета садржаји из овог домена су интегрисани

у задацима у оквиру других области. Ученици читају податке из табела и сликовних дијаграма бавећи се сабирањем и одузимањем вишесцифрених бројева, разломцима или једначинама и неједначинама. У једном комплету (Todorović, Ognjanović, 2016) такви се задаци јављају у посебној секцији „Занимљиви задаци”, док у другом (Popović i sar., 2016) постоји и засебно поглавље посвећено овом домену.

У задацима се подаци приказују у табелама, стубичастим дијаграмима, линијским графицима и кружним дијаграмима (пита графицима). Од ученика се очекује да умеју да прочитају и упореде податке из табела или стубичастог дијаграма и кружних графикона (Dejić i sar., 2016: 32; Todorović, Ognjanović, 2016: 162). У једном комплету се јавља и по један задатак са пиктографом и линијским графиком (Todorović, Ognjanović, 2016). Изузетно, од ученика се у појединачним задацима тражи да доврше започети график или табелу. Такође, у појединим задацима до одговора се долази закључивањем на основу комбиновања добијених података. С обзиром на то да нема предвиђене обраде садржаја везаних за приказивање података, очигледно се подразумева да ученици интуитивно разумеју појмове *дијаграм*, *максималне* и *минималне вредности*. Термин *просек* и *огређивање просечне вредности* се објашњавају узгред, уз решавање задатка у коме је то један од захтева (Popović i sar., 2016: 191; Todorović, Ognjanović, 2016: 192).

Истраживања у домену приказивања података у Србији

При разматрању могућности увођења нових садржаја важно је пронаћи и верификовати погодност одређеног методичког приступа овим садржајима. Због тога је од важности размотрити досадашња истраживања у овој области. Проблематиком методике наставе елемената вероватноће и статистике у Србији се већ дужи низ година баве Крекић, Милинковић и други. Крекић је у свом истраживачком раду, од дисертације до данас, фокусирана на садржаје из комбинаторике, указујући на значај и неопходност ранијег бављења појавама са неизвесним исходом у настави (Krekić, 2015). Слично, Опарница и сарадници (Oparnica et al., 2016) испитивали су могућности бављења комбинаторним задацима у млађим разредима нудећи моделе активности за млађи школски узраст.

Милинковић се у низу радова бави проблематиком наставе вероватноће и статистике (Milinković, 2006, 2007, 2010, 2012). Резултати емпиријског истраживања о изводљивости увођења садржаја из вероватноће и статистике у основну школу коришћењем одабране репрезентације изложени су у монографији (Milinković, 2007). Емпиријска студија заснована је на анализи светских искустава у вези са садржајима из вероватноће и

статистике, теорија развоја стохастичког резоновања као и теорија репрезентације и њој су експериментално проверавани ефекти три типа репрезентација (акционој, иконичкој и симболичкој) на изабраним појмовима вероватноће и статистике у раду са ученицима основне школе од 4. до 8. разреда. Експериментални програм обухватао је и читање, прикупљање и приказивање података, као и решавање проблема на основу информација датих у графичкој форми.

На другом месту, Милинковић се бави резултатима акционог истраживања у коме су испитиване могућности интегративног приступа у коме је учење приказивања података интегрисано са садржајима техничког образовања (Milinković, 2010, 2012). Показало се да већина ученика има почетна знања о графичком приказивању података, што им даје основу за брзи напредак у усвајању елементарних појмова из ове области.

Иако су малобројна, ова истраживања указују на интерес методичара математике у Србији за ово подручје, а резултати истраживања говоре у прилог увођењу садржаја у наставни програм.

Закључак

Анализа постигнућа из области Приказивање података показује да ученици из Србије, иако не упознају ову област формално у школи, ипак имају одређења интуитивна знања. Дакле, може се закључити да значајан проценат ученика јесте елементарно статистички писмен у складу са узрастом. Анализа наставних програма одабраних успешних земаља показује да ове земље посвећују усаглашену пажњу одређеним темама везаним за приказивање података. Пре свега, ученици ових земаља на узрасту до 11 година уче да читају и упоређују податке задате једноставним графиконима и табелама. Такође, они стичу праксу решавања проблема коришћењем података.

У раду смо се бавили и анализом тренутног стања у уџбеницима. Одабрани узорак чинили су уџбеници за четврти разред издавача који покривају већи део тржишта у Србији. Показало се да се у уџбеничким комплетима могу наћи задаци из области приказивања података, било интегрисани у друге области, било издвојено. Ипак, број задатака није велики, те се не може сматрати да су садржаји из ове области значајно присутни у актуелним уџбеницима.

На основу постигнућа наших ученика може се закључити да су ученици когнитивно спремни за упознавање нове области и да искуство других земаља говори у прилог укључивању ових садржаја у наставни програм. Истраживања реализована у Србији показују да су наши ученици когнитивно спремни за бављење овим садржајима уз примерену методичку

трансформацију. Увођењу области која није нова само за ученике већ и учитеље треба приступити са посебном пажњом. Рано стицање елементарне статистичке писмености не само да би помогло ученицима у академском напредовању, већ би било искорак у циљу развијања математичке писмености.

Литература

Dejić, M., Milinković, J., Đokić, O. (2016). *Matematika 4*, udžbenik i radna sveska za četvrti razred osnovne škole, 4. izdanje, Beograd: Kreativni centar.

Jablonka, E. (2003). Math Literacy, in: A. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick, F. K-S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education*, Springer, 75–102.

Joksimović, S. (2016). *Matematika 4*, udžbenik i radna sveska za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka.

Krekić, V. et al. (2015). Strategy and methods for solving combinatorial problems in initial instruction of mathematics, *International Journal of Modern Education Research*, 2(6), 77–87. Retrieved on November 30, 2017 at <http://www.aascit.org/journal/ijmer>.

Maksimović, M. (2016). *Matematika, 4*, udžbenik i radna sveska za četvrti razred osnovne škole, Beograd: BIGZ.

Milinković, J. (2015). Od postojećeg ka mogućem matematičkom obrazovanju, u: J. Radišić, N. Buđevac (ur.), *Sekundarne analize istraživačkih nalaza u svetlu novih politika u obrazovanju*, Beograd: Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republika Srbija i Društvo istraživača u obrazovanju u Srbiji, 106–117.

Milinković, J. (2007). *Metodički aspekti uvođenja verovatnoće i statistike u osnovnu školu*, Beograd: Učiteljski fakultet.

Milinković, J. (2010). Pupils' active learning in integrated curriculum: a case study, *Student in Contemporary Learning and Teaching*, Beograd: Učiteljski fakultet, 97–109. ISBN 978-86-7849-139-9.

Milinković, J. (2012). Problem Solving in Integrated Curriculum: The Results of an Action Research Project, in: F. Doyran (Ed.), *Research on Teacher Education and Training*, Athens, Greece: Athens Institute for Education and Research, 165–176.

Милинковић, Ј. (2006). Репрезентације у настави вероватноће и статистике у основној школи, *Иновације у настави*, XIX, 2, 27–36.

Milinković, J., Jablanović Marušić, M., Dabić Bosiljčić, M. (2017). Postignuće učenika u matematici; Glavni nalaz, trendovi i nastavni plan i program, u: M. Marušić Jablanović, N. Gutvajn, I. Jakšić (ur.), *TIMSS 2015 u Srbiji: Rezultati međunarodnog istraživanja postignuća učenika četvrtog razreda osnovne škole u matematici i prirodnim naukama*, Beograd: Institut za pedagoška istraživanja, 27–50.

Milinković, J. (2005). Elementi verovatnoće i statistike u nastavnim programima, *Inovacije u nastavi*, XVIII, 3, 15–21.

Milošević, B., Marković, B., Jevtić, Z. (2016). *Razigrana matematika 4*, udžbenik i radna sveska za četvrti razred osnovne škole, Nova škola.

Oparnica, Lj., Sudzukovic, S., Zobenica, M. (2016). Permutation in Lower Grades of Primary School, *Norma*, 1/2016, 137–150.

Todorović, O., Ognjanović, S. (2015). *Matematika 4*, udžbenik za četvrti razred, Beograd: Zavod za udžbenike.

Popović, B., Vulović, N., Jovanović, M., Nikolić, M. (2016). *Matematika 4*, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Klett.

Stanojević, D., Milinković, J. (2013). *TIMSS 2011 – 4. razred matematika: analiza nastavnog programa i zadataka*, Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.

Tahirović, S. (2016). *Matematika 4*, udžbenik za četvrti razred, Novi Logos.

Zarupski, S. (2016). *Matematika 4*, udžbenik i radna sveska, Eduka.

Wallman, K. K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society, *Journal of the American Statistical Association*, Vol 88, No 421.

Jasmina Milinković
University of Belgrade
Teacher Education Faculty

PERSPECTIVES FOR DEVELOPMENT OF STATISTICAL LITERACY IN PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS

Summary: The paper deals with aspects of contemporary mathematical education related to development of statistical literacy. The achievements of fourth grade students from Serbia to TIMSS 2015 in displaying data are analyzed. The achievements of students are discussed in relation to the cognitive domain of mathematical tasks and types of graphic display. Preschool experience allows early intuitive encounter with tabular and other visual data presentation. The data display domain is not defined in Serbian primary grade curriculum; therefore, relatively high student achievements is due to informal acquisition of knowledge in this field. A comparative analysis of contents in the field of data presentation in curricula of other countries is presented. In the second part, the current textbooks in Serbia are analyzed. A sample of 8 textbooks for the fourth grade of elementary school was analyzed to determine the presence of data presentation tasks. The paper gives a short overview of the research studies conducted in this field in Serbia. The aim of the paper is to encourage introducing this content in primary school mathematics curriculum.

Keywords: statistical literacy, TIMSS 2015, mathematics, data display.