UNIVERZITET U BEOGRADU

INTERDISCIPLINARNE DOKTORSKE STUDIJE

ISTORIJA I FILOZOFIJA PRIRODNIH NAUKA I TEHNOLOGIJE

Strahinja N. Đorđević

EPISTEMIČKO-UZROČNI OBRAZAC SPOZNAJE METAFIZIČKIH I MATEMATIČKIH ENTITETA

doktorska disertacija

Beograd, 2021.

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

ИНТЕРДИСЦИПЛИНАРНЕ ДОКТОРСКЕ
СТУДИЈЕ ИСТОРИЈА И ФИЛОЗОФИЈА
ПРИРОДНИХ НАУКА И ТЕХНОЛОГИЈЕ

Страхиња Н. Ђорђевић

ЕПИСТЕМИЧКО-УЗРОЧНИ ОБРАЗАЦ СПОЗНАЈЕ МЕТАФИЗИЧКИХ И МАТЕМАТИЧКИХ ЕНТИТЕТА

докторска дисертација

Београд, 2021.

UNIVERSITY OF BELGRADE

INTERDISCIPLINARY DOCTORAL STUDIES
HISTORY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Strahinja N. Đorđević

EPISTEMIC-CAUSAL SCHEMATA OF THE KNOWABILITY OF METAPHYSICAL AND MATHEMATICAL ENTITIES

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2021.

Mentori

Prof. dr Vesna Todorčević, redovni profesor

Fakultet Organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu; naučni savetnik, Matematički institut Srpske Akademije Nauka i Umenosti, SANU.

Prof. dr Živan Lazović, redovni profesor

Filozofski fakultet, Univerzitet u Beogradu.

Članovi komisije

Prof. dr Srđan Stanković, profesor emeritus

Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu.

Prof. dr Miloš Milenković, redovni profesor

Filozofski fakultet, Univerzitet u Beogradu.

Prof. dr Goran Ružić, vanredni profesor

Filozofski fakultet, Univerzitet u Nišu.

Datum odbrane disertacije

____

Epistemičko-uzročni obrazac spoznaje metafizičkih i matematičkih entiteta

Apstrakt

Predmet ovog istraživanja je kreiranje jednog održivog epistemičko-uzročnog okvira unutar koga se objašnjava mogućnost spoznaje metafizičkih i matematičkih entiteta koji bi bio u skladu sa realističkim tumačenjem apstraktnih objekata metafizike i matematike. Kako bi se odbranio realizam u pogledu postojanja ovih entiteta, neophodno je uzeti u obzir jedan od najznačajnijih argumenta protiv ove pozicije – epistemološki argument protiv realizma. U prvom delu istraživanja ćemo predstaviti strukturu argumenta i pokušati da osporimo njegovu održivost. Budući da se njegova prvobitna verzija oslanja na postojanje uzročne veze između apstraktnih objekata i epistemičkih subjekata, naša prvobitna taktika u njegovom pobijanju biće oslanjanje na epistemičke teorije koje se ne oslanjaju na pojam uzročnost.

Međutim, postoji i novija verzija ovog argumenta, u kojoj se stavka o nužnosti uzročne veze između objekta metafizike i matematike zamenjuje zahtevom za opisivanjem pouzdanosti naših verovanja koja se odnose na ove entitete. Ovaj izazov pokušaćemo da rešimo uz pomoć kondicionalne analize znanja, odnosno primenom uslova osetljivosti i uslova sigurnost. Kako bismo u potpunosti mogli da realizujemo ovaj projekat, u drugom delu rada ćemo predstaviti obe ove pozicije, analizirajući teškoće sa kojima se susreću. Pokazećemo da uslov osetljivosti nailazi na probleme, jer odbacivanje principa epistemičke zatvorenosti predstavlja preveliku teorijsku cenu, osobeno u kontektu teme koju razmatramo. Dok se kao mana uslova sigurnosti izdvaja to što se mogu pronaći primeri u kojima epistemički subjekti očito ne poseduju znanje, njihova verovanja nisu osetljiva na istinu, ali jesu sigurna. Na taj način se obara teza da sva verovanja koja zadovoljavaju uslov sigurnosti, ujedno zadovoljavaju i uslov osetljivosti, koja je od ključnog značaja za samostalnu održivost uslova sigurnosti.

Ovo znači da se ni uslov osetljivosti ni uslov sigurnosti ne mogu prihvatiti kao samostalni uslovi. Rešenje do koga ćemo doći, kada je poteškoća vezana za nepotpunost ovih uslova u pitanju, je prihvatanje takozvanog principa modalne bezbednosti, koji govori o tome da naša verovanja nisu podrivena samo ako su i osetljiva i sigurna. Na ovaj način, realizmu se obezbeđuje neophodan teorijski okvir koji dozvoljava da uspešno izađe na kraj sa epistemološkim argumentom protiv njega. Međutim, po otklanjanju ove pretnje po realizam, ostaje da se utvrdi koja varijanta realizma je najodrživija. Predstavićemo nekoliko različitih realističkih pozicija i utvrditi da standardni i punokrvni platonizam nailaze na najmanje poteškoća, s tim što ćemo, zbog „prevelikog ontološkog tereta“ koji punokrvni platonizam nosi sa sobom, prednost dati standardnoj varijanti platonizma.

Nakon ovoga, u cilju odgovaranja na poslednji zahtev epistemološkog argumenta protiv realizma, koji se odnosi na to da znanje mora biti opisano uz pomoć naturalističke

epistemologije, predstavićemo primere neuzročnih, odnosno ekstra-matematičkih i ekstra-metafizičkih objašnjenja. Ideja je da se uz njihovu pomoć potvrdi teza o neophodnosti verovanja u postojanje apstraktnih objekata metafizike i matematike. Utvrdićemo značaj teorija kao što su uzročni monizam i uzročni pluralizam, koje zastupaju postojanje neuzročnih objašnjenja koja nisu svodiva na uzročna. Potom ćemo argumentovati u korist uzročnog pluralizma, i tako oslabiti poslednju potencijalnu poteškoću za realizam koja proizilazi iz epistemološkog argumenta.

U poslednjem delu rada bavimo se paradoksom spoznatljivosti, koji govori o tome da ako branimo poziciju da su sve istine spoznatljive, moramo braniti i to da su sve istine već spoznate. Rezultati ovog paradoksa su se do skora tumačili kao opasnost isključivo za anti-realistički orijentisana stanovišta, međutim, poslednjih godina pojavili su se argumenti koji ukazuju na to da oni mogu ugroziti i pojedine realističke pozicije. Iz ovog razloga ćemo ponuditi analizu uticaja paradoksa na stanovišta koja su relevantna za naš rad. Zaključićemo da jedino standardni fikcionalizam ne uspeva da se izbori sa rezultatima paradoksa. S druge strane, njegova agnostička varijanta nema problem sa njima, a do sličnog zaključka ćemo doći i u slučaju punokrvnog platonizma. Međutim, budući da oba stanovišta imaju problematičnu ontologiju, a i da za razliku od njih, standardni platonizam ne prihvata čak ni premisu paradoksa koja se odnosi na stav da su sve istine spoznatljive, zaključak do koga ćemo doći je da, zbog svoje „otpornosti“ na paradoks, standardni platonizam predstavlja najbolju moguću opciju.

Na osnovu analize epistemološkog argumenta protiv realizma, koji se tumači kao najveća prepreka prihvatanju ove pozicije, pokazali smo da je moguće izgraditi održiv i plauzibilan teorijski okvir koji objašnjava obrazac spoznaje matafizickih i matematickih entiteta, koji pri tom omogućuje ovoj poziciji da se uspešno izbori sa svim izazovima koji se pred nju stavljaju. U cilju dodatnog ojačavanja našeg zaključka uzeli smo u obzir najšire moguće teškoće koje se stavljaju pred realizam i pokazali da se one mogu uspešno neutralisati polazeći od predloženog obrasca. Pri tom, analizom različitih tipova realizma došli smo do toga da je njegova naodrživija, i na izazove najotpornija, varijanta standardni platonizam.

Ključne reči: metafizički objekti, matematički objekti, realizam, anti-realizam, kondicionalna analiza znanja, sigurnost, osetljivost, epistemološki argument protiv realizma

Naučna oblast: Filozofija, Matematika, Interdisciplinarne studije

Uža naučna oblast: Epistemologija, Metafizika, Filozofija matematike, Filozofija prirodnih nauka

Epistemic-causal schemata of knowability of metaphysical and mathematical entities

Abstract

The subject of this research is the creation of a sustainable epistemic-causal framework within which the possibility of knowability of metaphysical and mathematical entities that would be in line with a realistic interpretation of abstract objects of metaphysics and mathematics is explained. In order to defend realism regarding the existence of these entities, it is necessary to consider one of the most significant arguments against this position: the epistemological argument against realism. In the first part of the research, we will present the structure of the argument and try to challenge its viability. Since the original version of the argument relies on the existence of a causal connection between abstract objects and epistemic subjects, our primary tactic in refuting it will be to rely on epistemic theories that do not include the notion of causality.

However, there is also a newer version of this argument, in which the view regarding the necessity of a causal connection between the object of metaphysics and mathematics is replaced with a demand for an explanation of the reliability of our beliefs relating to these entities. We will try to solve this challenge with the help of a conditional analysis of knowledge – that is, by appealing to the sensitivity and safety conditions. In order to be able to fully realize this project, in the second part of the paper we will present both positions, analyzing the difficulties they face. We will show that the sensitivity condition encounters problems because the rejection of the closure principle represents too great a theoretical price, especially in the context of the topic we are considering. While the disadvantage of the safety condition is that examples can be found in which epistemic subjects obviously do not possess knowledge and their beliefs are not sensitive, but they are safe. Thereby refuting the thesis that all beliefs that satisfy the safety condition also satisfy the sensitivity condition, which is crucial for the independent sustainability of the safety condition.

This means that neither the sensitivity condition nor the safety condition can be accepted as stand-alone conditions. The solution which will be offered regarding the difficulty related to the incompleteness of the conditions in question is the acceptance of the so-called principle of modal security, which argues that our beliefs are not undermined only if they are both sensitive and safe. In this way, realism is provided with the necessary theoretical framework that allows it to cope with epistemological arguments against it. However, after eliminating this threat, it remains to be determined which variant of realism is the most sustainable. We will present several different realistic positions and determine that standard and full-blooded platonism encounters the least difficulties, with the proviso that, due to the "excessive ontological burden" that full-blooded platonism carries with it, we will give preference to the standard variant of platonism.

After this, in order to answer the last request of the epistemological argument against realism, which refers to the fact that knowledge must be described with the help of naturalistic epistemology, we will present examples of non-causal—i.e. extra-mathematical and extra-metaphysical—explanations. The idea is to use them to confirm the thesis about the necessity of believing in the existence of abstract objects of metaphysics and mathematics. We will determine the significance of theories such as causal monism and causal pluralism that advocate for the existence of non-causal explanations that cannot be reduced to causal ones. We will then argue in favor of causal pluralism, and thus greatly weaken the last potential difficulty for realism that arises from the epistemological argument.

In the last part of the paper, we will deal with the paradox of knowability, which states that if the position that all truths are knowable is defended, we must also defend the idea that all truths are already known. Until recently, the results of this paradox were interpreted as a danger exclusively for anti-realism oriented views. However, in recent years, arguments have emerged indicating that they may also jeopardize certain realistic positions. For this reason, we will offer an analysis of the impact of this paradox on views that are relevant to our work. We will conclude that only standard fictionalism fails to cope with the results of the paradox. On the other hand, its agnostic variant has no problem with them, and a similar conclusion emerges in the case of full-blooded platonism. However, since both views have a problematic ontology, and, unlike them, standard platonism does not accept even the premise of the paradox that all truths are knowable, the conclusion we will come to is that, because of its "resistance" to this paradox standard platonism is the best possible option.

Based on the analysis of the epistemological argument against realism, which is interpreted as the biggest obstacle to accepting this position, we have shown that it is possible to build a sustainable and plausible theoretical framework that explains the schemata of the knowability of metaphysical and mathematical entities, which at the same time enables this position to successfully cope with all the challenges that are set before it. In order to further strengthen our conclusion, we have taken into account the widest possible difficulties facing realism and have shown that they can be successfully neutralized starting from the proposed schemata. At the same time, by analyzing different types of realism, we came to the conclusion that its most sustainable, and most resistant to challenges, variant is standard platonism.

Keywords: metaphysical objects, mathematical objects, realism, anti-realism, the conditional theory of knowledge, sensitivity, safety, the epistemological argument against realism

Academic Expertise: Philosophy, Mathematics, Interdisciplinary Studies

Field of Academic Expertise: Epistemology, Metaphysics, Philosophy of Mathematics, Philosophy of Natural Science

Sadržaj

Uvod

Osnovno polazište ovog istraživanja je da su metafizičke i matematičke istine epistemički dostupne, odnosno da epistemički subjekti mogu posedovati znanja koja se odnose na objekte kojima se tradicionalno bave metafizika i matematika. Ovo znači da ćemo zastupati jednu realističku poziciju u pogledu znanja o metafizičkim i matematičkim entitetima, koja je usko povezana sa ontološkim realizmom, po kome se tvrdi da ti objekti postoje nezavisno od ljudi. Pored toga, branićemo tezu da su ovi entiteti apstraktni, što se može smatrati prihvatanjem određenenog oblika *platonizma*, budući da se po ovoj poziciji takvi entiteti shvataju kao kauzalno inertni objekti van vremena i prostora.

Kako bismo što bolje predstavili osnovnu poziciju, neophodno je osvrnuti se na glavnu razliku u pristupima pri razumevanju objekata koji su predmet ovog istraživanja. Najopštija podela koja se u ovom smislu može napraviti, jeste distinkcija između *realizma* i *anti-realizma*. Pod realizmom ćemo, pre svega, podrazumevati poziciju koja tvrdi realno postojanje metafizičkih i matematičkih entiteta. Anti-realizam se u najširem smislu može odrediti kao pozicija koja odriče realitet ovim objektima, iako ne mora potpuno da poriče da metafizički i matematički entiteti mogu da se instanciraju preko konkretnih objekata. Najzastupljenija varijanta realizma je platonizam, dok je najčešći oblik anti-realizma nominalizam. Obe navedene pozicije se mogu javiti u brojnim, manje ili više sličnim, varijacijama.[1] U ovom istraživanju braniće se jedna verzija realizma, iz tog razloga ćemo, za sada, ostaviti po strani anti-realizam i fokusirati se isključivo na realističku poziciju.

Realizam u pogledu postojanja objekata (*object realism*) je stavka koja nezavisno od domena na koji se odnosi, čini osnovu gotovo svake realističke pozicije. Najjednostavnije rečeno, realizam u pogledu postojanja objekata tvrdi da određeni objekti postoje nezavisno od saznajnog subjekta. Epistemička pozicija koja najčešće „prati“ ove ontičke tvrdnje govori o

[1] Takođe, važno je napomenuti to da u okviru oba pristupa postoje pravci mišljenja koji se ne mogu smatrati platonističkim, odnosno nominalističkim.

tome da su istine koje se odnose na ove objekte spoznatljive. To znači da realizam u pogledu metafizičkih objekata podrazumeva tvrdnju o postojanju metafizičkih objekata i istina koje se na njih odnose, isto tako, realizam u pogledu matematičkih objekata, zastupa to da matematički objekti, kao i istine koje se na njih odnose, postoje nezavisno od saznajnog subjekta. Sem tvrdnje o postojanju matematičkih entiteta, zastupnici realizma često smatraju i da su ovi objekti apstraktni, što, po standardnoj definiciji apstraktnosti, znači da se ne nalaze ni u vremenu, ni u prostoru, kao i da nisu uzročno povezani sa empirijskim svetom, u kome se nalaze konkretni objekti (Linnebo 2017: 9). Dakle, drugim učestalim obeležjem realizma koji se odnosi na metafizičke i matematičke entitete, može se smatrati *apstraktnost* objekata. Treba, doduše, odmah napomenuti da je moguće biti realista i bez zastupanja apstraktnosti, jer ne podrazumeva svaka realistička pozicija da objekti ovog tipa moraju biti apstraktni (ili da moraju biti apstraktni u potpunosti[2]), iako to najčešće jeste slučaj. Jasna distinkcija između prihvatanja samo jednog ili oba spomenuta stava može se povući na taj način što bismo rekli da „stanovište koje pretpostavlja postojanje matematičkih objekta predstavlja verziju matematičkog realizma; a ako se, pored toga, ti predmeti tumače kao apstraktni, onda je to stanovište, verzija platonizma" (Balaguer 1994: 99). Međutim, treba imati na umu da je stanje stvari takvo da se „[g]otovo svaki realista slaže sa tim da su matematički objekti apstraktni" (Shapiro 1997: 256)[3], što znači da je ubedljivo najzastupljeniji oblik realizma platonizam, u svojim raznovrsnim varijacijama (o kojima ćemo detaljnije pisati u nastavku teksta). Dakle, većinu realističkih pozicija karakteriše zajednički stav koji *realizam u pogledu postojanja objekta* „ojačava" time što tvrdi da su matematički objekti, kao i drugi apstraktni entiteti, „u najmanju ruku, podjednako realni kao i obični fizički objekti" (Linnebo 2017: 11). Na osnovu ovoga, kada je reč o matematičkom domenu, pojam platonizma možemo shvatiti "u širem značenju jednostavno kao sinonim za „realizam" koji se primenjuje na oblast matematike" (Maddy 1990: 21). U kasnijim delovima rada videćemo da ovo ne mora da važi za sve pozicije koje se generalno posmatraju kao platonističke, ali nam je za potrebe trenutnog izlaganja izjednačavanje realizma sa platonizmom terminološki prihvatljivo, te ćemo ga se, za

[2] U nastavku ćemo videti da pojedini autori, poput Penelop Medi (Penelope Maddy), određene matematičke entitete, kao što su skupovi, smatraju donekle konkretnim, u tom smislu da se oni nalaze u vremenu i prostoru.
[3] Postoje jasni izuzeci od ovog stava, ali oni nisu relevantni za ovo istraživanje.

sada, pridržavati. Shodno ovome, kada u nastavku govorimo o realizmu, pre svega ćemo podrazumevati neku verziju platonizma, osim ako ne naglasimo suprotno.

Budući da je tema ovoga rada način na koji dolazimo do saznanja o matematičkim i metafizičkim objektima, na ovom mestu ćemo ukratko ukazati na to šta tačno podrazumevamo pod ovim entitetima. Pod metafizičkim entitetima podrazumevamo modalnosti, odnosno nužne i moguće objekte, stoga ćemo metafizičkom spoznajom smatrati slučajeve u kojim epistemički subjekt poseduje znanje o izvesnim modalnim istinama. Dakle, za adekvatan opis metafizičkog znanja je potrebno prihvatiti teoriju koja bi ispravno opisala vezu između subjektovog verovanja i određene metafizičke, odnosno modalne istine. Analogno ovome, matematičkim entitetima ćemo smatrati objekte koji se standardno uzimaju kao tematska oblast matematike. U pitanju su objekti poput brojeva, geometrijskih figura i skupova. Jedna važna napomena odnosi se na to da se i sami matematički objekti mogu posmatrati kao metafizički entiteti, za koje važi da su istine koje se na njih odnose nužne (problem spoznaje nužnih istina ćemo razmatrati u kasnijim poglavljima). Iako je moguće svrstati matematičke objekte u ovu kategoriju, autor je mišljenja da se implikacije analize matematičkih i ostalih metafizičkih spoznaja, u nekim aspektima vidno razlikuju, te ih na nekim mestima treba predstaviti odvojeno. U prilog ovome govori i činjenica da je u okviru filozofije matematike prisutna opsežna diskusija, koja se bavi isključivo matematičkim objektima, te će njoj biti posvećena posebna pažnju u prvom delu rada. Pod problemom spoznaje matematičkih objekata podrazumevamo zahtev za objašnjenjem toga, kako naša verovanja koja se odnose na matematičke entitete mogu biti epistemički povezana (na odgovarajući način) sa odgovarajućim matematičkim istinama. U tom smislu, razmatranje poteškoća koje se vezuju za spoznaju matematičkih istina će biti uvod i za predstavljanje problema spoznaje nužnih metafizičkih istina, budući da ćemo videti da su one zahvaćene istim problemima.

Kao što je već napomenuto, cilj ovog istraživanja je odbrana pozicije da objekti metafizike i matematike postoje nezavisno od ljudi i da oni mogu biti spoznati, ali taj projekat nije bez svojih poteškoća. Kako bismo na njih ukazali i uspešno ih prebrodili, struktura rada će biti sledeća: U poglavlju 1. ćemo prvo ukratko objasniti zašto smatramo da je realistička pozicija generalno prihvatljivija u odnosu na anti-realizam, ne ulazeći u to koja varijanta realizma nudi najbolju teorijsku postavku. Potom ćemo predstaviti stariju i noviju verziju takozvanog epistemološkog argumenta protiv realizma, koji naizgled pogađa realistički orijentisane pozicije u pogledu spoznaje apstraktnih entiteta. Ovim argumentom se, ukratko, tvrdi da, ukoliko prihvatimo realizam, nemamo način da objasnimo vezu između epistemičkog subjekta i apstraktnih objekata. Pokazaćemo da težina argumenta zavisi od toga da li je fokusiran na uzročnosti ili ne. Pozivanje na uzročnost, odnosno njen nedostatak, koje je prisutno u starijoj verziji, čini da ona bude odbačena bez većih poteškoća. S druge strane, nova verzija argumenta, koja se ne oslanja na odsustvo uzročne veze, ispostaviće se kao teža za pobijanje. Zbog ovoga ćemo u poglavlju 2. pokušati da pokažemo da je ovaj izazov rešiv. Glavni zadatak sastojaće se u određivanju koji epistemološki pristup može najefikasnije da ponudi opis pouzadnosti verovanja o metafizičkim i matematičkim objektima, koji se implicitno zahteva novim epistemološkim argumentom. Rešenje je prihvatanje kombinacije kondicionalnih uslova osetljivosti i sigurnosti, kojima se prati istina naših verovanja o apstraktnim objektima. Nakon analize pomenutog pristupa, sledi poglavlje 3. u kome podrobnije razmatramo razlike koje postoje u okviru samog realizma. Zatim pokušavamo da odredimo koji njegov oblik je najprihvatljiviji i objasnimo zbog čega smatramo da je ta varijanta realizma u skladu sa kombinovanim kondicionalnim uslovima. Poglavlje 4. se bavi anti-realističkim zahtevom za dokazivanjem da apstraktni objekti imaju neizostavnu ulogu u našim naučnim teorijama. U tom delu rada ćemo pokazati da su matematička i metafizička objašnjenja neuzročna i da ne mogu da se svedu na uzročna, iako se njima objašnjavaju određene naučne teorije. Ovo znači da postoje takozvana ekstra-matematička i ekstra-metafizička objašnjenja, koja su neizostavna za naučne teorije, što znači da je anti-realistički zahtev zadovoljen. Na kraju, u poglavlju 5., biće razmatrana još jedna potencijalna poteškoća za realizam, koja se do skora smatrala problematičnom samo za anti-realistički orijentisane pozicije, a to su implikacije takozvanog paradoksa spoznatljivosti. Naš zaključak će biti da je paradoks spoznatljivosti, slično kao i epistemološki argument protiv realizma, premostiv problem za realističko tumačenje spoznaje metafizičkih i matematičkih istina.

1. Epistemološki argument protiv realizma

O intuitivnoj prihvatljivosti realističke pozicije

Realizam smatramo prihvatljivim polaznim stanovištem (a videćemo kasnije zašto će se ta strategija ispostaviti ispravnom) u pogledu tumačenja metafizičkih i matematičkih entiteta, pre svega, zbog toga što je ovaj pristup u skladu sa našim zdravorazumskim intuicijama. Ovo, ni u kom smislu ne može biti konkluzivni argument u korist realističke pozicije, ali činjenica da naš svakodnevni, kao i teorijski diskurs, često implicitno podrazumeva postojanje istina koje se odnose na pojedine apstraktne objekte, stvara utisak da se te istine moraju odnositi na objekte koji realno postoje. U slučaju da se ovo postojanje porekne, čini se da bi ono što je neophodno da bi se naša verovanja smatrala istinitim ili lažnim, „nestalo“. Takvim negiranjem realizma, iskazi kao što su „nijedna stvar ne može biti i vidljiva i nevidljiva“ ili „3+4=7“ naizgled bi izgubili svoju istinitosnu vrednost.[4]

Imajući ovo u vidu, bez ulaženja u to koje alternative za ovaj problem nudi anti-realizam (to će biti prikazano u kasnijim delovima rada), smatramo da realističko viđenje objekata metafizike i matematike treba uzeti za našu početnu poziciju. Budući da prihvatamo stav da je realizam u pogledu spoznaje metafizičkih i matematičkih objekata *prima facie* održiva pozicija, u nastavku teksta ćemo ukazati na poteškoće sa kojima se suočava. Deo istraživanja koji sledi biće usmeren na epistemološki problem koji navodno proizlazi iz prihvatanja apstraktne prirode ovih entiteta. Njegova prvobitna formulacija se oslanja na nedostatak uzročne veze između matematičkih objekata i epistemičkih subjekata koji su prostorno-vremenski entiteti.

[4] Kao dodatan argument u prilog intuitivne primamljivosti realizma se može navesti i činjenica da u govoru vrlo često upotrebljavamo iskaze kao što su „*postoji skup* svih pravih razlomaka“ ili „*postoji mogućnost* da pojam ne odgovara datoj definicji“.

Prvobitna formulacija epistemološkog argumenta protiv realizma

Iako realizam može intuitivno delovati kao najprihvatljivija pozicija u pogledu tumačenja metafizičkih i matematičkih objekata, jednu veliku poteškoću za njegove implikacije predstavlja *epistemološki argument protiv realizma*. Ovaj argument se u literaturi najčešće povezuje sa kritikom platonizma, ali, kao što ćemo videti, može se primeniti pri pokušaju pobijanja gotovo svake realističke pozicije. Prvu formulaciju ovog argumenta možemo naći u takozvanom *Benaserafovom problem*u, predstavljenom od strane Pola Benaserafa (Paul Benacerraf), a njegovu unapređenu verziju susrećemo kod Hartrija Filda (Hartry Field). Zbog ovoga se on često naziva i „Benaserafov-Fildov izazov“, ali takođe je poznat i kao „problem dostupnosti“ (*access problem*) ili „izazov pouzdanosti“ (*reliability challenge*), iz razloga koje ćemo predstaviti u kasnijim odeljcima rada.

U prvom delu rada biće predstavljena prvobitna varijanta epistemološkog argumenta protiv realizma, dok ćemo se Fildovom modifikacijom i njenim dodatnim implikacijama detaljnije baviti u nastavku. S obzirom na to da je Benaserafov problem izvorno osmišljen kako bi se pobilo realističko (ili još preciznije, platonističko) obavezivanje na postojanje matematičkih objekata (nezavisno od empirijskog sveta) pomoću osporavanja mogućnosti posedovanja znanja o matematičkim istinama, naš početni fokus biće usmeren na problem spoznaje matematičkih istina. Nakon toga će se pažnja posvetiti uticaju Benaserafove dileme na tvrdnju o mogućnosti spoznaje (realistički shvaćenih) modalnih istina, pošto ćemo videti da unapređeni epistemološki argument protiv realizma, koji je proistekao iz Benaserafove dileme, potencijalno može da ugrozi, ne samo sve realističke pozicije u okviru filozofije matematike, već svaki vid realizma, nevezano za domen na koji se odnosi.

Benaserafov problem ukazuje na to da prihvatanje realizma implicira da je znanje matematičkih istina nemoguće, zbog toga što ne postoji uzročna veza između subjektovog verovanja da *p* i matematičke istine *p*. Kako bismo shvatili šta je u osnovi navedenog problema, potrebno je objasniti kako je Benaseraf došao do ovog uvida. Osnovna Benaserafova ideja bila je da ukaže na to da svaka dobra teorija, koja se odnosi na matematičke istine mora biti zadovoljavajuća i sa semantičke i sa epistemološke tačke gledišta. On smatra da, prema većini koncepcija matematičkih istina, između ova dva zahteva postoji tendencija ispoljavanja izvesne teorijske protivteže, u smislu da se jedan stavlja u prvi plan u odnosu na drugi. Na taj način platonizam, iako koristi semantiku „standardnog“ (prirodnog) jezika, za koju smatra da je prihvatljiva[5], zastupa epistemološku poziciju, koja navodno nije održiva. Drugim rečima: „prihvatljiva semantika za matematiku mora biti u skladu sa prihvatljivom epistemologijom” (Benacerraf 1973: 662), a to u slučaju platonističke pozicije nije slučaj.

Po njegovom mišljenju, najprihvatljivija teorija znanja je uzročna teorija koju je prvi ponudio Alvin Goldman (Alvin Goldman)[6], a čija se uprošćena[7] definicija može obrazložiti ovako: *S* poseduje znanje u slučaju da je *p* istinito, *S* veruje da *p* i *S*-ovo verovanje da *p* je uzrokovano činjenicom da *p*. Dakle, subjektovo verovanje da *p* mora biti uzrokovano činjenicom da *p*, što znači da subjekt ne može posedovati znanje o istinama koje se odnose na objekte sa kojima ne ostvaruje uzročnu vezu, a po platonizmu ne postoji uzročna veza između ljudi i matematičkh objekata. Benaserafova argumentacija se može predstaviti na sledeći način:

(1_α) Ako je matematički platonizam tačan, onda posedujemo znanje o apstraktnim matematičkim objektima.

(2_α) Ako posedujemo znanje o apstraktnim matematičkim objektima, onda smo kauzalno povezani sa njima.

(3_α) Nismo kauzalno povezani sa apstraktnim matematičkim objektima.

Dakle,

---

[5] Budući da sam Benaseraf smatra da „semantički rog dileme“ ne predstavlja problem za platonizam, u nastavku ćemo se fokusirati isključivo na epistemološki aspekt argumenta, te će se pod „Benaserafovim problemom“ uvek podrazumevati to pitanje.

[6] Treba napomenuti da sam Goldman svoju teoriju nije video kao prepreku za opisivanje matematičkog znanja budući da je smatrao da je na nju primenjiva standardna definicija znanja: „Baviću se samo spoznajom empirijskih iskaza, jer smatram da je tradicionalna [opravdano istinito verovanje] analiza adekvatna za spoznaju ne-empirijskih istina” (Goldman 1967: 357).

[7] Ovde je važno naglasiti da je kauzalna teorija znanja znatno kompleksnija nego što se na osnovu navedene definicije može činiti. Međutim, pošto bi njena obuhvatna analiza bila isuviše opširna za izalaganje na ovom mestu, a i pored toga ne bi imala neku značajniju ulogu za ovo istraživanje, njome se ovde nećemo baviti. Za više detalja o kauzalnoj teoriji videti Goldman (1967, 1976) i Swain (1972), kao i Drekalović (2009: 38–65), gde se može naći iscrpan opis njenog razvoja.

(4_α) Matematički platonizam nije tačan.

Ako naša verovanja o matematičkim istinama nisu uzrokovana matematičkim entitetima, a po platonizmu ne postoji direktna uzročna veza između ljudi i matematičkih objekata (odnosno istina o njima, po ovoj teoriji, nam nije uzročno dostupna), onda mi nismo u stanju ni da posedujemo znanja koja se odnose na ove istine. Pa tako, epistemički subjekt ne može da zna da je 8 podeljeno sa 4 jednako 2, budući da njegovo verovanje nije ni u kakvoj uzročnoj vezi sa matematičkim domenom, jer ovakva veza, sledeći Benaserafovu argumentaciju, prema platonizmu nije moguća. Drugim rečima, zamerka koju Benaseraf upućuje platonizmu je da verovanja koja se odnose na matematičke istine nisu uzrokovana matematičkim činjenicama (subjektovo verovanje da *p* nije uzrokovano činjenicom da *p*).

Epistemološki argument protiv realizma ne pogađa samo platonizam, već je ozbiljan epistemički problem koji preispituje generalni odnos prema matematici i znanju koje iz nje proizlazi. Imajući ovo u vidu, mi ćemo nastojati da pokažemo da se postavka ovog problema može osporiti. Prvobitna varijanta argumenta, odnosno Beneserafov problem, zasniva se na jednoj određenoj poziciji u pogledu tumačenja znanja. „Bilo je mnogo pokušaja da se pobije naše predfilozofsko obavezivanje na postojanje apstraktnih entiteta. Međutim, u svakom od ovih slučajeva se može utvrditi da argument počiva na nekoj nepouzdanoj epistemološkoj tvrdnji – najčešće zasnovanoj na nekoj verziji kauzalne teorije znanja” (Rosen 2001: 71). Dakle, problem se sastoji u tome što se kauzalna teorija oslanja na uzročne veze, a kada je reč o slučajevima matematičkog znanja „odgovarajuća vrsta uzročne veza se ne uspostavlja. S druge strane, kada se uspostavlja, ako je verovanje na odgovarajući način uzrokovano činjenicom, ta se veza čini poželjnom i smatra se plauzibilnim da predstavlja znanje“ (Nozick 1981: 170). Prema ovakvom shvatanju, matematička verovanja ne mogu se okarakterisati kao znanje. Benaserafova varijanta argumenta protiv realizma se, dakle, oslanja na epistemološku teoriju koja smatra da je neophodno postojanje uzročne veze između subjektovih verovanja i činjenica o objektu na koji se ta verovanja odnose. To može predstavljati problem za ovaj argument, jer kada je reč o matematičkim objektima, deluje izvesno da se ovakva veza ne uspostavlja. Ali, da li se svaka epistemološka teorija mora oslanjati na uzročnu vezu između subjekta i objekta spoznaje? Odgovor na ovo pitanje, koji ćemo ponuditi u nastavku, biće negativan.

Uzročna veza kao problem za epistemološki argument protiv realizma

Što se prvobitno formulisanog epistemološkog argumenta protiv realizma tiče, iako je primetno da (4_α) sledi iz premisa, kao i da (1_α) i (3_α) ispravno predstavljaju glavnu platonističku poziciju, stav (2_α) tvrdi da je za posedovanje znanja o apstraktnim matematičkim objektima potrebna uzročna veza između njih i epistemičkih subjekata koji pretenduju na takvo znanje. Na ovom mestu možemo se opredeliti za najčešći pristup u napadu na Benaserafovu argumentaciju i kritikovati kauzalnu teoriju znanja na koju se ona oslanja. Ovo bi zaista i bilo najuputnije, iz tog razloga što za ovaj poduhvat već postoje brojni (opšteprihvaćeni) protivargumenti, kao i zbog činjenice da ćemo u kasnijim odeljcima prihvatiti jedno tumačenje znanja, koje se ne oslanja na postojanje uzročne veze između nas i matematičkih objekata.

Kako bismo ukazali na probleme vezane za kauzalnu teoriju znanja, uzmimo primer sa maketama ambara koji je predstavio Goldman (Goldman 1976: 773). Zamislimo subjekta koji prolazi putem pored kog je, naizlged, mnoštvo ambara. Međutim, većina ambara su lažni, odnosno, reč je o maketama koje sa puta deluju kao pravi ambari. Sticajem okolnosti subjektova pažnja biva usmerena na pravi ambar i on formira verovanje kako vidi ambar. Za takvo verovanje koje je istinito jer je u pitanju pravi ambar, možemo reći da svoje uzročno poreklo ima u činjenici da je subjekat svojim čulom vida opazio fizički objekt, koji je zaista ambar. Prema tome, subjekat je zadovoljio sve uslove za znanje po kauzalnoj teoriji, jer on veruje da vidi pravi ambar i to verovanje je zaista uzrokovano činjenicom da on vidi pravi ambar (*p*). Međutim, setimo se toga, da su većina ambara koji se nalaze pored puta, zapravo makete. Ovo znači da je slučaj mogao da bude takav da on, zapravo, vidi maketu ambara u kome bi, takođe, formirao verovanje o tome da vidi pravi ambar. Zbog ovoga možemo zaključiti da, iako je subjekat formirao istinito verovanje koje se odnosi na pravi ambar, njegovo verovanje neće intuitivno delovati kao znanje.

Drugim rečima, ovo je slučaj u kome je *p* istinito, *S* veruje da *p* i *S*-ovo verovanje da *p* je uzrokovano činjenicom da *p*, ali ne možemo reći da *S* poseduje znanje. Svi uslovi za znanje, po standardnoj[8] kauzalnoj teoriji su zadovoljeni, ali ovo ne bi okarakterisali kao znanje. Iz ovoga sledi da kauzalna teorija znanja nije imuna na protivprimere getijeovskog tipa, na osnovu čega zaključujemo da ona nije prihvatljiva. Ako na ovo pridodamo činjenicu da ni Goldman nije smatrao da je njegova teorija primenjiva na matematičko znanje (a ovo očito važi i za znanje svih ostalih apstraktnih entiteta), imamo razlog da tvrdimo da stav (2_α) koji se oslanja na nju nije održiv. Samim tim i celokupna postavka Benaserafove argumentacije gubi snagu. Ali, odbacivanje teze o nužnosti postojanja uzročne veze između epistemičkog subjekta i objekta spoznaje, u slučaju razmatranja matematičkih istina, ne mora se shvatiti kao problematičan čin. Budući da možemo da prihvatimo stav da je uzročna veza esencijalna za empirijsko znanje (što je predmet neke druge diskusije), ali ne i za samu matematiku. O ovome svedoči i sledeći citat:

> „Zahtevajući uzročnu vezu između epistemičkog subjekta i objekta spoznaje, Benaseraf platonističku matematiku shvata u velikoj meri istovetno kao fiziku i ostale standardne empirijske nauke. Ali, matematika je drugačija. Pa tako, filozofi nemaju pravo da je podvrgavaju epistemološkim standardima koji pripadaju domenu kontingentnog empirijskog znanja. Budući da cilj matematike nije otkrivanje kontingentnih empirijskih istina, ona zaslužuje da se tumači drugačije" (Linnebo 2006: 546).

Imajući u vidu činjenicu da se Benaseraf pri formulisanju svog problema oslanja na uzročnu teoriju znanja, a ova teorija nailazi na problem u vidu protivprimera getijeovskog tipa, čini se da je prihvatanje drugačijeg pristupa, ne samo odgovarajuća taktika za rešavanje njegove dileme, već i neophodna. Na osnovu svega navedenog, smatramo da je u cilju uspešnog

[8] Kao što je već naglašeno, kauzalna teorija znanja je vremenom postala znatno kompleksnija u odnosnu na njenu standardnu definiciju, tako da postoje i drugačije formulacije, koje su usledile, upravo, kako bi osujetile mogućnost osmišljavanja ovakvih protivprimera. Međutim, pošto Benaseraf njih nije imao na umu kada je formulisao svoj argument, njima se nećemo baviti u ovom istraživanju.

pobijanja Benaserafove argumentacije dovoljno zastupati teoriju koja se ne bi oslanjala na kauzalnu vezu između epistemičkih subjekata i matematičkih objekata, pošto održivost jednog takvog pristupa dokazuje da ova veza nije neophodna za opisivanje znanja. U nastavku ćemo videti da pojedine rilajabilističke teorije odgovaraju datom zahtevu, budući da se neke od njih zasnivaju na kondicionalnoj analizi znanja, po kojoj verovanja i stanja stvari ne moraju biti uzročno povezani. Međutim, pre nego što se detaljnije posvetimo donošenju suda o najprihvatljivijoj teoriji za opisivanje matematičkog znanja, neophodno je predstaviti i noviju verziju epistemološkog argumenta protiv realizma. Pokazaće se da ona sa sobom nosi nove izazove, sa kojima će morati „da se izbori" svaka teorija znanja, kojom bismo pretendovali da opravdamo realističku poziciju.

Nova verzija epistemološkog argumenta protiv realizma

Iz dosadašnjeg toka argumentacije, moglo bi se činiti da odbacivanjem uzročne teorije znanja zadovoljavamo sve uslove za uspešno pobijanje epistemološkog argumenta protiv realizma. Međutim, ova pretpostavka bi bila prenagljena, budući da se na ovom mestu treba prisetiti činjenice da Benaserafov problem nije njegova „konačna" varijanta. Kao što je već napomenuto, postoji još jedna, podjednako uticajna, formulacija epistemološkog argumenta protiv realizma, koju je formulisao Hartri Fild. Najjednostavnije rečeno, osnovna Fildova ideja je da standardno realističko stanovište u pogledu pristupa matematičkim objektima možemo izraziti bez upotrebe termina „istina" i „znanje". Shodno ovome, realistički stav mogao bi se iskazati na sledeći način: „ako matematičari prihvataju '*p'*, onda *p*" (Field 1989: 232–233)[9], gde *p* predstavlja bilo koji matematički iskaz. Problem se sastoji u tome što ovakva pozicija iziskuje objašnjenje pouzdanosti matematičkih verovanja, a poteškoća za realizam se javlja zbog toga što on takvo objašnjenje ne može da ponudi. Imajući navedeno u vidu, novu verziju epistemološkog argumenta možemo predstaviti na sledeći način:

[9] O kredibilnosti verovanja o matematičkim činjenicama koje formiraju matematičari slikovito govori i priča u Queiró (1983).

(1_β) Ako je matematički platonizam tačan, onda postoji pouzdana korelacija između matematičarevih verovanja i činjenica koje se odnose na kauzalno inertne matematičke objekte.

(2_β) Ako postoji pouzdana korelacija između verovanja i činjenica, onda postoji objašnjenje te korelacije.

(3_β) Ako postoji objašnjenje pouzdane korelacije između verovanja i činjenica, onda je to objašnjenje uzročno.

(4_β) Ne postoji uzročno objašnjenje pouzdane korelacije između verovanja i činjenica koje se odnosi na kauzalno inertne matematičke objekte.

Stoga:

(5_β) Matematički platonizam nije tačan.

Kada se analizira data struktura, na osnovu (4_β), možemo steći utisak da se i ova varijanta problema zasniva na nedostatku uzročne veze između naših verovanja i matematičkih činjenica, što bi umanjilo značaj ovog argumenta. Ovo je samo delimično tačno, budući da Fild zaista smatra da je teško zamisliti zadovoljavajuće objašnjenje pouzdanosti, koje u sebe ne bi uključilo uzročnu vezu. Međutim, on naglašava da to nije presudno za pobijanje realizma, jer, kako primećuje, realisti nisu u stanju da ponude ni neko drugo objašnjenje koje bi datu korelaciju ne-uzročno opisalo na zadovoljavajuć način.[10] Još jedan aspekt koji treba iistaći je to da, pored toga što se Fildov argument ne oslanja na nedostatak kauzalne veze između matematičkih istina i naših verovanja o njima, njegovu dodatnu prednost predstavlja i to što Benaserafovu dilemu modifikuje tako, da se ona ne oslanja ni na jednu određenu teoriju znanja:

„Benaseraf je problem formulisao tako da on zavisi od uzročne teorije znanja. Ova formulacija ne zavisi ni od jedne teorije znanja, u smislu u kojem je kauzalna

[10] Ovo je zbog toga što, po platonizmu, kao i većini realističkih pozicija, kauzalna inertnost matematičkih objekata implicira da su oni nezavisni od jezika i mišljenja, kao i da se ne nalaze u prostoru i vremenu.

teorija – teorija znanja: to jest, ne zavisi ni od kakve pretpostavke koja se odnosi na neophodne i dovoljne uslove za znanje“ (Field 1989: 232–233).

Ovaj oblik epistemološkog argumenta protiv realizma se ispostavio kao znatno teži za pobijanje, jer u njegovoj postavci nema eksplicitnog zahteva za postojanjem kauzalne veze između epistemičkih subjekta i apstraktnih objekta, kao ni potrebe za unapred prihvaćenom pretpostavkom o tome koji uslovi moraju biti ispunjeni, kako bismo bili u poziciji da pretendujemo na znanje. Na osnovu ovoga, možemo da donesemo zaključak da ovaj argument karakteriše da se on ne bavi time kako su određena verovanja, koja se odnose na matematiku opravdana (setimo se da u teoriji znanja koju Benaseraf zastupa kauzalna veza predstavlja svojevrsnu zamenu za uslov opravdanosti iz standardne definicije znanja), već na koji način su ona pouzdana. Stoga, Fildova dilema, kako je već i napomenuto, predstavlja zahtev za objašnjenjem pouzdanosti matematičkih verovanja, koji je, po mišljenju njenog tvorca, neophodno uzeti u obzir zbog toga što je takozvana *matematička preciznost matematičara* navodno „toliko upadljiva da zahteva objašnjenje“ (Field 1989: 26). Koren problema za platonizam, sledeći razmatranu liniji misli, treba tražiti u tome što on ne može da objasni ovu pojavu.

Međutim, neće se svi složiti sa zaključcima do kojih je došao Fild. Na ovom mestu možemo izdvojiti tri različita pristupa pri poricanju validnosti modifikovane verzije epistemološkog argumenta protiv realizma. Prvi pristup, koji zastupaju autori poput Ivana Kase (Ivan Kasa) (Kasa 2010), zasniva se na negiranju postojanja suštinske razlike između Benaserafove i Fildove formulacije, pa tako, po ovom shvatanju, sve kritike koje mogu biti upućene Benaserafovoj dilemi mogu biti „stavljene i na račun“ Fildovog izazova. Ovo, pre svega, podrazumeva da se nova varijanta argumenta oslanja na kauzalnost u podjednakoj meri kao i izvorna formulacija. Ukoliko bi se ovo uzelo kao tačno, nedostatak uzročne veze bi bio podjednako koban i za noviju postavku argumenta. Međutim, ova pozicija se čini neodrživom, jer, iako Fild zaista smatra da je kauzalno ustrojstvo sveprisutno (Liggins 2010: 75), on svoj izazov formuliše tako da postojanje uzročne veze nije njegova nužna pretpostavka. Dakle, njegov argument se može predstaviti i bez problematičnog (4_β), budući da postojanje uzročnog objašnjenja pouzdane korelacije između verovanja i matematičke činjenice nije njegov esencijalni deo. Na osnovu ovoga dolazimo do zaključka da se celokupno gorenavedeno razlaganje argumenta treba modifikovati, tako da ne sadrži zahtev za uzročnim objašnjenjem pouzdane korelacije između verovanja i činjenice koja se odnosi na matematičke objekte. Jednu ovakvu postavku nudi Klark-Doen, koji argument shvata na sledeći način (Liggins 2018: 1028):

(1_γ) Čini nam se nemogućim da objasnimo pouzdanost naših matematičkih verovanja (kao što je na primer naše verovanje da je 2 + 3 = 5).

(2_γ) Ako nam se čini nemogućim da objasnimo pouzdanost naših matematičkih verovanja, onda ona nisu epistemički opravdana.

(3_γ) Stoga naša matematička verovanja nisu epistemički opravdana.

Ova postavka umanjuje značaj prvog pristupa pri poricanju Fildovog izazova, međutim, „otvara prostor" za drugi pristup, koji zastupa upravo Klark-Doen (Clarke-Doane 2016). Po ovoj poziciji, sve varijante epistemološkog argumenta protiv realizma predstavljaju iluzoran problem, odnosno Fildov izazov, baš kao i Benaserafova dilema, zapravo ne postoje, što znači da realizam nije ugrožen. Po shvatanju Davida Liginsa (David Liggins), postavka koju smo naveli iznad je upravo ona koju napada Klark-Doen, a to čini tako što tvrdi da (2_γ) i (3_γ) nisu međusobno kompatibilni. Klark-Doen smatra da je ovo slučaj zbog toga što, navodno, imamo samo dve opcije na raspolaganju – ili su naša verovanja koja se odnose na matematičke činjenice pouzdana ili su nepouzdana, a nepouzdanost ovih verovanja ne implicira da su ona neopravdana (Clarke-Doane 2016). Dakle, naša matematička verovanja se mogu ispostaviti pouzdanim i direkto pobiti Fildov izazov, ili možemo zauzeti indiferentan stav po pitanju njihove opravdanosti (ukoliko ne uspemo da objasnimo njihovu pouzdanost). Primetno je da (2_γ) i (3_γ) nisu u skladu ni sa jednom od navedenih opcija. Imajući ovo u vidu, Klark-Doen zaključuje da epistemološki argument protiv realizma ne predstavlja istinski problem za realističku poziciju.

S druge strane, Ligins kritikuje ovakvo shvatanje epistemološkog argumenta. Zamerka koju upućuje odnosi se na to da, budući da u originalnoj formulaciji Fildovog izazova nema pojma opravdanja[11], Klark-Doen napada nešto što, zapravo, nije deo postavke argumenta (Liggins 2018). Kako Ligins primećuje, ovaj argument nema za cilj dokazivanje da su matematička verovanja neopravdana, već je jasno usmeren na pobijanje platonizma. Sa ovim konstatacijama se donekle možemo složiti, jer u izvornoj formulaciji argumenta, epistemička opravdanja, bar nominalno, ne igraju bitnu ulogu (već samo pouzdanost naših matematičkih verovanja). Još važnije, kao njegov cilj ne naglašava se osporavanje opravdanosti opšteprihvaćenih matematičkih verovanja. Čini se da je u ovoj diskusiji po sredi jedna vrsta terminološkog nesporazuma. Nesporazum se, po svemu sudeći, sastoji u tome što se u nekim epistemologijama verovanje smatra opravdanim onda kada je pouzdano, te je pouzdanost u isti mah i opravdanje. Međutim, po našem mišljenju, to nije od značaja pri razmatranju ovog problema, zbog toga što posedovanje opravdanja za verovanje u iskaz kao što je „2 + 3 = 5“, ne govori ništa o pouzdanosti verovanja[12] u realistički shvaćene matematičke objekte *per se*, već samo o pouzdanosti verovanja u sam taj iskaz.[13]

U skladu sa svim što je do sada navedeno, čini se da je najzahvalnija strategija ponuditi postavku novog epistemološkog argumenta, koja u formulaciju premisa neće uključivati ni uzročnost ni epistemička opravdanja, već će se fokusirati isključivo na pouzdanost matematičkih verovanja. Drugim rečima, predstavljaće zahtev za objašnjavanjem pouzdanosti naših verovanja, budući da je nedostatak pouzdanosti dovoljan „da uzdrma“ tezu o postojanju korelacije između matematičkih činjenica i verovanja o njima. Shodno ovome, novi epistemološki argument se može razložiti na sledeći način:

(1_δ) Nije moguće ponuditi zadovoljavajuće objašnjenje pouzdanost naših matematičkih verovanja

[11] Ligins napominje da Fildove kasnije formulacije argumenta imaju sličnosti sa postavkom koju kritikuje Klark-Doen, ali se on ovde fokusira isključivo na njegov izvorni oblik, koji susrećemo u Field (1989).
[12] Po autorima kao što je Frederik Adams (Frederick Adams), opravdanje nije čak „ni neophodan, niti funkcionalan deo skupa uslova dovoljnih za znanje“ (Adams 1986: 466).
[13] Slično misli i Eilen Nating (Eileen Susanna Nutting), koja smatra da svakodnevna matematička verovanja, poput onih koja se odnose na jednostavne aritmetičke istine, nisu predmet Fildovog izazova. Po njenom mišljenju „meta“ ovog argumenta je verovanje u matematički platonizam (Nutting 2020: 2102).

(2_δ) Ako je nemoguće ponuditi zadovoljavajuće objašnjenje pouzdanost naših matematičkih verovanja, onda ne možemo da pretendujemo na tvrdnju o postojanju korelacije između tih verovanja i matematičkih činjenica.

(3_δ) Stoga, na osnovu naših matematičkih verovanja ne možemo pretendovati na tvrdnju o postojanju korelacije između tih verovanja i matematičkih činjenica.

Ovako formulisan argument, ne predstavlja nužno problem koji se odnosi isključivo na realizam, već može biti deo šire teze, koja govori o tome da nije moguće objasniti na koji način bi se korelacija između matematičkih činjenica i naših verovanja o njima mogla smatrati pouzdanom. Međutim, pošto je naš fokus (slično kao i Fildov) usmeren na implikacije ovog argumenta po realističku poziciju, a njegova odbrana u svakom slučaju iziskuje pobijanje bar nekog od gorenavedenih stavova (u cilju uspešnog umanjivanja značaja cele formulacije), u postavku ćemo uvesti još dva stava, direktno usmerena protiv realističkog shvatanja matematičkih objekata, koji direktno izražavaju poentu Fildovog izazova:

(4_δ) Realizam tvrdi da postoji korelacija između naših verovanja koja se odnose na matematiku i matematičkih činjenica

Dakle,

(5_δ) Realizam nije održiva pozicija

Jedna napomena, koja se odnosi na ovu postavku argumenta je to da, pošto u ovom radu branimo realističku poziciju, pojam „matematička činjenica“ možemo smatrati donekle zamenjivim sa pojmom „matematička istina“, te se ovaj argument može smatrati zahtevom za zadovoljavajućim objašnjenjem pouzdanosti korelacije između naših verovanja i matematičkih istina. Iznad nije upotrebljen pojam „matematička istina“ (odnosno „matematičke istine“) zbog toga što ga Fild, slično kao i pojam opravdanja, namerno izostavlja[14] pri formulisanju svog zahteva za objašnjenjem toga zašto „ako matematičari prihvate ’*p*’, onda *p*“ važi za sve matematičke iskaze ’*p*’. Bez obzira na Fildov izbor termina,

[14] Fild smatra da ne možemo govoriti o istinitosti matematičkih verovanja (Field 2005: 77), već samo o njihovoj korisnosti, što je deo šire pozicije koju zastupa, takozvanog matematičkog fikcionalizma, o kome će biti nešto više reči u nastavku.

zastupanje realističke pozicije omogućava postuliuranje matematičkih istina koje imaju istovetno značenje sa matematičkim činjenicama, što iskaz '*p*' *de facto* i označava. Imajući ovo na umu, kao i to da se na osnovu ove postavke jasno vidi da se nova formulacija epistemološkog argumenta ne oslanja na uzročnost, niti zagovara da problem leži u tome da naša matematička verovanja nisu epistemički opravdanja, možemo zaključiti da nijedna od dve, dosad navedene strategije za pobijanje ovog argumenta, nije bila uspešna u ostvarivanju svog cilja.

Pošto smo videli da prva dva pristupa pri poricanju nove verzije epistemološkog argumenta protiv realizma nailaze na izvesne poteškoće, na ovom mestu ukratko ćemo najaviti i treći, koji se ne oslanja na tvrdnju da u postavci novog argumenta možemo primetiti istovetne slabosti kao i kod starije varijante, niti na tezu da je problem na koji se on odnosi iluzoran. Ovaj pristup se fokusira na davanje odgovora na Fildov zahtev za objašnjenjem na koji način su naša matematička verovanja pouzdana. To će (pod uslovom da se takvo objašnjenje može ponuditi) podrazumevati pobijanje stava (1_δ), na koji se oslanjaju i (3_δ) i (5_δ). Drugim rečima, ako je zadatak koji Fildov izazov nameće onima koji zastupaju realizam, ispravno opisivanje pouzdanosti matematičkih verovanja, koje bi istovremeno moralo da bude kompatibilno sa nekom realističkom pozicijom, onda na taj zadatak treba odgovoriti pokazivanjem da je moguće ponuditi zadovoljavajuće objašnjenje pouzdanosti naših matematičkih verovanja. No, pre nego što se detaljnije upustimo u razmatranje toga na koji način možemo da pružimo jedan ovakav opis, potrebno je ukazati i na implikacije koje novi epistemološki argument ima na verovanja koja se ne odnose na matematiku, pre svega na modalna verovanja, koja su, takođe, predmet ovog istraživanja.

Novi epistemološki argument: Modalna istine

Značajna prednost novog epistemološkog argumenta je to što on može da bude formulisan tako da ima znatno dalekosežniji uticaj. Kako navodi Klark-Doen, takve formulacije mogu da predstavljaju izazov za različite discipline, koje, između ostalog, uključuju logiku, etiku i meta-filozofiju (Clarke-Doane 2016). U principu, postoji stav da se ovaj argument može primeniti na bilo koju oblast, sa podjednakim stepenom relevantnosti kao i u slučaju razmatranja veze između matematičkih verovanja i činjenica, jer, po mišljenju Kristofera Pikoka (Kristofer Pikok) „koncept istine, kako je obrazložen za bilo koji predmet, mora se uklopiti u sveobuhvatan prikaz znanja na način koji čini razumljivim kako posedujemo znanje koje imamo u okviru datog domena" (Peacocke 1999: 1–2).

Međutim, naš fokus biće usmeren na posledice koje novi epistemološki argument ima za tvrdnje o mogućnosti spoznaje metafizičkih objekata, ili još preciznije, ukratko ćemo ukazati na to, kako se on odnosi prema modalnim istinama.[15] Pikok je mišljenja da je ekvivalent onome što sledi iz epistemološkog argumenta (on konkretno govori o Benaserafovim uvidima) određeni zahtev za prihvatljivom epistemologijom i metafizikom u okviru jednog domena. On ovaj zahtev naziva *integracionim izazovom,* koji biva zadovoljen samo u slučaju da je i epistemologija i metafizika tog domena istovremeno prihvatljiva (Peacocke 1999: 1). Budući da po njegovom mišljenju modalne istine nemaju prihvatljivu epistemologiju, čini se da i one nailaze na naizgled sličan problem kao i matematičke istine pre njih, zbog toga što „dobro tumačenje modalne istine mora ratifikovati naše osnovne metode utvrđivanja modalnih istina kao [tako da se one mogu smatrati za] sigurne metode. Postojeći primeri metafizičkih modalnosti nisu zadovoljili integracioni izazov" (Peacocke 1999: 4). Dakle, možemo zaključiti da ovakva koncepcija predstavlja varijantu epistemološkog argumenta protiv realizma koja se odnosi na spoznaju modalnih istina, a može se predstaviti na sledeći način:

(1_{ε}) Nije moguće ponuditi zadovoljavajuće objašnjenje pouzdanost naših modalnih verovanja

(2_{ε}) Ako je nemoguće ponuditi zadovoljavajuće objašnjenje pouzdanost naših modalnih verovanja, onda ne možemo da pretendujemo na tvrdnju o postojanju korelacije između tih verovanja i modalnih činjenica.

[15] Na ovom mestu ne treba smetnuti s uma da i nužne istine matematike spadaju u modalne istine, pa će se tako dobar deo razmatranja problema koji se vezuju za metafizičke istine odnositi i na matematičke istine.

(3_{ε}) Stoga, na osnovu naših modalnih verovanja ne možemo pretendovati na tvrdnju o postojanju korelacije između tih verovanja i modalnih činjenica.

Na osnovu navedene postavke, zahtev za pouzdanošću naših verovanja pogađa i ona verovanja koja se odnose na nužne (i moguće) istine, stoga, slično kao što je bio slučaj i sa matematičkim istinama, postoji zahtev za objašnjenjem na koji način su verovanja o nužnim (i mogućim) istinama pouzdana. Kako bi jedno ovakvo objašnjenje bilo moguće, u sledećem poglavlju ćemo predstaviti epistemološke teorije za koje smatramo da su u stanju da omoguće odgovarajući opis korelacije između modalnih i matematičkih istina i naših verovanja koja se odnose na metafizičke i matematičke objekte.

2. Osetljivost, sigurnost i objašnjavanje pouzdanosti metafizičkih i matematičkih verovanja

Pouzdanost i praćenje istine – kondicionalna analiza znanja

Videli smo da Fild, slično kao i Vilbur Dajr Hart (Wilbur Dyre Hart) pre njega (Hart 1977), kritikuje ideju da iza Benaserafove dileme stoji isključivo problem uzročnosti, pošto je shvatanja da se ovim zamagljuje prava suština argumenta. Stoga, poboljšana verzija epistemološkog argumenta koju je on ponudio, u prvi plan stavlja zahtev za objašnjenjem pouzdanosti znanja o matematičkim objektima, čije se zadovoljavanje ispostavilo kao težak poduhvat. Međutim, smatramo da je ipak moguće ponuditi odgovarajuće objašnjenje pouzdanosti verovanja koja se odnose na metafizičke i matematičke entitete, koje bi, istovremeno, u potpunosti bilo usklađeno sa realističkim shvatanjem ovih objekata. U ovom delu rada fokusiraćemo se, upravo, na predstavljanje pozicija koje, prema našem mišljenju, na najbolji način opisuju pouzdanost metafizičkih i matematičkih verovanja.

Kada analiziramo Fildovo insistiranje na problematizaciji pouzdanosti, dolazimo do zaključka da „[i]zgleda da on sigurno pretpostavlja neku teoriju pouzdanosti" (Adžić 2014: 128–129), te ćemo ukratko obrazložiti šta se pod tim podrazumeva. Takozvane teorije pouzdanosti[16] (*reliability theories*), predstavljaju skup teorija koje u prvi plan stavljaju pojam pouzdanosti. Pouzdanost se, između ostalog, može odnositi na sama verovanja (Dretske 1971; Armstrong 1973), ali i na saznajne procese kojim se formiraju istinita verovanja (Goldman 1979). U slučaju prve pozicije, takozvane *teorije pouzdanih indikatora*, opravdanost verovanja se analizira preko pouzdanosti indikacije istinitosti. Druga pozicija, takozvana *teorija pouzdanosti procesa*, u prvi plan stavlja pouzdanost procesa formiranja verovanja.

[16] Za koje se ponekada koristi zajednički naziv rilajabilizam (*reliabilism*).

Na ovom mestu treba napomenuti činjenicu da pojam pouzdanosti ne implicira postojanje uzročne veze ni u jednoj od teorija pouzdanosti, iako je pojedini autori, poput Goldmana i Dejvida Armstronga (David Malet Armstrong), dovode u vezu i sa uzročnošću. Dakle, oba pristupa bi, u načelu, mogla da odgovore na problem pouzdanosti. Ali, s druge strane, ovde se otvara jedno izuzetno relevantno pitanje, koje se odnosi na to u čemu, po Fildu i njegovim istomišljenicima, zapravo leži prava srž izazova za realizam, odnosno, zašto se naša matematička verovanja ne mogu smatrati pouzdanim. Potencijalni odgovor na ovo pitanje možemo naći u njegovim kasnijim obrazlaganjima argumenta, gde problem poprima daleko jasnije konture:

> „Čini se da Benaserafov problem u matematici ili logici proizlazi iz pomisli da bismo imali potpuno ista matematička ili logička verovanja, čak i da su matematičke ili logičke istine bile različite; zbog ovoga, može biti samo slučajnost da su naša matematička ili logička verovanja ispravna, i ovo podriva ta uverenja“ (Field 2005: 81).

Da bismo u potpunosti razumeli ovu Fildovu misao, neophodno je razjasniti na šta se ona odnosi u kontekstu teorije koja je bila najavljena iznad, uz čiju pomoć je, nasuprot Fildovom mišljenju, moguće objasniti pouzdanost matematičkih (i modalnih) verovanja. Stvar je u tome što se pod gorenavedenim podrivanjem verovanja podrazumeva to da realisti, navodno, ne mogu da ponude zadovoljavajući uvid u pouzdane procese, koji na odgovarajući način povezuju verovanja i matematičke činjenice, što znači da se pod podrivanjem podrazumeva to da matematička (videli smo da slični problemi gotovo uvek važe i za modalnosti) verovanja epistemičkih subjekata *ne prate istinu*.

Ovde na red konačno dolazi i dugonajavljivani pristup, takozvano *praćenje istine*. Praćenje istine ima važnu ulogu za epistemičke teorije[17] koje se oslanjaju na *kondicionalnu analizu znanja*. U pitanju je nešto drugačiji pristup, koji se, doduše, može posmatrati kao usklađen sa teorijama pouzdanosti, gde se pouzdanost definiše prosto pozivanjem na srazmeru istinitih i lažnih verovanja, bilo da smo do njih došli kauzalnim ili nekim drugim procesom. Konkretno u citatu iznad, Fild govori o tome da se matematička verovanja ne mogu smatrati

[17] Koje se ponekada nazivaju teorijama praćenja istine (*truth tracking theories*).

pouzdanim po tumačenju kondicionalne analize znanja koja se oslanja na takozvani uslov *osetljivosti* (*sensitivity*), odnosno da naša matematička i modalna verovanja nisu *osetljiva na istinu*. Kako bismo bolje razumeli pojam praćenja istine, osetljivosti, kao i *sigurnosti* (*safety*) (pojam koji će biti relevantan za jedan drugačiji pristup praćenju istine), potrebno je nešto detaljnije objasniti na šta se oni odnose. Ovo će nam omogućiti da u nastavku, uz njihovu pomoć, argumentujemo u korist našeg pristupa, budući da smatramo da ove teorije mogu da pruže zadovoljavajuće objašnjenje toga kako je iz jedne realističke perspektive moguće objasniti pouzdanost naših matematičkih verovanja.

Dakle, ovaj deo rada će predstaviti dva zasebna uslova koji moraju biti zadovoljena kako bi određeno verovanje uspešno pratilo istinu – uslov osetljivosti i uslov sigurnosti, a sve u cilju pružanja uspešnog odgovora na zahtev za ispravnim opisivanjem pouzdanosti naših matematičkih i modalnih verovanja. S obzirom na to da su ovi uslovi izraženi u vidu kondicionalnih iskaza, oni koji se na njih oslanjaju zastupaju takozvanu kondicionalnu analizu znanja. Kako bismo približili značaj takve analize, ukratko ćemo predstaviti ove uslove, kao i teorije koje stoje iza njih.

Kada je u pitanju uslov osetljivosti, videćemo da on nailazi na poteškoće koje su vezane za odbacivanje principa epistemičke zatvorenosti, što predstavlja naročiti problem kada je u pitanju analiza nužnih istina. S druge strane, uslov sigurnosti nailazi na takozvani *problem dominacije*, koji se odnosi na to da postoje verovanja koja se generalno posmatraju kao nesporni slučajevi u kojima ne posedujemo znanje, pritom ne zadovoljavaju uslov osetljivosti, a zadovoljavaju uslov sigurnosti.

Imajući u vidu prednosti i mane oba uslova, doći ćemo do zaključka da nijedan od njih pojedinačno ne može pružiti odgovarajući opis svih slučajeva praćenja istine koje uspešno opisuje onaj drugi, te ćemo na kraju ovog dela rada doneti zaključak da je, u cilju ispravnog opisivanja pouzdanosti, potrebno zadovoljiti oba uslova.

Kondicionalna analiza znanja i uslov osetljivosti

Kondicionalna analizi znanja predstavlja stanovište koje se, kao i druge rilajabilističke teorije, oslanja na to da subjektova verovanja moraju biti formirana na pouzdan način, kao što je slučaj i sa kauzalnom teorijom. Međutim, Robert Nozik (Robert Nozick), slično kao i Goldman, smatra da kauzalna teorija nije u stanju da pruži odgovarajući opis matematičkog znanja (Nozick 1981: 170). Ova kritika, sasvim sigurno, može se preneti i na mogućnost opisivanja spoznaje svih drugih kauzalno inertnih objekata. Mogli bismo reći da on, slično kao i mi, doduše implicitno[18], odbacuje stav (2_α). Za razliku od kauzalne teorije gde je prisutno oslanjanje na uzročnost, *teorija praćenja istine*, koju Nozik zastupa, u prvi plan ističe *osetljivost na istinu*, koja je jedna od dva dodatna uslova[19] za pripisivanje znanja. Naime, Nozik ima u vidu dopunu za uslove istinitosti i verovanja u tradicionalnoj definiciji znanja, koji nalažu da *p* bude istinito i da *S* veruje da *p*. Pa tako, pored uslova istinitosti i verovanja, imamo treći uslov (odnosno, uslov osetljivosti) za znanje koji glasi *da p nije istinito, S ne bi verovao da p*, odnosno *ne-p → ne-(S veruje da p)*, kao i četvrti, u formi *da je p istinito, S bi verovao da p*, odnosno *p → S veruje da p* (Nozick 1981: 176). Shodno tome, Nozikova kondicionalna definicija znanja izgleda ovako:

(1) *p* je istinito.

(2) *S* veruje da *p*.

(3) Da *p* nije istinito, *S* ne bi verovao da *p*. $[\neg p \rightarrow \neg Vp]$

(4) Da je *p* istinito, *S* bi verovao da *p*. $[p \rightarrow Vp]$

[18] Iako je Nozik nesumnjivo upućen u Benaserafovu dilemu (Nozick 1981: 679), on se njome ne bavi neposredno. Razlog za ovo može biti taj što ni sam Benaseraf nije eksplicitno ponudio formulaciju problema. U svakom slučaju, na osnovu Nozikovog odbacivanja kauzalne teorije znanja i ukazivanjem na nedostatak uzročne veze u slučaju matematičkog znanja, našu tvrdnju možemo smatrati ispravnom.

[19] Naziv koji Nozik koristi za uslov (3) je *uslov varijacije* (*variation condition*), dok uslov (4) zove *uslov skopčanosti* (*adherence condition*) (Nozick 1981: 211). Međutim, u savremenoj literaturi se za uslov varijacije najčešće koristi naziv uslov osetljivosti (Becker & Black 2012: 1). Zbog teme istraživanja, odnosno uloge koju Nozik pripisuje uslovu (4) u slučaju verovanja koja se odnose na matematičke istine, a i činjenice da on govori o uslovu (4) kao „dodatnoj osetljivosti“ (*additional sensitivity*) (Nozick 1981: 176), na nekim mestima u radu ćemo osetljivost i skopčanost tumačiti kao binarni uslov za uspešno praćenje istine (cf. Lazović 2017: 94).

Kako se primenjuju ovi uslovi na konkretnom primeru? Razmotrimo situaciju u kojoj *S* sedi za stolom u kafiću sa pogledom na šank, i u ogledalu iza šanka vidi odraz zelene boce koja se zapravo nalazi na stolu prekoputa šanka. Na osnovu toga on formira verovanje da se iza šanka nalazi zelena boca. Zamislimo da se iza šanka, igrom slučaja, zaista nalazi neka druga zelena boca, ali da on nju ne može da vidi jer mu deo samog šanka blokira pogled. Očito je da je ovo postavka getijeovskog tipa, koju ne bismo opisali kao znanje, iako subjekt poseduje opravdano istinito verovanje, odnosno zadovoljava tradicionalnu definiciju znanja.

Kondicionalna analiza znanja, koja se oslanja na praćenje istine uspešno odstranjuje ove primere iz korpusa znanja. Naime, za znanje o tome da se iza šanka nalazi zelena boca neophodno je (pored toga da je istina da se iza šanka nalazi zelena boca i da naš subjekat veruje u to) da se ispuni kondicionalan uslov (3). Ovaj uslov nalaže da *S* ne bi verovao da se iza šanka nalazi zelena boca, da to nije slučaj (kao i uslov (4), gde se nalaže da bi *S* verovao da se iza šanka nalazi zelena boca da je to slučaj, koji je u ovom slučaju zadovoljen). Pošto bi *S* i dalje verovao se iza šanka nalazi zelena boca, čak i da to nije istina, uslov (3) je prekršen. Dakle, kako bi uslov (3) bio zadovoljen, subjekat mora biti u poziciji u kojoj je, takoreći, „kondicionalno zaštićen od pogrešnog verovanja“[20], što ovde nije slučaj.

Slično važi i za uslov (4), koji je takođe prekršen, pošto vrlo lako možemo da imamo slučaj u kome boca jeste iza šanka, ali *S* ne veruje u to. Tačnije, činjenica da je *S*-ovo verovanje u iznad opisanom primeru tačno, nema veze sa činjenicom da je boca zaista iza šanka, nego sa činjenicom da on vidi odraz u ogledalu. Na taj način, uslov (4) ne bi bio zadovoljen zato što je svet u kom, recimo, konobar sklanja bocu čiji se odraz vidi u ogledalu ili prekriva ogledalo – blizak. U tom svetu *S* ne bi verovao da je boca iza šanka, čak i da ona tu jeste. Zadovoljavanje uslova (4), zajedno sa zadovoljavanjem uslova (3), „omogućuje“ da izricanje istine ne bude proizvod slučajnosti (a bilo bi ukoliko *S* ne veruje u to da se iza šanka nalazi zelena boca, čak i u hipotetičkom slučaju da je ono što izriče, istina). Uzimanje u obzir svih pomenutih uslova deluje kao održiva definicija znanja, s obzirom na to da subjektova verovanja, u slučajevima koji su podložni Getijeovim protivprimerima, ne prate istinu.

[20] Ukoliko zadovoljava uslov (3), subjekat neće verovati u nešto što nije slučaj ni u donekle izmenjenim okolnostima.

Pošto su dva navedena uslova kondicionalna, pri utvrđivanju njihove istinitosti koristi se *model modućih svetova*. Mogući svetovi se uređuju po sličnosti, odnosno bliskosti, sa aktualnim svetom, gde su sličniji bliži, a manje slični dalji od aktualnog svetu. Osetljivost se, uz pomoć modela mogućih svetova može definisati[21] na sledeći način: „*S*-ovo verovanje da je *p* slučaj je osetljivo samo onda kada u najbližim mogućim svetovima gde *p* nije slučaj, *S* ne veruje da je *p* slučaj“ (Greco 2012: 195).

Dakle, to da li će se određeni mogući svet uzeti u obzir pri kondicionalnoj analizi znanja zavisi od njegove bliskosti, jer se u obzir uzimaju samo bliski mogući svetovi, „ali uz ograničenje koje ulazi u istinosne uslove kondicionalnih iskaza, da ti svetovi sadrže utvrđeni splet početnih okolnosti formiranja verovanja u aktualnom svetu“ (Lazović 2017: 89). Ovo znači da ideja praćenja istine ne počiva na praćenju istine u svim mogućim svetovima, već samo u onim koji su dovoljno bliski, da bi se smatrali relevantnim za subjektovo znanje.

Tek uvođenjem ovih distinkcija, odbacujemo mogućnost radikalnih alternativa, kao što je, recimo, ona u kojoj smo mozgovi u bazenu čijim sadržajima svesti manipulišu neuronaučnici[22], na koje nailazimo u udaljenijim mogućim svetovima, jer naša verovanja o negacijama ovih alternativa nisu osetljiva.[23] Treba naglasiti da je ovo bitno i za matematička verovanja, jer čak i da smo realisti u pogledu modalnih istina, u smislu da smatramo da su matematičke istine iste u svim mogućim svetovima, to što su one nužne ne znači i da ih možemo znati sa apsolutnom izvesnošću (možemo da se varamo). Ovo pitanje će biti detaljnije analizirano u nastavku istraživanja.

[21] Ova formulacija se, doduše, odnosi samo na osetljivost verovanja na lažnost *p*, odnosno uslov (3) koji predstavlja unarnu varijantu praćenja istine, na koju mahom nailazimo u literaturi, a u kojoj se skopčanost verovanja za istinitost *p*, odnosno uslov (4) zanemaruje.

[22] Gilbert Harman (Gilbert Harman) uvodi hipotetički scenario u kome našim mozgom operiše neuronačnik (savremena varijacija na zlog demona) koji nam šalje određene osete i opažaje čitanja ovog teksta, tačnije „možda vam ova iskustva omogućava kreativni moždani hirurg, tako što na određeni način stimuliše vaš cerebralni korteks“ (Harman 1973: 5). Ovaj misaoni eksperiment je pomenut zbog toga što, kako ćemo videti, uz neznatne modifikacije, predstavlja deo standardne postavke skeptičke argumentacije, pa se tako u literaturi susrećemo sa slučajem epistemičkog subjekta koji može biti mozak u posudi (Putnam 1981) ili bazenu (Nozick 1981).

[23] Na primer, verovali bismo da sadržajima naše svesti ne manipulišu neuronaučnici, čak i da oni manipulišu njima.

Metode formiranja verovanja

Nozik anticipira da to što postoji više od jednog načina formiranja verovanja da *p* može da predstavlja „plodno tle“ za eventualne protivprimere. To ga je navelo da ponudi „modifikovanu“ verziju definicije znanja, koja uzima u obzir *metod* kojim dolazimo do verovanja. Pre nego što predstavimo izmenjene uslove za znanje, pokušaćemo da ukratko objasnimo značaj *metode formiranja verovanja*.

Ukoliko se pozovemo na naš primer sa subjektom *S* i zelenom bocom, setićemo se da je on svoje verovanje o tome da se boca nalazi iza šanka formirao na osnovu toga što je pogledao u ogledalo i video odraz boce koja se zapravo nalazi na stolu prekoputa šanka, iza koga se inače zaista nalazi druga zelena boca. Razmotrimo sada moguću situaciju da te boce iza šanka nema. Kao što znamo, način na koji je *S* došao do verovanja je gledanje u ogledalo sa mesta na kojem se nalazi, a on rezultira u tome da bi on verovao da se zelena boca nalazi iza šanka, čak i da to nije slučaj, pošto on zapravo ne vidi bocu koja se zaista nalazi tamo.

Pošto bi *S* formirao takvo verovanje, čak i da zelene boce nema iza šanka, to čini njegov način dolaženja do verovanja, a samim tim i opštiju metodu formiranja verovanja u koju se on svrstava, nezadovoljavajućim. S druge strane, da je način drugačiji, odnosno, da je on ustao, prišao šanku i pogledao detaljnije izbliza, šta se zapravo nalazi iza njega, njegova metoda formiranja verovanja bila bi zadovoljavajuća, jer on onda ne bi verovao da se tamo nalazi zelena boca, ukoliko ona zaista nije tu.

Postoje i protivprimeri koji se odnose na uslov (4). Uzmimo slučaj u kome dvojica filatelista sede u kafiću i razgledaju poštanske markice. Prvi je stariji i iskusniji u svom hobiju, dok je drugi početnik, kome problem predstavlja poznavanje zastava. U jednom trenutku stariji filatelista pita mlađeg, da li zna čija je zastava na markici koju je upravo nabavio, a o čijem poreklu se u filatelističkom svetu vrlo malo zna. Mlađi filatelista ne prepoznaje zastavu na markici, ali u tom trenutku na televizoru u kafiću se, u kratkom pregledu događaja iz sveta, na par sekundi može videti pisana vest o tome da se u Džibutiju upravo desio puč, kao i video snimak u kome se novi predsednik zemlje obraća naciji ispred njihove zastave. Igrom srećnih okolnosti, mlađi filatelista prepoznaje sličnost između zastave na markici i ekranu. Stoga on veruje da je na markici zastava Džibutija, što zaista jeste tačno. Međutim, da kojim slučajem svoj pogled nije usmerio ka televizoru i da u tom određenom trenutku na televiziji nije bila zastava Džibutija sa propratnim teksom o puču u toj zemlji, on ne bi verovao u to da je to zastava Džibutija.

Dakle, bez slučajnog usmeravanja pogleda na televizor, mlađi filatelista ne bi verovao da je na markici zastava Džibutija, što direktno krši uslov (4), koji nalaže to da ukoliko je *p* istinito, verujemo da *p*. Filatelista ne bi verovao da je na markici zastava Džibutija, da igrom slučaja, na par sekundi, nije video snimak puča u toj zemlji, pa zbog toga njegova metoda formiranja verovanja nije ispravna.

Pomenuti primeri ukazuju na to da se moramo pozvati na metode formiranja verovanja kako bismo izbegli slične protivprimere za praćenje istine.[24] Imajući to u vidu, Nozik smatra da su njegovoj osnovnoj definiciji znanja neophodne dopune. Te, tako modifikovana verzija definicije znanja u obzir uzima metode na osnovu kojih je određeno verovanje formirano, jer njihova uloga, kako smo videli iz gorepomenutih primera, može biti ključna za uspešno praćenje istine. Imajući u vidu sve navedeno, Nozik zaključuje da *S* zna da *p* *akko* postoji takva metoda *M* i ispunjeni su svi sledeći uslovi:

(1) *p* je istinito

(2) *S* veruje da *p* na osnovu *M*

(3) Kada *p* ne bi bilo istinito i *S* bi koristio *M* do dođe do verovanja o tome da li je *p* istinito ili ne, onda *S* ne bi verovao da *p* na osnovu *M*

(4) Kada bi *p* bilo istinito i *S* bi koristio *M* da dođe do verovanja o tome da li je *p* istinito ili ne, onda bi *S* verovao da *p* na osnovu *M*

[24] U nastavku teksta ćemo, doduše, videti da Nozik primere poput ovog, u kome postoje dve (ili više) metode formiranja verovanja, od kojih jedna ne ispunjava sve uslove za znanje, ne shvata kao slučajeve u kojima epistemički subjekt poseduje znanje.

Odbacivanje epistemičke zatvorenosti kao problem za uslov osetljivosti

Kondicionalna analiza znanja koju zastupa Nozik, omogućava da *S* poseduje znanje, iako je u pojedinim alternativama, za koje bi se utvrdilo da nisu relevantne, mogao da pogreši. Na ovaj način se uspešno praćenje istine, s jedne, i nemogućnost posedovanja znanja o tome da nisu ostvarene radikalne alternative, s druge strane, može posmatrati kao nešto neproblematično. Međutim, ovo rešenje ima potencijalnih poteškoća. Cena Nozikovog stava je poricanje jednog intuitivno prihvatljivog epistemičkog principa, koju je, doduše, on spreman da plati. Na ovom mestu ćemo ukratko objasniti, šta se ovde tačno poriče i zbog čega je to sporno.

Kako bismo približili smisao kritika upućenih na račun uslova osetljivosti, osvrnućemo se na pomenuti princip, kojim se tvrdi da je znanje deduktivno zatvoreno znanom logičkom implikacijom, pa se njime nalaže da ako *S* zna da *p*, a (zna da)[25] *p* implicira *q*, onda *S* zna *q*. *Princip deduktivne zatvorenosti znanja*, odnosno *epistemička zatvorenost*, ne igra važnu ulogu samo u našem svakodnevnom rasuđivanju, već i u diskusiji sa skepticima, pošto se na njenom prihvatanju zasniva jedan uticajan skeptički argument, koji ćemo izložiti.

Zamislimo slučaj u kome smo mozgovi u bazenu na planeti *Hydropellica Hydroxi* čije sadržaje svesti kontrolišu neuronaučnici. To implicira da se ne nalazimo na mestu na kome mislimo da se nalazimo, recimo u sobi za radnim stolom. Kontrapozicijom tog stava lako dolazimo do toga da, ako jesmo u sobi za radnim stolom, mi ne možemo biti mozgovi u bazenu na planeti *Hydropellica Hydroxi*. Kako god formulisali vezu između ova dva stava, problem se sastoji u tome što mi ne znamo da nismo mozgovi u bazenu na planeti *Hydropellica Hydroxi* koje obmanjuju neuronaučnici, pa tako ne znamo ni da smo na mestu, na kome mislimo da jesmo. Sadržaj ovakvih iskaza je takav, da su oni nesaglasni u tom smislu što ne mogu biti istovremeno tačni. Odnosno, ako za jedan od dva nekompatibilna iskaza znamo da je tačan, za drugi ćemo znati da je netačan. Ovakvo rasuđivanje skepticima

[25] Postoje razlike u formulacijama zatvorenosti znanja logičkom implikacijom, pa se tako prvobitna verzija, koja se pripisuje Jaku Hintiki (Jaakko Hintikka) $\forall p\ \forall q\ ((Kp \land (p \to q)) \to Kq)$ (za bilo koja dva iskaza *p* i *q*, ako se zna *p*, a *p* implicira *q*, onda se zna i *q*) (Hintikka 1962) smatra prejakom, te se uglavnom prihvata gorenavedena $\forall p\ \forall q\ ((Kp \land K(p \to q)) \to Kq)$ (za bilo koja dva iskaza *p* i *q*, ako znate da *p*, a znate da *p* implicira *q*, onda takođe znate da *q*) (Hales 1995: 186–187).

služi kao osnova za kritiku svake tvrdnje o posedovanju znanja, pa i onog, koje se odnosi na matematičke i nužne metafizičke istine. Argumentacija iz gorespomenutog scenarija se može predstaviti na sledeći način, gde će H označavati neki stav o spoljašnjem svetu, kao što je na primer imanje ruke, a ¬BIV da nismo mozgovi u bazenu:

(I)	Znam da H.	p
(II)	Ne znam ¬BIV	$\neg q$
(III)	Ako znam H, onda znam ¬BIV	$p \rightarrow q$
	Dakle,	
(IV)	Ne znam da H	$\neg p$

Ako razmotrimo ovu postavku, deluje da prihvatanje principa epistemičke zatvorenosti implicira stav (IV), koji je negacija stava (I), budući da nam (II) govori o tome da ne znamo da nismo mozgovi u bazenu, a (III) da bismo to morali da znamo. Dakle, epistemička zatvorenost nam govori da (I), odnosno znanje H (p), implicira da bi trebalo da znamo i ¬BIV (q), ali (II) tvrdi da mi to znanje ne posedujemo, što nam izgleda tačno. Na osnovu ovoga, čini se neophodnim ponuditi objašnjenje toga na koji način možemo pobiti (II), u cilju branjenja stava o posedovanju bilo kakvog znanja o spoljašnjem svetu.

Međutim, Nozik, kao i većina zastupnika uslova osetljivosti, ne pobija (II), budući da verovanje o tome da nismo mozgovi u bazenu nije osetljivo na istinu. Da bismo ovo pokazali, dovoljno je samo da ukažemo na slučaj u kome u aktualnom svetu nismo mozgovi u bazenu, ali razmatramo slučaj u kome jesmo. U ovakvom stanju stvari $\neg p \rightarrow \neg Vp$ neće biti zadovoljen u prvom najbližem svetu u kome jesmo mozgovi u bazenu, budući da ćemo i dalje verovati da nismo mozgovi u bazenu, odnosno $p \rightarrow \neg Vp$. Dakle, u slučaju razmatranja radikalnih alternativa, naša verovanja nisu osetljiva. Fokus zagovornika principa osetljivosti, je stoga, usmeren na to da se ospori (III), odnosno važenje epistemičke zatvorenosti.

Sa ovakvom ocenom ne slaže se Ernest Sosa (Ernest Sosa), koji, između ostalog, smatra da odbacivanje epistemičke zatvorenosti ima neke neobične posledice. Naime, sama činjenica da Nozik prihvata da *ne znamo da nismo mozgovi u bazenu*, a da možemo da *znamo da imamo ruke* ruši našu prirodnu intuiciju o tome da mi moramo da *znamo da nismo mozgovi u bazenu ukoliko imamo ruke*. Mnogi autori smatraju da Nozikovi razlozi za odbacivanje epistemičke zatvorenosti nisu opravdani[26], čak je od autora poput Gejl Stajn (Gail Stine) optužen i za grešku ekvivokacije (Stine 1976: 256), pošto navodno znanje *p* i znanje *q* (setimo se da smo sa *q* obeležili negaciju skeptičkih alternativa) zasniva na dva različita skupa mogućih svetova. Pored ovoga, možemo navesti još jedan veliki problem za Nozikovu poziciju, a to je da ona implicira prihvatanje takozvanih nepodnošljivih konjunkcija (*abominable conjunction*), budući da je posledica prihvatanja premisa, koje Nozik usvaja, stav da znamo da imamo ruke, ali da ne znamo da nismo mozgovi u bazenu. Na kraju, treba naglasiti i ono što je, verovatno, najvažnije za ovo istraživanje, a to je činjenica da se naša modalna i matematička znanja, moglo bi se reći bez izuzetka, oslanjaju na princip epistemičke zatvorenosti, te tako deluje da bi se njegovim odbacivanjem onemogućilo pružanje zadovoljavajućeg opisa pouzdanosti naših matematičkih i metafizičkih verovanja.

Pored prigovora koji se odnosi na to da Nozikova pozicija implicira nepodnošljive konjunkcije, Sosa se, očekivano, ne slaže ni sa skepticima koji prihvataju stav da ne možemo znati negacije radikalnih alternativa, poput ¬BIV. Nasuprot njima, on brani jednu neomurovsku poziciju tvrdeći da možemo da znamo činjenice o spoljašnjem svetu, poput one da imamo ruke (Sosa navodi kako je ovo omogućeno njegovim *uslovom sigurnosti*), a da ujedno ne moramo da poričemo validnost principa epistemičke zatvorenosti. Znanje o tome da imamo ruke, prihvatanjem epistemičke zatvorenosti bi trebalo da pobije stavove poput onih da ne znamo da nismo mozgovi u bazenu, jer opštiji logički princip na kome je epistemička zatvorenost zasnovana, nalaže da, ako je jedna od dve nekompatibilne tvrdnje tačna, druga mora biti netačna. Takav stav nam je i potreban, s obzirom na to da očuvanje pomenutog principa ima itekako značajnu ulogu za ovo istraživanje. Princip epistemičke zatvorenosti deluje nesporno u slučaju razmatranja matematičkog znanja, te shodno tome, smatramo da njegovo odbacivanje nije opcija. Imajući to u vidu, u nastavku ćemo nešto detaljnije predstaviti uslov sigurnosti, kako bismo mogli da donesemo zaključak o tome da li je ova pozicija dovoljna za opis pouzdanosti verovanja, koja se odnose na apstraktne objekte.

[26] Ima, naravno, i onih koji smatraju da poricanje principa epistemičke zatvorenosti nije problematično, kao na primer Adams, Barker & Figurelli (2011).

Kondicionalna analiza znanja i uslov sigurnosti

Kao što smo mogli da vidimo, Sosa je uvideo pojedine slabosti principa osetljivosti i ukazao na njih. Međutim, on takođe zastupa poziciju koja se oslanja na ideju o praćenju istine, s tim što je njegova verzija nešto drugačija od Nozikove. Razlika u njihovim gledištima se sastoji u tome što Sosina kondicionalna analiza znanja nije binarna.

Sosa odbacuje uslov osetljivosti jer smatra da Nozik nije na odgovarajući način objasnio modalnu relaciju između verovanja da *p* i činjenice da *p*, a ovo je ključno za ispravno definisanje znanja. S druge strane, on upućuje zamerku i zastupnicima teorije relevantnih alternativa.[27] Zahtev za znanje teorije relevantnih alternativa, u vidu „principa isključenja“, koju Sosa definiše na sledeći način: „Kako bismo znali *p*, moramo isključiti sve *relevantne* alternative za koje znamo da su nekompatibilne sa *p*“ (Sosa 1999: 142), po njegovom mišljenju, takođe nije zadovoljavajući, jer je razlika između relevantnih i irelevantnih alternativa nejasna i ne postoji opšte slaganje ni među samim relevantistima oko toga koji bi to distinktivni kriterijum morao biti uveden, kako bi se razlučilo, koja je alternativa relevantna, a koja nije. Sosa izdvaja jedan opšti zahtev, koji po njegovom mišljenju, stvara probleme za gorenavedene teorije: „Kako bismo znali *p*, moramo isključiti (odnosno znati da su netačne) sve alternative za koje znamo da su nekompatibilne sa *p*“ (Sosa 1999: 141). Na osnovu toga on odbacuje i uslov osetljivosti i relevantističku distinkciju između relevantnih i irelevantnih alternativa, jer navodno ne mogu da „pokriju“ sve slučajeve znanja, koje bi bile obuhvaćene njegovim zahtevom, i uvodi sopstveni uslov za znanje – uslov sigurnosti. Uslov sigurnosti Sosa formuliše na sledeći način (Sosa 1999: 378):

> „Naše verovanje da *p* sigurno je *ako i samo ako* ne bismo verovali da *p* da nije bio slučaj da *p*.“

Dakle, ideja iza uslova sigurnosti je da jedno „unarno kondicionalno-teoretsko viđenje znanja, koje ne pravi distinkciju između relevantnih i irelevantnih alternativa (Sosa 1999: 142)“ može

[27] Što se tiče teorije relevantnih alternativa, relevantisti smatraju da, iako ne možemo da isključivo alternativu da smo mozgovi u bazenu, isključivanje ove alternative nije ni neophodno za potvrdu znanja, kao što je ono da imamo ruku. Jedine alternative koje treba isključiti su one koje su relevantne, a jedna ovako definisana alternativa se ne možemo smatrati relevantnom.

da zameni uslov osetljivosti, kao i distinkciju koju pravi teorija relevantnih alternativa. Uslov sigurnosti se formalnije i detaljnije može izraziti na sledeći način: „*S*-ovo verovanje ćemo nazvati „sigurnim“ *akko*: *S* veruje da *p* samo ako je *p* slučaj. (Drugim rečima, *S*-ovo verovanje da *p* je „sigurno“ *akko*: *S* ne bi verovao da *p*, da *p* nije slučaj; ili, još bolje, *akko*: s obzirom na utvrđen splet okolnosti, a ne kao stvar striktne nužnosti, *S* ne bi lako verovao da *p*, a da nije bio slučaj da *p*.)“ (Sosa 1999: 142). Ovu Sosinu formulaciju možemo iskazati i na sledeći, jednostavniji, način: „Naše verovanje da *p* je sigurno ako i samo ako, s obzirom na utvrđen splet okolnosti *C* (dakle činjenički, ne usled striktne nužnosti), ne bismo verovali da *p* da nije bio slučaj da *p*.“ (Lazović 2017: 91). Treba imati na umu da ne postoji nikakva logička nužnost u kondicionalnoj vezi između antecedensa i konsekvensa kojom se određuje uslov sigurnosti. Međutim, ukoliko postoji uslovna nužnost u odnosu na utvrđeni splet okolnosti, možemo zaključiti da su kondicionalni uslovi za posedovanje nekog znanja ispunjeni.

Sosino unarno tumačenje praćenje istine $Vp \rightarrow p$, na prvi pogled, zaista deluje efektivnije u odnosu na Nozikovu ideju o binarnom praćenju istine, pošto uslov sigurnosti ne razmatra one alternative u kojima nije slučaj da *p*, što mu omogućava da se fokusira na manji skup mogućih svetova, dok se kod Nozika, pored onih gde *p* jeste slučaj, razmatraju i mogući svetovi u kojima nije slučaj da *p*. Dakle, iako se i uslov osetljivosti, slično kao i uslov sigurnosti oslanja na kondicionalno praćenje istine, on to čini na drugačiji način, što se može slikovito opisati koristeći model mogućih svetova. Kao zanimljivu činjenicu možemo izdvojiti to što se, uprkos Sosinom stavu o mogućim svetovima[28], ispostavilo da je uslov sigurnosti lakše formulisati kroz moguće svetove od uslova osetljivosti. Pa, tako, sigurnost, u kontekstu mogućih svetova možemo definisati na sledeći način (Greco 2012: 194):

> „*S*-ovo verovanje da je *p* slučaj je sigurno samo u slučaju da je u bliskim mogućim svetovima gde *S* veruje da *p*, istina da je *p* slučaj.“

[28] Potonja literatura obiluje primerima pokušaja da se pomoću mogućih svetova objasni koncepcija sigurnog praćenja istine, iako se sam Sosa pri formulisanju uslova sigurnosti suzdržava od njihove upotrebe, najverovatnije zbog toga što želi da izbegne realističke ontološke implikacije govora o njima. Da on, poput većine filozofa, moguće svetove ne shvata realistički možemo videti iz sledećeg citata: „Otvoreno nam je, naravno, da ove formulacije mogućih svetova shvatamo čisto heuristički. Odnosno, možemo se odlučiti da ih koristimo samo kada one na koristan način prenose duh dotičnog modalnog uslova. Stoga se Sosa opire analiziranju svog uslova sigurnosti pomoću mogućih svetova“. (Greco 2012: 195)

Kada se sve uzme u obzir, zaista se čini da Sosin uslov sigurnosti adekvatno zamenjuje binarni uslov praćenja istine, jer *S ne bi verovao* da se iza šanka nalazi zelena boca u slučaju *da se iza šanka zaista ne nalazi zelena boca*. Ovde se ne uzimaju u obzir okolnosti u kojima ne bi bio slučaj da se iza šanka nalazi zelena boca, kao i subjektova verovanja u takvim okolnostima, te ne postoji potreba za uslovom (3). Dakle, odbacivanje uslova $\neg p \rightarrow \neg Vp$, nam omogućava da, iako možemo da zamislimo okolnosti u kojima nije slučaj da *p*, takvi slučajevi nemaju nikakvu ulogu u praćenju istine. Ono što je takođe važno je to da on zamenjuje i uslov (4), budući da je nesporno da iskaz o tome da se iza šanka nalazi zelena boca, u koji *S* veruje u aktualnom svetu, a u koji ne bi verovao u bliskim mogućim svetovima, nije u skladu sa uslovom sigurnosti, bez obzira na to da li se iza šanka zaista nalazi zelena boca. Ovo se vidi iz same definicije uslova sigurnosti, koja „blokira" slučajna verovanja, jer nalaže da i u bliskim svetovima *S* formira verovanje da *p*, ako je *p* slučaj, te tako i uslov (4) postaje suvišan.

Još jedna stvar koju treba imati na umu je činjenica da na uslov sigurnosti $Vp \rightarrow p$ ne može da se primeni pravilo kontrapozicije, budući da je reč o kondicionalnom iskazu, a na kondicionalne iskaze nije moguće primeniti pravilo kontrapozicije (Sosa 1999: 149–150).[29] Kako bismo ovo ilustrovali, zamislimo slučaj u kome mlađi i stariji filatelista imaju uzajamni dogovor da se nađu u kafiću. Mlađi prvi dolazi u kafić, gde iščekuje svog starijeg kolegu. Sada možemo da se pozovemo na iskaz kao što je: *Mlađi filatelista bi i dalje bio u kafiću i u slučaju da stariji filatelista nije došao u kafić*. Ukoliko bismo pokušali da kontrapoziciono prevedemo ovaj iskaz, dobili bismo: *Da je stariji filatelista došao u kafić, mlađi filatelista ne bi i dalje bio u kafiću*. Ovo očito nije tačno, budući *da bi mlađi filatelista bio u kafiću, i u slučaju da je stariji filatelista došao u kafić*, jer je upravo to deo njihovog dogovora. Na osnovu ovog i sličnih primera, možemo videti da uslov sigurnosti nije isto što i Nozikov uslov osetljivosti (3).

[29] Na prvi pogled, može delovati da osetljivost i sigurnost predstavljaju različite oblike istog uslova, budući da bi kontrapozicija osetljivosti $\neg p \rightarrow \neg Vp$ bila $Vp \rightarrow p$, odnosno uslov sigurnosti. Međutim, kao što je rečeno, ovde nije primenjiva kontrapozicija, pošto su u pitanju protivčinjenički kondicionali, koje obeležavamo sa $\square\!\!\rightarrow$ (Greco 2012: 194), pa je prava formulacija ovih uslova $\neg p \square\!\!\rightarrow \neg Vp$ i $Vp \square\!\!\rightarrow p$. Ono što, doduše, treba naglasiti je činjenica da čak i da je kontrapozicija jednog od ovih uslova moguća, ono što smo mi okarakterisali kao praćenje istine kod Nozika ne bi bilo istovetno koncepciji sigurnog praćenja istine, budući da binarna interpretacija praćenja istine nalaže i zadovoljavanje uslova (4), odnosno skopčanosti verovanja za istinitost *p*.

Uslov sigurnosti i osnove formiranja verovanja

Uslov sigurnosti, slično kao i uslov osetljivosti, nije imun na kontraprimere u svojoj osnovnoj formi, pa je u njegovom slučaju takođe nephodno odrediti dodatni kriterijum kako bi imao zadovoljavajuću formu. Za razliku od Nozika, koji osetljivost određuje u odnosu na *metode* formiranja verovanja, Sosa sigurnost određuje uz pomoć *osnova* (*basis*) verovanja. On smatra da verovanja koja se formiraju u određenom spletu okolnosti u aktualnom svetu dovode do istine ako imaju odgovarajuće osnove. Osnove verovanja, stoga, treba uzeti kao parametar sigurnosti. U suštini, metode i osnove verovanja se razlikuju u tom smislu što se prvi naziv koristi u okviru principa osetljivosti, a drugi mahom u koncepciji sigurnog praćenja istine.[30] Zbog ovoga ćemo ih i tumačiti kao jedinstven pojam, iako je njihova primena, zbog razlike između uslova osetljivosti i sigurnosti, nešto drugačija. Tako da, shodno ovome, možemo reći da koncepcije sigurnog praćenja istine, slično kao i kod Nozikovog zahteva za valjano formiranje verovanja, u prvi plan stavlja metodu, kojom se dolazi do verovanja, ali je sada reč o „sigurnoj metodi“, odnosno osnovi verovanja.

Kako ćemo konkretno odrediti tu sigurnost? Da bismo mogli da damo odgovor na ovo pitanje, moramo prvo ustanoviti šta možemo smatrati relevantnim alternativama[31]. Prema Sosinom mišljenju, alternativa je relevanta ako je u odnosu na nju određena činjenica *p* iz aktualnog sveta mogla lako da ne bude slučaj. Drugim rečima ako je lako moglo da se desi da bude ostvarena, alternativa se može smatrati relevantnom. S druge strane, u slučaju da alternativa nije lako mogla da se desi, ona se neće tumačiti kao relevantna. Ovde treba imati na umu da u odnosu na svako verovanje ima alternativa koje su lako mogle biti ostvarene. Međutim, za sigurnost je bitno da kondicionalna relacija između verovanja (dobijenog određenim metodom) i činjenice da *p* isključuje relevantne alternative (u datim okolnostima, one ne mogu biti ostvarene).

[30] Postoje, doduše, i autori poput Džona Greka (John Greco), čiji se uslov sigurnosti, uprkos oslanjanju na Sosine ideje, ne određuje uz pomoć osnova formiranja verovanja, već sposobnosti (*ability*) za formiranje verovanja (Greco 2012: 195).

[31] Na ovom mestu je važno napomenuti da se upotreba „relevantnih alternativa“ koristi samo radi eksplanatorne jasnoće, sam Sosa, kao što smo pomenuli, smatra da uslov sigurnosti, između ostalih, adekvatno zamenjuje i potrebu za eliminisanjem relevantnih alternativa.

Drugim rečima, osnove verovanja omogućuju da uslov sigurnosti bude zadovoljen ako epistemički subjekt ne bi verovao da *p* ukoliko *p* ne bi bio slučaj, iako ova postavka ne isključuje postojanje alternativa koje nisu mogle lako da se dese, a u kojima *p* zapravo nije slučaj. Ovakve mogućnosti postoje, samo su irelevantne, i što je još važnije, ne mogu se desiti u spletu okolnosti koji nam služi kao osnova formiranja verovanja. Dakle, kada imamo verovanje da *p*, splet okolnosti *C* (u kojem je formirano verovanje) i *p* je tačno, možemo reći da je naše znanje sigurno. Slučajevi sa istim spletom okolnosti u kojima je $\neg p$ tačno su (kondicionalno) nemogući, jer pod pretpostavkom da važi *C*, ne može se desiti *Vp*, a da nije slučaj da *p*. Drugim rečima, u obzir se uzimaju samo mogući svetovi u kojima *p* jeste slučaj. I na ovom mestu se može primetiti da, za razliku od Nozika, Sosa „ograničava metafizički domen važenja svoje teorije“, tako što u njoj ne postoji varijanta u kojoj ne važi splet okolnosti *C*, što koncepciji sigurnog praćenja istine „olakšava postupak“ praćenja istine. Činjenica da koncepcija sigurnog praćenja istine ne razmatra moguće svetove koji su udaljeniji od aktualnog[32] omogućava uspešno praćenje istine za verovanja u to da standardne radikalne alternative nisu ostvarene. Ukoliko se držimo koncepcije sigurnog praćenja istine, mi jednostavno nećemo razmatrati moguće svetove u kojima smo žrtve kartezijanske ili bilo koje druge slične obmane, zato što su na skali mogućih svetova suviše udaljeni, odnosno previše se razlikuju od aktualnog sveta u tom smislu što u njima ne važe okolnosti *C*. Na taj način naša verovanja jesu sigurna, a ključna prednost u odnosu na princip osetljivosti je, kako smo već naglasili, to što koncepcije sigurnog praćenja istine ne odbacuje princip epistemičke zatvorenosti.

Praćenje istine verovanja o apstraktnim objektima

U prethodnom delu poglavlja smo predstavili dve varijante kondicionalne analize znanja, koje se oslanjaju na dva različita uslova uz pomoć kojih potencijalno možemo da uspešno odgovorimo na zahtev za pouzdanost verovanja o modalnim i matematičkim objektima koji proizilazi iz nove verzije epistemološkog argumenta protiv realizma. Očekivan sledeći korak

[32] Misli se na udaljene svetove u kojima je tačno $\neg p$, a i dalje su relevantni za princip osetljivosti.

je da pomoću ovih uslova objasnimo na koji to način naša verovanja o matematičkim i metafizičkim objektima mogu da budu pouzdana. Međutim, pre nego što se upustimo u ovaj poduhvat, mišljenja smo da je neophodno ukazati na razliku između metafizičkih i matematičkih istina, kao i na to koje će vrste metafizičkih istina biti relevantne za ovo istraživanje, kako bismo u nastavku lakše mogli izdvojimo slučajeve njihovog uspešnog praćenja.

Razlike između metafizičkih i matematičkih istina

Jedna dilema koja proizilazi iz početnog razmatranja naših pretpostavljenih znanja o metafizičkim i matematičkim entitetima odnosi se na njihovu primetnu razliku u pogledu egzaktnosti, stoga ćemo u ovom odeljku razmotriti koje različite karakteristike matematičkih i modalnih istina (onih koje se ne odnose na matematičke objekte) dovode do ovakvog zaključka i zašto. Naime, ako uzmemo u obzir njihovu zajedničku apstraktnu prirodu, možemo zaključiti da, u najmanju ruku, deluje neobično što znanja o metafizičkim i matematičkim objektima mogu projaviti različiti stepen egzaktnosti. Ova činjenica je naročito primetna kada uzmemo u razmatranje i ne-apstraktna empirijska znanja, koja se u ovom smislu često shvataju kao da se nalaze u „gradacijskoj sredini“, odnosno, kao da su egzaktnija od metafizičkih, a manje egzaktna od matematičkih. Da bismo pojasnili o čemu je reč, pogledajmo sledeća tri iskaza: „broj 8 je veći od broja 7“, „mobilni telefon je u dnevnoj sobi“ i „Pokhara je mogla da bude glavni grad Republike Nepal“. Prvi iskaz izražava odnos među matematičkim objektima, drugi se odnosi na empirijski proverljivu činjenicu, a treći izražava mogućnost posedovanja svojstva „biti glavni grad“. Za razliku od slučajeva empirijskih tvrdnji, gde je postojanje čulne evidencije imperativ (kako bi se ta tvrdnja eventualno mogla tumačiti kao znanje), činjenicu da je 8 veće od 7 nećemo preispitivati na isti način, budući da za tvrdnju o tome koji od ovih brojeva je veći, naizgled, nije potrebna nikakva dodatna evidencija. Pošto čula mogu biti varljiva, sama činjenica da je izvesna vrsta čulne evidencije neophodna kako bismo mogli da pretendujemo na eventualno znanje o tome da je mobilni telefon zaista u dnevnoj sobi, govori o tome da je takva vrsta znanja manje egzaktna od matematičkog znanja, koje je u svojoj suštini neempirijsko. Međutim, s druge strane, iako empirijsko znanje nije u podjednakoj meri egzaktno kao matemtičko znanje, ono se čini egzaktnijim od pojedinih slučajeva metafizičkog znanja. Pa tako, eventualnu činjenicu da je mobilni telefon u dnevnoj sobi tumačimo kao egzaktniju od činjenice da je Pokhara mogla da bude glavni grad Republike Nepal. Ukoliko pretpostavimo da su obe činjenice slučaj, kao i da su svi drugi uslovi (koji god bili) za znanje zadovoljeni, znanje o prvoj činjenici ćemo uvek posmatrati kao egzaktnije od znanja o drugoj, iako je metafizičko znanje, isto kao i matematičko, neempirijske prirode.

Imajući sve navedeno na umu, dilema koju smo pomenuli na početku prethodnog pasusa se ukratko može formulisati pitanjem šta je doprinelo ovakvom stavu? Motiv za zauzimanje ovog stava treba tražiti u onomo što leži u samoj prirodi matematičkih i metafizičkih istina. Kako bi ono što sledi bilo jasnije, treba napomenuti da prihvatamo distinkciju koju je ponudio Sol Kripke (Saul Kripke), po kojoj su pojmovi *a priori* i *a posteriori* epistemološki koncepti, dok su pojmovi nužnosti i kontingencije metafizički koncepti. Po Kripkeovom shvatanju, pojmovi *a priori* i *a posteriori* se trivijalno, mogu okarakterisati kao suprotni odgovori na pitanje da li nešto možemo da znamo, odnosno verujemo da je slučaj, nezavisno od bilo kog iskustva[33] ili ne. Za prvi pojam odgovor na ovo pitanje je pozitivan, a za drugi negativan.

Pojmovi nužnosti i kontingencije mogu se, trivijalno, okarakterisati kao oprečni odgovori na pitanje da li je određeno stanje stvari moglo da bude drugačije ili ne. Ovde je odgovor za prvi pojam negativan, a za drugi pozitivan (Kripke 1980: 34–36). Matematičke istine se u tradicionalnim filozofskim okvirima (koji, naravno, u obzir uzimaju i uvrežene laičke stavove koji se odnose na objekte matematike) tumače kao nužne i spoznatljive *a priori* (Shapiro 2000: 23), te se svako preispitavanje njihove egzaktnosti (pod pretspostavkom da govorimo o nečemo što zaista predstavlja matematičku istinu) može posmatrati kao suvišno.

[33] Kripke, doduše, ne koristi ovakvo određenje za pojmove *a priori* i *a posteriori*, pošto smatra da je ono problematično zbog toga što u sebi sadrži pojam mogućnosti (Kripke 1980: 34–35), ali ovo nije relevantno za našu trenutnu temu.

Stvari stoje nešto drugačije sa metafizičkim istinama, budući da one mogu biti i kontingentne.[34] To se može videti i iz samog načina na koji su formulisane. Primer možemo naći u razmatranju koji grad bi mogao da bude glavni grad Republike Nepal, u drugačijim okolnostima od aktualnih. S obzirom na to da možemo formulisati više iskaza o mogućim prestonicama zaključujemo da istina o glavnom gradu Republike Nepal, koja stoji u aktualnom svetu, ne važi u svim okolnostima, to jest u svim mogućim svetovima, što znači da ne ispoljava nužnost.

Međutim, važno je razjasniti da ovo ne važi za sve metafizičke istine. Veliki deo metafizičkih istina je nužan, te se one mogu tumačiti slično kao i istine koje se odnose na matematičke objekte. Primer nužnih metafizičkih istina su iskazi „sve neefikasne metode su metode koje nisu efikasne“, „ništa nije uspešno i neuspešno u isto vreme“ i „zelena lopta je zelene boje“.[35] Sama činjenica da postoje nužne metafizičke istine, govori o tome da našu prvobitnu pretpostavku o različitom stepenu egzaktnosti metafizičkog i matematičkog znanja treba preformulisati tako da ona u sebe uključi tezu o različitom stepenu egzaktnosti među samim metafizičkim znanjem. Tako smo došli do zaključka da postoje određena metafizička znanja koje možemo shvatiti kao egzaktnija od empirijskog – znanja koja se odnose na nužne empirijske istine, koja će, pored matematičkih, biti predmet ovog istraživanja. S druge strane, treba imati u vidu da bi analiza kontingentnih metafizičkih istina predstavljala vrlo zahtevan poduhvat, koji iziskuje mnogo prostora i ulaženje u detalje, te bi morala da bude predmet nekog nezavisnog istraživanja, stoga se ovom temom nećemo baviti u nastavku. Imajući ovo na umu, kada govorimo o modalnim, odnosno metafizičkim istinama, sem ako nije napomenuto drugačije, govorićemo isključivo o znanju nužnih metafizičkih istina.

---

[34] Pored ovoga, treba napomenuti da se za pojedine kontigentne metafizičke istine, na tragu onoga što je argumentovao Kripke, može tvrditi da mogu biti znane *a priori* (Kripke 1980: 56–57), kao na primer: „Ako Stefan Nemanjić postoji, on je prvi srpski kralj“. Pošto je referencom Stefan Nemanjić fiksiran izraz „prvi srpski kralj“ može se smatrati da je ova istina znana *a priori*, budući da nam za ovo znanje nije potreban nikakav dodatan empirijski uvid. S druge strane, ovaj kondicionalni iskaz nije nužan, budući da nije istinit u svim mogućim svetovima, jer referenca Stefan Nemanjić nije morala da fiksira izraz „prvi srpski kralj“.

[35] Navedene istine su nužne istine koje znamo *a priori*, ali treba napomenuti da, po autorima kao što je Kripke, postoje i nužne metafizičke istine koje spoznajemo *a posteriori* (Kripke 1980: 140–141). Primer jedne takve istine bi bio iskaz, koji sadrži dva rigidna designatora koji designiraju isti objekat u svim mogućim svetovima: „Ako zelena boja postoji, onda je njena brojčana RGB vrednost veća od brojčane RGB vrednosti crne boje“. Dakle, u slučaju da je referencom na zelenu boju fiksirana RGB vrednosti, koja je veća od RGB vrednosti crne boje, ova istina će biti nužna u svim mogućim svetovima, ali nju ipak spoznajemo *a posteriori*, pošto do znanja o RGB vrednosti dolazimo empirijskim putem.

Problem praćenja nužnih istina metafizike i matematike

Fokus ovog dela rada biće adekvatno opisivanje pouzdanosti metafizičkih i matematičkih verovanja. Da bismo ovo ostvarili, objasnićemo kako se uslov osetljivosti i uslov sigurnosti odnose prema nužnim matematičkim i modalnim (metafizičkim) istinama. S tim ciljem razmotrićemo praćenje nužnih istina matematike i metafizike, i ukazati na probleme sa kojim se suočavaju naša verovanja, koja se na njih odnose.

U slučajevima u kojima se razmatraju kontingentne istine, kome god domenu one pripadale, njihova pouzdanost je nešto što se (bar teoretski) može potvrditi ili opovrgnuti. Drugim rečima, za verovanja o kontingentnim istinama, bilo da su ona aktualna ili ne[36], je moguće utvrditi da li ona prate istinu, te je praćenje istinitosti dobar indikator pouzdanosti, koji razlučuje, pouzdana od nepouzdanih verovanja. Stoga, smatramo da prihvatanje uslova osetljivosti i uslova sigurnosti kao nužnih uslova za znanje, predstavlja prikladan pristup za opisivanje kontingentnog znanja. Međutim, kada govorimo o pouzdanosti veze između naših verovanja i nužnih istina (bilo da su one matematičke ili ne), ovaj projekat se čini znatno problematičnijim. Problem leži u protivčinjeničkim kondicionalnim iskazima, na kojima je zasnovan uslov osetljivosti, a koji se pokazuju „znatno manje korisnim" kod praćenja nužnih istina u odnosu na kontingentne. U slučaju uslova osetljivosti, verovanja koja se odnose na nužne istine, u sklopu protivčinjeničkih kondicionala imaju nemoguće antecedense, što direktno rezultira nemogućnošću da se pouzdana verovanja razluče od onih, koja to nisu. Ovo znači da u ovakvim slučajevima pitanje u šta bi subjekt verovao da nužna istina *p* nije istinita, ostavlja utisak besmislenog i krajnje nekorisnog pitanja, pošto su kondicionali ove vrste uvek trivijalno istiniti (za šta ćemo kasnije videti da se ne mora tumačiti kao problem). Pa tako, iako ne deluje nimalo čudno zapitati se ukoliko *S* veruje u kontingentno istiniti iskaz *p*, u šta bi on verovao da *p* nije istina, čini se vrlo neobičnim upitati za *S* koji veruje u neki nužno istinit iskaz *p*, u šta bi on verovao da *p* nije istina.

[36] Verovanja koja se odnose na neaktualna stanja stvari takođe mogu biti različitog stepena pouzdanosti, pa tako iskaz tipa „Sutra će padati sneg" ostavlja utisak postojanja pouzdanije veze između verovanja i istine kada je izrečen februara na Alpima, nego jula na Majorci.

Sam Nozik smatra da uslov osetljivost nije primenjiv u slučaju nužnih istina, pa stoga navodi da je za njihovo uspešno praćenje dovoljno da se zadovolji samo *uslov skopčanosti*. Sa njegovim stavom o osetljivosti se slaže i Sosa, koji naglašava kako bi prihvatanje uslova da *S* neće verovati da *p* ako *p* nije slučaj „zapečatilo sudbinu matematičkog i modalnog znanja" (Sosa 2000: 6). Međutim, on ne misli da je samo uslov osetljivosti pogođen gorepomenutim problemom. Sosa odbacuje ideju puke zamene uzročne veze praćenjem istine, kada su u pitanju nužne istine. Kako on primećuje, ni uslov sigurnosti nije dovoljan za ispravno opisivanje znanja o nužnim istinama, čak ni u slučaju uvođenja metoda ispravnog formiranja verovanja. Po njegovom mišljenju, ono što je neophodno je prihvatanje takozvane epistemologije „na dva nivoa" (*bi-level epistemology*), koja pravi distinkciju između *životinjskog*, koje se oslanja na „konstitutivne kognitivne vrline" i *refleksivnog* znanja, koje je „sposobnost da neko može da odbrani sopstvena verovanja i stoga zahteva epistemičku perspektivu sopstvene prvostepene kognicije" (Sosa 2000: 7). Refleksivno znanje bi trebalo da bude ono pomoću kojeg možemo pružiti ispravnu sliku znanja nužnih istina, uprkos problemima sa nemogućim antecedensima i trivijalnom istinitošću kod uslova osetljivosti, (odnosno samo trivijalnom istinitošću kod uslova sigurnosti). Doduše, cena ovog stava je prihvatanje određenih internalističkih aspekata u okviru teorije koja je eksternalistička, jer „[d]a bi se postiglo refleksivno znanje da *p*, moraju se razumeti izvori sopstvenog verovanja da *p* do te mere, da se oni mogu tumačiti kao pouzdani" (Sosa 2000: 13). Sem ovog problema, čini se da teza o refleksivnom znanju ne pruža mnogo više od metoda ispravnog formiranja verovanja.

Srećom, za razliku od Sose, mišljenja smo da standardno viđenje, koje podrazumeva zadovoljavanje uslova sigurnosti pruža dovoljno dobru analizu znanja nužnih istina. Pojam koji Fild naziva matematička preciznost matematičara, u sebi već sadrži pretpostavku o preciznosti i konsenzusu o matematičkim istinama, kojoj fali odgovarajuće objašnjenje pouzdanosti matematičkih verovanja. Činjenica da su ova verovanja trivijalno istinita, i prema jednom i prema drugom uslovu, ne bi trebalo da predstavlja problem za matematičku preciznost matematičara, jer na osnovu njegove pretpostavke zahtev od ovih uslova se svodi, samo na pružanje objašnjenja pouzdanosti matematičkih verovanja, a čini se izvesnim da uslov sigurnosti (zajedno sa uslovom osetljivosti) pruža to objašnjenje. Dakle, objašnjenje pouzdanosti matematičkih verovanja je ono što je epistemološki argument protiv realizma zahtevao, a ne to, da li su ona istinita, pošto pojam matematičke preciznosti matematičara sam po sebi, već, podrazumeva da jesu, a to objašnjenje združeno nude uslov osetljivosti i uslov sigurnosti.

Fild odbacuje kondicionalnu analizu znanja, u korist analize takozvane aktualne korelacije između matematičkih verovanja i istina, te epistemički pojam *pouzdanosti* (shvaćen na rilajabilstički način) zamenjuje epistemičkim pojmom *preciznost* (pošto smatra da nijedna od teorija pouzdanosti ne pruža zadovoljavajuće objašnjenje pouzdanosti matematičkih verovanja), budući da drugi fenomen nije modalne prirode (Liggins 2010: 72–73). Na ovaj način, on sebe stavlja u poziciju da negira trivijalnu istinitost kondicionala sa nemogućim antecedensom, što nije urađeno u cilju toga da pokaže da matematička verovanja ne prate istinu po uslovu osetljivosti i uslovu sigurnosti (pošto ni ne tvrdi da ovi uslovi nisu zadovoljeni), već da ospori nužnost matematičkih istina. Zaključak do koga Fild dolazi je da izvesnost u pogledu postojanja nužnih istina matematike nije u tolikoj meri izražena kako se može činiti na prvi pogled. On navodi da primeri matematičkih verovanja kao što su ona koja se odnose na geometrijski paradoks, koji su ponudili Stefan Banah (Stefan Banach) i Alfred Tarski (Alfred Tarski), kao i na linearnu uređenosti kardinalnih brojeva, ne bi bili slučaj ukoliko bismo krenuli od „pogrešnog aksioma“ (Field 1989: 237–238) (aksiom izbora). Dakle, ako bi naši aksiomi bili pogrešni, odnosno ako naša ispravna matematička verovanja kondicionalno ne bi bila takva kao što jesu, ona ne bi pratila istinu i teoreme koje su na njima zasnovane ne bi bile validne. Ovi primeri, po njegovom mišljenju, ukazuju na to, da mi ipak možemo da zamislimo svetove u kojima bi matematičke istine bile drugačije, i da model mogućih svetova koji njih uključuje može biti koristan za naše znanje koje se odnosi na matematiku, stoga nemamo razloga da matematičke istine tumačimo kao nužne.

Još jedan mogući odgovor od strane onih koji brane epistemološki argument protiv realizma bi mogao da bude taj da, iako istine o matematičkim objektima ne mogu da ne budu slučaj (odnosno verovanja koja se na njih odnose su istinita u svim mogućim svetovima), epistemički subjekti, bez obzira na to, i dalje nemaju pouzadan pristup njihovom sadržaju. Međutim, ovaj vid rasuđivanja se može primeniti i na naša verovanja o empirijskom svetu, budući da je pristup njihovom sadržaju, takođe predmet filozofskog spora vekovima unazad, a i dan-danas je prisutan među sledbenicima skepticizma. Ovo, naravno, ne važi samo za verovanja koja bi se odnosila na nužne empirijske istine (ukoliko pretpostavimo da takve istine uopšte postoje), već i za ona koja se odnose na najobičnije čulne činjenice. Jer mi nemamo nikakav poseban uvid u pouzdanost naših čulnih verovanja, sem samih čulnih nadražaja i kontemplacije o njima, koja se dobrim delom može smatrati ekvivaletnom kontemplaciji o apstraktnim objektima, iz razloga što je na osnovu zadovoljavanja gorenavedenih uslova možemo smatrati podjednako pouzdanom. Dakle, ukoliko želimo da prihvatimo jedno ovakvo gledište, morali bismo biti spremni da se odreknemo mogućnosti posedovanja pouzdanih verovanja, koja se odnose i na empirijske istine, a to je nešto što se čini neprihvatljivim. Ne postoji razlog da mislimo da su naša verovanja, koja se odnose na nužne istine metafizike i matematike, u pogledu pristupa, manje pouzdana od pojedinih kontingentnih istina empirijskog sveta.

Matematičke istine i kondicionalna analiza znanja

Kao što je već pomenuto, Nozik smatra da je mana teorija poput kauzalne teorije znanja to što nisu u stanju da pruže analizu znanja, koja se ne odnosi samo na empirijske, već i na nužne istine, poput matematičkih. Njegova ideja je da princip osetljivosti može biti primenjiv i na matematičke i druge nužne istine. On je, doduše, mišljenja da uslov (3) ne može biti primenjiv u slučaju matematičkih istina, budući da se, kao što smo već pomenuli, one uzimaju kao nužne. Pošto su matematičke istine nužne, antecedens uslova (3) se uvek mora uzeti kao netačan, jer ne postoji nijedan mogući svet u kome može biti tačan, pošto je matematička istina *p*, uvek slučaj. Kao što smo napomenuli, Nozik je svestan ovoga, ali on ističe da je za definisanje matematičkog znanja dovoljno da je uslov (4) ispunjen, odnosno da *S* veruje da *p*, kada je *p* slučaj. Dakle, ukoliko je u svim bliskim mogućim svetovima *p* tačno (a kada su nužne istine u pitanju, moraju da budu tačne ne samo u bliskim, nego u svim mogućim svetovima), a epistemički subjekt veruje da je *p* tačno, uslov za znanje je zadovoljen. Ovde, naravno, podrazumevamo korišćenje ispravnih metoda kojim se došlo do verovanja *p*. U slučaju matematičkog znanja, slično kao i kod empirijskog, subjektovo istinito verovanje da *p* bi moglo, recimo, da bude rezultat toga što je on sklon verovanju porodici ili prijateljima, koji su mogli da mu kažu određenu matematičku istinu koja je tačna, a da on u ovo veruje bez korišćenja ikakvih drugih metoda formiranja verovanja. Budući da u slučaju pukog verovanja porodici ili prijateljima lako možemo da zamislimo bliske moguće svetove u kojima je on ovom metodom došao do verovanja da *p* nije tačno, možemo da zaključimo da ta metoda nije ispravna. Nasuprot tome, ispravnom metodom dolaženja do matematičkih istina bi se mogli smatrati pravilno izvedeni matematički dokazi.

Kako bi tačno primena uslova (4), uz korišćenje podrazumevanih ispravnih metoda formiranja verovanja, izgledala u slučaju njegove primene na matematičke istine? Navešćemo dva primera, od kojih je jedan slučaj u kome subjekt poseduje znanje, dok je drugi onaj gde smatramo da subjekt nema znanje, iako u oba slučaja subjekti veruju u nužne istine. U prvom primeru imamo matematičara, koji nakon dugog istraživanja i mnogobrojnih provera dolazi do novog tačnog matematičkog dokaza. Za ovog subjekta možemo reći da poseduje znanje o nužnoj istini, budući da je *p* zaista slučaj i da on veruje u to u svim bliskim mogućim svetovima, i da je njegovo istraživanje bilo temeljno, te tako nije mogao lako da pogreši u svojim proračunima. Slično se ne može reći za subjekta u našem drugom primeru, koji je učesnik određenog kviza, koji je koncipiran tako da učesnik dobija pitanja i tri ponuđena odgovora. Pitanje za našeg subjekta glasi: Koja od ove tri matematičke operacije je tačna? Ponuđeni odgovori su: a) 658÷25=28.14 b) 745÷31=23.19 c) 945÷36=26.25. Ako uzmemo da subjekt ne samo što nije vičan matematičar, već i slabo barata čak i najednostavnijim matematičkim operacijama, lako možemo doći do zaključka da će ovo pitanje predstavljati veliki problem za njega. Međutim, nije teško zamisliti, s obzirom na to da su ponuđena samo tri odgovora, da subjekt, uz pomoć suptilne sugestije voditelja (koja nije strikno zabranjena u tom kvizu) da je tačan odgovor pod c), tačno odgovori na pitanje. U ovom slučaju nije sporno da je subjekt odgovorio tačno, jer *p* zaista jeste slučaj, ali za njega ne možemo reći da poseduje znanje o nužnoj istini da je 945 podeljeno sa 36 jednako 26.25, čak i da on, na osnovu gestikulacije voditelja, veruje da je to tačan odgovor. Vrlo lako je mogao da bude slučaj da on ne dobije sugestiju od voditelja, tako da u bliskom mogućem svetu ne bi verovao da je 945 podeljeno sa 36 jednako 26.25. Stoga, budući da subjekat u bliskom mogućem svetu ne bi verovao da *p*, iako je *p* slučaj, za njega, na osnovu neispunjavanja uslova (4), možemo reći da ne poseduje znanje o matematičkoj istini 945÷36=26.25.

U ideji da se Nozikova kondicionalna analiza znanja može primeniti na nužne istine postoje dve poteškoće. Prva se odnosi na to što zanemarivanjem uslova (3) pri razmatranju matematičkog znanja, Nozik faktički pravi dve odvojene definicije znanja – jednu za empirijske istine i jednu za nužne istine, kakve su matematičke. Druga, prema našem mišljenju mnogo ozbiljnija teškoća, je ta što uslov (4) ne deluje kao dovoljan za opisivanje matematičkog znanja, budući da je znatno „slabiji“ od uslova (3), te stoga praćenje istine ne može biti ostvareno. Uslov (4) nalaže da verovanje u nužnu istinu *p* nije proizvod slučajnih okolnosti (u smislu da nema bliskih mogućih svetova u kojima *S* ne veruje da *p*), odbacivanjem onih metoda koje bi dovele do slučajnih verovanja, što, na prvi pogled, deluje nedovoljno za tvrdnju o posedovanju matematičkog znanja. U nastavku ćemo najpre, ukratko razjasniti zašto je razmatranje verovanja vezanih za matematičke objekte iz perspektive praćenja istine problematično, a potom ćemo predstaviti način na koji bi taj problem mogao da se prebrodi.

Dakle, spoznaja matematičkih istina potencijalno predstavlja problem za Nozikovu kondicionalnu analizu znanja. Kao argument u korist ove tvrdnje, možemo navesti Kripkeov primer u kome epistemički subjekt formira verovanje da su su svi realni brojevi racionalni. Ovo očito nije tačno, jer svako ko je upoznat sa problemom određivanja kvadratnog korena iz broja dva, zna da je √2 realan iracionalan broj, što se jasno može videti i iz geometrijske analize Pitagorine teoreme. Međutim, epistemički subjekt u ovom hipotetičkom primeru nije upućen ni u Pitagorinu teoremu ni u iracionalnost √2. On formira verovanje da je realan broj *x* racionalan, na osnovu svog prethodnog iskustva sa brojevim, koje ga je navelo na to da misli da su svi brojevi racionalni. Na ovom mestu je važno ukazati na to da je on do svog verovanja mogao da dođe matematičkim dokazima ili prostim opisom stanja stvari iz fizičkog sveta. Na primer, *S* je mogao da se razonodi rešavanjem sistema linearnih jednačina ili da jednostavno meri svoju težinu na vagi. Koliko god ovi primeri delovali udaljeno, subjektova metoda formiranja verovanja o broju *x*, odnosno njegovoj racionalnosti, bilo da je to ono *x* koje se, između ostalih nepoznatih traži u rešavanju jednačine ili *x* koje se odnosi na inskripciju subjektove težine, je istovetna. Još jedna bitna stvar koju treba imati na umu, a ovo je već jasno i iz onoga što je već rečeno o praćenju istine, je to da pitanje o tome da li je realan broj *x* koji *S* razmatra zaista iracionalan ili ne, nije od ključne važnosti. Ono što, doduše, jeste bitno su različiti načini na koji se tumače dva verovanja o istoj stvari, formirana na istovetan način. Kao što smo mogli da vidimo, Nozikova pretpostavka o tome da su matematičke istine nužne, navodi ga na mišljenje da uslov (3) nije primenjiv u slučaju njihovih razmatranja, što znači da se subjektovo verovanje o tome da su svi brojevi racionalni shvata drugačije, kada on rešava jednačine od slučaja u kome on meri svoju težinu na vagi. U prvom slučaju mora samo da (pored standardna prva dva uslova) zadovolji uslov (4), dok u drugom on mora da zadovolji i uslov (3) i uslov (4). Dakle, ukoliko je metoda koju *S* koristi za formiranje svog verovanja da je realan broj *x* (koji je rezultat jednačine koju je rešio) racionalan zasnovana na tome što je on, na osnovu svog dosadašnjeg iskustva, ubeđen da su svi realni brojevi racionalni, „četvrti uslov deluje zadovoljeno — koristeći ovu metodu, *S* bi neizbežno zaključio da je *C* racionalan, bilo da je on racionalan ili ne" (Kripke 2011: 212). Budući da je reč o čisto matematičkim dokazima, to bi trebalo da bude i jedini uslov (ne računajući podrazumevana prva dva) koji mora biti zadovoljen, pa tako subjektovo verovanje o tome da je broj, koji je rezultat jednačine, zasnovano na metodi koja se oslanja na to da su svi realni brojevi racionalni, racionalan, će po Nozikovom stavu o neprimenjivosti uslova (3) uspešno pratiti istinu, bez obzira na to što je vrlo lako moglo da se desi da broj *x* bude iracionalan, odnosno da racionalnost realnog broja *x* nije slučaj. Dakle, u slučaju primene uslova (3) uzeo bi se u obzir ovakav modalni scenario, a on bi očito predstavljalo kršenje ovog uslova, što njegovo izostavljanje čini problematičnim. Stvari se, doduše, menjaju kada razmotrimo slučaj u kome *S* meri svoju težinu na vagi. Budući da se njegovo verovanje o tome da je realan broj *x* (koji ovde označava broj njegovih kilograma) racionalan, odnosi na kontingentne empirijske, a ne nužne, istine, praćenje istine (binarno, kako smo ga mi okarakterisali) nalaže da, pored uslova (4), mora biti zadovoljen i uslov (3), što vidno menja stanje stvari. Naime, uslov (3) očito nije zadovoljen u slučaju subjektovog verovanja o tome da je realan broj koji se prikazuje na vagi racionalan, budući da bi on verovao da je *x* racionalan, čak i da nije slučaj da je *x* racionalan, odnosno da je *x* iracionalan. Ova diskrepancija između analize slučaja nečeg što bismo smatrali matematičkim znanjem i onoga što se generalno uzima kao kontingentno empirijsko znanje naizgled svedoči o tome da nešto nije u redu sa načinom na koji Nozik tumači matematičko znanje.

Na ovom mestu se možda treba složiti sa Kripkeom, koji smatra da u slučaju matematičkih verovanja, kao i svih drugih slučajeva u kojima se susrećemo sa protivčinjeničkim kondicionalnim iskazima sa nemogućim antecedensom, eventualno odbacivanje uslova (3) stvara potrebu da on bude zamenjen nekim drugim uslovom (Kripke 2011: 213), budući da se postojanje jednog takvog uslova čini neophodnim za davanje potpunog opisa ovakvih vrsta verovanja.[37] Naše mišljenje je, međutim, da odbacivanje uslova (3) nije neophodno, pošto smo iznad videli da on očito važi za matematička verovanja, i to ne samo ona, koja su bezsadržajno istinita. Na ovaj način dolazimo do zaključka da se i definicija znanja, zasnovana na praćenju istine, koja isključuje uslov (3) mora uzeti kao nepotpuna. Imajući sve navedeno u vidu, nameće se zaključak da činjenica da govorimo o nužnim istinama ne menja potencijalne probleme koji bi se javili ukoliko bismo odbacili uslov (3) pri analizi svakodnevnog znanja, te se postavlja pitanje kako Nozikova ideja o praćenju istine može dati zadovoljavajuću analizu matematičkog, kao i svakog drugog nužnog, znanja ukoliko odbacuje uslov (3), a pritom ne nudi nikakav dodatan uslov za praćenje istine.

Jedna od taktika koju je Nozik potencijalno mogao da primeni, u cilju održavanja celovitosti skupa uslova osetljivosti, je ona koju su zastupali Robert Stalnaker (Robert Stalnaker) i Dejvid Luis (David Lewis) kada su tvrdili da su protivčinjenički kondicionali sa nemogućim antecedensima „isprazno istiniti“[38] (*vacuously true*) (Harper, Stalnaker & Pearce 1981: 7). Na ovaj način bi uslov (3) praćenja istine mogao biti „isprazno“, odnosno „bezsadržajno“ istinit, te bi projekat objedinjene teorije znanja, koja se odnosi i na nužne i na kontingentne istine, bio ostvaren kroz istovetna četiri uslova koja moraju biti, doduše za neke vrste istina (po uslovu (3) samo) trivijalno, zadovoljena u svakom pojedinačnom primeru za

[37] Kripke naglašava da je treći uslov bitan, stoga „ako se odbaci, potrebna mu je zamena koja bi služila kao garant da korišćena metoda nije prenagla u donošenju zaključka“ (Kripke 2011: 213).

[38] Kada se za neki kondicional kaže da je „izprazno istinit“, podrazumeva se da ne postoji mogućnost da njegov antecedens bude zadovoljen, pa tako i kontradiktorni konsekvensi u kombinaciji sa ovakvim antecedensom rezultiraju istinom. Na primer, kada kažemo „svi studenti u zgradi su dobri učenici“ to će se smatrati istinitim kada nema studenta u zgradi, kao što će se istinitim smatrati i „svi studenti u zgradi su loši učenici“. Problem sa „isprazno istinitim“ kondicionalima je taj što njihova istinitost zapravo ne ukazuje na ništa supstancijalno vezano za stanje stvari, pa otud i takav naziv.

koji želimo da tvrdimo da u njemu određeni epistemički subjekat prati istinu na zadovoljavajuć način. Na osnovu svega navedenog, čini nam se da trivijalno zadovoljavanje uslova (3) nije toliko problematičan koncept, te ćemo, za razliku od Nozika, pored uslova sigurnosti, i njega primenjivati pri analizi pouzdanosti naših verovanja o nužnim istinama.

Nužne nematematičke istine i kondicionalna analiza znanja

Još jedna značajna kritika koja se može uputiti Nozikovoj ideji o praćenju istine na koju je ukazao i sam Kripke, direktno sledi iz njegove teze o *rigidnim designatorima* (*rigid designators*). Kako bismo bolje razumeli o čemu je reč, ukratko ćemo razjasniti razliku između *rigidnih* i *neregidnih designatora*. Za određeni termin ćemo reći da designira rigidno samo u slučaju da on designira isti objekat u svakom mogućem svetu (u kome taj objekt postoji), u suprotnom, odnosno u slučaju da termin ne designira isti objekt u svakom mogućem svetu, govorimo o nerigidnom designiranju. Tako izraz „kvadratni koren iz 36" designira 6 u svim mogućim svetovima, pa ga stoga smatramo rigidnim designatorom. S druge strane, izraz poput „izumitelj dinamita" neće designirati isti objekt u svakom mogućem svetu, budući da Alfred Nobel, koji se smatra za izumitelja dinamita, neće to biti u svakom mogućem svetu, odnosno, neko drugi je mogao da bude izumitelj dinamita u određenim protivčinjeničkim okolnostima.

Interesantan slučaj su takozvani iskazi identiteta koji su istiniti u svim mogućim svetovima, poput iskaza „Napoleon Bonaparta je Napoleone di Bonaparte". U slučajaju da je referenca „Napoleon Bonaparta" fiksirana tako da označava čoveka koji je rođen kao Napoleone di Bonaparte 1769. godine na Korzici, ova dva izraza designiraju isti objekat. Dodatno, u iskazu „Napoleon Bonaparta je Napoleone di Bonaparte" oba designatora su rigidna, jer designiraju isti objekat (Napoleona Bonapartu) kroz sve moguće svetove. Dakle, ovakvi iskazi, pod uslovom da jesu istiniti, nužno su istiniti. S druge strane, kada je reč o iskazu „Napoleon Bonaparta je 1804. godine krunisan za cara Francuske", u protivčinjeničkim okolnostima, gde je neko drugi krunisan za cara Francuske, ime „Napoleon

Bonaparta“ će i dalje designirati isti objekt, iako u takvom spletu događaja Napoleon nije krunisan za cara Francuske. Drugim rečima, i u slučaju da je njegova referencija u aktualnim okolnostima fiksirana tako da označava čoveka koji je 1804. godine krunisan za cara Francuske, rigidan izraz „Napoleon Bonaparta“ designira isti objekat, čak i u protivčinjeničkim okolnostima u kojima ovaj opis ne važi, jer je opis kontingentno vezan za taj konkretni objekat, odnosno referencija je fiksirana isključivo u odnosu na kontingentne okolnosti u svetu u kome dati opis tog objekta važi, što ne znači da mora važiti u svim mogućim svetovima u kojima dati imenovani objekat postoji.

Ovo ima interesantne epistemološke implikacije, koje nisu u skladu sa pozicijom o nužnim istinama, koja sledi iz Nozikove ideje o praćenju istine. Zbog čega? Ukoliko u vidu imamo rigidne designatore, lako možemo doći do zaključka da postoje i druge nužne istine sem matematičkih. Ako se fokusiramo na iskaze identiteta, i razmotrimo iskaz istinite negacije identiteta (negacija identiteta je takođe nužno istinita ako je istinita), kao što je na primer „Sargon Akadski nije Kanje Vest“, teško je ne složiti se sa Kripkeom da će on biti istinit u svim mogućim svetovima. Razmišljanje o tome u šta bi subjekt verovao da Sargon Akadski nije Kanje Vest se čini besmislenim. Kada govori o pitanju nužnosti istinitih iskaza identiteta, Kripke ističe kako Nozik „sumnja u nužnost istinite negacije identiteta“ (Kripke 2011: 213). On se ne slaže sa ovim Nozikovim stavom, te navodi da „čak i da jeste bio u pravu za slučajeve koje ima na umu, bilo bi teško zamisliti slučajeve u kojima je Regan mogao biti Tadž Mahal, ili Džimi Karter mogao da bude Kleopatra“ (Kripke 2011: 213).

Neslaganje, dakle, proističe iz tvrdnje da su protivčinjenički kondicionali sa antecendensima ovog tipa, takođe nemogući. Imajući to u vidu, a i uzimajući u obzir ono što je prethodno rečeno, prinuđeni smo da zaključimo da su kondicionali koji se odnose na iskaze identiteta, a treba da zadovolje uslov (3) „isprazno istiniti“, iako su očiti slučajevi nematematičkog znanja. Imajući u vidu teoriju rigidnih designatora, zaista je teško zamisliti ijedan mogući svet u kome Sargon Akadski jeste Kanje Vest, što zaključak o „ispraznoj istinitosti“ uslova (3) za nužna metafizička znanja čini prihvatljivim. Sličan zaključak se nameće i za kondicional koji bi sadržao iskaz „piće rum i kola (ili *cuba libre*) se pravi od mešavine ruma i kole“. Ovo je očito empirijska istina, ali se čini da ona ispoljava metafizičku nužnost, sa čim bi se složio Kripke, jer je zaista teško zamisliti svet u kome bi se piće „rum i kola“ pravila od soda vode i belog vina. Sve, dosad navedeno, bi trebalo da važi i za prirodne vrste, kao i za fizičke fenomene („žalfija je iz porodice usnatica“, „atomski broj elementa kripton je 36“), jer, bar po Kripkeovom mišljenju[39], pri analizi kondicionala o prirodnim vrstama i fizičkim fenomenima možemo zaključiti da i oni, u protivčinjeničkim situacijama, imaju nemoguće antecedense (Kripke 2011: 213).

Osetljivost, sigurnost i dominacija

Kada govori o uslovu sigurnosti, Sosa naglašava da se on treba shvatiti kao nužan uslov za znanje, ali da njegovo zadovoljavanje ne mora biti dovoljno za tvrdnju o tome da *S* poseduje znanje *p*, što nesumnjivo smanjuje „manevarski prostor“ onima koji pokušavaju da ponude kontraprimere za važenje uslova sigurnosti. S druge strane, autori poput Greka smatraju da i uslov osetljivosti treba uzeti kao nužan, ali ne obavezno i kao dovoljan uslov za znanje. Još jedna bitna stvar koju on pominje, a oko čega se čini da jeste u pravu, je činjenica da zadovoljavanje uslova osetljivosti ne implicira zadovoljavanje uslova sigurnosti i obrnuto, da zadovoljavanje uslova sigurnosti ne implicira zadovoljavanje uslova osetljivosti. Budući da je pitanje da li bi verovanje moralo da zadovolji istovremeno i uslov sigurnosti i osetljivosti da bi u potpunosti pratilo istinu vrlo relevantno za našu temu, u nastavku ćemo se potruditi da na njega damo zadovoljavajući odgovor.

Pored Greka, i Hose Zalabardo (José L. Zalabardo) preispituje Sosinu pretpostavku da uslov sigurnosti pokriva sve slučajeve posedovanja, kao i odsustva, znanja koje pokriva i uslov osetljivosti. Uslov osetljivosti, kao što smo već videli, nije primenjiv na sva znanja, kao što je na primer znanje o tome da nismo u nekom određenom radikalnom skeptičkom scenariju, pa je po Sosinom mišljenju, uslov sigurnosti prihvatljiviji, budući da su navodno svi slučajevi ispravnog pripisivanja ili odricanja znanja uz pomoć uslova osetljivosti, pokriveni i

[39] Kripke naglaša da ovo, pored njega, zastupa i Hilari Patnam (Hilary Whitehall Putnam), mada, kako sam priznaje, pojedini njegovi stavovi o identitetu prirodnih vrsta, poput „voda je H_20“ se Patnamu čine prejakim. (Kripke 2011: 213)

uslovom sigurnosti, dok se pojedina pripisivanja (ili odricanja) znanja (kao, recimo onog da nismo mozgovi u bazenu) mogu ostvariti samo uz pomoć uslova sigurnosti. Ova „*dominacija*“, kako je Zalabardo naziva, može se formulisati pomoću dva uslova:

D1 „Ako je verovanje koje ima status znanja osetljivo, onda je ono i sigurno“

D2 „Ako je istinito verovanje koje nema status znanja neosetljivo, onda je i nesigurno (sem u slučajevima u kojima postoje nedostaci koji bi mu uskratili status znanja, nezavisno od modalnog profila)“ (Zalabardo 2020: 5380).

Imajući u vidu tvrdnje o „dominaciji“ uslova sigurnosti u odnosu na uslov osetljivosti, lako možemo konstruisati uslove, koji bi protivprimer za D2 trebao da zadovolji:

(1) *S* veruje da *p*

(2) *S*-ovo verovanje da *p* nije osetljivo

(3) *S*-ovo verovanje da *p* je sigurno

(4) *S*-ovo verovanje da *p* ne pokazuje nikakve ne-modalne nedostatke, koje bi ga isključile iz opusa znanja.

Na osnovu sledećeg primera videćemo da je moguće naći slučajeve verovanja kojima u svakodnevnim okolnostima ne bismo pripisali znanje, koja isto tako nisu osetljiva na istinu, a zadovoljavaju uslov sigurnosti. Zamislimo mogući svet u kome određena tajna služba čuva mozgove u bazenima i upravlja sadržajima njihove svesti, na taj način što ih obmanjuje da imaju tela. Zalabardo preispituje koliko je ovaj BIV-svet udaljen od aktualnog i zaključuje da on ne može biti bliži od svih drugih, koji su slični aktualnom svetu, ali u kojima je ostvaren skeptički scenario u kome smo mozgovi u bazenu. Zapravo, imajući u vidu da uslov sigurnosti navodno nalaže da „*S*-ove doksastične dispozicije moraju biti takve da u ¬*p*-svetovima na udaljenosti od d ili manje od aktualnosti *S* ne veruje da *p*“ (Zalabardo 2020: 5384), on pretpostavlja da su svi BIV-svetovi na većoj udaljenosti od d, odnosno da nisu obuhvaćeni ovim zahtevom. Pošto svet u kome tajna služba čuva mozgove u bazenima i upravlja sadržajima njihove svesti, predstavlja primer BIV scenarija (a kao što je rečeno, svet u kome je to slučaj nije bliži od drugih BIV-svetova, te nije obuhvaćen gorenavedenim zahtevom), na osnovu toga Zalabardo zaključuje da se verovanje o negaciji tog, kao i svakog drugog BIV scenarija, na osnovu njegove udaljenosti od aktualnog sveta, mora smatrati sigurnim.

> „Sama udaljenost od aktualnosti najbližih BIV-svetova—koja prelazi iznad bilo koje prihvatljive vrednosti, koju bismo mogli odrediti za d—znači da moje verovanje u ¬BIV—i zapravo, svako verovanje u ovakvu tvrdnju od strane subjekta sa telom u svetu u kakvom mi mislimo da živimo—biće sigurno, nezavisno od mojih doksastičnih dispozicija koje se odnose na ovaj iskaz.“ (Zalabardo 2020: 5385)

Imajući ovo u vidu, on razmatra slučaj u kome subjekat, na osnovu loše informisanosti, smatra da je čuvanje mozgova u bazenima i obmanjivanje njih na taj način da misle da su u ljudskim telima, nešto što je u potpunosti izvodljivo i da je već neko vreme deo standardne prakse. Zamislimo da prijatelj našeg subjekta radi u pomenutoj tajnoj službi i da je voljan da priča o svim informacijama koje je saznao na poslu. Na pitanje subjekta o držanju mozgova u bazenima, on odgovara da se njegova služba ne bavi time, što je po subjektovom mišljenju održiva osnova za verovanje o tome da ta služba ne drži mozgove u bazenu, kako bi ih obmanjivala da su ljudi sa telima. Ono u šta subjekt nije upućen je činjenica da je njegov prijatelj samo čistač u toj službi, i da on ne poseduje nikakve informacije o poverljivim stvarima koje se dešavaju u toj instituciji. Igrom slučaja, subjektovo verovanje se ispostavlja istinitim, uprkos prijateljevom neznanju o mozgovima u bazenu. Dakle, ovo verovanje je istinito, pored toga se vrlo lako može predstaviti tako da ne pokazuje nikakve ne-modalne nedostatke, a budući da je reč o znanju da nismo mozgovi u bazenu, ispostavlja se i kao sigurno, bar po Zalabardovom mišljenju. Ukoliko prihvatimo Zalabardovu tezu da je ovo verovanje sigurno, jedino što ostaje da se proveri, vezano za ispunjavanje uslova za protivprimer za D2, je da li je ovo verovanje osetljivo na istinu. Zalabardo smatra da ukoliko zamislimo bliski mogući svet u kome tajna služba zaista drži mozgove u bazenu, a u kome se prijatelj i dalje drži iste priče, možemo vrlo lako da dođemo do zaključka, da će u tim svetovima *S* verovati da tajna služba ne drži mozgove u bazenu, iako to nije slučaj, što znači da uslov osetljivosti nije zadovoljen. Zaključak koji sledi je da uslov sigurnosti nije uvek

„dominantan“ u odnosu na uslov osetljivosti, budući da postoje slučajevi u kojima je istinito verovanje koje nema status znanja neosetljivo, ali nije i nesigurno. Ovo ne mora biti fatalan udarac za koncepciju sigurnog praćenja istine, budući da Sosa i ne tvrdi da je uslov sigurnosti dovoljan uslov za znanje, ali svakako pokazuje da je princip osetljivosti nekada efektivniji u praćenju istine za verovanja kojima se ne treba pripisati status znanja, odnosno da odbacuje ona istinita verovanja koja nisu znanje i u određenim slučajevima u kojim uslov sigurnosti to ne čini.

Kao što smo mogli da vidimo, i osetljivost i sigurnost, uz sve svoje prednosti, imaju određene mane koje potencijalno mogu da umanje njihov značaj. Ali, mišljenja smo da se ovo može prebroditi sintezom između dva uslova, pod kojom bi se podrazumevalo prihvatanje održivih i odbacivanje problematičnih aspekata oba uslova, na taj način što bi kao pouzdana verovanja uzeli samo ona koja ispunjavaju i uslov osetljivosti i uslov sigurnosti. Na ovaj način izbegavamo sve navedene poteškoće oba uslova, a dobijamo stabilan indikator pouzdanosti modalnih i matematičkih verovanja.

Princip modalne bezbednosti

Prisetimo se na ovom mestu podrivanja verovanja koje navodi Fild, a koje se svodi na nezadovoljavanje jednog od kondicionalnih uslova za znanje. Jedna bitna stvar koju treba imati na umu je da se ono ne odnosi samo na matematička, već i na sva modalna verovanja. To primećuje i Klark-Doen pri definisanju takozvanog principa *modalne bezbednosti*, koji glasi: „Ako informacija *E* podriva sva naša uverenja vrste *F*, onda to čini tako što nam daje razlog da sumnjamo da su naša verovanja *F* (i) osetljiva i sigurna“ (Clarke-Doane 2016: 30). Čini se da modalna bezbednost jasno stavlja do znanja to da naša modalna verovanja uspešno prate istinu, samo u slučaju da su i osetljiva i sigurna.[40] Pozitivna strana ovog principa je što on postavlja vrlo stroge zahteve za praćenje istine, budući da sumnju i u osetljivost i u sigurnost naših verovanja izjednačava sa podrivanjem naših verovanja (Klark-Doen

[40] Ovo ujedno čini da se u okviru Nozikove kondicionalne analize znanja razmatra samo (3), budući da uslov sigurnosti, sa kojim se kombinuje u principu modalne bezbednosti, eliminiše potrebu za uslovom (4).

napominje da sumnja u ova verovanja ne implicira zahtev za njihovim odbacivanjem, ali autor ovog istraživanja smatra da to jeste cena pružanja ispravne slike njihove pouzdanosti), te oba uslova moraju biti nedvosmisleno zadovoljena. Drugim rečima, verovanja, koja nisu osetljiva ili sigurna ne mogu se okarakterisati kao znanje.

Ova sinteza je „sito“ koje zaista onemogućava istinitim verovanjima koja ne konstituišu znanje da se interpretiraju kao takva. Spajanje uslova osetljivosti i uslova sigurnosti rešava i problem eventualne dominacije jednog uslova nad drugim, pa tako ne moramo da „biramo“ između njih – svi potencijalni nedostaci jednog, biće nadoknađeni drugim uslovom. S druge strane, negativnim aspektom modalne bezbednosti se može smatrati baš to što, na prvi pogled, postoji opasnost da se može dogoditi da kroz to „sito“ ne prođu očiti slučajevi znanja. Međutim, ne postoji razlog za zabrinitost, bar ne kada je reč o znanju nužnih metafizičkih istina, koje razmatramo u ovom istraživanju (setimo se da tu tehnički spada i znanje matematičkih istina, te se ovo odnosi i na tu vrstu spoznaje), jer ne postoji slučaj u kome verovanja koja konvencionalno uzimamo kao nesporna modalna znanja tog tipa ne zadovoljavaju kombinovani uslov osetljivosti i uslov sigurnosti.

3. Realističke pozicije i praćenje istine

Pouzdanost i pitanje najprihvatljivije varijante realizma

Videli smo da verovanja koja se odnose na nužne istine mogu biti i osetljiva i sigurna (iako smo primetili to da postoje prividni problem, koji se odnose na to da su po ovim uslovima sva verovanja ovog tipa trivijalno istinita), što pruža izvestan odgovor na zahtev za objašnjenjem kako se verovanja koja se odnose na apstraktne objekte mogu smatrati pouzdanim. Prihvatanje pristupa koji smo zauzeli, kako smo već pomenuli, rešava navodni problem nedostatka pouzdane (kao i, podrazumeva se, kauzalne) veze između epistemičkih subjekata i kauzalno inertnih objekata, koji propagira Fildov izazov, ali je i u osnovi originalne Benaserafove formulacije problema.

Odgovor je u tome što kondicionalni uslovi, odnosno njihovo zadovoljavanje, omogućavaju praćenje istine za verovanja o ovim objektima, koje možemo tumačiti kao pouzdani proces, koji se ne oslanja na uzročnu vezu između istine i verovanja. Na ovaj način se obe verzije argumenta usmerenog protiv realističkog shvatanja matematičkih istina mogu smatrati rešenim.

Iako smo dobrim delom[41] uspešno anulirali posledice epistemološkog argumenta protiv realizma, time što smo pokazali da je realističko shvatanje matematičkih istina (a isto važi i za metafizičke istine) u skladu sa uslovom osetljivosti i uslovom sigurnosti, postoje još neka otvorena pitanja za ovo istraživanje. Pitanje koje ostaje otvoreno i iziskuje rešenje, uzimajući u obzir činjenicu da realizam može poprimiti različite oblike, je, koja njegova verzija je najprihvatljivija. Stoga će takvo razmatranje biti predmet odeljka koji sledi.

[41] U nastavku ćemo videti da postoji još jedan anti-realistički zahtev na koji treba da se odgovori.

Različite verzije realizma

U ovom odeljku ćemo predstaviti još nekoliko različitih verzija realizma, koje se u kolokvijalnom smislu smatraju platonističkim, jednu nešto stariju, koja se donekle može posmatrati kao vrlo srodna tradicionalnom gledištu i tri novije koje navodno (videćemo i to da li zaista) predstavljaju ne-tradicionalne varijante platonizma. Kada je reč o standardnom platonizmu, stav koji on zauzima se, kako smo već donekle i naglasili, može tumačiti kao izrazito realistički. Po standardnom platonizmu apstraktni objekti postoje nezavisno od nas i bilo koje vrste naših empirijskih uvida, pa se ovo tumačenje prenosi i na naše iskaze o ovakvim objektima, koji su „istiniti ili neistiniti u zavisnosti od svojstava tih entiteta, nezavisno od naših sposobnosti ili nedostatka istih, da odredimo, koji od njih je kakav" (Maddy 1990: 21). Shodno ovome, možemo zaključiti da, kako bismo mogli da tvrdimo da se naša verovanja, koja se odnose na njih, mogu protumačiti kao znanja (uz pretpostavku da imamo razloge da ih smatramo istinitim), moramo da ponudimo, bolje reći otkrijemo, pravi opis ovih realno postojećih entiteta. U ovom poduhvatu nam je neophodno poštovanje principa epistemičke zatvorenosti koji nam, kako smo već mogli da vidimo, govori da je znanje deduktivno zatvoreno znanom logičkom implikacijom.

Jedna verzija realizma, koja se može interpretirati kao tradicionalno platonistička je ona koju je zastupao Kurt Gedel (Kurt Gödel), koji smatra da se znanja o matematičkim objektima mogu steći putem takozvane *matematičke intuicije*. Matematička intuicija se, u nekom smislu, može smatrati analognom čulnoj percepciji (Adžić 2014: 99), te se proces spoznaje matematičkih entiteta, po ovom gledištu, može posmatrati kao vrlo srodan procesu spoznaje fizičkih objekata. Gedel je mišljenja da su matematički entiteti, poput objekata transfinitnih teorija skupova, bez ikakve sumnje van prostora i vremena, i da je svako ostvarivanja veze s njima, pomoću fizičkog iskustva, nemoguće. Međutim, on ipak zastupa stav da matematičke aksiome treba shvatiti na sličan način kao fizičke zakone (analogija sa tradicionalnim platonizmom je ovde upitna, jer bi po tradicionalnom platonizmu ovi aksiomi verovatno trebalo da budu iznad fizičkih zakona). Jedna važna stvar koju treba razumeti je da njegov zahtev da se matematičko znanje tumači na sličan način kao i empirijsko ne treba uzeti kao aluziju na to da su apstraktni objekti matematike na bilo koji način fizički objekti, već naprotiv, njegovi stavovi idu u skroz suprotnom pravcu. Možemo reći da Gedel zauzima poziciju da je naš um bar delimično apstraktan, te nam je na ovaj način omogućena intuicija kojom dolazimo do znanja o apstraktnim objektima.

Gedelovo rešenje je jedinstveno, jer ono „pomera“ epistemološki problem „na drugo mesto“ i tako pokušava da odgovori na zahtev za objašnjenjem (bilo kakve) veze između ne-apstraktnih i navodno apstraktnih objekata. Smatramo da je jedna ovakva promena perspektive održiva, ali, s druge strane, primetno je i da doprinos ovog stanovišta osporavanju epistemološkog argumenta dobrim delom i dalje zavisi od prihvatanja tradicionalnog platonizma. Drugim rečima, jednoj ovakvoj teoriji se, za razliku od prvobitnog problema gde je zahtev na relaciji epistemički subjekat – matematički objekat, može uputiti zahtev za objašnjenjem koje je na relacija apstraktni deo uma – ne-apstraktni deo uma, što, u krajnjoj liniji, pred nas opet stavlja slične nedoumice. To ni u kom smislu ne umanjuje značaj Gedelovog gledišta, već samo govori o tome da se ono susreće sa sličnim izazovom kao i tradicionalni platonizam. Sve ovo znači da, ako se utvrdi da je tradicionalni platonizam održiva pozicija, to bi, u načelu, ostavilo prostor i za ostvarivanje veze o kojoj Gedel govori. Iako nećemo dalje razmatrati Gedelov platonizam, pomenutim izazovima ćemo se implicitno baviti u nastavku, a i braniti poziciju koja ostavlja prostor za dalju odbranu jedne ovakve teorije. Pošto smo objasnili njen značaj, naš fokus će se sada prebaciti na razmatranje takozvanih ne-tradicionalnih platonističkih pozicija.

Kao što je već rečeno, platonizam je najzastupljenija varijanta realizma, stoga nije iznenađujuće to što se u poslednjih nekoliko decenija razvilo više njegovih nestandardnih verzija. Ovi vidovi platonizma se u literaturi često nazivaju ne-tradicionalnim platonističkim stanovištima (iako ćemo za pojedine od ovih realističkih pozicija utvrditi da se, zapravo, ne moraju tumačiti kao platonističke). Ukratko ćemo opisati nekoliko najznačajnijih ne-tradicionalnih varijanti platonizma. Penelop Medi je razvila poziciju koju naziva *realizam teorije skupova* (*set theoretic realism*) i naturalistički realizam[42] (*naturalized realism*), a takav naziv nosi zbog toga što je okosnica njene argumentacije razmatranje prirode teorije skupova.

[42] Balager ovu poziciju naziva naturalističkim platonizmom (*naturalized platonism*) u Balaguer (1994).

Naime, Medijeva argumentuje da apstraktni objekti postoje i da su oni delimično u prostoru i vremenu, a kao dokaz za ovo navodi skupove. Ovde treba naglasiti da ona skupove smatra nečim što se nalazi u prostoru i vremenu (Maddy 1990: 59), što znači da fizički objekat kakav je recimo kutija bombonjera postoji u prostoru i vremenu i čini skup(ove) pojedinačnih bombonjera. Pojedinačne bombonjere su fizički objekti, ali zapravo ne predstavljaju samo jedan skup, pošto je broj skupova, u kome su pojedinačne bombonjere članovi, beskonačan. Ali ipak, u kutiji sa bombonjerama je konačan broj bombonjera, što znači da postoje objekti koji jesu u prostoru i vremenu, te na osnovu toga, kako smatra Medi, treba prihvatiti realizam u pogledu teorije skupova.

Međutim, ova pozicija je podložna izvesnim kritikama, pa tako Mark Balager (Mark Balaguer) smatra da problem za nju predstavlja to što tvrdi da su matematički objekti istovremeno apstraktni i perceptualno dostupni. Po njegovom mišljenju, tumačenje skupova koje nudi Medi govori o vrstama predmeti koji su vidljivi, a istovremeno mogu da zadovolje aksiome teorije skupova, zasniva se na pogrešnim pretpostavkama o prirodi ovih objekata (Balaguer 1994: 101), jer objekti ne mogu simultano biti i apstraktni i ne-apstraktni. Njegov zaključak je da autori poput Medijeve moraju da odbace naturalizam ukoliko žele da brane naturalistički platonizam[43], a ne standardno mišljenje da su matematički entiteti u potpunosti apstraktni. Čini se da zastupnici ove pozicije, na to nisu spremni, budući da bi radije žrtvovali pripisivanje apstraktnosti matematičkim objektima kakvi su skupovi, nego poziciju da se oni nalaze u prostoru i vremenu. Sama Medi tvrdi kako zastupa realističku poziciju u pogledu teorije skupova, koja nije u skladu sa tradicionalnim platonizmom i kaže da „po nekim terminološkim konvencijama ovo znači da se skupovi više ne smatraju „apstraktnim“. Neka tako bude; tom pojmu ne pridajem nikakav značaj“ (Maddy 1990: 59). Iako ona „realizam“ i „platonizam“ koristi sinonimno, očito je da njeno gledište nije samo ne-tradicionalno iz perspektive tradicionalnog platonizma, već je pitanje da li se ono uopšte može smatrati platonističkim. Još jedna dodatna poteškoća za ovu poziciju je što izrazitim udaljavanjem od tradicionalnog platonizma ona postaje podložna „semantičkom rogu“ Benaserafovog originalnog argumenta, jer se odbacivanjem teze o apstraktnosti matematičkih objekata stvara

[43] Za ovo, doduše, nije bilo potrebe, budući da je Medijeva u svojim kasnijim radovima prigrlila potpuni matematički naturalizam, ali se time nećemo baviti u nastavku, budući da problemi koje se odnose na njenu poziciju nisu tema ovog istraživanja.

potreba za navođenjem konkretnih objekata koji mogu da zadovolje određene matematičke teorije, u svrhu toga da se objasni zašto su te teorije istinite (Balaguer 1994: 99). Imajući u vidu da realizam kakav zastupa Medijeva ima neke neobične posledice, koje se ogledaju u neprirodnom tumačenju matematičkih objekata, kakvi su skupovi, i koje se mogu tumačiti kao tvrdnja o njihovoj istovremenoj apstraktnoj i ne-apstraktnoj prirodi ili, još ekstremnije, kao poricanje njihove apstraktne prirode, smatramo da ova poziciju nije jednostavno braniti.

Druga značajna ne-tradicionalna platonistička pozicija, koju su razvili Stjuart Šapiro (Stuart Shapiro) i Majkl Resnik (Michael Resnik), je platonistički strukturalizam, po kome apstraktni objekti zaista postoje, ali samo kao delovi određenih struktura (*structures*), odnosno šablona[44] (*patterns*). Kako tvrdi Šapiro, mi „ne vidimo niti čujemo apstraktne entitete. Naš subjekt spoznaje šablon opservacijom šablonskih sistema (Shapiro 1997: 111)“, a taj šablon se sastoji od matematičkih objekata. Važno je imati na umu da ovi objekti sami po sebi nisu struktura, pošto autori poput Šapira i Resnika tumače „brojeve, skupove, funkcije, tačke – kao nestrukturne entitete, koji se javljaju u matematičkim strukturama, služe kao položaji u njima, a njihov identitet je određen odnosom prema drugim položajima u okviru strukture, kojoj pripadaju“ (Resnik 1982: 95). Drugim rečima, po ovom gledištu entiteti kao što su brojevi i geometrijski objekti predstavljaju samo deo strukture ili šablona, i ne ispoljavaju nikakva samostalna svojstva, sem relacija prema drugim entitetima, koji su takođe deo te iste strukture. Kao primer ovih relacija moglo bi se navesti to da je 7 veći broj od broja 6, a manji od broja 8 ili da oštar ugao ima manje stepeni od pravog ugla. Dakle, kada razmatramo entitete kao što su brojevi i geometrijska tela, mi govorimo o svojevrsnim strukturnim pozicijama, a ne nezavisnim apstraktnim objektima matematike, što direktno utiče na epistemološku orijentaciju strukturalizma, po kojoj ne „posedujemo znanje o izolovanim matematičkim objektima, već spoznajemo strukture – ili možda delove struktura“ (Resnik 1982: 96).

Bez ulaženja u razmatranje načina na koji bi se eventualna spoznaja matematičkih struktura mogla ostvariti (za više detalja o tome videti Resnik 1982 i Shapiro 1997), na ovom mestu ćemo reći da se stiče utisak da platonistički strukturalizam negira pravo postojanje

[44] Izraz koji preferira Resnik (a koristi ga i Šapiro), između ostalog zbog toga što smatra da pojedine ne-filozofske discipline koje izučavaju šablone mogu pružiti korisne uvide za njegovu poziciju (Resnik 1982: 96).

nezavisnih matematičkih objekata, budući da ih svodi na puke pozicije u okviru struktura, koje su jedina potencijano saznatljiva apstraktna stvar, po ovom gledištu. Ove strukturne pozicije, uistinu, ne dele nikakva zajednička svojstva sa prostornim i vremenskim objektima, ali njihova individualna svojstva su maltene nepostojeća, što dovodi do zaključka da je spoznaja matematičkih entiteta zapravo spoznaja „prazne sheme“, za koju bi, iako u sebe, u neku ruku, inkorporira apstraktne objekte, moglo da se kaže da objektima matematike ne daje zadovoljavajući stepen „ontološke autonomije“. Imajući to u vidu, smatramo da ova pozicija nije prihvatljiva za one koji brane tezu o postojanju apstraknih objekata u pravom smislu tog pojma, kao što to činimo mi u ovom istraživanju, pa ćemo iz ovog razloga i nju ostaviti po strani.

Punokrvni platonizam

Poslednje relevantno ne-tradicionalno platonističko stanovište je takozvani *punokrvni platonizam* (*full-blooded Platonism*), čije je ime osmislio njegov začetnik Mark Balager (Balaguer 1995: 304), a koga još naziva i *izdašnim platonizmom* (*plenitudinous platonism*) (Balaguer 1998: 5) zbog svoje „izrazito tolerantne ontologije“. Punokrvni platonizam zastupa da svaki mogući matematički objekat postoji, a da je dovoljan uslov za dokazivanje postojanja bilo kog matematičkog entiteta, njegova logička konzistentnost (za razliku od standardnog platonizma koji zahteva njihov ispravan opis). Prema tome, po ovoj poziciji postoji sve „od ne-kantorovskih skupova do ne-razdvojivih Hilbertovih prostora, od neobičnih metričkih prostora do još neotkrivenih rešenja čudnih diferencijalnih jednačina, svi su dobrodošli u ovaj zaista prenaseljen matematički raj” (Bueno 2009: 254). Značajan doprinos ovoj poziciji su dali i Bernard Linski (Bernard Linsky) i Edvard N. Zalta (Edward N. Zalta), koji tvrde da je greška većine platonističkih pozicija u tome što apstraktne objekte, u neku ruku, shvataju na isti način kao fizičke objekte (Linsky & Zalta 1995). Kada je u pitanju spoznaja matematičkih entiteta, Balager argumentuje da ne postoji potreba za novom epistemologijom, već samo kreiranjem jasne skice toga kako tačno funkcioniše naša spoznaja matematičkih entiteta (ili matematičkog domena, kako bi on to rekao). Njegova argumentacija za ostvarenje takvog projekta je sledeća[45]:

> (i) Punokrvni platonizam može da objasni činjenicu da ljudi mogu — bez imanja ikakvog kontakta sa matematičkim domenom — da formulišu čisto matematičke teoreme.
>
> (ii) Punokrvni platonizam može da objasni činjenicu da ljudi mogu — bez imanja ikakvog kontakta sa matematičkim domenom — da znaju za mnoge od ovih čisto matematičkih teorema da su konzistentne.
>
> (iii) Ako je (2) istinito, onda punokrvni platonista može da objasni činjenicu (kao generalno pravilo) da ako matematičari prihvate čisto matematičku teoriju T, onda je T konzistentno. Dakle,
>
> (iv) Punokrvni platonista može da objasni činjenicu da (kao generalno pravilo) ako matematičari prihvate čisto matematičku teoriju T, onda je T konzistentno.
>
> (v) Ako je punokrvni platonizam tačan, onda svaka konzistentna čisto matematička teorija uistinu opisuje deo matematičkog domena, odnosno, uistinu opisuje određenu kolekciju matematičkih objekata.
>
> Dakle,
>
> (vi) Punokrvni platonista može da objasni činjenicu da (kao generalno pravilo) ako matematičari prihvate čisto matematičku teoriju T, onda T uistinu opisuje deo matematičkog domena. (Balaguer 1998: 51–52)

Interesantna je činjenica da i sam Fild smatra da punokrvni platonizam uspešno izlazi na kraj sa epistemološkim argumentum protiv realizma, uprkos tome što je realistička pozicija. On smatra stavove ovog gledišta održivim iz razloga što je „matematički univerzum toliko pun da, kakvo god shvatanje imali, postoji neki deo matematičkog univerzuma u okviru koga bi to

[45] Važno je napomenuti da, iako Balager argumentaciju gradi na osnovu čistih teorija, on je svestan činjenice da je za jednu platonističku epistemologiju neophodno obuhvatiti i postojanje nečistih i mešanih teorija, pa stoga naglašava da njegova epistemologija može da se generalizuje i na taj da pokrije i ove vrste teorija. (Balaguer 1998: 51)

shvatanje bilo istinito; a reč je o bilo kom delu koji čini našu teoriju istinitom" (Field 2005: 78). Dakle, punokrvni platonizam omogućuje znanje matematičkih istina iz realističke perspektive na osnovu toga što se oslanja na veličinu matematičkog domena, u kome ima mesta za sve konzistentne matematičke istine, čak i ako su konzistentni sistemi, čije su one deo oprečni u odnosu na istine drugih konzistentnih sistema (različiti delovi matematičkog domena čine različite teorije istinitim). Imajući u vidu teorijsku primamljivost ove pozicije, u nastavku ćemo pokušati da razmotrimo kako se njeno tumačenje apstraktnih objekata odnosi prema kondicionalnoj analizi znanja. Međutim, pre toga, treba se osvrnuti na činjenicu da sam Balager zauzima prilično originalan pristup u okviru šire diskusije o realitetu apstraktnih objekata. Shodno ovome, u cilju boljeg razumevanja punokrvnog platonizma, prvo ćemo obrazložiti njegovu opštu poziciju u pogledu spora između realista i anti-realista.

Realizam i anti-realizam: Spoj nespojivog

Balager je nekonvencionalnog mišljenja da se i realizam i anti-realizam mogu braniti podjednako uspešno, ali samo pod uslovom da se prihvate određeni oblici ovih opštih pozicija. On tako smatra da je *fikcionalizam* jedini odbranjivi oblik anti-realizma, na sličan način kao što je punokrvni platonizam jedina odbranjiva verzija realizma. Budući da smo mišljenja da pozicija koju Balager zastupa u okviru anti-realizma, takođe zaslužuje pažnju (videćemo da je sam Fild začetnik fikcionalizma, te je ovo gledište svakako relevantno), pre svega zbog određenih sličnosti sa punokrvnim platonizmom, u nastavku ćemo se ukratko osvrnuti na ovo stanovište. Smatramo da ćemo na taj način doprineti i boljem razumevanju punokrvnog platonizma, za koji ćemo potom razmotriti da li i, ako da, na koji način bi se pomoću njega mogla objasniti pouzdanost naših modalnih i matematičkih verovanja. Ali, vratimo se sada na Balagerovu opštu poziciju, koja, u nekom smislu, izjednačava tvrdnju o tome da svi logički mogući matematički objekti postoje sa tvrdnjom da oni nemaju realno postojanje.

Ovakav pristup, bez sumnje, stvara znatiželju u pogledu toga kako je uopšte moguće braniti jedan ovakav stav, jer realizam i anti-realizam bi trebalo da su međusobno isključiva stanovišta. Zar kombinovanjem jednog oblika realističke i jedne vrste anti-realističke pozicije Balager ne zastupa kontradiktorne stavove? Kratak odgovor je – ne ako brani stav da se spor između realizma i anti-realizma zapravo ne može rešiti. A upravo takvo gledište on zastupa, pošto smatra da davanje konkluzivnog odgovora, kojim bi se rešio problem realiteta apstraktnih objekata, jednostavno nije moguće. Drugim rečima, po Balagerovom mišljenju, mi nikada nećemo otkriti da li ovakvi entiteti zaista postoje ili ne, niti bismo to mogli da otkrijemo, jer ne postoji činjenica na osnovu koje bismo došli do jednog takvog otkrića. Važno je imati na umu da navodna nemogućnost otkrića tog tipa, ne ide u prilog tezi da bi anti-realizam trebalo da ima prednost u odnosu na realizam, kako bi to neko mogao da pretpostavi, jer po takozvanom *slabom epistemičkom zaključku*, koji navodi Balager, ne postoje zadovoljavajući argumenti, ne samo za, već ni protiv matematičkog realizma. U ovom duhu on formuliše i svoj *jak epistemički zaključak*, koji je, slično kao što je slučaj i sa slabijim epistemičkim zaključkom, osmišljen prevashodno za matematičke entitete[46], a govori o tome da „[s]tvar nije samo u tome što nam trenutno nedostaje uverljiv argument koji rešava spor oko matematičkih objekata — stvar je u tome da mi nikada ne bismo mogli da dođemo do jednog takvog argumenta“ (Balaguer 1998: 17). S druge strane, Balagerov *metafizički zaključak*, iako suštinski vrlo sličan epistemičkim zaključcima, opštije je prirode, pošto se odnosi na sve apstraktne objekte. Ovo znači da je u potpunosti primenjiv, ne samo na matematičke, već i na sve druge metafizičke entitete.

> „Metafizički zaključak: Ne radi se samo o tome da nikada ne bismo mogli otkriti da li je platonizam ili antiplatonizam tačan — stvar je u tome da ne postoji činjenica koja nam govori o tome, koji od njih tačan. Drugim rečima, ne postoji činjenica koja nam govori o tome, da li postoje apstraktni objekti.“ (Balaguer 1998: 16)

Stoga, Balager bez ikakve kontradikcije zauzima dva oprečna stava u pogledu postojanja apstraktnih objekata matematike i metafizike. Iako je činjenica da se njegovi zaključci ne

[46] Balager navodi da bi, iako se odnose isključivo na matematičke objekte, epistemički zaključci mogli da se generalizuju tako da se odnose i na druge apstraktne objekte. (Balaguer 1998: 17)

mogu u potpunosti opovrgnuti, mišljenja smo da je utvrđivanje pouzdanosti naših modalnih i matematičkih verovanja sasvim dovoljan kriterijum za tvrdnju o znanju koje se odnosi na apstraktne objekte. Slično kao i sa eliminisanjem radikalnih skeptičkih alternativa, dovoljno je da se pozovemo na to da su u svakom bliskom mogućem svetu naša (pouzdana) verovanja o nužnim metafizičkim i matematičkim istinama nesporna. Čak znatno manje sporna od verovanja, koja se odnose na empirijske činjenice. Na ovaj način, oba epistemička, kao i metafizički zaključak donekle gube na svom značaju.

Teža i lakša varijanta fikcionalizma

Na ovom mestu ćemo, kako je i najavljeno, ukratko razmotriti fikcionalizam, čiju prvobitnu formulaciju je ponudio upravo Fild. Program koji zastupa Fild u okviru svoje fikcionalističke pozicije izrazito je nominalistički. Ovo se, pre svega ogleda u njegovim stavovima da je matematika konzervativna i da nije neophodna za naučne teorije. To znači, da ovako shvaćene naučne teorije „ne referiraju na matematičke entitete“ (MacBride 1999: 434), te se na taj način nauka „nominalizuje“. Kada je reč o konzervativnosti matematike, Fild je definiše na sledeći način: „Matematička teorija S je konzervativna ako i samo ako za bilo koju nominalističku tvrdnju A, i bilo koji korpus N takvih tvrdnji, A nije posledica N + S, sem ako je A posledica samog N“ (Field 2016: P-16). Ovako shvaćene matematičke teorije nisu neophodne, već samo olakšavaju zaključke do kojih bi se moglo doći i isključivo nominalističkim putem. Jer, da bismo mogli da tvrdimo A, nije nam neophodno S (iako može biti od koristi), već samo $N_1 \ldots N_n$ iz kojih sledi. Drugim rečima, po Fildovom fikcionalizmu, matematika služi naučnim teorijama, tako što olakšava dolaženje do, inače nominalističkih, zaključaka.

Po nominalističkom tumačenju fikcionalizma kakvo zastupa Fild, matematičko znanje se svodi na empirijsko ili logičko znanje, pa bi tako neko matematičko znanje bilo zapravo izvedeno empirijsko znanje, koje se dobija logičkim putem, odnosno kasnije se ispoljava u vidu formalizovanih logičkih pravilnosti. Da li ovo znači da matematičke istine postoje? Odgovor je potvrdan, ali samo u uslovnom smislu, koji se odnosi na to da *fikcioni operator* (*fiction operator*) „pretvara“ neistinite iskaze o matematičkim entitetima u istinite. Iz ovog razloga „matematički fikcionalista mora da uvede operator fikcije: ‘Prema teoriji M, . . .’, Gde je M matematička teorija pogodna za kontekst o kome je reč“ (Bueno 2009: 274). Ovako nešto susrećemo u svakodnevnom govoru, recimo onda kada čujemo iskaze, kao što su „prema aritmetici, postoji isti broj parnih i neparnih brojeva“ ili „prema teoriji skupova, ne postoji skup svih skupova“.

Na ovom mestu možemo postaviti pitanje koje se očito nameće ukoliko razmotrimo implikacije teze da su matematički entiteti fikcionalni – zašto bi se istraživanju matematike uopšte posvećivala tolika pažnja, ako se njen predmet može okarakterisati kao nepostojeći, odnosno kao fikcija? Fikcionalisti bi odgovorili da je to zbog korisnosti matematike, jer su razmatranja njenog opusa itekako poželjna, iako o istini možemo pričati samo u okviru fikcionalnog matematičkog diskursa (koji se ostvaruje preko iskaza čija istinitosna vrednost zavisi od toga da li su ti iskazi u skladu sa prihvaćenom „matematičkom pričom“), a ne i matematike same. Drugim rečima, izvor ove korisnosti mora biti u nekom empirijskom, ili bar logičkom domenu (ukoliko želimo da „isteramo do kraja“ implikacije ove pozicije).

Čini se da je ovo kontraproduktivno, budući da eventualno svođenje na logički domen rezultira time da smo jedan tip apstraktnih objekata sveli na drugi. Pored toga, ceo projekat nominalizacije matematike ostavlja utisak pokušaja usiljenog otklanjanja nečeg, čije otklanjanje ne deluje prirodno. Međutim, kada su u pitanju drugačija tumačenja fikcionalizma, pored „teže“ varijante (*‘hard-road’ fictionalism*) koju zastupa Fild, postoji i verzija ove pozicije koja se posmatra kao „lakša“ za branjenje *(‘easy-road’ fictionalism*), koju brani upravo Balager, ali i autori poput Meri Leng (Mary Leng), koji smatraju da za odbranu matematičkog fikcionalizma nije neophodno prihvatanje nominalizma (Kroon 2011: 790–791). Kada govori o fikcionalizmu, Balager primećuje da on ima neke sličnosti sa platonizmom, pošto se njegovi zagovornici „slažu sa platonistima da je iskaz ‘3 je prost broj’ o broju 3 — preciznije, oni misle da on govori o tome da ovaj broj nosi svojstvo biti prost broj“ (Balaguer 1998: 14). Bez sumnje, Balagerova verzija fikcionalizma je bliža platonističkoj od Fildove, a kako ćemo videti, čak i na neki način daje odgovor na njegov izazov.

Međutim, uprkos drugačijem pristupu u odnosu na Fildovu nominalističku verziju, Balagerov fikcionalizam je i dalje anti-realistička pozicija. Na ovom mestu je značajno pomenuti, budući da se direktno tiče epistemološkog argumenta protiv realizma, to da, iako Balager smatra da se fikcionalisti i platonisti „slažu oko toga da ako postoji nešto poput 3, onda je to apstraktan objekat" (Balaguer 1998: 14), ova apstraktnost se shvata na vrlo različite načine. Za razliku od realističkih pozicija, kakav je platonizam, fikcionalizam ne tvrdi da apstraktni objekti metafizike i matematike realno postoje, niti im pripisuje istinitost. Interesantno je to da i fikcionalizam potencijalno može da reši Fildov izazov bez oslanjanja na nominalizam. Što, iako se opravdano tumači kao anti-realistička pozicija, fikcionalizmu daje prednost u odnosu na druge srodne pozicije.

Reč je o tome da Balager smatra da „poput punokvrnih platonista, fikcionalisti takođe mogu da objasne postojanje otvorenih pitanja bez objektivno tačnih odgovora (iako se, poput punokvrnih platonista, ne moraju obavezati na postojanje takvih pitanja) (Balaguer 1998: 99)", što bi značilo da i po fikcionalističkom shvatanju modalnih i matematičkih objekata mogu postojati različita verovanja koja se odnose na iste entitete, a podjednako uspešno zadovoljavaju nešto slično principu modalne bezbednosti, odnosno, ta verovanja se, u neku ruku, mogu smatrati i osetljivim i sigurnim.[47] Ovo je omogućeno time što sledbenici fikcionalizma, slobodnije rečeno, „kradu šta god platonisti tvrde o matematičkoj istini. Pošto fikcionalisti kažu da su tačni samo oni iskazi, koji bi bili tačni da je platonizam tačan, to bi trebalo da omogući da zastupaju teoriju matematičke ispravnosti koja podražava platonističku teoriju" (Balaguer 2017: 396). Ali, problem se sastoji u tome što se ovde modalna bezbednost, odnosi na „standardnu priču" o matematičkim objektima, a ne na istinu o njima. Dakle, ne prati se istina o matematičkim objektima, već samo naša koncepcija o njima. Ovo je jedan od razloga zašto smatramo da Balagerov fikcionalizam, uprkos svojim prednostima u odnosu na Fildovu nominalističku varijantu, ipak nije prihvatljiva pozicija.

Na ovaj način, videli smo, da postoji velika razlika između Balagerove ontologije i epistemologije, jer u ontološkom smisli on prednost ne daje ni realizmu ni anti-realizmu, dok

[47] Bar u onoj meri u kojoj se neko oslanja na Balagerovo shvatanje fikcionalističke doktrine, jer, sve dok se taj neko drži njegovog tumačenja ove pozicije „moguće je da u nekim granama matematike postoje neka otvorena pitanja koja imaju više odgovora, a u potpunosti su u skladu sa svim intencijama, pojmovima, koncepcijama, intuicijama i tako dalje, koje imamo u datoj grani matematike." (Balaguer 1998: 99)

u epistemološkom smislu on smatra da dva potpuno različita gledišta, kakva su punokrvni platonizam i fikcionalizam, mogu pružiti podjednako zadovoljavajuće objašnjenje načina na koji spoznajemo objekte koje smatramo apstraktim. Dakle, iako se ontološki status apstraktnih entiteta posmatra drugačije, u epistemičkom smislu ove pozicije mogu biti podjednako održive, pošto nema zadovoljavajućih argumenata u korist ni jedne ni druge strane. Budući da smo objasnili Balagerov opšti stav o otkrivanju prave prirode apstraktnih objekata, vreme je da se detaljnije fokusiramo na ishodišta punokrvnog platonizma, dok ćemo se fikcionalizmom opet baviti u poglavlju u kome preispitujemo posledice paradoksa spoznatljivosti.

Da li je punokrvni platonizam u skladu sa kondicionalnom analizom znanja?

Kako Balager smatra, punokrvni platonizam može da reši problem navodnog jaza između epistemičkih subjekata i matematičkih objekata, budući da je po ovoj teoriji do matematičkog znanja moguće doći konceptualizacijom, koja „dovodi do istine“ svaki put kada je neka matematička teorija konzistentna. Dakle, dokazivanje da je određeni matematički objekat konzistentan, stavlja nas u poziciju da možemo tvrditi njegovo postojanje, što predstavlja uvid koji nije stečen uzročnim putem. Na ovaj način, smatra Balager, punokrvni platonizam pruža objašnjenje kako naša verovanja, koja se odnose na matematičke entitete, mogu biti pouzdano formirana, mimo postojanja uzročne veze između nas i kauzalno inertnih objekata. Doduše, pomenuta činjenica da sam Fild smatra da punokrvni platonizam na uspešan način „izlazi na kraj“ sa epistemološkim argumentom protiv realizma može delovati iznenеđujuće.

Na ovom mestu, na osnovu onoga što je rekao sam autor nove verzije epistemološkog argumenta, mogli bismo da zaključimo da je izazov, koji je on formulisao, rešen, jer, po njegovim rečima, punokrvni platonizam daje objašnjenje pouzdanosti matematičkih verovanja. Međutim, jedan takav zaključak bi se mogao smatrati prenagljenim, budući da postoje autori, poput Klark-Doena, koji preispituju na koji to tačno način punokrvni platonizam objašnjava pouzdanost, bolje od drugih pristupa. Kada govori o objašnjavanju pouzdanosti, Klark-Doen se, slično kao i mi, poziva na zadovoljavanje uslova osetljivosti i uslova sigurnosti (Clarke-Doane 2016: 22–27), odnosno princip modalne bezbednosti. Drugim rečima, on smatra da je za prihvatanje punokrvnog platonizma, kao teorije koja objašnjava pouzdanost naših matematičkih verovanja, neophodno da sva konzistentna matematička verovanja budu i osetljiva i sigurna. Stoga smo mišljenja da je potrebno razmotriti kako se punokrvni platonizam odnosi prema modalnim uslovima za znanje.

Analiza punokrvnog platonizma je vrlo interesantna iz perspektive uslova sigurnosti, budući da bi sasvim drugačija matematička verovanja mogla biti istinita, dokle god su ona konzistentna. Ovo predstavlja određenu vrstu pluralizma u pogledu tumačenja matematičkih istina, jer se punokrvnim platonizmom tvrdi da različite teorije „iste vrste“ mogu biti podjednako ispravne. Po Balagerovom mišljenju, ovako shvaćeni „pluralizam ide ruku pod ruku sa matematičkim relativizmom“ (Balaguer 2017: 380), za koji on smatra da je kompatibilan sa platonističkom pozicijom (ali i anti-realističkim pozicijama, poput razmatranog fikcionalizma). To bi značilo da bi različita verovanja o istim objektima i dalje mogla da budu sigurna, jer iz ove pozicije sledi epistemološki stav, koji govori o tome „da je slučaj da su naša matematička verovanja bila drugačija (ali i dalje konzistentna), i dalje bi bila istinita“ (Clarke-Doane 2016: 23). Ovo u načelu ne krši uslov sigurnosti, budući da i je i dalje u skladu sa kondicionalnim uslovom da epistemički subjekt ne bi verovao da *p* da nije slučaj da *p*, ali se ovde pomenuti uslov na interesantan način problematizuje. Čini se da ovo zahteva dodatno objašnjenje. Naime, pitanje koje se ovde postavlja je da li je punokrvi platonizam podložan podvrgavanju uslovu sigurnosti, odnosno da li po ovoj poziciji svako matematičko verovanje prati istinu. Nesumnjivo, ukoliko je ovo slučaj, to bi znatno umanjilo epistemološki, kao i generalni, značaj punokrvnog platonizma.

Međutim, treba imati na umu da neće sva različita matematička verovanja o istim stanjima stvari moći podjednako uspešno da prate istinu u svim bliskim mogućim svetovima. Naime, različita konzistentna matematička verovanja, prema shvatanju punokrvnog platonizma, ne prate istinu u slučaju u kome se odnose na matematičke objekte sa određenim početnim aksiomima, a mogu kondicionalno (u bliskim mogućim svetovima) biti u neskladu sa tim aksiomima. Drugim rečima, *S*-ova različita matematička verovanja *p* su sigurna *akko* ne bi verovao da *p,* da *p* nije slučaj. Gotovo istovetnu poentu ima i Klark-Doen kada kaže:

„Ako ne postoje (egzistencijalno kvantifikovane) matematičke istine u najbližim svetovima o kojima imamo različita matematička verovanja, na primer, onda kada bismo imali (na odgovarajući način) drugačija matematička verovanja, ona bi bila lažna" (Clarke-Doane 2016: 23). Na osnovu ovoga možemo zaključiti da se po punokrvnom platonizmu sva matematička verovanja ipak ne tumače kao da uvek prate istinu, iako ova pozicija, u načelu, zastupa to da drugačija verovanja o istovetnim objektima mogu podjednako uspešno pratiti istinu.

Što se tiče uslova osetljivosti, moglo bi se reći da punokrvni platonizam u slučaju njegovog potencijalnog zadovoljavanja nailazi na još veće izazove. Reč je o tome da ovo gledište, bar po onome što tvrdi Balager, ne pridaje matematičkim istinama nikakav poseban značaj, u smislu da ih ne smatra relevantnim za stanje stvari u svetu. Drugim rečima, Balager smatra da bi svet bio apsolutno isti, čak i da u njemu nema nikakvih matematičkih entiteta. Ovo naizgled može imati negativne posledice za osetljivost naših matematičkih verovanja, budući da se ne negira samo nužnost matematičkih istina, već se i ostavlja prostor za tezu da naša matematička verovanja ne bi bila drugačija, čak i da matematičke istine uopšte ne postoje (što svakako znači da nisu slučaj). Stav o tome da matematičke istine nisu nužne punokrvni platonizam naizgled čini nepouzdanim iz perspektive uslova osetljivosti. Da li ovo znači da ova pozicija ne odgovara uspešno na epistemološki argument protiv realizma? Naše mišljenje je da to nije slučaj i da punokrvni platonizam može pružiti odgovarajuću sliku pouzdanosti matematičkih verovanja. Cena ovoga je odbacivanje Balagerovog stava da matematičke istine nisu nužne, za koju možemo slobodno reći da i nije toliko velika. Ovo je zbog toga što, ukoliko prihvatimo da su matematički objekti apstraktni, odnosno kauzalno inertni, mi po mnogim standardnim tumačenjima prihvatamo i to da su oni nepromenjivi u svim mogućim svetovima, a samim tim da se istine o njima mogu smatrati nužnim. Punokrvni platonizam se razlikuje od njih po tome što praćenje istine vezuje za različite početne aksiome, što daje osnov za sumnju da za njega ovo ne važi. Međutim, ako se određeni aksiom u aktualnom svetu dokaže kao osetljiv, mi nemamo razloga da mislimo da istina o njemu nije nužna, bar ne više nego kod drugih realističkih pozicija. Dakle, iako početni aksiomi mogu varirati, pa tako i uticati na to šta je istinito, te istine su i dalje nužne, jer početni aksiomi koji su osetljivi u svim mogućim svetovima vode do istih matematičkih istina. Pa tako, s obzirom na to da Balager nije ponudio nijedan ubedljiv razlog za sumnju u nužnost matematičkih istina, možemo zaključiti da je cena odbacivanja stava da one nisu nužne, itekako prihvatljiva. Dakle, ukoliko prihvatimo da su matematičke istine nužne, što ćemo i učiniti, kao i to da je postojanje nužnih matematičkih istina kompatibilno sa punokrvnim platonizmom, dolazimo do toga da je punokrvni platonizam u skladu sa principom osetljivosti, i to možemo slobodno reći, neproblematično u skladu sa njom, budući da je ovaj uslov uvek trivijalno zadovoljen u slučaju nužnih istina.

Ovo nas, međutim, dovodi do jednog drugog problema, koji je srodan onome koji smo razmatrali pri analizi sigurnosti matematičkih verovanja, shvaćenih kroz prizmu punokrvnog platonizma. Naime, budući da uslov osetljivosti važi samo trivijalno u slučaju matematičkog znanja, čini se da on ne govori mnogo o pouzdanosti matematičkih verovanja o matematičkim objektima, shvaćenih na način na koji ih shvata punokrvni platonizam. Ovaj problem se može izbeći na sličan način na koji je to učinio Nozik tvrdeći da za znanje nužnih istina ne važi uslov osetljivosti, već uslov skopčanosti, koji nije preterano zahtevan za zadovoljavanje. Međutim, deluje da bi se u slučaju matematičkih verovanja, zadovoljavanje uslova skopčanosti moglo smatrati nepotpunim, u smislu da bi jedno takvo praćenje istine bilo nedovoljno za odgovarajući opis pouzdanosti matematičkog znanja. Argumenti u korist zastupanja jednog ovakvog mišljenja se mogu osloniti na postojanje određenih slučajeva empirijskih verovanja, koja, na osnovu neispunjavanja uslova osetljivosti, očito ne prate istinu, a s druge strane, zadovoljavaju uslov skopčanosti. Na osnovu navedenog, stiče se utisak da je uvođenje uslova skopčanosti nekorisno za rešavanje ovog problema. Srećom, nakon nešto detaljnijeg razmatranja zahteva koje opisivanje pouzdanosti treba da zadovolji, možemo da donesemo zaključak da je dovoljno i to da uslov osetljivosti trivijalno važi u slučaju praćenja istine svih konzistentnih matematičkih verovanja. On, zajedno sa uslovom sigurnosti, kompletira sliku koja odgovara na pitanje na koji način bi se po punokrvnom platonizmu naša matematička verovanja mogla smatrati pouzdanim. Spoj sa uslovom sigurnosti, naime, omogućava da se matematička verovanja ne posmatraju samo kao trivijalno istinita (što je već jasno iz razmatranja uslova osetljivosti), već da se između ovih verovanja i nužnih stanja stvari ostvari odgovarajuća kondicionalna veza, koja bi se kao takva mogla smatrati odgovarajućom.

Prednosti standardnog platonizma

Uprkos prethodno navedenom, na ovom mestu se treba zapitati da li je „isplativo“ prihvatiti punokrvni platonizam, budući da tradicionalni platonizam, na gotovo istovetan način, zadovoljava i uslov osetljivosti i uslov sigurnosti, s tim što sa sobom ne nosi dodatne komplikacije, koje se odnose na drugačija verovanja o istim stanjima stvari, koje podjednako uspešno prate istinu. Ukoliko ovo nije dovoljno da bismo nekoga ubedili u stav da prihvatanje punokrvnog platonizma „ima preveliku cenu“, iako u načelu nije pogođen epistemološkim argumentom, onda je u cilju dodatnog ubeđivanja neophodno predstaviti *pravi punokrvni platonizam* (*Really Full Blooded Platonism*). Takozvani pravi punokrvni platonizam je gledište koje zastupa Džejsi Bil (Jc Beall), koji tvrdi da, ukoliko punokrvni platonizam rešava epistemički izazav iza koga stoje Benaseraf i Fild, onda on, nasuprot Balagerovom mišljenju, nije jedini koji to čini na način za koji sam Balager smatra da je svojstven samo toj poziciji (Beall 1999). Naime, ako je proširenje domena realnih stvari, na taj način da se u njih ubrajaju svi konzistentni matematički entiteti, prihvatljiv odgovor na epistemološki argument, onda mora biti prihvatljivo i proširenje ovog domena koje bi, sem svih konzistentnih matematičkih entiteta, uključivalo i nekonzistentne matematičke objekte, odnosno nekonzistentne teorije koje nisu trivijalne. Dakle, oni koji smatraju da je „uspostavljanje najširih mogućih granica platonskog neba“ misaoni imperativ, za njih bi prihvatanje pravog punokrvnog platonizma moralo da bude nešto što je u potpunosti u skladu sa tim imperativom. Bil dalje smatra da postoje dva načina sagledavanja odnosa između standardne varijante punokrvnog platonizma i pravog punokrvnog platonizma, koja zavise od toga da li ćemo punokrvni platonizam shvatiti kao nekonzistentan ili kao nepotpun, a oba govore u korist pravog punokrvnog platonizma. Ako smatramo da je punokrvni platonizam nekonzistentan, u tom slučaju, pravi punokrvni platonizam zapravo jeste gledište koje zastupamo. Ili s druge strane, možemo smatrati da je punokrvni platonizam nepotpun, što opet znači da je bolje prihvatiti pravi punokrvni platonizam, budući da njegova nekonzistentnost omogućava potpunost (Beall 1999: 324–325). Mi se, naravno, ni inicijalno nismo složil sa Balagerovim stavom da punokrni platonizam jedini pruža odgovor na epistemološki argument, ali se ne možemo oteti utiski da, čak i da je delovalo da je ovako nešto bio slučaj, Bilovi argumenti bi promenili naš stav, budući da pravi punokrvni platonizam zaista ima istu osnovnu ideju kao i standardni punokrvni platonizam, ali je, za razliku od njega, sprovodi u potpunosti.

Na osnovu svega navedenog, dolazimo do zaključka da, iako odriče postojanje uzročne veze između nas i metafizičkih i matematičkih objekata, tradicionalni platonizam, ipak, jeste u skladu sa epistemičkim teorijama koje na adekvatan način opisuju pouzdanost naših modalnih i matematičkih verovanja. Ovo znači da je moguće dati odgovarajuće objašnjenje pouzdanosti ovih verovanja iz jedne realističke perspektive. Smatramo da je prihvatanje tradicionalne varijante platonizma najadekvatnije za objašnjavanje pouzdanosti matematičkih verovanja, jer su i uslov osetljivosti i uslov sigurnosti primenjivi na verovanja o apstraktnim objektima metafizike i matematike, te je princip modalne bezbednosti u potpunosti zadovoljen. Kondicionalna veza između subjektovog verovanja i matematičke istine nije uzročna, već se zasniva na praćenju istine naših verovanja koja se odnose na ove objekte, a najmanje argumentativnih problema se javlja pri praćenju istine tradicionalno shvaćenih platonističkih objekata. Naime, prednost pri praćenju istine objekata čije postojanje zagovara tradicionalni platonizam, u odnosu na one čije postojanje zagovara punokrvni platonizam, je ta što on u obzir uzima samo istinite, a ne i konzistentne (ili čak i nekonzistentne, kao u slučaju pravog punokrvnog platonizma) iskaze koji se odnose na matematičke objekte. Kao što smo videli, projekat „širenja granica platonskog neba“ ima izvesne negativne posledice za punokrvni platonizam, a tradicionalna varijanta platonizma uspešno izbegava probleme tog tipa. Jedina eventualna zamerka koja bi mogla da se uputi tradicionalnom platonizmu je da ova pozicija ne može da tvrdi neupitno postojanje apstraktnih entiteta metafizike i matematike.

Međutim, jedna ovakva tvrdnja nikada i nije bila opcija ni za jednu teoriju koja se oslanja na kondicionalnu analizu znanja (a po svemu sudeći, ni za jednu održivu analizu znanja generalno), čak ni u slučaju razmatranja empirijskih verovanja. Na osnovu ovoga možemo da zaključimo da se intuicija koja se odnosila na postojanje modalnih i metafizičkih istina pokazala kao ispravna, i da ona, pored matematičke preciznosti matematičara i formalno proverljivih tvrdnji, koje se odnose na modalnosti, daje dodatnu potporu našim verovanja o metafizičkim i matematičkim objektima, koja prate istinu i po teoriji osetljivosti i teoriji sigurnosti, i na taj način ispunjavaju neophodne uslove kako bismo mogli da ih posmatramo kao znanje.

4. Uloga matematičkih i metafizičkih objašnjenja

Metafizički i matematički entiteti i njihova neizostavna eksplanatorna uloga

Ako se na ovom mestu vratimo na razmatranje postavke nove verzije epistemološkog argumenta, setićemo se da u njoj Fild „skreće pažnju na potrebu za *objašnjenjem* pouzdane korelacije između matematičkih verovanja i činjenica o matematičkim objektima“ (Baron 2015: 154). Princip modalne bezbednosti, kako smo videli u prethodnim pogavljima, daje sasvim zadovoljavajuć odgovor na ovaj zahtev kombinovanjem dva kondicionalna uslova, koji omogućavaju da naša verovanja o apstraktnim objektima uspešno prate istinu o matematičkim i drugim nužnim apstraktnim entitetima. Međutim, po Fildovom mišljenju, „adekvatna epistemologija za matematiku je naturalistička epistemologija, gde naturalistička epistemologija *inter alia* isključuje direktan racionalan pristup matematičkim činjenicama putem nekog od kapaciteta racionalne intuicije“ (Baron 2015: 154). Ovo znači da znanje o apstraktnim objektima mora biti opisano uz pomoć naturalističke epistemologije, koja isključuje mogućnost ekskluzivnog oslanjanja na naše ne-empirijske kapacitete (*i.e.* čisti um), te ovako formulisan zahtev sprečava da se pozovemo samo na kondicionalnu analizu znanja pri pobijanju novog epistemološkog argumenta.

Budući da u ovom radu ne zauzimamo naturalistički pristup pri rešavanju problema spoznaje apstraktnih objekata, mogli bismo da se pozovemo na to da nismo dužni da pružimo jedan takav opis znanja. Međutim, smatramo da je u cilju nedvosmislenog pobijanja anti-realističke argumentacije neophodno da pokažemo na koji način je ovako nešto ostvarivo. Dakle, iako sami ne branimo tezu da je prihvatanje naturalističke epistemologije potrebno za odbranu realizma, ovde ćemo održivost jedne takve pozicije (u slučaju matematičkih i modalnih istina) smatrati nužnim uslovom za tvrdnju o postojanju apstraktnih objekata, kako bi sebe stavili u poziciju da ponudimo zadovoljavajući odgovor na Fildov zahtev, baš u onom obliku u kojem ga je on i formulisao.

Konkretno, naš cilj je da pokažemo da postoji održivi naturalistički argument u korist realizma. Time bi bila uklonjena i poslednja prepreka za realističko shvatanje nužnih apstraktnih objekata. Smatramo da je najzahvalnija taktika za ostvarivanje našeg cilja, oslanjanje na verovatno najpoznatitji i najuticajniji od svih naturalističkih argumenata u epistemologiji – argument iz neophodnosti (*indispensability argument*). Jednostavno rečeno, ovaj argument nam govori da se moramo ontološki obavezati na postojanje onih entiteta koji su neophodni za naše najbolje naučne teorije, a po njemu matematički objekti jesu neophodni za naše najbolje naučne teorije, pa se stoga moramo ontološki obavezati na njihovo postojanje. Mi ćemo uslovno prihvatiti značaj ovog argumenta, a za našu tezu će biti važno razmatranje jedne njegove varijacije, koja je više fokusirana na epistemološki nego ontološki aspekt tvrdnje o postojanju matematičkih objekata. Reč je o takozvanom *pojačanom argumentu iz neophodnosti* (*the enhanced indispensability argument*), koji u prvi plan stavlja eksplanatornu ulogu u našim najboljim naučnim teorijama. Pojačani argument iz neophodnosti se može predstaviti na sledeći način (Baron 2015: 150):

(1) Morali bismo da verujemo u postojanje bilo kog entiteta, koji ima neizostavnu eksplanatornu ulogu u našim najboljim naučnim teorijama.

(2) Neki matematički objekti imaju neizostavnu eksplanatornu ulogu u nauci.

Stoga,

(3) Trebalo bi da verujemo u postojanje matematičkih objekata.

Kao što možemo videti, po ovom argumentu eksplanatorna uloga može imati presudan značaj u određivanju toga da li matematički objekti postoje ili ne. Na osnovu ovoga se stiče utisak da objašnjenja zauzimaju važno mesto u diskusiji između realizma i anti-realizma, te se otvara zahtev za ispravnim opisom njihove prirode. Stoga ćemo u ovom delu rada pokušati da analiziramo različite teorije koje se odnose na objašnjenja, i pokažemo koje su njihove implikacije za diskusiju o problemu postojanja apstraktnih objekata i koji zaključci se iz toga mogu izvući. Pritom ćemo se osloniti na tezu da postojanje određene vrste objašnjenja može direktno odgovoriti na problem dostupnosti. U pitanju su takozvana *ekstra-matematička objašnjenja* (*extra-mathematical explanations*), kojima se objašnjavaju empirijske pojave, a zavise od matematičkih objekata. Preciznije, ekstra-matematičko objašnjenje je „objašnjenje fizičkog fenomena u kome matematički objekti igraju ključnu eksplanatornu ulogu“ (Baron 2015: 150). Sem Beron (Sam Baron) smatra da eventualno postojanje ovakvih objašnjenja može imati itekako značajno mesto u diskusiji o statusu apstraktnih entiteta matematike[48], jer „ako postoje ekstra-matematička objašnjenja, onda je osnovna teza problema dostupnosti netačna“ (Baron 2015: 151). S druge strane, nije teško konstruisati tezu da objašnjenja u kojima su za objašnjavanje empirijskih fenomena neophodni ne-matematički metafizički objekti, svedoči u prilog tome da postoje ne-matematički metafizički objekti, pa će eventualno postojanje *ekstra-metafizičkih objašnjenja* biti argument u korist postojanja metafizičkih objekata.

Imajući ovo u vidu, smatramo da je za odbranu realističke pozicije, koja se može izdvojiti kao jedan od osnovnih ciljeva ovog istraživanja, bitno pokazati da matematički entiteti imaju nezamenjivu ulogu u empirijskim objašnjenjima, odnosno da ekstra-matematička objašnjenja postoje. Mišljenja smo da bi na ovaj način i poslednja potencijalna zamerka od strane anti-realista, koja se odnosi na održivost argumenata o postojanju matematičkih entiteta bila osujećena. Naravno, ne treba smetnuti s uma da ovakvo rasuđivanje može imati i obrnuti smer, te da se problemom dostupnosti može sporiti postojanje ovakvih objašnjenja:

> „Platonisti mogu da izgrade slučaj za epistemički pristup matematičkim objektima pružanjem dokaza u korist postojanja ekstra-matematičkih objašnjenja. Nominalisti, nasuprot njima, mogu da koriste problem dostupnosti, kako bi bacili sumnju na ideju o tome da matematički objekti igraju supstancijalnu ulogu u naučnom objašnjenju.“ (Baron 2015: 151)

[48] Ovde treba pomenuti i gledište koje se naziva eksplanacionizam (*explanationism*), koje brani stav da se objašnjenja mogu koristiti kao epistemička opravdanja svojih zaključaka (Lycan 2002: 408), te bi shodno tome postojanje ekstra-matematičkih objašnjenja (i ekstra-metafizičkih) dokazalo da se određene istina o matematičkim (i metafizičkim) objektima, koje se javljaju u okviru datog objašnjenja, mogu koristiti kao indikator pouzdanosti naučnih teorija. Iako eksplanacionizam nije opšteprihvaćeno epistemološko stanovište, a i mi ga nećemo ovde braniti, mišljenja smo da bi eventualno važenje ove pozicije, svakako išlo u korist odbrane realističke pozicije.

Međutim, mišljenja smo da je do sada izneto već dovoljno argumenata u prilog tome da problem dostupnosti ne predstavlja pravu prepreku za realizam. Stoga, smatramo da on ne može služiti kao početna pretpostavka poricanja objašnjavalačke uloge matematičkih objekata, budući da pouzdanost apstraktnih objekata, kako smo videli u prethodnim poglavljima, možemo opisati uz pomoć kondicionalne analize znanja. Bez obzira na činjenicu da je u prethodnim poglavljima već pokazano kako realizam nije pogođen anti-realističkom argumentacijom, preispitivanjem toga da li postoji teorija objašnjenja, koja govori u prilog postojanja ekstra-matematičkih objašnjenja, pokušaćemo da ponudimo i naturalistički dokaz za postojanje apstraktnih objekata. Na ovaj način bi bio zadovoljen i poslednji supstancijalni anti-realistički zahtev upućen zagovornicima realizma.

Neuzročna objašnjenja kao indikator postojanja ekstra-matematičkih i ekstra-metafizičkih objašnjenja

Ovaj deo rada se bavi preispitivanjem teze o postojanju ekstra-matematičkih (odnosno ekstra-metafizičkih) objašnjenja. Budući da ćemo videti da su matematička (kao i metafizička) objašnjenja neuzročna, a mogu imati značajnu ulogu u empirijskim objašnjenjima, to će nam omogućiti da potvrdimo postavku pojačanog argumenta iz neophodnosti, a samim tim i odgovorimo na zahtev za opisivanjem pouzdanosti iz pozicije naturalističke epistemologije, koji postavlja Fild. Međutim, pošto postoji više pozicija u pogledu shvatanja prirode objašnjenja, od kojih se svaka drugačije odnosi prema postojanju onih objašnjenja koja se mogu smatrati ekstra-matematičkim, ovde ćemo ih sve zasebno predstaviti i utvrditi stepen njihove održivosti.

Kao što smo mogli da vidimo u prethodnom odeljku, Fild se oslanja na navodnu činjenicu da realizam ne može da objasni na koji način spoznajemo matematičke, kao i druge nužne metafizičke objekte, jer spoznaja apstraktnih objekata nije u skladu sa naturalističkom doktrinom. Naime, po realizmu, ne postoji kauzalna veza između nas i ovih objekata, a bez ove veze, mi ne možemo da tvrdimo da metafizički i matematički objekti igraju ikakvu ulogu u našim naučnim teorijama. Međutim, jedan od načina na koji se ovakvo mišljenje može osporiti je ukazivanje na postojanje takozvanih *neuzročnih objašnjenja*. Neuzročna objašnjenja su, kako i samo ime nagoveštava, objašnjenja koja nisu kauzalne prirode, što znači da veza između eksplanansa i eksplananduma nije uzročna. Dakle, samo postojanje ovakvih objašnjenja bi, bar u načelu, moglo da umanji značaj Fildove argumentacije, ukoliko bi se utvrdilo da ona mogu igrati bitnu ulogu i u nauci. Ali, kako bi ova načelna ideja bila u potpunosti ostvariva, neophodno je ukazati na primere neuzročnih objašnjenja u matematici. Budući da ćemo u ovom poglavlju tvrditi da je teza o postojanju neuzročnih objašnjenja ispravna, kao i da su neka od njih ekstra-matematička, neophodno je, najpre, osvrnuti se i na osnovne podele u okviru teorija, koje se bave razmatranjem prirode objašnjenja i prikazati šta one zastupaju i koja je najprihvatljivija.

Primeri neuzročnih objašnjenja

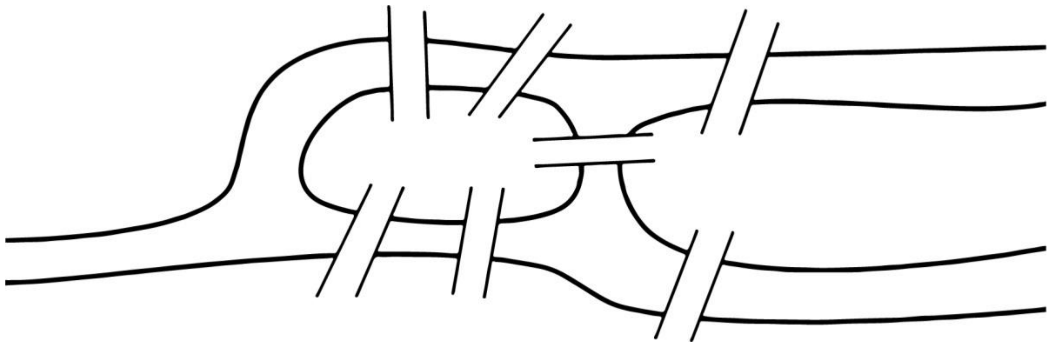
Ono što je važno za našu argumentaciju je to da „postoje mnogi odnosi koji mogu da imaju ekplanatornu ulogu, a nisu uzročni. Matematičke relacije, odnos dela i celine, pa čak i odnosi u taksonomiji, mogu ponuditi objašnjenja pozicioniranjem eksplananduma u odnosu na eksplanans na način, koji nije direktno uzročan“ (Andersen 2018: 486). Po mišljenju autora kao što je Aleksandar Rojtlinger (Alexander Reutlinger), čiji će taksonomski uvidi (dobrim delom ćemo se oslanjati na njegovu klasifikaciju širih pozicija u okviru diskusije o uzročnosti objašnjenja) biti od značaja za ovaj deo našeg istraživanja, mogu se izdvojiti brojni slučajevi neuzročnih objašnjenja, od kojih ćemo ovde navesti samo ona, koja su matematička, kao što su na primer apstraktna, topološka, strukturalna, statistička, geometrijska, kao i objašnjenja, koja se odnose na teoriju brojeva i teoriju grafova. Mnoga od ovih objašnjenja imaju ključni značaj za oblasti na koje se odnose, jer nemaju alternativu u vidu uzročnog objašnjenja, koje bi ih zamenilo u datim oblastima.

Mišljenja smo da je najbolji argument u korist teze o postojanju neuzročnih objašnjenja ukazivanje na konkretne primere nesvodivih neuzročnih matematičkih objašnjenja. Razmotrimo jedan vrlo slikovit i jednostavan primer za neuzročna objašnjenja u matematici, koji je predstavio Mark Landž (Mark Lange), u kome majka pokušava da ravnomerno raspodeli 23 jagode svojoj deci, kojih je troje. U ovom primeru jagode moraju biti raspodeljene ravnomerno, a da pritom postoji uslov da ne smeju da se seku (Landž duhovito dodaje „ni jagode ni deca"). Činjenica da majka ne uspeva u svojoj nameri, deluje nesporno, ali ono što budi znatiželju je pitanje koji je tačno razlog majčinog neuspeha. Nema dileme da je to što 23 nije deljivo sa 3 matematička istina, ali da li je to, zaista, uzročno povezano sa činjenicom da majka nije mogla deci da podeli jagode? Landž argumentuje da situacija u kojoj majka ne može da podeli jagode svojoj deci nema nikakve veze sa matematićkom činjenicom da 23 nije deljivo sa 3 (u tom smislu da rezultat ne može biti celi broj). Uzročne veze koje postoje između majke i dece, bilo da su one fizičke ili psihološke prirode, kao i svi drugi procesi, koji se za njih mogu vezati nemaju nikakvu direktnu vezu sa time što 23 nije deljivo sa 3, pa se stoga matematičko objašnjenje majčinog neuspeha mora smatrati neuzročnim.

Neko bi mogao da uloži prigovor koji se odnosi na to da je neophodno izdvojiti nešto kompleksniji primer neuzročnog objašnjenja, kako bi teza o njihovoj relevantnosti u filozofiji, matematici i nauci bila plauzibilnija. Kao najbolji kandidat nedvosmisleno se izdvaja čuveni slučaj kenigsberških mostova. Na ovaj primer je prvi, u kontekstu razmatranja prirode objašnjenja, ukazao Kristofer Pinkok (Christopher Pincock) (Pincock 2007). Tokom prve polovine XVIII veka, građani Kenigsberga su u svojim dnevnim rutinama primetili jedan vrlo neobičan fenomen. Naime, geografija grada Kenigsberga je bila takva, da su se na reci Pregel, koja je prolazila kroz grad, nalazila dva ostrva povezana i sa jednom i sa drugom stranom glavnog kopna. Međutim, dve strane glavnog kopna nisu bile povezane jedna sa drugom, pa je tako svaki od 7 mostova, koliko ih je ukupno bilo, bio povezan sa nekim od ostrva. Ono što je fasciniralo stanovnike Kenigsberga, nije bilo to što dva glavna kopna nisu povezana (budući da su oni bez ikakvih problema mogli da dođu sa jedne na drugu stranu kopna, preko ostrva) mostovima, već činjenica da niko od njih nije mogao da smisli način, kako da pređe preko svakog od ovih mostova, a da pritom nijedan most ne pređe dvaput. Ovaj problem, naravno, podrazumeva da se preko reke mora preći mostom. Vremenom se za problem kenigsberških mostova pročulo naširoko, pa se tako i švajcarski matematičar Leonard Ojler (Leonhard

Euler) zainteresovao za njegovo rešavanje. Ono što je Ojler ubrzo zaključio jeste da stanovnici Kenigsberga nisu bez razloga imali muke sa zacrtanim zadatkom, budući da pozicije kopna, ostrva i mostova čine nemogućim zadatak da se svaki od ovih mostova pređe samo jednom. Do tog zaključka nije bilo teško doći, međutim, ono što je bio veći problem, jeste određivanje razloga zašto je to slučaj. Ojler je ponudio svoje rešenje koje je postalo, ne samo opšteprihvaćeno, već je pokrenulo jednu celu novu granu matematike – teoriju grafova. Kako izgleda to rešenje?

Najjednostavnije rečeno, ono što prelaženje svakog mosta samo jednom čini nemogućim nije samo ukupan broj mostova, nego i broj delova mostova koji dodiruje neko konkretno kopno (kada kažemo kopno, mislimo i na kopno oba ostrva). Da bismo ovo objasnili, moramo malo detaljnije da opišemo tačnu poziciju mostova. Uzmimo da je severni deo obale *A*, dok je južni deo obale *B,* neka jedno ostrvo bude *C*, a drugo ostrvo ćemo obeležiti sa *D*. Ono što je važno jeste koliko mostova dodiruje *A*, *B*, *C* i *D*. Kopno *A* dodiruje 3 mosta, što znači da sa kopna *A* možemo da pređemo tri mosta, od kojih dva vode do ostrva *C,* a jedan do ostrva *D*. Kopno *B* takođe dodiruje 3 mosta, od kojih, isto kao i kod kopna *A* dva vode do ostrva *C*, a jedan do ostrva *D*. Iz navedenog je jasno da ostrvo *C* dodiruje dva mosta koja ih spajaju sa obalom *A* i dva mosta koja ih spajaju sa obalom *B,* ali pored njih, ostrvo *C* dodiruje još jedan most, koji je povezan sa ostrvom *D*. Ovo znači da ukupno 5 mostova dodiruje ostrvo *C*. Ostrvo *D*, kako se već može i naslutiti dodiruje jedan most sa obale *A*, jedan mosta sa obale *B* i jedan most sa ostrva C, što znači da ga ukupno dodiruje tri mosta. Dakle, obalu *A* dodiruje 3 mosta, obalu B takođe 3 mosta, dok ostrvo *C* dodiruje 5 mostova, za razliku od ostrva *D,* koga dodiruju 3 mosta, isto kao što je slučaj sa obalom *A* i *B*. Ojler je shvatio da je broj mostova (koji se formalno mogu poistovetiti sa ivicama) koji dodiruju obale i ostrva (koja se formalno mogu poistovetiti sa čvorovima) bitan, zato što u slučaju tačaka sa neparnim brojem mostova nije moguće preći svaki most samo jednom, sem onda kada su samo početna i zadnja tačka (čvor) povezani neparnim brojem mostova.



Slika 1 – Grafički prikaz položaja mostova, kopna i ostrva u Kenigsbergu

Ovo objašnjenje se generalno može tumačiti kao neuzročno zbog toga što broj mostova u Kenigsbergu nema nikakve veze sa činjenicom, da ako je broj polazišta neparan, mi ne možemo samo jednom da putujemo istom putanjom. Tadašnji broj mostova u Kenigsbergu stvar je kontingentnih[49] okolnosti koje nemaju veze sa onim što će se kasnije u matematici nazvati Ojlerov broj. Budući da matematički čvorovi i ivice nisu isto što i kopna i mostovi, mi smo dužni da ukažemo na neuzročnu prirodu ovakvih objašnjenja. Rojtlinger smatra da postoje dve komponente u Ojlerovom razjašnjavanju problema kenigsberških mostova: (1) Ojlerova teorema, prema kojoj postoji Ojlerov put kroz graf *G* ako i samo ako je *G* Ojlerov graf. Ojler je dokazao da je graf *G* Ojlerov graf, ako i samo ako (i) su svi čvorovi u *G* povezani sa parnim brojem ivica, ili su (ii) tačno dva čvora u *G* (od kojih je jedan početna tačka) povezana neparnim brojem ivica. (2) Kontingentna činjenica da stvarni mostovi i delovi Kenigsberga nemaju strukturu Ojlerovog grafa, zato što uslovi (i) i (ii) iz definicije Ojlerovih grafova nisu zadovoljeni: ne postoji deo grada (grad se u ovom kontekstu izjednačava sa čvorovima iz Ojlerovih grafova) koji je povezan sa parnim brojem mostova (mostovi se u ovom kontekstu izjednačavaju sa ivicama iz Ojlerovih grafova), što krši uslov (i); i više od dva dela grada (koji se izjednačavaju sa čvorovima) su povezana neparnim brojem mostova (koji se izjednačavaju sa ivicama), što krši uslov (ii). Bez dileme, Kenigsberg je mogao da bude izomorfan prema Ojlerovom grafu 1736. godine, ali sticajem kontingentnih okolnosti nije, tako da sledeće stoji:

[49] Kuriozitet je da su za vreme bombardovanja Kenigsberga u Drugom svetskom ratu porušena dva mosta, i to ona koja su povezivala obalu *A* i ostrvo *C* i obalu *B* i ostrvo *C*, tako da svih 5 preostalih mostova u današnjem Kaljingradu možemo preći samo jednom bez ikakvih poteškoća.

> „Tvrdim da je činjenica o mostovima Kenigsberga da su oni neojlerovski i da je objašnjenje za ovu činjenicu to da najmanje jedan čvor ima neparan stepen. Kada god takav fizički sistem ima bar jednu rečnu obalu ili ostrvo sa neparnim brojem mostova, neće postojati trasa, koja prelazi preko svakog mosta, tačno jedanput i vraća se na početnu tačku. Da je situacija nešto drugačija […] i da je stepen čvorova paran, tada bi postojala trasa željene vrste“ (Pincock 2007: 259).

Već pri prvom osvrtu na diskusiju koja se bavi problemom uzročnosti objašnjenja, mogli bismo da primetimo postojanje brojnih neusaglašenih pozicija, koje, kako to Rojtlinger naglašava, imaju poreklo u opštoj podeli na *slabiji* i *jači stav* u tumačenju uzročnosti. Prema jačem stavu, uzročna objašnjenja su jedina objašnjenja[50], te bi svaka vrsta neuzročnog objašnjenja predstavljala kontraprimer za ovakvo tumačenje uzročnosti. S druge strane, slabiji stav prema uzročnosti govori o tome da uzročna objašnjenja ne moraju biti jedina vrsta objašnjenja, odnosno da su moguća i neuzročna objašnjenja, koja, kako ističe Rojtlinger, dopunjuju uzročna objašnjenja i stoga zaslužuju detaljniju filozofsku analizu (Reutlinger 2017: 1–2) kakvu ćemo i mi pružiti u nastavku teksta.

Stoga ćemo problemski razmotriti varijante slabijeg i jačeg tumačenja uzročnosti, koja se, u većoj ili manjoj meri[51], mogu svesti na tri glavne pozicije, jednu koja zastupa jači stav i dve koje zastupaju slabiji stav prema uzročnosti. Dakle, postoje tri različita pristupa[52] u pogledu razmatranja prirode neuzročnih objašnjenja, a to su: *redukcionistizam*, *pluralizam* i *monizam*. Svaku od njih ćemo detaljnije predstaviti u nastavku i truditi se da ukažemo na njihove prednosti i mane.

---

[50] Iako Rojtlinger ističe da se u kontekstu u kom on piše ova podela odnosi na naučna objašnjenja, njegovim kasnijim pozivanjem na upoređivanje uzročnosti naučnih saznanja sa metafizičkim i matematičkim saznanjima u budućim istraživanjima (Reutlinger 2017: 9) svedoči o tome da i on, slično kao i autor ovog teksta smatra da gorepomenuta podela na stavove prema uzročnost ima univerzalni značaj.

[51] Svođenje redukcionističkog, pluralističkog i monističkog pristupa na jači ili slabili stav prema neuzročnim objašnjenjima, iako intuitivno deluje kao lak zadatak, nije nužno tako jednostavan. To može biti problem čak i u slučaju uzročnog redukcionizma, koji se ne mora svrstati kao jak stav prema neuzročnosti, budući da sledbenici ovog pravca često imaju vrlo oslabljenu definiciju kuzalnosti, kako bi što lakše mogli da svedu neuzročna objašnjenja na ona koja su uzročna.

[52] Sva tri pristupa su, kao i sama diskusija o neuzročnim objašnjenjima, relativno novijeg datuma, tako da postoji dosta prostora za razvoj novih gledišta u pokušaju objašnjenja strukture neuzročnih objašnjenja.

Uzročni redukcionizam

Redukcionistički pristup nastoji da dokaže da se sva neuzročna objašnjenja mogu interpretirati kao uzročna. S druge strane, uzročna objašnjenja, po ovoj poziciji, ne mogu biti zamenjena nijednom drugom vrstom objašnjenja. Drugim rečima, prema ovom pristupu, svaka vrsta objašnjenja se može svesti na uzročna objašnjenja, otuda i etiketa redukcionizma. Kako tačno funkcioniše ova strategija? Pristalice redukcionizma na specifičan način tumače kauzalnu istoriju određenog objašnjenja, kako bi u opus uzročnih svrstali sva objašnjenja, pa tako pojedini autori, poput Breforda Skauva (Bradford Skow), tvrde da neka objašnjenja (uključujući i ona koja bi se inače mogla smatrati neuzročnim) uopšte nemaju kauzalnu istoriju. Dakle, po redukcionističkom shvatanju „informacija o uzročnoj istoriji događaja je uzročno-objašnjavalačka informacija, čak i ako je kauzalna istorija prazna (događaj nema uzrok)" (Skow 2014: 448). Međutim, ovo ne deluje preterano održivo, jer postojanje događaja koji nemaju uzrok, svakako više ide u prilog zagovornicima postojanja nezavisnih neuzročnih objašnjenja, nego uzročnim redukcionistima, iz očiglednih razloga. Ali, ima i onih uzročnih redukcionista koji su pokušali da odbace taktiku interpretiranja svih neuzročnih objašnjenja kao uzročnih, a to čine zastupanjem teze da se *većina* neuzročnih objašnjenja, uz fokusiranje na bitne uzročne detalje pri analizi strukture objašnjenja, može svesti na uzročna. Majkl Štrevens (Michael Strevens) tako smatra da bi trebalo zanemariti sve nebitne uzročne detalje eksplananduma, kako bi se stekla ispravna slika uzročne teorije objašnjenja. Međutim, on se prilikom iznošenja ove tvrdnje delimično ograđuje[53] kada kaže da se njegov projekat odnosi samo na naučna objašnjenja[54], te njegovi uvidi ne moraju biti u suprotnosti sa tezama koje ćemo braniti u ovom poglavlju, jer je naš fokus na matematičkim i metafizičkim objašnjenjima, odnosno njihovoj ulozi u naučnim teorijama.[55]

[53] Štrevens svoju poziciju vezanu za problem uzročnosti naučnih objašnjenja naziva kairetičkom, a ona je kombinacija uzročne i unificirajuće teorije. Detaljnije o ovome u Strevens (2004).

[54] Kako i sam Rojtlinger primećuje njegova teorija se ne odnosi nužno na etiku (odnosno moralni domen) i čistu matematiku. (Reutlinger 2017: 4–5)

[55] Stvar koju treba imati na umu je to da svaka od navedenih pozicija ima svoje zagovornike u okviru različitih epistemičkih domena, pa tako imamo i redukcioniste i pluraliste i moniste u pogledu tumačenja metafizičkih, matematičkih i naučnih objašnjenja. To što neko zauzima jednu poziciju u okviru nekog domena, ne znači da taj neko zauzima istu poziciju i u okviru drugog domena. Neko, na primer, može biti redukcionista po pitanju

Kao poslednju navodnu prednosti uzročnog redukcionizma možemo izdvojiti odnos uzročnih objašnjenja i uzročne asimetrije, jer „problem simetrije je sjajna reklama za uzročne pristupe objašnjenjima. Prema ovim stavovima, asimetrija objašnjenja neproblematično sledi usled asimetrije uzročnosti“ (Khalifa, Millson & Risjord 2021: 930). Dakle, ovde se izdvaja činjenica da su većina objašnjenja asimetrično uzročna i da se takav asimetričan odnos verovatno najbolje može objasniti uzročnim objašnjenjima. Na prvi pogled, ovo je vrlo utemeljena konstatacija, jer uzročnost naizgled i karakteriště izvestan oblik asimetrije, koja se vrlo jednostavno može opisati tvrdnjom koja izlaže deo značenja pojma uzročnosti, a govori da *A* uzrokuje *B*, ali da *B* ne uzrokuje *A*. Mesec uzrokuje plimu, ali plima ne uzrokuje Mesec. Međutim, za uzročne redukcioniste bi problem moglo da predstavlja to što se pojedini asimetrični epistemički odnosi mogu opisati isključivo neuzročnim objašnjenjima, te nam se nameće zaključak da „nisu sve eksplanatorne asimetrije uzročne asimetrije i njihova standardna uzročna dijagnoza ne može biti tačna“ (Khalifa, Millson & Risjord 2021: 950). Na osnovu navedenog se čini da uzročni redukcionizam ipak nije toliko primamljiva pozicija kakvom je neki njeni zagovornici predstavljaju, a naročito ne ako se u obzir uzme tvrdnja da „u matematičkim objašnjenjima koja se sastoje od dokaza, izvor objašnjenja ne može biti kauzalan ili nomološki (ili vremenski) prioritet“ (Lange 2014: 487). Stoga se čini da će za potrebe našeg istraživanja biti neophodno prihvatanje neke druge teorije.

Uzročni monizam

Uzročni monizam prihvata postojanje i uzročnih i neuzročnih objašnjenja, ali smatra da se ona mogu opisati jednom zajedničkom teorijom. Iako je i ranije bilo pozicija za koje bi se moglo smatrati da su monističke u pogledu tumačenja uzročnosti objašnjenja, tek sa početkom XXI veka one postaju zastupljene među širom intelektualnom zajednicom. Najznačnija monistička teorija, koja je prevashodno nastala iz potrebe za adekvatnim opisom uzročnih objašnjenja, je takozvana protivčinjenička teorija objašnjenja. Ova pozicija može se smatrati okosnicom

---

naučnog objašnjenja, a istovremeno biti pluralista kada je reč o matematičkom znanju, što se donekle može reći čak i za Štrevensa.

savremenog monizma, pošto postoji široko prihvaćeno mišljenje da se sve druge monističke teorije, poput one koja se zasniva na deduktivno-nomološkom modelu objašnjenja i njegovim zakonima (*covering laws*), suočavaju sa određenim problemima, koji ih čine neprihvatljivim.[56] Začetnikom protivčinjeničke teorije objašnjenja se smatra Džejms Vudvard (James Woodward) koji ističe značaj uticaja promene eksplanansa na promenu eksplananduma. Preciznije: „Objašnjenje bi trebalo da bude takvo da nam omogućava da vidimo koju vrstu promene bi pretrpeo eksplanandum, ako bi faktori navedeni u eksplanansu bili drugačiji na različite moguće načine" (Woodward 2003: 191). Vudvard smatra da su neuzročna, u istoj meri kao i uzročna objašnjenja u osnovi protivčinjenička, što, naravno, znači da ni on ne negira postojanje neuzročnih objašnjenja. On tvrdi, samo to da se kod svih vrsta objašnjenja projavljuje protivčinjenička zavisnost eksplananduma od eksplanansa. Koja je onda, po monističkoj protivčinjeničkoj teoriji razlika između uzročnih i neuzročnih objašnjenja? Rojtlinger tvrdi da se razlika u između uzročnih i neuzročnih objašnjenja ogleda u tome što su uzročna objašnjenja zavisna od uzročnih protivčinjenica, dok su neuzročna objašnjenja zavisna od neuzročnih protivčinjenica (Reutlinger 2017: 7). Distinkcija je jasna, ali novo pitanje koje se javlja se odnosi na dilemu kako razlučiti zavisnosti od uzročnih, od zavisnosti od neuzročnih protivčinjenica. Vodvord ovde uvodi intervenciju[57] kao bitan momenat, a „pojam protivčinjeničke zavisnosti shvata se u smislu intervencije: *C* izaziva *E* ako i samo ako postoji moguća intervencija koja menja *C* tako što bi se pod uticajem te intervencije promenilo *E*" (Woodward 2018: 119). Shodno ovome, on smatra da je razlika u tome što je uzročna protivčinjenička zavisnost izražena intervenističkim protivčinjenicama, dok neuzročna nije. Ovo znači da su u slučajevima u kojima se protivčinjenička pitanja odnose na stvari koje su mogle da budu produkt neke intervencije objašnjenja uzročna, s druge strane, u slučajevima u kojima se protivčinjenička pitanja ne odnose na nešto što bi moglo da bude rezultat intervencije, objašnjenja su neuzročna.

[56] Vesli Salmon (Wesley Charles Salmon), na primer, ističe da ovakvi zakoni nisu uvek neophodni, jer „neka predviđanja su izvođenja od jedne određene instance do druge određene instance" (Salmon 1989: 49).
[57] Po Vodvordu „Intervencija se može smatrati kao idealizovana eksperimentalna manipulacija koja „hirurški" menja *C* na takav način da se svaka promena u *E*, ukoliko se dogodi, događa samo „kroz" promenu u *C*, a ne nekim drugim putem" (Woodward 2018: 119).

Pored intervencionističkog pristupa, postoji i gledište koje pokušava da napravi distinkciju između uzročne i neuzročne protivčinjeničke zavisnosti, tako što bi je, u neku ruku, vratilo na opštiju diskusiju o kauzalnosti. Tako imamo poziciju koja smatra da se razlika između uzročne i neuzročne protivčinjeničke zavisnosti svodi na to da uzročna zavisnost, za razliku od neuzročne, poseduje neke karakteristike koje se vezuju za opšti pojam kauzalnosti. Pre svega, misli se na postojanje odnosa uzrok-posledica, što po pojedinim autorima podrazumeva i „asimetriju, vremensku asimetriju, metafizičku distinkciju *relata* i tako dalje" (Reutlinger 2017: 7). Kao rezultat ovoga gledišta imamo stav da se svako objašnjenje koje poseduje sve opšte odlike kauzalnosti može smatrati uzročnim, dok su neuzročna objašnjenja samo ona kojima fali neko standardno kauzalno svojstvo. Iako su, za razliku od zagovornika uzročnog intervencionalizma, donekle uspeli da razgraniče uzročne od neuzročnih protivčinjeničkih zavisnosti, sledbenici ovog pravca mišljenja su ipak otišli preširoko u pravljenju razlike između uzročnih i neuzročnih objašnjenja. Zanimljivo je to da oni daju samo negativnu definiciju neuzročnih objašnjenja. To bi moglo da se protumači i tako da su neuzročna objašnjenja neka vrsta nepotpunih uzročnih objašnjenja, budući da imamo tvrdnju da se ona određuju jednostavnim ukazivanjem na činjenicu da nekom objašnjenju nedostaje neka od stavki koje se generalno vezuju za kauzalnost. Nameće se utisak da ovoj poziciji nešto nedostaje, i tu se ne misli samo na to što je definicija neuzročnosti ovde štura, već pre svega što deluje kao i da ova pozicija zastupa stav da je svako objašnjenje automatski uzročno, sve dok se ne utvrdi da mu nedostaje neko od osnovnih određenja uzročnog objašnjenja. Imajući u vidu ove slabosti, čini se da ni ova pozicija nije uspela da ponudi odgovarajuću distinkciju između, pre svega uzročne i neuzročne protivčinjeničke zavisnosti (a to je bilo svakako nužno, budući da njihov monizam na njoj počiva), usled čega nisu bili ni u mogućnosti da razjasne razliku između uzročnih i neuzročnih objašnjenja.

Osim dve pomenute monističke pozicije, postoji i treća, koja se u znatno manjoj meri bavi odlikama same kauzalnosti. Njeni sledbenici smatraju da je samo javljanje protivčinjeničke zavisnosti nešto što se ekskluzivno vezuje za uzročna objašnjenja, te dodatno razmatranje odnosa između uzroka i posledice nije od esencijalnog značaja za ovu varijantu monizma. Dakle, po ovakvom shvatanju, uzročna objašnjenja su sva objašnjenja u kojima se izražava informacija o protivčinjeničkoj zavisnosti. S druge strane, protivčinjenička neuzročna objašnjenja projavljuju informaciju o određenoj protivčinjeničkoj nezavisnosti, odnosno „neuzročno objašnjavalačke protivčinjenice nam govore da bi određene objašnjavalačke činjenice (ili faktori) ostale iste ako bismo protivčinjenički promenili mikrokonstituciju sistema čije ponašanje treba objasniti“ (Reutlinger 2017: 7). Dakle, po ovom gledištu, osnovno pitanje je da li išta može da se protivčinjenički promeni u okviru nekog objašnjenja. Ukoliko posledica biva promenjena protivčinjeničkom promenom uzroka, onda imamo uzročne protivčinjenice, a u slučaju da usled protivčinjeničke promene uzroka posledica ostaje ista, neuzročne protivčinjenice.

Sada ćemo ukratko ukazati na primer koji će nam poslužiti da shvatimo kako pomoću protivčinjeničke teorije objašnjenja tumačimo određena objašnjenja. Konkretno, fokusiraćemo se na matematičko objašnjenje, zašto je teorema o srednjoj vrednosti validna. Prvo ćemo predstaviti standardno matematičko objašnjenje, zašto teorema o srednjoj vrednosti važi, u vidu dokaza, da bismo posle ukazali na to da postoji i druga vrsta definicije neprekidnosti, koja nije u skladu sa tim dokazom. Po teoremi o srednjoj vrednosti ako imamo interval realnih brojeva $I = [a, b]$ i njenu funkciju f, a „c je bilo koji broj između $f(a)$ i $f(b)$ (inkluzivno), onda postoji z u $[a, b]$, na taj način da $f(z)=c$“. Teorema je tačna zbog toga što je interval realnih brojeva $[a, b]$ u funkciji f povezan, a ovo se odnosi i na c, koji „je u povezanom skupu, pošto leži između $f(a)$ i $f(b)$“ (Reutlinger, Colyva & Krzyżanowska 2020: 7). Ključnu objašnjavalačku ulogu u ovom primeru, uprkos prvobitnom eksplanatornom značaju povezanosti, igra – neprekidnost, pošto ona obezbeđuje povezanost. Sem ovoga „mi nemamo nijedan drugi razlog da očekujemo da će slika $[a, b]$ pod funkcijom f biti povezana; neprekidnost f-a obezbeđuje povezanost ovih skupova“ (Reutlinger, Colyva & Krzyżanowska 2020: 7). Pošto su pojmovi neprekidnosti i povezanosti ključni deo eksplanansa (sama teorema je, naravno, eksplanandum), svaka vrsta standardnog matematičkog objašnjenja, poput *epsilon-delta* (ε–δ) definicije (definicija granične vrednosti funkcije), može poslužiti kao dokaz teoreme o srednjoj vrednosti, budući da u okviru funkcije f garantuju povezanost intervala $[a, b]$.

Međutim, Rojtlinger, Mark Kolvan (Mark Colyvan) i Karolina Križižanovska (Karolina Krzyżanowska) navode da postoji još jedna definicija neprekidnosti, koja ne predstavlja standardnu matematičku definiciju, gde se pretpostavlja da su prostor-vreme diskretni, te tako (ε–δ) definicija ne važi. Dve opcije su da prihvatimo da ovakva definicija ne bi bila u skladu sa dokazom teoreme o srednjoj vrednosti ili da prihvatimo dokaz i da prihvatimo tezu da u diskretnom prostor-vremenu nema neprekidnih kretanja (pomenuti autori navode i opciju prihvatanja drugačijeg poimanja same neprekidnosti). Sada konačno možemo da se vratimo na protivčinjeničku teoriju objašnjenja, koja ima dva uslova koja moraju biti zadovoljena kako bi se ona mogla smatrati primenjivom za dato objašnjenje:

> „1. *Uslov Zaključivanja* je zadovoljen, jer iskazi eksplanansa (koji se uglavnom sastoje od pozivanja na standardne pojmove povezanosti i neprekidnosti) deduktivno nalaže eksplanandum (teorema o srednjoj vrednosti).
>
> 2. Da bi *Uslov Zavisnosti* bio zadovoljen, sledeći protivčinjenički kondicionalni iskaz mora biti istinit:
>
> (PČK1) ‘Kada bi se neprekidnost definisala na nestandardan način, tada teorema o srednjoj vrednosti ne bi važila.’“ (Reutlinger, Colyva & Krzyżanowska 2020: 8)

Iako je primer predstavljen, ukratko ćemo razmotriti njegovu održivost. Uslov zaključivanja je nesporno zadovoljen, ili se bar tako čini na osnovu toga što „objašnjenje ima formu deduktivno validnog dokaza“ (Reutlinger, Colyva & Krzyżanowska 2020: 8). Ipak situacija koja se odnosi na zadovoljenje uslova zavisnosti nije tako neproblematična. Potencijalni problem bi moglo da bude to što se iznad poziva na drugačiju definiciju neprekidnosti (koja važi u okviru drugačijih fizičkih zakona), odnosno pretpostavlja se slučaj koji predstavlja „nemoguću situaciju“[58], te teorema o srednjoj vrednosti iz tog razloga ne bi važila. Međutim, za potrebe ovog istraživanja, dovoljno je da smo ukazali na primer objašnjenja prikazanog pomoću kontračinjeničke teorije, te ovo nećemo dalje problematizovati.

Uzimanje u obzir toga da li je usled promene faktora navedenih u eksplanansu, eksplanandum doživeo promenu (što bi bio slučaj ukoliko je protivčinjenička intervencija moguća) ili nije (što bi bio slučaj ukoliko je protivčinjenička intervencija nemoguća),

[58] Misli se na “protivčinjeničke kondicionale koji uključuju naizgled nemoguće iskaze poput: „pretpostavimo da je *g* neprekidna funkcija koja krši teoremu o srednjoj vrednosti“. Problem je, dakle, to što se (PČK1) može okarakterisati kao nemoguća situacija (Reutlinger, Colyva & Krzyżanowska 2020: 8).

pravljenje distinkcije na osnovu posedovanja ili odsustva standardnih kauzalnih svojstava, kao i oslanjanje na to da li se u objašnjenjima izražava informacija o protivčinjeničkoj zavisnosti pri utvrđivanju njihove uzročnosti, svakako nisu beznačajni doprinosi, ali nam sve to i dalje ne govori ništa o uzročnosti protivčinjeničke zavisnoti objašnjenja. Kao što smo utvrdili, uvođenje intervencije, analize kauzalnih svojstava i oslanjanje na kauzalnu zavisnost pri određivanju vrste objašnjenja daje mogućnost pravljenja jasne razlike između uzročnih i neuzročnih objašnjenja, ali uzročni monizam nailazi i na izvesne problem, kada su u pitanju određene vrste neuzročnih objašnjenja. Naime, Landž smatra da najpopularnija verzija monizma, protivčinjenička teorija objašnjenja, ne može biti prihvaćena u slučaju čisto matematičkih objašnjenja[59], koja su poznata i kao i intra-matematička objašnjenja (*intra-mathematical explanations*). Ovu poziciju odbacuje zbog činjenice da smatra da nužnost matematike njena objašnjenja čini nepodobnim za protivčinjeničku analizu, jer „ona poseduju jaku vrstu nužnosti i tako imaju naročito jak otpor prema promeni“ (Lange 2017: 88).

Na osnovu ovih tvrdnji Rojtlinger, Kolvan i Križižanovska formulišu takozvani Landžov izazov, koji glasi: „Pristalice protivčinjeničke teorije objašnjenja moraju da pokažu da je njihova teorija objašnjenja primenljiva na objašnjenja u čistoj matematici“ (Reutlinger, Colyvan & Krzyżanowska 2020: 3). Njihov odgovor na ovaj izazov je promena fokusa, koji se pomera, od potenciranja eksplanatorne uloge standardnih protivčineničkih kondicionala, ka takozvanim protivmogućim kondicionalima (*counterpossible conditional*). Protivmogući kondicionalni iskazi se razlikuju od ostalih protivčinjeničkih iskaza po tome što imaju nemoguće antecedense. Upravo je u ovome i poteškoća, jer su, kao takvi, protivmogući kondicionali uvek istiniti (Williamson 2007: 171–175), što očito ograničava njihovu eksplanatornu ulogu. Dakle, iako protivmoguća teorija objašnjenja u suštini uzima u obzir pomenuti „otpor prema promeni“ u čistoj matematici, ona nije dovoljno eksplanatorna zbog toga što su svi iskazi o protivmogućim stanjima stvari uvek istiniti. O problemu protivčinjeničkih kondicionala sa nemogućim antecedensima je već bilo reči i u prethodnim poglavljima, a ono što je bitno za trenutnu diskusiju je to da se protivmoguća teorija objašnjenja, kako ćemo je nazvati, izdvaja od standardnih protivčinjeničkih teorija objašnjenja

[59] Ovde se naglašava distinkcija između dve vrste neuzročnih objašnjenja – čisto matematičkih (intra-matematičkih) i distinktivno matematičkih (ekstra-matematičkih) objašnjenja u nauci.

po tome što u diskusiju o prirodi objašnjenja uvodi razmatranje nemogućih svetova, što je, kao što je istaknuto, problematično. Shodno ovome, smatramo da se ne možemo samostalno osloniti na ovu teoriju, iako ne sporimo da protivmogući kondicionali mogu imati određeni značaj za objašnjenja. Na osnovu toga, a i predhodno iznetih zamerki na račun standardnih protivčinjeničkih teorija objašnjenja, čini se izvesnim da Landžov izazov za sada nije rešen.

Iako uzročni monizam, tačnije sve varijante protivčinjeničke teorije, deluju intuitivno primamljivo, ne može se oteti utisku da je njihova primena ograničena na domene čije se istine ne tumače kao nužne. Glavni problem je u tome što se uzročni monizam može uspešno baviti isključivo problemima vezanim za uzročnost kontingentnih istina, o čemu svedoči i to što su tokom ostvarivanja svojih poduhvata, svesno ili nesvesno, zanemarili (i uzročna i neuzročna) objašnjenja u metafizici i čistoj matematici. Koliko god protivčinjenička analiza bila korisna za tumačenje različitih vrsta objašnjenja u različitim disciplinama, potpunim oslanjanjem na nju mi ne možemo ponuditi zadovoljavajuću teoriju koja se odnosi na matematička i druga nužna objašnjenja. Upravo je to razlog zbog koga ne možemo prihvatiti uzročni monizam, bar ne u formi u kojoj je do sada predstavljan.

Uzročni pluralizam

Uzročni pluralizma tvrdi postojanje i uzročnih i neuzročnih objašnjenja. Međutim, to nije distinktivna karakteristika pluralističke pozicije. Ono što pluralizam izdvaja od drugih teorija je to što on zagovara da se uzročnost pojedinih objašnjenja može tumačiti isključivo uz pomoć više od jedne teorije. Zašto se uvodi mnoštvo teorija? Pre svega, zbog toga što postoje slučajevi objašnjenja koja se mogu opisati uz pomoć više od jedne teorije objašnjenja, a te primere možemo dovesti u vezu sa postojanjem neuzročnih objašnjenja[60]. Naime, neuzročna objašnjenja zahtevaju drugačije tumačenje od uzročnih, te su za zadovoljavajući opis nekih objašnjenja neophodne dve ili više različite teorije koje nesimbiotički „pokrivaju“ oba tipa

[60] Ovo se ne treba shvatiti kao tvrdnja o sameravanju eksplanatornog značaja samih teorija, u čije razmatranje nećemo ulaziti, iako je primer koji ćemo predstaviti ispod osmišljen da pokaže da različita objašnjenja mogu biti podjednako značajna.

uzročnosti. Kao karakterističan primer uzročno pluralističkog stava o zasebnom, ali kompatibilnom, uzajamnom odnosu različitih teorija (nevezano da li je neka od tih teorija neuzročna ili ne) bi mogla da se izdvoji „Salmonova tvrdnja o „mirnoj koegzistenciji" između kauzalnog tumačenja i „epistemički" ujedinjujućeg tumačenja", koja s pravom Rojtlingeru deluje „kao još jedan slučaj pluralizma" (Reutlinger 2017: 5). Naime, Salmon na primeru koji razmatra pitanje zašto se helijumski balon u avionu pri ubrzanju pre uzletanja aviona pomera unapred, a ne unazad, ukazuje da je moguće ponuditi dve različite vrste objašnjenja kako bi se dati fenomen objasnio. Prvo objašnjenje se poziva na ponašanje molekula vazduha u avionu i druge neuočljive fenomene, i ono je uzročno/mehaničko. Dok drugo uzima u obzir princip ekvivalencije, za koji se može reći da je izrazito opšti fizički princip, te se pozivanje na takvo objašnjenje može smatrati primerom zauzimanja ujedinjujućeg pristupa, jer se dati fenomen opisuje kao deo jedne „šire priče", bez ulaženja u detalje u koje ulazi uzročno/mehaničko objašnjenje.

Od značaja za pluralističko stanovište, a naročito u kontekstu razmatranja neuzročnih objašnjenja, je i Salmonova distinkcija između „ontičke" uzročnosti i „modalnog" tumačenja objašnjenja, koju prihvata i Mark Landž, koji uzročna i neuzročna objašnjenja razlikuje po stepenu nužnosti činjenica na koje se odnosi. Ono što zastupa Landž je da za neke slučajeve mi jednostavno nemamo objašnjavalački mehanizam, koji bi se oslanjao isključivo na klasičan uzročni odnos. Po njegovom mišljenju, uzročna objašnjenja funkcionišu na taj način što mogu da razluče eksplanandum pomoću kauzalnih odnosa. Međutim, postoje situacije u kojima je eksplanandum „ograničen" (*constrained*) nužnošću koja je „jača" od bilo kog kauzalnog zakona, te takvo razlučivanje jednostavno nije moguće[61], a takav primer je recimo pomenuti problem kenigsberških mostova. Uzročno pluralistička teorija koju zastupa Landž[62], tako postulira takozvana „objašnjenja pomoću graničnih uslova" (*explanations by constraint*), koja podrazumevaju „modalne činjenice koje uključuju jači stepen nužnosti od fizičkih ili

[61] Interesantna je činjenica da, po Landžovom mišljenju, matematički zakoni ograničavaju prirodne zakone na sličan način kao što prirodni zakoni ograničavaju svoje instance.
[62] Kada je reč o Landžovom uzročnom pluralizmu, treba imati na umu da se ovaj pluralizam ne ogleda samo u stavu da ne postoji jedinstvena teorija koja bi obuhvatila sva uzročna i neuzročna objašnjenja, Landž je mišljenja da ne postoji ni jedinstvena teorija koja bi obuhvatila sva neuzročna objašnjenja. Ali uprkos ovome, on tvrdi da je pozivanje na granične uslove od ključnog značaja za veliki broj neuzročnih objašnjenja (Reutlinger & Saatsi 2018: 6).

uzročnih zakona“ (Reutlinger & Saatsi 2018: 6).[63] Ova objašnjenja treba da predstavljaju jedinu vrstu matematičkih objašnjenja, pošto pored njih postoje još samo takozvane matematičke koincidencije (*mathematical coincidence*), koje se ne mogu smatrati matematičkim objašnjenjima, zato što nisu eksplanatorna. U prvi mah, zvuči čudno tražiti u objašnjenju veći stepen nužnosti od one koja postoji između uzroka i posledice. Međutim, ako imamo u vidu primere na koje se poziva i sam Landž, biće nam jasno da čisto matematička objašnjenja projavljuju vrstu nužnosti koja je jača od nužnosti koja postoje u drugim objašnjenjima[64], iz razloga što „ova objašnjenja ne objašnjavaju opisivanjem uzročne strukture sveta, već, otprilike, otkrivanjem da je eksplanandum nužniji od običnih kauzalnih zakona. Kenigsberški mostovi, uređeni na pomenuti način, nikada nisu pređeni zbog toga što se preko njih ne može preći.“ (Lange 2017: 9).

Kao relevantan primer za pojašnjavanje Landžove poente o objašnjenjima sa većim stepenom nužnosti nam mogu poslužiti takozvane Lorencove transformacije, koje „određuju kako se prostorno-vremenske koordinate tačke događaja (x′, y′, z′, t′) u jednom inercijalnom referentnom okviru S′ odnose prema njegovim koordinatama (x, y, z, t) u drugom takvom okviru S“ (Lange 2018: 21). Međutim, Lorencove transformacije ne zavise ni od čega što se nalazi u prostor-vremenu, već se oslanjaju na princip relativiteta, ili preciznije, one su „ograničene“ principom relativiteta koji se može smatrati zakonom drugog reda koji „ograničava“ sve fizičke zakone prvog reda, iako se ne može smatrati fizičkim zakonom u klasičnom smislu. Dakle, slično kao i neke druge teorije koje se odnose na prostor-vreme, Lorencove transformacije su ograničene graničnim uslovima modalno jačih principa, koji bi i dalje važili bez obzira na to koliko su svi drugi faktori u okviru teorija prvog reda izmenjeni. Međutim, isto kao što se Lorencove transformacije oslanjaju na princip relativiteta, tako se i princip relativiteta oslanja na modalno jače principe, kakvi proizilaze iz logičkih i

[63] Iako se Landžovi primeri odnose mahom na domen matematike, treba naglasiti da postoje autori poput Majkla Bertranda (Michael Bertrand), koji zastupaju postojanje metafizičkih objašnjenja pomoću graničnih uslova. Kako Bertrand navodi „metafizička objašnjenja pomoću graničnih uslova karakteriše njihov distinktivni izvor eksplanatorne moći. Ona, za razliku od drugih objašnjenja, funkcionišu tako što pokazuju da njihov eksplanandum proističe iz metafizičkih ograničenja“ (Bertrand 2019: 1336).

[64] Autori poput Holi Andersen (Holly Andersen) smatraju da se distinktivno matematička objašnjenja mogu opisati tako da „ako imamo neki skup uslova A, onda je veza između eksplananduma i objašnjenja eksplanansa matematičkog karaktera, u tom smislu da rezultirajuće objašnjenje uključuje modalnu silu jaču od one koju imaju uzročne generalizacije“ (Andersen 2018: 494).

matematičkih istina, koje su najjače po stepenu nužnosti.[65] Dakle, logičke i matematičke istine „ograničavaju" tako što „otkrivaju" da je eksplanandum neizostavan. Na ovom mestu treba naglasiti da su Lorencove transformacije primer distinktivno matematičkih naučnih objašnjenja (odnosno primer ekstra-matematičkog objašnjenja), koje ne treba mešati sa objašnjenjima u matematici, kao što su ona koja se javljaju u slučaju razmatranja zašto svi mostovi Kenigsberga nisu mogli biti pređeni samo jednom.

Pa tako, ukoliko se vratimo na problem kenigsberških mostova, prilikom čije analize je predstavljen primer neuzročnog objašnjenja, i razmotrimo slučaj nekog standarnog (kako bi ga Salmon i Landž nazvali ontičkog) uzročnog objašnjenja, odmah će biti jasna razlika u stepenu nužnosti. [66] Neka naš primer klasičnog uzročnog objašnjanje bude onaj najstandardniji: ako je olovka pala na zemlju, moguće objašnjenje za to bi bilo da je ona na zemlji zato što je bačena ili zato što je nekom ispala. Pri nuđenju objašnjenja, mi ćemo se ovde držati kauzalnih zakona, što se vidi iz činjenice da je moguće zamisliti da postoje različiti uzroci zbog koga je ona na zemlji. Ovo znači da eksplanans nije fiksiran (odnosno „uslovljen graničnim uslovima"), jer eksplanandum u ovom slučaju projavljuje manji stepen ograničenosti nego kada je reč o primeru kenigsberških mostova. Kod ograničenijeg eksplananduma, koji se javlja u slučaju objašnjenja mostova u Kenigsbergu, postoji jedan fiksirani eksplanans, koji nam govori to da niko ne može da pređe svih sedam mostova zbog izvesnih matematičkih činjenica, bez obzira na sve eventualne dodatne kontingentne eksplananse. Stoga, zaključak koji nam se nameće je taj da neuzročna objašnjenja funkcionišu tako što nam daju odgovor na pitanje, šta tačno ograničava eksplanandum. Na ovom primeru se vidi očita nužnost eksplananduma koja se javlja kod nekauzalnih objašnjenja, a ta nužnost pravi jasnu distinkciju između njih i uzročnih objašnjenja. Budući da uzročni pluralizam ukazuje na neophodnost prihvatanja više teorija objašnjenja, kao i da na adekvatan način opisuje razliku između uzročnih i neuzročnih objašnjenja, deluje da je ovo, ne samo najprihvatljivija teorija u okviru diskusije o uzročnosti kod objašnjenja, već da nam ona daje

[65] Landž u okviru svoje analize objašnjenja pomoću graničnih uslova nudi i svojevrsno gradacijsko stepenovanje nužnosti koje kreće od zakona sile i drugih sličnih zakona, koji projavljuju slabiju nužnost, ide preko zakona očuvanja (gde spada zakon očuvanja energije) i Lorencovih transformacija gde je nužnost jača, i na vrhu se nalaze logičke i matematičke istine koje projavljuju najjaču nužnost (Lange 2018: 26).
[66] Ili majčinih jagoda iz primera na početku odeljka, koje „nisu bile ravnomerno raspodeljene njenoj deci, jer ne mogu biti" (Lange 2017: 9).

ono što je neophodno za uspešno pobijanje Fildove tvrdnje o tome da matematički objekti nisu bitni za naše najbolje naučne teorije.

Simetričnost neuzročnih objašnjenja

Pošto smo predstavili relevantne teorije u okviru diskusije čiji je predmet postojanje neuzročnih objašnjenja i njihov odnos prema uzročnim objašnjenjima, i zaključili da je uzročni pluralizam najprihvatiljivija pozicija među njima, smatramo da na ovom mestu ukratko treba ukazati na jedan fenomen koji se vezuje za objašnjenja u matematici, a može imati značajne implikacije za sagledavanje njihove eksplanatorne uloge u nauci. U pitanju je *simetričnost objašnjenja,* koja se po Landžovom mišljenju javlja u nekim neuzročnim objašnjenjima, a bitna je zbog činjenice „da je jedan dokaz eksplanatoran jer koristi simetriju u problemu — simetriju iste vrste kao simetrija koja nam je inicijalno postala predmet pažnje u rezultatu koji se objašnjava“ (Lange 2014: 489). Dakle, simetrija je važna zbog toga što pravi razliku između matematičkog dokaza koji predstavlja objašnjenje i matematičkog dokaza za koji ne možemo reći da je eksplanatoran, iako oba dokaza mogu biti u potpunosti ispravna, što se može videti i na primerima. Stoga, pre daljeg problematizovanja ove razlike, ovde ćemo predstaviti jedan primer u kojem se ona projavljuje.

Kada govorimo o slučajevima eksplanatorne simetrije koja se javlja u matematičkim objašnjenjima, najzahvalnije je pozvati se na slučaj takozvanog Zajcovog[67] novčića, koji je, na gotovo istovetan način, kao što ćemo mi učiniti ovde, predstavljen kod Landža[68] (Lange 2017: 234–238). Reč je o problemu koji se odnosi na „pristrasni” novčić, koji ima unapred određenu verovatnoću *p*, koja se odnosi na glavu novčića, a vrednost je unapred određena u rasponu od 0 do 1. Pri bacanju ovakvog novćića dolazi se do zaključka da je verovatnoća za svaki broj padanja glave od 0 do n ista, odnosno $\frac{1}{n+1}$. Dakle, ukoliko, kao i Zajc, uzmemo primer gde je broj bacanja 2000, jasno je da imamo 2001 mogući broj padanja glava (2000

[67] Nazvan po matematičaru Polu Zajcu (Paul Zeitz).
[68] Za celokupnu originalnu postavku problema Zajcovog novčića pogledati Zeitz (2000).

pozitivnih ishoda, uz mogućnost da glava ne padne nijednom). Verovatnoća se, kao što je rečeno, nasumično određuje između 0 i 1, tako da može biti, bilo koji broj, od na primer 0,138 koji bi nesumnjivo trebao da označava manji broj glava, do recimo 0.722, koji govori o tome da bi broj glava trebalo da bude veći. Međutim, rezultati govore o tome da je šansa p dobijanja bilo kog broja glava, bilo to 1000, koji intuitivno deluje kao možda i najočekivanija mogućnost[69] ili bilo kog drugog nasumično odabranog broja koji bi, u većoj ili manjoj meri naginjao kao nuli ili ka jedinici, ista. „Neverovatan odgovor je da je verovatnoća [od 1000 glava u 2000 bacanja] 1/2001. Zaista, nije važno koliko glava želimo da vidimo — za bilo koji [celi broj r] između 0 i 2000, verovatnoća da bude r glava [u 2000 bacanja] je 1/2001" (Zeitz 2000: 2). Isto ovo će važiti i za svaki drugi broj bacanja (200 bacanja/201 mogući broj padanja glave, 4000 bacanja/4001 mogući broj padanja glave), bez obzira koja vrednost između 0 i 1 će pasti, verovatnoća će biti $\frac{1}{n+1}$. Da bismo pokazali šta iz ovog primera sledi, potrebno je predstaviti njegov dokaz na koji ukazuje Zajc, a kasnije i Landž. Budući da je on izveden precizno i da su njegovi koraci vrlo jasno razloženi, prikazaćemo njegovu postavku u celosti, a nakon toga ćemo objasniti šta je zapravo interesantno u vezi sa ovim, inače nesporno ispravnim, dokazom.

> „Ako bacimo novčić n puta, a p je šansa da se dobije glava za svako pojedinačno bacanje, onda je šansa da se dobije određena sekvenca r glava i $(n-r)$ pisama jednaka $p^r(1-p)^{n-r}$. Sada razmotrimo sve sekvence sa tačno r glava. Postoji $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ različitih načina raspoređivanja r glava i $(n-r)$ pisama. Tako da je šansa dobijanja tačno r glava $\binom{n}{r} p^r(1-p)^{n-r}$. Ovo je šansa za datu vrednost p „novčićeve pristrasnosti". Ali pristrasnost novčića može da zauzme bilo koju vrednost od 0 do 1, tako da, da bismo mogli da dođemo do ukupne šanse za padanje tačno r glava, mi moramo uzeti u obzir verovatnoću padanja tačno r glava za svaku moguću vrednost novčićeve pristrasnosti. Ukupna verovatnoća za padanje tačno r glava je suma, uzimajući u obzir sve moguće pristrasnosti p za novčić (koji su u rasponu od 0 do 1), verovatnoće padanja r glava, ako je

[69] Budući da 1000 glava od 2000 bacanja predstavljaju srednju vrednost između 0 i 1, odnosno verovatnoću koju bi mogli da obeležimo sa 0.500.

pristrasnost novčića p, pomnožen sa verovatnoćom dp da je p novčićeva pristrasnost. Ovaj zbir je integral:

$$\int_0^1 \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}\, dp = \binom{n}{r} \int_0^1 p^r\, (1-p)^{n-r} dp$$

Najlakši način računanja ovog integrala je korišćenje knjiškog primera tehnike „parcijalne integracije" prema kojoj $\int u\, dv = uv - \int v\, du$. Da bi se primenila ova formula, mi izražavamo $\int p^r\,(1-p)^{n-r} dp$ u formi $\int u\, d\, v$ tako što stavljamo $u = (1-p)^{n-r}$ i $dv = p'\, dp$. Iz uobičajene diferencijacije u sledi da je $du = -(n-r)(1-p)^{n-r-1}\, dp$, i isto tako iz uobičajenog integraljenja dv sledi da je $v = \frac{p^{r+1}}{r+1}$. Ubacujući sve ovo u formulu za parcijalnu integraciju dolazimo do:

$$\int_0^1 p^r\,(1-p)^{n-r} dp = (1-p)^{n-r}\, \frac{p^{r+1}}{r+1}\, |_0^1 + \frac{n-r}{r+1} \int_0^1 p^{r+1}\,(1-p)^{n-r-1} dp$$

Prvi deo na desnoj strani je jednak nuli i kod $p = 0$ i kod $p = 1$, pa tako on nestaje. Možemo ostaviti za kasnije izvođenje koeficijenta $\frac{n-r}{r+1}$ koji se nalazi pre integrala u drugom delu desne strane. Što se tiče tog integrala, on ima istu formu kao i integral na levoj strani—sa prvim eksponentom uvećanim za 1 i drugim eksponentom uvećanim za 1. Pa tako možemo da primenimo parcijalnu integraciju na isti način i u ovom integralu, dobijajući isto povećanje i smanjenje (zasebno) sa 1 u dva eksponenta:

$$\int_0^1 p^{r+1}\,(1-p)^{n-r-1} dp = \frac{n-r-1}{r+2} \int_0^1 p^{r+2}\,(1-p)^{n-r-2} dp$$

Opet ostavljajući koeficijent $\frac{n-r-1}{r+2}$ na desnoj strani za kasnije uključivanje, možemo ponavljati parcijalnu integraciju sve dok se eksponent od $(1-p)$ ne smanji na 0. Integral koji je ostao je znatno jednostavniji za računanje od njegovih prethodnika:

$$\int_0^1 p^n (1-p)^0 dp = \int_0^1 p^n dp = \frac{p^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1}$$

Pošto smo se konačno oslobodili svih integrala, možemo se vratiti nazad i uključiti razne koeficijente koje smo ostavili za kasniji račun, koji su nastali u svakom od prethodnih parcijalnih integracija:

$$\int_0^1 p^r (1-p)^{n-r} dp = \left(\frac{n-r}{r+1}\right)\left(\frac{n-r-1}{r+2}\right)\ldots\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{n+1}\right)\frac{1}{\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(r+1)(r+2)}{(n-r)(n-r-1)\ldots(2)}} = \left(\frac{1}{n+1}\right)\frac{1}{\binom{n}{n-r}}$$

Ovaj rezultat puta $\binom{n}{r}$ — koeficijent prvog integrala koji smo računali parcijalno — je ukupna verovatnoća dobijanja tačno r glava u našem problemu. Ali $\binom{n}{n-r} = \binom{n}{r}$ pošto je broj različitih uređenja sa tačno $(n-r)$ pisama u n bacanja jednak broju različitih uređenja sa tačno r glava u n bacanja. Tako je ukupna verovatnoća dobijanja tačno r glava u našem problemu (za $n = 2000$) $\binom{n}{r}\left(\frac{1}{n+1}\right)\frac{1}{\binom{n}{n-r}} = \left(\frac{1}{n+1}\right)$ — odnosno rezultat koji smo tražili.“ (Zeitz 2000: 2–4)

Predstavljeni dokaz je nesumnjivo tačan, ali Landž ukazuje na to da on ne uzima u obzir simetriju koja postoji u samom problemu. Stoga, iako dokaz stoji, za njega se ne može reći da ima objašnjavalački karakter, pošto ne pruža objašnjenje onoga što je direktan povod intelektualne znatiželje, a to je očita simetrija između postavke i rezultata problema. Međutim, u sledećem citatu Zajc nudi dokaz za koji možemo smatrati da objašnjava zašto su rezultati njegovog primera takvi kao što jesu:

„Mislite o rezultatima bacanja novčića *n* kao da su diktirani od strane *n* narednih brojeva u nizu koji su generisani istim generatorom nasumičnih brojeva koji je generisao šansu za novčić *p* da padne na glavu: broj manji od *p* odgovara glavi, a broj veći od *p* odgovara pismu. (Šansa da će broj biti manji od *p* je očigledno *p* – šansa za glavu). Stoga, isti generator generiše $\frac{1}{n+1}$ broj kao sumu. Rezultat gde se uvek padaju glave nastaje ako je prvi generisani broj (*p*) veći od svakog *n*

> narednog broja, svi osim jednog rezultata su glave ako je prvi generisani broj veći od svih narednih brojeva, i tako dalje. Očito, ako bismo hteli da rangiramo $n + 1$ generisane brojeve od najmanjeg do najvećeg, onda bi prvi generisani broj (p) imao istu šansu da bude rangiran kao prvi podjednako kao i drugi, i tako isto za svako drugo mesto. Shodno ovome, svaka mogućnost (od nula glava do n glava) je podjednako verovatna, tako da svaka ima verovatnoću $\frac{1}{n+1}$." (Zeitz 2000: 5)

Čini se da navedeni dokaz, za razliku od prethodnog, na valjan način objašnjava kako rezultat ispoljava simetriju u odnosu na postavku. Dakle, ono što se izdvaja iz primera Zajcovog novčića je da postoje dva različita dokaza za to zašto je verovatnoća uvek $\frac{1}{n+1}$. Oba dokaza su ispravna, međutim, prvi dokaz se razlikuje od drugog u tom smislu što nam ne daje nikakvo objašnjenje o tome zašto je za svaki broj bacanja n rezultat uvek isti. Iako je u potpunosti ispravan, prvi dokaz ne možemo smatrati eksplanatornim jer u svojoj postavci nije iskoristio očito postojanje simetrije, a ova simetrija se čini vitalnom za matematičko objašnjenje datog problema.

Možemo se zapitati koje su implikacije Zajcovog novčića i šta one govore o simetričnosti matematičkih objašnjenja, a i o tome zašto je simetrija bitna za neuzročna objašnjenja. Pre svega, treba naglasiti da ovu simetričnost ne treba shvatiti u smislu simetričnosti na relaciji uzrok-posledica, pošto, kako smo se uverili, matematička objašnjenja nisu uzročna. Pošto u analizi matematičkih teorija ne postoji takozvani kauzalni prioritet, otvara se pitanje na šta se simetričnost u matematičkim objašnjenjima zapravo odnosi. Iako, kao što Landž primećuje „aksiomi objašnjavaju teoreme, a ne obrnuto" (Lange 2014: 487), što je asimetričan eksplanatorni odnos, u slučaju simetrije u samim objašnjenjima, možemo, kao u gorenavedenom primeru, vrlo jasno uočiti simetriju veze između postavke i rezultata. Ovo je zapravo ono što određena objašnjenja čini distinktivnim. Drugačije rečeno, drugi dokaz nam daje objašnjenje zašto se projavljuje simetrija u rezultatu u odnosu na postavku, a ona je, kako smo videli, i razlog zbog koga nam je je primer sa Zajcovim novčićem toliko značajan. Landž primećuje da, koliko god da je neko upućen u matematiku, bilo laik ili stručnjak, činjenica je da će ovakvi primeri privući veću pažnju od nekih drugih matematičkih postavki. On konstatuje i da je vidljivost (ili izdvojenost) jedan od glavnih kriterijuma koji podstiču našu potragu za objašnjenjima. „Simetrija, kada jednom postane vidljiva, stvara zahtev za objašnjenjem: traži dokaz koji polazeći od rezultata traži sličnu simetriju u postavci. U svetlu vidljivosti ove simetrije, smisleno je tražiti objašnjenje pored i uprkos već postojećem dokazu" (Lange 2017: 239). Simetrija možda više nego bilo šta drugo čini pojedine aspekte vidljivijim, što se svakako i primećuje iz ovog primera. Bilo kako bilo, u eksplanatornom, a samim tim i u epistemološkom smislu, značajno je znati kako smo došli do određenog rezultata. Ovo nije važno samo u okviru rešavanja matematičkih problema, već i generalno u svim saznajnim domenima, jer ukoliko ne možemo da objasnimo zašto i na koji način eksplanandum važi, mi ne možemo ni da pretendujemo na tvrdnju da smo ponudili odgovarajuće objašnjenje.

Stoga, ukoliko uporedimo drugi navedeni dokaz i objašnjenje na koje nailazimo u njemu sa prvim dokazom koji ne projavljuje simetriju, videćemo da je kod prvog problematično to što njegova postavka nije relevantna za eksplanandum (ne govori ništa o samom slučaju Zajcovog novčića), iako je ispravna. Problem se sastoji u tome što „izvođenje u kome neko određeno svojstvo igra veliku ulogu, da bi na kraju slučajno nestalo, mora da propuštata nešto bitno vezano za činjenicu zašto eksplanandum važi“ (Lange 2017: 238). Mana prvog dokaza je, dakle, ta što u njemu nije uočena simetrija, pa rezultat shodno tome, kako Landž naglašava, deluje kao da je „izveden magijom“, dok s druge strane, drugi dokaz uočava simetriju i nju koristi kao eksplanatorno oruđe. Dakle, jedina razlika između dva navedena dokaza je u tome što se u jednom ispoljava simetrija, dok u drugom to nije slučaj, ali pošto simetrija ima eksplanatornu ulogu, jer je „našu radoznalost u početku pobudila simetrija rezultata“ (Lange 2017: 238), to jest njeno uočavanje je ono što stvara potrebu za objašnjenjem, ona se mora smatrati relevantnom.

Na osnovu navedenog možemo da donesemo zaključak da, kada je reč o neuzročnim objašnjenjima, eksplanatorna simetrija igra izuzetno važnu ulogu, jer na osnovu nje mi možemo da uočimo pojedina ekstra-matematička objašnjenja, a ova objašnjenja su, kako smo videli, ključna za naturalističku tezu. Odnosno, ona su razlog zbog koga neki naturalisti veruju u postojanje matematičkih objekata. Iako priča o simetričnosti neuzročnih objašnjenja može, na prvi pogled, delovati irelevantno za našu glavnu poentu, koja se odnosi na neuzročnu prirodu matematičkog znanja, mišljenja smo da bi jedan takav utisak bio pogrešan. Ako pretpostavimo da se postojanje ekstra-matematičkih objašnjenja može koristiti kao argument protiv epistemološkog argumenta protiv realizma, što i jesmo, onda je i simetričnost objašnjenja deo tog argumenta, jer predstavlja još jedan objašnjavalački pristup koji u svojoj osnovi nije uzročan, a može imati neizostavnu eksplanatornu ulogu u nauci.

Kompletiranje slike o ulozi matematičkih i metafizičkih objašnjenja

Uzročni redukcionizam negira neuzročna objašnjenja, za koja smo videli da su itekako prisutna u domenima relevantnim za ovo istraživanje, dok uzročni monizam isključuje mogućnost postojanja nezavisnih uzročnih i neuzročnih objašnjenja koje je u nekim okolnostima, očito slučaj. Na osnovu uvida koje smo izneli, čini se očitim da je najzahvalnije zastupati pluralizam, budući da samo on „ostavlja prostor“ za stvaranje jedne potpune epistemičke perspektive, koja bi na zadovoljavajući način opisala pojavu samostalnih neuzročnih objašnjenja.

Pošto je uzročni pluralizam najprihvatljivija teorija, a on (videli smo, s pravom) podrazumeva da su neka objašnjenja neuzročna, odnosno da postoje ekstra-matematička i ekstra-metafizička objašnjenja, time se potvrđuje stavka (2) pojačanog argumenta iz neophodnosti. Dakle, određeni apstraktni objekti imaju neizostavnu eksplanatornu ulogu u nauci, te stoga, uz prihvatanje nespornog stava (1), možemo da potvrdimo i stav (3) koji govori o tome da bi trebalo da verujemo u postojanje apstraktnih objekata. Takođe, pri razmatranju simetričnosti matematičkih objašnjenja, ustanovili smo da se dva dokaza koja rešavaju isti problem i oba su ispravna, mogu razlikovati u pogledu simetrije između rezultata i postupka koji je doveo do njega, i samim tim u pogledu eksplanatorne snage. Zbog ovoga se u pojedinim slučajevima, samo onaj dokaz koji projavljuje simetriju može smatrati objašnjavalačkim. Na ovaj način je, pored objašnjenja pouzdane korelacije između verovanja i činjenica o apstraktnim objektima iznetog u prethodnim poglavljima, ponuđena i teorija objašnjenja, koja svedoči o neophodnosti prihvatanja postojanja apstraktnih objekata, čime je novi epistemološki argument dodatno oslabljen.

5. Paradoks spoznatljivosti i spoznaja apstraktnih entiteta metafizike i matematike

Paradoks spoznatljvostivosti kao potencijalni problem za realizam

Izazovi koji proizilaze iz epistemoloških argumenta su uspešno rešeni, ali postoji još jedan potencijalni problem za realističko shvatanje metafizičkih i matematičkih objekata, koji nema veze sa pomenutim anti-realističkim argumentom. Naš fokus će se sada prebaciti na izlaganje paradoksa spoznatljivosti i razmatranje tvrdnje o tome da on (uprkos rasprostranjenom mišljenju da pogađa samo anti-realizam) može biti problematičan i za realizam. Cilj je da ukažemo da ovo stanovište nije održivo, pošto ćemo videti da realizam može da izbegne potencijalne opasnosti u vidu posledica paradoksa spoznatljivosti. Na posletku ćemo doći do zaključka da, iako ovaj paradoks ne predstavlja pravi problem ni za jednu realističku poziciju, tradicionalni platonizam na najbolji način blokira njegove potencijalne negativne implikacije.

Dakle, u ovom delu rada ćemo problematizovati posledice paradoksa spoznatljivosti, koji nam govori da stav o tome da su sve istine spoznatljive nije kompatibilan sa stavom da postoje istine koje nisu spoznate, jer zastupanje obe pozicije dovodi do kontradikcije. Iako se ovo u prošlosti, gotovo isključivo, shvatalo kao problem za anti-realistička stanovišta, neki novi uvidi ukazuju na to da paradoks može predstavljati poteškoću i za pojedine realističke pozicije, te smatramo da tvrdnjama koje stoje iza njih treba posvetiti pažnju. Poglavlje počinjemo predstavljanjem paradoksa i ukazivanjem na njegove očite posledice, dok se u nastavku fokusiramo na to kako se paradoks odnosi prema različitim epistemičkim pozicijama. Preciznije, razmotrićemo uticaj rezultata paradoksa na standarni i punokrvni platonizam, za koje smo videli da su dve najodrživije realističke pozicije, ali i na dve varijante fikcionalizma – standardni i agnostički, jer su se u prethodnim poglavljima pokazali kao stanovišta vredna pažnje, sa nekim aspektima koji se donekle mogu smatrati održivim, uz prihvatanje određene ontologije.

Kao najupečatljiviji epistemološki problem koji potencijalno može ugroziti rezultate našeg dosadašnjeg istraživanja možemo izdvojiti onaj koji proizlazi iz takozvanog *paradoksa spoznatljivosti*, čiji je kreator Fredrik Fič (Frederic Fitch), pa se stoga često naziva i *Fičov paradoks spoznatljivosti* ili jednostavno *Fičov paradoks*[70]. Iako je paradoks formulisan 1963. godine (Fitch 1963), bilo je potrebno nešto više od deset godina da on bude primećen, međutim, nakon što je zapažen, paradoks spoznatljivosti je postao jedan od najuticajnijih i najproblematičnijih epistemičkih paradoksa. Na početku ovog poglavlja ćemo ukratko objasniti postavku paradoksa, da bismo u nastavku teksta mogli da predstavimo implikacije koje on može imati za mogućnost spoznaje metafizičkih i matematičkih istina. Paradoks polazi od pretpostavke da su sve istine spoznatljive, što je prihvaćena doktrina dobrog dela anti-realističkih pozicija. Anti-realizam generalno zastupa stav da je svaka istina spoznatljiva, o čemu govori i njihovo neretko zastupanje verifikacionističkog programa (Marton 2006), s druge strane, oni, sasvim prirodno, ne tvrde da je svaka istina već spoznata. Međutim, iz onoga što sledi u nastavku, videćemo da njihova tvrdnja o kompatibilnosti između mogućnosti spoznavanja svih istina i toga da nisu sve istine spoznate može dovesti do kontradikcije i zaključka da oni moraju da napuste bar jednu od svojih pozicija.

Izlaganje i razmatranje posledica paradoksa

Kako bi se čitaocima olakšalo praćenje izvođenja koje sledi, ovde ćemo spomenuti da se teza o postojanju istina koje su nužno neznane izražava formulom (α) $\exists p(p\wedge\neg Kp)\vdash\exists p(p\wedge\neg\Diamond Kp)$ i da je ona po kontrapoziciji ekvivalentna sa (β) $\forall p(p\rightarrow\Diamond Kp)\vdash\forall p(p\rightarrow Kp)$. Da bismo dokazali da važi implikacija koja stoji iza (α), pretpostavićemo njen antecedens $\exists p(p\wedge\neg Kp)$, kao i negaciju konsekvensa $\forall p(p\rightarrow\Diamond Kp)$, kako bismo iz tih pretpostavki dedukovali apsurd. Sada,

[70] Zanimljivo je to da Fič nije prvi koji je primetio paradoksalnu prirodu svog dokaza, niti je njegova intencija bila da ukaže na paradoks, kao ni da kritikuje antirealističku poziciju, već da ukaže na to da postoje istine koje su nužno neznane $\exists p(p\wedge\neg Kp)\vdash\exists p(p\wedge\neg\Diamond Kp)$. Na paradoksalan aspekt u okviru njegovog dokaza mu je ukazao Alonzo Čerč (Alonzo Church) prilikom recenzentskog postupka, pa se tako ovaj paradoks često naziva i *Fič-Čerčov paradoks* (Salerno 2009).

kada ovo imamo na umu, spremni smo da detaljno predstavimo samu strukturu paradoksa. Prvi korak paradoksa spoznatljivosti je pretpostavka:

(1) $(\forall p)\ (p \rightarrow \lozenge Kp)$

Koja govori da za svako *p* važi da *p* koje predstavlja određenu istinu može biti spoznato, ili drugim rečima, da je svaka istina spoznatljiva. Ova polazna pretpostavka je nešto sa čime se većina anti-realističkih gledišta slaže. Većina antirealističkih pozicija se takođe slaže sa drugom početnom premisom:

(2) $(\exists p)\ (p \wedge \neg Kp)$

Ovo znači da za neke *p* važi da *p* i da *p* nije spoznato, što govori da postoje istine koje nisu spoznate (videćemo kasnije da se to opisuje kao tvrdnja o nedostatku omniscijentnosti). Dati početni stavovi nam omogućavaju da izložimo osnovnu ideju paradoksa, koja je (iz formalne perspektive) ta, da on pokaže da je problematično zastupati i (1) i (2), a u to se možemo uveriti razmatranjem postavke koja kreće od stava:

(3) $p \wedge \neg Kp$ (2, egzistencijalna instancijacija)

Dakle, po egzistencijalnoj instancijaciji premise (2), imamo neku određenu istinu *p* i ta istina *p* je nespoznata. S druge strane, formula (4) sledi na osnovu univerzalne instancijacije iz (1), gde mesto *p* supstituišemo $p \wedge \neg Kp$. Pa tako, po univerzalnoj instancijaciji premise (1), postoji određena istina *p* i *p* se ne zna, što implicira da je moguće znati i da postoji istina *p* i da *p* nije znano:

(4) $(p \wedge \neg Kp) \rightarrow \lozenge K\ (p \wedge \neg Kp)$ (1, univerzalna instancijacija)

Ovo nas, po *modusu ponens* za (3) i (4), dovodi do toga da je moguće znati i da postoji istina *p* i da ne znamo istinu *p*:

(5) $\lozenge K\ (p \wedge \neg Kp)$ (3,4 *modus ponens*)

Na ovaj način se otvara prostor za primenu slabije varijante pravila *reductio ad absurdum*, odnosno pravila za uvođenje negacije, pa tako pretpostavljamo da znamo i istinu p i to da ne znamo istinu p:

(6) $K\ (p\wedge \neg Kp)$ (indirektno dokazivanje)

Kod ovog koraka se već nazire paradoksalna priroda Fičove argumentacije, odnosno njenih potonjih varijacija. U sledećem koraku se primenjuje pravilo distributivnosti operatora K nad konjunkcijom:

(7) $Kp\wedge K\neg Kp$ (konjunkcija)

Mi dakle, po distribuciji konjunkcije znamo istinu p i znamo da ne znamo istinu p. Na posletku, primenjivanjem pravila $Kp\rightarrow p$ (ako Kp, onda je istina da p), koja govori da ako imamo neko znanje K, izvođenjem možemo doći i do toga da postoji istina koja je znana (ovo se odnosi na operator K ispred $\neg Kp$), dolazimo do kontradikcije:

(8) $Kp\wedge\neg Kp$ (definicija K)

Po kojoj znamo istinu p i ne znamo istinu p. Neki autori smatraju da je ovo dovoljno da se dokaže da pozicija koju zastupaju anti-realisti dovodi do paradoksa, dok drugi zastupaju stav da je potrebno primeniti dodatne korake u vidu razmatranja druge mogućnosti koja proizilazi iz stava (5), a koja glasi:

(9) $\neg K\ (p\wedge\neg Kp)$ (indirektno dokazivanje 6–8)

Odnosno, nije znana ni istina p, ni da se istina p ne zna. Pošto su se do sada i koristila samo logička pravila[71], na stav (9), sledeći pravila modalne, odnosno epistemičke logike, možemo da primenimo varijantu pravila necesitacije, koja govori o tome da ako je p teorema, onda je i $\Box p$ teorema ($\vdash p\rightarrow\vdash\Box p$). Na osnovu toga dolazimo do stavke:

(10) $\Box\neg K\ (p\wedge\neg Kp)$ (necesitacija)

[71] Na aksiom sistema do koga se došlo isključivo putem logičkih pravila, možemo primeniti pravilo $A\rightarrow\Box A$ (sva pravila logike su nužna ako su istinita).

Koja kaže da je nužno da nije slučaj da je znana istina *p* i da nije slučaj da je *p* znano. Nakon ovoga se na stavci (10) primenjuje pravilo promene modalnog operatora, pozivajući se na princip dualnosti modalnih operatora ◊ i □, gde je nama potrebno samo pola od te dualnosti ($\Box\neg p \vdash \neg\Diamond p$). Tako □¬ prelazi u ¬◊, te dobijamo sledeće:

(11) $\neg\Diamond K\ (p\wedge\neg Kp)$ (promena modalnog kvantifikatora)

Ovo znači da nije moguće znati istinu *p* i da se istina *p* ne zna. Na posletku, koristeći (5), (11) i konjukciju mi dolazimo do:

(12) $\neg\Diamond K\ (p\wedge\neg Kp)\ \&\ \Diamond K\ (p\wedge\neg Kp)$ (5,9 konjukcija)

Čime tvrdimo da nije moguće da se zna istina *p* i da se istina *p* ne zna, i da je moguće da se zna istina *p* i da se ne zna istina *p*. Ovim korakom smo došli do nedvosmislene kontradikcije i dokazali ono što je već kod premise (8) bilo očigledno. Na ovaj način je u potpunosti predstavljena osnovna postavka paradoksa spoznatljivosti. Na osnovu svega izloženog, može se zaključiti da premise (1) i (2) nisu kompatibilne, odnosno da ne možemo istovremeno tvrditi da su sve istine spoznatljive i da ima istina koje nisu spoznate.

Pre nego što krenemo u dalju analizu značaja paradoksa spoznatljivosti za temu našeg istraživanja, važno je osvrnuti se ukratko na ono što se, na prvi pogled, može izdvojiti kao njegova najočitija posledica. Naime, zastupljeno je mišljenje da zaključci ovog paradoksa predstavljaju ozbiljan udarac za pojedine anti-realističke pozicije, budući da su neki pravci anti-realizma navodno stavljeni u vrlo neugodnu poziciju, pošto su ih rezultati paradoksa prinudili da biraju između dve postavke koje zastupaju u podjednakoj meri. Imajući u vidu kontradikciju koja je opisana iznad, oni moraju da naprave odsečan izbor između toga da li su (1) sve istine spoznatljive i mi zbog toga već znamo sve istine ili, (2) nisu sve istine spoznatljive i mi zbog toga ne znamo sve istine. Ne čini se uverljivim da bi ijedan realista prihvatio (1), budući da postoji jak razlog da tvrdnju o sveznanju (omniscijentnosti), smatramo netačnom. Jednostavno rečeno, dovoljno je da postoji samo jedna istina koja nije znana da bismo došli do zaključka da nisu sve istine spoznatljive, odnosno da (1) nije održivo. Čini se jasnim da nam brojne istine nisu znane, i da, po svemu sudeći, mnoge nikada ni neće biti znane, te (1) možemo odbaciti. S druge strane, za razliku od stava (1) prihvatanje stava

(2), na prvi pogled, deluje razumljivo, ali ovo poricanje mogućnosti spoznavanja svih postojećih istina, donekle narušava status svake anti-realističke pozicije koja bi zauzela jedan ovakav stav, u tom smislu što joj nameće pitanje, da li bi ona kao takva, uopšte, mogla da se smatra anti-realističkom. Pošto se u ovom radu ne brani anti-realizam, ne postoji potreba za daljim elaboriranjem ovog problema, ali on je itekako relevantan za svakog ko želi da brani ovu poziciju.

Međutim, to što su posledice paradoksa spoznatljivosti tradicionalno posmatrane kao problem za anti-realistička stanovišta ne znači da one automatski idu u prilog realizmu, niti da pojedine realističke pozicije nemaju poteškoće sa nekim njegovim aspektima. Imajući ovo u vidu, postoji potreba da se u nastavku teksta nešto detaljnije razmotre zamerke koje bi mogle da se upute realistima (a i ne samo njima[72]) u kontekstu ovog problema. Kako bismo približili ovu problematiku, predstavićemo još jedan vid formulisanja Fičovog paradoksa. Njegovo podrobnije objašnjenje, koje je predstavljeno iznad, ukratko se može izložiti i na sličan način kako je to uradio Otavio Bueno (Otávio Bueno) (Bueno 2009: 252–253), čiju poziciju vezanu za odnos ovog paradoksa i (pre svega realističke) epistemologije[73] matematičkih entiteta ćemo predstaviti i kritikovati u nastavku teksta. Ukoliko krenemo od tvrdnji:

(KP) $\forall p\ (p \rightarrow \Diamond Kp)$ Sve istine su spoznatljive.

(NeO) $\exists p\ (p \wedge \neg Kp)$ Postoje istine koje nisu znane.

Gde je K epistemički, a $\Diamond$ modalni[74] operator. I u obzir uzmemo sledeća pravila

(a) Ako $K(p \wedge q)$, onda $Kp \wedge Kq$. (Ako znamo konjukciju, onda znamo i sve članove konjukcije)

[72] Zamerke se upućuju i fikcionalizmu, za koji ćemo videti da ne mora nužno biti izjednačen sa nominalizmom.
[73] Kasnije ćemo, doduše, videti i da je njegovo tumačenje epistemologije matematičkih entiteta zapravo zasnovano na automatskom izjednačavanju nečijih epistemičkih i ontičkih stavova u zavisnosti od pozicije koju neko zauzme u debati koja se tiče realiteta objekata matematike. Jednostavnije rečeno, pretpostavlja se da odabrano gledište (bilo to platonizam, nominalizam, fikcionalizam ili bilo koja druga pozicija) nužno mora biti istovetno i u epistemološkom i u ontološkom smislu.
[74] Treba napomenuti da je takozvani nestanak modalnog operatora u postavci paradoksa još jedno interesantno pitanje, koje nije nužno direktno vezano za same posledice paradoksa. O „problemu nestajaćeg dijamanta", kako ga u literaturi pojedini autori slikovito zovu (inače je standardan naziv za operator ◊ „romb" ili ređe „karo"), detaljnije u Wansing (2002) i Jenkins (2009).

(b) Ako Kp, onda p. (Iskaz je znan samo ako je istinit)

(c) Ako je p teorema, onda $\Box p$. (Sve teoreme su nužno istinite)

(d) Ako $\Box\neg p$, onda $\neg\Diamond p$. (Ako je nužno $\neg p$, onda je nemoguće da p)

Ako pretpostavimo ovakvo zaključivanje, ovo je argument za $\neg\Diamond K\,(p\wedge\neg Kp)$:

(1) $K\,(p\wedge\neg Kp)$ Pretpostavka (za redukciju)

(2) $Kp\wedge K\neg Kp$ od (1), preko (a)

(3) $Kp\wedge\neg Kp$ od (2), preko (b)

(4) $\neg K\,(p\wedge\neg Kp)$ od (1)–(3), po redukciji, odbacujući pretpostavku (1)

(5) $\Box\neg K\,(p\wedge\neg Kp)$ od (4), za (c)

(6) $\neg\Diamond K\,(p\wedge\neg Kp)$ od (5), za (d)

Ovim smo dokazali da je sledeća formula teorema:

$\neg\Diamond K\,(p\wedge\neg Kp)$ (3)

Iz formule $\forall p\,(p\rightarrow\Diamond Kp)$ sledi:

$(p\wedge\neg Kp) \rightarrow \Diamond K\,(p\wedge\neg Kp)$ (4)

Što smo već objasnili u prvom izvođenju. Iz (3) i (4), primenom *modus tollens*-a sledi $\neg(p\wedge\neg Kp)$. Sada možemo da uvedemo univerzalni kvantifikator i da zaključimo $\forall p\,\neg(p\wedge\neg Kp)$. Međutim, to je ekvivalentno sa $\forall p\,(p\rightarrow Kp)$. Dakle, iz hipoteza $\forall p\,(p\rightarrow\Diamond Kp)$ smo dedukovali $\forall p\,(p\rightarrow Kp)$, pa možemo da zaključimo:

$\forall p\,(p\rightarrow\Diamond Kp) \vdash \forall p\,(p\rightarrow Kp)$

Što je (β) odozgo. Ovde, kao i iznad, možemo da biramo, da li želimo da prihvatimo da nije moguće da postoji istina koju je moguće spoznati, a da ona nije znana ili, ukoliko uzmemo u obzir (5), da se pozovemo na generalnu kontradikciju[75] koja proizilazi iz paradoksa spoznatljivosti. Kako Bueno dobro primećuje prihvatanje (*KP*) i (*NeO*) vodi do kontradikcije, jer je najosnovnija postavka Fičovog paradoksa $\forall p\ (p \to \Diamond Kp) \vdash \forall p\ (p \to Kp)$ sačinjena od antecedensa (*KP*) i konsekvensa (*O*), odnosno tvrdnje o omniscijentnosti, koja je negacija (*NeO*) (Bueno 2009: 252). Ovo nas dovodi do toga da u slučaju prihvatanja istinitosti *p*, mi imamo $p \to (\Diamond Kp \to Kp)$, koja je suprotstavljena $p \to (\Diamond Kp \wedge \neg Kp)$. Pošto smo predstavili način na koji je Bueno iskazao paradoks, vreme je da se osvrnemo na njegove tvrdnje o epistemološkim posledicama za matematiku koje ovaj paradoks po njemu donosi. Pre svega, važno je odmah naglasiti da Bueno ne pretpostavlja unapred da je paradoks spoznatljivosti poguban za sve anti-realističke pozicije, niti da je u skladu sa svakom postavkom realizma.

Interesantno je to da je prva pozicija koju Bueno kritikuje punokrvni platonizam, odnosno stavove njegovog začetnika Marka Balagera. Stoga ćemo na ovom mestu našu pažnju ponovo usmeriti na ovu poziciju, sada u kontekstu razmatranja implikacija paradoksa spoznatljivosti. Kao što smo prethodno utvrdili, pod punokrivnim platonizmom se podrazumeva stav da postoji svaki mogući matematički objekat, te se, po ovom gledištu, kao dovoljan uslov postojanja matematičkih objekata uzima njihova logička konzistentnost. Slično kao i Bueno, i mi ćemo prihvatiti Balagerovu formulaciju punokrvnog platonizma: $\exists x Mx \wedge \forall Y\ (\Diamond \exists x\ (Mx \wedge Yx) \to \exists x\ (Mx \wedge Yx))$, gde *M*x predstavlja „*x* je matematički objekat”, *Y* je varijabla drugog reda (Balaguer 1998: 5–8; Bueno 2009: 254). Međutim, mi, za razliku od Buena koji uslovno prihvata ovu formulaciju (ali misli da je ona gotovo sigurno neodrživa) smatramo da ona nije sporna, što ćemo i dokazati u nastavku teksta. Bueno, analizirajući Balagerovu argumentaciju iznetu ovde u 4. poglavlju, dobro primećuje da „(vi) sledi iz (iv) i (v) samo ako je punokrvni platonizam istinit. U suprotnom, u najboljem slučaju imamo kondicionalnu tvrdnju: Ako je punokrvni platonizam istinit, onda je (vi) istinito — što je,

[75] Jedan od načina za izbegavanje problema kontradikcije koja naizgled proizilazi iz paradoksa spoznatljivosti je prihvatanje nešto drugačijeg tumačenja, kao ono koje je ponudio Fredrik Stjenberg (Fredrik Stjernberg) koji smatra da uvođenje operatora *C* može spasiti naizgled očitu kontradikciju koja se ovde javlja. Ukoliko deo Fičovog paradoksa formalizujemo na sledeći način: (i) $\alpha \to \Diamond C\alpha$ za sve α; (ii) *C* se distribuira nad konjuktivima; (iii) *C* je faktivno; i (iv) postoje istine oblika $\alpha \wedge \neg C\alpha$. Kako Džejms Čejs (James Chase) i Penelopi Raš (Penelope Rush) (Chase & Rush 2018) primećuju, oni modaliteti koji su faktivni, ne mogu da zadovolje stav (iv), pa tako kada je reč o istini, ostajemo na zaključku da je reč o kontradikciji. S druge strane, kada je reč o verovanju, nema razloga da mislimo da ono ne zadovoljava stav (iv). Doduše, pri pretpostavci da verovanje ne upada u kontradikciju, moramo imati na umu i problem, na koji takođe ukazuju Čejs i Raš, a to je da verovanje nije faktivno.

naravno, supstancijalno slabije od tvrdnje da je (vi) istinito” (Bueno 2009: 255). Međutim, Bueno u stvari smatra problematičnim stav (ii), u kome se Balager oslanja na fikcionalističku epistemologiju, a koji je navodno anti-realističke prirode. U nastavku teksta ćemo videti zašto prihvatanje epistemološkog fikcionalizma u paketu sa realističkom ontologijom, ne samo da nije sporno, već i da sam fikcionalizam nije anti-realistički nastrojen u tolikoj meri, koliko se to čini na prvi pogled. Imajući sve ovo u vidu, u nastavku ćemo razmotriti posledice koje Balagerova argumentacija, tačnije njegovo povezivanje platonizma i fikcionalizma, ima kada u obzir uzmemo vezu između nje i paradoksa spoznatljivosti.

Punokrvni platonizam i paradoks spoznatljivosti

Ideja da je konzistentnost jedini uslov za postojanje matematičkih entiteta nesumnjivo predstavlja vrlo smelu tvrdnju, koja sa sobom nosi i određene posledice. Kao jednu od njih možemo izdvojiti značajan prigovor koji se odnosi na navodnu nemogućnost određivanje toga, da li su svi matematički iskazi konzistentni ili ne. Drugim rečima, pozicija punokrvnih platonista je napadnuta zbog toga što ne postoji način da se utvrdi konzistentnost svih matematičkih objekata, a punokrvni platonisti bi morali da zastupaju da je ovako nešto moguće, budući da je to u skladu sa njihovim stavom da su svi matematički objekti spoznatljivi $\forall p(p \rightarrow \Diamond Kp)$. Kada je ovaj prigovor u pitanju, Bueno primećuje da bi zagovornici ove pozicije mogli da zastupaju da se konzistentnost iskaza može utvrditi, na primer, uz pomoć Gedelovih teorema o nepotpunosti, naročito druge teoreme. Međutim, kako on primećuje, pošto Gedelova druga teorema dokazuje da se konzistentnost jednog sistema može utvrditi isključivo iz drugog, on tvrdi da punokrvni platonisti uopšte nemaju način da dokažu konzistentnost svih matematičkih teorija, jer je to logički nemoguće. Po njegovom mišljenju, problem nije samo u tome što, iz perspektive punokrvnog platonizma određena matematička teorema ne može dokazati sopstvenu konzistentnost, već i u tome (a ovo je ključno) što ne postoji način utvrđivanja konzistentnosti ni preko bilo koje druge teoreme. Bueno naglašava da se konzistentnost, recimo, aritmetike, sledeći drugu Gedelovu teoremu o nepotpunosti, može dokazati pomoću teorije skupova, a da konzistentnost svih iskaza matematike (u punom smislu, kako tvrde punokrvni platonisti) nije dokaziva, jer ne postoji teorija koja bi mogla da je dokaže, a da je i ta teorija sama konzistentna. Dakle, suština iznetog prigovora nije da „konzistentnost određene matematičke teorije *M* ne može da se dokaže u *M*, već da konzistentnost teorije *M* ne može uopšte da se dokaže — i to samo kao pitanje logike. Štaviše, jedina pretpostavka koja je postavljena u prigovoru je ona koja se odnosi na to da su matematički iskazi, koji su u pitanju konzistentni" (Bueno 2009: 257). Problem se sastoji u tome što nam druga Gedelova teorema kaže „T je formalna rekurzivna prebrojiva teorija koja uključuje osnovnu aritmetiku i određene uslove dokazivosti — ako je T konzistentno, T ne može dokazati sopstvenu konzistentnost" (Bueno 2009: 257), unutar sebe, jer je za to potrebna jača teorija. Međutim, to nije sve, jer takođe postoje i matematičke teorije koje ne zadovoljavaju navedene uslove. Preciznije, prigovor koji je upućen ne može biti rešen pozivanjem na drugu teoremu o nepotpunosti i zbog toga što dokazivanje konzistentnosti pojedinih matematičkih teorija nije moguće, čak i ako bi se konzistentnost dokazivala unutar neke druge teorije (čak i da razmatramo „dobronamerni" scenario u kome se konzistentnost te druge teorije ne mora dokazati), jer te teorije nisu formalno rekurzivne prebrojive teorije, koje uključuju osnovnu aritmetiku i određene uslove dokazivosti. Dakle, po Buenovom mišljenju, ne postoji nijedna teorema preko koje bi se dokazala konzistentnost svih iskaza matematike, odnosno, koja bi bila u skladu sa osnovnim postavkama punokrvnog platonizma, a pored toga postoje i teorije koje nisu podobne kao predmet dokazivanja konzistentnosti preko teorema o nepotpunosti, što znači da ni druga Gedelova teorema ne može predstavljati rešenje za problem objašnjavanja konzistentnosti svih iskaza matematike.

Međutim, ovo naravno ne znači da mi moramo da prihvatimo da se teza o spoznatljivosti svih istina koju brane punokrvni platonisti ne može pokazati kao plauzibilna na neki drugi način. Uostalom, sama tvrdnja da je za dokazivanje postojanja apstraktnih objekata matematike dovoljna konzistentnost ne implicira da svi oni ne mogu, na posredan način (mimo pružanja opšteg programa za uspešno određivanje konzistentnosti) u saznajnom smislu biti nama kondicionalno dostupni. Jer, jedino na šta se obavezuje punokrvni platonizam je to da se svim konzistentnim matematičkim entitetima mora pripisati realitet, a to ne podrazumeva stav da je neophodno utvrditi da svi ovi objekti zaista jesu konzistentni, iako kondicionalno možemo razmatrati skup svih konzistentnih matematičkih entiteta, bez obzira na to što nemamo uvid u sve članove tog skupa, niti možemo dokazati konzistentnost tog skupa. Dakle, iako se čini izvesnim da ne postoji mogućnost određivanja konzistentnost svih matematičkih iskaza, uvid ove vrste ipak nije od ključnog značaja za tvrdnju o spoznatljivosti svih matematičkih istina. Jedino pitanje koje ostaje otvoreno je zašto je Bueno došao do zaključka da je ovakav uvid bio neophodan? Izgleda da je on pošao od stava da teza o spoznatljivosti mora na neki način biti potkrepljena stavom o nužnosti matematičkih entiteta. Odnosno, ako se pažljivo razmotre glavni argumenti njegove pozicije vezane za tumačenje punokrvnog platonizma, čini se da on tvrdnje ove pozicije o tome da mogućnost postojanja određenih matematičkih entiteta implicira i njihovo realno postojanje, tumači tako da smatra da je stav o njihovoj nužnosti neophodan, kako bi se potvrdio realitet ovih objekata, što svakako nije slučaj, budući da Balager naglašava kako je „neizvesno da su naše matematičke teorije nužne u bilo kom zanimljivom smislu. Za početak, prilično je očigledno da one nisu logički ili konceptualno nužne" (Balaguer 1998: 44). Iako ne možemo sa sigurnošću tvrditi šta je Buena navelo na ovakav zaključak, mišljenja smo da je ponuđeno objašnjenje održivo, i da je on jednostavno zanemario činjenicu da punokrvni platonizam matematičke teorije ne posmatra kao nužne.

Punokrvni platonizam i fikcionalizam

Kao zanimljivu činjenicu možemo izdvojiti to što, po svemu sudeći, Bueno smatra da su punokrvni platonisti zapravo delimično fikcionalisti. Oni, navodno, u cilju građenja validne epistemološke teorije, zanemaruju ontološki aspekt apstraktnih entiteta matematike koji čine sadržaj matematičkih teorema, čija se konzistentnost dokazuje. To bi značilo da iako matematički entiteti postoje, sam diskurs koji se na njih odnosi je takav da se prema njima ponašamo istovetno kao prema fikcionalinim objektima.

Mišljenja smo da teorija o fikcionalističkoj prirodi punokrvnog platonizma zaslužuje pažnju. Imajući to u vidu, sada ćemo istražiti implikacije te tvrdnje. Ukoliko bismo prihvatili tezu da su platonisti fikcionalisti u pogledu svoje epistemologije, bez ikakvih teškoća bismo mogli da zaključimo da je problem nemogućnosti dokazivanja konzistentnosti matematičkih iskaza, bez obzira što se ta konzistentnost potencijalno ne može dokazati ni pomoću tih iskaza ni na bilo koji drugi način, irelevantan. Do ovog stava dolazimo zbog toga što epistemološki fikcionalizam ne zahteva dokazivanje konzistentnosti, bar ne onako kako je pretpostavio Bueno kada je zaključio da punokrvni platonisti moraju da prihvate teret koji sa sobom nosi (*KP*). Ukoliko fikcionalizam u epistemološkom smislu predstavlja podražavanje realnih entiteta, a videli smo da to mora biti slučaj, onda punokrvni platonizam mora biti vezan za ontološki realizam, čime se ujedno vrlo elegantno izbegava obavezivanje na prihvatanja stava (*KP*) i direktno brani od kritika koje mu upućuje Bueno. Dakle, punokrvni platonizam nije u sukobu sa rezultatima paradoksa spoznatljivosti, samo u slučaju ako prihvatimo da punokrvni platonisti zastupaju ontološki realizam i epistemološki fikcionalizam, a imajući u vidu osnovne postavke njihove pozicije, ne vidimo razlog zašto oni ne bi zastupali ovakvo stanovište. Time bi punokrvni platonisti pokazali da je njihova pozicija kompatibilna sa epistemološkim fikcionalizmom, ali samo u kombinaciji sa prihvatanjem određene vrste ontološkog realizma.

Dakle, iako ne zastupamo punokrvni platonizam, ne možemo se oteti utisku da on, ne samo da je imun na epistemološki argument protiv realizma, već i odoleva Fičovom paradoksu, za koji se na prvi pogled može činiti da ozbiljno ugrožava ovu poziciju. Slabija strana punokrvnog platonizma je, doduše, ta što ne postoje dovoljno jaki razlozi zbog kojih bi se za njega opredelili na opštem planu. Naime, njegovi fikcionalistički aspekti „primoravaju" ga (pod uslovom da prihvatimo tezu o fikcionalističkoj epistemologiji) da prizna spoznaju koja u sebe uključuje proces pretvaranja inače epistemički neprihvatljivih elemenata, u one koji su prihvatljivi, te matematičke teorije koje nisu istinite dobijaju istovetan tretman kao i one koje jesu. Jednostavno rečeno, problem za punokrvni platonizam se ne nalazi u rezultatima paradoksa spoznatljivosti, već u njegovoj osnovnoj postavci, što znači da nam na kraju, slično kao i na početku razmatranja ove pozicije, ostaje samo konzistentnost kao ontološki garant za ispravnost ove pozicije, a ovaj garant je zasnovan na „suviše tolerantnoj" epistemičkoj poziciji.

Standardni platonizam i paradoks spoznatljivosti

Kada je u pitanju standardni platonizan, može se reći da mu paradoks spoznatljivosti ne zadaje velike probleme, pošto osnovni oblik realističke pozicije nije ugrožen postavkom paradoksa, iz razloga što ne prihvata jednu od njegovih početnih premisa. Naime, platonizam se ne obavezuje na stav $\forall p\ (p \rightarrow \Diamond Kp)$, što ga „oslobađa“ od kontradiktornih posledica sa kojima se suočavaju neke druge pozicije. Ovo primećuje i Bueno, kada kaže kako standardni platonizam ne nailazi na iste probleme kao punokrvni platonizam, zbog toga što se ontološki ne obavezuje na postojanje svih logički mogućih matematičkih entiteta. Mi se, kao što smo već videli, ne slažemo sa tim da je ovo pogubno za punokrvni platonizam, ali smo isto tako ukazali da ne treba ignorisati očite mane ovakvog stave. Isto tako, treba naglasiti činjenicu da standardni platonizam ima više prednosti u odnosu na njega, i to ne samo zato što se ontološki ne obavezuje na postojanje svih logički mogućih entiteta, već i zbog toga što iskazi o entitetima čije postojanje on zagovara moraju, u najmanju ruku, biti istiniti.

Budući da smo se u delu koji se bavi epistemološkim argumentom protiv realizma već bavili dostupnošću matematičkih istina, nije potrebno dodatno razjašnjavati kako se njihovo dokazivanje može ostvariti, pa ćemo ovde ukratko zaključiti da standardni platonizam, ne samo što nije pogođen Fičovim paradoksom, već je možda i najbolji način da se on nesporno izbegne, budući da smo videli da klasični platonisti uopšte ni ne prihvataju njegove početne premise. Jedan klasičan platonista nema razloga da zastupa stav da je sve istine moguće spoznati, budući da se ontološki ne obavezuje samo na empirijski dostupne objekte, kao anti-realističke pozicije, niti prihvata postojanje svih konzistentnih objekata, kao što je to slučaj sa punokrvnim platonizmom, što mu daje pravo na zastupanje stava da postoje istine koje ne mogu biti spoznate, jer je čak i derivirano znanje o istinama koje se odnose apstraktne objekte ponekada nedostupno. Dakle, pošto platonisti ne tvrde da su svi entiteti matematike spoznatljivi, za njih paradoks spoznatljivosti prestaje, već na svom prvom koraku.

Fikcionalizam i paradoks spoznatljivosti

Kada je reč o fikcionalizmu, odvojenom od bilo kakvog platonističkog diskursa (kakva je bila i njegova prvobitna formulacija), čini se da mu postavka Fičovog paradoksa može zadati izvesne probleme. Ovde se, pre svega, misli na Buenovu kritiku koja se odnosi na navodnu činjenicu da iz fikcionalističkog stava da entiteti matematike ne postoje, mora slediti i stav da je svaka istina spoznatljiva. Odnosno, zagovaranje nepostojanja matematičkih entiteta treba da „obezbedi sve preduslove" za spoznatljivost fikcionalistički shvaćenih istina, jer ako objekti matematike zaista nisu apstraktni, ne bi trebalo da postoji razlog zašto neko ko zastupa fikcionalističku poziciju, ne bi branio stav da ne postoje epistemički nedostupne istine. Takvo gledište vodi do kontradikcije, koja se javlja na poslednjem koraku paradoksa.

Naime, problem standardnog fikcionalizma je, kako smatra Bueno, taj što je on u poziciji gde je prinuđen da brani (*Kp*), jer njegovo eventualno odbacivanje može dovesti do skepticizma u pogledu matematičog znanja (u slučaju ostajanja na Fildovu tvrdnju da matematički objekti ne postoje realno), te tako ovaj stav mora biti prihvaćen, što predstavlja problem. Poteškoća se sastoji u tome što se fikcionalizam po Fildovoj postavci, budući da po ovom gledištu apstraktni objekti nemaju realno postojanje, mora oslanjati isključivo na znanje o konzistentnosti određene teorije, poput, konačno aksiomatizovane fon Nojman-Bernajs-Gedelove teorije skupova[76]. Ali, kao što smo već videli, konzistentnost svake, pa samim tim i te teorije se po Gedeloj drugoj teoremi o nepotpunosti ne može utvrditi „sem ukoliko ne pretpostavimo konzistentnost jače teorije skupova, čija je konzistentnost, pak, još upitnija" (Bueno 2009: 271). To vodi do problema infinitivnog regresa, budući da bi se konzistentnost i te jače teorije skupova utvrđivala uz pomoć još jače teorije, i tako dalje. Ovo, po Buenovom mišljenju, rezultira skepticizmom u pogledu znanja matematičkih istina, budući da nije ispunjen nužan uslov za znanje po fikcionalizmu, a to je da znamo da je teorija konzistentna[77],

[76] Takozvana fon Nojman-Bernajs-Gedelova teorija skupova (poznata kao i *NBG* teorija klasa) je materijalna teorija skupova, koja je važna zbog toga što postulira objekte koje nazivamo klasama, koji, zavisno od toga da li su prevelike, mogu i ne moraju biti skupovi. S druge strane, svi skupovi jesu klase, a ova teorija nam govori i „da je svaki član klase skup i obrnuto, da su dve klase koje imaju potpuno iste članove jednake" (Gödel 1990: 5). Ova teorija je, kako smo naglasili, konačno aksiomatizovana, po čemu se razlikuje od Cermelo-Frenkel teorije skupova.

[77] Iako punokrvni platonizam nalaže isti uslov, on ne nailazi na ovaj problem, jer ne prihvata (*Kp*).

što znatno umanjuje jačinu Fildove pozicije. Na ovaj način, zbog toga što je prinuđena da prihvati stav (*Kp*), a samim tim i posledice paradoksa spoznatljivosti, standardna fiksionalistička poziciju se čini teorijski nepoželjnom.

Mišljenja smo da Buenova kritika fikcionalizma, koja se odnosi na paradoks spoznatljivosti, ima relevantne posledice, jer fikcionalizam zaista nailazi na poteškoće čije se poreklo, pre svega, treba tražiti u njegovoj problematičnoj ontologiji. Ali, treba imati na umu da fikcionalistička ontologija može poprimiti različite oblike, iako je epistemologija fikcionalista u svim tim varijantama u velikoj meri ista (znanje o onomo što nazivamo apstraktnim objektima je dostupno, bez obzira na njihov realitet, odnosno odsustvo istog). Ovo znači da fikcionalizam može da zauzme i neodređeni stav prema postojanju matematičkih entiteta, iako istine o ovako shvaćenim objektima i dalje mora tumačiti tako kao da one zavise isključivo od fikcionih operatora, što nas dovodi do jednog drugačijeg odnosa ovog stanovišta prema paradoksu spoznatljivosti.

Agnostički fikcionalizam i paradoks spoznatljivosti

Ukoliko se još jednom osvrnemo na Buena, možemo da primetimo da on zastupa kompatibilnost paradoksa spoznatljivosti sa jednom pozicijom koju on sam naziva agnostički fikcionalizam. Agnostički fikcionalizam bi trebalo da inkorporira sve dobre strane fikcionalizma zajedno sa najvećom prednošću standardnog platonizma, koja se tiče njene pozicije da sve istine ne moraju biti spoznate. Ovde ne treba smetnuti sa uma činjenicu da je Bueno sledbenik standarnog stava da je fikcionalizam vrsta nominalizma, pa on tako agnostički fikcionalizam vidi kao poziciju koja može „da obezbedi prednosti koje sa sobom nosi platonizam, bez uključivanja njemu odgovarajućih negativnih posledica — ili, ekvivalentno tome, prednosti nominalizma bez problema koji dolaze sa njim” (Bueno 2009: 274). Osnovna zamisao od koje Bueno polazi je da je ključ za rešavanje problema epistemologije matematičkih entiteta u načinu na koji referiramo na matematičke objekte, odnosno da je od naročite važnosti znati na koje tačno matematičke entitete mi referiramo u našem matematičkom diskursu. „Glavna ideja agnostičkog fikcionalizma je ta da je korišćenje matematike uvek povezano sa formulacijom određenih matematičkih principa koji definišu i karakterišu značenje termina koji se koriste u matematičkom domenu” (Bueno 2009: 274).

Dakle, kao primarno ishodište ovog gledišta možemo izdvojiti stav da znanje o svakom matematičkom objektu proističe iz načina na koji se on formuliše, što znači da je ono otvoreno za prihvatanje pluralizma u pogledu pripisivanja matematičkih istina, odnosno prihvatanje pozicije da istinitost određenih matematičkih teorija zavisi od konteksta u kojima ih razmatramo. Ukoliko prihvatimo da, na primer, postoji više karakterizacija teorija skupova ili geometrije, a to agnostički fikcionalizam čini, mi automatski prihvatamo i stav da je svaka od ovih karakterizacija istinita u određenom kontekstu u kome je adekvatna. Ova adekvatnost bi trebala da implicira postojanje šireg domena epistemički shvaćeno realnih objekata od onog koju nudi standardni punokrvni platonizam[78], pa se tako adekvatnim mogu smatrati i oni entiteti koji su „nekonzistentni objekti, ali nisu trivijalni objekti — u smislu da zadovoljavaju svako svoje svojstvo” (Bueno 2009: 277). Iako se agnostički fikcionalizam ne može tumačiti kao samostalna pozicija, vredno je pažnje Buenovo ukazivanje na to da egzistencijalni kvantifikator, pri kvantifikovanju matematičkih entiteta može imati različite funkcije. Mišljenja smo da je ovo zapažanje važno, ne samo u kontekstu razmatranja agnostičkog fikcionalizma, već i generalno za spoznaju, kako matematičkih, tako i drugih apstraktnih entiteta. O čemu se tu zapravo radi?

Po standardnom tumačenju, a to je ono što Bueno naziva *kvantifikaciona uloga*, egzistencijalni kvantifikator označava „da u određenom domenu datog diskursa, mi razmatramo samo neke, a ne sve objekte u tom domenu. Druga funkcija, koju on naziva *egzistencijalna funkcija*, „je tu zbog tvrdnje da objekat o kojem je reč postoji” (Bueno 2009: 277). Imajući ovo u vidu, Bueno pri opisu agnostičkog fikcionalizma „suspenduje” egzistencijalnu funkciju i egzistencijalni kvantifikar svodi isključivo na njegovu kvantifikacionu funkciju, kako bi izbegao konfuziju koja bi mogla da nastane zbog mešanja ove dve funkcije i nudi model kojim bi mogla da se opiše egzistencija entiteta koji zapravo ne

[78] Ovde se, nesumnjivo, mogu uočiti neke sličnosti između ove pozicije i pravog punokrvnog platonizma, a ovo naročito važi za verziju pravog punokrvnog platonizma koja bi prigrlila samo epistemološki, a ne i ontološki realizam.

postoje (odnosno, kako ćemo kasnije videti mogu da postoje): $\exists x\ (Ox \land \neg Ex)$, u kome se nalazi predikat „je objekt”, koji je označen sa „*O*”. Na prvi pogled, ovo može delovati kao paradoksalna tvrdnja o tome da postoje objekti koji ne postoje. Ali, ako imamo u vidu da je kod egzistencijalnog kvantifikatora suspendovana egzistencijalna funkcija, to znači da on sa sobom povlači samo deo koji se tiče kvantifikacije, što je donekle analogno sa onim što se se prihvata kod pravog punokrvnog platonizma. Dakle, po agnostičkom fikcionalizmu, predikat *O* nam govori da postoji neki objekat, ali sa druge strane ne postoji obavezivanje na njegovo postojanje nezavisno od odabranog matematičkog diskursa u kome je adekvatan, budući da je kvantifikator $\exists x$ „oslobođen” svoje egzistencijalne funkcije. Pošto je Bueno zagovornik fikcionalističke pozicije, on, naravno, ističe da su ovakve tvrdnje o objektima matematike istovetne tvrdnjama koje se odnose na fikcionalne objekte, kakvi su, recimo, likovi iz bajki, priča ili mitova. Mi svakako ne možemo da prihvatimo ovu tezu, zbog već pomenutog problema koji pogađa ovakav fikcionalistički stav, a koji se tiče toga da fikcionalni entiteti ipak podražavaju nešto iz empirijskog sveta. Na ovaj način se diskurs u kome se oni nalaze može dosledno objasniti, dok je tvrdnja o imaginarnoj prirodi matematičkih entiteta, koja se oslanja na adekvatnost njihovih teorija nešto, što svoj oslonac ne može naći ni u jednom nama poznatom domenu, sem ako eventualno ne bismo prihvatili tezu o podražavanju onog domena čijim prihvatanjem bismo opet došli do toga da branimo poziciju koja je suštinski realistička.

Koliko god insistirao da je agnostički fikcionalizam nominalistička pozicija, Bueno priznaje da je on neodređen po pitanju stava o postojanju matematičkih entiteta, nezavisno od odgovarajuće formulacije određenog matematičkog entiteta, čiju adekvatnost tvrdimo u datom diskursu. Ovo i ne bi trebalo da čudi, naročito kada u obzir uzmemo „agnosticizam” u njegovom nazivu. Pomalo je zbunjujuće, samo to što on insistira da je agnostički fikcionalizam nominalistička pozicija. Čini se izvesnim da je ovo gledište po svom ontološkom stavu prilično neodređeno, budući da se ne opredeljuje po pitanju nezavisnog postojanja apstraktnih objekata. Pritom, u epistemološkom smislu čak je srodnije pojedinim realističkim pozicijama, kao recimo punokrvnom platonizmu. Ova srodnost je naročito vidljiva kada je u pitanju konzistentnost kao uslov istinitosti, gde je agnostički fikcionalizam čak i slobodniji, budući da priznaje istinitost i iskazima o nekonzistentnim matematičkim entitetima, slično kao pravi punokrvni platonizam.

Što se Fičovog paradoksa tiče, budući da se on oslanja na tvrdnju o mogućnosti spoznaje svih istina, a da ta tvrdnja ne sledi iz agnostičkog fikcionalizma, možemo reći da agnostički fikcionalizam nije pogođen njegovim rezultatima. Do ovog zaključka se dolazi veoma lako, budući da svaki diskurs ima različite, a nekada i direktno suprotstavljene istine, a i da se neke od njih moraju dokazati van tog određenog diskursa (Bueno 2009: 277). Međutim, iako moramo da priznamo da stanovište koje Bueno naziva agnostičkim fikcionalizmom nije podložno paradoksu spoznatljivosti, ne možemo, a da ne primetimo da je ono, posmatrano iz epistemološke perspektive, vrlo neodređeno i naizgled samostalno nedovoljno za zauzimanje jasnog stava o matematičkim objektima. Jasni stavovi o prirodi matematičkih objekata dolaze tek u kombinaciji sa drugim pozicijama. Videli smo, već, da ne postoji nikakav problem u tome da neko zastupa realističku epistemologiju i fikcionalističku ontologiju, pa tako smatramo da agnostički fikcionalizam, zapravo, nije nužno u koliziji sa svim aspektima realističke pozicije. Ovde, naravno, u obzir uzimamo stav da prihvatanje jednog epistemološkog pristupa ne implicira prihvatanje istorodnog pristupa i u ontologiji, o čemu je već bilo reči.

Buenov fikcionalistički agnosticizam, dakle, u osnovi ne predstavlja klasičnu anti-realističku poziciju. Na ovom mestu možemo videti da je važno razlučiti da li neko zauzima jasan epistemološki i/ili ontološki stav prema apstraktnim objektima ili njima pristupa agnostički. Ukoliko dosledno sledimo agnostički fikcionalizam, mi ne zauzimamo stav ni prema znanju (epistemološki stav) ni prema postojanju apstraktnih objekata (ontološki stav), već samo tvrdimo da možemo posedovati znanje o istinama koje se odnose na „prihvaćenu priču matematike“, bez ulaženja u razmatranje da li išta leži iza te priče i kakve je prirode to što stoji iza matematičkog diskursa, u slučaju da iza njega išta stoji.

Sagledavanje posledica paradoksa spoznatljivosti

Kao što smo mogli da vidimo, od pozicija koje smo razmatrali, jedino standardni fikcionalizam nailazi na problem kada biva suočen sa paradoksom spoznatljivosti.

Fikcionalističko vezivanje za anti-realizam, odnosno nominalizam, čini da on ne može da odbaci nijednu od njegovih početnih premisa, te ostaje vezan za kontradiktoran zaključak. Za razliku od njega, ostale tri razmatrane pozicije mogu da se izbore sa paradoksom, ali to na najefikasniji način čini standardni platonizam odbacivanjem njegovog početnog stava o spoznatljivosti svih istina. Samim tim ne moramo da se brinemo o daljim koracima u paradoksu, ali to nije jedina prednost standardnog platonizma u odnosu na punokrvni platonizam i agnostički fikcionaizam, za koje smo videli da na malo teži način izlaze na kraj sa celokupnom postavkom. Naime, druga velika prednost platonizma je ta što on, za razliku od navedenih pozicija, ima znatno „uređeniju“ ontologiju, u kojoj se postojanje pripisuje samo objektima za čije iskaze možemo da utvrdimo da su istiniti. Shodno tome i njegova epistemologija, koja se bazira na postojanju samo jedne istinitosne vrednosti za iskaze o apstraktnim entitetima (ili su istiniti ili su neistiniti), i prihvata samo jednu od dve varijante (pratimo samo istinu, dok neistinu odbacujemo), je vidno prihvatljivija i intuitivnija od onih koje nude ova dva gledišta. Ovaj uvid je bitan, ali smo već videli da se do njega dolazi i u opštem razmatranju ovih stanovišta, te treba imati na umu da se on ne odnosi isključivo na razmatranje paradoksa spoznatljivosti, već i na celokupni problem dostupnosti apstraktnih objekata metafizike i matematike. Sve ovo dovodi do opšteg zaključka da se u pogledu opisivanja spoznaje ovih entiteta, uz uzimanje u obzir svih problema tematizovanih u ovom istraživanja, standardni platonizam može shvatiti kao najodrživija pozicija.

Ako se setimo toga da fikcionalizam, po mišljenju Balagera, karakterište to što „matematičke iskaze i teorije shvata u njihovom osnovnom značenju, na isti način na koji to čini platonizam“ (Balaguer 1998: 14), možemo zaključiti da je ovakav stav dobrim delom u skladu i sa Buenovom tezom da verzija fikcionalizma koju je on predstavio i platonizam nisu pogođeni paradoksom spoznatljivosti. Imajući na umu sve što je do sada rečeno o paradoksu, teško je ne složiti se sa ovakvim tvrdnjama, pošto ni iz standardnog platonizma, niti iz agnostičkog fikcionalizma ne sledi da sve istine moraju biti spoznate.

Zaključak

Zahvaljujući izazovima na koje smo naišli u okviru ovog istraživanja, videli smo da puko pobijanja neke od stavki najefektivnijeg argumenta usmerenog protiv realizma nije dovoljno za odbranu teze o mogućnosti spoznaje realistički shvaćenih objekata metafizike i matematike. Naš zadatak je bio mnogo kompleksniji, jer smo bili prinuđeni da odgovorimo na anti-realistički zahtev za opisom pouzdanosti naših verovanja o apstraktnim objektima. U njegovoj pozadini je ispravna pretpostavka da se epistemička pozicija ne može smatrati održivom ukoliko nije u stanju da ponudi odgovarajući opis pouzdanosti naših verovanja, bez kog ne bismo imali razloga da takva verovanja smatramo znanjem.

Pitanje pouzdanosti, koje svoju jačinu, prvenstveno, ali ne i isključivo, dobija iz činjenice da su apstraktni objekti kauzalno intertni, može biti rešeno uz pomoć teorije znanja koja se ne oslanja na uzročnost. Ali, ovakvo rešenje važi samo u slučaju pozivanja na kauzalnost u formulaciji argumenta protiv realizma, te odgovor na zahtev za objašnjavanjem pouzdanosti, koji ne uključuje pojam uzročnosti, mora biti osmišljen na drugačiji način. Rešenje koje smo ponudili je odgovarajući opis pouzdanosti naših verovanja koji se zasniva na kondicionalnoj analizi znanja, odnosno, još preciznije, kombinaciji principa osetljivosti i koncepcije sigurnog praćenja istine. Takođe, kako bismo izašli u susret anti-realistima koji smatraju da čisti racionalni aparat nije dovoljan, prikazali smo da pluralističko shvatanje uzročnosti, koje zagovara nezavisno tumačenje uzročnih i neuzročnih objašnjenja, omogućava da teza o realnom postojanju metafizičkih i matematičkih objekata bude u skladu i sa naturalizmom, iako mi ne branimo tu poziciju. Još jedno bitno pitanje, koje nije povezano sa pobijanjem anti-realističke argumentacije, odnosi se na to koja verzija realizma je, u kontekstu razmatranja epistemičke dostupnosti apstraktnih objekata, najprihvatljivija. Uprkos tome što punokrvni platonizam ne može biti konkluzivno odbačen, videli smo da se standardni platonizam suočava sa manje poteškoća, ne samo kada je reč o opisivanju pouzdanosti naših realistički shvaćenih verovanja o apstraktnim objektima, već i kada se razmatraju posledice paradoksa spoznatljivosti, što ga čini najprihvatljivijom pozicijom. Ovo, doduše, ne znači da je nemoguće kreirati uspešni epistemički obrazac i uz pomoć nekog drugog realističkog stanovišta, ali jedan ovakav projekat bi iziskivao nepotrebno velike teorijske napore kako bi se pokazalo nešto što smo već postigli razmatranom pozicijom.

Pitanje koje ostaje otvoreno za neka buduća istraživanja se odnosi na to da li odgovarajući opis pouzdanosti naših verovanja o modalnim i matematičkim objektima eventualno može biti u skladu sa nekom pluralističkom pozicijom u pogledu interpretiranja pitanja istinitosti, koja bi, uz zadovoljavajući opis pouzdanosti kao argument u korist realizma, prihvatila i određeni umereniji oblik anti-realizma. Jedna takva pozicija bi mogla da se pozove na činjenicu da se predstavljena teza o pouzdanosti naših verovanja o apstraktnim objektima ne može shvatiti kao infalibilistička koncepcija znanja, gotovo istovetno kao što je to slučaj i sa odsustvom mogućnosti razumevanja naših svakodnevnih pouzdanih verovanja kao nepogrešivih. Na ovaj način bi njeni zastupnici, prihvatanjem određene vrste epistemičkog relativizma, eventualno, mogli da prošire i donekle ugroze zaključke do kojih smo ovde došli. Međutim, za sada nemamo razloge da mislimo da je ijedna od navedenih vrsta verovanja ugrožena, te bi teret dokazivanja ovakve teze bio na onima koji bi zastupali nešto nalik navedenom stavu. Svaka anti-realistička teorija koja se poziva na postojanje opasnosti od eventualne netačnosti pouzdanih verovanja, u naizgled nerelevantnim modalnim okolnostima, dužna je da objasni zašto bi to trebalo uzeti u obzir i na koji način takve okolnosti njoj idu u prilog. Sve dok se takvo objašnjenje ne ponudi, smatraćemo da je pozicija koju smo ovde branili održiva.

Literatura

Adams, F. (1986) The Function of Epistemic Justification, Canadian Journal of Philosophy, 16(3): 465–492.

Adams, F., Barker, J. A. & Figurelli, J. (2012) Towards Closure on Closure, Synthese, 188(2), 179–196.

Adžić, M. (2014) Gedel o aksiomatizaciji teorije skupova, Doktorska disertacija, Beograd: Filozofski fakultet, Univerzitet u Beogradu.

Andersen, H. (2018) Complements, Not Competitors: Causal and Mathematical Explanations, The British Journal for the Philosophy of Science, 69(2): 485–508.

Armstrong, D. (1973) Belief, Truth and Knowledge, Cambridge: Cambridge University Press.

Balaguer, M. (1994) Against (Maddian) Naturalized Platonism, Philosophia Mathematica, 2(2): 97–108.

Balaguer, M. (1995) A Platonist Epistemology, Synthese, 103(3): 303–325.

Balaguer, M. (1998) Platonism and Anti-Platonism in Mathematics, Oxford: Oxford University Press.

Balaguer, M. (2017) Mathematical Pluralism and Platonism, Journal of Indian Council of Philosophical Research, 34(2): 379–398.

Baron, S. (2015) Mathematical Explanation and Epistemology: Please Mind the Gap, Ratio, 29(2): 149–167.

Beall, J. (1999) From Full Blooded Platonism to Really Full Blooded Platonism, Philosophia Mathematica, 7(3): 322–325.

Becker, K. & Black, T. (eds.) (2012) The Sensitivity Principle in Epistemology, Cambridge: Cambridge University Press.

Benacerraf, P. (1973) Mathematical Truth, Journal of Philosophy, 70(19): 661–679.

Bertrand, M. (2019) Metaphysical Explanation by Constraint, Erkenntnis, 84(6): 1325–1340.

Bueno, O. (2009) Fitch's Paradox and the Philosophy of Mathematics, in Salerno, J. (ed.), New Essays on the Knowability Paradox, 252–280. New York: Oxford University Press.

Chase, J. & Rush, P. (2018) Factivity, Consistency and Knowability, Synthese, 195(2): 899–918.

Clarke-Doane, J. (2016) What is the Benacerraf Problem?, in Pataut F. (ed.) Truth, Objects, Infinity: New Perspectives on the Philosophy of Paul Benacerraf, 17–43. Cham: Springer International Publishing AG.

Drekalović, V. (2009) Znanje, uzročnost i status matematičkih istina, Doktorska disertacija, Beograd: Filozofski fakultet, Univerzitet u Beogradu.

Dretske, F. (1971) Conclusive Reasons, Australasian Journal of Philosophy, 49(1): 1–22.

Field, H. H. (1989) Realism, Mathematics, and Modality, Oxford: Basil Blackwell.

Field, H. H. (2005) Recent Debates about the A Priori, in Gendler, T. & Hawthorne, J. (eds.) Oxford Studies in Epistemology, 69–88. Oxford: Clarendon Press.

Field, H. H. (2016) Science Without Numbers, Oxford: Oxford University Press.

Fitch, F. B. (1963) A Logical Analysis of Some Value Concepts, The Journal of Symbolic Logic, 28(2): 135–142.

Gödel, K. (1990) Collected Works: Volume II: Publications 1938-1974, Edited by Feferman, S.; Dawson, J. W., Jr.; Kleene, S. C.; Moore, G. H.; Solovay, R. M.; & van Heijenoort, J., New York: Oxford University Press.

Goldman, A. I. (1967) A Causal Theory of Knowing, The Journal of Philosophy, 64(12): 357–372.

Goldman, A. I. (1976) Discrimination and Perceptual Knowledge, The Journal of Philosophy, 73(20): 771–791.

Goldman, A. I. (1979) What Is Justified Belief? in Pappas, G. S. (ed.), Justification and Knowledge, 1–23. Dordrecht: D. Reidel.

Greco, J. (2012) Better Safe Than Sensitive, in Becker, K. & Black, T. (eds.) The Sensitivity Principle in Epistemology, 193–207. Cambridge: Cambridge University Press.

Hales, S, D. (1995) Epistemic Closure Principles, The Southern Journal of Philosophy, 33(2): 185–202.

Harman, G. (1973) Thought, Princeton: Princeton University Press.

Harper, W. L., Stalnaker, R. and Pearce, G. (eds.) (1981) Ifs: Conditionals, Belief, Decision, Chance, and Time, Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Hart, W. D. (1977) Review of Steiner's Mathematical Knowledge, Journal of Philosophy, 74(2): 118–129.

Hintikka, J. (1962) Knowledge and Belief, Ithaca: Cornell University Press.

Jenkins, C. S. (2009) The Mystery of the Disappearing Diamond, in Salerno J. (ed.), New Essays on the Knowability Paradox, 302–319. New York: Oxford University Press.

Kasa, I. (2010) On Field's Epistemological Argument Against Platonism, Studia Logica, 96(2): 141–147.

Khalifa, K. Millson J. & Risjord, M. (2021) Inference, Explanation, and Asymmetry, Synthese, 198(4): 929–953.

Kripke, S. (1980) Naming and Necessity, Cambridge: Harvard University Press.

Kripke, S. (2011) Philosophical Troubles: Collected Papers, New York: Oxford University Press.

Kroon, F. (2011) Fictionalism in Metaphysics, Philosophy Compass, 6(11): 786–803.

Lange, M. (2014) Aspects of Mathematical Explanation: Symmetry, Unity, and Salience, The Philosophical Review, 123(4): 485–531.

Lange, M. (2017) Because Without Cause: Non-Causal Explanations in Science and Mathematics, New York: Oxford University Press

Lange, M. (2018) Because Without Cause: Scientific Explanations by Constraint, in Reutlinger, A. & Saatsi, J. (eds.) Explanation Beyond Causation: Philosophical Perspectives on Non-Causal Explanations, 15–39. Oxford: Oxford University Press.

Lazović, Ž. (2017) Problem filozofskog skepticizma, Beograd: Univerzitet u Beogradu – Filozofski fakultet.

Liggins, D. (2010) Epistemological Objections to Platonism, Philosophy Compass, 5(1): 67–77.

Liggins, D. (2018) The Reality of Field's Epistemological Challenge to Platonism, Erkenntnis, 83(5): 1027–1031.

Linnebo, Ø. (2006) Epistemological Challenges to Mathematical Platonism, Philosophical Studies, 129(3): 545–574

Linnebo, Ø. (2017) Philosophy of Mathematics, Princeton: Princeton University Press.

Linsky, B. & Zalta, E. N. (1995) Naturalized Platonism vs. Platonized Naturalism, Journal of Philosophy, 92(10): 525–555.

Lycan, W. G. (2002) Explanation and Epistemology, in Moser, P. K. (ed.), The Oxford Handbook of Epistemology, 408–433. Oxford: Oxford University Press.

MacBride, F. (1999) Listening to Fictions: A Study of Fieldian Nominalism, The British Journal for the Philosophy of Science, 50(3): 431–455.

Maddy, P. (1990) Realism in Mathematics, Oxford: Oxford University Press.

Marton, P. (2006) Verificationists Versus Realists: The Battle Over Knowability, Synthese, 151(1): 81–98.

Nozick, R. (1981) Philosophical Explanations, Cambridge: The Belknap Press of Harvard University Press.

Nutting, E. S. (2020) Benacerraf, Field, and the Agreement of Mathematicians, Synthese, 197(5): 2095–2110.

Peacocke, C. (1999) Being Known, Oxford: Oxford University Press.

Pincock, C. (2007) A Role for Mathematics in the Physical Sciences, Noûs, 41(2): 253–275.

Putnam, H. (1981) Reason, Truth and History, Cambridge: Cambridge University Press.

Queiró, J. F. (1983) The Strange Case of Mr. Jean D., *The Mathematical Intelligencer*, 5(3): 78–80.

Resnik, M. D. (1982) Mathematics as a Science of Patterns: Epistemology, Noûs, 16(1): 95–105.

Reutlinger, A. & Saatsi, J. (eds.) (2018) Explanation Beyond Causation: Philosophical Perspectives on Non-Causal Explanations, Oxford: Oxford University Press.

Reutlinger, A. (2017) Explanation Beyond Causation? New Directions in the Philosophy of Scientific Explanation, Philosophy Compass, 12(2): e12395.

Reutlinger, A., Colyvan M. & Krzyżanowska K. (2020) The Prospects for a Monist Theory of Non-causal Explanation in Science and Mathematics, Erkenntnis, 1–21. https://doi.org/10.1007/s10670-020-00273-w

Rosen, G. (2001) Nominalism, Naturalism, Epistemic Relativism, Philosophical Perspectives, 15: 69–91.

Salerno, J. (ed.) (2009) New Essays on the Knowability Paradox, New York: Oxford University Press.

Salmon, W. C. (1989) Four Decades of Scientific Explanation, Pittsburgh: University of Pittsburgh Press.

Shapiro, S. (1997) Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology, New York and Oxford: Oxford University Press.

Shapiro, S. (2000) Thinking about Mathematics: Philosophy of Mathematics, Oxford: Oxford University Press.

Skow, B. (2014) Are There Non-Causal Explanations (of Particular Events), The British Journal for the Philosophy of Science, 65(3): 445–467.

Sosa, E. (1999) How to Defeat Opposition to Moore, Philosophical Perspectives, 13: 141–153.

Sosa, E. (2000) Modal and Other A Priori Epistemology: How Can We Know What is Possible and What Impossible?, The Southern Journal of Philosophy, 38(S1): 1–16.

Stine, G. C. (1976) Skepticism, Relevant Alternatives and Deductive Closure, Philosophical Studies, 29(4): 249–261.

Strevens, M. (2004) The Causal and Unification Approaches to Explanation Unified—Causally, Noûs, 38(1): 154–176.

Swain, M. (1972) Knowledge, Causality, and Justification, Journal of Philosophy, 69(11): 291–300.

Wansing, H. (2002) Diamonds are a Philosopher's Best Friends: The Knowability Paradox and Modal Epistemic Relevance Logic, Journal of Philosophical Logic, 31(6): 591–612.

Williamson, T. (2007) The Philosophy of Philosophy, Malden: Blackwell Publishing.

Woodward, J. (2003) Making Things Happen: A Theory of Causal Explanation, New York: Oxford University Press.

Woodward, J. (2018) Some Varieties of Non-Causal Explanation, in Reutlinger, A. & Saatsi, J. (eds.) Explanation Beyond Causation: Philosophical Perspectives on Non-Causal Explanations, 117–137. Oxford: Oxford University Press.

Zalabardo, J. L. (2020) Safety, Sensitivity and Differential Support, Synthese, 197(12): 5379–5388.

Zeitz, P. (2000) Graph Theory, Handout for Berkeley Math Circle. https://mathcircle.berkeley.edu/sites/default/files/BMC3/zeitz2.pdf (pristupljeno 26. aprila 2021. godine)

Biografija

Strahinja Đorđević je rođen 11. avgusta 1990. godine u Knjaževcu. Osnovne studije na Filozofskom fakultetu u Nišu na smeru filozofija upisao je 2009. godine. Diplomirao je 2013. godine sa prosečnom ocenom 9,53. Studije drugog stepena završio je 2014. na Filozofskom fakultetu u Beogradu. Tokom master studija ostvario je prosečnu ocenu 9,25. Za vreme osnovnih i master studija primao je stipendiju Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja. Doktorske studije *Istorija i filozofija prirodnih nauka i tehnologije* na Univerzitetu u Beogradu upisao je 2015. godine, gde je uspešno položio sve predviđene ispite sa prosečnom ocenom 9,78.

Radi kao istraživač-saradnik na Institutu za filozofiju Filozofskog fakulteta Univerziteta u Beogradu. Angažovan je na projektu Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja u kome se posebna pažnja obraća na ontološki relevantne posledice različitih programa u zasnivanju matematike, kao i onih pojedinačnih rezultata koji mogu direktno uticati na ontološko shvatanje prostor-vremenskog sveta, 17906: Logičkoepistemološki osnovi nauke i metafizike. Do sada je učestvovao na više međunarodnih, regionalnih i domaćih konferencija. Objavio je više naučnih radova u međunarodnim časopisima, kao i u domaćim časopisima od međunarodnog značaja. Oblasti interesovanja su mu metafizika, epistemologija, ontologija, filozofija vremena i filozofija matematike.

Образац 5.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Страхиња Ђорђевић

Број индекса 113/15

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Епистемичко-узрочни образац спознаје метафизичких и математичких ентитета

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, ________________

____

Образац 6.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора ____________ Страхиња Ђорђевић ____________

Број индекса ____________ 113/15 ____________

Студијски програм ___Историја и филозофија природних наука и технологије___

Наслов рада ______Епистемичко-узрочни образац спознаје метафизичких и____

____________ математичких ентитета ____________

Ментори ____________ др Весна Тодорчевић и др Живан Лазовић ____________

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, ________________________

____

Образац 7.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Епистемичко-узрочни образац спознаје метафизичких и математичких ентитета

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)

2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)

3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)

5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)

6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, __________________________

____

1. **Ауторство**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прерада**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство – делити под истим условима**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.