

Рада М. Шћепановић*

ЈУОШ „Милија Никчевић”, Никшић, Црна Гора

Јасмина В. Милинковић*

Универзитет у Београду, Учитељски факултет

ФОРМАТИВНО ВРЕДНОВАЊЕ ПОСТИГНУЋА У МАТЕМАТИЦИ И ОДАБИР ЗАДАТАКА**

Апстракт: Вредновање математичких знања засновано је на више-струким изворима информација. У савременој наставној пракси посебно место има формативно вредновање математичких постигнућа ученика као интегрални део наставе, који подржава учење и пружа корисне информације наставницима и ученицима. Рад је посвећен анализи иновативних техника за вредновање у настави математике, које одсликавају промењену парадигму математичког образовања. Циљ рада је да истражи особености и импликације аутентичних техника вредновања и, у складу са тим, прављења избора задатака као инструмента вредновања. Методом теоријске анализе резултата истраживања аутентичних метода процена математичких знања, вештина и ставова утврђујемо критеријуме за избор задатака за вредновање математичких постигнућа ученика (усмереност за продубљену и проширену примену постојећих знања у различитом контекстима, више начина решавања, могућност истраживања). Дискурс је затим усмерен ка разматрању оригиналности критеријума вредновања задатака. У завршним разматрањима указујемо да се одабиром математичких задатака, ствара прилика за примену широког спектра аутентичних техника у вредновању математичких постигнућа ученика, и шире и дубље планира даљи ток наставе у когнитивном и мотивационом развоју ученика.

Кључне речи: дијагностичко вредновање, критеријуми вредновања, технике вредновања, инструменти вредновања, математички задатак.

* radascepanovic112@gmail.com

* jasminka.milinkovic@uf.bg.ac.rs

** Рад је резултат истраживања реализованог у оквиру пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја РС, 179020, *Концепције и стратегије обезбеђивања базичног образовања и васпитања*.

УВОД

Познато нам је да ученици највише уче оно што наставници оцењују. На пример, ако оцењујемо само способност ученика да изведе процедуре у решавању задатака, научићемо их тачном извођењу процедура. Међутим, ако процењујемо способност размишљања ученика у решавању проблема, као и способност осмишљавања нових начина решавања, ученици имају прилику да дубље повезују математичке структуре и проширују постојећа математичка знања. Из наведених приступа процене математичких постигнућа, у извођењу процедура и решавању проблема, црпимо идеју нашег рада. Осим тога, идеју темељимо и на курикулуму математике, односно на успостављеној равнотежи између курикулума и саме наставне праксе, и то, да задати циљеви наставе математике одређују начин дизајнирања математичких задатака, као и одговарајућих техника за вредновање постигнућа. Овде, посебно истичемо не самоважност начина постављања задатака, већ и поузданост средстава и техника вредновања. Дакле, долазимо до кључног питања: Како на прави начин „измерити” знање ученика, који су то задаци и технике за вредновање математичког знања?

Математичко знање се не може сматрати еквивалентом познавања низа математичких чињеница, већ захтева савладавање математичких процеса, од којих решавање проблема, у најширем смислу, заузима преовладавајући положај. Чини се да постоји опште слагање, како истичу Блум и Нис (Blum & Niss, 1991), да се таква знања и вештине могу предавати и учити, под условом да им се посвети изричита пажња у настави, и да се могу разумно проценити и тестирати. Стога је битно познавање различитих аспеката постављања и оцењивања задатака. У раду су описани сврха сумативног, дијагностичког и формалног вредновања и различити начини постављања задатака у оцењивачке сврхе. Акцент није више на праведном и ефикасном вредновању постигнућа ученика, већ више на томе како нове методе и систем вредновања подстичу когнитивни и мотивациони напредак ученика. На пример, наставници треба да превазиђу директно испитивање стандардних операција и више пажње усмере на испитивање дубљег разумевања ученика о операцијама, да би добијене информације о разумевању операција прилагодили побољшању наставе и учење ученика (Zhao, Heuvel-Panhuizen, Veldhuis, 2017). Тако, процес вредновања захтева да укажемо и на различите критеријуме процене математичких знања.

У другом делу рада описане су одговарајуће иновативне технике вредновања и њима одговарајући математички задаци. Посебно указујемо на важност примене компаративне процене, новије аутентичне технике, која дизајнерима тестова омогућава постављање задатака, помоћу којих се, у великој мери, постиже укупна валидност процеса оцењивања. На овај начин, отвара се пут ка процени вредновања решавања проблема и контекстуализованим приступима вредновања математичких постигнућа ученика. Овде су истакнуте и значајне карактеристике задатака које се користе у оцењивачке сврхе и то: синтаксу, садржај, контекст, структуру и процес интеракције између задатка и ученика.

Све наведено упућује да је у будућности потребно проучити однос наставника према начину оцењивања и испитати праксу оцењивања наставника из математике. На пример, у једном таквом пројекту, као истраживачи и предавачи, Грапа и Сајак (Grarin & Sayac, 2017) спровели су истраживање вредновања за учење и помоћ ученицима да боље уче математику. Резултати овог истраживања указују да модификације наставних планова и програма, као и институција, подстичу наставнике математике на вредновање компетенција, а не само знања. Слично овоме, како Блек и Вилиам (Black & Wiliam, 1998) наводе, потребно је вредновање математичких постигнућа ученика са акцентом на даљи развој знања, при чему се јавља неизоставна потреба за професионалним унапређењем праксе оцењивања наставника. Пружање стручних знања, у оцењивању математичких постигнућа ученика, наставницима помаже да прикупе што више информација о знању ученика, њиховом разумевању и вештинама решавања постављених задатака. Према томе, на основу ових сазнања настава математике се прилагођава потребама ученика, што би заузврат требало да доведе до побољшања математичких постигнућа.

Сви поменути разлози представљају подршку за испитивање вредновања математичких знања, усмерених на постизање бољих постигнућа ученика, и истовремено подстичу нас да у раду прикажемо оне, у наставном процесу, до сада испитане начине и поступке вредновања математичког постигнућа ученика, усклађене са пажљиво одабраним задацима. Надамо се да ће тема нашег рада мотивисати и подстаћи будућа истраживања о валидним и поузданим проценама ученичких постигнућа.

На самом почетку требало би да се подсетимо да питање вредновања математичких постигнућа има различите аспекте. На пример, један од аспеката је питање које се бави сврхом оцењивања и постављањем задатака за оцењивање – Да ли је њихова сврха да појединачном ученику пружи информације о квалитету његових постигнућа? Или је то основа за пружање мера које треба предузети у односу на постигнућа? У овај аспект, такође, укључујемо питање присутности оцењивања у наставном плану и програму, да ли треба да буде непрекидно, повремено или само на крају године? Трећи и последњи аспект, који ћемо овде поменути, јесте карактер оцењивања и типови задатка за оцењивање, под чиме подразумевамо следећа питања: да ли ће се оно односити на дефинисане стандарде знања, да ли ће се спроводити у квалитативном или квантитативном смислу и да ли ће бити релативни (тј. на основу експлицитног упоређивања са постигнућима веће популације на сличним задацима) или апсолутни (тј. не укључују тако директно упоређивање) (Blum & Niss, 1991). У нашем раду, због дужине садржаја, ограничићемо се на питање карактера оцењивања и на типове задатака за оцењивање. Најпре, да укажемо на основну сврху оцењивања.

Према принципима и стандардима за школску математику, оцењивање је важна компонента планирања и подучавања и требало би да допринесе развоју математичког знања ученика (NCTM, 2000)¹. Џонс (Jones, 2012: 97) истиче да је оцењивање основа за планирање наставе, тако да сваки ученик научи математику најбоље што може. У том смислу, оцењивање је тешко одвојити од планирања, тачније да би свим ученицима пружили висококвалитетно математичко образовање, наставници морају да разумеју која је сврха оцењивања. Заправо, оцењивање помаже наставницима да утврде шта ученици знају, како мисле и шта су у стању да ураде.

С друге стране, Стривен и сарадници (према: Balan, 2012: 21) сматрају да перцепција ученика о сврси процене утиче на њихова постигнућа. Непримерно оцењивање има тенденцију да подстиче површне приступе учења, док иновативне методе оцењивања ученицима омогућавају дубински приступ учењу (Balan, 2012). То значи да оцењивање под одређеним условима има значајан потенцијал за побољшање учења. Показано је да разумевање утицаја које оцењивање има на учење захтева: шири фокус од саме интервенције повратне спреге, посебно реакције ученика на повратне информације и миље за учење, у којем делује повратна информација (Wiliam, 2011). То је један од разлога да се у литератури на француском језику процена разматра као аспект регулисања процеса учења, док литература на енглеском језику процену тумачи као аспект добре наставе (Wiliam, 2011).

Када се процењивање знања обавља на професионалан начин и када се резултати употребљавају да повећају образовне могућности, оно постаје значајно и корисно за унапређивање укупног квалитета наставе и учења (Spasić, 2013). У процењивању математичких знања, главни проблем је како направити „продуктивну” процену и како користити добијене резултате и то пре свега стога што, у свакодневној наставној пракси постоји несклад између компетенција које ученици имају потребу да развију и шта се стварно процењује, што може усмерити учење ученика у погрешном смеру. Тако, професионалну процену наставника Тесаро (према: Grapin & Sayas, 2017) посматра као акт разлучивања и као способност да се изгради разумљивост феномена који се оцењује, узимајући у обзир епистемолошку, техничку, социјалну, етичку и парадигматичну димензију праксе оцењивања у учионици. То, како истиче Чевалад (према: Grapin & Sayas, 2017), даје ваљан закључак наставника о математичким знањима ученика, појединачно и збирно, из података прикупљених током различитих епизода евалуације, и, истовремено, омогућава да се међусобно артикулишу различити тренуци процеса учења. Дакле, професионална процена је однос математичког и дидактичког знања, као и вештине оцењивања наставника. Она зависи од појединачних фактора, задатог математичког кури-

¹ Више в.: National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

кулума, математичких знања и способности ученика за решавање задатака, уверења ученика о учењу и оцењивању, као и од професионалних и личних искустава наставника у дизајнирању задатака и примени техника оцењивања.

На које начине можемо процењивати математичка постигнућа ученика и како користимо резултате оцењивања приказаћемо у наредном делу рада.

ВРСТЕ ВРЕДНОВАЊА

У протеклих неколико деценија, резултати вредновања ученичких постигнућа добијају све већу пажњу за побољшање учења (уместо пуког давања оцене на основу резултата оцењивања) и за дијагностиковање тешкоћа учења (утврђивање разлога због којих су неки ученици неуспешни у учењу). Говори се о две опште сврхе оцењивања: „оцењивање наученог” – коначних ефеката учења или сумативно оцењивање и „оцењивање за учење” или формативно оцењивање (Spasić, 2013). Дијагностичка, формативна и сумативна процена коегзистирају заједно у процени за учење. Иста активност оцењивања може послужити у дијагностичке, сумативне и формативне сврхе, то јест, подаци које је наставник прикупио могу се користити за оцењивање ученика, али и за побољшање учења.

Сумативна процена даје суд о постигнућима ученика у усвајању одређених циљева учења. Јавља се на крају поглавља, наставне јединице, школске године или другог дефинисаног искуства учења и често резултира бројем или словима. У математици се тестови често користе за сумативно оцењивање. Остали начини оцењивања укључују презентације, истраживачке радове, портфолије и пројекте (Jones, 2012).

ФОРМАТИВНО ВРЕДНОВАЊЕ

Блек и Вилиам (Black & Wiliam, 1998) формативну процену дефинишу као све оне активности наставника и/или њихових ученика, које пружају повратне информације за модификацију наставног материјала и активности подучавања и учења. Такође, они указују да је процена формативна у оној мери у којој доказе о постигнућима ученика наставници, ученици или њихови вршњаци тумаче и користе за доношење одлука у следећем кораку наставе (према: Chanudet, 2017). Дакле, идеја формативне стратегије оцењивања има основну улогу у прикупљању доказа учења, који служе за прилагођавање наставе потребама ученика. Осим тога, на основу своје функције у оцењивању, термин формативна процена користи се у различитим значењима или користи алтернативне изразе као што су повратне информације, саморегулисано учење или учење уз помоћ вршњака (Chanudet, 2017). Формативно оцењивање може

се посматрати и као основни вид подршке учитеља за ангажовање и развој ученика (Šrićunović & Maričić, 2015). Од учитеља се очекује да оценом из математике не изрази само ниво знања, умећа, навика и способности, којима ученик располаже, већ и да ученику укаже на мере које треба предузети и кораке које треба учинити да би се стање у том погледу мењало на боље, ученику омогућило да се развија и постигне успех адекватан његовим способностима (Šrićunović & Maričić, 2015).

Никвест (према: Wiliam, 2011) је развио типологије формативних оцена: (1) слабија формативна оцена, тј. ученици добијају само знање о својој оцени или оцену, често описану као „знање о резултату”; (2) умерена формативна оцена, где се ученицима дају информације о тачним резултатима, неким објашњењима и неким специфичним предлозима за побољшање; (3) снажна формативна оцена, према којој се ученицима дају информације о тачним резултатима, неким објашњењима и специфичним активностима које треба предузети у циљу побољшања.

Концептуализацију формативног оцењивања, Томсон, Блек и Вилиам (према: Andersson, 2017) описују као једну главну идеју и пет кључних стратегија (Табела 1). Матрица приказује три процеса (хоризонтално) и три категорије учесника (вертикално) које конструишу 5 кључних стратегија (КС) формативне процене.

Табела 1. Однос између кључних стратегија (КС), наставних процеса и учесника у учионици (Blak & Wiliam, 2009: 3421)

Шта ученик може да постигне	Где је ученик сада	Како да то оствари
Наставник	КС1 Разјаснити циљеве учења и критеријуме успеха	КС2 Увођење ефектних дискусија и других задатака у процесу учења у учионици који доказују разумевање ученика
Вршњак	Схвата и размењује циљеве учења и критеријуме успеха	КС3 Обезбеђивање повратне информације која води ученике напред
Ученик	Схвата циљеве учења и критеријуме успеха	КС4 Активирати ученике као инструктивне ресурсе једне за друге
		КС5 Активирати ученике као носиоце свог учења

За разлику од формативне процене, неформалну процену је теже идентификовати, али се може пратити у многим приликама током наставе, кроз интеракције између наставника и ученика, на пример, бележењем одговора ученика (Pilet & Horoks, 2017). Осим тога, различити аспекти размишљања ученика откривају различите перспективе, не само за наставника него и за учење ученика. На пример, наставници постепено мењају начин пружања повратних информација ученицима. Уместо давања само бројчаних оцена, наставници, како Евен (према: Balan, 2012) истиче, прихватају и вреднују неуобичајене одговоре ученика. Слично, Блек и Вилиам (Black & Wiliam, 2009) истичу да је веома важно да наставници вреднују и како ученици изучавају математичке проблеме, односно сам процес учења, уместо да се искључиво фокусирају на коначан резултат процеса вредновањем искључиво стечених математичких знања.

Дакле, суштински значај процене са формативном сврхом је да подржи учење ученика. У том погледу, требало би да понуди нијансиране информације о постигнућима ученика у односу на предодређене циљеве и критеријуме знања. Ово је неопходно да би се на основу идентификованих „снага” и „слабости” математичких знања планирао њихов даљи развој.

Поред формативне и сумативне процене, Џонс (Jones, 2012) наводи и трећи тип процене – дијагностичку или пред-процену – за процену предзнања ученика. Наставници дијагностичку процену користе пре учења нових наставних садржаја да би утврдили шта ученици знају и шта треба да науче и, на тај начин, да би уочили и избегли узроке неуспеха у даљем планирању наставе. Другим речима, наставници изграђују „мост” за превазилажење основних препрека у повезивању постојећег знања и знања које ученици треба да постигну. Проверавањем предзнања ученика, у току наставног процеса, анализира се тренутно постигнуће ученика и планирају даљи поступци за превазилажење узрока због којих ученици слабо познају садржаје, разумеју и примењују, или их не познају, не разумеју и не умеју да их примене. Према томе, заједничко за резултате дијагностичке процене знања ученика и планираних нових наставних садржаја је проналажење инструкција за њихово међусобно усклађивање у наставној пракси. У програму учења и наставе у Републици Србији дијагностичко процењивање обухваћено је формативним проверама.

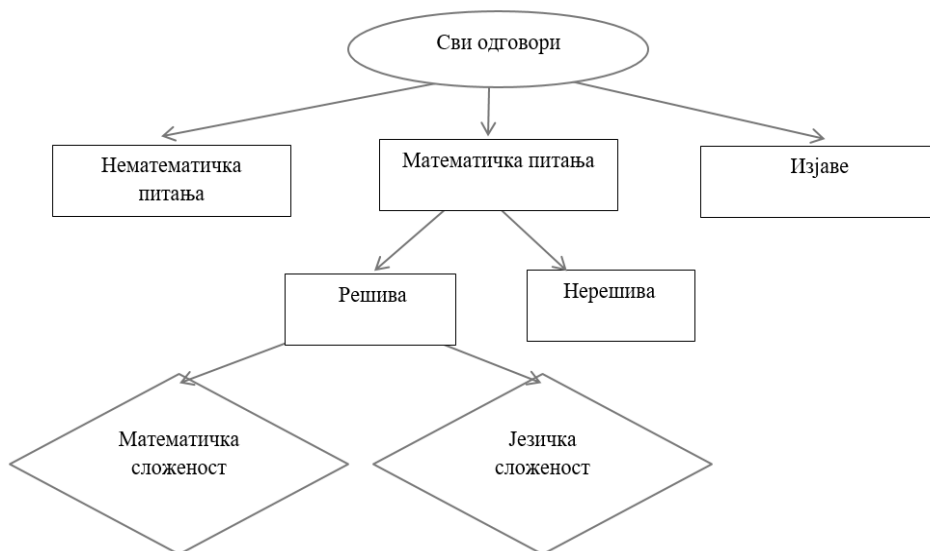
КРИТЕРИЈУМИ ВРЕДНОВАЊА РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

Важна компонента оцењивања је да ученици разумеју циљ свог рада и да схвате шта се од њих очекује, што значи да морају разумети критеријуме оцењивања. У снажном контрасту са конвенционалним сумативним вредновањима, где циљеви и критеријуми успеха не морају увек бити познати ученицима, транспарентни циљеви и критеријуми вредновања могу помоћи ученицима да се фокусирају на оно што се вреднује. Појашњавањем критеријума и

циљева учења, ученици имају прилику да стекну перцепцију различитих квалитета у свом раду и раду других (Balan, 2012). На пример, ученичка нућа у решавању проблема Балан (Balan, 2012) одређује на основу три критеријума процене и то: „метода и израда”, „математичко образложење” и „презентација и математички језик”.

Балка (према: Silver, 1994) је анализу одговора о проблемима, које су ученици састављали, усмерио на три аспекта: флуидност, флексибилност и оригиналност. Флуидност се односи на број постављених проблема, флексибилност на број различитих категорија у постављању проблема, а оригиналност на то колико је редак одговор у скупу свих одговора. Ова аналитичка шема уско је паралелна оној која се користи у многим приступима мерења креативности. У процени квалитета проблема, који постављају ученици, Стојанова (Stoyanova, 1997) узима у обзир кључне карактеристике постављеног проблема, као што су математички језик, тачност, оригиналност и степен тежине.

У свом истраживању о вредновању постављања проблема ученика, Силвер и Каи (Silver & Cai, 2005) предлажу три критеријума и то: квантитет (број урађених одговора), оригиналност (креативни, неуобичајени одговор) и комплексност (језичка и математичка комплексност). Објашњавају их са три нивоа аналитичке шеме (Слика 1).



Слика 1. Шема за вредновање комплексности постављања проблема ученика (Silver & Cai, 2005: 133)

Шема, укратко, описује да вредновање постављеног проблема ученика наставник започиње класификацијом свих одговора, јер неки ученици постављају проблем који не испуњавају очекивања и који се не могу подвргнути класификацији у погледу комплексности. Одговори ученика који не одговарају опису проблема и остала нематематичка питања наставник ставља по страни и пажњу усредсређује на математичке проблеме. Даље, у низу постављених проблема наставник идентификује оне који се не могу решити и на крају процењује математички решиве проблеме, у односу на њихову математичку и језичку комплексност (Silver & Cai, 2005).

Од посебног значаја за овај рад је критеријум математичке комплексности. Она се може категоризовати као ниска, умерена и висока. Ниски ниво сложености у представљању проблема може се решити препознавањем чињеница и решавањем у једном кораку. Проблеми са умереном сложености захтевају више флексибилног мишљења и избора између алтернатива, укључујући размишљање, стратегије решавања проблема, примену теорија или вишеструких решења. Проблеми високе сложености постављају захтеве за размишљање, анализирање, генерализовање, синтезу или повезивање вишеструких решења (Kwek, 2015).

Дакле, на основу наведених критеријума вредновања математичког постигнућа ученика, наставници и ученици имају прилику да анализирају исходе постављених задатака, идентификују и процене квалитет својих активности, као и ниво математичких способности ученика у решавању задатака. Поред тога, задати критеријуми вредновања математичког постигнућа одређују примену одговарајућих техника вредновања, као и дизајнирање математичких задатака намењених за оцењивање. Стога, у наредном делу представљамо технике које нам могу помоћи да прикажемо и опишемо математичко постигнуће у наставном процесу.

АУТЕНТИЧНЕ ТЕХНИКЕ ВРЕДНОВАЊА

Један од начина за сазнавање различитих аспеката размишљања ученика је укључивање ученика у задатке, дискусије и/или активности, у којима примарни циљ није одговор, већ размишљање шта стоји иза одговора, и истовремено се откривају различите перспективе које се односе не само на наставника него и на ученике (Balan, 2012). Други начин прикупљања информација о томе шта води ученика да реагује на одређени начин поучавања је анализа уверења ученика о учењу.

Када је реч о оцењивању постигнућа ученика у решавању математичких задатака, уобичајени поступак наставника математике је идентификовање прелазних корака у оствареном решењу задатка (Reit, 2017). На основу те процене поставља се шема која одређује услове које треба испунити за диференцирано

бодовање тих прелазних корака. Постоји, стога, процедурална разлика између фаза идентификовања доступних аспеката решења и шеме оцењивања. Прво је услов за друго. Реч је о употреби такозваних мисаоних структура за идентификовање потешкоћа прелазних корака у решењима моделираних задатака. У својим истраживањима Реит (Reit, 2017) показује да, постоји мерљив утицај структуралних карактеристика постављеног задатка на тежину његовог решавања, односно, долазимо до закључка да тежина постављеног задатка, у великој мери, утиче на начин његовог оцењивања.

За развој критичког мишљења и виших нивоа знања, Спасић (Spasić, 2013) наводи средства и технике формативне процене, самопроцену и вршњачку процену. Самооцењивање и самовалуација су технике које ученици могу да користе у настојању да временом побољшају квалитет свог рада и учења. Вршњачком проценом ученици оцењују постигнуће вршњака, давањем оцена или квалитативно, писменом или усменом повратном информацијом (Balan, 2012). Такође, Викермен (према: Balan, 2012), показује да вршњачка процена помаже ученицима да структурирају свој рад, као и да постају активнији, ангажованији и независнији ученици.

Кузи, Морсели и Сабена (Cusi, Morselli, Sabena, 2017) сматрају да дискусија писмених одговора ученика, приказана уз помоћ информационих технологија, може послужити анализи ученичких постигнућа. Наставник прво прави избор писмених одговора ученика и има за циљ да истакне: (а) типичне грешке; (б) ефикасне начине обраде задатака; (в) упоређивање различитих начина образложења одговора. Анализом и упоређивањем различитих писмених одговора ученика долази се до појашњења критеријума успеха (Cusi et al., 2017). Они истичу да је могуће креирање анкете на лицу места како би се проверило разумевање ученика или њихова свест о ономе што је развијено током активности или њихов став према активности.

Милинковић (Milinković, 2013) сматра да су технике праћења напретка ученика један од битних фактора успешне реализације програма. Она наводи основне облике проверавања: (1) писмено, (2) усмено и (3) практично. У аутентичне технике оцењивања убраја различите активности као што су: (а) посматрање (самосталног рада ученика као и интеракције у току тимског рада); (б) праћење интеракције (тражећи потврду разумевања и умећа објашњавања вршњацима и учитељу) и (в) оцена „продуката” (резултата учешћа у квизовима, играма, такмичењима и сл.) (Milinković, 2013). Учители и наставници математике се у настави ослањају скоро искључиво на писмене провере, понекад испитујући усмено, а не разматрајући могућност практичне провере знања (Milinković, 2013). Такође, у настави математике се мало пажње поклања тимском раду, дискусијама у образлагању добијених решења и, самим тим, имамо и ретко организовање квиза знања.

Неки аутори, ради јасније идентификације критеријума, при бодовању, предлажу форме табеларих приказа. Балан (Balan, 2012) предлаже бодовну

табелу, као инструмент за процену квалитативног знања, у којој су јасно формулисани критеријуми садржаја који се проучавају и где је сваки критеријум описан са неколико стандарда знања. Она обавештава наставника о успеху ученика, на пример, са којим су деловима садржаја имали проблема, тачније нијансира информације о различитим компетенцијама које су ученици развили током решавања проблема. Реч је о информацијама које обухватају различите димензије процеса решавања проблема, и, као такве, могу се користити за лизу и извођење закључака о променама у математичким постигнућима ученика. Дакле, бодовна табела ученицима пружа могућност да прошире активности решавања проблема, не само давањем одговора, већ и да усмере пажњу на тумачење и резонавање различитих решења. У комбинацији са вршњачком проценом и самопроценом, бодовна табела помаже ученицима да схвате своје могућности, они постају нешто више самокритичнији и самосвеснији. Овим приступом инсистира се на укључивању ученика у решавање задатака и дискусије, односно на активностима којима примарни циљ није одговор, већ размишљање о начину добијања одговора. За квалитативно процењивање појединачних писмених тестова, Балан (Balan, 2012) предлаже употребу „мини рубрике” у виду табеле (Слика 2). Уместо бодовања задатка, ник бележи да ли је решење ученика приказано образложењем које одговара за први ниво Г– прошао или за други ниво В – добро урађено. На овај начин, ученик добија диференцирану процену о својим способностима решавања проблема и о томе шта је потребно побољшати (Слика 2).

Г1	В1 В5	М1	Решавање проблема
Г2	В2	М3	Разлог
Г3	В4	М1	Рачун
Г4	В3	М2 М4	Интерпре- тација

Слика 2. Пример задатка који се оцењује „мини рубриком”
(Balan, 2012: 73)

Дакле, праћење ученичког постигнућа помоћу „мини рубрике” пружа информације о учинку појединачног ученика и обавештава наставника о његовом успеху, способностима решавања проблема, али, и са којим деловима курикулума су имали потешкоћа и због чега им је потребна додатна пажња, за разлику од типичног начина оцењивања који показује једино информацију о укупном броју бодова и оцену.

У избору техника за формативну процену, Џонс (Jones, 2012) укључује самопроцену, посматрање, интервјуисање, портфолије, пројекте и писање извештаја. Он посебно истиче важност задавања домаћих задатака, тако да ученици имају прилику да вежбају нове вештине и решавају проблеме за које им је потребно дуже размишљање. За вредновање математичких знања ученика у решавању оних проблема за које је предвиђено одређено време, а такође, и за пружање значајних повратних информација ученицима, Џонс (Jones, 2012) предлаже аналитичке и холистички рубрике. Аналитичке рубрике се веома често користе у оцењивању и оне укључују употребу скале за додељивање бодова одређеним фазама процеса математичког решавања проблема. Холистичке рубрике су ефикасније и доследније у оцењивању, јер се фокусирају на целокупно решење задатка и за описивање постигнућа ученика дају један број. На пример, рубрика са четири нивоа омогућава наставнику да брзо сортира радове. Они којима је потребна мала ревизија могу се ставити на једну хрпу, док се радови којима је потребна опсежнија ревизија, смештају на другу хрпу. Рубрика за оцењивање активности решавања проблема обухвата следеће нивое: 4 одличан – потпуно решење, задатак је завршен и тачан; 3 искусан – значајно постигнуће, задатак је завршен, али може имати мањих грешака, или, може без грешака, али објашњење није потпуно јасно; 2 маргиналан – делимично постигнуће, задатак је започет, али није довршен или је погрешно довршен; 1 незадовољавајуће – мало постигнуће, одговор недостаје или је нетачан и није повезан са проблемом (Jones, 2012).

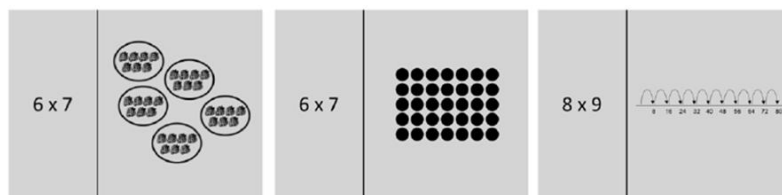
Преглед репрезентативне литературе о вредновању математичких постигнућа показује да стручњаци могу препознати примере концептуалног разумевања, али наилазе на проблеме када осмишљавају свеобухватне, поуздане начине оцењивања. Одабир инструмената за мерење концептуалног разумевања зависи од избора садржаја, јер одсуство таквих инструмената за већину математичких тема представља препреку за овај вид процене. На пример, Бисон (према: Davies, 2017) истиче да је компаративна процена валидна мера појмовног разумевања. Полит (Pollit, 2012) образлаже да су, применом компаративне процене, дизајнери тестова много слободнији да користе било који формат задатка за који мисле да ће извући најбоље доказе о особини коју испитују.

За проучавање „тешко доступних” конструктора у настави математике, као што су разумевање и размишљање ученика, Бармби (Barmby, 2019) користи следеће иновативне поступке:

- истраживање праћења очију;
- компаративну процену и
- истраживање засновано на дизајну.

Истраживање (Barmby, 2019) помоћу система праћења очију, спровео је са ученицима узраста 9 и 10 година, на североистоку Енглеске. Циљ овог

истраживања био је забележити визуелну пажњу ученика у различитим репрезентацијама операције множења. Коришћене су три различите врсте визуелних репрезентација: „групе” (скупови јагода), низови и бројевна права (Слика 3).



Слика 3. Децу су питали да ли се „слика” подудара са прорачуном у сваком понуђеном случају (Varmbu, 2019: 18)

За прикупљање података коришћен је стеномонтирани видео-трагач за рефлексију рожњаче који је повезан са системом за преносиви рачунар. Систем је прикупио и квантитативне и квалитативне податке. Квантитативни подаци које је ухватио трагач за очи и забележио софтвер били су време које је ученик провео на сваком слајду репрезентације, а такође, и пропорција времена на сваком подручју наведеном унутар сваке репрезентације. Поред тога, квалитативна анализа видео-снимака, путање погледа сваког ученика, током приказивања различитих репрезентација множења, показује како ученик разуме визуелну репрезентацију. Резултати показују да је један од разлога нетачног одговора, за пример са бројевном правом, био тај што су ученици брзо прешли на број коначног решења на бројевној правој. За репрезентацију „група”, неки ученици су бројали једну „групу”, а затим број „група”, други су бројали сваки елемент свих „група”. У репрезентацији низа неки ученици су једноставно бројали редове и колоне, други су пребројавали све елементе.

Други, посебно занимљив и поуздан, иновативни метод за вредновање отворених одговора је компаративна процена (Varmbu, 2019). Овај приступ је користан у настави математике, где се уместо тачних или нетачних одговора могу оценити отворенији конструкти, као што су разумевање ученика из математике или приступи решавању проблема. Упоредна процена је поступак у којем наставници упоређују парове одговора ученика и одлучују који је бољи. Након низа поређења парова, добијају се збирни подаци процена за све ученике. Подаци се статистички обрађују и одговори се постављају на скалу релативног квалитета. Истраживања су показала да је поступак поуздан, као и да је сваки рад прегледан два пута независно од стране два наставника, чиме се обезбеђује објективније давање оцене. Поред квантитативног бодовања ученика, извршена је и квалитативна анализа одговора. Својства сваког одговора су идентификована и комбинована у понуђеним карактеристикама одговора, које се користе за анализу добијених одговора. Увид у дијагностичке информације

и анализа односа понуђених одговора наставницима може послужити за назнаку следећих корака у развоју ученичког разумевања (Varmby, 2019). На пример, у решавању задатака са разломцима (Слика 4), резултујућа табела, на скали од 10 нивоа, приказује својства одговора за сваку процену (Слика 5).

1. Од једноцифреног броја А, изброј још 5 бројева. Број до којег си дошао је двоцифрени број БЦ. Које бројеве могу представљати слова А, Б и Ц?
2. За рачунање $38 \cdot 42$ пронађи три различита начина израчунавања. Покушај и буди прецизан са различитим начинима рачунања.
3. Нови ученик поред тебе не зна шта је множење. Како би му објаснио множење? Ако желиш, можеш користити слике.
4. Имаш четири броја: 3, 4, 5 и 6. Коришћењем два броја објасни како би добио најмањи могући разломак, на пример, можеш да објасниш добијање $\frac{3}{5}$.

Слика 4. Питања за оцењивање математике у 5. разреду основне школе (Varmby, 2019: 22)

Број рада	Без кохерентног одговора	Нетачан одговор	Делимично тачан одговор	Одговор са образложењем	Еквивалентни разломци	Алтернативне репрезентације	Коришћени проценти
1	✓						
2	✓						
3		✓					
4		✓					
5		✓	✓				
6				✓	✓		
7		✓				✓	
8				✓			
9				✓			
10				✓			

Слика 5. Анализа питања о разломцима (Varmby, 2019: 22)

Бисон и сарадници (Bisson, Gilmore, Inglis, Jones, 2016) верују да компаративна процена има пресудан утицај у стварању и потврђивању инструмената вредновања. У истраживању о разумевању алгебре на млађем школском узрасту, заснованом на компаративној процени, ови аутори показују изводљивост отворених питања за концептуално разумевање алгебре. Даље, доказују основни принцип компаративне процене, којим се добијају поуздани исходи процене, иако је процес заснован на „субјективним” проценама. Наиме, услов поузданости, у смислу да процена исхода ученика не зависи од онога ко је проценио њихов рад, може се мерити ангажовањем оцењивача, који независно вреднују објекте који се упоређују (Bisson et al., 2016).

У истраживању заснованом на дизајну, Бармби (Barmby, 2019) описује прилагођавање праксе и теорије, у светлу онога што функционише у контексту. Главни циљ овог истраживања био је да се у настави математике осмисле ефикасне интервенције у професионалном развоју наставника за примену проблема. Резултати истраживања показују да су ученици током шестомесечног периода интервенције остварили статистички значајан напредак у оцени из математике и постигли веће оцене у решавању проблема. Поред тога, и за наставнике су идентификовани следеће користи од интервенције:

- већи фокус на „разумевање проблема”;
- већи фокус на заједничко учење;
- већи фокус на тумачење приступа ученика.

Такође, Бармби (Barmby, 2019) истиче да резултати овог процеса вредновања нису само измерили утицаје интервенције, већи информације о процесу интервенције, како би се даље могли укључити у принципе дизајна за наредни ток наставног процеса.

Поред наведених начина и техника за прикупљању информација о математичким знањима ученика, желимо да прикажемо и врсте задатака за вредновање у наставном процесу.

ВРСТЕ ЗАДАТАКА У ВРЕДНОВАЊУ

Математички задатак се дефинише као активност чији је циљ усмеравање пажње ученика на одређени математички концепт, идеју или вештину (Henningsen & Stein, 1997). Концептуални оквир математичког задатка обухвата три фазе:

1. одређивање програмских аспеката задатака, које програмери курикулума идентификују као важне за развој математичког разумевања, расуђивања и стварања смисла;

2. постављање задатка у учионици (степен когнитивних захтева задатка);
3. решавање задатка (процеси размишљања ученика у решавању задатка).

Задаци имају, или би барем требало да имају, примарни значај у процесу подучавања и учења, као суштински начин изградње и развоја способности, знања и компетентности ученика. Јасно је да начин на који се такве способности и знање доживљавају и развијају зависи од ученика. Предложени задаци треба да се фокусирају на развијање њиховог знања, омогућавајући им да увиде математичку структуру теме. При томе, важно је да наставници истражују различите начине тумачења и представљања различитих решења проблема (Mellone, Ribeiro, Jakobsen, 2018).

У контексту оцењивања постављеног задатка, запажено је да ученици користе три извора информација за формирање менталног приказа задатка: (1) тренутна перцепција задатка и физички, социјални и поучни контекст унутар којег је изграђен; (2) активирано знање специфично за домен и (мета) когнитивно стратегије повезане са задатком; и (3) мотивациона уверења, укључујући могућности, интересовање и уверења везана за домен Брусо (Brousseau, према: Black & Wiliam, 1998). То значи да је потребно, приликом постављања задатака за оцењивање, како Фукс (према: Black & Wiliam, 1998) наводи, ускладити избор задатака и повратне информације, помоћу којих се може објаснити веза између разумевања ученика и њихове интеракције са задацима, и то на начин да се процена може дизајнирати и интерпретирати. То захтева велики напор, који укључује сарадњу психометричара, когнитивних стручњака и експерата предмета.

За успешну евалуацију математичких постигнућа ученика од посебног значаја је база добро изабраних задатака (уз покривеност садржаја) и њихова дистрибуција према нивоима знања, у односу на индивидуалне могућности ученика (Milinković & Pikula, 2015). Такође, да би оцена из математике била усмерена на развој и напредовање ученика, сваки задатак и свака математичка активност, на конкретном часу, морају имати свој циљ. Тако су, на пример, другачији задаци којима је циљ развијање упорности и радних навика од задатака чији је циљ развијање логичког, стваралачког или критичког мишљења. Код сваког од тих задатака, оцена из математике треба да буде одраз циља са којим је задатак постављен, а не само нивоа знања, испољеног у његовом решавању (Špijunović & Maričić, 2015).

Силвер и његове колеге (према: Milinković, 2015a) спровели су истраживање о способности наставника да стварају проблеме у сложеном контексту. Они су идентификовали три групе повезаних генерисаних проблема: секвенцијално повезани типови задатака, „симетрични” – замена циљева и услова проблема (тражени податак из једног проблема постао је познат услов у симетричном проблему и обратно) и отворени проблеми, који су имали тенденцију мењања ограничавајућих услова (Milinković, 2015a). У складу са наведеним,

Милинковић (Milinković, 2013) говори о значају постављања аутентичних задатака који често имају потенцијал проширења почетног оквира задатка, откривањем могућности да се одговори и на нека нова питања, која могу бити постављена од стране учитеља или ученика, чиме стварају позитиван однос према стицању и коришћењу математичких знања. Осим тога, пракса коришћења аутентичних математичких задатака претпоставља процес евалуације интегрисан у наставу (Milinković, 2013: 516).

Исто, у избору задатака Пешикан (Pešikan, 2015) као главни критеријум истиче њихову аутентичност, релевантност и смисленост. Решавањем аутентичног задатка ученици ће овладати знањима која ће им бити потребна и ван школе. Неко ове задатке сматра релевантним задацима јер припремају ученика да се снађе у неким будућим животним ситуацијама. Релевантност задатка се дефинише као степен у коме он одговара потребама и/или интересовањима ученика. Неки задатак може бити аутентичан (тражи компетенције за стварну животну ситуацију), али није релевантан са становишта учења одређеног предмета. Смислени задаци су они које ученици разумеју, који од ученика траже да интегришу нова знања у своје постојеће когнитивне структуре или схеме и омогућавају трансфер знања на нове ситуације (Pešikan, 2015).

Један од ефикасних начина стварања задатака је постављање ефикасних проблема (Jones, 2012). У стварању ефикасних математичких задатака учествују наставници на начин да проблеме стварају из свакодневних ситуација, као на пример присуство у школи, школски ручак и школске или друштвене активности. Осим наставника, ученици стварају проблеме за решавање. На пример, ученицима задајемо бројевну реченицу или математичку ситуацију и замолимо их да саставе текстуални задатак, или ученици стварају проблеме из свакодневних ситуација. При томе, ученицима је потребно понудити рекламе из новина, распореде тимова и цене карата, како би саставили проблеме користећи ове податке. Такође, постављање проблема је корисно за ученике свих старосних група јер их мотивише да постављају питања на која не знају одмах одговор.

Дизајнирање задатака за оцењивање Полит (Pollit, 2012) заснива на три једноставна принципа:

- (1) улога постављеног задатка је прикупљање доказа о ономе шта је важно;
- (2) улога питања је да се задатак прецизно саопшти ученицима;
- (3) улога бодовања је да поуздано квантификује доказе о томе шта је важно.

Приликом дизајнирања задатака, Лестер (Lester, 2013) наводи карактеристике задатака које се користе у наставне или оцењивачке сврхе. За описивање задатака користи се најмање пет својстава: синтакса, садржај, контекст,

структура и процес. Карактеристике синтаксе се односе на распоред и односе између речи и симбола у задатку. Садржајне карактеристике се баве математичким значењима у проблему и то су две важне категорије садржаја: математички садржај (нпр. геометрија, вероватноћа) и језички садржај (нпр. изрази који имају посебна математичка значења, као што је на пример „мање од”, „функција”, „квадрат”). Карактеристике контекста су нематематичка значења у исказу задатка. Даље, карактеристике контекста описују проблем, односе се на вербално постављање и формат информација датих у проблему. Карактеристике структуре могу се описати као логичко-математичка својства задатка и одређују приказ који је изабран за проблем. На пример, један ученик може изабрати да задатак представља у смислу система једначина, док други ученик исти проблем може представљати у смислу неке врсте погађања. Коначно, процесне карактеристике представљају интеракцију између задатка и ученика, односно, иако се процеси решавања проблема обично сматрају карактеристикама ученика, проблем се може решити путем одређених процеса. Стога је, при одабиру задатака за оцењивање, истраживачу веома значајно разматрање карактеристика процеса решавања задатака (Lester, 2013).

Према томе, процена способности математичког разумевања ученика зависи од задатака који се постављају ученицима. Ако се од њих затражи да попуњавају радни лист за радним листом како би увежбавали одређену вештину или технику, научиће како да боље изведу ту вештину, али можда неће моћи да се сете или примене ту вештину у другим ситуацијама. Ако ученици проводе време гледајући свог наставника како ради математику, а затим га опонашају у коришћењу истих техника, научиће само те технике (Jones, 2012). Међутим, ако ученици добију задатке у којима се од њих тражи да истражују, пишу и размишљају о значењу задатка и како да их повежу са оним што знају, они ће највероватније градити нова знања и повезати их са постојећим оквиром знања (Jones, 2012). Џонс сматра да ученици најефикасније уче математику када су задаци осмишљени тако да постепено прелазе од конкретног ка апстрактном. Понекад је тешко препознати оно што ученици сматрају конкретним или апстрактним. Оно што је конкретно за једног ученика не мора бити конкретно за другог ученика. На пример, за једног ученика децимална вредност 0,25 представља конкретан приказ, док за другог, конкретни приказ, представља мрежа са 100 квадрата, од којих је 25 осенчених. Да би се изградиле разумевање, важно је да помогнемо ученицима да разумеју конкретне представе појмова пре него што пређу на симболичке или апстрактне представе. Џонс (Jones, 2012) предлаже задатке, било да су уграђени у стварни контекст или не, али, који укључују више начина решавања, могућност истраживања и дизајнирани су да помогну ученицима у конструисању знања, уместо увежбавању већ научених вештина. Овим задацима од ученика се тражи да примене оно што већ знају да реше, односно створе нова математичка решења проблема, науче нове концепте и науче тачне процедуре. Када ученици уче на смислен начин, њихово знање је трајно. Такође, Андерсон (према: Henningsen & Stein, 1997) истиче да наставници експлицитним моделирањем задатака могу

подржати процесе размишљања ученика на високом нивоу. Важно је охрабри-ти ученике да се укључе у самоконтролу. Ипак, само присуство математичких задатака на високом нивоу неће аутоматски резултирати ангажовањем ученика. Без укључивања у такве активне процесе током наставе не може се очекивати да ће ученици развити способност размишљања и решавања задатака на математички одговарајући и моћан начин. Дакле, вредновање задатих циљева наставе математике може се генерисати само задацима који су по својој структури отворени за стварање и показивање релевантних доказа математичког постигнућа ученика. Стога, Грапа и Сајак (Grapin & Sayac, 2017) предлажу да обука наставника за оцењивање омогућава побољшање наставе. Наставници треба да понуде широк спектар задатака, али, такође, и интерпретирају грешке у решењима са прилагођеним упутствима за њихово савладавање. Претходно наведено упућује да је, у питању избора ефикасних задатака, ученицима потребно представити више проблема који мотивишу, имају контекст који им значи и нуде низ стратегија решавања.

ЗАКЉУЧАК

У основи, било која врста оцењивања и тестирања у настави математике служи за процену исхода наставе које су ученици усвојили. Последњих деценија истиче се да сврху и утицај процене треба сматрати кључним за процену њене валидности.

Преглед досадашњих истраживања показује углавном присутност сумативне процене математичких постигнућа ученика, као и да се мало пажње поклања валидним и поузданим техникама вредновања. Уместо тога, постоје разлози за веровање да дијагностичка, формативна и сумативна процена коегзистирају заједно у процени за учење. Иста активност оцењивања може послужити у дијагностичке, сумативне и формативне сврхе, односно подаци које је наставник прикупио могу се користити за оцењивање ученика али и за побољшање учења. Важна компонента оцењивања је да ученици разумеју циљ свог рада и да схвате шта се очекује, што значи да ученици морају разумети критеријуме оцењивања.

С друге стране, свеукупна слика показује да, широм света, врло мало наставних програма чини значајне напоре у моделовању и примени систематског вредновања и наставна пракса вредновања доводи у питање валидност оцена. Конкретно, у математици, постављање кратких, затворених испитних питања резултира делимичним учењем фрагментиране математике (Jones & Inglis, 2015). Изазов је ускладити садржаје испитних задатака математике са оним што је прописано математичким курикулумом. Ово захтева математички курикулум који предлаже задатке са високим захтевима, као што је решавање проблема, креативност и математичко резоновање. То су задаци који имају

више начина решавања и дизајнирани су да, уместо вежбања већ научених вештина, помогну ученицима у конструисању знања. Поред тога, приликом дизајнирања задатака за оцењивање, од великог значаја су карактеристике задатака и то: синтакса, садржај, контекст, структура и процес интеракције између задатка и ученика. Према томе, да би се задаци из математике могли користити за процену свега што је важно у учењу математике, са великом поузданошћу и валидношћу, потребно их је ускладити са појединим аутентичним техникама.

Једна од новијих техника која има потенцијал за процену сложених образовних исхода, у широком спектру контекста и предметних области, јесте компаративна процена. Заговорници компаративне процене тврде да се овај вид процене може користити за ваљану и поуздану процену концептуалног разумевања – аспект математике за који се зна да је тешко проценити користећи традиционалну процену. Стога се чини да компаративна процена, за разлику од традиционалне процене, открива различите способности ученика. Узимање овог закључка резултира претпоставком да би неки ученици требало боље да се остварују компаративном, а не традиционалном проценом.

Ми сматрамо да се одабиром наведених математичких задатака, ствара прилика за примену широког спектра аутентичних техника у вредновању математичких постигнућа ученика, и, истовремено, добијеним резултатима вредновања, шире и дубље планира даљи ток наставе у когнитивном и мотивационом развоју ученика. Према томе, за вредновање математичких знања ученика у различитим апликативним проблемима неопходно је испитати стратегије, односно могућности примене, техника формативног вредновања. Стога, за будућа истраживања потребно је посветити пажњу стварању техника за процену и тестирање могућности моделовања, које се подударују са основним аспектима ове области, али које су такође реалне и изводљиве у односу на нормалну популацију ученика. Коначно, питање о којем треба даље размишљати јесте како „измерити” употребу и флексибилност стратегија ученика у решавању проблема.

Литература

- Andersson, C. (2017). Formative assessment – and the component of adjusted teacher instruction. In T. Dooley and G. Gueudet (eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3419–3426), February 1–5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Balan, A. (2012). *Assessment for learning, A case study in mathematics education* (doctoral dissertation in education). Malmö: Malmö University.

- Barnby, P. (2019). Using a variety of methods for mathematics education research. In J. Milinković and Z. Kadelburg (eds.), *Research in Mathematics Education* (16–30). Scientific Conference Research in Mathematics Education, May 10–11, 2019. Belgrade: Mathematical Society of Serbia.
- Bisson, M. J., Gilmore, C., Inglis, M. & Jones, I. (2016). Measuring conceptual understanding using comparative judgement. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 2(2), 141–164.
- Black, P. & Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practise*, 5(1), 7–74.
- Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68.
- Chanudet, M. (2017). Teachers' formative assessment practices: The case of an IBME-centered course. In T. Dooley and G. Gueudet (eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3436–3444), February 1–5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Cusi, A., Morselli, F. & Sabena, C. (2017). Designing and analysing the role of digital resources in supporting formative assessment processes in the classroom: The helping worksheets. In T. Dooley and G. Gueudet (eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3452–3460), February 1–5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Davies, B. (2017). A case for a new approach to establishing the validity of comparative judgement as an assessment tool for mathematics. In T. Dooley and G. Gueudet (eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3476–3484), February 1–5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Grapin, N. & Sayac, N. (2017). Using external assessments for improving assessment practice of primary school teachers: A first study and some methodological questions. In T. Dooley and G. Gueudet (eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3508–3516), February 1–5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524–549.
- Jones, J. C. (2012). *Visualizing Elementary and Middle School Mathematics Methods*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Jones, I. & Inglis, M. (2015). The problem of assessing problem solving: can comparative judgement help?. *Educational Studies in Mathematics*, 89, 337–355.

- Kwek, M. L. (2015). Using Problem Posing as a Formative Assessment Tool. In M. F. Singer, F. N. Ellerton and J. Cai (eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (273–293). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
- Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem – solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1–2), 245–278.
- Mellone, M., Ribeiro, M. & Jakobsen, A. (2018). *Characterizing prospective teachers' knowledge in/for interpreting students' Solutions*. Retrieved May 27, 2020 from the World Wide Web <https://www.researchgate.net/publication/331604369>.
- Milinković, D. & Pikula, M. (2015). Matematički zadaci u kontekstu evaluacije učeničkih postignuća u razrednoj nastavi. U S. Marinković i J. Stamatović (ur.): *Nastava i učenje – evaluacija vaspitno-obrazovnog rada* (373–386). Užice: Učiteljski fakultet.
- Milinković, J. (2013). Autentične tehnike praćenja napretka učenika u procesu nastave matematike. U R. Nikolić (ur.), *Nastava i učenje – kvalitet vaspitno obrazovnog procesa* (513–522). Međunarodni naučni skup *Nastava i učenje*, 13. 11. 2013, Užice. Užice: Učiteljski fakultet.
- Milinković, J. (2015a). Postavljanje problema – nova oblast u metodici nastave matematike. U J. Milinković i B. Trebješanin (ur.): *Implementacija inovacija u obrazovanju i vaspitanju – izazovi i dileme* (561–571). Beograd: Učiteljski fakultet.
- Pešikan, A. (2015). Školski zadaci za efikasno učenje. U S. Marinković i J. Stamatović (ur.): *Nastava i učenje – evaluacija vaspitno-obrazovnog rada* (13–28). Užice: Učiteljski fakultet.
- Pilet, J. & Horoks, J. (2017). Assessment in mathematics as a lever to promote students' learning and teachers' professional development. In T. Dooley and G. Gueudet (eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3572–3579), February 1–5, 2017, Dublin. Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Pollitt, A. (2012). The method of adaptive comparative judgement. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 19(3), 281–300.
- Pravilnik o načinu ocjenjivanja učenika u osnovnoj školi* (2019), Službeni list CG, br. 062/19 od 12. 11. 2019. Retrieved December 14, 2020 from the World Wide Web www.skolskiportal.edu.me.
- Reit, X. R. (2017). Towards an empirical validation of mathematics teachers' intuitive assessment practice exemplified by modelling tasks. In T. Dooley and G. Gueudet (eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3588–3596), February 1–5 2017, Dublin. Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.

- Silver, E. A. & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129–135.
- Spasić, R. (2013). Ocenjivanje. U W. Anderson (ed.): *Nastava orijentisana na učenje* (161–189). Beograd: Centar za demokratiju i pomirenje u jugoistočnoj Evropi.
- Stoyanova, E. N. (1997). *Extending and exploring students' problem solving via problem posing* (doctoral dissertation). Retrieved May 27, 2019 from the World Wide Web <https://ro.ecu.edu.au/theses/885>.
- Špijunović, K. & Maričić, S. (2015). Ocenjivanje u početnoj nastavi matematike usmereno na razvoj i napredovanje učenika. U S. Marinković i J. Stamatović (ur.). *Nastava i učenje – evaluacija vaspitno-obrazovnog rada* (347–356). Užice: Učiteljski fakultet.
- Zhao, X., Heuvel-Panhuizen, M. & Veldhuis, M. (2017). Using classroom assessment techniques in Chinese primary schools: Effects on student achievement. In T. Dooley and G. Gueudet (eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3604–3612), February 1–5, 2017, Dublin. Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Wiliam, D. (2011). What is assessment for learning?. *Studies in Educational Evaluation*. 37(1), 3–14. DOI 10.1016/j.stueduc.2011.03.001.

Rada M. Šćepanović

JUOS „Milija Nikčević”, Nikšić, Montenegro

Jasmina V. Milinković

University in Belgrade, Teacher-training Faculty

FORMATIVE ASSESSMENT OF ACHIEVEMENTS IN MATHEMATICS AND SELECTION OF TASKS

Summary

The evaluation of mathematical knowledge is based on multiple sources of information. In modern teaching practice, a special place has a formative evaluation of mathematical achievements of students as an integral part of teaching that supports learning and provides useful information to teachers and students. The paper is dedicated to the analysis of innovative evaluation techniques in mathematics teaching that reflect the changed paradigm of mathematics education. The aim of this paper is to explore the features and implications of authentic evaluation techniques and, accordingly, to make the choice of tasks as evaluation instruments. Using the method of theoretical analysis of research results of authentic methods for assessing mathematical knowledge, skills and attitudes, we determine the criteria for selecting tasks for evaluating students' mathematical achievements (focus on in-depth and extended application of existing knowledge in different contexts, multiple solutions, research possibilities). The discourse is then directed towards considering the originality of the task evaluation criteria. In the final considerations, we point out that the selection of mathematical tasks creates an opportunity to apply a wide range of authentic techniques in evaluating students' mathematical achievements, and broader and deeper plans the further course of teaching in students' cognitive and motivational development. We point out that by choosing mathematical tasks, it creates an opportunity to apply a wide range of authentic techniques in evaluating students' mathematical achievements, and broader and deeper plans the further course of teaching in the cognitive and motivational development of students.

Keywords: *diagnostic evaluation, evaluation criteria, evaluation techniques, evaluation instruments, mathematical task.*