

Izveštaj

o pregledu i oceni rukopisa

„Formalizacija i automatsko dokazivanje teorema euklidske geometrije“

kandidata Sane Stojanović¹

kao doktorske teze

1 Oblast rukopisa

Rukopis „Formalizacija i automatsko dokazivanje teorema euklidske geometrije“ magistra Sane Stojanović pripada oblasti automatskog rezonovanja i, uže, oblasti automatskog rezonovanja u geometriji. Ova oblast (kao i ovaj rukopis) predstavlja spoj oblasti veštačke inteligencije, algoritmike, matematičke logike i geometrije.

Automatsko rezonovanje je važna i široko rasprostranjena oblast računarstva kojom se bavi nekoliko hiljada istraživača u svetu. Ima brojne primene u oblasti u verifikaciji softvera i hardvera, u rešavanju kombinatornih i optimizacionih problema, u razvoju matematičkih teorija itd. Oblast automatskog rezonovanja u geometriji okuplja zajednicu od oko sto istraživača, uglavnom iz Španije, Francuske, Nemačke, SAD, Austrije, Velike Britanije, Kine, Portugalije i Srbije.

Intenzivan razvoj sistema za automatsko rezonovanje, pre svega programa za automatsko i interaktivno dokazivanje teorema dao je prethodnih godina veoma moćne alate koji znatno olakšavaju proces formalizacije raznih matematičkih teorija. Njihov razvoj često je motivisan lakšom i udobnijom upotrebom za korisnike kroz veze interaktivnog i automatskog dokazivanja teorema.

Predloženi rukopis bavi se formalizacijom aksiomatskih sistema euklidske geometrije uz pomoć programa za automatsko i interaktivno dokazivanje teorema. Osnovni cilj teze je razvoj računarski podržane metodologije za generisanje računarski proverivih dokaza teorema geometrije, korišćenjem razvijenog dokazivača teorema za koherentnu logiku i nove reprezentacija dokaza u koherentnoj logici.

2 Struktura rukopisa i kratak prikaz

Rukopis ima 164 strane i 99 bibliografskih jedinica. Sačinjen je od sledećih sedam glava i dodatka:

1. Uvod
2. Pregled osnovnih pojmova
 - 2.1 Zasnivanje geometrije
 - 2.2 Automatsko i interaktivno dokazivanje teorema
 - 2.2.1 Automatsko dokazivanje teorema
 - 2.2.2 Interaktivno dokazivanje teorema
 - 2.2.3 Integracija interaktivnog i automatskog dokazivanja teorema
 - 2.3 Dokazivanje teorema u geometriji uz pomoć računara
 - 2.4 Koherentna logika i automatsko dokazivanje u koherentnoj logici

¹Nakon prijave teme, kandidatkinja je udajom promenila ime u Sana Stojanović Đurđević.

- 2.4.1 Jezik koherentne logike i izvođenje dokaza u koherentnoj logici
 - 2.4.2 Čitljivi dokazi
- 3. Dokazivač ArgoCLP i proširenja
 - 3.1 Opis dokazivača ArgoCLP
 - 3.1.1 Osnovna procedura pretraživanja
 - 3.1.2 Napredna procedura pretraživanja
 - 3.1.3 Tehnike koje ne čuvaju svojstvo potpunosti
 - 3.2 Implementacija dokazivača i način korišćenja
 - 3.3 Evaluacija
 - 3.4 Transformisanje sistema aksioma
 - 3.4.1 Simetrični predikatski simboli
 - 3.4.2 Aksiome koje uvode više svedoka u zaključku
 - 3.4.3 Implementacija i evaluacija
 - 3.5 Srodni sistemi i tehnike ubrzavanja procesa dokazivanja
 - 3.5.1 Srodni sistemi
 - 3.5.2 Tehnike za ubrzanje rada automatskih dokazivača
- 4. Dijalekt koherentne logike
 - 4.1 Matematički dijalekt
 - 4.2 Reprezentacija dokaza u koherentnoj logici
 - 4.3 Alat za podršku dijalektu koherentne logike
 - 4.4 Primer generisanih dokaza
- 5. Sistem za automatsku i interaktivnu formalizaciju geometrije
 - 5.1 Sistem za automatsku formalizaciju
 - 5.1.1 Dokazivanje jednog tvrđenja
 - 5.1.2 Dokazivanje više tvrđenja teorije
 - 5.2 Sistem za proveravanje neformalnih dokaza
 - 5.3 Poređenje sa srodnim sistemima
- 6. Primene sistema za automatsku i interaktivnu formalizaciju geometrije
 - 6.1 Geometrija Tarskog
 - 6.1.1 Aksiomatski sistem
 - 6.1.2 Zapis geometrije Tarskog u koherentnoj logici
 - 6.1.3 Doslednost formalizacije
 - 6.1.4 Pregled postojećih računarskih formalizacija knjige Tarskog
 - 6.1.5 Uparivanje Coq formalizacije sa koherentnom formalizacijom
 - 6.1.6 Proces automatizacije i izvođenje eksperimenata
 - 6.2 Geometrija Hilberta
 - 6.2.1 Aksiomatski sistem
 - 6.2.2 Primena sistema za proveravanje neformalnih dokaza
 - 6.3 Geometrija Avigada

6.3.1 Aksiomatski sistem

6.3.2 Primena sistema za proveravanje neformalnih dokaza

7. Zaključci i dalji rad

8. Dodatak

- (a) Aksiomatski sistem Tarskog
- (b) Hilbertov aksiomatski sistem
- (c) Avigadov aksiomatski sistem

U nastavku je ukratko opisan sadržaj svih glava.

1 Uvod. U ovoj glavi dat je kratak osvrt na razvoj i ciljeve računarskog dokazivanja teorema.

2 Pregled osnovnih pojmova. U ovoj glavi dat je kratak pregled različitih aksiomatskih sistema za zasnivanje euklidske geometrije (uključujući aksiomatski sistem Tarskog). Dat je pregled programa za računarsko dokazivanje matematičkih teorema — automatskih i interaktivnih dokazivača teorema. Dat je opis *koherentne logike*, (poluodlučivog) fragmenta logike prvog reda koji je pogodan za automatsko generisanje čitljivih i formalnih matematičkih dokaza.

3 Dokazivač ArgoCLP i proširenja. U ovoj glavi opisan je sistem ArgoCLP za automatsko dokazivanje teorema u koherentnoj logici, kao i njegova implemetacija. Prikazana je upotreba sistema u automatskom dokazivanju geometrijskih teorema u različitim aksiomatskim sistemima. Dokazivač ArgoCLP automatski generiše dokaze teorema u čitljivom obliku, ali i dokaze koji se mogu proveriti uz pomoć računara. Prikazano je i korišćenje dokazivača koje omogućava automatsku transformaciju aksiomatskih sistema.

4 Dijalekt koherentne logike. U ovoj glavi predstavljena je nova reprezentacija doaza u koherentnoj logici i data je definicija dijalekta koherentne logike („CL vernakular“). Pravila dijalekta zasnovana su na računu sekvenata i dovoljno su izražajna za zapis dokaza u mnogim teorijama. Ova reprezentacija dokaza podržana je od strane dokazivača ArgoCLP kroz skup XSL alata koji omogućavaju prevođenje dokaza u različite formalne i prirodne jezike. Ovi alati mogu generisati dokaze na engleskom i srpskom jeziku, kao i dokaze koji mogu biti provereni uz pomoć računara koristeći interaktivne dokazivače teorema Isabelle i Coq.

5 Sistem za automatsku i interaktivnu formalizaciju geometrije. U ovoj glavi prikazan je sistem za automatsko dokazivanje teorema koji koristi module opisane u prethodnim glavama: automatske dokazivače teorema bazirane na metodu rezolucije, koherentni dokazivač ArgoCLP, dijalekt za zapis dokaza u koherentnoj logici, kao i interaktivne dokazivače teorema. Osnovna verzija sistema se koristi za dokazivanje pojedinačnog tvrđenja i dalje je razvijena u dve nadograđene verzije, jedna koja se koristi za dokazivanje skupa tvrđenja, i druga (sistem ArgoGeoChecker) koja se koristi za proveru neformalnih dokaza teorema.

6 Primene sistema za automatsku i interaktivnu formalizaciju. U ovoj glavi izvršena je detaljna analiza aksiomatskog sistema Tarskog i prikazana je primena razvijenog sistema za dokazivanje skupa tvrđenja matematičke teorije. Demonstrirana je upotreba sistema prilikom dokazivanja skupa teorema iz knjige o zasnivanju geometrije „Metamathematische Methoden in der Geometrie“ (čiji su autori Wolfram Schwabhauser, Wanda Szmielew i Alfred Tarski) a koje pripadaju geometriji ravni. Sistem za proveru neformalnih dokaza teorema je primenjen nad dokazima teorema iz srednjoškolskih udžbenika za geometriju, i prikazana je njegova primena na nekoliko tvrđenja iz Euklidovih „Elemenata“.

7 Zaključci i dalji rad. Dat je pregled rezultata postignutih u tezi i opisani su mogući pravci daljeg rada.

Dodatak. U dodatku su navedeni aksiomatski sistem Tarskog, Hilberta i Avigada.

3 Analiza rukopisa i originalnih doprinosa

Rukopis teze sadrži odličan pregled oblasti čijim se problemima bavi, kako pregled osnovnih pojmova i tehnika, tako i pregled najnovijih rezultata. Ovo pokazuje zrelost kandidata i njegovu sposobnost da savlada i sistematizuje znanje iz jedne istraživačke oblasti.

Rukopis donosi nekoliko značajnih originalnih naučnih rezultata.

Razvijen je automatski dokazivač teorema ArgoCLP za koherentnu logiku (u saradnji sa Vesnom Marinković) i uspešno primenjen na velikom broju teorema različitih teorija. Dokazivač je u stanju da automatski generiše dokaze teorema u prirodno-jezičkom i u mašinski proverivom obliku.

Razvijen je i implementiran u okviru dokazivača ArgoCLP modul za transformisanje aksiomatskog sistema koji koristi koherentni dokazivač. Modul je implementiran kroz dve tehnike koje, osim što ubrzavaju rad dokazivača doprinose i dobijanju kraćih i čitljivijih dokaza.

Razvijena je nova reprezentacija dokaza za koherentnu logiku („CL vernakular“), i prateći XML format, zajedno sa skupom XSL alata koji omogućavaju prevođenje nacrtu dokaza u dokaze zapisane na različitim jezicima. Podržani su prirodni jezici srpski i engleski i formalni jezici dva interaktivna dokazivača teorema, Isabelle i Coq.

Razvijen je i implementiran sistem za automatsko dokazivanje teorema koji koristi automatske dokazivače teorema, koherentni dokazivač ArgoCLP, dijalekt za zapis dokaza u koherentnoj logici i interaktivne dokazivače teorema Isabelle i Coq. Razvijen je modul za automatsko dokazivanje skupa teorema, kao i modul za automatsku proveru neformalnih dokaza teorema.

Izvršena je detaljna analiza aksiomatskog sistema Tarskog, njegovo zapisivanje u koherentnoj formi, poređenje sa prethodnim formalizacijama tog aksiomatskog sistema i primenjen je sistem za dokazivanje teorema u nekoliko konteksta, koji simuliraju različite situacije i informacije kojima korisnik raspolaže. Za skoro 40% teorema su automatski generisani čitljivi i mašinski proverivi dokazi.

Rezultati koje donosi rukopis predstavljaju značajnu kolekciju formalizovanog matematičkog znanja. Obradeni su različiti aksiomatski sistemi, sistematično je obrađeno dokazivanje u koherentnoj logici počevši od same transformacije ulaznih aksioma u koherentnu formu, preko razvijene reprezentacija dokaza za koherentnu logiku do generisanih dokaza na jezicima različitih interaktivnih dokazivača teorema i na prirodnim jezicima.

Iz rada na ovoj tezi do sada su proistekli sledeći radovi (jedan u časopisu kategorije SCI M22 liste, jedan u domaćem časopisu kategorije M52 i tri u zbornicima specijalizovanih konferencija):

- Sana Stojanović Đurđević, Julien Narboux, and Predrag Janičić: Automated generation of machine verifiable and readable proofs: A case study of Tarski's geometry. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2015. **M22** (IF 2015: 0.922); ISSN: 1012-2443; DOI: 10.1007/s10472-014-9443-5 <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10472-014-9443-5>
- Sana Stojanović Đurđević: Automatsko proveravanje neformalnih dokaza teorema srednjoškolske geometrije. *InfoM*, u štampi, 2016. **M52**
- S. Stojanović, V. Pavlović, and P. Janičić: A coherent logic based geometry theorem prover capable of producing formal and readable proofs. In *Automated Deduction in Geometry*, volume 6877 of *LNAI*, pages 201220. Springer, 2011. **M33** ISSN: 0302-9743; DOI: 10.1007/978-3-642-25070-5_12 http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-642-25070-5_12
- Sana Stojanović. Preprocessing of the Axiomatic System for More Efficient Automated Proving and Shorter Proofs. In Tetsuo Ida and Jacques Fleuriot, editors, *Automated Deduction in Geometry - Revised Selected Papers*, 181-192. Springer, 2013. **M33** ISSN: 0302-9743; DOI: 10.1007/978-3-642-40672-0_12 http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-642-40672-0_12
- Sana Stojanović, Julien Narboux, Marc Bezem, and Predrag Janičić. A vernacular for coherent logic. In Stephen Watt et.al., editor, *Intelligent Computer Mathematics - CICM 2014*, volume 8543 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 2014. **M33** ISSN: 0302-9743; DOI: 10.1007/978-3-319-08434-3_28 http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-319-08434-3_28

Kao članovi komisije pratili smo pisanje ovog rukopisa i, tokom rada i nakon čitanja ranijih verzija dali smo autorki niz zahteva i sugestija, koje je ona usvojila i obradila u finalnoj verziji teksta.

4 Zaključak

Značaj ove teze ogleda se u razvoju novih metoda za automatsko dokazivanje teorema u geometriji, detaljnoj analizi i sistematičnoj primeni nekoliko aksiomatskih sistema za geometriju, u razvoju nove reprezentacije dokaza u koherentnoj logici i u implementiranju sistema za automatsko generisanje mašinski proverivih dokaza i dokaza na prirodnom jeziku. Razvijeni sistemi mogu se koristiti i matematičkom obrazovanju, za proveru neformalnih dokaza teorema.

Teza kombinuje programe za dokazivanje teorema na način koji znatno olakšava njihovu primenu. Najznačajniji pomak u odnosu na slične sistem je nova reprezentacija dokaza u koherentnoj logici i prateći XML format koji omogućava deljene znanja između različitih programa za dokazivanje teorema, kao i sprovedena sistematična koherentna formalizacija knjige Tarskog čime je omogućeno automatsko generisanje formalnih i čitljivih dokaza teorema iz te knjige.

Svojim radom na rukopisu „Formalizacija i automatsko dokazivanje teorema euklidske geometrije“, implementaciji pratećih sistema ArgoCLP i ArgoGeoChecker, i razvitka dijalekta za koherentnu logiku, kandidatkinja Sana Stojanović pokazala je visok stepen istraživačke zrelosti koja na najbolji način kombinuje teorijski i praktičan rad. Pokazala je da može da osvoji i sistematizuje znanja iz jedne oblasti, da kritički sudi o njima i da ih analizira, produbljuje i proširuje. Autorka je u okviru teze došla do niza veoma značajnih originalnih rezultata, koji mogu naći svoje mesto kako u daljim fundamentalnim istraživanjima, tako i u praktičnim primenama, pre svega u matematičkom softveru.

Delovi teze do sada su objavljeni (ili prihvaćeni za objavljivanje) u pet radova, od kojih jedan u časopisu sa SCI liste, jedan u domaćem časopisu i tri na specijalizovanim međunarodnim konferencijama. Na osnovu svega navedenog, kako su ispunjeni i svi formalni uslovi, predlažemo da se rukopis

„Formalizacija i automatsko dokazivanje teorema euklidske geometrije“
Sane Stojanović

prihvati kao doktorska disertacija iz računarstva i da se zakaže njegova javna odbrana.

Komisija:

red. prof. Predrag Janičić, mentor

vanr. prof. Zoran Lučić

doc. Filip Marić

red. prof. Mirjana Borisavljević

Beograd, 15. jun 2016.