

Универзитет у Београду
Машински факултет

Јела М. Буразер

**ТУРБУЛЕНТНО СТИШЉИВО СТРУЈАЊЕ У
РАНК-ХИЛШОВОЈ ВРТЛОЖНОЈ ЦЕВИ**

докторска дисертација

Београд, 2017.

University of Belgrade
Faculty of Mechanical Engineering

Jela M. Burazer

**TURBULENT COMPRESSIBLE FLOW IN A
RANQUE-HILSCH VORTEX TUBE**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2017.

Ментор: др МИЛАН ЛЕЧИЋ, ред. проф.
Универзитет у Београду, Машински факултет

Чланови Комисије: др АЛЕКСАНДАР ТОЋИЋ, доцент
Универзитет у Београду, Машински факултет

др СНЕЖАНА МИЛИЋЕВ, ванредни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др МАША БУКУРОВ, ванредни професор
Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука

др ДАРКО КНЕЖЕВИЋ, ванр. проф.
Универзитет у Бања Луци, Машински факултет

Датум одбране:



Миленко М. Буразер
1947 – 2014.

Свом Оцу.

ТУРБУЛЕНТНО СТИШЉИВО СТРУЈАЊЕ У РАНК-ХИЛШОВОЈ ВРТЛОЖНОЈ ЦЕВИ

РЕЗИМЕ

У дисертацији се истражује турбулентно стишљиво вихорно струјање у Ранк-Хилшовој вртложној цеви, а у вези са струјно-термодинамичким феноменом раслојавања поља тоталне температуре. Истраживање се спроводи нумеричким путем, применом софтвера отвореног кода – OpenFOAM. Три нова солвера заснована на једначини укупне енергије, имплементирана су у овај програмски код. Један од претходно наведених солвера је имплементиран и за прорачуне у оквиру LES приступа моделирању турбуленције. Поред ових, тестиран је и солвер у којем је тотална енталпија имплементирана без занемаривања члана кинетичке енергије турбуленције. Овај члан је настао Фавреовим осредњавањем једначина.

Будући да се ради о стишљивом струјању, поред једначине континуитета и једначина количине кретања, решава се и једначина енергије. Применом Рејнолдсове статистике и осредњавања се, у случају турбулентног стишљивог струјања, у једначинама појављују нове непознате корелације. У том смислу се у овом случају струјања уводи Фавреово осредњавање једначина. Све једначине су написане на оригиналан начин у инваријантном облику, што је омогућило анализу појединих чланова и олакшало имплементацију једначина у програмски код OpenFOAM. У оквиру RANS прорачуна су за моделирање турбуленције коришћени двоједначински модели: стандардни $k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST и оствариви $k - \varepsilon$ модел, као и Launder-Reece-Rodi (LRR) и Launder-Gibson (LG) пуни напонски модели. У RANS-LES хибридним прорачунима су за моделирање турбуленције коришћени $k - \omega$ SST SAS и $k - \omega$ SST SAIDDES модели. Верификација и валидација новоформираних солвера је вршена на три различите геометрије вртложне цеви, као и у два струјна простора у којима је такође присутан феномен раслојавања температурског поља – опструјавање цилиндра и струјање у слободном осносиметричном млазу. Прорачуни су рађени како на дводимензионалним, тако и на тродимензионалним прорачунским

доменима.

Дата су оригинална физичка тумачења феномена раслојавања поља тоталне температуре у турбулентном стишљивом вихорном струјању вртложне цеви, у спрези са утицајем интензитета и расподеле обимске брзине на интензитет турбуленције и механизам њене продукције, као и на расподелу и пренос кинетичке енергије турбуленције у појединим доменима струјних области разматраних вртложних цеви. Разматрани су трендови опадања јачине вихора у две вртложне цеви различите гометрије, и утврђени значајни закључци о низструјном понашању ове величине. Остварени су оригинални резултати у виду приказа и анализе поља одређених струјно-термодинамичких величина, по први пут у литератури из ове области. Успостављена је физичка корелација између поља вртложности, енстрофије, дисипације механичке енергије и поља тоталне температуре. Валидација ових резултата је извршена математички и анализом физике процеса који се одвијају у вртложној цеви, чиме је показано да су добијена поља физичких величина у складу са пољима осталих струјно-термодинамичких величина у вртложној цеви. Један од имплементираних солвера је намењен истраживању раслојавања поља тоталне температуре у Кармановој вртложној улици. По први пут је нумеричким резултатима потврђен утицај сепарације вртлога од цилиндра на поље температуре у трагу цилиндра. Такође, дата је инваријантно-структурална анализа турбуленције у вртложној цеви у спрези са утицајем геометрије струјног простора и редуковањем удела масеног протока охлађеног гаса.

Здružена анализа феномена раслојавања поља тоталне температуре у вртложној цеви и Кармановој вртложној улици доприноси свеобухватнијој анализи овог феномена од великог теоријског и практичног значаја.

Кључне речи: вртложна цев, стратификација температурског поља, турбуленција, вихор, OpenFOAM, стишљивост, инваријанте

Научна област: Машинство

Ужа научна област: Механика флуида

УДК број: 533.6.011.34 : 536.23 : 519.688(043.3)

TURBULENT COMPRESSIBLE FLOW IN A RANQUE-HILSCH VORTEX TUBE

ABSTRACT

This dissertation deals with turbulent swirling compressible flow in Ranque-Hilsch vortex tube, in relation with the flow-thermodynamic phenomena called energy separation. The research is performed numerically, using open source software – OpenFOAM. Three new solvers based on the total energy equation are implemented in this code. One of the above mentioned solvers is also implemented for calculations within the LES approach of turbulence modeling. In addition to these, a solver in which the total enthalpy was implemented without neglecting the kinetic energy of turbulence term. This term is formed by Favre’s averaging of the equations.

Since it is a compressible flow, apart from the continuity equation and momentum equations, the energy equation is being solved. Reynolds statistics and averaging of governing equations for turbulent compressible flow lead to new unknown correlations in the equations. In this sense, Favre’s averaging of equations is introduced in turbulent compressible flow. All equations were written in the original way in invariant form, which enabled the analysis of individual terms and facilitated the implementation of equations in the code OpenFOAM. In RANS calculations, two-equation models were used for turbulence modeling: standard $k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST and realizable $k - \varepsilon$ model, as well as Launder-Reece-Rodi (LRR) and Launder-Gibson (LG) full stress models. In RANS-LES hybrid calculations $k - \omega$ SST SAS and $k - \omega$ SST SAIDDES models were used for turbulence modeling. Verification and validation of the newly formed solvers were carried out on three different geometries of vortex tube, as well as in two flow geometries where the energy separation phenomenon is also present – flow across the cylinder and flow in the free axisymmetric jet. The calculations were performed both on two-dimensional and three-dimensional computational domains.

Original physical interpretations of the energy separation phenomenon in the turbulent compressible swirling flow in vortex tube are reported. These are in conjunction with the influence of intensity and distribution of the circumferential ve-

locity on the turbulence intensity and turbulence production mechanism, as well as on the distribution and transport of turbulent kinetic energy in certain domains of flow fields in considered vortex tubes. The trends of swirl intensity decaying in two different geometries of vortex tubes are analyzed, and significant conclusions about the downstream behavior of this quantity. Original results were achieved in the presenting and analysis of the certain flow-thermodynamic fields, for the first time in the literature of this field. A physical correlation between the vorticity and total temperature fields is established. Validation of these results was done by mathematical and analysis of the physics of the processes that take place in the vortex tube, which showed that the fields of physical quantities obtained were in accordance with other flow-thermodynamic quantities in the vortex tube. One of the implemented solvers is intended for research of energy separation research in the Karman vortex street. For the first time, the numerical results confirmed the influence of the separation of the vortices from the cylinder on the temperature field in the trace of the cylinder. Also, the invariant-structural analysis of the turbulence in the vortex tube is conjunction with the influence of the geometry of the flow domain and the reduction of the fraction of the mass flow of the cooled gas is given.

A combined analysis of the energy separation phenomenon in the vortex tube and Karman vortex street contributes to a more comprehensive analysis of this phenomenon, which is of great theoretical and practical significance.

Keywords: vortex tube, energy separation, turbulence, swirl, OpenFOAM, compressible flow, invariants

Scientific field in general: Mechanical Engineering

Scientific field in particular: Fluid mechanics

UDC: 533.6.011.34 : 536.23 : 519.688(043.3)

Садржај

Резиме	v
Abstract	vii
Списак ознака	xi
1 Увод	1
1.1 Од сакупљања леда до вртложне цеви	2
1.2 Досадашња истраживања и преглед релевантне литературе	6
1.3 Структура рада и поступци истраживања	29
2 Вртложна цев и феномен раслојавања температурског поља	32
2.1 О вртложној цеви	33
2.2 Могућности за примену вртложних цеви	38
2.3 Феномен раслојавања температурског поља	43
3 Теоријска разматрања	49
3.1 Основни закони одржања	50
3.2 Стишљиво струјање њутновског флуида	53
3.3 Турбулентно стишљиво струјање њутновског флуида	56
3.4 Анизотропност турбуленције у светлу Ламлијевих инваријанти . .	61
4 Софтвер за нумеричко моделирање и модели турбуленције	65
4.1 Укратко о софтверу OpenFOAM	66
4.2 Моделирање турбуленције	66
4.2.1 RANS приступ	67
4.2.1.1 Двоједначински модели ($k - \varepsilon$, остварив $k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST)	67
4.2.1.2 Напонски модели (LRR, LG)	75
4.2.2 Хибридни RANS – LES приступ	77

4.2.2.1	Модели $k - \omega$ SST SAS и $k - \omega$ SST SAIDDES . . .	78
4.3	Имплементација модификованих солвера	81
5	Приказ и анализа резултата нумеричких прорачуна	87
5.1	Верификација и валидација новоформираних солвера	87
5.1.1	Вртложна цев (<code>steadyCompressibleTEFoam</code> , <code>rhoCentralTurbFoam</code>)	88
5.1.1.1	Вртложна цев са оба излаза отворена и убацивањем гаса директно у топлу цев, (вртложна цев (А))	88
5.1.1.2	Вртложна цев са затвореним отвором за излаз охлађеног флуида и убацивањем гаса директно у топлу цев, (вртложна цев (Б))	99
5.1.1.3	Вртложна цев са оба излаза отворена и убацивањем гаса у вртложну комору, ((Б))	103
5.1.2	Опструјавање цилиндра (<code>sonicTEFoam</code> , <code>rhoCentralTurbFoam</code>)	109
5.1.3	Слободни осносиметрични млаз (<code>rhoCentralTurbFoam</code>) . . .	119
5.2	Истраживање феномена стратификације поља температуре у вртложној цеви применом солвера <code>rhoCentralTurbFoam</code> и различитих модела турбуленције	124
5.2.1	Експериментална валидација $k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST, LRR и LG модела за струјање у вртложним цевима (А) и (Б)	124
5.2.2	Валидација поља турбулентних напона анализом анизотропности турбуленције у вртложној цеви	134
5.2.3	Утицај редуковања протока охлађеног гаса на анизотропију турбуленције у вртложној цеви	141
5.2.4	Физичко тумачење добијених расподела струјно- термодинамичких величина и интегралних параметара у вртложним цевима (А) и (Б)	143
5.2.5	Анализа утицаја геометрије струјног простора и редукованог удела масеног протока охлађеног гаса на пренос енергије у вртложној цеви	159
5.2.6	Параметарска анализа рада вртложне цеви	192
6	Закључак	196
	Литература	201

Списак ознака

$\underline{\underline{A}}$	тензор анизотропности турбулентних напона
c_p	специфични топлотни капацитет при константном притиску
c_v	специфични топлотни капацитет при константној запремини
E	специфична тотална унутрашња енергија
e	специфична унутрашња енергија
$E_{\Omega z}$	компонента вектора средње енстрофије у правцу z -осе
$\underline{f}$	јединична сила запреминског дејства
h	специфична енталпија
H	специфична тотална енталпија
$\underline{\underline{I}}$	јединични тензор
I_{2a}	друга инваријанта тензора анизотропности турбулентних напона
I_{3a}	трећа инваријанта тензора анизотропности турбулентних напона
k	кинетичка енергија турбуленције
L	дужина топле цеви
p	статички притисак
p_o	тотални притисак
$\underline{q}$	вектор флукса провођења енергије топлотом
$\underline{r}$	вектор положаја
R	полупречник топле цеви (без дебљине зида цеви)
$\underline{\underline{S}}$	тензор брзине деформисања
S	фактор раслојавања температурског поља
s	специфична ентропија
t	време
T	статичка температура, K
T_o	тотална температура, K
$\underline{u}$	вектор брзине

u^+	бездимензионална брзина
u^*	динамичка брзина
U, V, W	статистички осредњена брзина у аксијалном (x), радијалном (r, y) и обимском (φ) правцу
u, v, w	флуктуациона брзина у аксијалном (x), радијалном (y, r) и обимском (φ) правцу
x, r, φ	координате цилиндричног координатног система
x, y, z	координате Декартовог правоуглог координатног система
y^+	бездимензионално растојање од зида у правцу нормале на зид
δ_{ij}	Кroneкеров делта симбол
ε	дисипација кинетичке енергије турбуленције
ε_{ijk}	пермутациони симбол
ϑ	статичка температура, °C
ϑ_0	тотална температура, °C
θ	јачина вихора
κ	експонент изентропе
λ	проводљивост флуида
μ	динамичка вискозност флуида
ν	кинематичка вискозност флуида
ξ	масени удео протока охлађеног гаса
ϱ	густина
$\underline{\underline{\sigma}}$	тензор укупних напона
$\underline{\underline{\tau}}$	тензор смицајних напона услед вискозности
τ_w	смицајни напон на зиду
Φ	специфична дисипација механичке енергије флуида
ω	специфична дисипација кинетичке енергије турбуленције
ϖ	угаона брзина
$\underline{\underline{\Omega}}$	вектор вртложности
$\underline{\underline{\Omega}}$	тензор вртложности
Ω_z	пројекција вектора вртложности на правац z -осе
∇	Хамилтонов оператор
Индекси	
c	охлађен гас
h	загрејан гас
in	на улазу у струјни простор

T турбулентно

Бездимензионални бројеви

Co Курантов број
M Махов број
Pr Прандтлов број
Re Рејнолдсов број
Rf температурски Ричардсонов број
 Ri_w динамички Ричардсонов број

Акроними

DDES Delayed Detached Simulation
DNS Direct Numerical Simulation
FANS Favre Averaged Navier-Stokes
IDDES Improved Delayed Detached Eddy Simulation
LES Large Eddy Simulation
LG Launder-Gibson
LRR Launder-Reece-Rodi
OpenFOAM Open-source Field Operation and Manipulation
PISO Pressure Implicit with Splitting of Operators
RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes
SAS Scale Adaptive Simulation
SAIDDES Scale Adaptive Improved Delayed Detached Eddy Simulation
SIMPLE Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SST Shear Stress Transport
WMLES Wall Modeled Large Eddy Simulation

*A journey of a thousand miles
must begin with a single step.*

(Laoci 604 B. C – 531 B. C)



Увод

На самом почетку ове докторске дисертације, те овог поглавља говори се о мотивима за истраживање спроведено у оквиру рада. Поглавље обухвата уводне напомене у вези са предметом истраживања и његовим значајем за науку и струку. Представљен је развој расхладних система различитих типова и примењиваних расхладних флуида, као и место предмета овог рада у датој консталацији ствари. Дат је преглед досадашњих истраживања – теоријског, експерименталног и нумеричког карактера. Указано је на закључке ових истраживања. Наведено је шта је тема и циљ у оквиру истраживања ове докторске дисертације. Представљен је кратак преглед структуре докторске дисертације по поглављима.

Изучавање турбулентних вихорних струјања је од великог значаја због њихове свеprisутности у природи и техници. Ова класа струјања, присутна како у атмосфери и океанима, тако и у свим областима енергетике, процесне и ваздухопловне индустрије, последица је суперпонирања струјања флуида у обимском правцу – вихора и струјања у основном тј. аксијалном правцу. Постојање центрифугалне силе узрокује нехомогеност струјног поља, које се грубо може поделити на струјање у језгру, вртложни смичући слој, област основног струјања и струјање у близини зида. Свака од ових области се одликује карактеристичном структуром, што ово струјно поље, уз његову тродимензионалност и анизотропност, чини изузетно сложеним.

Расподела обимске брзине и њене низструјне трансформације, од једног пресека до другог, имају велики утицај на механизам турбулентне размене и структуру турбуленције. Ова расподела је различита у зависности од начина на који се формира вихорно струјање у неком струјном простору, али и од јачине вихора. Углавном се на вихорно струјање помисли као на неизбежну последицу рада турбомашина, мада постоје процеси који захтевају његово постојање, при чему се вихор не индукује ротацијом радног кола струјне машине. Тада се вихорно струјање изазива нпр. тангенцијалним убацивањем флуида у струјни простор у којем се формира ово струјање. На овај начин се ствара вихор и у

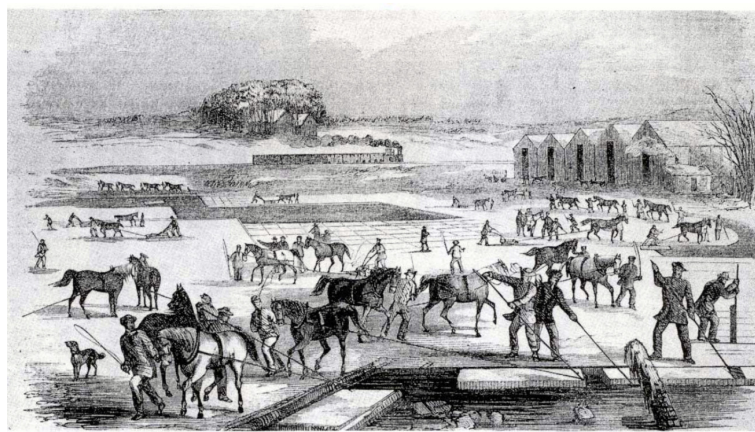
вртложној цеви, о чему ће бити више речи касније.

У зависности од брзине којом се убацује флуид у струјни простор, ово вихорно струјање може бити нестишљиво и стишљиво. Изучавање нестишљивог турбулентног вихорног струјања на Машинском факултету у Београду је утемељено годинама уназад. Неки од резулата ових истраживања су приказани у оквиру Čantrak (1981), Vukašinović (1996), Лечић (2003), Ћоћић (2007), Чантрак (2012), Ћоћић (2013) и Илић (2013). И док се код нестишљивог струјања температура флуида понаша као пасивни скалар, те се у једначинама које описују нестишљиво струјање једначина енергије обично и не решава, код стишљивог струјања то није случај. Ове једначине су међусобно повезане. Чак се са увођењем једначине енергије у систем једначина уводе и нове непознате величине. Баш овакво, *турбулентно вихорно стишљиво струјање флуида* је тема око које се плете прича у оквиру ове дисертације. Може се рећи да је овим **постављен проблем истраживања у овој дисертацији** и отворен нови правац истраживања на Машинском факултету у Београду.

1.1 Од сакупљања леда до вртложне цеви

Још од најстаријих времена човек је настојао да осмисли начин за очување прехранбених намирница или за обезбеђивање повољнијих услова угодности за живот. Најстарији вид хлађења потиче из периода од 1000 година п.н.е. Забележено је да су у Кини користили тзв. ледене куће за складиштење леда и снега, иако се не зна ништа о конструкцији ових грађевина нити за шта су користили складиштени лед. Касније су и Јевреји, Грци и Римљани складиштили лед у ископаним јамама које су изоловали травом, пиљевином или струготином дрвета. Ове старе цивилизације су лед користиле за расхлађивање пића. У Египту су уместо леда користили расхлађену воду. Они би воду у плитким земљаним посудама остављали на крововима својих кућа у току ведрих ноћи, а ујутро би имали расхлађену воду. Вода се хладила на рачун размене топлоте зрачењем према стратосфери чија је просечна температура -55°C . Древни становници Индије су на исти начин добијали лед. Верује се да су Персијанци били први који су лед из ледених кућа користили за очување прехранбених намирница.

Овакво добијање расхлађене воде и леда је зависило од локалних климатских услова, који нису увек ишли на руку становништву. Из тог разлога су се досетили да лед довозе из хладних крајева, да га складиште и користе по потреби. Овде је индустријалац Фредерик Тудор (Frederic Tudor, 1783–1864)



Слика 1.1: Скупљање леда у Масачусетсу 1852. године. У позадини се види пруга, којом су ишли возови за превоз леда, Anonymous (1852).

видео своју шансу. Основао је компанију за трговање ледом. Скупљао је лед са површине замрзнутих река и језера у североисточним деловима САД-а (слика 1.1) и продавао га у јужним деловима САД-а, Јужној Америци, Индији, Кини, Аустралији, Немачкој, Куби. Касније је дошао на идеју да из Кубе увози воће у Америку. Ово воће би на путу расхлађивао користећи лед који није продао.

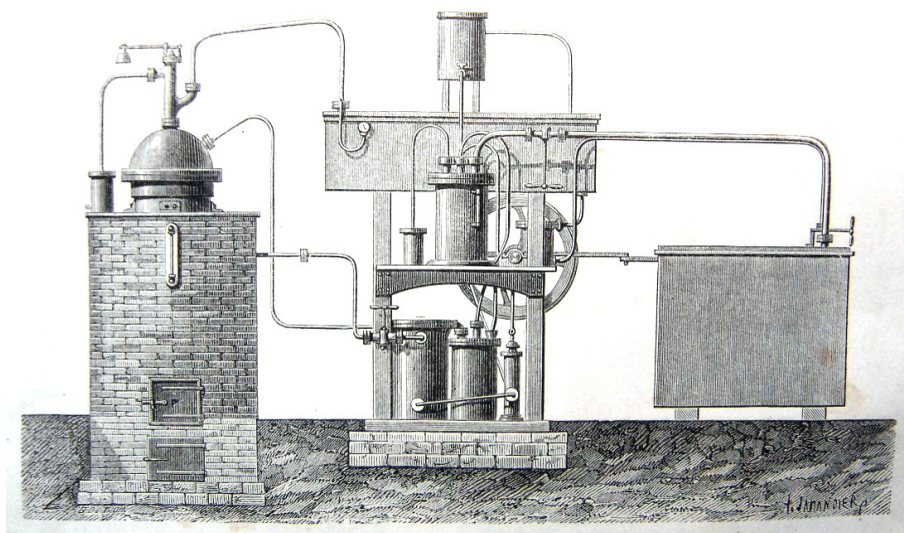


Слика 1.2: Прва компресорска расхладна машина, <http://www.slideshare.net/NikolayMavrodiev2/40-lessons-on-refrigeration-and-air-conditioning-yr2008-p809>.

Први облик вештачког хлађења, какво познајемо данас, забележен је 1755. године, када је Шкотски професор William Cullen направио прву расхладну машину за прављење малих количина леда у лабораторији, демонстрирајући на тај начин, могућност лако испарљивих течности да апсорбују велику количину топлоте приликом кључања те испаравања. Oliver Evans (1755-1819) је први описао како ради левокретни циклус 1805. године. Међутим, прву компресорску расхладну машину (слика 1.2)¹, која је радила са етил-етром, а чији је рад

¹Свим интернет адресама наведеним у дисертацији је приступљено новембра 2014. године.

заснован на овом циклусу, је 1835. године патентирато Jacob Perkins (1766-1849). Прве компресорске машине намењене индустријској употреби су патентиране 1855, 1856. и 1857. године, од стране Шкота James Harrison-а (1816-1893). Ове машине су такође користиле етил-етар као расхладни флуид. Касније су као расхладни флуиди увођени у употребу диметилетар, угљендиоксид, амонијак, сумпордиоксид, итд.



Слика 1.3: Прва апсорпциона расхладна машина, Ferdinand Carré, Tissandier (2005).

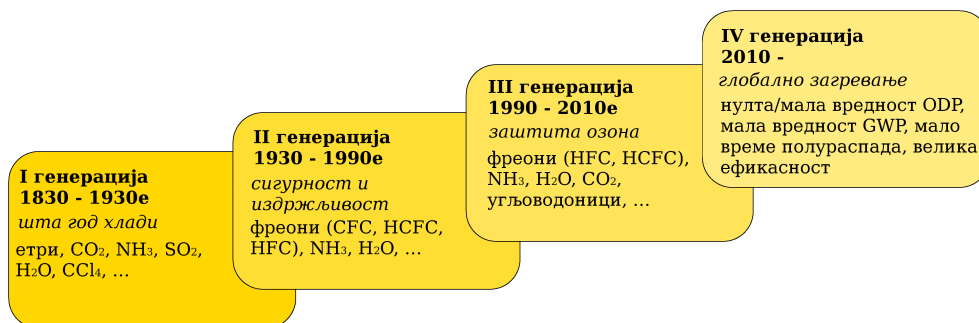
Десетих година XIX века је примећено да сумпорна киселина има велики афинитет према води. Franz Windhausen је искористио ову особину и 1878. године је прорадила апсорпциона машина која је користила сумпорну киселину/воду као радну материју. Ferdinand Carré (1824 – 1900) је 1859. године пријавио патент – апсорпциони уређај са раствором амонијак/вода као радном материјом (слика 1.3). Тек је 1913. године, Немац Edmund Altenkirch почео да истражује у вези са апсорпционим уређајима, те да побољшава њихове перформансе. Швеђани von Platen и Carl Munters су 1920. године изумели апсорпциони расхладни уређај који је радио са три флуида, те није било потребе за циркулационом пумпом.

Године 1803. је направљен први фрижидер у којем се користио лед за расхлађивање намирница (енг. ice box). Ова направа је прављена од дрвета са одговарајућом изолацијом према околини. Лед се топио на рачун природне конвекције, а испод коцке леда се налазила посуда за скупљање воде од његовог отапања. Овај уређај није био практичан из више разлога, те се радило на његовом унапређивању. Први електрични фрижидер се појавио 1913. године. Компресор на овом уређају је одавао много топлоте и налазио се на врху фрижидера. Око компресора се налазио украсни прстен (слика 1.4).



Слика 1.4: Развој фрижидера у домаћинству: фрижидер који је користио лед за расхлађивање намирница (лево), <http://bigchill.com/the-history-of-the-fridge/>, први електрични фрижидер (десно), <http://www.realestate.com.au/blog/a-household-history-of-the-fridge-2/>.

Постојање гасних расхладних машина је последица чињенице да се гас који се шири и при томе врши рад истовремено и хлади. На овој чињеници је заснован рад расхладне машине за производњу леда, коју је 1844. године развио доктор John Gorrie како би помогао својим пацијентима са високом температуром. Када је реч о побољшању услова угодности за живот и рад, може се рећи да је први систем климатизације инсталиран 1891. године у магацину фотографских филмова. *Први систем климатизације* је инсталиран у домаћинству 1894. године. Касније је систем климатизације инсталиран у штампарији, 1902. године, и у телефонској централи у Хамбургу, 1904. године. Врло брзо су ови системи нашли употребу у различитим областима индустрије. Тек након свих ових открића, тридесетих година XX века је откривена вртложна цев, сасвим случајно.



Слика 1.5: Развој расхладних флуида, Calm (2008).

Са појавом компресорских расхладних машина, почела је потрага за „идеалним“ расхладним флуидом. Calm (2008) наводи кораке у њиховом развоју (слика 1.5). Првих сто година коришћења парних компресорских

расхладних машина, као расхладни флуиди су се користиле лако испарљиве материје које су се могле наћи у окружењу, (енг. whatever worked). Скоро сви расхладни флуиди овог доба су били отровни и/или запаљиви. После неколико несрећа са цурењем отровних расхладних флуида, почела је потрага за расхладним флуидом који није токсичан. Thomas Midgley Jr (1889-1944) је са својим сарадницима у периодном систему елемената тражио елементе који би формирали стабилна једињења која би се могла користити као расхладни флуиди. Додатни захтев је био да та једињења не буду отровна и запаљива. Midgley је 1928. године формирао фреон (R12) - незапаљиво, неотровно и стабилно једињење које замењује отровне супстанце које су се до тада користиле као расхладни флуиди. Molina and Rowland (1974) објављују лабораторијска истраживања која су доказала способност фреона да у присуству високофреквентног ултраљубичастог зрачења разарају озонски омотач. Тада почиње потискивање из употребе халоугљеника, те поновни интерес за природне расхладне флуиде какви су амонијак, угљендиоксид, угљоводоници и вода, као и за абсорпционе расхладне машине. Дошло је до поновне промене курса на путу избора „идеалног“ расхладног флуида, као последица учесталих дебата на тему промене климе и глобалног загревања. Четврта генерација расхладних флуида су супстанце које имају мале вредности ODP-a (Ozone Depletion Potential) и GWP (Global Warming Potential).

Узимајући у обзир захтеве које међународна заједница намеће при избору расхладног флуида, а налазећи се у стању глобалне енергетске кризе, пожељно је користити уређаје који не захтевају велику енергију за њихово покретање и рад, и који користе природне расхладне флуиде који не изазивају оштећење озонског омотача нити ефекат стаклене баште. Један од таквих уређаја је вртложна цев, која је предмет истраживања у оквиру ове дисертације.

1.2 Досадашња истраживања и преглед релевантне литературе

Од њеног случајног открића тридесетих година прошлог века, па до данас, вртложна цев представља својеврсну енигму за истраживаче. Истраживања у вези са вртложном цевом не јењавају, будући да је реч о уређају који не захтева велика улагања а пружа велике могућности што се тиче хлађења и грејања. Објављен је велики број радова, што експерименталног, што нумеричког карактера, а сви они су прожети теоријском нотом у циљу објашњавања феномена раслојавања температурског поља присутног у овом уређају. Будући

да су сви литературни извори углавном у вези са супротносмерном вртложном цеви, само у случају да литературна јединица третира неку другу врсту вртложне цеви то ће бити наглашено.

Пионирски радови на тему вртложне цеви су Ranque (1933) и Hilsch (1946), у којима су дати први прикази рада овог уређаја и забележени први покушаји објашњавања Хилшовог ефекта. Потом су резултате мерења брзинског, температурског и поља притиска унутар вртложне цеви објавили: Scheper (1951), Scheller and Brown (1957), Takahama (1965), Takahama and Soga (1966), Vennos (1968), Bruun (1969). Scheper (1951) је мерио брзину, притисак, градијенте тоталне и статичке температуре у вртложној цеви применом сонди и техника визуелизације. Закључио је да су аксијална и радијална брзине знатно мање у односу на обимску и да статичка температура опада са порастом радијалне координате. Анализирајући резултате својих мерења, Scheper је објаснио феномен раслојавања поља температуре постојањем принудне размене енергије топлотом између језгра и слоја у близини зида вртложне цеви, на начин како се оваква размена топлоте одвија у размењивачу топлоте типа цев у цеви. Пратећи ову идеју, Cao et al. (2003b) су поставили аналогију између вртложне цеви и размењивача топлоте, те посматрали њен рад.

У раду Scheller and Brown (1957) је спроведено експериментално истраживање рада изоловане вртложне цеви са четири млазнице. Мерења су поља притиска, брзине и температуре унутар овог уређаја. На основу добијених резултата закључено је да се највећа вредност брзине, статичког као и зауставног притиска и најмања вредност статичке температуре остварује на излазу ваздуха под притиском из млазнице и уласку у вртложну цев. Такође је забележено опадање статичке температуре са порастом радијалне координате.

Takahama (1965) је експерименталним путем одредио утицаје пречника излазног пресека охлађеног радног флуида, пречника млазнице као и пречника вртложне коморе у циљу оптимизовања ефикасности рада вртложне цеви. Приказао је емпиријске изразе за одређивање профила брзина и температуре у вртложној цеви. Takahama and Soga (1966) су користили исте вртложне цеви као и Takahama (1965) и истраживали утицај геометрије вртложне цеви на процес раслојавања поља температуре у овом уређају. Установили су да се струјање у вртложној цеви може сматрати осносиметричним.

Stephan et al. (1983) су експерименталним путем изучавали процес температурског раслојавања. Као основни узрок оваквог температурског поља су наведени Гертлерови вртлози које формира тангенцијална брзина улазне

струје гаса у непосредној близини унутрашње површине зида вртложне цеви. Уочена је зауставна тачка у струјном пољу вртложне цеви и то на оси топле цеви, у пресеку у којем температура загрејаног ваздуха има свој максимум, као што је на то раније указао Fulton (1950). Димензијском анализом су формирали израз за одређивање температуре охлађеног гаса, чијом применом се добијају вредности које се слажу са експериментима.

Balmer (1988) је теоријским путем истраживао механизам раслојавања температурског поља. Користио је Други закон термодинамике како би показао да је ефекат раслојавања температурског поља са порастом ентропије могућ и када се за радну материју вртложне цеви употреби и нестишљив флуид. Ово је потврђено експериментима у којима је радна материја била вода, а опет је остварено раслојавање температурског поља за довољно високе притиске на улазу у вртложну цев. Међутим, ефекат раслојавања поља температуре када вртложна цев ради са нестишљивим флуидом је мањи и не постижу се тако ниске односно високе температуре радног флуида као што је то случај са гасовима.

Ahlborn et al. (1996) је уместо класичне вртложне цеви у коју улази гас под притиском, разматрао вакуумску вртложну цев у коју се радни флуид увлачи кроз отворе за излаз охлађеног тј. загрејаног флуида. Показано је да се и у оваквој вртложној цеви остварује стратификација температурског поља. У овом случају интензитет раслојавања зависи од релативног односа притиска на улазу и на излазу охлађеног гаса из цеви.

Најзначајнији допринос одређивању струјне слике унутар вртложне цеви су остварили Ahlborn and Groves (1997), Ahlborn et al. (1998) и Ahlborn and Gordon (2000) који су, на основу својих експерименталних резултата, предочили постојање секундарног струјања. Ahlborn and Groves (1997) су доказали постојање секундарног струјања тиме што су добили да је масени проток радног флуида који се креће кроз централни део попречног пресека вртложне цеви према централном отвору кроз који излази охлађени ваздух, већи него што је масени проток охлађеног ваздуха на излазу из вртложне цеви. Заговарали су теорију по којој овај радни флуид који рециркулише унутар вртложне цеви, у ствари представља радни флуид у класичном термодинамичком циклусу који се одвија у овом уређају.

Lewins and Bejan (1999), као што је то радио и Hilsch (1946) у свом теоријском истраживању, заговарају теорију по којој до феномена раслојавања температурског поља долази услед деловања смицајног напона на додиру различитих слојева ротирајућег флуида, што за последицу има размену

енергије путем смицајног напона између унутрашњих и спољашњих слојева флуида.

Saidi and Valipour (2003) су експерименталним путем истраживали утицај пречника вртложне цеви, њене дужине, пречника отвора за излаз охлађеног гаса, броја млазница, притиска гаса на улазу у вртложну цев, врсте радне материје, масеног удела охлађеног ваздуха и влажности радне материје на остварену температурску разлику и ефикасност рада вртложне цеви. Према њиховим резултатима највећа температурска разлика се остварује за однос дужине према пречнику вртложне цеви $20 \leq L/D \leq 55,5$, при количнику пречника отвора за охлађени гас и пречника вртложне цеви $d/D = 0,5$ са три млазнице и хелијумом као радном материјом у вртложној цеви. Закључак у вези са хелијумом као радном материјом су објаснили чињеницом да хелијум има већи експонент изентропе $\kappa = c_p/c_v$ него ваздух и кисеоник. Ваздух и кисеоник су дали приближно исту вредност температуре на излазу из централног отвора вртложне цеви.

Singh et al. (2004) су спровели експериментално истраживање о утицају масених удела охлађеног и загрејаног ваздуха, површине попречног пресека млазнице, површина излаза за охлађени и за загрејани ваздух из вртложне цеви и однос дужине према пречнику на рад вртложне цеви. Истраживање је спроведено за две различите врсте услова: прва је за вртложну цев чији рад условљава што нижу температуру на излазу – која производи мале масене протоке ваздуха са веома ниским температурама, и друга је за вртложну цев чији рад обезбеђује велику ефикасност процеса раслојавања температурског поља – дакле, добија се велики проток радног флуида са умереним падом температуре. Закључили су да је пречник млазнице значајнији од пречника отвора за излаз охлађеног флуида када је реч од пројектовању вртложних цеви за добијање што већег пада температуре. Такође, масени проток охлађеног ваздуха више зависи од пречника отвора за излаз охлађеног ваздуха него од пречника млазнице. Дужина вртложне цеви нема утицаја на ефикасност овог уређаја када се повећа од $45D$ ка $55D$.

Shannak (2004) су мерењем температуре охлађеног и загрејаног ваздуха на излазима вртложне цеви закључили да се највиша температура загрејаног ваздуха остварује за масени удео охлађеног ваздуха $\xi = 0,82$, док се најнижа температура охлађеног ваздуха остварује за вредност $\xi = 0,3$. У раду је представљен и модел за рачунање вредности ове две температуре, чији се резултати, са задовољавајућом тачношћу за инжењерску примену, поклапају како са измереним вредностима у сопственим експериментима тако

и резултатима из литературе.

Gao (2005) и Gao et al. (2005) су унапредили модел из радова Ahlborn and Groves (1997) и Ahlborn and Gordon (2000) узимајући у обзир стишљивост струјања и претпостављајући Ранкинову расподелу обимске брзине у улазном пресеку вртложне цеви тј. вртложној комори. Gao (2005) је спровео експериментална истраживања о утицају три различита облика вентила на рад вртложне цеви. У овом раду се наводи да до феномена раслојавања температурског поља долази чак и када у вртложној цеви не постоји овај вентил. Закључено је да вентил на топлем крају вртложне цеви није од пресудног значаја за побољшање ефикасности рада вртложне цеви, будући да су разлике у резултатима добијеним за ова три облика овог вентила минималне. Утицај дужине вентила на резултате рада вртложне цеви су испитивали применом $k - \varepsilon$ модела Rafiee and Sadeghiazad (2014). Разматрали су вентил са углом при врху од 43° и закључили да је оптимални онај чија је дужина мање основице трапеза у пројекцији 6 mm. По мишљењу аутора овог рада, са повећањем броја млазница повећава се осетљивост рада вртложне цеви на промену масеног удела охлађеног гаса.

Promvonge and Eiamsa-ard (2005) су експериментално истраживали утицај броја млазница на перформансе вртложне цеви. Исти истраживачи су у Eiamsa-ard and Promvonge (2007, 2008a) спровели нумеричка моделирања процеса у вртложној цеви са затвореним отвором за излаз охлађеног гаса, применом алгебарског модела и $k - \varepsilon$ модела турбуленције. Закључили су да се резултати њихових моделирања добро слажу са резултатима експеримената, али да алгебарски модел даје боље слагање.

Aydin and Baki (2006) су истраживали утицај дужине вртложне цеви, пречника млазнице ($\delta/D = 0,28 - 0,38$), угла регулационог вентила ($45^\circ - 60^\circ$), притиска гаса на улазу у вртложну цев (2 bar – 5 bar) и врсте радне материје (ваздух, кисеоник, азот) на температурску разлику која се оствари између загрејаног и охлађеног радног флуида вртложне цеви. Закључили су да се највећа температурска разлика између загрејаног и охлађеног гаса на излазу из вртложне цеви остварује за пречник млазнице $\delta/D = 0,33$, дужину вртложне цеви $L/D = 20$, угао регулационог вентила од 50° и при вредности притиска гаса на улазу у цев од 5 bar. Показано је да се употребом азота као радног флуида у вртложној цеви постиже највећа разлика између температура загрејаног и охлађеног ваздуха, у односу на два остала разматрана гаса. Објаснили су ову појаву чињеницом да је моларна маса азота мања од вредности ове величине код друга два гаса. У раду је такође приказан и резултат визуализације струјног

поља у вртложној цеви, која јасно указује на присуство вихора.

Тема рада Arjomandi and Xue (2007) јесте испитивање утицаја величине регулационог вентила на ефикасност вртложне цеви. Један регулациони вентил у облику конуса је померан у аксијалном правцу како би се мењао његов пречник на излазу из вртложне цеви. Сprovedено је и потпуно затварање излаза за загрејан ваздух како би се видео рад вртложне цеви и у тако екстремним условима. Са повећавањем односа површина регулационог вентила и попречног пресека вртложне цеви од 0,75 до 1, долази до повећавања масеног удела охлађеног ваздуха са 0,17 ка 1. Јединична вредност масеног удела одговара потпуно затвореном топлом крају вртложне цеви. У том екстремном случају рада вртложне цеви је опет забележено како хлађење, тако и загревање радног флуида у цеви – ваздуха. Загревање ваздуха је објашњено трећем између ротирајућег флуида и зида вртложне цеви, док се хлађење ваздуха објашњава експанзијом флуида на излазу из цеви. Ефикасност вртложне цеви је рачуната према изразу који је предложио Fulton (1950) и закључено је да је ефикасност цеви већа када се посматра расхладни ефекат него када се посматра грејни ефекат. Ово је објашњено чињеницом да је посматрана вртложна цев неизолована и да долази до размене енергије топлотом између зида цеви и околине, што доводи до пораста ефикасности вртложне цеви када се посматра грејни ефекат. Највећа ефикасност вртложне цеви с обзиром на расхладни ефекат је забележена за вредност количника површина регулационог вентила и попречног пресека цеви од 0,9 до 0,98. Оптималне вредности геометријских параметара вртложне цеви разликују се у зависности од тога да ли се она користи за хлађење или за грејање. Закључак рада је да је вртложна цев ефикаснија као расхладни него као грејни уређај.

Wu et al. (2007) су пројектовали нову млазницу са константним градијентом Маховог броја у њој и упоредили је са млазницом стандарног облика и млазницом у облику Архимедове спирале, у погледу перформанси вртложне цеви. Установили су да њихова новоконструисана млазница омогућава да вртложна цев оствари нижу температуру охлађеног гаса за 2,5°C и 5°C у поређењу са млазницом правоугаоног попречног пресека и млазницом у облику Архимедове спирале, следствено.

Dincer et al. (2008) су испитивали ефекте вредности количника дужине и пречника вртложне цеви као и броја млазница на перформансе вртложне цеви, уз помоћ вештачких неуронских мрежа. Притисци на улазу у вртложну цев су били у опсегу од 200 kPa до 320 kPa са кораком од 20 kPa. Број млазница који су узели у обзир у овој студији је био једна, две, четири, шест и осам.

Закључили су да вртложна цев ради најлошије са једном или две млазнице, као и да даље повећавање броја млазница изнад четири не доприноси значајно побољшању рада вртложне цеви. Према мишљењу ових аутора, препоручљиво је да је на улазу у вртложну цев обезбеђен што већи притисак радног флуида. Испитивањем односа дужине према пречнику вртложне цеви, дошли су до закључка да се за вредност $L/D = 18$ јавља нестабилност зауставне тачке у вртложној цеви. За мање вредности овог количника, температурска разлика се повећава са повећавањем притиска на улазу у вртложну цев као и са порастом масеног удела охлађеног радног флуида. Већи температурски пад се остварује при већем количнику дужине и пречника вртложне цеви.

Hue and Arjomandi (2008) су експерименталним путем проучавали утицај угла вихора на рад и ефикасност вртложне цеви. Закључили су да се највиша ефикасност хлађења уз помоћ вртложне цеви остварује за угао вихора од $4,8^\circ$ до $6,7^\circ$.

Dincer et al. (2009) су спровели истраживање са посебним акцентом на положај регулационог вентила, величину његовог пречника (5 mm, 6 mm, 7 mm, 8 mm), угао вентила при врху (30° , 60° , 90° , 120° , 150° , 180°), број млазница (две, четири и шест) у комбинацији са различитим вредностима притиска на улазу у вртложну цев (200 kPa – 420 kPa). Показано је да се највећа температурска разлика радног флуида на излазу из вртложне цеви постиже за пречник регулационог вентила од 5 mm, угао при врху 30° или 60° и са четири млазнице.

Kirmaci and Uluer (2009) су, разматрајући резултате експерименталних истраживања међусобног утицаја масеног удела охлађеног флуида, притиска на улазу у вртложну цев и броја млазница, дошли до закључка да при већим вредностима притиска на улазу у вртложну цев долази до повећања протока ваздуха кроз вртложну цев, али да то не осигурава остваривање најнижих температура на излазу из вртложне цеви. Температура загрејаног радног флуида се снижава ако се број млазница повећава од две до шест, редом. Са друге стране, температура охлађеног радног флуида расте ако се број млазница мења како следи: три, две, четири, пет и шест.

Nibmalkar and Muller (2009) су експериментално истраживали оптималну вредност пречника отвора за излаз охлађеног флуида. Сагласно резултатима овог истраживања, утицај пречника овог отвора је занемарљив за масене уделе охлађеног флуида испод 60%. За масене уделе охлађеног флуида који су већи од наведене вредности, са порастом пречника отвора за излаз охлађеног флуида, долази до пораста ефикасности процеса који се одвија у вртложној цеви. Такође

је примећено да је за масени удео охлађеног флуида од 50%, ефикасност раслојавања температурског поља, било у погледу охлађеног или у погледу загрејаног флуида, независна од пречника излаза за охлађени флуид. Пречник отвора за излаз охлађеног ваздуха је био тема и рада Liu and Liu (2014), у коме је спроведено нумеричко моделирање процеса у вртложној цеви применом пет модела турбуленције, при чему је закључено да пречник отвора за излаз охлађеног гаса има велики утицај на остварену температурску разлику између загрејаног и охлађеног гаса у вртложној цеви. За вредности које су обухватили својим истраживањима, показали су да оптимална вредност односа пречника отвора за излаз охлађеног гаса и пречника топле цеви износи $d/D = 0,7$.

Циљ рада Prabakaran and Vaidyanathan (2010) јесте да се експерименталним путем испита утицај притиска на улазу у вртложну цев и пречника отвора за излаз охлађеног ваздуха на рад вртложне цеви, експерименталним путем. Испитиване су три различите вредности пречника отвора за охлађен ваздух и четири вредности притиска на улазу у вртложну цев. По овим ауторима, температуре ваздуха на хладном и топлом крају вртложне цеви су кључни параметри који одређују ефикасност вртложне цеви. Са порастом притиска на улазу у вртложну цев долази до смањења њене ефикасности и до повећања температурске разлике између улазног и излазних токова ваздуха, дакле, охлађени има нижу температуру док је загрејан ваздух још топлији.

Markal et al. (2010) су експерименталним путем истраживали утицај угла регулационог вентила у облику конуса и односа дужине према пречнику вртложне цеви на рад овог уређаја. Закључили су да угао конуса има мали утицај на перформансе вртложне цеви. Различита су тврђења у вези са утицајем пречника вртложне цеви на њене перформансе.

Eiamsa-ard et al. (2010) и Rattanongphisat and Thungrthong (2014) су на различите начине хладили спољашњу површ топле цеви и закључили да ово доводи до побољшања рада вртложне цеви. Eiamsa-ard et al. (2010) наводе да је постигнуто побољшање од 5,5%–8,8% и 4,7%–9% у паду температуре охлађеног гаса и ефикасности процеса, редом, док су Rattanongphisat and Thungrthong (2014) остварили побољшање у расхладном учинку и ефикасности од 4,3% односно 9,6%.

Hamdan et al. (2011) су након спроведене параметарске анализе рада вртложне цеви закључили да су најважније величине које утичу на рад вртложне цеви притисак гаса на улазу у вртложну цев и масени удео охлађеног гаса. Повећавањем притиска гаса на улазу у вртложну цев, повећава се остварена температурска разлика у овом уређају. Изолација вртложне цеви има

минималан ефекат на рад вртложне цеви. При истом притиску гаса на улазу у вртложну цев, са повећавањем броја млазница, долази до интензивирања процеса раслојавања температурског поља. Li et al. (2015) су такође дошли до закључка да се са порастом притиска на улазу у вртложну цев повећава температурска разлика између загрејаног и охлађеног гаса. Поред тога, у својим експериментима су установили да је статичка температура у саосном делу цеви нижа него на периферном делу, као и да се зауставна тачка помера према хладном крају са снижењем притиска гаса на улазу у вртложну цев и повећањем масеног удела охлађеног гаса.

Manimaran et al. (2012) су спровели параметарску анализу рада вртложне цеви. Закључили су да се највећи део раслојавања температурског поља одвија у близини уласка гаса у вртложну цев. Употреба конвергентно-дивергентних млазница интензивира раслојавање температурског поља, будући да се веће брзине струјања гаса могу постићи на излазу из млазнице, те на уласку у топлу цев. Масени проток у већој вртложној цеви пречника топле цеви $D = 53 \text{ mm}$ треба повећати седам пута да би се постигао већи пад температуре у односу на геометријски сличну вртложну цев чији је пречник топле цеви $D = 19 \text{ mm}$.

Im and Yu (2012) су за цев одређене дужине варирали количник пречника млазнице и пречника топле цеви као и притисак гаса на улазу у вртложну цев. Закључили су да највећи утицај на ефикасност раслојавања температурског поља у вртложној цеви има притисак гаса на улазу.

Xue (2012) и Xue et al. (2013a), Xue et al. (2013b), Xue et al. (2014) су обављали мерења у вртложној цеви у циљу објашњавања феномена раслојавања температурског поља.

Mohammadi and Farhadi (2013) су експериментално и нумерички истраживали утицај броја млазница и њиховог пречника на перформансе вртложне цеви. При нумеричком моделирању разматрано је дводимензионално осносиметрично струјање применом RNG $k - \epsilon$ модела. Доказали су да са повећањем броја млазница долази до интензивирања раслојавања температурског поља у вртложној цеви. Такође, растојање између улазног пресека у вртложну цев (млазница) и излаза за охлађен флуид треба да буде што мање, у циљу побољшања рада вртложне цеви.

Gutak (2015) је вршио мерења на вртложној цеви у индустријском погону где већ постоји природни гас под високим притиском, који је искористио као радну материју у вртложној цеви. Закључио је да са порастом вредности количника притиска на улазу у вртложну цев и оног на излазу за охлађени гас, долази до побољшања перформанси вртложне цеви. У постизању ниских температура,

вртложна цев је ефикаснија од Џул-Томсоновог ефекта, који је већ присутан у индустријском хлађењу.

Tyutyuma (2016a) показује да до редистрибуције енергије у вртложној цеви долази у највећој мери због струјања гаса у радијалном правцу. Такође, хлађење гаса у вртложној цеви је последица промене унутрашње енергије гаса, до чега долази због рада који тај гас изврши над околином. Према Tyutyuma (2016b) до хлађења гаса у вртложној цеви долази због радијалног струјања гаса према центру вртлога у цеви, са једне стране, и због дисипације механичке енергије у периферном делу струјања, са друге стране.

Wisnoe et al. (2016) су микрофоном снимали звук који производи вртложна цев у раду. Са повећавањем притиска на улазу у вртложну цев при истој конфигурацији млазница не долази до значајних промена у снимљеним фреквенцијама. Међутим, када се промени конфигурација млазница, мењају се и снимљене фреквенције. Снимљена фреквенција се може сматрати „потписом“ вртложне цеви одређене конфигурације.

Cebeci et al. (2016) су експерименталним путем истраживали утицаје различитих параметара на рад вртложне цеви. Разматрани су ваздух и кисеоник као радни флуиди, пет различитих пречника отвора за излаз охлађеног гаса, различит број млазница за улаз компримованог гаса. Варирали су и притисак гаса на улазу у вртложну цев. Разматрали су и материјал од кога је израђена вртложна цев. Највећа температурска разлика између загрејаног и охлађеног гаса се постиже када вртложна цев има шест млазница.

Celik et al. (2017) експерименталним путем спроводе параметарску анализу рада вртложне цеви. Са повећањем масеног удела охлађеног гаса, долази и до повећања температуре гаса на хладном излазу. Повећавање притиска на улазу у вртложну цев, површине млазнице и пречника отвора за излаз охлађеног гаса доводи до повећавања температурске разлике између охлађеног и загрејаног гаса.

Devade and Pise (2017) експерименталним путем спроводе параметарску анализу рада конвергентне вртложне цеви. У оквиру истраживања су варирали L/D количник, угао пригушног вентила, пречник отвора за излаз охлађеног гаса. Рад вртложне цеви је разматран при дозвучној, звучној и надзвучној вредности Маховог броја. Веће вредности коефицијента хлађења COP и мање вредности температуре на хладном крају цеви се постижу за дозвучне вредности Маховог броја. Са повећањем масеног удела охлађеног гаса долази до повећања COP и до пада вредности температуре на излазу охлађеног гаса.

Attalla et al. (2017) су експерименталним путем одређивали утицај броја

млазница на рад вртложне цеви. Разматрали су вртложну цев са две, три и шест млазница. Релевантни параметри за оптимизацију у овом раду су разлика температура гаса на хладном излазу и улазу, COP за хлађење и расхладни учинак. Резултати овог истраживања су у сагласју са резултатима других аутора.

У експерименталним истраживањима, углавном су мерени интегрални параметри рада вртложне цеви и на бази њихових вредности покушавано је објаснити механизам који условљава раслојавање температурског поља у вртложној цеви. Ово је разумљиво јер је инвазивна техника мерења непогодна за мерења у струјном пољу тако малих димензија у којем су присутни и рецикулација и вихор великог интензитета. Због постојања велике центрифугалне силе отежана је визуализација струјања класичним техникама просејавања флуидне струје. Са друге стране, скорије напредовање на пољу нумеричке механике флуида омогућава детаљније истраживање механизма који условљава раслојавање температурског поља у вртложној цеви. Осим тога, нумеричко моделирање може да се искористи као алат за пројектовање вртложне цеви.

Међу првим радовима из области нумеричког моделирања процеса у вртложној цеви је Fröhlingdorf and Unger (1999). У овом раду је моделирано стишљиво осносиметрично струјање флуида у вртложној цеви применом стандардног $k - \varepsilon$ модела у оквиру CFX софтвера. Резултати нумеричких прорачуна су поређени са експерименталним резултатима из Bruun (1969). Модел је укључивао ефекте турбулентног и стишљивог струјања, и добијени резултати су се добро сложили са експерименталним резултатима. Нумерички модел је проширен како би се израчунале релевантне величине у вези са механичким радом узрокованим смицајним напонима. Размена енергије између охлађених и загрејаних слојева флуида у вртложној цеви се, у овом раду, објашњава као последица механичког рада између ових слојева, будући да они ротирају различитим обимским брзинама. У раду је закључено да је Прандтлов број кључан параметар од кога зависи јачина раслојавања температурског слоја. Са повећањем Прандтловог броја долази до снижења тоталне температуре охлађеног флуида и повећања температуре загрејаног флуида.

Aljuwayhel et al. (2005) су истраживали механизам раслојавања поља температуре у вртложној цеви применом стандардног $k - \varepsilon$ као и RNG $k - \varepsilon$ модела. Посматрали су дводимензијско осносиметрично струјање са ефектима ротације. Закључили су да RNG $k - \varepsilon$ модел боље предвиђа параметре рада вртложне цеви. Такође су изучавали утицај промене пречника и дужине

вртложне цеви на њен рад. До раслојавања температурског поља долази због размене рада смицајним напоном на додиру охлађеног и загрејаног ваздуха. Поље унутар вртложне цеви су поделили у три зоне: зону високе температуре, зону ниске температуре и рецикулациону зону. Закључено је да, генерално гледано, вртложне цеви мањег пречника пружају веће раслојавање поља температуре у односу на оне са већим пречником за исте услове рада. Интензитет раслојавања температурског поља расте са повећавањем дужине вртложне цеви све до критичне вредности, после које овај параметар више нема позитивно деловање на рад вртложне цеви.

Behera et al. (2005) су експериментално и нумерички истраживали утицај различитих облика млазница, као и броја млазница, на раслојавање температурског поља у супротносмерној вртложној цеви. На основу нумеричких моделирања добили су оптималне вредности параметара (број млазница, њихов оптималан облик, пречник излазног пресека за охлађен гас, однос дужине према пречнику вртложне цеви, масене уделе хладног и топлог ваздуха) за постизање максималне температурске разлике. У свим овим моделима су коришћене Навије-Стоксове једначине у којима је узета у обзир како стишљивост флуида тако и ефекти турбуленције уз помоћ стандардног $k - \epsilon$ или RNG $k - \epsilon$ модела у оквиру Star-CD софтвера. Посматране су све три брзине радног флуида унутар вртложне цеви, као и струјна слика у целини, укључујући и секундарну циркулацију. Израчунат је и коефицијент хлађења (COP) вртложне цеви као топлотне машине и као расхладног уређаја. Тачност нумеричког моделирања је проверена поређењем са експерименталним подацима. Закључено је да је у струјном пољу присутан принудни и слободни вихор све до зауставне тачке и да се температурска разлика између загрејаног и охлађеног ваздуха може повећати са додатним повећавањем вредности количника дужине вртложне цеви и њеног пречника. На тај начин се зауставна тачка помера према топлим крајем вртложне цеви, тј. од улазних млазница. За вртложну цев пречника 12 mm показано је да овај уређај показује најбоље резултате са шест конвергентних млазница. За исту вртложну цев је пречник отвора за излаз охлађеног ваздуха од 7 mm идеалан за достизање максималне температуре загрејаног ваздуха, док је пречник овог отвора од 6 mm идеалан за постизање минималне температуре охлађеног ваздуха. Показали су да је однос дужине према пречнику вртложне цеви L/D у интервалу вредности од 25 – 35 оптималан за достизање најбољих термичких перформанси ове вртложне цеви. Ова вртложна цев, оптимизирани геометрије, може да охлади гас до -30°C са масеним уделом охлађеног ваздуха од 60% и да загреје гас до температуре од 94°C при масеном уделу загрејаног

ваздуха од 12% – 15%. При малим вредностима количника пречника отвора за излаз охлађеног ваздуха и пречника вртложне цеви, потврђено је присуство секундарне циркулације унутар овог уређаја. Посредством експерименталних, као и нумеричких испитивања, указано је на могућност да је ово секундарно струјање неповољно за високе перформансе вртложне цеви. У оквиру овог истраживања је показано да за оптималне вредности геометријских параметара вртложне цеви, у овом уређају не постоји секундарно струјање, што за последицу има повећање температурске разлике између загрејаног и охлађеног гаса. Максимална вредност коефицијента хлађења за ову вртложну цев је 0,59, док је максимална вредност коефицијента грејања 0,83.

Kazantseva et al. (2005) су применом софтверског пакета CFX-TASK flow решили Навије-Стоксове једначине за стишљиво струјање и одредили профиле брзина и температуре у вртложној цеви.

Liu et al. (2005) су у циљу испитивања карактеристика струјања и феномена раслојавања температурског поља у вртложној цеви спровели нумеричко моделирање јаког вртложног струјања применом коригованог $k - \varepsilon$ модела турбуленције. Резултати ових моделирања се добро слажу са експерименталним резултатима.

У складу са радом Williams (2005) пад температуре гаса у вртложној цеви је функција амбијенталне температуре, притиска, масеног удела охлађеног гаса и укупног масеног протока гаса у цеви. Тема рада је техноекономска анализа процеса прављена леда помоћу система у којем је један од делова и вртложна цев. Сваки од саставних делова овог система је разматран засебно, односно, разматран је појединачни утицај елемената система на ефикасност целокупног процеса. На основу спроведених мерења, закључено је да се оваква употреба вртложне цеви исплати. Установљен је утицај масеног удела охлађеног гаса, укупног масеног протока гаса и притиска на рад вртложне цеви. Са смањењем масеног удела охлађеног гаса долази до повећања пада температуре гаса који излази кроз централни отвор цеви, што је резултат и пораста притиска под којим се гас убацује у вртложну цев, при истој вредности масеног удела охлађеног гаса.

Исте моделе турбуленције које су користили Aljuwayhel et al. (2005) употребили су Skye et al. (2006) и добили резултате који у релативно добром сагласју са експериментално одређеним вредностима за комерцијалну вртложну цев. Међутим, ове две групе истраживача су дошле до опречних резултата у погледу модела турбуленције чији се резултати боље слажу са експерименталним вредностима.

Eiamsa-ard and Promvonge (2006) и Eiamsa-ard and Promvonge (2007) у оквиру својих истраживања спровode нумеричку анализу рада вртложне цеви применом $k - \varepsilon$ и алгебарског модела турбуленције. Резултати су поређени са експерименталним вредностима из истраживања које је спровео Schepers (1951). Разматрано је дводимензијско стационарно стишљиво струјање унутар вртложне цеви. Закључено је да се резултати добијени применом алгебарског модела турбуленције боље слажу са експерименталним вредностима поређених параметара од резултата добијених применом $k - \varepsilon$ модела турбуленције. У Eiamsa-ard and Promvonge (2007) је показано да пренос дифузијом има велики утицај на остваривање максималне температурске разлике у близини улазног пресека вртложне цеви.

Farouk and Farouk (2007) и Farouk et al. (2009) врше моделирање процеса у вртложној цеви применом моделирања великим вртлозима у оквиру софтвера CFD-AC+. Прорачунски домен је сличан ономе који су користили Skye et al. (2006). Спроведени су прорачуни за осам случајева различитих вредности притиска на излазу загрејаног флуида па последично и осам различитих масених протока охлађеног флуида. Примећена је мала зона секундарне циркулације у близини хладног излаза. Радијална брзина је усмерена према оси вртложне цеви у већем делу попречног пресека, док је у близини зида усмерена према зиду. Температура загрејаног флуида расте са порастом масеног удела охлађеног флуида. Максимална вредност ове температуре је забележена за вредност масеног удела охлађеног ваздуха од 0,78. У поређењу са резултатима $k - \varepsilon$ модела, температурске вредности добијене применом моделирања великим вртлозима су ближе експерименталним вредностима одговарајућих температура.

Akhesmeh et al. (2008) су применом стандардног $k - \varepsilon$ модела турбуленције на модел дводимензионалног осносиметричног струјања истраживали промену брзине, притиска и температуре унутар вртложне цеви. У истраживању је вариран масени проток хладног тока флуида и добијено је разумно слагање са експерименталним подацима.

Нумеричка анализа утицаја масеног протока охлађеног ваздуха на температуре загрејаног и охлађеног ваздуха је спроведена у раду Pourmahmoud and Akhesmeh (2008). Закључено је да са порастом масеног протока хладног ваздуха долази до повишења температуре загрејаног ваздуха тако да се максимална температура постиже за масени удео хладног ваздуха од 0,81. Резултати овог нумеричког прорачуна су упоређени са експерименталним резултатима Skye et al. (2006) и утврђено је да овај модел даје резултате ближе

експерименталним, него онај који су користили Skye et al. (2006).

Behera et al. (2008) су применом RANS модела турбуленције моделирали струјање у вртложној цеви при чему загрејан флуид излази из вртложне цеви у аксијалном уместо у радијалном правцу. Разматрали су тродимензионално стишљиво турбулентно струјање ваздуха, који се сматра идеалним гасом. Нумеричко моделирање се спроводи у оквиру софтверског пакета Star-CD, и то применом $k - \varepsilon$ модела. У раду је утврђен релативни утицај механичког рада (услед вихора и градијента аксијалне брзине) и размене топлоте (услед разлике у вредностима статичке температуре различитих слојева флуида) на процес раслојавања температурског поља. Резултати показују да је градијент угаоне брзине који постоји између централних, бржих, и периферних, споријих, слојева радног флуида у вртложној цеви узрок размене енергије услед вискозног трења (енг. viscous shear). Последица овога је хлађење флуида у језгру и загревање флуида на периферији вртложне цеви. Ефекат размене енергије топлотом услед разлика у вредностима статичке температуре периферног и централног дела флуида у вртложној цеви је значајан само у улазном пресеку вртложне цеви. Установљено је да се струјање у вртложној цеви углавном одвија по закону принудног вртлога, изузев у улазном пресеку, где постоји и значајнији део струјања које се одвија по закону слободног вртлога. И статички и тотални притисак опадају скоро до атмосферског притиска у току струјања флуида од зауставне тачке према хладном крају вртложне цеви. Најмања вредност статичке температуре је на излазу из млазнице.

Rattanongphisat et al. (2008) су применом стандардног $k - \varepsilon$ модела и тродимензионалне мреже разматрали температурско поље и поље притиска у вртложној цеви, при чему су резултате нумеричког моделирања поредили са експерименталним подацима. Вредности температура излазног гаса су се добро поклопиле са експерименталним вредностима.

Ameri and Behnia (2009) су нумеричким моделирањем у оквиру пакета FLUENT показали да ако се притисак на улазу у вртложну цев повећава до одређеног нивоа, ефикасност вртложне цеви ће такође да расте. Са даљим повећањем притиска на улазу у вртложну цев доћи ће до пада ефикасности вртложне цеви.

Нумеричко моделирање струјања у комерцијалној вртложној цеви је тема и Secchiaroli et al. (2009). Примењена су моделирања великим вртлозима и RANS модели у оквиру комерцијалног софтвера за нумеричко моделирање FLUENT. Моделирања помоћу RANS модела су спроведена на осносиметричном прорачунском домену, док је за моделирања великим вртлозима прорачунски

домен био тродимензионалан како би се избегло наметање симетрије у структурама турбуленције. Струјна слика и профили брзина у различитим попречним пресецима вртложне цеви показују добро слагање са резултатима из претходних истраживања. Велике разлике између резултата добијених помоћу $k - \varepsilon$ и напонског модела су присутне код профила аксијалне брзине у пресецима далеко од топлог краја вртложне цеви, као и у профилима обимске брзине далеко од улазног пресека вртложне цеви. Резултати свих моделирања потврђују да је вредност радијалне брзине много мања у поређењу са друге две, па се ова брзина може занемарити у процесу анализе феномена раслојавања температурског поља у вртложној цеви. Моделирања RANS моделима турбуленције показују постојање рециркулационе вртложне структуре која се протеже целом дужином вртложне цеви. Пошто се моделирање великим вртлозима спроводи на тродимензионалном прорачунском домену, рециркулациона вртложна структура, која се јавља у овом случају, има комплекснију структуру. Моделирањем RANS моделима турбуленције се добија међусобно слично температурско поље у попречним пресецима који су далеко од улазног пресека вртложне цеви, док се моделирањем великим вртлозима добија нижа температура у коаксијалном делу вртложне цеви и значајно различита радијална расподела статичке температуре. Сprovedена је студија о утицају позиције отвора за излаз загрејаног радног флуида – радијално или аксијално. Закључено је да напонски модел даје резултате који нису подложни овом утицају, али резултати добијени применом $k - \varepsilon$ модела зависе од положаја овог отвора.

Dincer et al. (2010) су анализирали утицај промене димензија млазнице квадратног попречног пресека при различитим притисцима на улазу у вртложну цев. Највећи пад температуре је остварен за притисак гаса на улазу у вртложну цев од 300 kPa и пет млазница чији је пресек димензија 3 mm $\times$ 3 mm.

Dutta et al. (2010) су користили четири различита модела турбуленције ($k-\varepsilon$, RNG $k-\varepsilon$, $k-\omega$ и $k-\omega$ SST) за моделирање феномена раслојавања температурског поља вртложне цеви. Приметили су да се применом стандардног $k - \varepsilon$ модела добијају резултати који су најближи експерименталним.

Eiamsa-ard (2010) је истраживао ефекте промене броја млазница у облику пужа, пречника отвора за излаз охлађеног ваздуха као и различите вредности притиска на улазу у вртложну цев. Закључено је да вртложна цев са млазницама у облику пужа остварује нижу температуру охлађеног радног флуида у односу на вртложну цев са уобичајено тангенцијално постављеним млазницама, за исти масени удео протока охлађеног радног флуида и исти

притисак на улазу у вртложну цев.

У раду Shamsoddini and Nezhad (2010) се истражује утицај броја млазница на струјно поље, снагу хлађења и на температуру охлађеног флуида који излази из вртложне цеви. Претпоставља се тродимензионални модел струјања. Прорачун је спроведен у оквиру пакета FLUENT применом RNG $k - \varepsilon$ модела. Радни флуид је ваздух који је посматран као идеалан гас, QUICK схема је коришћена за дискретизацију конвективних чланова. Резултати добијени овим моделирањем су поређени са одговарајућим резултатима из Aljuwayhel (2003). Закључено је да са порастом броја млазница долази до значајног пораста снаге хлађења вртложне цеви и умереног снижења температуре охлађеног ваздуха. Расхладна снага вртложне цеви са осам млазница је за 8,7% већа у односу на вртложну цев са две млазнице. Ограничавајући фактор за велики број млазница вртложне цеви је мали пречник топле цеви. У раду је показано да је претпоставка о осносиметричности струјања валидна само у случају великог броја млазница. На излазу из млазница се формирају вртлози, чији се број и величина за сваку млазницу смањује са порастом броја млазница. Ови вртлози имају велику улогу у мешању хладног и топлог флуида унутар вртложне цеви. Температура флуида у сваком од ових вртлога опада радијално према центру вртлога. Смањењем броја вртлога долази до смањења мешања охлађеног са загрејаним флуидом. Утицај броја и положаја млазница на рад вртложне цеви је предмет и радова Avcı (2013) и Hamdan et al. (2013).

Baghdad et al. (2011) су у оквиру пакета FLUENT спровели нумеричко моделирање тродимензијског струјања ваздуха у вртложној цеви применом двоједначинских модела: $k - \varepsilon$, $k - \omega$ и $k - \omega$ SST као и напонског модела турбуленције. Резултати нумеричког моделирања су поређени са резултатима доступним из литературе. У оквиру овог истраживања су вариране вредности притиска на улазу у вртложну цев. Сви од употребљених модела турбуленције су успевали да предвиде довољно добро генералну слику струјања. Међутим, довољно добро поклапање температура загрејаног и охлађеног ваздуха на излазу из вртложне цеви је постигнуто једино применом напонског модела турбуленције.

Bramo and Pourmahmoud (2011) су применом тродимензионалног стационарног модела струјања у вртложној цеви и стандардног $k - \varepsilon$ модела турбуленције истраживали утицај вредности количника дужине и пречника вртложне цеви на њен рад, као и значај постојања зауставне тачке у струјној слици унутар вртложне цеви. Разматрали су и друге двоједначинске моделе, али они нису конвергирали. Закључили су да повећање односа дужине према

пречнику вртложне цеви изнад 9,3 не доприноси побољшању перформанси вртложне цеви. За ову оптималну вредност L/D остварена је разлика између температура загрејаног и охлађеног гаса од 61,26 °C. Најнижа температура охлађеног гаса се постиже за масени удео хладног гаса $\xi = 0,3$. Показали су да је за употребу вртложне цеви као расхладног уређаја потребно да масени удео хладног флуида буде што мањи.

Dutta et al. (2011) су у свом раду уз помоћ стандардног $k - \varepsilon$ модела турбуленције у оквиру софтверског пакета FLUENT разматрали ваздух, у својству радне материје у вртложној цеви, као реалан и идеалан гас. Посматрали су рад вртложне цеви како на нормалним атмосферским температурама тако и на криогеним. Без обзира на то како се ваздух посматра (као идеалан или као реалан гас) резултати моделирања су блиски експерименталним резултатима, при чему су добијена боља слагања за ваздух као реалан гас. Из профила обимске брзине се закључује да у вртложној цеви влада углавном принудни вртлог. Највећа вредност обимске брзине је уочена на излазу из млазнице и она је последица експанзије ваздуха кроз млазницу. Температурска разлика која се остварује при криогеним температурама је доста мања од оне, која је резултат рада вртложне цеви на нормалној атмосферској температури. Профили обимске брзине на атмосферској и криогеној температури су међусобно слични, с тим што је вредност ове брзине нешто мања у криогеним условима.

Rahman and Mujumdar (2011) су извршили моделирање процеса у вртложној цеви на тродимензионалном домену применом стандардног $k - \varepsilon$, $k - \omega$, RNG $k - \varepsilon$ и RNG $k - \varepsilon$ модела са ефектима ротације. Најбоље сагласје са резултатима сопствених мерења је показао RNG $k - \varepsilon$ модел. Резултати указују на закључак да је раслојавање температурског поља последица размене момента количине кретања између саосног и периферног дела струјног поља вртложне цеви. Такође, са повећањем притиска гаса на улазу у вртложну цев, долази до интензивирања раслојавања температурског поља.

Параметарска анализа рада вртложне цеви у пакету FLUENT, уз коришћење модела Spalart-Almaras, $k - \varepsilon$ и напонског модела, је тема рада Khazei et al. (2012). У раду је претпостављено стационарно дводимензионално осносиметрично струјање са вихором. У овом раду се разматра пет различитих пречника вртложне цеви. Као радне материје су коришћени хелијум, ваздух, азот, кисеоник, угљендиоксид, амонијак и вода, како би се видело који ће се од ових флуида највише охладити на излазу из вртложне цеви. Истраживани су и утицаји облика и величине излазног пресека за загрејан флуид из вртложне

цеви на перформансе вртложне цеви. Регулациони вентил би требало да буде што више удаљен од млазница, око $25D$, како би гас који долази у тај део вртложне цеви имао што мању обимску брзину. Закључили су да се снижење температуре на излазу из вртложне цеви повећава са повећавањем експонента изентропе гаса, који се убацује у вртложну цев, као и да се раслојавање температурског поља интензификује за гас са што мањом вредношћу моларне масе.

Pourmahmoud et al. (2012a) истражују утицај хеликоидног облика млазница и њиховог броја на расхладни учинак вртложне цеви. Испитивано је радијално растојање улаза ових млазница од вртложне цеви. Разматрали су стишљиво турбулентно и изразито ротирајуће, стационарно и тродимензионално струјање радног флуида применом стандардног $k - \epsilon$ модела. Показано је да овај облик млазница омогућава постизање већих брзина у обимском правцу у различитим пресецима вртложне цеви и да је, употребом оваквих млазница, ефекат раслојавања поља температуре израженији. Такође, долази до померања зауставне тачке низструјно према топлотном крају цеви. Са повећањем броја млазница долази до повећања температурске разлике, али је уочено да се коефицијент хлађења не мења значајно под утицајем промене облика млазница.

Циљ рада Pourmahmoud et al. (2012b) је доказати претпоставку да свака вртложна цев има оптималну вредност притиска на улазу, који обезбеђује задовољавајуће перформансе вртложне цеви. Нумеричка моделирања су спроведена у оквиру софтверског пакета FLUENT, применом стандардног $k - \epsilon$ модела. Разматрано је тродимензионално, стационарно, стишљиво турбулентно струјање флуида. Резултати су поређени са експериментом из Skye et al. (2006). Спроведено је поређење резултата моделирања у зависности од граничних услова за притисак на излазном пресеку из вртложне цеви (pressure outlet, pressure far-field), и закључено да нема неких значајних разлика у добијеним резултатима. Утврђено је да са порастом притиска гаса на улазу у вртложну цев долази до појава осцилација у вредности температуре охлађеног флуида на излазу из вртложне цеви, те је стога потребно одредити оптималну вредност притиска на улазу у овај уређај. Осцилације, иако мањег интензитета, су присутне и у вредности температуре загрејаног радног флуида. У оквиру спроведених нумеричких моделирања уочена је појава ударних таласа на самом излазу из млазнице. Према томе, мора се водити рачуна о вредности притиска на улазу, како би се избегла појава ударних таласа. Максимална вредност Маховог броја у овом истраживању је била 1,55.

Термофизичке особине гасова који се користе у вртложним цевима се

разматрају у: Ouadha et al. (2013), Han et al. (2013), Agrawal et al. (2014), Thakare and Parekh (2014) и Thakare and Parekh (2015). У Thakare and Parekh (2014) и Thakare and Parekh (2015) се разматрају утицаји топлотне дифузивности, Прандтловог броја, гасне константе, топлотне проводљивости флуида на рад вртложне цеви. Испитујући осам различитих гасова, применом модела Spalart-Almaras, стандардног $k - \varepsilon$, $k - \omega$ и напонског модела, закључено је да са порастом топлотне дифузивности и топлотне проводљивости долази до интензивирања раслојавања температурског поља у вртложној цеви. Са порастом вредности гасне константе снижава се температурска разлика остварена у вртложној цеви. Прандтлов број нема неког утицаја на размере раслојавања температурског поља. Од разматраних гасова, највећа температурска разлика на излазима вртложне цеви се остварује када овај уређај ради са азотом, док се најмањи ефекат раслојавања температурског поља остварује са употребом угљендиоксида. Ouadha et al. (2013) су показали да, уколико се посматрају само интегрални параметри рада вртложне цеви, није од великог значаја да ли ће у току прорачуна термофизичке особине радне материје у вртложној цеви имати константне или променљиве вредности. Agrawal et al. (2014) показују да расхладни ефекат вртложне цеви зависи од моларне масе и специфичног топлотног капацитета гаса. Од гасова са којима су они радили, вртложна цев даје најбоље резултате са угљендиоксидом у односу на ваздух и азот, што су објаснили његовом већом моларном масом и мањим експонентном изентропе. Han et al. (2013) тврде да су најважније карактеристике гасова, које утичу на рад вртложне цеви, експонент изентропе, кинематичка вискозност и топлотна проводљивост.

Kandil and Abdelghany (2015), на основу нумеричког моделирања рада вртложне цеви применом стандардног $k - \varepsilon$ модела турбуленције у оквиру софтвера FLUENT, закључују да се најнижа температура на излазу охлађеног гаса постиже за најмању вредност количника пречника отвора за излаз охлађеног гаса и пречника топле цеви, $(d/D)_{\min}$, и при најмање могућем масеном уделу охлађеног гаса ξ . Највиша температура загрејаног гаса се остварује за највећи количник d/D и највећу могућу вредност ξ . При мањим вредностима количника d/D у струјном пољу вртложне цеви се уочавају зоне секундарне циркулације, које, према ауторима овог рада, не утичу на рад вртложне цеви.

Pourmahmoud et al. (2014) су применом стандардног $k - \varepsilon$ модела на оносиметрични домен разматрали процес раслојавања температурског поља у вртложној цеви са две вртложне коморе, тј. са два улазна пресека. Закључено је да се са повећањем растојања између два улазна пресека остварују како најнижа

температура охлађеног гаса, тако и највиша температура загрејаног гаса.

Thakare et al. (2015b) су применом стандардног $k - \epsilon$ модела у оквиру софтверског пакета FLUENT спровели параметарску анализу рада вртложне цеви на дводимензионалном прорачунском домену. Према њиховим резултатима, масени удео охлађеног гаса је важан параметар који утиче на интензитет температурске стратификације у вртложној цеви. Приказано је постојање рецикулационог струјања у близини улазног пресека вртложне цеви. Ово је пропраћено повратним струјањем на излазу охлађеног гаса за мање вредности масеног удела хладног гаса.

Manimaran (2016) је нумерички истраживао утицај облика млазнице на стратификацију температурског поља у вртложној цеви. Разматрани су правоугаони и трапезоидални облик млазница различитих односа страница. Закључено је да се за млазницу чији је однос страница већи долази до интензивнијег раслојавања температурског поља. Такође, према истом критеријуму, млазница чији је попречни пресек у облику трапеза је повољнија у односу на ону чији је попречни пресек правоугаоник. Постоји оптимална вредност односа у дужинама страница, после које температурска разлика на излазу и улазу почиње да опада. Наставак овог истраживања се приказује у Manimaran (2017). Овде се нумеричким путем разматра утицај броја млазница чији је попречни пресек у облику трапеза на стратификацију температурског поља у вртложној цеви. Према резултатима овог рада, највећи пад температуре је код вртложне цеви са једном млазницом. Вредности кинетичке енергије турбуленције и вртложности у смичућем слоју опадају са порастом броја млазница.

Rafiee and Sadeghiazad (2016b) истражују нумеричким путем раслојавање температурског поља у вртложној цеви у различитим условима рада. Коришћен је стационарни прорачун применом стандардног $k - \epsilon$ модела на 3Д прорачунском домену, за различите гасове који се користе у вртложној цеви: ваздух, азот, кисеоник, угљендиоксид и азотдиоксид. Закључено је да употреба азотдиоксида има за последицу највећи пад температуре гаса на хладном крају.

Rafiee and Sadeghiazad (2017b) су експериментално путем и коришћењем софтвера FLUENT истраживали утицај облика пригушног вентила на рад вртложне цеви. Са смањењем растојања између зауставне тачке у струјном пољу вртложне цеви и пригушног вентила долази до повећања пада температуре на излазу из вртложне цеви. У разматрање се уводи нови облик пригушног вентила – сферични. Овај облик пригушног вентила је неосетљив на промену броја млазница вртложне цеви. Такође, утицај притиска на улазу у

вртложну цев са сферичним обликом пригушног вентила се разликује у односу на утицај овог параметра код вртложних цеви са другим облицима пригушног вентила.

Технике визуализације су такође имале примену у истраживању феномена раслојавања температурског поља у вртложној цеви. Међу првим радовима на ову тему су: MacGee (1950), Lay (1959), Sibulkin (1961), Smith (1962a), Smith (1962b). MacGee (1950) је за потребе визуализације употребио боју, Sibulkin (1961) је користио мешавину угља у праху и уља, док је Smith (1962a) и Smith (1962b) оба пута угаљ у праху мешао са димом. Прву успешну визуализацију у вртложној цеви су спровели Arbuzov et al. (1997).

Arbuzov et al. (1997) су истраживали струјно поље у вртложној цеви квадратног попречног пресека, дужине странице од 3,4 cm, провидних зидова, и дужине цеви од 1 m. Утврђено је постојање двоструке хеликоидне структуре унутар цеви. Уочено је да на топлотном крају цеви извршен део ваздуха излази из цеви периферно, док се остатак усмерава ка осни цеви чиме се повећава вртложност централног дела флуида. На излазу из вртложне цеви измерен је пад тоталне температуре охлађеног ваздуха од 14 °C. У раду је закључено да је највероватнији узрок загревања и хлађења ваздуха у вртложној цеви последица како дисипације у граничном слоју на зиду цеви тако и адијабатског хлађења гаса у саосном делу цеви, које се јавља услед појаве јаког вртложења флуида у овом делу цеви, те последичног опадања притиска у истом.

У Hue et al. (2010, 2011) су искључили могућност визуализације у вртложној цеви која ради са ваздухом под притиском, те су за потребе визуализације струјног поља у овом уређају користили вртложну цев која ради са водом. Ово су оправдали сличношћу поља притиска у вртложној цеви која ради са ваздухом, у којој се ефекат стишљивости може занемарити, и поља притиска у цеви са водом. За визуализацију су користили боју, уље, балончиће водоника, мехуриће ваздуха као и мале делиће пластике. Неком врстом визуализације су се бавили и у bin Yusof et al. (2015), где је уочено повратно струјање на хладном крају вртложне цеви. Zhang et al. (2016) су анализирали процес распадања вртлога у вртложној цеви.

Ради комплетности прегледа доступне литературе у овом тренутку, у наставку се наводе и литературни извори који нису у директној вези са овом дисертацијом.

Дивергентна вртложна цев је тема радова: Chang et al. (2011), Devade and Pise (2014), Guen et al. (2013), Rafiee and Sadeghiazad (2016a) и Rafiee and Sadeghiazad (2017a). Chang et al. (2011) су разматрали утицаје вредности

угла дивергентне вртложне цеви, односа дужине према пречнику цеви и броја млазница на перформансе вртложне цеви. Показали су да са повећањем броја млазница долази до снижавања температуре охлађеног флуида. Одређен је оптималан угао дивергентне вртложне цеви који, за дате радне услове, износи 4° . Guen et al. (2013) су као оптималну вредност угла дивергентне вртложне цеви навели 20° .

Devade and Pise (2014) су поредили рад дивергентне и цилиндричне вртложне цеви. Показали су да са дивергентном вртложном цевљу могу да се постигну истовремено већи масени удели охлађеног флуида и његова нижа температура на излазу. Конкретно, у овом случају разлика између температура охлађеног флуида у цилиндричној и дивергентној вртложној цевљу је 63%, док је коефицијент хлађења (COP) већи за 102% у корист дивергентне вртложне цеви. Rafiee and Sadeghiazad (2017a) су нумеричким путем истраживали утицај угла пригушног вентила, његовог пречника, дужине топле цеви, броја млазница, угла дифузора на стратификацију температурског поља.

Valipour and Niazi (2011), Bovand et al. (2014a), Bovand et al. (2014b) и Rafiee et al. (2016) су испитивали утицај кривине вртложне цеви на температурску разлику радног флуида на излазима из вртложне цеви, као и на расхладни учинак вртложне цеви.

Процес раслојавања температурског поља у двострујним вртложним цевима је разматран у Piralishvili and Polyaev (1996), Khait et al. (2012), Alekhin et al. (2015) и Bianco et al. (2016). Основна разлика вртложне цеви са двоструком циркулацијом у односу на класичну конструкцију јесте у постојању додатног улаза гаса у близини места где загрејан гас напушта вртложну цев. У Khait et al. (2012) су прорачун спроводили у OpenFOAM-у, при чему су користили солвер sonicFoam. Разматрали су утицаје промене дужине топле цеви, њеног угла (реч је о конвергентној цевљу), пречника отвора за излаз охлађеног гаса и пречника додатне млазнице на рад вртложне цеви. Иако се вредности нумеричких прорачуна за неке величине нису поклапале са референтним експерименталним вредностима, тренд разматраних величина је исти, те су аутори овог рада извели закључке у погледу оптималних вредности разматраних делова геометрије. У Alekhin et al. (2015) су за анализу рада исте двострујне вртложне цеви користили приступ моделирања великим вртложима. Трострујна вртложна цев је тема рада Zhidkov et al. (2015).

Каскадне вртложне цеви су тема радова Dincer (2011) и Bej and Sinhamahapatra (2016). У циљу побољшања ефикасности рада вртложне цеви, у каскаду су повезане три односно шест супротносмерних вртложних цеви и њихов рад

је поређен са радом обичне супротносмерне вртложне цеви. Закључено је да повезивање вртложних цеви у каскаду побољшава перформансе вртложне цеви, будући да су постигнуте вредности пада/пораста температуре гаса за исти притисак гаса на улазу у вртложну цев следеће: обична вртложна цев: $11,1^{\circ}\text{C}/45,3^{\circ}\text{C}$, три вртложне цеви у каскади: $15,4^{\circ}\text{C}/56,1^{\circ}\text{C}$ и за шест вртложних цеви у каскади: $19,3^{\circ}\text{C}/63,6^{\circ}\text{C}$. Са повећањем притиска гаса на улазу у вртложну цев, ове температурске разлике постају још убедљивије у корист каскадних вртложних цеви.

Ексергијска анализа рада вртложне цеви је тема у: Saidi and Yazdi (1999), Cao et al. (2003a), Kirmaci and Uluer (2009), Dincer et al. (2010), Dincer et al. (2011), Xue (2012), Xue et al. (2013a), Xue et al. (2013b), Xue et al. (2014) и Devade and Pise (2016).

Rafiee and Sadeghiazad (2017b) приказују резултате истраживања утицаја различитих геометријских параметара на рад истосмерне вртложне цеви.

Прегледни радови Eiamsa-ard and Promvonge (2008b), Yilmaz et al. (2009), Subudhi and Sen (2015), Thakare et al. (2015a), Sharma et al. (2017) су врло корисни за упознавање са материјом.

1.3 Структура рада и поступци истраживања

У поглављу 1 је дат историјски развој хлађења, од најстаријих цивилизација до данашњих дана. Такође, представљен је и развој расхладних флуида који је пратио развој расхладних машина, истовремено се прилагођавајући правилима опште безбедности, као и правилима међународне заједнице по питању очувања екосистема, заштите озонског омотача и смањења ефекта глобалног загревања. Потом су детаљно приказани резултати досадашњих научно-стручних истраживања.

Теоријска разматрања у вези са вртложном цеву, као расхладним уређајем, су представљена у оквиру поглавља 2. Описана је основна конструкција уређаја, као и њени сложенији облици. Приказане су основне величине које су од значаја за оцену рада вртложне цеви. Представљене су могућности за примену овог уређаја у свакодневном животу и индустрији. Ово поглавље је заокружено прегледом радова и резултата из области феномена раслојавања температурског поља, присутног како у вртложној цеву, тако и у другим струјним просторима и условима струјања.

Основне једначине кретања непрекидне средине разматране су у оквиру поглавља 3. Полазећи од основних принципа одржања масе, промене количине

кретања и одржања енергије изводе се једначине којима се описује струјање флуида у општем случају. Уводећи одређене конститутивне релације, прелази се на истраживање њутновских флуида, те се приказују Навије-Стоксове једначине. Будући да се у раду разматра турбулентно и то стишљиво струјање, представљају се методе осредњавања које се примењују у изучавању оваквог струјања. Услед одређених потешкоћа, Рејнолдсова статистика и осредњавање се не користе при описивању турбулентног стишљивог струјања, те се приказује Фавреово осредњавање тј. осредњавање по маси. Последње странице овог поглавља су посвећене анизотропности турбуленције и Ламлијевој мапи анизотропности. Све једначине су писане у инваријантном облику, дакле, преко објеката. Ово олакшава тумачење појединих чланова у приказаним једначинама, а такође је и у вези је са начином записивања једначина у оквиру софтвера који је коришћен за истраживања у оквиру ове дисертације - OpenFOAM. Овај софтвер је објектно оријентисан.

Управо овом софтверу је посвећено поглавље 4. Поред основних информација у вези са OpenFOAM-ом, описани су и различити приступи моделирању турбуленције, као и различити модели коришћени у оквиру истраживања. Посебан одељак је посвећен модификацији постојећих солвера, са циљем стварања могућности за препознавање раслојавања поља тоталне температуре при различитим условима струјања флуида.

У оквиру поглавља 5 су дати резултати нумеричких прорачуна са одговарајућим коментарима. Најпре је урађена верификација и валидација модификованих солвера. На једној од вртложних цеви приказани су резултати како старих, већ постојећих, тако и нових, модификованих, солвера. Након тога су приказани резултати рада модификованих солвера на још две геометрије вртложне цеви. Верификација и валидација нових солвера је спроведена и у случају опструјавања цилиндра, као и при струјању гаса у слободном осносиметричном млазу. У другом делу овог поглавља, стратификација поља тоталне температуре у једној од вртложних цеви се разматра применом инваријанте теорије у турбуленцији. Разматра се утицај затварања отвора за излаз охлађеног гаса, тј. смањивања масеног удела охлађеног гаса, како на анизотропност турбуленције у вртложној цеви, тако и на профиле струјно-термодинамичких величина и интегралних параметара у вртложној цеви. Анализира се пренос енергије у вртложној цеви. Између осталог, анализира се утицај центрифугалне силе и њене равнотеже са центрипеталним градијентом притиска на процесе преноса у вртложној цеви. Завршне странице петог поглавља су посвећене параметарској анализи рада вртложне цеви. Приказани

су резултати у вези са утицајем турбулентног Прандтловог броја и односа дужине према пречнику топле цеви на раслојавање поља температуре које се одвија у вртложној цеви.

Поглавље 6 представља закључна разматрања, након којег следи ненумерисано поглавље посвећено литературним изворима који су проучени приликом израде ове дисертације. Набројано је 242 референце.

*Maybe the so-called Maxwell demon is
present in the device that separates
cold and hot molecules from each other,
creating the temperature difference.*

(Liew et al., 2012)



Вртложна цев и феномен раслојавања температурског поља

У оквиру овог поглавља се говори о историјату вртложне цеви и њеној геометрији у основном облику. Потом су приказане вртложне цеви сложеније геометрије и њихова примена. Након тога се разматра физика феномена раслојавања поља температуре, како у вртложној цеви, тако и у другим струјним просторима. Феномен раслојавања температурског поља постоји у вртложном трагу иза цилиндра, у смичућем слоју млаза, иза лопатица турбина и сл. Ово поглавље служи читаоцу за упознавање са једним од веома важних феномена који се може искористити у најразличитије сврхе.

Тридесетих година прошлог века, замишљен над својим истраживањем у вези са центрифугалном сепарацијом, сасвим случајно, француски физичар Georges J. Ranque увидео је да на једној страни његовог сепаратора излази охлађен, а на другој страни загрејан ваздух. Ово га је заинтересовало, те је напустио првобитно истраживање и наставио је спроводио експериментална истраживања у вези са овим новооткривеним феноменом, са циљем изналажења могућности за комерцијалну употребу оваквог уређаја.

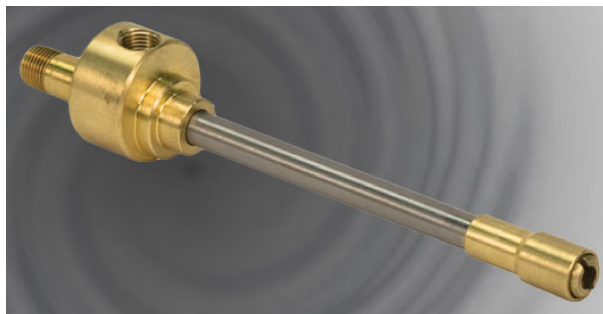
Ranque-у је 1932. године признат патент код Француског патентног друштва Ranque (1932), док је 1934. године патент за овај уређај признало и Америчко патентно друштво, Ranque (1934). Јуна 1933. је Француском друштву физичара представио свој рад на тему вртложне цеви Ranque (1933) и том приликом понудио објашњење феномена раслојавања температурског поља. Током Другог светског рата није било интересовања за даље истраживање феномена присутног у вртложној цеви. Тек је 1944. године немачки инжењер Rudolf Hilsch обновио интересовање за овај уређај, обавио низ експеримената на овом уређају и 1946. године објавио рад са комплетним резултатима, Hilsch (1946). Желео је да вртложну цев примењује за хлађење подземних рудника, у чему није успео, али је зато почео користити као замену за амонијачну инсталацију у лабораторијском постројењу за утечњавање ваздуха. Убрзо је вртложна цев

постала плодно тле истраживања различитог типа, што потврђује и преглед доступне литературе из ове области у оквиру претходног поглавља.

Иако је и до дана данашњих, вртложна цев остала уређај малог степена ефикасности, она је, својом једноставношћу конструкције и рада, као и не тако занемарљивим опсезима температура који се могу помоћу ње остварити, пронашла пут до својих корисника у различитим областима индустрије и свакодневног живота.

2.1 О вртложној цеви

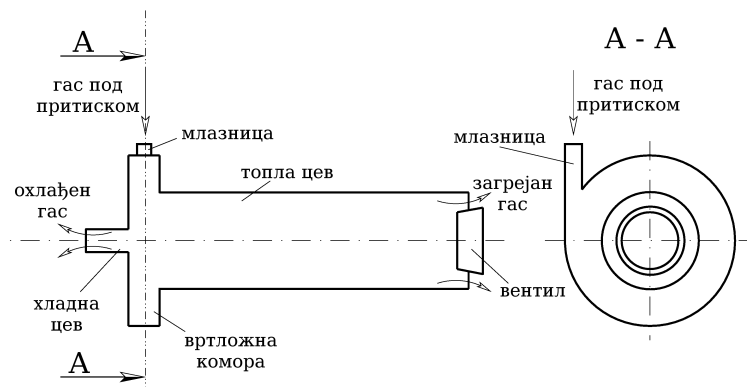
Вртложна цев је уређај без покретних делова у којем долази до спонтаног раслојавања температурског поља, и то тако што се флуид у периферном делу вртложне цеви загрева, док се онај који струји у њеном саосном делу хлади.



Слика 2.1: Изглед супротносмерне вртложне цеви, <http://www.vortec.com/images/ProductSlider/VortexTubes/2.jpg>

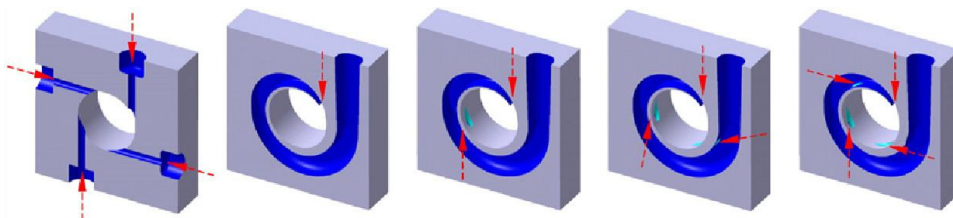
У свом најједноставнијем облику, вртложна цев се састоји од дугачке праве цеви у коју се под високим притиском, кроз једну или више млазница, тангенцијално у односу на зид цеви, убацује гас (слика 2.2). Ова дугачка цев је у аксијалном правцу отворена према атмосфери на оба краја. На крају на коме се налазе млазнице овај отвор је централни и кроз њега излази охлађен гас, док се на супротном крају налази периферни отвор кроз који излази загрејан гас. На овом крају се налази и вентил чијим се померањем у аксијалном правцу може регулисати масени проток радне материје у вртложној цеви, па посредно и температуре овог гаса које се остварују у вртложној цеви.

На слици 2.2 је приказана упрошћена геометрија вртложне цеви. Најчешће се у унутрашњости вртложне коморе налази више млазница које могу бити различитог облика. Оне у ствари усмеравају гас у унутрашњи део вртложне цеви (слике 2.4 и 2.5). То значи да споља гледано, на вртложној цеви може да постоји једна млазница, али унутар вртложне коморе их може бити више. „Спољашња“ млазница у ствари представља везу вртложне цеви са



Слика 2.2: Супротномерна вртложна цев.

компресором. Млазнице могу бити различитих облика попречних пресека: кружних, квадратних, правоугаоних. При томе оне могу бити праволинијске, а могу бити у виду пужа, спирале и сл.



Слика 2.3: Различити облици и различити бројеви млазница, Eiamsa-ard (2010).



Слика 2.4: Изглед шест, четири, три и пет млазница, Mohanty and Ray (2012).

Поред различитих облика млазница, на вртложној цеви може бити само једна млазница (слика 2.2), или их може бити више (слике 2.3 и 2.4). На слици 2.3, прва са леве стране, је приказано четири „обичне“ тангенцијалне млазнице, док је на осталим приказана млазница у облику пужа, са више улаза у унутрашњи простор вртложне цеви (означено стрелицама).

Као што је већ речено, вентил се помера у аксијалном правцу, чиме условљава регулацију масеног протока гаса у вртложној цеви. Масени удео хладног гаса се одређује применом израза

$$\xi = \frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_{in}}, \quad (2.1)$$



Слика 2.5: Различити облици млазница, Carrascal and Lizzaraga (2013).

где су $\dot{m}_c$ и $\dot{m}_{in}$ масени проток охлађеног гаса на излазу из цеви односно масени проток гаса на улазу у вртложну цев. Уколико се вентил приближи централном делу вртложне цеви, смањује се масени проток загрејаног гаса, те повећава масени проток охлађеног гаса и масени удео охлађеног гаса тежи јединичној вредности, и обрнуто. На овај начин се посредно регулише и пад температуре охлађеног гаса

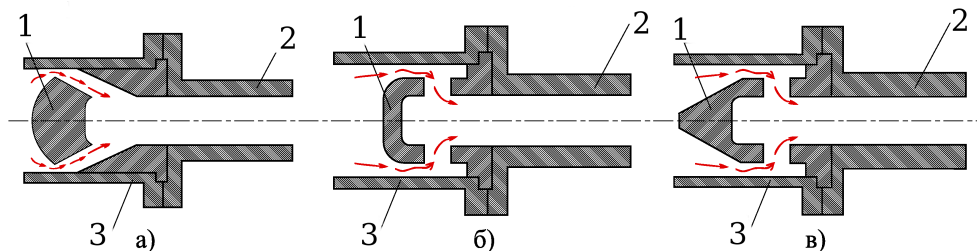
$$\Delta\vartheta_c = \vartheta_{in} - \vartheta_c, \quad (2.2)$$

односно пораст температуре загрејаног гаса:

$$\Delta\vartheta_h = \vartheta_h - \vartheta_{in}. \quad (2.3)$$

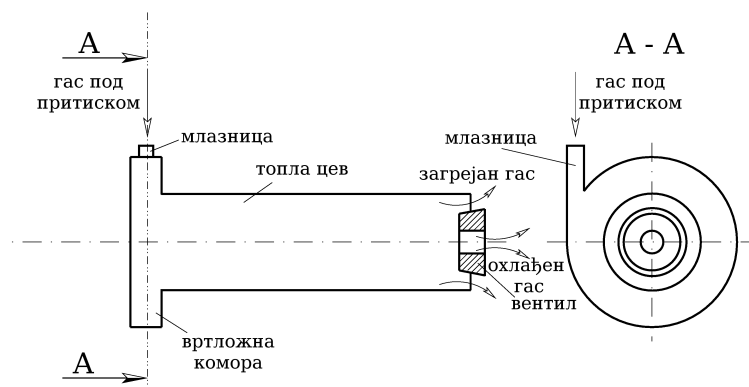
Овде су са ϑ_{in} , ϑ_c , ϑ_h редом означене температура флуида на улазу у вртложну цев, температура охлађеног и загрејаног флуида на одговарајућим излазима из вртложне цеви.

Вентил може имати различите облике (слика 2.6), а може бити и равна површина на излазу из вртложне цеви, чији је пречник мањи од пречника унутрашње површи вртложне цеви. Када је реч о вентилу у облику конуса, постоје варијације на тему величине угла при врху овог конуса.



Слика 2.6: Различити облици вентила вртложне цеви: а) сферични, б) у облику плоче, в) конусни: 1 - вентил, 2 - цев за одвод загрејаног гаса, 3 - вртложна цев, Gao (2005).

Подела вртложних цеви се може извршити по више основа. Најједноставнија је подела по смеру струјања загрејаног и охлађеног гаса у њој. Према овом параметру, разликују се истосмерне и супротносмерне вртложне цеви. Код првих се отвори за излаз охлађеног и загрејаног гаса налазе на истој страни вртложне цеви (слика 2.7), док се код супротносмерне вртложне цеви ови отвори налазе на супротним крајевима цеви, како је то објашњено у уводном делу овог поглавља (слика 2.1). Истосмерне вртложне цеви имају мањи степен ефикасности у односу на супротносмерне вртложне цеви еквивалентних димензија (Sibulkin, 1961), па су стога и мање заступљене.

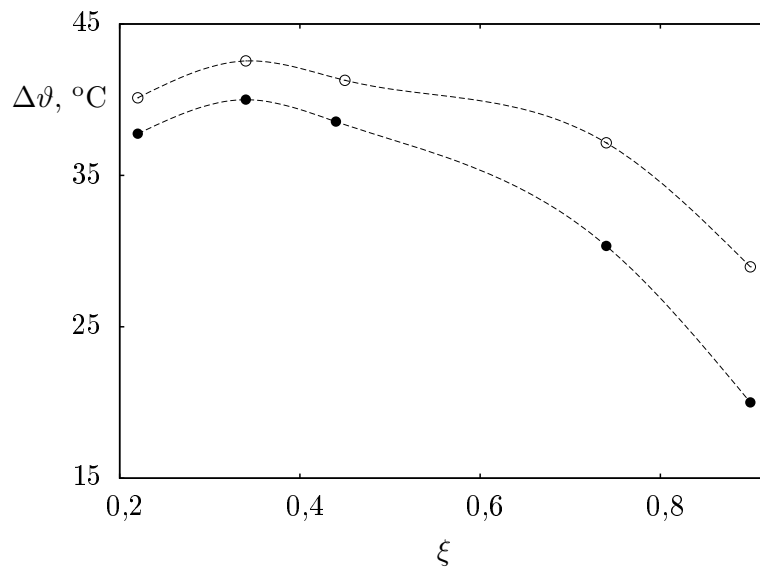


Слика 2.7: Истосмерна вртложна цев.

Даље, вртложне цеви се деле на адијабатске (нехлађене) и неадијабатске (хлађене), у зависности од тога да ли је цев топлотно изолована или није. У случају да цев није изолована, постоји размена енергије топлотом између загрејаног гаса у цеви, који струји у периферним деловима попречних пресека цеви, и околине преко зида вртложне цеви. Још је Ranque указао на могућност повећавања пада температуре охлађеног гаса, увођењем хлађења загрејане површи цеви (слика 2.8), Мартинов и Броднскиј (1976).

Јасно, ово се користи онда када је важно постићи одређени расхладни учинак, а температура загрејаног гаса, као ни његов проток ($\xi \rightarrow 1$), није од значаја (слика 2.8). Утицај хлађења топле цеви је разматран и у раду Eiamsa-ard et al. (2010). С обзиром на то да је било тешко остварити масени удео охлађеног гаса у близини јединичне вредности са вртложним цевима класичне конструкције, дошло се на идеју да се уместо цилиндричне цеви за загрејан гас, употреби консуна. Ово је довело до појаве дивергентних вртложних цеви које су краће у односу на цилиндричне вртложне цеви за исти степен корисности.

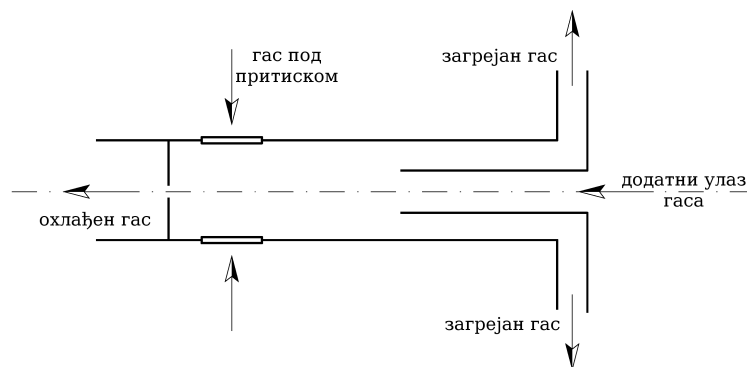
У данашње време постоје вртложне цеви сложеније конструкције, а и уређаји у оквиру којих је повезано више вртложних цеви. На пример, постоје вртложне цеви код којих се удувава додатни гас у саосни део цеви где је нижи притисак



Слика 2.8: Пад температуре охлађеног ваздуха хлађене (пун симбол) и адијабатске (празан симбол) вртложне цеви, Мартинов и Броднски (1976).

у односу на остатак струјног простора (слика 2.9), те је масени удео охлађеног гаса већи од јединице. На тај начин се постиже за 30% већа ефикасност у односу на вртложне цеви другачије конструкције, Yilmaz et al. (2009).

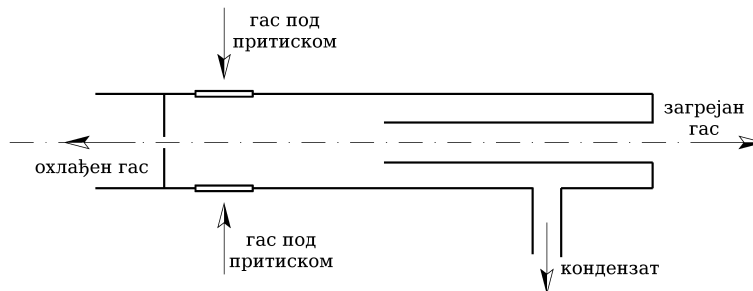
Још један вид вртложне цеви јесте и трострујна вртложна цев (слика 2.10). У овој цеви постоји прстенасти део, у којем се издваја кондензат из главног тока у вртложној цеви. Ово су, дакле, вртложне цеви које се користе за издвајање влаге из гасова, и то прилично ефикасно, будући да је могуће издвојити од 40% до 90% влаге из радне материје вртложне цеви.



Слика 2.9: Изглед вртложне цеви са додатним удувањем гаса у њеном саосном делу, Yilmaz et al. (2009).

Takahama et al. (1979) су за радну материју у вртложној цеви користили водену пару, док су Collins and Lovelace (1979) користили двофазни пропан. Сушење ваздуха помоћу вртложне цеви је тема рада Stanescu et al. (2012). Код двофазних радних материја је за процес раслојавања температурског поља,

односно раздвајање фаза, од велике важности степен сувоће двофазне материје. Када је степен сувоће већи од неке критичне вредности, долази до раслојавања температурског поља у вртложној цеви.



Слика 2.10: Трострујна вртложна цев, Yilmaz et al. (2009).

Вртложне цеви се могу користити и за раздвајање гасова из гасне мешавине. Прве радове из ове области су објавили Linderstrom-Lang (1967) и Marshall (1977), који су користили мешавине кисеоника и азота, угљендиоксида и хелијума, угљендиоксида и ваздуха и друге мешавине. Касније се вртложна цев користила и за концентрисање угљендиоксида из природног гаса, Raterman et al. (2001), издвајање метана из његове мешавине са азотом, Kulkarini and Sardesai (2002), а Poshernev and Khodorkov (2003) и Poshernev and Khodorkov (2004) су се бавили утечњавањем природног гаса у дивергентној вртложној цеви. Crocker et al. (2003) се баве издвајањем кисеоника и азота из ваздуха помоћу вртложне цеви, док су Mohammadi and Farhadi (2014) као радну материју у вртложној цеви користили течни нафтни гас и мешавину течног нафтног гаса и азота.

Sadi and Farzaneh-Gord (2014) у разматрање уводе прстенасту вртложну цев, у којој загрејан гас, по напуштању топле цеви, бива усмерен кроз прстенасти простор према хладном крају цеви, где непосредно пре пресека у којем су млазнице, напушта вртложну цев. На овај начин, како тврде аутори, се побољшавају перформансе вртложне цеви.

Ово су само неке од конструкција вртложне цеви. За више детаља и опширнију анализу, читалац се упућује на: Пиралишвили et al. (2000), Yilmaz et al. (2009), Мартинов и Броднский (1976), Меркулов (1969).

2.2 Могућности за примену вртложних цеви

Температуре загрејаног односно охлађеног гаса које се могу постићи у вртложној цеви су 190°C , односно -40°C . У светској литератури су објављене још више односно ниже вредности ових температура, следствено,

али се наведене вредности сматрају уобичајеним, Eiamsa-ard and Promvonge (20086). Дакле, и поред тога што је механизам који условљава раслојавање температурског поља у вртложној цеви и даље на неки начин мистерија, овакав опсег температура који се може постићи помоћу овог уређаја је прилично примамљив за употребу вртложне цеви у најразличитије сврхе, при чему се њено пројектовање своди на емпиријске законитости које су доста често сачуване као тајна произвођача. Вртложна цев је направа која је нашла веома широку примену, како у свакодневном животу, тако и у индустрији. Може имати већ препознатљив изглед а може се и упаковати у кутију и формирати расхладна/грејна јединица (слика 2.11).



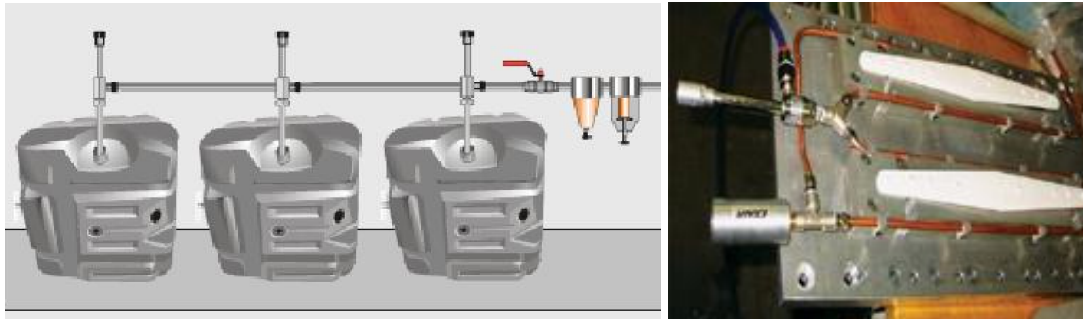
Слика 2.11: Расхладна/грејна јединица са вртложном цеви као извором топлог и хладног ваздуха: 1 - читавање вредности температуре, 2 - подешавање позиције термopара, 3 - мерење протока загрејаног ваздуха, 4 - мерење протока охлађеног гаса, 5 - подешавање жељеног протока, 6 - вртложна цев, 7 - мерење притиска; <http://www.hampden.com/product-details.php?viewid=984>



Слика 2.12: Пример употребе вртложне цеви за личну климатизацију; <http://www.vortec.com/c-30-personal-air-conditioners.aspx>

Ово је пример како се вртложна цев може уклопити у једно опитну инсталацију. Вртложна цев је, међутим, углавном присутна у свом изворном

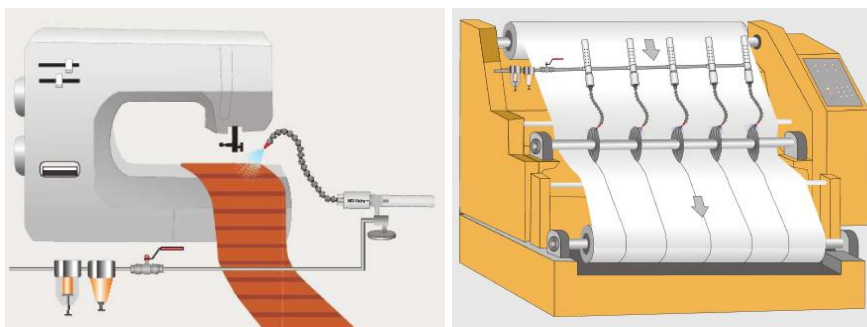
облику. Може се користити за личну климатизацију, као што је то приказано на слици 2.12. У случајевима када је радник, због природе посла, или су такви климатски услови, изложен високим температурама, вртложна цев је право решење.



Слика 2.13: Хлађење пластичних елемената удвајањем хладног ваздуха у сваки од њих (лево), <http://pdf.directindustry.com/pdf/nex-flow-air-products-corp/vortex-tubes/54188-328277.html>; Хлађење пластичних елемената машине за прање посуђа у току процеса ултразвучног заваривања (десно), <http://www.eputec.de/en-exair-vortextubes-vortex-tube.php>

Вртложна цев се користи и за хлађење приликом производње пластичних елемената (слика 2.13). Било да је реч о хлађењу ради очвршћавања елемента (при производњи пластичних канистера) или приликом неког другог процеса као што је заваривање, хладан гас се доводи помоћу вртложне цеви.

Даље, вртложна цев је врло ефикасна у хлађењу игала на машинама за шивење и ротационих секача „бесконачних“ ролни папира (слика 2.14).



Слика 2.14: Вртложна цев као расхладни уређај којим се хлади игла на машини за шивење (лево), <http://pdf.directindustry.com/pdf/nex-flow-air-products-corp/vortex-tubes/54188-328277.html> и хлађење ротационих секача „бесконачних“ ролни папира (десно), http://nex-flow.com/pdf_nex_flow/machine_tool_cooling_system.pdf

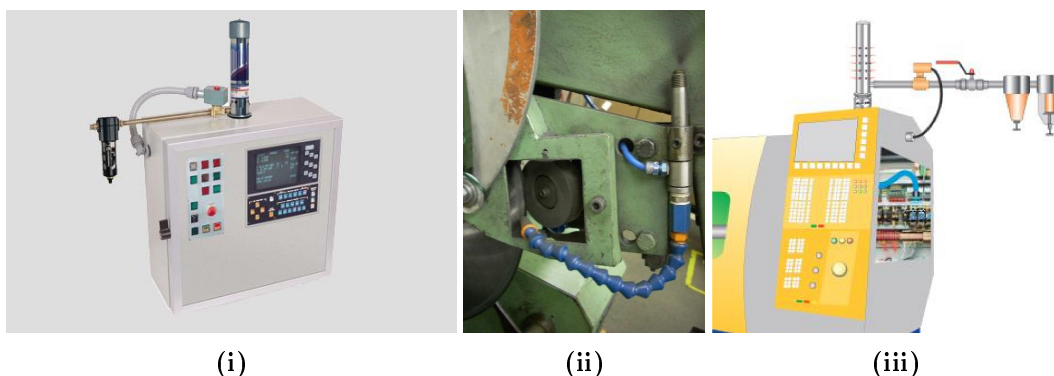
Машинска индустрија обилује процесима резања у којима се загревају како обрадак, тако и сам алат. Хлађење се може, и решавало се довођењем уља на предметну површину или алат. Међутим, у данашње време, у неким погонима, у ове сврхе се користе вртложне цеви (слика 2.15). Овом проблематиком су се

бавили Liu and Chou (2007), Selek et al. (2011), Rubio et al. (2015), Ginting et al. (2016), Korkodinov et al. (2016), Pinar et al. (2016), Perri et al. (2016), Singh and Sharma (2017). Показано је да да применом вртложне цеви за хлађење алата, долази до смањења његовог хабања.



Слика 2.15: Примена вртложне цеви за хлађење алата на алатним машинама, <http://www.vortec.com/c-9-cold-air-guns.aspx>

Поред хлађења алата за време обрађивања обрадка, вртложна цев се успешно користи и при оштрењу алата (слика 2.16ii).

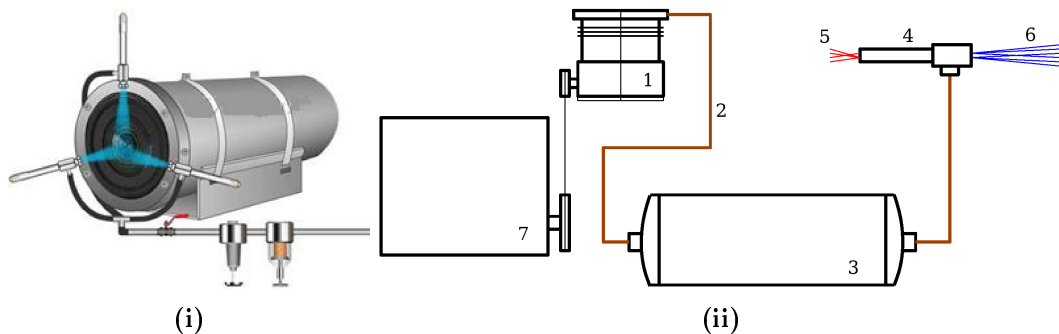


Слика 2.16: Примена вртложне цеви за: (i) хлађење електронских ормана, <http://www.vortec.com/c-7-vortec-enclosure-coolers.aspx>; (ii) при оштрењу алата, <http://www.nueair.com/catalog.html>; и (iii) за хлађење управљачких јединица на нумерички управљаним машинама, http://nex-flow.com/pdf_nex_flow/cabinet_panel_coolers.pdf.

Хлађење електронских ормана држањем отворених врата, није препоручљиво из више разлога. У неким областима примене, то чак није ни дозвољено. У ову сврху се користе вртложне цеви (слика 2.16i) које у контролисани простор убацују охлађени, али и чист ваздух.

Такође, хлађење командних панела на нумерички управљаним машинама се може остварити помоћу вртложне цеви (слика 2.16iii). Подешава се гранична температура панела, при чијем прекорачењу, бива укључено убацивање охлађеног ваздуха из вртложне цеви. Овај ваздух, поред тога што је хладан, је и чист, тј. не садржи околну прашину.

На слици 2.17i је приказано хлађење сочива камере која је у току рада изложена загревању услед зрачења.



Слика 2.17: (i) Примена вртложне цеви за хлађење сочива камере која је изложена топлоти услед зрачења, http://www.tech-sales.com/Nex_Flow/applications_metal_vortex_tube.htm; (ii) Схематски приказ везе система климатизације у моторном возилу, са применом вртложне цеви: 1 – компресор, 2 – цеви за повезивање, 3 – резервоар ваздуха под притиском, 4 – вртложна цев, 5 – ток загрејаног ваздуха, 6 – ток хлађеног ваздуха, 7 – мотор са унутрашњим сагоревањем, Itao (2005).

Itao (2005) истражује могућност употребе вртложне цеви за потребе хлађења и загревања кабина моторних возила. На слици 2.17ii је дат схематски приказ везе вртложне цеви са осталим елементима у предложеном систему. За погон компресора се може користити алтернатор возила, између осталих могућих решења.

Вртложна цев је нашла своју примену и у медицини. Хипотермија смањује шансе за оштећење можданог ткива у случајевима када је снабдевање мозга крвљу која је богата кисеоником смањено, што се може десити услед срчаног застоја. Bakhsheshi et al. (2016a) и Bakhsheshi et al. (2016b) су разматрали могућност селективног хлађења мозга помоћу вртложне цеви. Охлађен ваздух из вртложне цеви се убацује кроз носне шупљине, чиме се доводи у контакт са крвним судовима који воде крв у мозак. На тај начин се снижава температура мозга, на пример, за $4,5^{\circ}\text{C}$ у року 10-20 минута.

Tsang and Yung (2017) су разматрали примену вртложне цеви за замрзавање хране. Према приказаним резултатима, вртложна цев која је доступна на тржишту је у могућности да охлади месо 35 пута брже у односу на класичне расхладне уређаје. Ово је повољније и са становишта очувања квалитета намирница, будући да према захтевима релевантног стандарда храна мора да се охлади са 21°C на 5°C за мање од четири сата.

Terekhin and Zolotykh (2015) су истраживали могућност примене ефекта који постоји у вртложној цеви у процесу деминерализације воде, док су Lebedinskii et al. (2015) истраживали могућности у вези са јонизацијом ваздуха у вртложној цеви.

Примена вртложне цеви за хлађење издувних гасова из дизел мотора је разматрано у Kukis et al. (2015) и Kukis and Raznoshinskaia (2016). Овако охлађени, они се користе као рециркулациони гасови и заједно са ваздухом улазе поново у мотор. На тај начин се повећава ефикасност рециркулације гасова дизел мотора.

Ghezelbash et al. (2016) су разматрали примену вртложне цеви у геотермалном размењивачу. Вртложна цев је заменила пригушни вентил. Овде се, у вртложној цеви одваја загрејан и охлађен гас. Охлађени део улази у размењивач и загрева се на рачун енергије од геотермалног размењивача топлоте. Потом се спаја са загрејаним делом гаса који излази из вртложне цеви и иде према размењивачу топлоте на ниском притиску. На овај начин се потрошња енергије смањује чак до 88%.

На крају треба навести и да је у Nellis and Klein (2002), Sarkar (2009), Mohiuddin and Elbel (2014) и Dubey et al. (2016) разматрана уградња вртложне цеви у компресорску расхладну машину, уместо пригушног вентила, где се показала надмоћнијом.

Два циља се постављају при конструисању вртложне цеви: први је да се постигне што веће раслојавање у температурском пољу, тј. да се постигне што већа температурска разлика између охлађеног и загрејаног ваздуха, а други је да се постигне што већа ефикасност овог процеса. У претходном излагању су описане различите, неке једноставније од осталих, конструкције вртложних цеви. Без обзира на једноставност или комплексност конструкције вртложне цеви, у сваком од ових уређаја се говори о турбулентном стишљивом вихорном струјању.

2.3 Феномен раслојавања температурског поља

Раслојавање температурског поља је струјно-термодинамички феномен који подразумева спонтану прерасподелу тоталне енергије унутар неког струјног поља, што за последицу има загревање појединих делова овог струјног поља, те хлађење других.

Феномен температурског раслојавања је први пут уочен тридесетих година XX века управо у вртложној цеви, мада је касније уочен и у вртложном трагу иза опструјаваног цилиндра, у смичућим слојевима, у млазевима, у траговима турбинских лопатица, а постоји и нека врста раслојавања температурског поља и у Диновом струјању које се формира у закривљеним каналима.

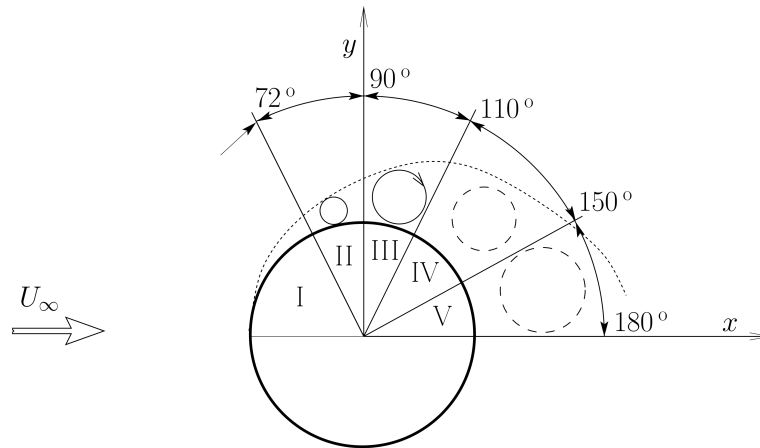
Раслојавање температурског поља у Кармановој вртложној улици је тема

радова: Kurosaka et al. (1987), Ng et al. (1990), Goldstein and He (2001), Bennett et al. (2003), Goldstein and Kulkarni (2008), Kulkarni and Goldstein (2009) и Gostelow and Carscallen (2010). Kurosaka et al. (1987) су прво указали на постојање тзв. Екерт-Вајсовог (Eckert-Weise) ефекта, који се односи на чињеницу да је температура флуида у вртложном трагу мања од температуре флуида који наструјава цилиндар. Касније је констатовано да је овде реч о временски осредњеном температурском пољу и да у флуидном току иза цилиндра у ствари постоје хладна и топла места која одговарају центрима односно периферијама вртлога који се формирају у вртложном трагу. У раду је закључено да кретање вртлога условљава појаву Екерт-Вајсовог ефекта као феномена који узима у обзир временски осредњено поље температуре, а касније је успостављена веза између динамике вртлога и раслојавања температурског поља у вртложном трагу цилиндра. Такође је указано на чињеницу да се, за дозвучна струјања, места минималне односно максималне вредности тоталне температуре поклапају са местима минимума односно максимума тоталног притиска.

Ng et al. (1990) су приказали резултате мерења поља тоталне температуре и притиска у вртложном трагу иза цилиндра. Мерења су вршена новом сондом са усисавањем, чији је рад заснован на теорији да се места раслојавања тоталне температуре и тоталног притиска у вртложном трагу иза цилиндра међусобно поклапају. Експериментални услови су описани вредностима Маховог и Рејнолдсовог броја у односу на цилиндар: $M = 0,4$ и $Re = 2,3 \times 10^5$, у непоремећеној струји која наструјава цилиндар. Измерен је пад тоталне температуре од 15 K у вртложном трагу и потврђено је постојање коинциденције у местима максималних и минималних вредности тоталне температуре и тоталног притиска.

Goldstein and He (2001) уводе пет области у околини опструјаваног цилиндра (слика 2.18), у којима су различите расподеле фактора раслојавања температурског поља, поља брзине и интензитета турбуленције. У првој зони, пре одвајања струјања, струјање у граничном слоју је ламинарно и до раслојавања температурског поља долази услед неравнотеже између провођења енергије топлотом и рада смицајних напона. После одвајања граничног слоја (област II), раслојавање температурског поља се не мења значајно у односу на претходну област. У трећој области долази до формирања вртлога који се удаљава од цилиндра те обезбеђује услове за значајан пад температуре на површини цилиндра, а самим тим и појачава раслојавање температурског поља. У области IV кретање формираног вртлога изазива флукуације у

пољу притиска које су доминантни утицај раслојавања температурског поља у овој области. Услед наизменичног одвајања вртлога са доње и горње стране цилиндра (зона V), долази до флукуација у пољу притиска, што је узрок раслојавања температурског поља у овом делу струјног поља. Најмања вредност фактора раслојавања температурског поља се остварује у овој области.



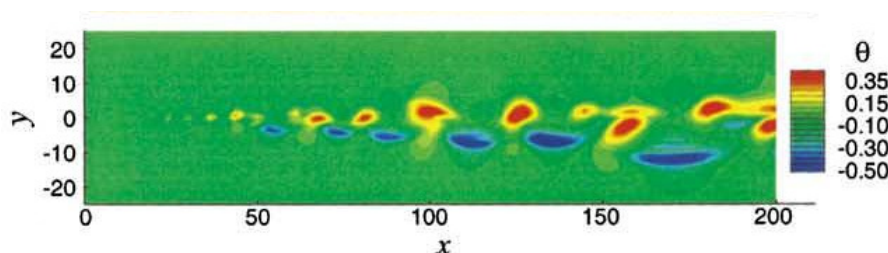
Слика 2.18: Пет области у раслојавању температурског поља при опструјавању цилиндра, Goldstein and He (2001).

Уколико се фреквенција коју изазива брзина наструјавања цилиндра у тунелу поклопи или је врло блиска сопственој фреквенцији тунела, долази до појачавања одвајања вртлога од цилиндра што за узврат појачава раслојавање температурског поља у трагу иза цилиндра. У овом раду су истраживали и утицај плоче постављене у Oxz равни на раслојавање температурског поља. Закључено је да постављање ове плоче онемогућава појаву одвајања вртлога од цилиндра, да се ламинарни гранични слој, и у овом случају, одваја при углу 72° , али да се овај флуид поново враћа у додир са цилиндром при углу 91° . Раслојавање температурског поља је знатно мање изражено у оваквим условима струјања. Показано је да је при опструјавању цилиндра раслојавање температурског поља последица наизменичног одвајања вртлога са супротних страна цилиндра у вртложном трагу.

Goldstein and Kulkarni (2008) и Kulkarni and Goldstein (2009) спроводе мерења осредњеног поља тоталне температуре и поља брзине, након којих потврђују постојање раслојавања температурског поља у трагу опструјаваног цилиндра. Најмања температура је у оси вртложног трага, и то у близини цилиндра. Са порастом хоризонталног растојања између цилиндра и мерног места ефекат раслојавања температурског поља се полако умањује, што указује на то да се величина вртлога који се одвајају од цилиндра не смањује великом

брзином.

У смичућим слојевима такође постоји раслојавање температурског поља, (слика 2.19), Han et al. (2002). У раду је приказана нумеричка анализа у циљу расветљавања овог феномена. Показано је да кретање вртлога у великим кохерентним структурама условљава поремећаје у пољу притиска. Флуид који се налази у предњој половини вртлога врши рад над околним флуидом чиме му предаје енергију, док се над флуидом који се налази у задњем делу вртлога врши рад сила притиска, па тај део флуида добија енергију. Такође је закључено да са повећањем Рејнолдсовог броја долази до бржег развијања вртлога и да турбулентни пренос, који се интензивира услед повећања Рејнолдсовог броја, не утиче значајно на процес стратификовања температурског поља.

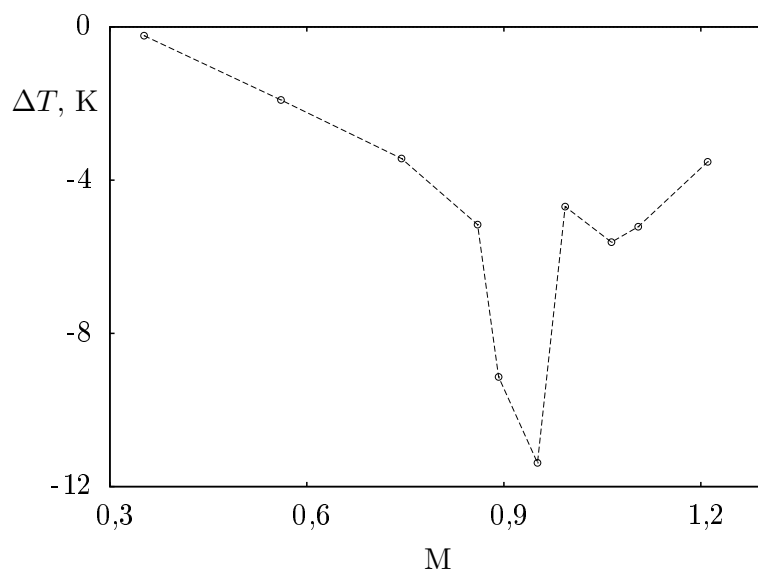


Слика 2.19: Раслојавање температурског поља у смичућем слоју, θ – фактор раслојавања температурског поља (само на овој слици), Han et al. (2002).

Fox et al. (1993) и Han and Goldstein (2002, 2003) се баве раслојавањем температурског поља у млазевима, на шта је први пут указано у Eckert (1986). Тада је разматран удар млаза о равну површ. У Fox et al. (1993) се разматрају како слободни млазеви, тако и удар млаза о равну површ. Показали су да чак и вртложне структуре мале величине присутне у околини млаза могу да узрокују раслојавање температурског поља. Вискозност не игра пресудну улогу у оквиру овог феномена, обзиром да се овај феномен остварује у оном делу флуида који је мировао па увучен у млаз. Механизам стратификације температурског поља је објашњен на исти начин као и у смичућем слоју. Han and Goldstein (2002) закључују да спајање вртлога значајно повећава поремећаје у пољу притиска и да услед тога долази до одговарајућег повећања температурске разлике између охлађеног и загрејаног ваздуха.

Струјање у закривљеним каналима/цевима је веома честа појава у расхладној и грејној техници, климатизацији и размењивачима топлоте. Услед центрифугалне силе која се јавља због закривљености струјног простора, при одређеној брзини струјања долази до тзв. Динове хидродинамичке нестабилности односно Диновог струјања. Ово подразумева да се у струјном току формирају два супротносмерна вртлога (енг. Dean roll-cells). Примећено

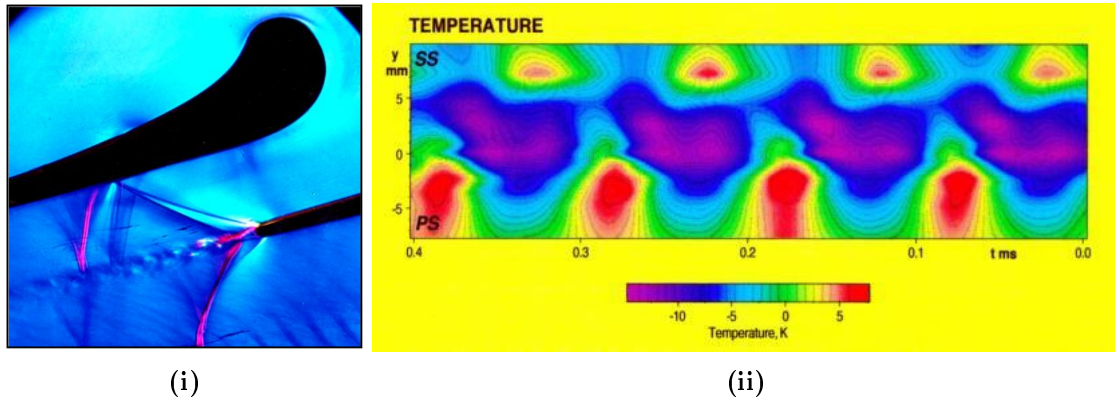
је да Диново струјање условљава значајне промене у температурском пољу. Формира се температурско поље у којем су минималне вредности температуре у центру ових кружних структура а максималне вредности на њиховој периферији, Nabchi et al. (2009, 2014). Chandratilleke et al. (2012) на неки начин објашњавају механизам који доводи до раслојавања температурског поља при струјању флуида кроз закривљени канал. Реч је о интеракцији центрифугалне силе која настаје услед закривљености струјног простора и градијента притиска који се формира. Флуид је приморан да се креће ка спољашњем зиду цеви, у смеру пораста притиска и на тај начин је приморан да врши рад над околним флуидом, док флуид који остаје иза „трпи“ рад сила притиска. Последица овога је прерасподела енергије у струјном току и карактеристична, претходно описана, расподела температуре.



Слика 2.20: Расподела осредњене вредности пада температуре на централној линији трага лопатице, Carscallen et al. (1999).

Раслојавање температурског поља у траговима турбинских лопатица је тема радова Carscallen et al. (1999) и Gostelow and Carscallen (2010). Carscallen et al. (1999) објављују резултате у вези са струјањем флуида необично ниске температуре у централној линији трага иза тупе задње ивице лопатице у турбинској каскади при високим дозвучним Маховим бројевима (слика 2.20). На периферији овог струјања су опажена топла места. Ова појава је објашњена Екерт-Вајсовим ефектом у вртложној улици која се формира у овом делу струјног простора.

Gostelow and Carscallen (2010) су разматрали статификацију температурског поља у трагу лопатица турбине и у трагу цилиндра. Визуализацију су спроводили шпирен методом, како експерименталним (слика 2.21i), тако и



Слика 2.21: (i) Визуализација методом шлирен при Маховом броју на излазу $M = 1,16$; (ii) Резултати мерења тоталне температуре низструјно од задње ивице лопатице при Маховом броју $M = 0,95$, Gostelow and Carscallen (2010).

нумеричким путем. Резултати су у сагласју. Контуре тоталне температуре измерене у трагу лопатице приказане су на слици 2.21ii.

Према овим резултатима, стварање вртложне улице у трагу лопатице се одвија при било којој вредности Маховог броја. Раслојавање температурског поља је у потпуности последица одвајања вртлога у трагу лопатице. Највеће раслојавање температурског поља се догађа при вредности Маховог броја $M = 0,95$, у случају трага лопатице, односно при $M = 0,6$ у случају трага цилиндра.

Mechanics is the paradise of the mathematical sciences because by means of it one comes to the fruits of mathematics.

(Leonardo da Vinci, 1452 – 1519)



Теоријска разматрања

Основни закони кретања непрекидне средине су тема овог поглавља. Полазећи од основних принципа механике континуума, приказане су основне једначине које важе за струјање било ког флуида. Посебна пажња је посвећена једначинама кинетичке, унутрашње и тоталне енергије, као и разматрању утицаја појединих чланова на промену одређене врсте енергије флуида. Потом су, узимајући у обзир Њутнову хипотезу о напонима, приказане Навије-Стоксове једначине стишљивог струјања флуида. Изложени су основни принципи Рејнолдсове статистике и осредњавања, као и њихова примена на турбулентно стишљиво струјање. Након тога су приказане Фавреове једначине, тј. Навије-Стоксове једначине осредњене по маси. Приказане су и основе инваријантне теорије примењене на турбулентно струјање.

У сваком струјању флуида постоји промена густине. Међутим, многи су случајеви у којима се ова промена густине флуида може занемарити. Стишљиво струјање је оно у којем долази до значајне промене густине флуида, иако је промена притиска мала. У том случају промена густине флуида има значајан утицај на брзину, притисак и температуру флуида. Одређивање величина које дефинишу стишљиво струјање је донекле сложеније у односу на решавање једначина које описују нестишљиво струјање. Пре свега, једначина континуитета и једначине количине кретања су повезане са једначином енергије, те се температура не може посматрати као пасивни скалар. Увођењем једначине енергије у разматрање се уводе још две непознате величине – температура и унутрашња енергија. Дакле, на располагању је пет скаларних једначина (једначина континуитета, векторска једначина количине кретања и једначина енергије) а потребно је израчунати седам непознатих (ρ, p, U, W, V, T, e). Како би се, математички речено, затворио систем једначина потребно је додати још две једначине. Ове једначине се траже у конститутивним једначинама. Турбулентно нестишљиво струјање флуида се описује Рејнолдсовим једначинама које су добијене временским осредњавањем чланова у Навије-Стоксовим једначинама.

За одређивање поља физичких величина у турбулентном стишљивом струјању уводи се осредњавање по маси - тзв. Фавреово осредњавање. На тај начин се добијају Фавреове једначине којима се описује турбулентно стишљиво струјање флуида. У овом поглављу ће се приказати једначине које описују стишљиво турбулентно струјање њутновског флуида који се сматра калорички идеалним гасом.

3.1 Основни закони одржања

Полазна тачка у описивању струјања флуида јесу основни закони одржања масе, промене количине кретања и одржања енергије. Реч је о општим принципима који важе за сва чврста тела, течности и гасове. Према закону одржања масе, у затвореном систему без извора и понора масе, маса се не може нити створити нити уништити. Према овом закону је промена масе у непокретној контролној запремини једнака разлици протока масе кроз њену контролну површ (од улаза према излазу из контролне запремине). У механици флуида овај закон је познат под именом *једначина континуитета*. Према закону промене количине кретања, односно Другом Њутновом закону, промена количине кретања у времену уочене масе флуида једнака је збиру свих сила које ту промену изазивају. У механици флуида се углавном разматрају утицаји само масених и површинских сила. Када је реч о енергији, прави се разлика између механичке и тоталне енергије. Механичка енергија је последица струјања или положаја флуида. Према Бернулијевој једначини, разликују се кинетичка енергија, енергија потискивања и потенцијална енергија флуида. У овом раду се, због малих вредности густине флуида, потенцијална занемарује, те се кинетичка енергија флуида сматра механичком енергијом. Тотална енергија узима у обзир, поред механичке енергије, и унутрашњу енергију флуида. Унутрашња енергија обухвата сва случајна микроскопска кретања унутар флуида: ротацију, транслацију, при вишим температурама флуида и оцилацију молекула.

У наставку су наведене једначине које претходно изречене формулације закона одржања описују математички, и то у диференцијалном облику:

- закон одржања масе – једначина континуитета

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\hat{\rho} \underline{\hat{u}}) = 0, \quad (3.1)$$

- закон промене количине кретања изражен помоћу напона – Кошијева

једначина

$$\frac{\partial(\hat{\rho}\hat{\underline{u}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\hat{\rho}\hat{\underline{u}} \otimes \hat{\underline{u}}) = \hat{\rho}\hat{\underline{f}} + \nabla \cdot \hat{\underline{\sigma}}, \quad (3.2)$$

где је $\hat{\underline{u}} \otimes \hat{\underline{u}}$ дијадни производ вектора брзине, $\hat{\rho}\hat{\underline{f}}$ је јединична масена сила, док је са $\nabla \cdot \hat{\underline{\sigma}}$ означена јединична површинска сила.

- закон одржања тоталне енергије флуида

$$\frac{\partial(\hat{\rho}\hat{E})}{\partial t} + \nabla \cdot (\hat{\rho}\hat{E}\hat{\underline{u}}) = \hat{\rho}\hat{\underline{f}} \cdot \hat{\underline{u}} + \nabla \cdot (\hat{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\underline{u}}) - \nabla \cdot \hat{\underline{q}}. \quad (3.3)$$

при чему су чланови на десној страни једначине снага запреминских $\hat{\rho}\hat{\underline{f}} \cdot \hat{\underline{u}}$ и снага површинских $\nabla \cdot (\hat{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\underline{u}})$ сила и енергија која је провођењем кроз граничну површ запремине флуида размењена са околином $\nabla \cdot \hat{\underline{q}}$. У овој једначини је са $\hat{E}$ означена тотална енергија флуида изражена преко тоталне унутрашње енергије:

$$\hat{E} = \hat{e} + \frac{\hat{\underline{u}} \cdot \hat{\underline{u}}}{2}, \quad (3.4)$$

при чему је, са $(\hat{\cdot})$ означена тренутна вредност физичке величине.

Једначина кинетичке енергије је независна од закона одржања тоталне енергије и добија се када се Кошијева једначина (3.2) скаларно помножи вектором брзине:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\hat{\rho} \frac{1}{2} |\hat{\underline{u}}|^2 \right) + \nabla \cdot \left(\hat{\rho} \frac{1}{2} |\hat{\underline{u}}|^2 \hat{\underline{u}} \right) = \hat{\rho}\hat{\underline{f}} \cdot \hat{\underline{u}} + \nabla \cdot (\hat{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\underline{u}}) - \hat{\underline{\sigma}} : \hat{\underline{S}}, \quad (3.5)$$

где је $\hat{\underline{S}} = 0,5(\nabla\hat{\underline{u}} + (\nabla\hat{\underline{u}})^T)$ тензор брзине деформисања, а члан $\hat{\underline{\sigma}} : \hat{\underline{S}}$ представља двоструки скаларни производ тензора напона и тензора брзине деформисања.

Механичка енергија се процесом дисипације претвара у унутрашњу енергију, при чему је увек задовољен фундаментални принцип по коме се енергија не може нити створити нити уништити, већ она прелази из једног облика у други. Сходно томе, одузимајући једначину кинетичке енергије флуида од једначине тоталне енергије, добија се једначина унутрашње енергије:

$$\frac{\partial(\hat{\rho}\hat{e})}{\partial t} + \nabla \cdot (\hat{\rho}\hat{e}\hat{\underline{u}}) = \hat{\underline{\sigma}} : \hat{\underline{S}} - \nabla \cdot \hat{\underline{q}}. \quad (3.6)$$

У општем случају вискозног флуида Кошијев тензор вискозних напона је дефинисан као

$$\hat{\underline{\sigma}} = -\hat{p}\hat{\underline{I}} + \hat{\underline{\tau}}, \quad (3.7)$$

где је $-\hat{p}\hat{\underline{I}}$ сферни део тензора, док је $\hat{\underline{\tau}}$ његов девијаторски део. Заменом овог

израза у једначине (3.5) и (3.6), добија се следеће:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\hat{\rho} \frac{1}{2} |\hat{\underline{u}}|^2 \right) + \nabla \cdot \left(\hat{\rho} \frac{1}{2} |\hat{\underline{u}}|^2 \hat{\underline{u}} \right) = \hat{\rho} \hat{\underline{f}} \cdot \hat{\underline{u}} - (\nabla \hat{p}) \cdot \hat{\underline{u}} + (\nabla \cdot \hat{\underline{\tau}}) \cdot \hat{\underline{u}}, \quad (3.8)$$

и

$$\frac{\partial(\hat{\rho}\hat{e})}{\partial t} + \nabla \cdot (\hat{\rho}\hat{e}\hat{\underline{u}}) = \hat{p}\nabla \cdot \hat{\underline{u}} + \hat{\underline{\tau}} : \hat{\underline{S}} - \nabla \cdot \hat{\underline{q}}. \quad (3.9)$$

Из једначине (3.8) се види да се на промену брзине флуида „троше“ запреминска сила у целини, као и део сила притиска и вискозних сила. Други део сила притиска и вискозних сила утиче на повећавање унутрашње енергије флуидних делића. Сви чланови на десној страни једначине (3.9) представљају енергију. Други члан на десној страни ове једначине, $\hat{\underline{\tau}} : \hat{\underline{S}}$, представља функцију дисипације која се обележава са $\hat{\Phi}$. Ова величина је увек позитивна и одређује количину топлоте у јединици времена по јединици запремине добијену неповратним процесом вискозне дисипације. Дакле услед деформисања флуидних делића долази до дисипативне размене енергије између њеног кинетичког облика и унутрашње енергије. Овај члан је у једначини кинетичке енергије (3.5) са негативним предзнаком, док у једначини унутрашње енергије (3.6) функција дисипације има позитиван предзнак. Дакле, на рачун смањења механичке, у овом случају, кинетичке енергије долази до повећања унутрашње енергије флуида.

У стишљивом струјању је члан $\hat{p}\nabla \cdot \hat{\underline{u}}$ различит од нуле. Последица је експанзије или компресије флуидних делића, у зависности од знака дивергенције поља брзине. Услед промене запремине флуидних делића долази до хлађења, односно загревања флуида. С обзиром на промену знака овог члана, закључује се да је реч о повратном процесу.

Када се искористи дефиниција материјалног извода и једначина континуитета (3.1), једначина унутрашње енергије се записује и као

$$\frac{D(\hat{\rho}\hat{e})}{Dt} + \frac{\hat{p}}{\hat{\rho}} \frac{D\hat{\rho}}{Dt} = \hat{\Phi} - \nabla \cdot \hat{\underline{q}}, \quad (3.10)$$

што представља Први закон термодинамике. У стишљивом струјању флуида је унутрашња енергија термодинамичка величина стања за коју важи Гибсова једначина, која у механици континуума има пандан у једначини

$$T \frac{D(\hat{\rho}\hat{s})}{Dt} = \frac{D(\hat{\rho}\hat{e})}{Dt} - \frac{\hat{p}}{\hat{\rho}} \frac{D\hat{\rho}}{Dt}. \quad (3.11)$$

Заменом једначине унутрашње енергије (3.9) у једначину (3.11), добија се

једначина промене ентропије флуидног делића

$$T \frac{D(\hat{\rho}\hat{s})}{Dt} = \hat{\Phi} - \nabla \cdot \hat{\underline{q}}, \quad (3.12)$$

која одређеним математичким трансформацијама добија следећи облик:

$$\frac{D(\hat{\rho}\hat{s})}{Dt} = \frac{\hat{\Phi}}{\hat{T}} - \frac{\hat{\underline{q}} \cdot \nabla \hat{T}}{\hat{T}^2} - \nabla \cdot \frac{\hat{\underline{q}}}{\hat{T}}. \quad (3.13)$$

Десна страна једначине (3.13) је једнака нули једино у случају адијабатског струјања невискозног флуида. Закључује се да при струјању реалног, вискозног флуида механичка, у овом случају, кинетичка енергија мора да дисипира у унутрашњу енергију, чак и ако је струјање овог флуида адијабатско. Подразумева се да у струјном домену не постоје ударни таласи или друге површи дисконтинуитета, услед којих би дошло до промене ентропије иако је испуњен услов адијабатског струјања.

Важно је рећи да се у случају стишљивог струјања притисак понаша као термодинамичка величина. Он зависи од термодинамичког стања система, у општем случају дефинисаног ентропијом и густином. У случају нестишљивог струјања флуида, ова термодинамичка зависност не постоји, те се притисак понаша као струјна величина.

У једначинама (3.1), (3.2), (3.3), (3.8) и (3.9) има више непознатих него што је број једначина. Познато је да се из сваке скаларне једначине може одредити највише једна непозната величина. Дакле, потребне су додатне једначине. Ове додатне једначине се налазе у тзв. конститутивним једначинама којима се повезују различита физичка поља и њихова међудејства. У општем случају конститутивне једначине обухватају реолошке законитости, законе провођења топлоте, конвективног хлађења, дифузије, зрачења. Овде се убрајају и једначине стања као и једначине промене стања флуида. Определивањем за одређену конститутивну једначину, одабира се одређена врста – модел флуида или начин размене топлоте и друго. Дакле, уводе се одређене претпоставке у описивање датог струјања. Више о овоме следи у наставку.

3.2 Стишљиво струјање њутновског флуида

Највећи број флуида који се разматра у техничкој пракси припада тзв. њутновским флуидима. За ове флуиде је карактеристична линеарна веза између напона и брзине деформисања. Ова веза представља реолошку зависност, како

следи:

$$\underline{\hat{\sigma}} = -\hat{p}\underline{I} + \mu \left[\nabla \underline{\hat{u}} + (\nabla \underline{\hat{u}})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \underline{\hat{u}}) \underline{I} \right]. \quad (3.14)$$

У ситуацији када је слободна путања молекула неког реалног гаса реда величине 200 пречника тог молекула, кохезионе силе између ових молекула се могу занемарити, те се може сматрати да се највећи део времена молекули гаса крећу слободно без међусобних судара, праволинијским путањама непроменљивом брзином. Према кинетичкој теорији гасова, под идеалним гасом се подразумева модел гаса чији молекули занемарљиве запремине не делују међу собом силама, осим у случају судара до којих долази ретко. Дакле, при нормалним условима, реални гасови се могу са задовољавајућом тачношћу апроксимирати моделом идеалног гаса. Понашање идеалног гаса се математички описује једначином стања идеалног гаса

$$\hat{p} = \hat{\varrho} R_g \hat{T}, \quad (3.15)$$

где је R_g константа одређеног гаса. Ова једначина, тј. претпоставка о моделу идеалног гаса престаје да важи у два случаја. Први је при великој густини гаса, због смањеног растојања између молекула гаса, док је други при високим температурама због промењене структуре молекула гаса. Тада се морају користити друге једначине за описивање стања гаса.

У највећем броју случајева унутрашња енергија и енталпија линеарно зависе од статичке температуре, при чему је коефицијент сразмере специфични топлотни капацитет при константној запремини c_v , односно специфични топлотни капацитет при константном притиску c_p :

$$\hat{e} = c_v \hat{T} \quad \text{и} \quad \hat{h} = c_p \hat{T}. \quad (3.16)$$

У случају идеалног гаса код кога су вредности специфичних топлотних капацитета непроменљиве, говоримо о калорички идеалном гасу. Последица непроменљивих вредности капацитета је и непроменљива вредност њиховог односа κ . Промена температуре при стишљивом струјању гаса утиче на промену термофизичких величина истог: динамичку вискозност и топлотну проводљивост. Коришћењем Сатерландовог (Sutherland) модела могуће је исказати математички зависност ових величина од температуре, како следи:

$$\mu = C_1 \frac{\hat{T}^{3/2}}{\hat{T} + C_2} \quad \text{и} \quad \lambda = C_3 \frac{\hat{T}^{3/2}}{\hat{T} + C_4}, \quad (3.17)$$

где су C_1, C_2, C_3 и C_4 константе за дати гас. У овом раду је, због релативно малих разлика температура у прорачунским доменима, сматрано да су динамичка вискозност и топлотна проводљивост константне величине, тј. да не зависе од температуре.

Топлотни флуks се најчешће одређује применом Фуријеовог закона провођења

$$\underline{\hat{q}} = -\lambda \nabla \hat{T}, \quad (3.18)$$

где је са λ означена топлотна проводљивост гаса. Због негативног предзнака у једначинама (3.18) и (3.3) величина $\underline{\hat{q}}$ представља енергију која се провођењем кроз граничну површ уочене масе флуида доводи истом.

Када се конститутивне релације (3.14), (3.15), (3.16) и (3.18) замене у једначине количине кретања (3.2) и енергије (3.3) математички речено, затвара се систем једначина. Из једначине (3.2) се добија Навије-Стоксова једначина, записана у свом инваријантном облику:

$$\frac{\partial (\underline{\hat{\rho}} \underline{\hat{u}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\underline{\hat{\rho}} \underline{\hat{u}} \otimes \underline{\hat{u}}) = \underline{\hat{\rho}} \underline{\hat{f}} - \nabla \left(\hat{p} + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \underline{\hat{u}} \right) + \mu \nabla \cdot \left(\nabla \underline{\hat{u}} + (\nabla \underline{\hat{u}})^T \right), \quad (3.19)$$

док једначина (3.3) постаје једначина тоталне енергије записана преко статичке температуре

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\underline{\hat{\rho}} c_v \hat{T} + \frac{\underline{\hat{u}} \cdot \underline{\hat{u}}}{2} \right) + \nabla \cdot \left(\underline{\hat{\rho}} c_v \hat{T} \underline{\hat{u}} + \frac{\underline{\hat{u}} \cdot \underline{\hat{u}}}{2} \underline{\hat{u}} \right) = \underline{\hat{\rho}} \underline{\hat{f}} \cdot \underline{\hat{u}} + \nabla \cdot (\underline{\hat{\sigma}} \cdot \underline{\hat{u}}) + \nabla \cdot (\lambda \nabla \hat{T}). \quad (3.20)$$

Једначинама (3.1), (3.19) и (3.20) се описује стишљиво струјање њутновског флуида који се сматра калорички идеалним гасом.

Представљене су једначине којима се може описати ламинарно/турбулентно стишљиво/нестишљиво струјање њутновског флуида који се сматра калорички идеалним гасом. Иако је описивање турбулентног струјања могуће применом ових једначина, то се ипак не ради. Помоћу Навије-Стоксових једначина се може решити проблем динамике вискозног флуида при малим Рејнолдсовим бројевима. При томе је већина таквих струјања стационарна, што додатно поједностављује прорачун. Међутим, турбулентна струјања су изузетно нестационарна и одвијају се при великим вредностима Рејнолдсовог броја. Уколико се решава неки проблем турбулентног струјања, потребно је обезбедити рачунар великих могућности и по питању меморије и по питању перформанси и броја процесора. Још увек су рачунари таквих перформанси доступни ограниченом броју људи/институција. Из тог разлога, уместо тражења решења са тренутним вредностима физичких величина, приступа се

осредњавању Навије-Стоксових једначина. На тај начин се приступ решавању задатог проблема своди на анализу осредњених величина струјања. Више речи о поступцима осредњавања Навије-Стоксових једначина биће у наредном одељку.

3.3 Турбулентно стишљиво струјање њутновског флуида

Турбулентно струјање флуида је нерегуларно, хаотично, тродимензионално, нестационарно, вртложно. Процес дифузије је увек више изражен у турбулентном него у ламинарном струјању. Према Corrsin (1961), појава турбуленције у струјању се може очекивати када год постоји смицајно струјање у којем су инерцијални ефекти знатно израженији у односу на вискозне.

Поља брзине, притиска и температуре у турбулентном струјању су случајна у простору и у времену. Међутим, могуће их је описати применом теорија вероватноће и статистике, будући да су статистичке карактеристике ових поља поновљиве. Описивање турбуленције применом статистике заснива се на концепту средњих вредности које се добијају методама статистичких осредњавања. Осредњавање поља физичких величина се разликује у зависности од тога да ли се разматра стационарна или нестационарна, хомогена или нехомогена турбуленција. За статистички стационарну турбуленцију се примењује осредњавање по времену, док се у случају нестационарне турбуленције примењује осредњавање по ансамблу. Тада се поље физичке величине осредњава по ансамблу реализација експеримента са истим почетним и граничним условима. Временско осредњавање и осредњавање по ансамблу је дефинисано једначинама:

$$\langle \psi(\underline{r}) \rangle = \lim_{T_a \rightarrow \infty} \frac{1}{T_a} \int_t^{t+T_a} \hat{\psi}(\underline{r}, t) dt = \frac{1}{T_a} \int_t^{t+T_a} \hat{\psi}(\underline{r}, t) dt \quad (3.21)$$

и

$$\langle \psi(\underline{r}, t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{\psi}_n(\underline{r}, t), \quad (3.22)$$

при чему је са T_a означен временски интервал у којем се врши осредњавање, $\hat{\psi}_n(\underline{r}, t)$ је n -та реализација у серији од N изведених експеримената, $\langle \psi(\underline{r}) \rangle$ је временски осредњена величина, док $\langle \psi(\underline{r}, t) \rangle$ представља величину осредњену по ансамблу. Временски интервал T_a се бира тако да је његова вредност већа од периода флукуације, а мања од периода макроскопске варијације физичке величине $\hat{\psi}(\underline{r}, t)$. За статистички стационарну хомогену турбуленцију било која од приказаних метода осредњавања води истом резултату.

Применом Рејнолдсове¹ статистике, поље сваке физичке величине се може разложити на статистички осредњено поље $\langle \psi(\underline{r}, t) \rangle$ и флукуационо поље $\psi'(\underline{r}, t)$:

$$\hat{\psi}(\underline{r}, t) = \langle \psi(\underline{r}, t) \rangle + \psi'(\underline{r}, t), \quad (3.23)$$

при чему је са $\hat{\psi}(\underline{r}, t)$ означена тренутна вредност разматране физичке величине. Овај приступ, у случају турбулентног нестишљивог струјања флуида, уз примену основних правила временског осредњавања

$$\langle \psi' \rangle = 0, \quad \langle \psi_1 + \psi_2 \rangle = \langle \psi_1 \rangle + \langle \psi_2 \rangle, \quad \langle \langle \psi \rangle \rangle = \langle \psi \rangle, \quad \langle \langle \psi \rangle \psi' \rangle = 0,$$

$$\langle \partial_t \psi \rangle = \partial_t \langle \psi \rangle, \quad \langle \partial_x \psi \rangle = \partial_x \langle \psi \rangle, \quad \langle \hat{\psi}_1 \hat{\psi}_2 \rangle = \langle \psi_1 \rangle \langle \psi_2 \rangle + \langle \psi'_1 \psi'_2 \rangle$$

даје као резултат Рејнолдсове једначине

$$\partial_t \rho + \nabla \langle \rho \underline{u} \rangle = 0, \quad (3.24)$$

$$\partial_t (\rho \langle \underline{u} \rangle) + \nabla \cdot (\rho \langle \underline{u} \rangle \langle \underline{u} \rangle) = \rho \langle \underline{f} \rangle - \nabla \langle p \rangle + \mu \Delta \langle \underline{u} \rangle - \nabla \cdot (\rho \langle \underline{u}' \underline{u}' \rangle) \quad (3.25)$$

Члан $-\rho \langle \underline{u}' \underline{u}' \rangle$ представља нову непознату величину у Рејнолдсовим једначинама. Настао је као последица осредњавања нелинеарног члана Навије-Стоксових једначина. Због природе коју исказује у турбулентном струјању, представљајући додатни пренос количине кретања, оправдано је добио епитет напона, а у част Рејнолдса, и име – Рејнолдсови турбулентни напони. Реч је симетричном тензору другог реда, чије је одређивање главни задатак решавања турбулентног струјања. Овај тензор, тј. његових шест компоненти је узрок проблема затварања система једначина.

У случају турбулентног стишљивог струјања, међутим, примена Рејнолдсове статистике даје једначине које су компликованије у односу на Рејнолдсове, што ће бити детаљније приказано у наставку.

Ако се Рејнолдсова статистика и осредњавање примени на једначину континуитета за случај турбулентног стишљивог струјања флуида, добија се једначина

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot (\langle \rho \rangle \langle \underline{u} \rangle + \langle \rho' \underline{u}' \rangle) = 0. \quad (3.26)$$

Евидентно је да се у другом члану ове једначине појављује нова корелација која у случају турбулентног нестишљивог струјања флуида не постоји у једначини континуитета. Реч је о корелацији флукуација густине и брзине која

¹У част творца овог приступа изучавању турбуленције Озборна Рејнолдса (Osborne Reynolds, 1842–1912)

захтева додатна физичка тумачења и моделирања, како би се систем једначина затворио. У том смислу се, у случају турбулентног стишљивог струјања флуида, Рејнолдсова статистика не примењује. У прилог томе иде и чињеница да се применом овог поступка осредњавања на једначине количине кретања и енергије, јавља још више нових корелација које укључују флуктуације поља густине.

Favre (1969) је увео нови приступ изучавању турбулентног стишљивог струјања – осредњавање поља физичких величина по маси. Овде се поља свих физичких величина, изузев притиска и густине, разлажу на поље осредњено по маси $\tilde{\psi}(\underline{r}, t)$ и флуктуационо поље $\psi''(\underline{r}, t)$ услед промена у густини

$$\hat{\psi}(\underline{r}, t) = \tilde{\psi}(\underline{r}, t) + \psi''(\underline{r}, t). \quad (3.27)$$

За поља притиска и густине се примењује Рејнолдсова статистика, те важи: $\hat{\varrho} = \langle \varrho \rangle + \varrho'$ и $\hat{p} = \langle p \rangle + p'$. Фавреово осредњавање тј. осредњавање по маси, дефинисано је са

$$\tilde{\psi}(\underline{r}) = \frac{1}{\langle \varrho \rangle} \lim_{T_a \rightarrow \infty} \int_t^{t+T_a} \hat{\varrho}(\underline{r}, t) \hat{\psi}(\underline{r}, t) dt, \quad (3.28)$$

где је са $\langle \varrho \rangle$ означено временски осредњено поље густине. С обзиром на (3.28), може се написати следећи израз:

$$\langle \varrho \rangle \tilde{\psi} = \langle \hat{\varrho} \hat{\psi} \rangle. \quad (3.29)$$

Ако се уместо величине $\hat{\psi}$ замени поље брзине, претходни израз постаје

$$\langle \varrho \rangle \tilde{\underline{u}} = \langle \hat{\varrho} \hat{\underline{u}} \rangle = \langle \varrho \rangle \langle \underline{u} \rangle + \langle \varrho' \underline{u}' \rangle. \quad (3.30)$$

Десна страна једначине (3.30) се препознаје у једначини континуитета за стишљиво струјање (3.26). Заменом једначине (3.30) у једначину (3.26), добија се једначина континуитета осредњена по маси

$$\partial_t \langle \varrho \rangle + \nabla \cdot (\langle \varrho \rangle \tilde{\underline{u}}) = 0. \quad (3.31)$$

Очигледно је да примена Фавреовог осредњавања знатно упрошћава једначину (3.26), будући да нова корелација која се појавила у овој једначини применом Рејнолдсове декомпозиције и осредњавања, ишчезава применом масеног осредњавања. Са друге стране добија се једначина која описује закон одржања масе у турбулентном стишљивом струјању, а која је слична

једначини (3.24). Дакле, препознају се одређени чланови, корелације и ствара се могућност примене познатог поступка решавања једначине овакве структуре. То и јесте суштина Фавреовог осредњавања.

Концепт Фавреовог осредњавања је чисто математички. Уведен је како би се из једначина турбулентног стишљивог струјања уклониле корелације које немају пандан у једначинама турбулентног нестишљивог струјања. Другим речима, Фавреово осредњавање је уведено како би једначине којима се описује турбулентно стишљиво струјање (Favre Averaged Navier-Stokes – FANS) биле сличне једначинама којима се описује турбулентно нестишљиво струјање (Reynolds Averaged Navier-Stokes – RANS). Уклањањем флуктуација услед густине из једначина се не уклања утицај промене густине на флуктуације осталих физичких величина турбулентног стишљивог струјања. Тај утицај је и даље присутан.

Применом Фавреовог осредњавања у једначинама промене количине кретања (3.2) и одржања укупне енергије (3.3), са уважавањем правила Фавреовог осредњавања

$$\langle \underline{u}'' \rangle \neq 0, \quad \langle \rho \underline{u}'' \rangle = 0 \quad (3.32)$$

добиају се Фавреове једначине:

$$\frac{\partial (\langle \rho \rangle \tilde{\underline{u}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\langle \rho \rangle \tilde{\underline{u}} \otimes \tilde{\underline{u}}) = -\nabla \langle p \rangle + \nabla \cdot (\langle \underline{\tau} \rangle - \langle \rho \underline{u}'' \otimes \underline{u}'' \rangle), \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \partial_t (\langle \rho \rangle \tilde{E}) + \nabla \cdot (\langle \rho \rangle \tilde{H} \tilde{\underline{u}}) = & \partial_t \langle p \rangle + \nabla \cdot \left[-\langle \rho \underline{u}'' h'' \rangle + \langle \underline{\tau} \cdot \underline{u}'' \rangle - \left\langle \rho \underline{u}'' \frac{1}{2} \underline{u}'' \cdot \underline{u}'' \right\rangle \right] + \\ & \nabla \cdot [\tilde{\underline{u}} \cdot (\langle \underline{\tau} \rangle - \langle \rho \underline{u}'' \otimes \underline{u}'' \rangle)] - \nabla \cdot \tilde{\underline{q}}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

где је ∂_t парцијални извод по времену, а искоришћена је веза између енталпије и унутрашње енергије $h = e + p/\rho$. Када се масено осредњавање примени на конститутивну једначину за њутновске флуиде (3.14), као и на остале додатне једначине (3.15), (3.16), (3.18) добија се коначан облик једначина које се користе за изучавање турбулентног стишљивог струјања њутновског флуида

$$\begin{aligned} \langle \underline{\tau} \rangle = & \mu \left\{ \left[\nabla \tilde{\underline{u}} + (\nabla \tilde{\underline{u}})^T \right] - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \tilde{\underline{u}}) \underline{I} \right\} \\ & + \mu \left\{ \left[\nabla \langle \underline{u}'' \rangle + (\nabla \langle \underline{u}'' \rangle)^T \right] - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \langle \underline{u}'' \rangle) \underline{I} \right\} = \underline{\tau} + \langle \underline{\tau}'' \rangle \cong \underline{\tau}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\tilde{E} = \tilde{e} + \frac{\tilde{\underline{u}} \cdot \tilde{\underline{u}}}{2} + \frac{\langle \rho \underline{u}'' \cdot \underline{u}'' \rangle}{2\langle \rho \rangle}, \quad \tilde{H} = \tilde{h} + \frac{\tilde{\underline{u}} \cdot \tilde{\underline{u}}}{2} + \frac{\langle \rho \underline{u}'' \cdot \underline{u}'' \rangle}{2\langle \rho \rangle}, \quad (3.36)$$

$$\tilde{e} = c_v \tilde{T}, \quad \tilde{h} = c_p \tilde{T}, \quad \langle p \rangle = \langle \rho \rangle R_g \tilde{T}, \quad \tilde{\underline{q}} = -\lambda \nabla \tilde{T}. \quad (3.37)$$

Услед Фавреовог осредњавања једначина које приказују везу између унутрашње енергије/енталпије и њихових тоталних вредности, у једначинама (3.36) се јавља додатни члан, нова корелација. Ова величина представља кинетичку енергију флукуација услед промене густине, и углавном се занемарује у прорачунима.

Величина $-\langle \rho \underline{u}'' \otimes \underline{u}'' \rangle$, као и у случају Рејнолдсових једначина, представља додатни члан у односу на Навије-Стоксове једначине, који је последица њихове нелинеарности. Овде је овај члан осредњен по маси. Отуда овакав запис. И у случају Фавреових једначина, то је величина која представља проблем у затварању система једначина и захтева моделирање.

Поред ове непознате величине, у једначини енергије (3.34) се јављају додатне корелације: турбулентни пренос енергије топлотом $\langle \rho \underline{u}'' h'' \rangle$, молекуларна дифузија $\langle \underline{\tau} \cdot \underline{u}'' \rangle$ и турбулентни пренос $\langle \rho \underline{u}'' 0,5 \underline{u}'' \cdot \underline{u}'' \rangle$. Узимајући у обзир аналогију између преноса количине кретања и простирања енергије, вектор турбулентног флукса топлоте је пропорционалан градијенту осредњене температуре

$$\underline{q}_t = \langle \rho \underline{u}'' h'' \rangle = -\frac{\mu_T}{Pr_T} \nabla \tilde{h}, \quad (3.38)$$

имајући у виду дефиницију осредњене енталпије (3.37).

Допринос осталих непознатих корелација једначини енергије се углавном занемарује при моделирању турбуленције моделима вишег реда. Међутим, у двоједначинским моделима се ова два члана осредњене једначине енергије здружено апроксимирају применом

$$\langle \underline{\tau} \cdot \underline{u}'' \rangle - \left\langle \rho \underline{u}'' \frac{1}{2} \underline{u}'' \cdot \underline{u}'' \right\rangle = \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k. \quad (3.39)$$

Овде је σ_k константа чија вредност зависи од двоједначинског модела који се користи за моделирање турбуленције.

Уврштавањем израза (3.38) и (3.39) у једначину енергије (3.34), добија се коначни облик једначине енергије осредњене по маси

$$\begin{aligned} \partial_t \left(\langle \rho \rangle \tilde{H} \right) + \nabla \cdot (\langle \rho \rangle \langle H \rangle \underline{\tilde{u}}) = \partial_t \langle p \rangle + \nabla \cdot \left[-\frac{\mu_T}{Pr_T} \nabla \tilde{h} + \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \\ \nabla \cdot [\underline{\tilde{u}} \cdot (\langle \underline{\tau} \rangle - \langle \rho \underline{u}'' \otimes \underline{u}'' \rangle)] - \nabla \cdot \underline{\tilde{q}}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

У наредном тексту, као и на сликама на којима су приказани резултати рада у овој дисертацији, означавање физичких величина је поједностављено. *Симболи осредњавања су изостављени*, те су све величине означене само словном ознаком. Посебно се наглашава ако симболи осредњавања нису

изостављени.

3.4 Анизотропност турбуленције у светлу Ламлијевих инваријанти

Још једна у низу особина турбулентног струјања је анизотропност. Ово је карактеристика од великог значаја како у експерименталном, тако и у нумеричком истраживању турбуленције. Повратак хомогене турбуленције изотропији је тема којом су се међу првима бавили Lumley and Newman (1977) и Choi and Lumley (2001). Постоји веровање да у случају хомогене анизотропне турбуленције која је „препуштена сама себи“ без спољних утицаја, долази до смањивања анизотропије, Lumley and Newman (1977). Најбољи начин да се оцени степен анизотропије јесте да се она издвоји од осталих карактеристика турбулентног струјања. Ово је могуће урадити пратећи следеће расуђивање.

Познато је да постоји сферни и девијаторски део тензора Рејнолдсових турбулентних напона. Када се чланови девијаторског дела тензора нормализују двоструком вредношћу кинетичке енергије турбуленције, добија се тензор анизотропности турбулентних напона

$$\underline{\underline{A}} = \frac{\text{dev}(\underline{\underline{R}})}{2k}. \quad (3.41)$$

У случају изотропне турбуленције све компоненте тензора $\underline{\underline{A}}$ ишчежавају, $A_{ij} = 0$. Имајући у виду да је тензор анизотропности симетричан тензор, могуће је пронаћи његову сопствену вредност α из карактеристичне једначине:

$$\det(\underline{\underline{A}} - \alpha \underline{\underline{I}}) = 0, \quad (3.42)$$

која може да се запише у облику

$$\alpha^3 - I_{1a}\alpha^2 + I_{2a}\alpha - I_{3a} = 0. \quad (3.43)$$

Овде су са I_{1a}, I_{2a}, I_{3a} означене прва, друга и трећа инваријанта тензора $\underline{\underline{A}}$. Ове инваријанте су дефинисане помоћу корена карактеристичне једначине α_1, α_2 и α_3 на следећи начин:

$$\begin{aligned} I_{1a} &= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \text{tr}(\underline{\underline{A}}), \\ I_{2a} &= \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 = \frac{1}{2} \left\{ [\text{tr}(\underline{\underline{A}})]^2 - \text{tr}(\underline{\underline{A}}^2) \right\}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$I_{3a} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 = \det(\underline{\underline{A}}) = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{A}}^3) - \frac{1}{2} \text{tr}(\underline{\underline{A}}) \cdot \text{tr}(\underline{\underline{A}}^2) + \frac{1}{6} [\text{tr}(\underline{\underline{A}})]^3,$$

при чему је са (...) означена матрица одговарајућег тензора, а са $\text{tr}(\dots)$ траг ове матрице.

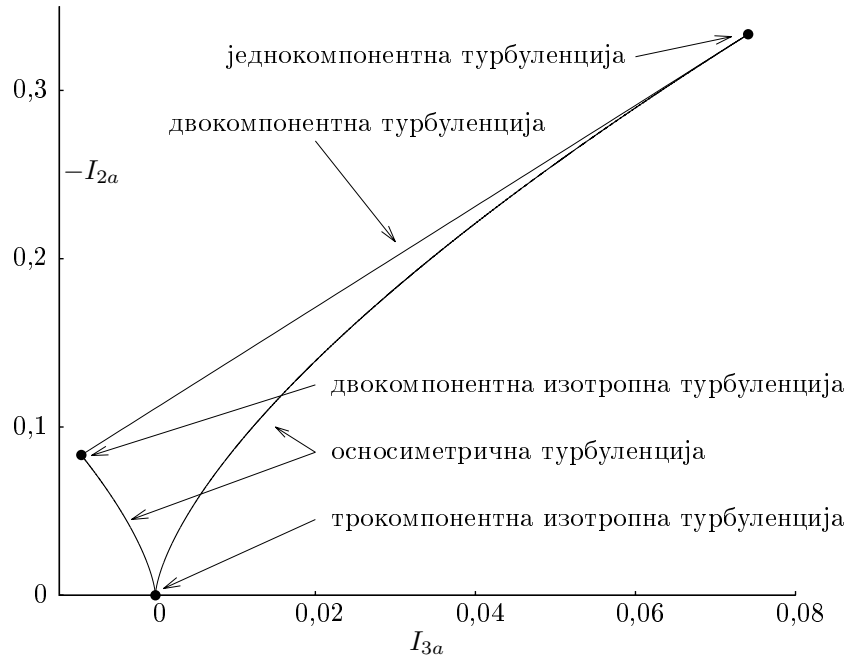
Према дефиницији тензора анизотропности, прва инваријанта је идентички једнака нули. Применом једнакости

$$\text{tr}(\underline{\underline{A}}) = \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{I}}, \quad \text{tr}(\underline{\underline{A}}^2) = \underline{\underline{A}}^2 : \underline{\underline{I}}, \quad \text{tr}(\underline{\underline{A}}^3) = \underline{\underline{A}}^3 : \underline{\underline{I}}, \quad (3.45)$$

а сходно претходном исказу, друге две инваријанте су:

$$I_{2a} = -\frac{1}{2} \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{A}} \quad \text{и} \quad I_{3a} = \det(\underline{\underline{A}}). \quad (3.46)$$

Помоћу друге инваријанте тензора анизотропности се одређује степен анизотропности турбулентног струјања, док трећа инваријанта приказује природу анизотропности. У правоуглом координатном систему, приказаном на слици 3.1, чија је апсциса I_{3a} а ордината $-I_{2a}$, дефинисана је инваријантна мапа анизотропности у којој се налазе сва остварива стања хомогене турбуленције.



Слика 3.1: Инваријантна мапа анизотропности турбуленције.

Странице овог криволинијског троугла, познатог и под именом Ламлијев троугао, представљају гранична стања турбуленције. Њихове функционалне

зависности су исказане једначинама

$$-I_{2a} = 3I_{3a} + \frac{1}{9} \quad (3.47)$$

за двокомпонентну турбуленцију, и

$$-I_{2a} = \frac{3}{4} (4|I_{3a}|)^{2/3} \quad (3.48)$$

за осносиметричну турбуленцију. Разликујемо два облика осносиметричне турбуленције. У случају да је $I_{3a} > 0$, говоримо о осносиметричној експанзији, док је у случају $I_{3a} < 0$ реч о осносиметричној контракцији. Пресечне тачке ових функција, темена криволинијског троугла, су дефинисане следећим вредностима:

- трокомпонентна изотропна турбуленција: $(0, 0)$,
- двокомпонентна изотропна турбуленција: $(-\frac{1}{108}, \frac{1}{12})$ и
- једнокомпонентна изотропна турбуленција: $\frac{2}{27}, \frac{1}{3}$.

Гранична стања турбуленције су одређена само компонентама на главној дијагонали тензора турбулентних напона и то применом њихових различитих односа у погледу вредности. О облицима турбуленције се говори у Simonsen and Krogstad (2004) и Oyewola et al. (2004). Овде су парови инваријанти тензора анизотропности приказани у Ламлијевом троуглу повезани са величинама одговарајућих нормалних напона, односно са *обликом* тензора Рејнолдсових напона који овај заузима у простору. У овом смислу се може говорити о турбуленцији у облику цигарете или шипке (енг. rod-like, cigare-shaped turbulence) и о турбуленцији у облику диска или торте (енг. disk-like, pancake-shaped turbulence). Турбуленција у облику цигарете одговара десној страници Ламлијеве мапе, за коју важи да је један од нормалних напона већи од преостала два, док је за леву страну Ламлијевог троугла карактеристичан облик турбуленције у облику диска. Овде је један од нормалних турбулентних напона мањи од друга два.

Једначина (3.47) се може записати и као $9I_{2a} + 27I_{3a} + 1 = 0$, при чему се лева страна једначине може доделити неком параметру F . Ова величина се назива фактором анизотропности и може се користити као мера одступања од изотропне и двокомпонентне турбуленције. За двокомпонентну турбуленцију $F = 0$, док јединична вредност овог параметра одговара изотропној турбуленцији.

Примена Ламлијевих мапа анизотропности је практичан и лак начин процене анизотропије турбулентног струјања. Уместо анализирања расподела шест компоненти тензора анизотропности Рејнолдсових напона, одређују се две независне величине – инваријанте овог тензора. Њихова расподела у карактеристичном домену у равни – инваријантној мапи анизотропности, говори о природи и степену анизотропности турбуленције. Са друге стране, Ламлијева мапа се користи и за проверу спроведених, како експерименталних, тако и нумеричких истраживања турбуленције. Ово се заснива на чињеници да се сва остварива стања хомогене турбуленције морају налазити управо у границама криволинијског троугла приказаног на слици 3.1.

Поред овако дефинисане инваријантне мапе, постоји и модификована мапа, у којој се приказују вредности инваријанти у случају када су сувише близу координатног почетка. Постоје и барицентрична мапа и др, што је ближе описано у Banerjee et al. (2007, 2008) и примењено на турбулентно нестишљиво вихорно струјање у Radenković et al. (2014). Ламлијеве мапе су у истој класи струјања коришћене у Чантрак (2012) и Тоћић (2013).

*Theory is when you know everything but
nothing works. Practice is when everything
works but no one knows why. In our
laboratory, theory and practice are combined:
nothing works and no one knows why.*

(Albert Einstein, 1879 – 1955)



Софтвер за нумеричко моделирање и модели турбуленције

Четврто поглавље дисертације је посвећено софтверу помоћу којег су рађени сви прорачуни. Реч је о софтверу отвореног типа – OpenFOAM. После основних информација у вези са овим софтвером, приказани су различити приступи моделирању турбуленције. У оквиру свакога од њих приказани су модели турбуленције који су коришћени у оквиру овог истраживања. На крају је објашњена имплементација корекција у три солвера који постоје у оквиру foam-ext-3.1 верзије овог софтвера. На овај начин је омогућено да се применом софтвера OpenFOAM истражује феномен стратификације поља тоталне температуре у различитим струјним просторима.

Постоји читава лепенца софтвера за нумеричко моделирање напонских стања структура, струјања флуида, размене енергије топлотом и сл. Међу њима важи општа подела на комерцијалне софтвере и оне који су доступни свима (енг. open-source). Радно окружење у комерцијалним софтверима је углавном засновано на употреби иконица (енг. Graphical User Interface – GUI). Постављање проблема за нумеричке прорачуне је ограничено у самом софтверу. Почетни и гранични услови се бирају из падајућих менија, при чему међу њима нису дозвољене све комбинације. Једначине које се решавају нису доступне крајњем кориснику и нису могуће никакве модификације истих. Све у свему, крајњем кориснику није познато којим методама дискретизације и које једначине се решавају у овим софтверима. Насупрот овим софтверима, крајем осамдесетих година двадесетог века, на Империјал колеџу у Лондону започето је развијање једног од софтвера отвореног типа – OpenFOAM. Радно окружење овог софтвера је засновано на уносу текстуалних команди (енг. Text User Interface – TUI). Како само име каже, у овом и другим софтверима отвореног кода, све је доступно крајњем кориснику. Све. Једначине, дискретизационе схеме,

неограничени број комбинација за постављање почетних и граничних услова... Више речи о OpenFOAM-у, софтверу који је коришћен за нумеричке прорачуне у оквиру ове докторске дисертације, биће у наредном одељку.

4.1 Укратко о софтверу OpenFOAM

OpenFOAM (Open-source Field Operation and Manipulation) је софтвер за нумеричку механику флуида отвореног типа. Написан је у програмском језику C++ и у суштини представља скуп C++ библиотека намењених решавању проблема у различитим областима механике флуида, простирања енергије топлотом, области акустике, деформација крутих тела и сл.

Због објектно оријентисаног приступа који је заступљен у C++ језику, олакшано је записивање диференцијалних једначина које се решавају, Greenshields (2015a), Greenshields (2015b). Њихов запис у програму је практично идентичан математичком запису. Имајући у виду да је реч о софтверу отвореног типа, могуће је модификовати постојеће и додавати нове модуле и апликације у оквиру софтвера.

OpenFOAM је заснован на методи коначних запремина (енг. finite volume method), у којој се коначна запремина односи на малу, али довољно велику, запремину флуида у којој се решавају транспортне једначине за сваку од физичких величина. Запремински интеграл који садрже конвективне чланове су претворени у површинске интеграле. Конвективни чланови се рачунају као флуксеви на површи ове мале запремине. Због чињенице да су флуксеви на улазу и излазу из запремине међусобно једнаки, ова метода гарантује очуваност свих закона одржања. Метода коначних запремина се са лакоћом примењује на неструктурираним мрежама, што је од значаја у проучавању струјања у неким сложенијим геометријама. Значајно је и то да је ову методу могуће примењивати и у тзв. паралелном процесирању, тј. спровођењу прорачуна на прорачунском домену који је издељен на више мањих поддомена, од којих сваки „припада“ једном процесору. У току прорачуна се одвија комуникација тј. размена информација између датих процесора применом MPI (енг. Message Passing Interface) протокола, Gropp et al. (1996).

4.2 Моделирање турбуленције

Већ је напоменуто да је директно решавање Навије-Стоксових једначина (DNS – Direct Navier-Stokes) практично неизводљиво без супер-рачунара. У том смислу се приступа осредњавању тј. филтрирању Навије-Стоксових једначина

и траже се решења осредњених, односно филтрираних, једначина. Рејнолдсови напони који се јављају као нови члан осредњених једначина су узрок проблема затварања новодобијеног система једначина. Ове величине се не могу тачно одредити, већ се приступа њиховом моделирању, тј. моделирању турбуленције.

Више је приступа овом проблему: RANS, LES, хибридни RANS – LES приступ, DES. Неки од ових приступа моделирању турбуленције и прорачуна су захтевнији од других по питању потребних рачунарских ресурса. Све ове приступе разликује и квалитет мреже који је потребно задовољити, како би се добили задовољавајући резултати. Ово је и један од разлога за формирање комбинованог RANS-LES приступа, о чему ће бити више речи у наставку.

4.2.1 RANS приступ

У оквиру RANS приступа (Reynolds Averaged Navier Stokes) моделирању турбуленције се решавају временски осредњене једначине. Развијени су модели различите комплексности, који служе за затварање датог система једначина. Најједноставнији су једноједначински модели у којима се решава једна транспортна једначина и то за турбулентну вискозност. Потом су развијани двоједначински модели који могу бити линеарни или нелинеарни. Двоједначински модели су сви они модели којима се за моделирање турбуленције решавају додатне две једначине преноса. Најчешће су у питању кинетичка енергија турбуленције k и дисипација енергије турбуленције ε или специфична дисипација енергије турбуленције ω . Друга величина за коју се пише једначина преноса у моделу зависи управо од модела који је у примени. И док је кинетичка енергија турбуленције, како јој само име каже, енергија коју има турбуленција, друге две величине представљају дужинску или временску размеру турбуленције.

Наредна степеница у развијању модела којима се решава временски осредњено поље физичких величина турбулентног струјања су напонски модели. У случају њихове примене, решава се шест транспортних једначина за Рејнолдсове напоне и транспортна једначина за дисипацију кинетичке енергије турбуленције.

У овој дисертацији се за моделирање турбуленције користе стандардни $k - \varepsilon$, оствариви $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ SST модел, као и LRR и LG напонски модели.

4.2.1.1 Двоједначински модели ($k - \varepsilon$, остварив $k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST)

Бусинескова (Joseph Valentin Boussinesq, 1842 – 1929) хипотеза, која је основа двоједначинских модела, уводи у моделирање турбуленције нову величину –

турбулентну вискозност ν_T . Ова величина повезује Рејнолдсове напоне са осредњеним кретањем флуида. У случају стишљивог струјања Бусинескова хипотеза има следећи облик:

$$-\langle \underline{u} \otimes \underline{u} \rangle = \nu_T \left(2\underline{S} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \underline{u})\underline{I} \right) - \frac{2}{3}k\underline{I}. \quad (4.1)$$

Применом Бусинескове хипотезе стишљиво струјање флуида се моделира као нестишљиво струјање са додатком промене густине.

Стандардни $k - \varepsilon$ модел је један од двоједначинских модела, код кога се решавају једначине преноса за кинетичку енергију турбуленције k и дисипацију енергије турбуленције ε . На основу кода у OpenFOAM-у је урађена реконструкција ових једначина, те је закључено да се ради о моделу који су установили Jones and Launder (1972), а касније употпунили Launder and Sharma (1974), са одређеним додатним члановима који су идентички једнаки нули при прорачуну нестишљивог струјања овим моделом. Немају све верзије OpenFOAM-а имплементиран исти $k - \varepsilon$ модел за стишљиво струјање. Тако, на пример, у OpenFOAM-2.4.0 верзији софтвера $k - \varepsilon$ модел је имплементиран према Tahry (1983).

У $k - \varepsilon$ моделу, динамичка турбулентна вискозност се одређује применом

$$\mu_T = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon + \varepsilon_{small}}, \quad (4.2)$$

где је $\varepsilon_{small} = 10^{-15}$, вештачки уведено у израз како би се избегло дељење са нулом, а константа $C_\mu = 0,09$.

На основу листинга 4.1 и 4.2 се могу реконструисати једначине преноса кинетичке енергије турбуленције и дисипације енергије турбуленције у $k - \varepsilon$ моделу који се користи за моделирање турбуленције у стишљивом струјању флуида.

Листинг 4.1: Запис једначине преноса кинетичке енергије турбуленције у коду $k - \varepsilon$ модела.

```
tmp<fvScalarMatrix> kEqn
(
    fvm::ddt(rho_, k_)
    + fvm::div(phi_, k_)
    - fvm::laplacian(DkEff(), k_)
    ==
    G
    - fvm::SuSp((2.0/3.0)*rho_*divU, k_)
    - fvm::Sp(rho_*epsilon_/k_, k_)
);
```

Листинг 4.2: Запис једначине преноса дисипације кинетичке енергије турбуленције у коду $k - \varepsilon$ модела.

```
tmp<fvScalarMatrix> epsEqn
(
    fvm::ddt(rho_, epsilon_)
  + fvm::div(phi_, epsilon_)
  - fvm::laplacian(DepsilonEff(), epsilon_)
  ==
    C1_*G*epsilon_/k_
  - fvm::SuSp(((2.0/3.0)*C1_ + C3_)*rho_*divU, epsilon_)
  - fvm::Sp(C2_*rho_*epsilon_/k_, epsilon_)
);
```

Овде се појављују величине G , $DkEff$ и $DepsilonkEff$ које представљају продукцију кинетичке енергије турбуленције, коефицијент ефективне дифузије у једначини преноса кинетичке енергије турбуленције односно једначини преноса њене дисипације. Имплементација продукције кинетичке енергије турбуленције је приказана у листингу 4.3, док су коефицијенти ефективне дифузије дефинисани следећим изразима:

$$DkEff := \frac{\mu_T}{\sigma_k} + \mu \quad \text{и} \quad DepsilonkEff := \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} + \mu. \quad (4.3)$$

Листинг 4.3: Запис израза за продукцију кинетичке енергије турбуленције у коду $k - \varepsilon$ модела.

```
tmp<volTensorField> tgradU = fvc::grad(U_);
volScalarField G("RASModel::G", muT_*(tgradU() && dev(twoSymm(
    tgradU()))));
tgradU.clear();
```

Једначина преноса кинетичке енергије турбуленције и дисипације кинетичке енергије турбуленције у $k - \varepsilon$ моделу имају следећи облик:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \cdot (\rho k \underline{u}) = & \mu_T \nabla \underline{u} : \left(2\underline{\underline{S}} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \underline{u}) \underline{\underline{I}} \right) - \rho \varepsilon - \frac{2}{3} \rho k \nabla \cdot \underline{u} \\ & + \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \underline{u}) = & \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\mu_T \nabla \underline{u} : \left(2\underline{\underline{S}} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \underline{u}) \underline{\underline{I}} \right) \right) \\ & - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} - \left(\frac{2}{3} C_1 + C_3 \right) \rho \varepsilon \nabla \cdot \underline{u}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Константе у претходним једначинама имају следеће вредности: $C_1 = 1,44$, $C_2 = 1,92$, $C_3 = -0,33$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $\sigma_k = 1$.

Када се једначине (4.4) и (4.5) упореде са истим једначинама које се користе за моделирање турбуленције у нестишљивом струјању приказаним у Ћоћић (2013), уочавају се нови чланови у једначинама за моделирање турбуленције у стишљивом струјању. Ови чланови су карактеристични по томе што у себи садрже једначину континуитета, те су у случају нестишљивог струјања идентички једнаки нули. Константа C_3 постоји у овом моделу само у случају стишљивог струјања. Њена вредност зависи од литературног извора који се користи за имплементацију $k - \varepsilon$ модела.

$k - \varepsilon$ модел користи зидне функције за моделирање струјања у близини зида. Приближавајући се зиду, вискозност флуида је доминантнија у односу на турбулентну вискозност, те постоји више слојева у близини зида: вискозни подслој, прелазни и слој логаритамске расподеле брзине. У овом делу струјног тока се физичке величине не одређују помоћу једначина (4.4) и (4.5), већ помоћу зидних функција. У вискозном подслоју зависност брзине у односу на растојање од зида у правцу нормале на зид, је линеарна, а у суседном слоју има логаритамску расподелу, како следи:

$$u^+ = \frac{1}{\zeta} \ln(y^+) + C, \quad y^+ = \frac{yu^*}{\nu}, \quad u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{0.5}. \quad (4.6)$$

Константе ζ и C се одређују експерименталним путем. Имајући у виду да прва прорачунска тачка мреже треба да се налази у логаритамском слоју, бездимензионо растојање од зида y^+ треба да буде око 30 да би прорачун био задовољавајуће тачности. Ово се потврђује рачунањем бездимензионог растојања од зида после завршеног прорачуна.

Листинг 4.4: Запис једначине преноса кинетичке енергије турбуленције у коду остваривог $k - \varepsilon$ модела.

```
tmp<fvScalarMatrix> kEqn
(
    fvm::ddt(rho_, k_)
    + fvm::div(phi_, k_)
    - fvm::laplacian(DkEff(), k_)
    ==
    G
    - fvm::SuSp((2.0/3.0)*rho_*divU, k_)
    - fvm::Sp(rho_*epsilon_/k_, k_)
);
```

Остварив $k - \varepsilon$ модел је модел новијег датума. Ово је усавршена верзија стандардног $k - \varepsilon$ модела, у којој се решава иста једначина за кинетичку енергију турбуленције (разликују се вредности константи), а једначина за дисипацију кинетичке енергије турбуленције је измењена. Овим је $k - \varepsilon$ модел

постао остварив, што ће бити објашњено у наставку, и решен је проблем са лошим предвиђањем ширења осносиметричног млаза. У код OpenFOAM програма су имплементиране једначине овог модела из Shih et al. (1995). То је потврђено након реконструисања једначина из фајла `realizableKE.C` приказаних у листинзима 4.4 и 4.5.

Листинг 4.5: Запис једначине преноса дисипације кинетичке енергије турбуленције у коду остваривог $k - \varepsilon$ модела.

```
tmp<fvScalarMatrix> epsEqn
(
    fvm::ddt(rho_, epsilon_)
  + fvm::div(phi_, epsilon_)
  - fvm::laplacian(DepsilonEff(), epsilon_)
  ==
    C1_*G*epsilon_/k_
  - fvm::SuSp(((2.0/3.0)*C1_ + C3_)*rho_*divU, epsilon_)
  - fvm::Sp(C2_*rho_*epsilon_/k_, epsilon_)
);
```

Једначина преноса кинетичке енергије турбуленције је идентична овој једначини (4.4) у $k - \varepsilon$ моделу, док се дисипација кинетичке енергије турбуленције у остваривом $k - \varepsilon$ моделу одређује применом

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \nabla \cdot (\rho\varepsilon \underline{u}) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_1 \rho \varepsilon \sqrt{2 \text{dev}(\underline{S}) : \text{dev}(\underline{S})} - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}}. \quad (4.7)$$

Овај модел носи име „остварив“ са разлогом. Он задовољава одређена математичка ограничења у вези са Рејнолдсовим напонима, тј. у вези са физиком турбулентног струјања. Наиме, овај модел је формулисан тако да су сви напони на главној дијагонали тензора Рејнолдсових напона већи од нуле. Ни стандардни $k - \varepsilon$ ни $k - \omega$ модел нису оствариви у том смислу, јер за струјања са великим деформацијама напони на главној дијагонали могу бити мањи од нуле као резултат ових модела. Други услов остваривости овог модела је исказан релацијом

$$\frac{\langle u_i u_j \rangle}{\sqrt{\langle u_i^2 \rangle \langle u_j^2 \rangle}} \leq 1, i \neq j.^1$$

Једини начин да се остваре ова два услова јесте да константа C_μ нема константну вредност, већ да зависи од осредњених величина струјања и величина турбуленције (k, ε) . Водећи о томе рачуна, ова константа је дефинисана као

¹Не сабира се по поновљеним индексима.

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s U_s k / (\varepsilon + \varepsilon_{small})}, \quad (4.8)$$

где је

$$U_s = \sqrt{\left[\underline{\underline{S}} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \underline{u}) \underline{\underline{I}} \right] : \left[\underline{\underline{S}} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \underline{u}) \underline{\underline{I}} \right] + \underline{\underline{\Omega}} : \underline{\underline{\Omega}}},$$

$$A_s = \sqrt{6} \cos(\text{phis})$$

$$\text{phis} = \frac{1}{3} \arccos \left(\min \left\{ \max \left\{ \frac{\sqrt{6} (\text{dev} \underline{\underline{S}} \cdot \text{dev} (\underline{\underline{S}})) : \text{dev} (\underline{\underline{S}})}{\text{dev} (\underline{\underline{S}}) : \text{dev} (\underline{\underline{S}}) \sqrt{\text{dev} (\underline{\underline{S}}) : \text{dev} (\underline{\underline{S}})}}, -1 \right\}, 1 \right\} \right).$$

Као и у случају стандарног $k - \varepsilon$ модела и овде је ε_{small} додато да би се избегло дељење са нулом, $A_0 = 4$ је константа, $\text{dev} (\underline{\underline{S}})$ је девијаторски део тензора брзине деформисања, док је $\underline{\underline{\Omega}}$ тензор вртложности, $\underline{\underline{\Omega}} = \text{skew}(\nabla \underline{U})$. Вредности осталих константи у једначинама остваривог $k - \varepsilon$ модела су: $C_2 = 1,9$, $\sigma_\varepsilon = 1,2$, $\sigma_k = 1$.

Једначина (4.8) и пратећи изрази су записани на основу листинга 4.6.

Листинг 4.6: Запис израза по којем се рачуна величина C_μ у коду остваривог $k - \varepsilon$ модела.

```
tmp<volSymmTensorField> tS = dev(symm(gradU));
const volSymmTensorField& S = tS();
volScalarField W =
    (2*sqrt(2.0))*((S&S)&&S)
    /(
        magS*S2
        + dimensionedScalar("small",dimensionSet(0,0,-3,0,0),SMALL)
    );
volScalarField phis =
    (1.0/3.0)*acos(min(max(sqrt(6.0)*W,-scalar(1)),scalar(1)));
volScalarField As = sqrt(6.0)*cos(phis);
volScalarField Us = sqrt(S2/2.0 + magSqr(skew(gradU)));
return 1.0/(A0_ + As*Us*k_/(epsilon_ + epsilonSmall_));
volScalarField S2 = 2*magSqr(dev(symm(gradU)));
volScalarField magS = sqrt(S2);
```

$k - \omega$ SST модел је двоједначински модел који представља комбинацију $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ модела турбуленције. За стишљиво струјање је важна референца Menter and Esch (2001), на основу које је имплементиран овај модел у OpenFOAM. Овај SST модел је комбинација претходно описаног стандардног $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ модела из Wilcox (1988). Наиме, Menter и Esch су осмислили модел у коме се прорачун у близини зида врши према $k - \omega$ моделу, док се за струјање флуида у остатку прорачунског домена решавају једначине стандардног $k - \varepsilon$ модела. Једначину за дисипацију кинетичке енергије турбуленције k из $k - \varepsilon$ модела су преформулисали и записали је у функцији од фреквенције дисипације кинетичке енергије турбуленције ω .

Овако преформулисану једначину дисипације кинетичке енергије турбуленције су додали једначини фреквенције дисипације кинетичке енергије турбуленције из $k - \omega$ модела, формирајући тако нову једначину за фреквенцију дисипације енергије турбуленције у SST моделу. Када ће се који део ове нове једначине решавати зависи од функције F_1 чија је вредност јединична у близини зида, односно нула у области слободног струјања.

Листинг 4.7: Запис једначине преноса кинетичке енергије турбуленције у коду $k - \omega$ SST модела.

```
tmp<fvScalarMatrix> kEqn
(
    fvm::ddt(rho_, k_)
  + fvm::div(phi_, k_)
  - fvm::laplacian(DkEff(F1), k_)
  ==
    min(G, (c1*betaStar_)*rho_*k_*omega_)
  - fvm::SuSp(2.0/3.0*rho_*divU, k_)
  - fvm::Sp(rho_*betaStar_*omega_, k_)
);
```

Листинг 4.8: Запис једначине преноса фреквенције дисипације кинетичке енергије турбуленције у коду $k - \omega$ SST модела.

```
tmp<fvScalarMatrix> omegaEqn
(
    fvm::ddt(rho_, omega_)
  + fvm::div(phi_, omega_)
  - fvm::laplacian(DomegaEff(F1), omega_)
  ==
    rhoGammaF1*GbyMu
  - fvm::SuSp((2.0/3.0)*rhoGammaF1*divU, omega_)
  - fvm::Sp(rho_*beta(F1)*omega_, omega_)
  - fvm::SuSp
    (
        rho_*(F1 - scalar(1))*CDk0omega/omega_,
        omega_
    )
);
```

На основу листинга 4.7 и 4.8 су реконструисане једначине преноса кинетичке енергије турбуленције k и фреквенције дисипације енергије турбуленције ω у SST моделу, како следи:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \cdot (\rho k \underline{u}) = \min \left\{ \mu_T \left(\nabla \underline{u} : \left(2\underline{\underline{S}} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \underline{u}) \underline{\underline{I}} \right) \right), c_1 \beta^* \rho k \omega \right\} \\ + \nabla \cdot ((\sigma_k \mu_T + \mu) \nabla k) - \rho \beta^* \omega k - \frac{2}{3} \rho k \nabla \cdot \underline{u} \end{aligned} \quad (4.9)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\varrho\omega) + \nabla \cdot (\varrho\omega\mathbf{u}) = \varrho\gamma \left(\nabla\mathbf{u} : \left(2\underline{\underline{S}} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{u})\underline{\underline{I}} \right) \right) - \frac{2}{3}\varrho\gamma\omega\nabla \cdot \mathbf{u} \\ + \nabla \cdot ((\sigma_\omega\mu_T + \mu)\nabla\omega) - \varrho\beta\omega^2 - 2\rho(F_1 - 1)\sigma_{\omega 2}\frac{\nabla k \cdot \nabla\omega}{\omega}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Овде су коефицијенти ефективне дифузије кинетичке енергије турбуленције односно фреквенције дисипације енергије турбуленције дефинисани изразима:

$$\text{DkEff}(F_1) := \sigma_k\mu_T + \mu \quad \text{и} \quad \text{DomegaEff}(F_1) := \sigma_\omega\mu_T + \mu. \quad (4.11)$$

Величине G , $GbyMu$ и $CDkOmega$ су у коду имплементиране као што је приказано у листингу 4.9. $CDkOmega$ је последица записивања једначине преноса дисипације кинетичке енергије турбуленције из $k - \varepsilon$ модела у функцији од фреквенције дисипације кинетичке енергије турбуленције.

Листинг 4.9: Запис израза за продукцију кинетичке енергије турбуленције и за члан $CDkOmega$ у коду $k - \omega$ SST модела.

```
tmp<volTensorField> tgradU = fvc::grad(U_);
volScalarField GbyMu = (tgradU() && dev(twoSymm(tgradU())));
volScalarField G("RASModel::G", mut_*GbyMu);
tgradU.clear();

volScalarField CDkOmega =
    (2*alphaOmega2_)*(fvc::grad(k_)&fvc::grad(omega_))/omega_;
```

Свака од константи у претходним једначинама своју вредност добија помоћу функције F_1 применом

$$\varphi = F_1\varphi_1 + (1 - F_1)\varphi_2, \quad (4.12)$$

где су φ_1 и φ_2 константе из $k - \omega$ односно $k - \varepsilon$ модела, следствено. Њихове вредности су следеће: $\sigma_{k1} = 0,85034$, $\sigma_{k2} = 1$, $\sigma_{\omega 1} = 0,5$, $\sigma_{\omega 2} = 0,85616$, $\gamma_1 = 0,5532$, $\gamma_2 = 0,4403$, $\beta_1 = 0,075$, $\beta_2 = 0,0828$. Вредности осталих константи су: $c_1 = 10$, $\beta^* = 0,09$.

Да би се узело у обзир другачије понашање модела у близини зида у односу на област слободног струјања, и турбулентна динамичка вискозност μ_T се у SST моделу рачуна на другачији начин, и то применом:

$$\mu_T = \frac{a_1\rho k}{\max\{a_1\omega, F_2\sqrt{2\underline{\underline{S}} : \underline{\underline{S}}}\}} \quad (4.13)$$

где је константа $a_1 = 0,31$, а F_1 и F_2 су функције чије су вредности близу или једнаке јединици у близини зида, односно теже нули у основном струјању. Ови

тежински коефицијенти се рачунају применом следећих израза:

$$F_1 = \tanh(arg_1^4) \quad \text{и} \quad F_2 = \tanh(arg_2^2). \quad (4.14)$$

где су аргументи из претходно написаних једнакости:

$$arg_1 = \min \left\{ \min \left\{ \max \left\{ \frac{1}{\beta^*} \frac{\sqrt{k}}{\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right\}, \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{\max \left\{ 2\sigma_{\omega 2} \frac{\nabla k \cdot \nabla \omega}{\omega}, e^{-10} \right\} y^2} \right\}, 10 \right\}$$

и

$$arg_2 = \min \left\{ \max \left\{ \frac{2}{\beta^*} \frac{\sqrt{k}}{\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right\}, 100 \right\}.$$

Упоредном анализом SST модела за стишљиво струјање и његове формулације за нестишљиво струјање из Menter (1994), уочава се да је овде турбулентна вискозност одређена преко тензора брзине деформисања уместо преко вртложности као што је то случај у моделу за нестишљиво струјање. Такође, и у овом моделу се јављају нови чланови који садрже једначину континуитета, те су у случају нестишљивог струјања идентички једнаки нули.

4.2.1.2 Напонски модели (LRR, LG)

Основна карактеристика напонских модела турбуленције је моделирање тензора дифузије, редистрибуције и дисипације. При томе, ови модели се углавном разликују по начину на који се моделира редистрибутивни члан. Како је већ напоменуто у уводном делу овог поглавља, у оквиру ове дисертације се користе два напонска модела: LRR (Launder-Reece-Rodi) и LG (Launder-Gibson). У оквиру LRR модела, коефицијенти „брзог“ члана редистрибуције енергије су изражени у функцији тензора анизотропности турбулентних напона. LG је унапређена верзија LRR модела. Разлика је у члану у оквиру LG модела који узима у ефекат рефлексије флукуација притиска од зида. На тај начин се у близини зида ствара расподела притиска која се разликује у односу на остатак струјног простора. У том смислу, овде се приказују само једначине за LG напонски модел, будући да је једина разлика између LRR и LG модела у овом рефлексном члану.

Транспортна једначина за Рејнолдсове једначине у Launder-Gibson

напонском моделу је

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \langle \underline{uu} \rangle) + \nabla \cdot (\rho \underline{u} \langle \underline{uu} \rangle) &= -\frac{C_{lg1} \rho \varepsilon}{k} \langle \underline{uu} \rangle + \left(\frac{2}{3} (C_{lg1} - 1) \rho \varepsilon \underline{I} \right) \\ &+ \rho C_{lg2} \left(2 \langle \underline{uu} \rangle \cdot \underline{S} - \frac{2}{3} k (\nabla \cdot \underline{u}) \underline{I} \right) - C_{lg2} \rho \nabla \cdot (\rho \underline{u} \langle \underline{uu} \rangle) - 2 \rho \langle \underline{uu} \rangle \cdot \underline{S} \\ &- \frac{1}{3} C_{lg2} \text{tr} (\nabla \cdot (\rho \underline{u} \langle \underline{uu} \rangle)) + \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\tau} \right) \nabla \langle \underline{uu} \rangle \right) + \underline{LG}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Листинг 4.10: Запис једначине преноса турбулентних напона у коду LG турбулентног модела.

```
tmp<fvSymmTensorMatrix> REqn
(
    fvm::ddt(rho_, R_)
  + fvm::div(phi_, R_)
  - fvm::laplacian(DREff(), R_)
  + fvm::Sp(Clg1_*rho_*epsilon_/k_, R_)
==
    rho_*P
  + (2.0/3.0*(Clg1_ - 1)*I)*rho_*epsilon_
  - Clg2_*rho_*(dev(P) - dev(C))
  + symm
    (
        I*((y_.n() & reflect) & y_.n())
      - 1.5*(y_.n()*(reflect & y_.n())
      + (y_.n() & reflect)*y_.n())
    )*pow(Cmu_, 0.75)*rho_*pow(k_, 1.5)/(kappa_*y_*epsilon_)
);
```

Листинг 4.11: Запис једначине преноса дисипације кинетичке енергије турбуленције у коду LG модела.

```
tmp<fvScalarMatrix> epsEqn
(
    fvm::ddt(rho_, epsilon_)
  + fvm::div(phi_, epsilon_)
  - fvm::laplacian(DepsilonEff(), epsilon_)
==
    C1_*rho_*G*epsilon_/k_
  - fvm::Sp(C2_*rho_*epsilon_/k_, epsilon_)
);
```

Овде је $\underline{LG}$ члан који узима у обзир близину зида, те је расподела притиска близу зида другачија у односу на остатак струјног простора:

$$\underline{LG} = \text{symm} \left\{ \underline{I} \left((\underline{n} \cdot \underline{PR}) \cdot \underline{n} \right) - 1.5 (\underline{n} (\underline{PR} \cdot \underline{n}) + (\underline{n} \cdot \underline{PR}) \underline{n}) \right\} C_\mu^{0.75} \frac{\rho k^{1.5}}{\kappa y \varepsilon}, \quad (4.16)$$

где је $\underline{n}$ јединични вектор нормале на зид, и

$$\underline{\underline{PR}} = C_{1Ref} \frac{\varepsilon}{k} \langle \underline{u} \otimes \underline{u} \rangle - C_{2Ref} C_{lg2} \left(2 \langle \underline{u} \otimes \underline{u} \rangle \cdot \underline{\underline{S}} - \frac{2}{3} k (\nabla \cdot \underline{U}) \underline{\underline{I}} \right). \quad (4.17)$$

Коначно, једначина преноса дисипације кинетичке енергије дисипације у Launder-Gibson напонском моделу је:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varrho \varepsilon) + \nabla \cdot (\varrho \varepsilon \underline{u}) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + 2 C_1 \varrho \varepsilon (\nabla \cdot \underline{u}) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (4.18)$$

Константе из једначина LG модела имају следеће вредности: $C_{lg1} = 1,8$, $C_{lg2} = 0,6$, $C_\mu = 0,09$, $C_{1Ref} = 0,5$, $C_{2Ref} = 0,3$, $\sigma_\tau = 0,81967$, $\kappa = 0,41$, $C_1 = 1,44$, $C_2 = 1,92$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$.

4.2.2 Хибридни RANS – LES приступ

LES (енг. large eddy simulation) приступ моделирању турбуленције се заснива на филтрирању Навије-Стоксових једначина. Овде је струјно поље условно подељено у зависности од величине турбулентних структура. Према хипотези Колмогорова структуре највеће фреквенције и најмање величине су изотропне и на њих не утичу много услови који се намећу глобалном струјању. Структуре које су веће величине па самим тим и мање фреквенције се прилагођавају геометрији и граничним условима струјања. У решавању турбуленције моделирањем великих вртлога, директно се решавају велике структуре, док се оне мање моделирају. Ово се сматра оправданим јер је изотропно струјање лакше моделирати него анизотропно. Рачуна се да је 80% енергетског спектра директно решено користећи овај приступ решавања турбуленције. При оваквом начину решавања турбуленције, опет се јављају турбулентни напони који представљају корелације моделираних структура - испод величине филтера (енг. subgrid scale – sgs).

Овај приступ решавању турбуленције је и поред предности, захтеван у погледу потребних компјутерских ресурса. Што је финији филтер који се користи за моделирање великих вртлога, то је потребно направити мрежу финије структуре, како би овакав прорачун заиста имао прави ефекат. У том смислу се примењује комбинација RANS и LES приступа, формирајући RANS-LES хибридни приступ. У случају унутрашњих струјања, какво се разматра у овом докторату, струјање у близини зида се решава применом моделирања великих вртлога, док се у остатку струјног домена користи RANS приступ. Предност овако комбинованог решавања турбуленције је у томе што се

у слободној струји флуида може користити мрежа грубље структуре, а финална мрежа је неопходна само у близини зида.

4.2.2.1 Модели $k - \omega$ SST SAS и $k - \omega$ SST SAIDDES

Овде се приказују два модела која су коришћена у LES окружењу, тачније у прорачунима који су засновани на хибридном RANS–LES приступу моделирања турбуленције.

$k - \omega$ SST SAS модел је унапређена верзија $k - \omega$ SST модела који је већ описан у оквиру RANS приступа моделирања турбуленције. Разлика је у додатном SAS члану у једначини за фреквенцију дисипације кинетичке енергије турбуленције. Како само име каже, SAS (scale adaptive simulation) модел се прилагођава размерама турбуленције. Модел је заснован на увођењу Карманове размере турбуленције ℓ_{VK} у једначине за одређивање дужинске размере турбуленције турбулентног модела. Карманова размера турбуленције сразмерна је количнику првог и другог извода брзине. Она омогућава моделу турбуленције да препозна размере турбуленције у нестабилном делу струјног домена, и да прилагоди величину турбулентне вискозности. Овако се обезбеђује предвиђање енергетског спектра турбуленције на прави начин. У граничном слоју се на тај начин решавају једначине у RANS окружењу, док се у остатку струјног простора решавају једначине у LES окружењу. Ово је особина која је заједничка SAS и DES моделима. Међутим, за разлику од DES модела, резултат који $k - \omega$ SST SAS модел даје у граничном слоју је независан од димензије граничног слоја, као и од величина ћелија у мрежи прорачунског домена, како је то показано у Menter and Egorov (2010).

Једначина преноса фреквенције дисипације кинетичке енергије турбуленције у $k - \omega$ SST SAS моделу има следећи облик:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \nabla \cdot (\rho\omega\mathbf{u}) = \rho\gamma \left(\nabla\mathbf{u} : \left(2\underline{\underline{S}} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{u})\underline{\underline{I}} \right) \right) - \frac{2}{3}\rho\gamma\omega\nabla \cdot \mathbf{u} \\ + \nabla \cdot ((\sigma_\omega\mu_{\text{sgs}} + \mu)\nabla\omega) - \rho\beta\omega^2 - 2\rho(F_1 - 1)\sigma_{\omega 2}\frac{\nabla k \cdot \nabla\omega}{\omega} + Q_{\text{SAS}}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Запис Q_{SAS} члана у коду $k - \omega$ SST SAS модела је приказан у оквиру листинга 4.12. Када се овај запис преведе на језик математичких симбола, SAS члан је

$$Q_{\text{SAS}} = \rho F_{\text{SAS}} \max \left\{ \kappa \tilde{\zeta}_2 \left(\nabla\mathbf{u} + |\underline{\underline{S}}|^2 \left(\frac{\ell}{\ell_{\text{VK},3\text{D}}} \right)^2 \right) - \frac{2k}{\alpha_\phi} \max \left\{ \frac{|\nabla\omega|^2}{\omega^2}, \frac{|\nabla k|^2}{k^2} \right\}, 0 \right\}.$$

Овде су са ℓ и ℓ_{vk} означене дужинске размере турбуленције, које се рачунају применом

$$\ell = \frac{\sqrt{k}}{\omega \sqrt[4]{C_\mu}} \quad \text{и} \quad \ell_{vk,3D} = \max \left\{ \kappa \frac{|\underline{S}|^2}{|\Delta \underline{u}|}, C_s \Delta \right\}, \quad (4.20)$$

где су $C_\mu = 0,09$, $C_s = 0,262$, $\tilde{\zeta}_2 = 1,755$, $F_{SAS} = 1,25$ и $\alpha_\phi = 0,666667$.

Листинг 4.12: Запис Q_{SAS} члана у једначини преноса фреквенције дисипације кинетичке енергије турбуленције у коду $k - \omega$ SST SAS модела.

```
rho()*FSAS_
  *max
  (
    dimensionedScalar("zero",dimensionSet(0, 0, -2, 0, 0), 0.0),
    zetaTilda2_*kappa_*S2*sqr(L/Lvk2(S2))
    - 2.0/alphaPhi_*k_*max
  (
    magSqr(gradOmega)/
    sqr(omega_ + omegaSmall_),
    magSqr(gradK)/
    sqr(k_ + k0())
  )
  )
```

Један од главних недостатак $k - \omega$ SST SAS модела је у томе, што ако је струјање недовољно нестационарно, овај модел то неће успети да препозна и неће пребацити решавање једначина струјања у LES приступ моделирању турбуленције. Овај недостатак се премोшћује применом DES (енг. detached eddy simulation) модела прорачуна. За разлику од SAS модела, који цео гранични слој сматра стационарном облашћу струјног домена, у оквиру DES модела се и гранични слој дели на стационарни и нестационарни део. Према овом моделу, слој непосредно уз зид, у коме је утицај вискозних сила изражен, сматра се стационарним, док се спољашњи део граничног слоја, у коме турбулентни напони долазе до изражаја, сматра слојем у којем могу наступити одређене нестационарности. У том смислу је у Шекутковски (2016) формиран $k - \omega$ SST SAIDDES модел, који представља унапређену варијанту SAS модела.

$k - \omega$ SST SAIDDES је комбинација $k - \omega$ SST, SAS и делова IDDES (improved delayed detached eddy simulation) модела. Помоћу IDDES модела се у унутрашњим струјањима прецизције одређује граница између граничног слоја и слободног струјања. У овом моделу турбуленције постоји додатни IDDES члан у једначини за кинетичку енергију турбуленције, док се за одређивање фреквенције дисипације кинетичке енергије турбуленције користи једначина 4.19. Транспортна једначина за кинетичку енергију турбуленције је

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\varrho k) + \nabla \cdot (\varrho k \underline{u}) = \min \left\{ \mu_T \left(\nabla \underline{u} : \left(2\underline{\underline{S}} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \underline{u}) \underline{\underline{I}} \right) \right), c_1 \beta^* \varrho k \omega \right\} \\ + \nabla \cdot ((\sigma_k \mu_T + \mu) \nabla k) - \varrho \beta^* \omega k - \frac{2}{3} \varrho k \nabla \cdot \underline{u} - Q_{\text{IDDES}}, \end{aligned} \quad (4.21)$$

при чему је

$$Q_{\text{IDDES}} = \varrho \frac{\sqrt{k^3}}{\tilde{d}}. \quad (4.22)$$

Величина $\tilde{d}$ представља дужинску размеру турбуленције, на основу које се одређује област дејства WMLES и DDES режима рада IDDES модела. Ова величина се одређује применом

$$\tilde{d} = \max \{0, f_{\text{Hyb}} (1 + f_{\text{Res}} \Psi) y + (1 - f_{\text{Hyb}}) C_{\text{DES}} \Psi \Delta\}, \quad (4.23)$$

где су:

$$f_{\text{Hyb}} = \max \{1 - f_d, f_B\} \quad (4.24)$$

$$f_d = 1 - \tanh \left[\left(8 \min \left\{ \frac{\nu_{\text{eff}}}{\kappa^2 y^2 \max \{ \sqrt{2} |\underline{\underline{S}}|, 10^{-10} \}}, 10 \right\} \right)^3 \right] \quad (4.25)$$

$$f_B = \min \left\{ 2 \exp \left(-9 \left(0,25 - \frac{y}{h_{\text{max}}} \right)^2 \right), 1 \right\}. \quad (4.26)$$

Функција f_B условљава брзо пребацивање модела из RANS ($f_B = 1$) у LES окружење ($f_B = 0$), у оквиру зидне области за $0,5h_{\text{max}} < y < h_{\text{max}}$. Остале функције у изразу (4.23) су:

$$f_{\text{Res}} = \max \{(f_{e1} - 1), 0\} \Psi (1 - \max \{f_t, f_\ell\}), \quad (4.27)$$

при чему је

$$f_{e1} = \begin{cases} 2 \exp \left(-11,09 \left(0,25 - \frac{y}{h_{\text{max}}} \right)^2 \right), & \text{за } \frac{y}{h_{\text{max}}} \leq 0,25 \\ 2 \exp \left(-9 \left(0,25 - \frac{y}{h_{\text{max}}} \right)^2 \right), & \text{за } \frac{y}{h_{\text{max}}} > 0,25, \end{cases} \quad (4.28)$$

$$f_t = \tanh \left[\left(c_t^2 \min \left\{ \frac{\nu_{\text{eff}}}{\kappa^2 y^2 \max \{ \sqrt{2} |\underline{\underline{S}}|, 10^{-10} \}}, 10 \right\} \right)^3 \right], \quad (4.29)$$

$$f_\ell = \tanh \left[\left(c_\ell^2 \min \left\{ \frac{\nu_{\text{eff}}}{\kappa^2 y^2 \max \{ \sqrt{2} |\underline{S}|, 10^{-10} \}}, 10 \right\} \right)^{10} \right], \quad (4.30)$$

$$\Psi = \sqrt{\min \left\{ 100, \frac{1 - \frac{C_{b1}}{C_{\omega 1} \kappa^2 f_\omega^* f_{v2}}}{\max \{ 10^{-10}, f_{v1} \}} \right\}}, \quad (4.31)$$

где су:

$$f_{v1} = \frac{\left(\frac{\rho k / \omega}{\mu} \right)^3}{\left(\frac{\rho k / \omega}{\mu} \right)^3 + C_{v1}^3}, \quad f_{v2} = \frac{1}{\left(1 + \varrho \frac{k / \omega}{\mu C_{v2}} \right)^3}, \quad C_{\omega 1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma_{vt}}. \quad (4.32)$$

На крају, IDDES Δ се рачуна применом

$$\Delta = \Delta_c \min \{ \max \{ \max \{ c_\omega y, c_\omega \Delta_{\max} \}, h_{wn} \}, \Delta_{\max} \}. \quad (4.33)$$

Овде величина h_{wn} на почетку прорачуна добија вредност растојања од зида y у правцу нормале на зид. После се, међутим, њена вредност прерачунава за сваку ћелију мреже у зависности од величине $\Delta_{\min}$, која зависи од величине ћелије. Константе у додатном IDDES члану $k - \omega$ SST SAIDDES модела имају следеће вредности: $C_{DES} = 0,65$, $c_t = 1,87$, $c_\ell = 5$, $f_\omega^* = 0,424$, $C_{v1} = 7,1$, $C_{v2} = 5$, $C_{b1} = 0,1355$, $C_{b2} = 0,622$, $\sigma_{vt} = 0,66666$ и $c_\omega = 0,15$. Величина Δ_c има јединичну вредност за тетраедарску, односно двоструко већу вредност, за хексаедарску мрежу. За детаљнија објашњења у вези са имплементацијом $k - \omega$ SST SAIDDES модела у OpenFOAM погледати Шекутковски (2016).

У овом поглављу су приказани само модели за које су приказани резултати у оквиру дисертације. Заинтересовани се упућују на Wilcox (1994), Versteeg and Malalasekera (1995) у потрази за додатним објашњењима и описима других модела који се користе за моделирање турбуленције.

4.3 Имплементација модификованих солвера

Када се решавају проблеми стишљивог струјања, размене енергије топлотом или сагоревања, поред једначина количине кретања, потребно је решити и једначину енергије. У зависности од верзије софтвера као и од солвера који се користе, једначина енергије је имплементирана на различите начине. Заједничко за све солвере и све верзије, у време иницијалних истраживања у

оквиру дисертације, јесте да је једначина енергије имплементирана без члана који представља утицај површинских сила на промену ове величине. Дакле, у једначини енергије је изостављен члан $\nabla \cdot (\underline{\tau} \cdot \underline{u})$.

Са друге стране, солвер истог имена у две различите верзије софтвера OpenFOAM софтвера, има другачију имплементацију једначине енергије. Ово је приказано на примеру солвера **sonicFoam** на листинзима 4.13 и 4.14. Једначина која се решава у оквиру **foam-ext-3.1** (у даљем тексту **fe31**) верзије солвера не обухвата тоталну тј. укупну енергију флуида. У једначини енергије се решава унутрашња енергија, као на пример у солверу **sonicFoam**, или енталпија. У **OpenFOAM-2.3.0** (у даљем тексту **of230**) једначина енергије је заснована на укупној енергији. При томе, се величина **alphaEff()** процењује на основу вредности ламинарног и турбулентног Прандтловог броја. Ламинарни Прандтлов број зависи од флуида који се користи за прорачуне, и задаје се у оквиру текстуалне датотеке **thermophysicalProperties** заједно са осталим термофизичким особинама датог флуида. Турбулентни Прандтлов број P_{rT} се усваја у оквиру датотека **RASProperties** односно **LESProperties**. У складу са ранијим истраживањима, усваја се да Прандтлов број у току прорачуна има непроменљиву вредност и она је у свим прорачунима овог истраживања једнака јединици.

Листинг 4.13: Запис једначине енергије у коду **sonicFoam** солвера, **foam-ext-3.1**.

```
solve
(
    fvm::ddt(rho, e)
  + fvm::div(phi, e)
  - fvm::laplacian(turbulence->alphaEff(), e)
  ==
  - p*fvc::div(phi/fvc::interpolate(rho))
);
```

Листинг 4.14: Запис једначине енергије у коду **rhoPimpleFoam** солвера, **OpenFOAM-2.3.0**.

```
solve
(
    fvm::ddt(rho, e) + fvm::div(phi, e)
  + fvc::ddt(rho, K) + fvc::div(phi, K)
  + fvc::div(fvc::absolute(phi/fvc::interpolate(rho), U), p, "
    div(phi,p)")
  - fvm::laplacian(turbulence->alphaEff(), e)
);
```

У оквиру истраживања спроведеног у овој дисертацији тестирани су следећи солвери у **of230** верзији: **sonicFoam**, **rhoPimpleFoam** и **rhoSimpleFoam**, док је у оквиру софтвера **fe31** тестиран **steadyCompressibleFoam**. Без обзира на то да ли се решава једначина укупне или статичке енергије, ови солвери нису у

могућности да предвиде феномен стратификације поља тоталне температуре. Као што ће то бити приказано у следећем поглављу, ни један од солвера у оквиру of230 верзије софтвера, иако је у њима имплементирана једначина тоталне енергије, није у стању да предвиди раслојавање температурског поља на прави начин. У солверу `steadyCompressibleFoam` је имплементирана једначина статичке енергије, и он је такође неуспешан у предвиђању раслојавања температурског поља у вртложној цеви.

Ипак, један од тестираних солвера, `steadyCompressibleFoam` из fe31 верзије софтвера, има за резултат температурско поље које квалитативно одговара температурском пољу у вртложној цеви, само су вредности температуре веће. Солвер `sonicFoam` из of230 предвиђа Карманову вртложну улицу у трагу опструјаваног цилиндра, али не и раслојавање температурског поља које се одвија при оваквом струјању. У оквиру ове дисертације, ова два солвера су модификована тако што је уместо постојећих једначина енергије имплементирана једначина тоталне енергије записана преко тоталне енталпије, која укључује и члан који доводи до промене енергије флуида дејством површинских сила. Један од солвера fe31 верзије софтвера има имплементирану једначину енергије у њеном комплетном облику, тј. укључујући и члан $\nabla \cdot (\underline{\tau} \cdot \underline{u})$. Међутим, у свом оригиналном издању, овај солвер под називом `rhoCentralFoam` није предвиђен за решавање турбулентног струјања. Према томе, и он је морао бити модификован у том смислу.

Дакле, нови солвери који су добијени модификацијом солвера `sonicFoam`, `steadyCompressibleFoam` и `rhoCentralFoam` су добили следеће називе: `sonicTEFoam`, `steadyCompressibleTEFoam` и `rhoCentralTurbFoam`. Сваки од нових солвера је компајлиран у оквиру foam-ext-3.1 верзије софтвера.

Листинг 4.15: Запис једначине енергије у кодовима `steadyCompressibleTEFoam` и `sonicTEFoam` солвера.

```
htot = h + 0.5*magSqr(U);
fvScalarMatrix htotEqn
(
    fvm::ddt(rho, htot)
  + fvm::div(phi, htot)
  - fvm::laplacian(turbulence->alphaEff(), htot)
  + fvc::laplacian(turbulence->alphaEff(), 0.5*magSqr(U))
  ==
  -(turbulence->devRhoReff() && fvc::grad(U))
);
```

Једначина тоталне енергије записана преко тоталне енталпије је у солверима `steadyCompressibleTEFoam` и `sonicTEFoam` имплементирана у складу са записом приказаним на листингу 4.15. На основу статичке енталпије

је формирана вредност тоталне енталпије, према једначини (3.36), уз занемаривање члана кинетичке енергије турбуленције насталог Фавреовим осредњавањем. У оквиру солвера `kSteadyCompressibleTEFoam` је тотална енталпија имплементирана у целости, према једначини (3.36). У оквиру петог поглавља ће бити приказане разлике између резултата ова два новоформирана солвера.

Члан `devRhoReff()` представља тензор ефективних напона узимајући у обзир и вискозне напоне, и он се моделира у оквиру примењеног модела турбуленције. Он је, на пример, у $k-\varepsilon$ моделу имплементиран као $-\nu_{\text{eff}} \text{dev} (2\underline{S})$, док је у напонском LG моделу овај члан записан као $\rho \langle \underline{uu} \rangle - \nu \text{dev} (2\underline{S})$.

`steadyCompressibleTEFoam` је солвер за прорачун стишљивог стационарног турбулентног струјања, док је `sonicTEFoam` солвер намењен прорачуну стишљивог нестационарног турбулентног струјања. За постизање боље конвергенције се у оквиру `steadyCompressibleTEFoam` солвера, који је намењен за нестационарне прорачуне, примењује подрелаксациона техника. Суштински ово подразумева да се у току итеративног поступка решавања једначина у наредном кораку узима само део вредности решења из претходног корака, што зависи од величине подрелаксационог фактора. Он се усваја у опсегу од 0 до 1 за сваку величину која се решава прорачуном. У случају да је подрелаксациони фактор већи од јединичне вредности, реч је о надрелаксационом решавању једначина. Пожељно је да вредност подрелаксационог фактора буде што ближа јединичној вредности. У случају да је његова вредност значајно мања у односу на јединицу, долази до успоравања конвергенције прорачуна. Чак, у неким случајевима се ово успоравање конвергенције може помешати са самом конвергенцијом. Дакле, конвергенција прорачуна не постоји, али се услед споре промене резидуала, помишља да је она постигнута. У том смислу се, поред резидуала, прати и промена одређених физичких величина у произвољно изабраној тачки у струјном домену. Када се промена ове физичке величине током итерација устали, можемо говорити о постизању конвергентног решења.

Солвер `steadyCompressibleTEFoam` који је намењен прорачуну стационарног струјања заснива се на SIMPLE алгоритму, Patankar and Spalding (1972). У оквиру `sonicTEFoam` солвера се у ову сврху користи PISO алгоритам, Issa (1986). PIMPLE алгоритам је комбинација SIMPLE и PISO алгоритма. Иако је у бити намењен за стационарне прорачуне, у оквиру истраживања у овој дисертацији, у `steadyCompressibleTEFoam` солвер је имплементиран и PIMPLE алгоритам, који се користи за повезивање поља притиска и брзине у нестационарним прорачунима, и који се активира у облику солвера који је намењен овој врсти

прорачуна. Ово је важно јер се додавањем временских чланова у једначине повећава дијагонална доминантност матрице са коефицијентима и на тај начин повећава и стабилност прорачуна, Ћоћић (2013), стр. 95; Шекутковски (2016), Jasak (1996).

PIMPLE алгоритам комбинује добре ствари из SIMPLE и PISO алгоритма. Погодан је за вршење прорачуна са већим кораком у односу на солвере који користе PISO алгоритам. У PIMPLE алгоритму постоје тзв. спољашњи - SIMPLE, и унутрашњи - PISO круг, сходно ознакама у коду, `nOuterCorr` и `nCorr`. Постоји и корекција услед неортогоналности ћелија мреже `nonOrth`, чији број зависи од тога колико је мрежа неортогонална. Број спољашњих кругова `nOuterCorr` означава колико се пута солвер враћа на решавање једначина количина кретања, док број унутрашњих кругова `nCorr` означава колико ће се пута решавати поље притиска. Број корекција услед неортогоналности се такође односи на поновно одређивање поља притиска.

Због постојања SIMPLE алгоритма, у оквиру PIMPLE алгоритма је могуће користити и подрелаксациону технику. Могуће је додатно стабилизovati прорачун подешавањем броја спољашњих кругова на велику вредност, на пример око 50, и контролисати конвергенцију имплементирањем контроле резидуала. Дакле, прорачун се прекида када се достигне задати ниво резидуала, а овај се постиже на стабилнији начин јер се у спољашњим круговима користи подрелаксациона техника.

У оквиру облика солвера `steadyCompressibleTEFoam` и `sonicTEFoam` који су намењени нестационарним прорачунима имплементирана је и могућност да се временски корак итеративне процедуре решавања једначина подешава помоћу максималне вредности Курантовог броја Co (енг. `localTimeStepping`). Ово додатно стабилизује прорачун, и омогућава лакшу контролу временског корака.

Рад `rhoCentralTurbFoam` солвера није заснован ни на једном од претходно описаних алгоритама. Заснован је на централним схемима дискретизације Курганова и Тадмора, Kurganov and Tadmor (2000), Kurganov et al. (2001). У овом солверу се, за разлику од осталих, одређује величина флуksа на граничној страници ћелије у мрежи. Ова величина се одређује „прилазећи“ са обе стране ове странице, након чега се ове две вредности упоређују и усваја једна од њих за даљи прорачун. Детаљније о овој процедури се може видети у Greenshields et al. (2010). Решавање једначина у оквиру овог солвера се дели у две етапе. Прво се решавају једначине у случају када је вискозност флуида занемарена, па се онда вредности величина које су процењене у овој етапи, коригују у наредној, када се узима у обзир и вискозност. Ово је ближе описано у наставку.

`rhoCentralTurbFoam` солвер сваку једначину решава засебно. У првом кораку, густина је срачуната из једначине континуитета, користећи вредности брзинског поља из претходног временског корака. Потом се решава једначина континуитета, и то у две етапе. Прво се одређује густина количине кретања ρu у случају када је занемарена вискозност флуида, након чега се на основу ове величине и познате густине, процењује вредност брзине. На крају се решава једначина количине кретања узимајући у обзир и вискозност флуида. Одређена је вредност брзине и освежена је вредност поља ρu . Иста процедура се спроводи и за једначину енергије. Прво се одређује густина тоталне енергије ρE , након чега се одређује и вредност тоталне енергије. Познавајући вредности брзине и тоталне енергије, вредност унутрашње енергије e се може одредити. У завршном кораку се освежавају вредности унутрашње енергије e и густине енергије ρE , а вредност притиска се израчунава из једначине стања.

У солвер `rhoCentralFoam` је имплементирана могућност употребе модела турбуленције у прорачунима струјања флуида. Такође, у свом оригиналном издању, овај солвер је могао бити коришћен само у RANS окружењу. Дакле, његова решења су била осредњена поља струјних и термодинамичких величина. У оквиру ове дисертације је у солвер `rhoCentralTurbFoam` имплементирано и LES окружење, што је омогућило примену RANS-LES приступа моделирању турбуленције, те добијања поља тренутних вредности физичких величина.

На крају овог поглавља треба напоменути следеће: Сви прорачуни чији се резултати приказују у овој дисертацији су засновани на методи коначних запремина. У том смислу, сва правила и препоруке у вези са спровођењем оваквих прорачуна су испоштовани. Како постоје докторати скоријег датума у којима се детаљно третира проблематика дискретизације диференцијалних једначина и пратећих елемената, овде се томе не посвећује толика пажња, али се заинтересовани упућују на Шекутковски (2016), Ћоћић (2013), Jasak (1996), Tuković (2005).

*There is always an easy solution
for every human problem – neat,
plausible and wrong.*

(Henry Louis Mencken, 1880 – 1956)



Приказ и анализа результата нумеричких прорачуна

Резултати остварени применом модификованих солвера на решавање проблема раслојавања поља температуре у три различита струјна простора приказани су у овом поглављу. Реч је о опструјавању цилиндра, струјању у слободном оносиметричном млазу и струјању у вртложним цевима различите геометрије. По утврђивању веродостојности резултата који дају модификовани солвери, прелази се на истраживање феномена стратификације температурског поља у вртложној цеви. Разматра се и утицај затварања отвора за излаз охлађеног гаса на рад вртложне цеви. У другом делу овог поглавља се спроводи и анализа преноса енергије у овом уређају. Овде је приказана и процена анизотропности применом Ламлијевих инваријанти тензора анизотропности. Параметарска анализа рада вртложне цеви, спроведена у циљу додатне верификације рада модификованог солвера, приказана је на завршним страницама овог поглавља.

Као што је наведено у претходном поглављу, у оквиру рада на овој дисертацији су модификована три солвера, те формирана три нова: `rhoCentralTurbFoam`, `steadyCompressibleTEFoam` и `sonicTEFoam`. Сваки од новоформираних солвера је нашао своју примену у једном или више разматраних струјно-термодинамичких проблема. Тако се овде разматрају опструјавање цилиндра, струјање у слободном оносиметричном млазу и струјање са изразитом обимском брзином какво је присутно у вртложној цеви. На овим међусобно различитим струјно-геометријским просторима извршиће се верификација и валидација резултата три нова солвера.

5.1 Верификација и валидација новоформираних солвера

Једна од првих струјних геометрија на којима су испитане могућности солвера присутних у софтверу OpenFOAM у погледу препознавања феномена

стратификације поља тоталне температуре јесте вртложна цев из Bruun (1969) и Fröhlingsdorf and Unger (1999). Управо из тог разлога се овде прво наводи тај случај, на којем ће се приказати могућности како старих, већ присутних солвера у софтверу OpenFOAM, тако и новоформираних солвера у вези са препознавањем феномена раслојавања температурског поља.

5.1.1 Вртложна цев (steadyCompressibleTEFoam, rhoCentralTurbFoam)

Већ је указано на постојање вртложних цеви различитих геометрија. У оквиру ове дисертације, прорачуни су спроведени на три различите геометрије вртложне цеви:

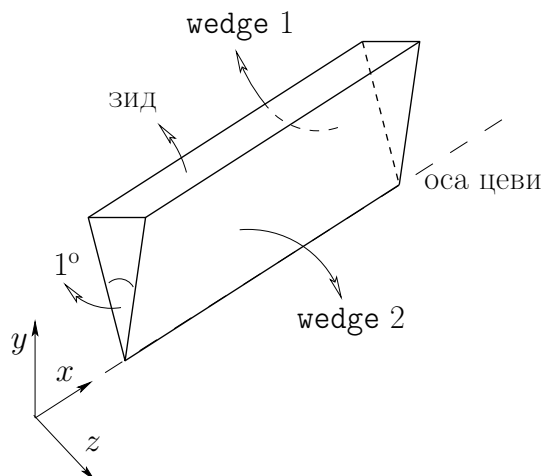
1. вртложна цев код које се радни флуид убацује на почетку топле цеви, а код које су излаз за охлађени гас и излаз за загрејан гас отворени (вртложна цев А),
2. вртложна цев код које се гас убацује на исти начин као и у претходном случају, али је излаз за охлађени гас у потпуности затворен (вртложна цев Б) и
3. вртложна цев код које су оба излаза отворена, али се гас убацује у вртложну комору чији је пречник већи у односу на пречник топле цеви (вртложна цев В).

Циљ је показати да модификовани солвери раде у било којој геометрији вртложне цеви, тј. да нису прилагођени само једном случају. Солвери су, дакле, верификовани у турбулентном струјању изузетно великог вихора, како у случају рециркулационог струјања присутног у цевима 1) и 3), тако и у вртложној цеви у којој постоји вихорно турбулентно струјање без рециркулације условљене геометријом вртложне цеви.

5.1.1.1 Вртложна цев са оба излаза отворена и убацавањем гаса директно у топлу цев, (цев (А))

Ово је геометрија вртложне цеви на којој је „пробијен“ лед при тестирању модификованих солвера. Геометрија је преузета из Fröhlingsdorf and Unger (1999) који су се такође бавили нумеричким моделирањем процеса у овом уређају, а још 1969. године је Bruun објавио резултате експерименталних мерења на овој цеви, Bruun (1969). Наведени радови су помогли да се изврши верификација и валидација резултата добијених нумеричким прорачунима.

Обзиром да је ово прва вртложна цев на којој је рађено у циљу долажења до видиљивих доказа о постојању раслојавања температурског поља, на овој геометрији су нужно испробани скоро сви солвери који су у то време постојали у оквиру верзија of230¹ и fe31² софтвера OpenFOAM. У оквиру of230 су тестирани солвери: `sonicFoam`, `rhoPimpleFoam` и `rhoSimpleFoam`, док су у оквиру fe31 тестирани `rhoCentralTurbFoam`, `steadyCompressibleFoam`, `steadyCompressibleTEFoam` и `kSteadyCompressibleTEFoam`.



Слика 5.1: Геометрија клина (*wedge*) којим се апроксимира осносиметрични прорачунски домен.

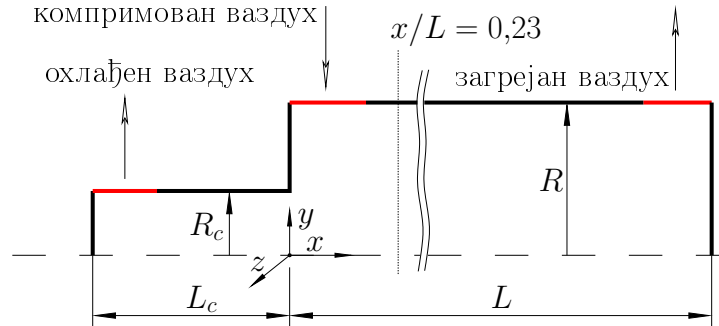
Вртложна цев која је предмет разматрања је супротносмерна вртложна цев са четири млазнице у улазном пресеку. С обзиром на то, претпоставка о осносиметричности која је била присутна и у раду Fröhlingdorf and Unger (1999), задржана је и у спроведеним прорачунима. Имајући ово у виду, за формирање прорачунског домена је искоришћен облик клина, тзв. *wedge* геометрија, чији је угао при врху јако мали (слика 5.1). По препорукама из Greenshields (2015б), вредност овог угла треба да буде мања од 5°, па је у свим прорачунима у оквиру ове дисертације усвојена вредност од 1°. Дужина стране једнакокраког троугла клина је једнака полупречнику домена у датом пресеку, те се ротацијом клина око осе која пролази кроз врхове једнакокраких троуглова његовом дужином, формира геометрија прорачунског домена који је предмет разматрања.

Геометријске карактеристике вртложне цеви која се овде разматра су приказане на слици 5.2. У питању је вртложна цев чији је полупречник топле цеви $R = 47\text{ mm}$, док је полупречник хладне цеви $R_c = 17,5\text{ mm}$. Дужине

¹OpenFOAM-2.3.0

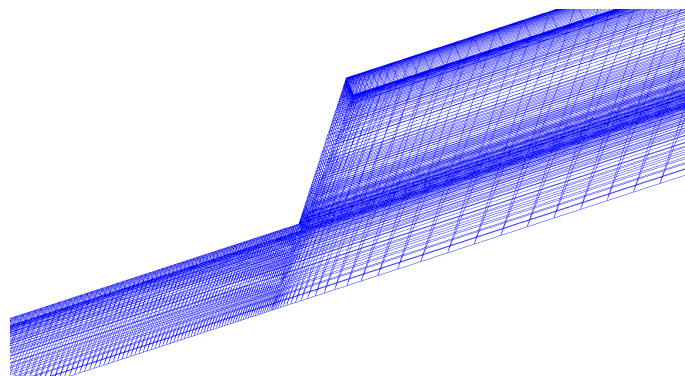
²foam-ext-3.1

топле и хладне цеви су $L = 520 \text{ mm}$, односно $L_c = 130 \text{ mm}$. Ширине улазног и излазних отвора су $d = 16,25 \text{ mm}$.



Слика 5.2: Прорачунски домен вртложне цеви са оба излаза отворена и убацивањем гаса директно у топлу цев; вртложна цев (A).

Блок структурирана мрежа на којој су вршени нумерички прорачуни је формирана уз помоћ GNU M4 макро процесора и текстуалне датотеке blockMeshDict која је саставни део OpenFOAM-а. M4 макро процесор омогућава да се изврши нека врста једноставног програмирања, у смислу додељивања вредности одређеним променљивим величинама. На тај начин се у случају неке измене на већ направљеној мрежи у овом процесору могу брзо и једноставно изменити жељени параметри, те направити нова мрежа по потреби. Разматране су три величине мреже, и то од 26500, 31500 и 36040 ћелија. Упоредном анализом резултата добијених на овим мрежама закључено је да последње две мреже дају практично исте резултате, што је приказанао у Burazer et al. (2016), те је донета одлука да се прорачуни наставе на мрежи са 31500 ћелија и на тај начин смање компјутерски ресурси потребни за прорачун.



Слика 5.3: Део мреже прорачунског домена вртложне цеви (A), 31500 ћелија.

Гранични услови су следећи. На улазу (inlet) су познати вектор брзине и температура, (Bruun (1969); Fröhlingsdorf and Unger (1999)), док је за притисак постављен Нојманов (Carl Gottfried Neumann) гранични услов, тј.

да је градијент притиска у правцу струјања једнак нули. Претпостављено је да је интензитет турбуленције 5% средње брзине струјања ваздуха и да је интегрална размера турбуленције 10% од величине улаза у вртложну цев. Сходно томе, срачунате су вредности кинетичке енергије турбуленције k , дисипације кинетичке енергије турбуленције ε и њене специфичне вредности ω . За потребе солвера заснованих на **steadyCompressibleFoam** солверу на овој граничној површи је дефинисана и фиксна вредност тоталне енталпије. На излазима охлађеног и загрејаног ваздуха (**coldOutlet**, **hotOutlet**) је за брзину, температуру и величине турбуленције постављен гранични услов **inletOutlet**. Овај гранични услов омогућава да на овим граничним површима постоји и повратно струјање. У случају да га нема, овај гранични услов прераста у **zeroGradient**, тј. да је градијент физичке величине у правцу нормале на ову површ једнак нули. Из Fröhlingdorf and Unger (1999) су преузете вредности статичког притиска које су задате као гранични услови на овим површима. На зидовима цеви је за брзину задат **no-slip** гранични услов, тј. да је брзина кретања флуидних делића непосредно уз зид једнака брзини кретања зида. У овом случају, као и свим разматраним у овој дисертацији, зид вртложне цеви је непокретан, па је сходно томе и дефинисан вектор брзине на зиду. Све остале физичке величине су на зидовима цеви дефинисане нултим градијентом у правцу управном на површ зида. На бочним странама клина је дефинисан **wedge** гранични услов који условљава да су флуксеви свих величина на овим површима једнаки али супротних знакова.

Контрола временског корака у солверима у којима постоји нестационарни члан вршена је задавањем максималне вредности Курантовог броја $Co_{max} = 0,3$. У свим прорачунима су за конвективне чланове изабране методе дискретизације другог реда тачности. Прорачуни су, међутим, започети са схемама дискретизације првог реда тачности, због повећања стабилности прорачуна. Када се прорачун стабилизује поново се задаје схема дискретизације другог реда тачности. Дискретизација временског члана је вршена применом **CrankNicholson** дискретизационе схеме. У солверима који су намењени за стационарне прорачуне је за побољшање стабилности коришћена подрелаксациона техника. За конвективне чланове је расуђивано на исти начин као и у солверу намењеном за нестационарне прорачуне.

Вредности толеранције резидуала за поља одговарајућих физичких величина у свим спроведеним прорачунима наведене су у наставку. У свим солверима, осим **rhoCentralTurbFoam**, толеранције резидуала за све физичке величине су подешене на вредност 10^{-8} . У случају солвера **rhoCentralTurbFoam**,

за поље брзине је задата вредност 10^{-9} , за поље унутрашње енергије 10^{-8} , док је за поља турбулентних величина вредност толеранције резидуала 10^{-10} . Уз ове вредности, битно је напоменути да је релативна толеранција увек и за поља свих физичких величина подешена на нулту вредност, како би се обезбедило да решење у сваком кораку прорачуна конвергира ка задатој вредности резидуала.

Табела 5.1: Вредности тоталне температуре ваздуха на излазима за загрејан и охлађен гас вртложне цеви (A), ($\vartheta_{o,in} = 21^\circ\text{C}$).

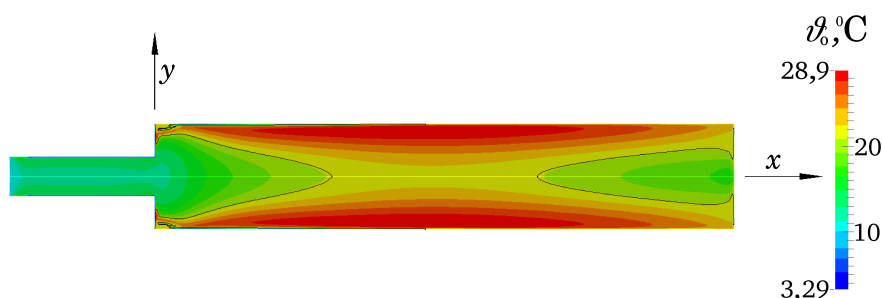
$\vartheta_o, \text{ }^{\circ}\text{C}$	coldOutlet	hotOutlet	Co
експеримент, Bruun (1969)	0,9	26,9	–
sonicFoam			
$k - \omega$ SST	38,6	63,4	$\Delta t = 5 \times 10^{-9} \text{ s}$
$k - \varepsilon$	12,1	23,1	$\Delta t = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$
rhoPimpleFoam			
$k - \omega$ SST	8,4	–50,5	$\text{Co} < 0,3$
$k - \varepsilon$	14,2	31,3	$\text{Co} < 0,3$
rhoSimpleFoam			
$k - \omega$ SST	прорачун не конвергира		
$k - \varepsilon$			
steadyCompressibleFoam			
$k - \omega$ SST	прорачун не конвергира		
$k - \varepsilon$			
	51,4	128,6	–
steadyCompressibleTEFoam			
$k - \omega$ SST	3,7	29,5	–
$k - \varepsilon$	2,8	30,4	–
kSteadyCompressibleTEFoam			
$k - \omega$ SST	4,4	29,3	–
$k - \varepsilon$	2,9	30,1	–
rhoCentralTurbFoam			
$k - \omega$ SST	1,2	27,3	$\text{Co} < 0,3$
$k - \varepsilon$	0,7	27,9	$\text{Co} < 0,3$

Радни флуид у вртложној цеви (A) је ваздух. У прорачуну је сматран калорички идеалним гасом, чија је кинематичка вискозност $\nu = 1,8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, специфични топлотни капацитет $c_p = 1004,5 \text{ J}/(\text{kgK})$ и Прандтлов број $\text{Pr} = 0,7$.

Применом апликације софтвера OpenFOAM под називом **patchAverage** могуће је одредити по површини осредњену вредност скаларних поља. На тај начин је израчуната средња вредност тоталне температуре на излазним површима вртложне цеви у свим спроведеним прорачунима. Израчунате вредности су приказане у табели 5.1. Важно је напоменути да је корак

у прорачуну применом `rhoPimpleFoam` солвера на почетку прорачуна реда величине 10^{-7} . Касније у току прорачуна, ова вредност нагло пада на 10^{-12} . У случају солвера `rhoCentralTurbFoam`, временски корак је реда величине 10^{-8} .

Уочава се да неки од солвера чији су резултати приказани у табели 5.1 нису могли да дају задовољавајуће решење у погледу конвергенције. Тако је, на пример, прорачун применом солвера `rhoSimpleFoam` веома нестабилан. Нестабилан је и прорачун применом солвера `steadyCompressibleFoam` и SST модела турбуленције. Са друге стране, постоје солвери помоћу којих се долази до конвергентног решења, али су резултати неприхватљиви.

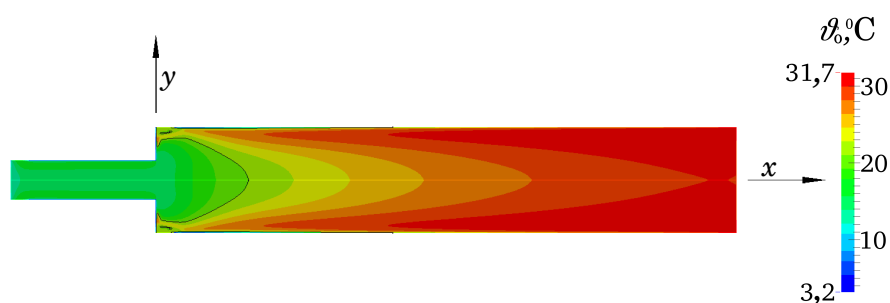


Слика 5.4: Расподела тоталне температуре у меридијанској равни вртложне цеви (A) добијена применом `sonicFoam` солвера и стандардног $k - \epsilon$ модела. Црна линија означава изотерму $\vartheta_{o,in} = 21\text{ }^{\circ}\text{C}$.

На основу вредности тоталне температуре приказаних у табели 5.1 стиче се утисак да солвери `sonicFoam` и `rhoPimpleFoam` применом стандардног $k - \epsilon$ модела могу да предвиде температурско поље у вртложној цеви. И за један и други солвер су вредности тоталне температуре на одговарајућим излазима из вртложне цеви физички оправдане. Дакле, на излазу за охлађен гас је мања вредност, односно на излазу за загрејан гас је већа вредност у односу на вредност тоталне температуре гаса на улазу у овај уређај. И расподеле тоталне температуре гаса у меридијанском пресеку вртложне цеви (A) приказане на сликама 5.4 и 5.5 потврђују претходну претпоставку. У саосном делу цеви гас је хладнији у односу на регион зида.

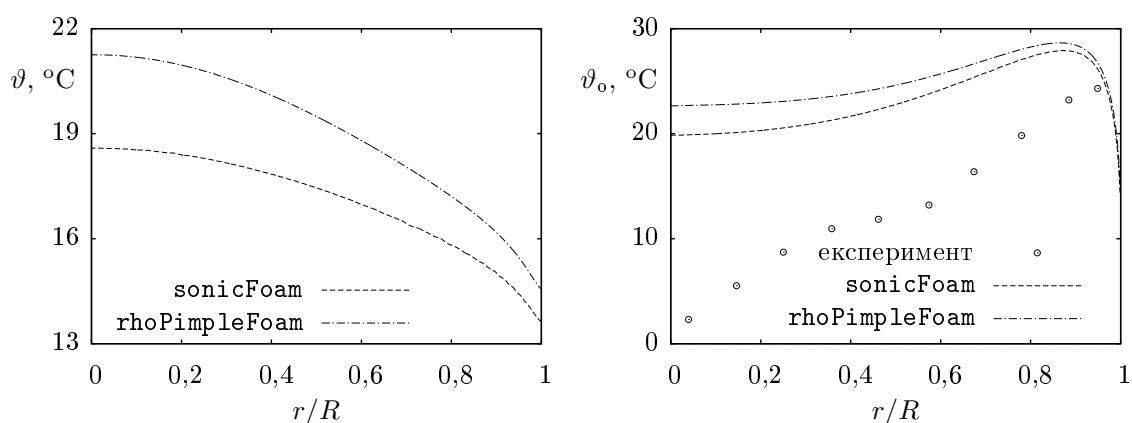
Међутим, када се погледа радијална расподела статичке и тоталне температуре (слика 5.6) у једном од попречних пресека вртложне цеви (A), види се да овде у ствари није реч о правој расподели температуре ни квантитативно, ни квалитативно. Дакле, ни солвери `sonicFoam` и `rhoPimpleFoam` нису у могућности да на прави начин предвиде температурско поље у вртложној цеви.

Коначно, на основу вредности тоталне температуре приказаних у табели 5.1 и претходно спроведене анализе, следи следећи закључак: Ни један од постојећих солвера у оквиру софтвера OpenFOAM није у могућности да на задовољавајући начин предвиди поље температуре у вртложној цеви. Другим



Слика 5.5: Расподела тоталне температуре у меридијанском пресеку вртложне цеви (А) добијена коришћењем `rhoPimpleFoam` солвера и стандардног $k - \varepsilon$ модела. Црна линија означава изотерму $\vartheta_{o,in} = 21^\circ\text{C}$.

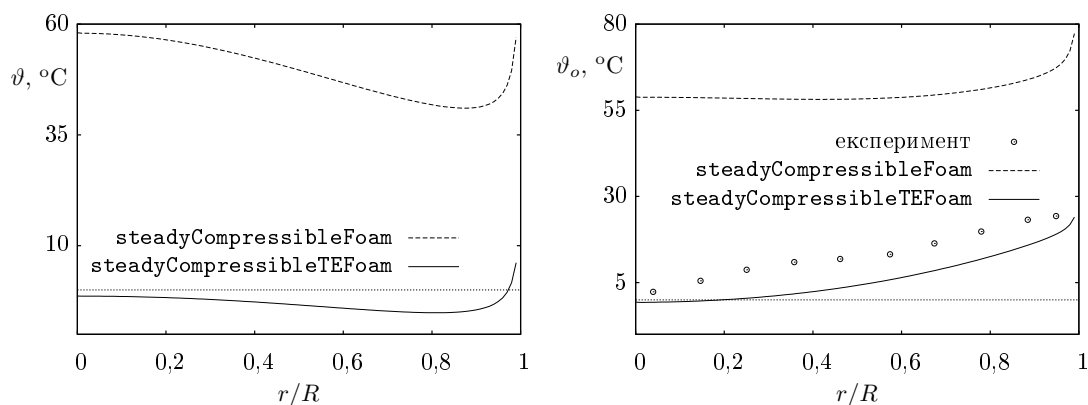
речима, ни један од солвера не може да предвиди феномен раслојавања температурског поља присутан у овом уређају.



Слика 5.6: Радијална расподела статичке и тоталне температуре у пресеку $x/L = 0,23$ вртложне цеви (А) одређена применом стандардног $k - \varepsilon$ модела.

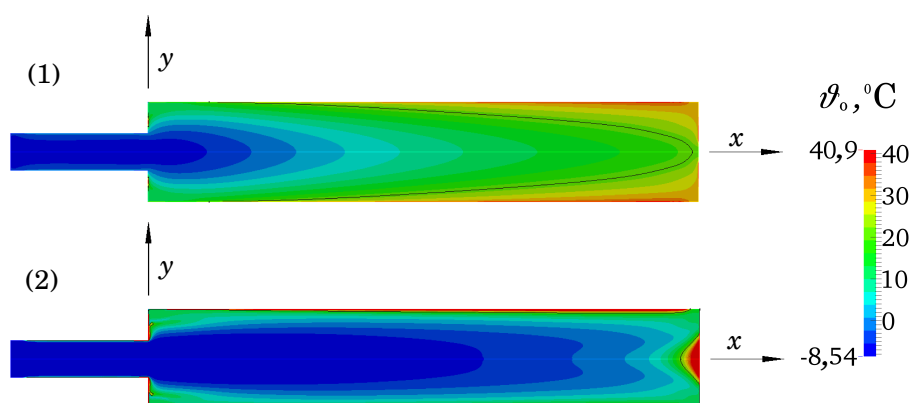
Са друге стране, сваки од модификованих солвера је у стању да на задовољавајући начин предвиди температурско поље у вртложној цеви. Ово је приказано у наставку. Најпре се пореде резултати солвера `steadyCompressibleFoam` и `steadyCompressibleTEFoam`. На слици 5.7 се види утицај имплементиране једначине тоталне енергије на рад солвера `steadyCompressibleFoam`.

Нови солвер је задржао профил статичке и тоталне температуре какав је присутан у вртложној цеви. Новоимплементирана једначина енергије у солвер `steadyCompressibleFoam` је допринела смањивању вредности температура (слика 5.7), и то у довољном нивоу како на то указује поређење добијених вредности са експерименталним резултатима из Bruun (1969). Упоредном анализом карактера кривих које представљају расподелу тоталне и статичке температуре у датом пресеку вртложне цеви, уочава се следеће: Градијент статичке температуре у радијалном правцу је већи на кривој која представља



Слика 5.7: Радијална расподела статичке и тоталне температуре у пресеку $x/L = 0,23$ вртложне цеви (А) добијена применом `steadyCompressibleFoam` и `steadyCompressibleTEFoam` солвера и стандардног $k - \varepsilon$ модела.

резултат старог солвера. Екстремна вредност ове расподеле је у смичућем слоју вихорног струјања. Насупрот томе, градијент тоталне температуре је већи као резултат рада новог солвера `steadyCompressibleTEFoam`. Иако постоји благо одступање нумерички добијених вредности солвером `steadyCompressibleTEFoam` у односу на експерименталне резултате, нагиб ових кривих је исти. Ово одступање се може приписати изабраном моделу турбуленције, у овом случају стандардном $k - \varepsilon$ моделу. Може се рећи да је солвер `steadyCompressibleTEFoam` више него испунио очекивања у вези са моделирањем феномена раслојавања температурског поља које постоји у вртложној цеви.

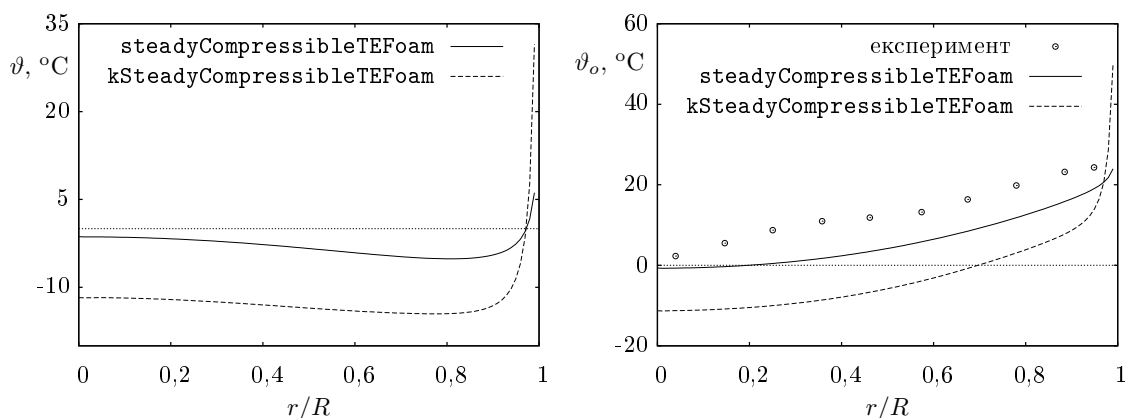


Слика 5.8: Утицај члана кинетичке енергије турбуленције у једначини тоталне енталпије (3.36) на расподелу тоталне температуре у меридијанском пресеку вртложне цеви (А): (1) `steadyCompressibleTEFoam` и (2) `kSteadyCompressibleTEFoam`, $k - \varepsilon$ модел.

У одељку 3.3 се наводи да се, као последица Фавреовог осредњавања у релацијама које исказују везу између статичких и тоталних вредности

енталпије и унутрашње енергије, појављује нови члан. У питању је корелација која означава кинетичку енергију турбуленције, а која се, према претходним истраживањима, занемарује у прорачунима. У циљу провере ове тврдње формиран је солвер `kSteadyCompressibleTEFoam` у који је имплементирана једначина тоталне енталпије (3.36) без занемаривања чланова. На слици 5.9 приказана су температурска поља добијена применом солвера `steadyCompressibleTEFoam` и `kSteadyCompressibleTEFoam`.

Очигледно је утицај кинетичке енергије турбуленције у дефиницији тоталне енталпије значајан (слика 5.8). Уочава се да је поље тоталне температуре као резултат солвера `kSteadyCompressibleTEFoam` равномерније по пресеку, у поређењу са пољем тоталне температуре које се добија применом солвера `steadyCompressibleTEFoam`. Међутим, разлика између профила на овај начин одређених вредности тоталне температуре није много велика (слика 5.9). Криве које одговарају расподелама ових тоталних температура су еквидистантне и имају различито понашање у близини зида. Имајући у виду вредности осредњене тоталне температуре на излазима вртложне цеви из табеле 5.1, са инжењерске тачке гледишта, занемаривање кинетичке енергије је оправдано, будући да се интегралне вредности температуре не мењају у значајној мери. А ово је значајно за примену вртложне цеви.

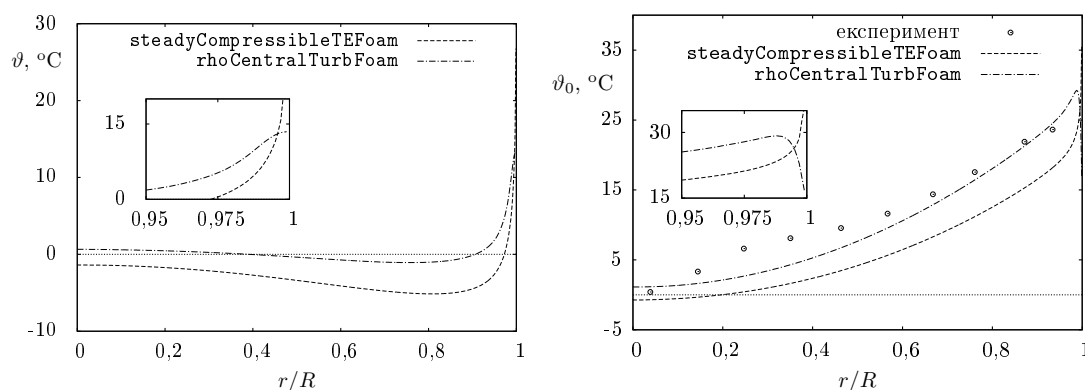


Слика 5.9: Упоредни приказ радијалних расподела температура као резултата солвера `steadyCompressibleTEFoam` и `kSteadyCompressibleTEFoam` у попречном пресеку $x/L = 0,23$ вртложне цеви (А), $k - \varepsilon$ модел.

Свакако, утицај члана кинетичке енергије у једнакости (3.36) је тема која је од великог значаја, али у оквиру овог рада није планирано детаљније упуштање у анализу. Потребно је урадити додатне прорачуне, применом оба солвера користећи различите моделе турбуленције. Последишно, искључио би се утицај модела турбуленције на резултате, и могло би се закључити о неопходности овог члана у једначини, или опрадвању за његово занемаривање у једначини тоталне

енталпије.

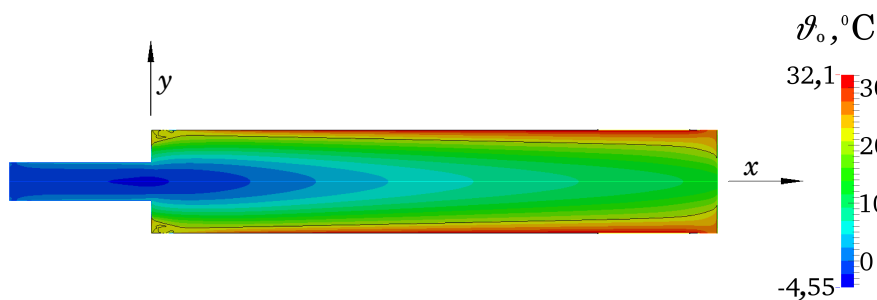
Солвер чије су осредњене вредности тоталне температуре на излазима охлађеног тј. загрејаног гаса најближе експерименталним резултатима је **rhoCentralTurbFoam** (в. табелу 5.1). У наставку се анализирају радијалне расподеле статичке и тоталне температуре које су резултат овог солвера, и њихове вредности се пореде са резултатима добијеним применом **steadyCompressibleTEFoam**. Ови резултати су приказани на слици 5.10.



Слика 5.10: Расподела статичке и тоталне температуре у радијалном правцу у попречном пресеку $x/L = 0,23$ вртложне цеви (А), $k - \epsilon$ модел.

Упоредном анализом резултата ова два солвера уочава се да је расподела тоталне температуре добијена применом **rhoCentralTurbFoam** ближа расподели која је добијена експерименталним путем. У непосредној близини зида, вредности добијене нумеричким прорачуном и експерименталне вредности се скоро потпуно подударају. Солвер **rhoCentralTurbFoam** даје као резултат веће вредности и за статичку и за тоталну температуру. Са становишта експерименталних вредности, ово је повољно. Највећа разлика у профилима како статичке, тако и тоталне температуре, јесте у зидној регији. На издвојеним детаљима на дијаграмима слике 5.10 приказана је управо ова област струјног домена. Наиме, **steadyCompressibleTEFoam** овде предвиђа веће градијенте температуре, и максимална вредност температуре је на зиду цеви. Насупрот овом солверу, **rhoCentralTurbFoam** предвиђа максималну вредност температуре у близини зида на удаљености од ове површи, мерено управно на зид, од $0,141 \text{ mm}$ ($r/R = 0,993$). Уосталом, и други аутори пријављују овакво понашање температуре у близини зида. Погледати нпр. Farouk and Farouk (2007) и Pouraria and Park (2014).

Поређења ради, на слици 5.11 је дат приказ расподеле тоталне температуре у уздужном пресеку вртложне цеви као резултат солвера **rhoCentralTurbFoam**. Поређењем ове расподеле тоталне температуре са оном коју предвиђа



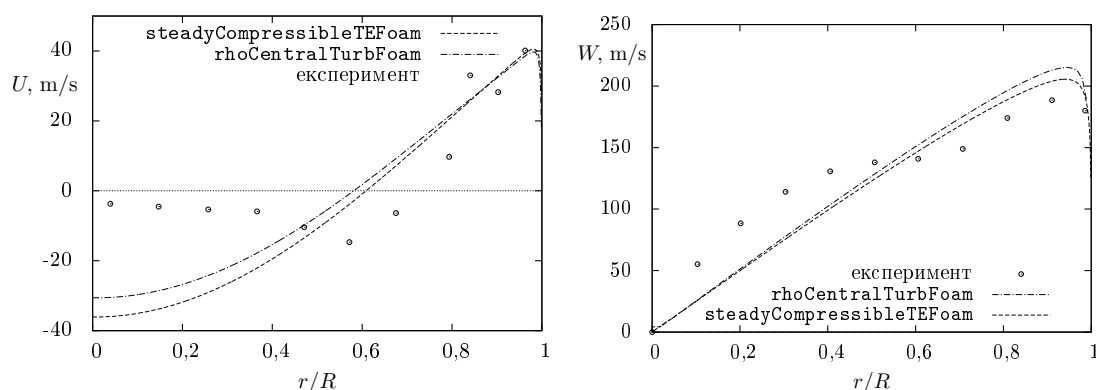
Слика 5.11: Расподела тоталне температуре у меридијанском пресеку вртложне цеви (A) одређена применом `rhoCentralTurbFoam` солвера и $k - \epsilon$ модела. Црна линија означава вредност тоталне температуре на улазу у вртложну цев (21°C).

`steadyCompressibleTEFoam` солвер, уочава се да је `rhoCentralTurbFoam` солвер мање дифузан. Поље охлађеног ваздуха је сужено и локализовано скоро у оквиру продужетка хладне цеви.

До сада су разматрани само резултати у вези са температурским пољем. Како би изведени закључци били потпунији, потребно је размотрити и поље брзине које предвиђају солвери `steadyCompressibleTEFoam` и `rhoCentralTurbFoam`.

Према резултатима приказаним на слици 5.12, и један и други солвер успевају да предвиде брзинско поље у вртложној цеви на задовољавајући начин. Обимска брзина има профил карактеристичан за вихорно струјање које је присутно у овом уређају. Такође, према профилу аксијалне брзине, јасно је да је присутно рециркулационо струјање. Ово је опет физички оправдано, будући да се охлађени део гаса враћа од топлог према хладном крају цеви, да би на крају напустио овај уређај кроз за то предвиђен отвор. Упоредивањем нумеричких резултата са експерименталним вредностима уочава се да је у случају обимске брзине слагање веома добро. Овакво одступање је последица примене стандардног $k - \epsilon$ модела у прорачунима. У наредним одељцима ће бити анализирани и други модели турбуленције. Профил аксијалне брзине је релативно добро предвиђен. Ова опаска релативно се односи на саосни део цеви, где постоје одређени разлози за овакав профил добијен нумеричким путем. О овом детаљније у наредним одељцима.

Ако се изузме солвер `kSteadyCompressibleTEFoam`, може се рећи да су од два модификована солвера чији су резултати приказани у оквиру претходне анализе, оба солвера задовољила у погледу испуњавања повереног им задатка. Оба солвера, један боље од другог, на задовољавајући начин предвиђају поља брзине и температуре у вртложној цеви. Ово значи да је помоћу ових солвера могуће моделирати феномен стратификације поља тоталне температуре. Како



Слика 5.12: Радијална расподела аксијалне и обимске брзине у пресеку $x/L = 0,23$ вртложне цеви (А), $k - \varepsilon$ модел.

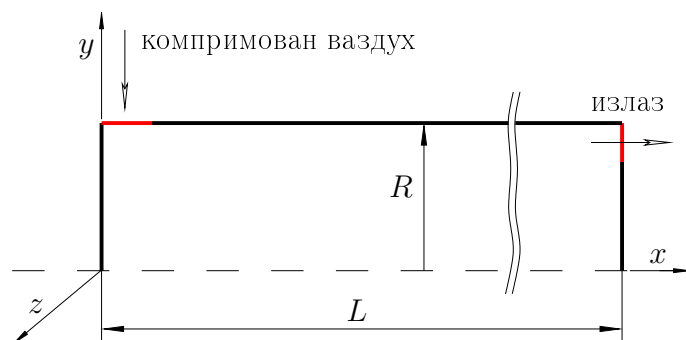
је већ напоменуто, овај феномен није карактеристика само вртложне цеви, већ и других струјних и геометријских простора. У том смислу, солвери о којима је у овом одељку било речи, биће тестирани на још две геометрије вртложне цеви, а ови и неки нови, и на примерима опструјавања цилиндра и слободног осносиметричног млаза. Солвер `kSteadyCompressibleTEFoam` је, сагласно претходној анализи, изузет из даљих разматрања у овој дисертацији.

5.1.1.2 Вртложна цев са затвореним отвором за излаз охлађеног флуида и убацивањем гаса директно у топлу цев, (цев (Б))

Друга у низу вртложних цеви на којој су тестирани модификовани солвери је вртложна цев из Eiamsa-ard and Promvonge (2007). Реч је о вртложној цеви која је иницијално супротносмерна. Међутим, због потреба истраживања затворен је отвор за излаз охлађеног гаса, па је геометрија вртложне цеви поједностављена. Ова вртложна цев има осам млазница у улазном пресеку, Eiamsa-ard and Promvonge (2007), те је претпоставка о осносиметричности струјања оправдана у потпуности, Shamsoddini and Nezhad (2010). С тога ће се за формирање прорачунског домена користити `wedge` геометрија (слика 5.14), како је то већ објашњено у претходном делу дисертације.

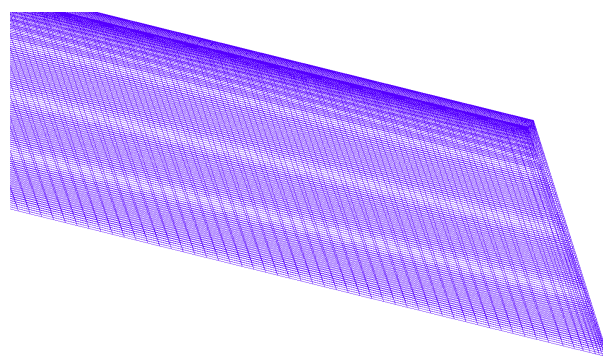
Геометрија ове вртложне цеви је представљена на слици 5.13. Одговарајуће димензије су дате у наставку: дужина цеви $L = 770 \text{ mm}$, полупречник цеви $R = 38,1 \text{ mm}$, димензије отвора за улаз и излаз гаса $d = 9,525 \text{ mm}$, односно $d_{\text{out}} = 7,854 \text{ mm}$.

Гранични услови коришћени у свим прорачунима су наведени у наставку. На улазу (inlet) су фиксне вредности температуре и пројекције вектора брзине, Eiamsa-ard and Promvonge (2007). За притисак је задат Нојманов гранични услов. Претпостављено је да је интензитет турбуленције 5% средње



Слика 5.13: Прорачунски домен вртложне цеви са затвореним излазом за охлађен гас; вртложна цев (Б).

брзине струјања гаса и да је интегрална размера турбуленције 10% од димензије улаза у вртложну цев. У вези са тим су срачунате вредности турбулентних величина неопходних за прорачун. У случају прорачуна солвером **steadyCompressibleTEFoam** на улазној граничној површи је задата и фиксна вредност тоталне енталпије. На излазној граничној површи (**outlet**) је задата фиксна вредност притиска, док је за вектор брзине, температуру, тоталну енталпију (у случају солвера **steadyCompressibleTEFoam**) и величине турбуленције задат **zeroGradient** гранични услов. На зидовима вртложне цеви за вектор брзине је постављена фиксна вредност $(0, 0, 0)$, док је за температуру и притисак задат **zeroGradient** гранични услов. Дакле, цев је непомична и термички изолована. За величине турбуленције су на зиду коришћене зидне функције, те је у складу са тим и мрежа у овом делу струјног домена финаја у односу на његов остатак. На бочним странама клина задат је **wedge** гранични услов.



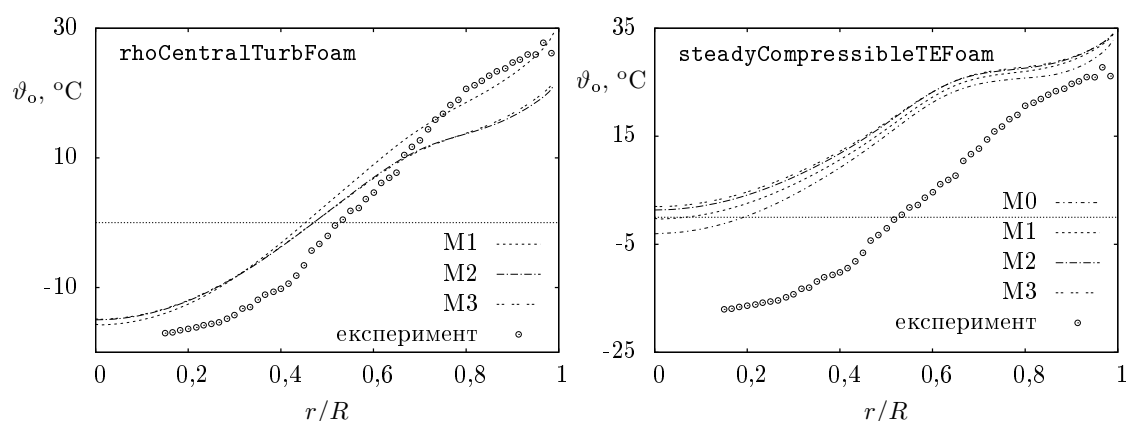
Слика 5.14: Део мреже прорачунског домена, 52500 ћелија.

У солверу **rhoCentralTurbFoam** корак је контролисан задавањем максималне вредности Курантовог броја, $Co_{\max} = 0,3$. Методе дискретизације првог реда су коришћене у старту прорачуна. Када се порачун стабилизује за дискретизацију конвективних чланова се задају схеме другог реда тачности.

Дискретизација временског члана у солверу **rhoCentralTurbFoam** је вршена применом **CrankNicholson** дискретизационе схеме. У прорачунима солвером **steadyCompressibleTEFoam** је, поред започињања прорачуна схемама првог реда тачности за конвективне чланове једначина, у циљу повећања стабилности, коришћена и подрелаксациона техника.

Вредности толеранције резидуала за поља свих физичких величина у случају солвера **steadyCompressibleTEFoam** су 10^{-8} , док је у случају прорачуна солвером **rhoCentralTurbFoam** толеранција резидуала за поље брзине подешена на 10^{-9} , а за све остале величине на вредност 10^{-10} . Уз ове вредности, битно је напоменути да је релативна толеранција увек и за сва поља подешена на нулту вредност, како би се обезбедило да решење у сваком кораку прорачуна конвергира ка задатој вредности резидуала.

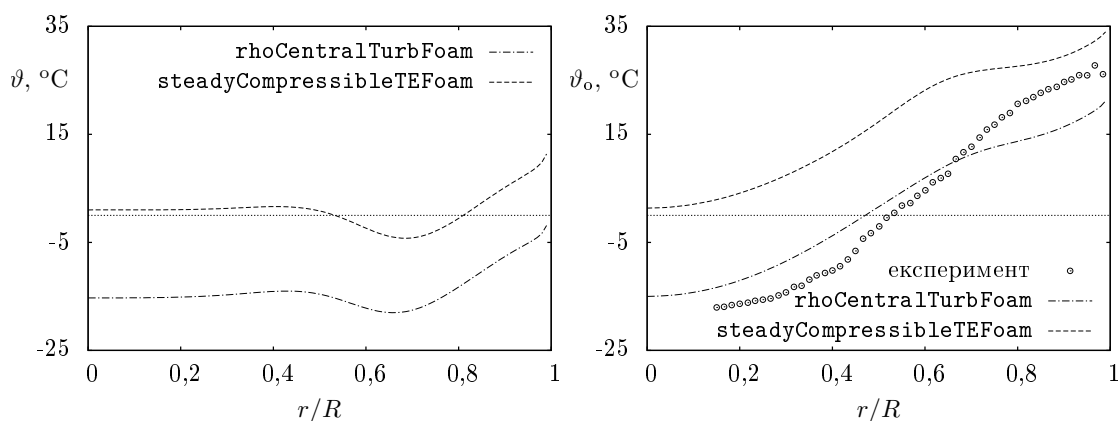
Радни флуид у овој вртложној цеви је ваздух. У прорачуну је сматран калорички идеалним гасом, чија је кинематичка вискозност $\nu = 1,8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, специфични топлотни капацитет $c_p = 1004,5 \text{ J}/(\text{kgK})$ и Прандтлов број $\text{Pr} = 0,7$.



Слика 5.15: Утицај величине мреже на резултате солвера **rhoCentralTurbFoam** и **steadyCompressibleTEFoam** добијене применом стандардног $k - \varepsilon$ модела у пресеку $x/D = 0,333$ у вртложној цеви (Б).

ПРЕЛИМИНАРНИ прорачуни су рађени на четири различите величине мреже: (M0) 24000, (M1) 37050, (M2) 52500 и (M3) 78400 ћелија. Усвојено је да је расподела тоталне температуре у попречном пресеку цеви кључни параметар за одређивање величине мреже на којој ће се наставити даљи прорачуни. На слици 5.15 је приказана расподела тоталне температуре на ове четири мреже, применом стандардног $k - \varepsilon$ модела и солвера **rhoCentralTurbFoam** и **steadyCompressibleTEFoam**. Солвер **rhoCentralTurbFoam** није достигао конвергентно решење на мрежи M0, те за ову мрежу у комбинацији са овим солвером нема резултата на поменутој слици. Дакле, овај солвер захтева финију мрежу у односу на ону, на којој

се уз помоћ солвера `steadyCompressibleTEFoam` може доћи до решења. Одмах се уочава да солвер `steadyCompressibleTEFoam` предвиђа расподелу тоталне температуре која одступа од експерименталних вредности. Са повећањем броја ћелија у мрежи ово одступање постаје све израженије. Ово је потврда да нумеричко решење не мора нужно да тежи експерименталном решењу. Одступање од експерименталних вредности је веће у саосном делу цеви, у односу на зидни део струјног домена. Резултати `rhoCentralTurbFoam` солвера су ближи експерименталној расподели тоталне температуре. Све криве у случају `steadyCompressibleTEFoam` солвера имају исти карактер и међусобно су еквидистантне, док код солвера `rhoCentralTurbFoam` постоји једна крива која одступа од других нумеричких решења. Реч је расподели која одговара мрежи М1. Ово значи да, иако достиже конвергентно решење на овој мрежи, она ипак није довољно фина за прорачун на овој геометрији. Након детаљне анализе ових и расподела других физичких величина које нису приказане овде, закључено је да се прорачуни коришћењем оба солвера наставе на мрежи М2 која броји 52500 ћелија.

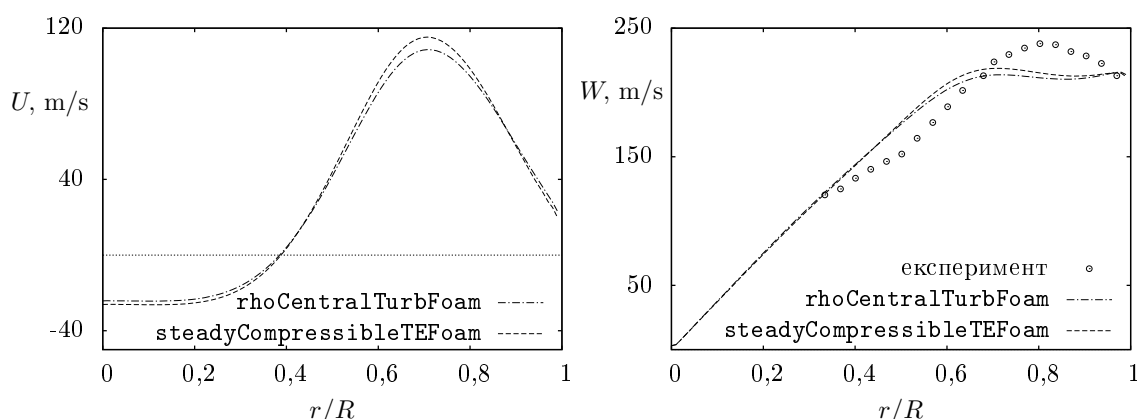


Слика 5.16: Радијалне расподеле статичке и тоталне температуре у попречном пресеку $x/D = 0,333$ вртложне цеви (Б) одређене коришћењем `rhoCentralTurbFoam` и `steadyCompressibleTEFoam` солвера и стандардног $k - \varepsilon$ модела.

На слици 5.16 су приказане расподеле статичке и тоталне температуре у пресеку $x/D = 0,333$ вртложне цеви (Б) на којој је отвор за излаз охлађеног гаса затворен у потпуности. За разлику од претходног случаја, вртложне цеви (А), солвер `rhoCentralTurbFoam` остварује мању вредност како статичке, тако и тоталне температуре, и то за све вредности бездимензијске радијалне координате r/R . При томе, `rhoCentralTurbFoam` солвер предвиђа расподелу тоталне температуре која је у већем делу попречног пресека вртложне цеви (Б) у сагласју са експерименталном расподелом ове величине. Расподела тоталне температуре према солверу `steadyCompressibleTEFoam` је еквидистантна у

односу на расподелу коју предвиђа солвер `rhoCentralTurbFoam`. Профили статичке температуре су исти, независно од примењеног солвера. Разлика је у вредности температуре која је у случају солвера намењеног нестационарним прорачунима мања, као што је већ напоменуто.

Оба солвера дају приближно исте профиле обимске и аксијалне брзине (слика 5.17). Ови профили су релативно близу експерименталној зависности обимске брзине од радијалне координате. Одступања у односу на експерименталне вредности се може, и у овом случају, приписати стандардном $k - \varepsilon$ моделу који је коришћен за моделирање турбуленције.



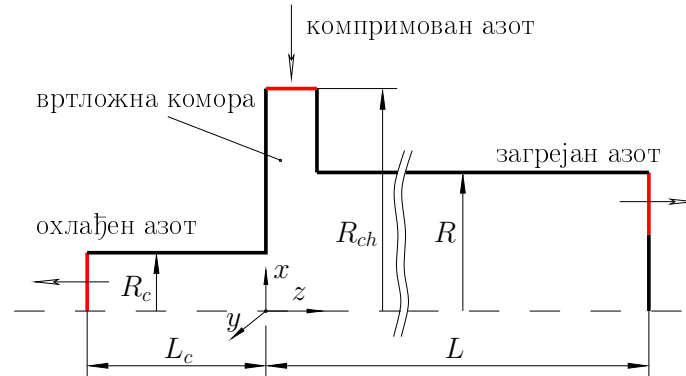
Слика 5.17: Радијалне расподеле аксијалне и обимске брзине у пресеку $x/D = 0,333$ вртложне цеви (Б) израчунате применом стандардног $k - \varepsilon$ модела у оквиру `rhoCentralTurbFoam` и `steadyCompressibleTEFoam` солвера.

Може се рећи да и у овом специјалном случају вртложне цеви, на којој је један од отвора за излаз гаса затворен, оба модификована солвера успевају да предвиде поља температуре и брзине на задовољавајућем нивоу. Тачније, оба солвера „учавају“ феномен раслојавања поља тоталне температуре и у овој геометрији вртложне цеви.

5.1.1.3 Вртложна цев са оба излаза отворена и убацивањем гаса у вртложну комору, (цев (В))

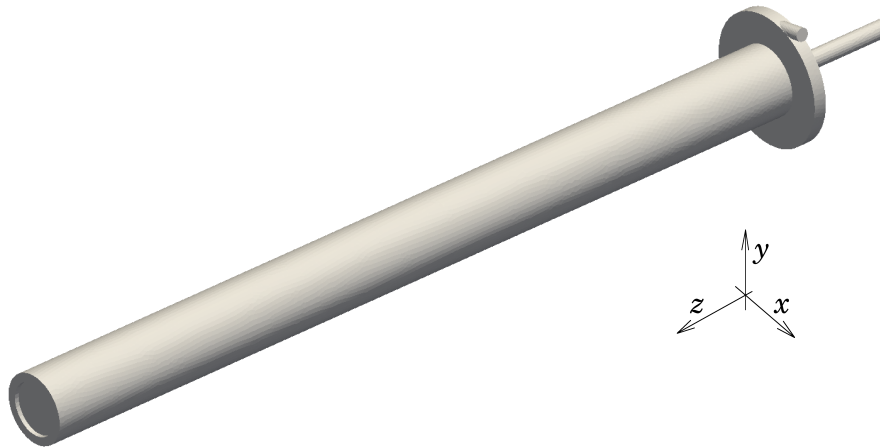
Трећа геометрија вртложне цеви која је коришћена за истраживања у овом раду јесте вртложна цев из Gao (2005). Реч је о супротносмерној вртложној цеви, чији су отвори и за излаз охлађеног и загрејаног гаса отворени. Карактеристика ове вртложне цеви је и вртложна комора у коју се убацује гас под притиском. Ова вртложна цев има само једну млазницу у улазном пресеку, те у овом случају претпоставка о осносиметричности струјања није оправдана. У том смислу, овај прорачун је рађен на тродимензионалном прорачунском домену.

Због лакшег приказа димензија, геометрија и ове вртложне цеви је приказана у равни (слика 5.18).



Слика 5.18: Геометријске карактеристике и димензије вртложне цеви са вртложном комором; вртложна цев (В).

Одговарајуће димензије приказане на слици 5.18 су: полупречник топле цеви $R = 8 \text{ mm}$, полупречник хладне цеви $R_c = 2 \text{ mm}$ и полупречник вртложне коморе $R_{ch} = 15 \text{ mm}$. Дужина топле и хладне цеви је $L = 197 \text{ mm}$, односно $L_c = 28 \text{ mm}$. Пречник млазнице је $d = 3 \text{ mm}$, а њена дужина 7 mm . Ширина вртложне коморе износи 3 mm .

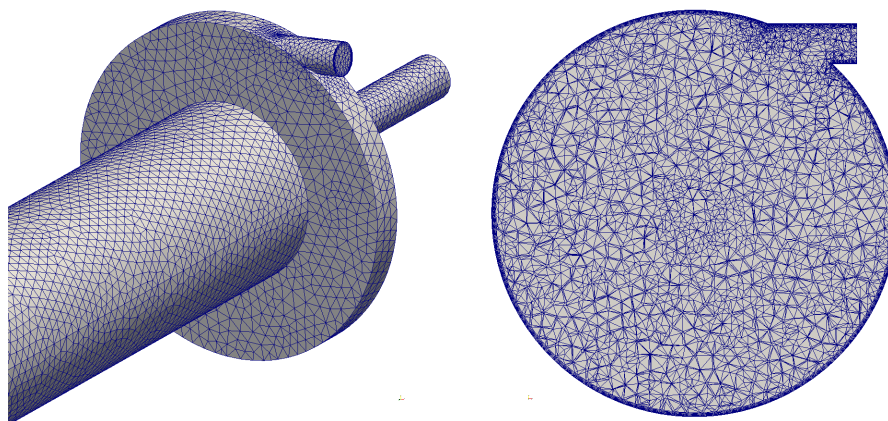


Слика 5.19: Модел вртложне цеви са вртложном комором; вртложна цев (В).

За прорачуне у овој вртложној цеви коришћен је солвер `rhoCentralTurbFoam` у облику применљивом у RANS приступу моделирања, али и у облику у којем се може користити у RANS-LES хибридном приступу моделирања турбуленције, што је имплементирано у оквиру рада на овој дисертацији. У оквиру RANS прорачуна коришћен је $k - \omega$ SST модел, док су у оквиру хибридног RANS-LES

прорачуна коришћени $k - \omega$ SST SAS и $k - \omega$ SST SAIDDES имплементиран према Шекутковски (2016).

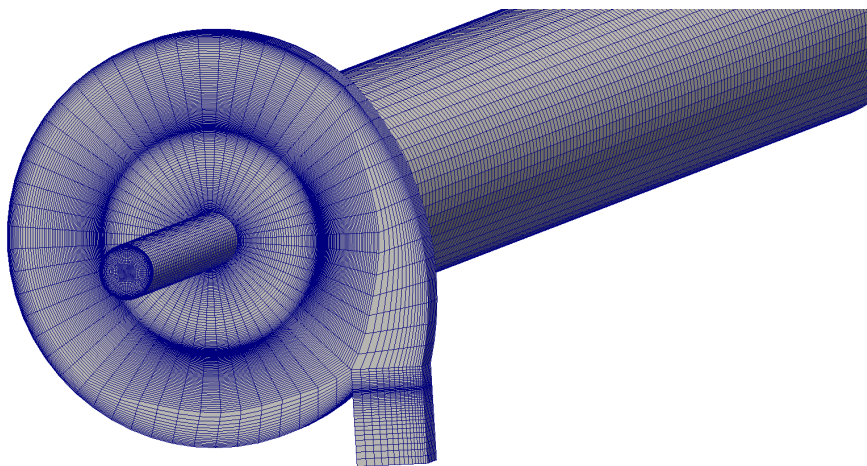
Постављање граничних услова у овом прорачуну је било изузетно тешко. Тешко, у смислу стабилности почетка прорачуна. Због велике вредности притиска на улазу у млазницу, у почетним тренуцима прорачуна је струјање изузетно нестабилно. Тестиране су различите комбинације граничних услова за све физичке величине на свим граничним површима, али безуспешно. На крају је прорачун „пуштен“ у комерцијалном софтверу ANSYS Fluent. После извесног броја итерација, прорачун у овом софтверу је прекинут и поља брзина на граничним површима inlet, coldoutlet и hotoutlet су узета као почетне вредности за поље брзине у прорачуну у оквиру софтвера OpenFOAM. У том смислу, поред већ наведеног, постављени су следећи гранични услови: На улазу (inlet) је задата фиксна вредност тоталне температуре и тоталног притиска. На оба излаза из вртложне цеви (coldoutlet, hotoutlet) је задат zeroGradient гранични услов за све физичке величине, осим за поље брзине. На зидовима цеви је такође задат овај гранични услов за све величине. Изузетак је поље брзине за коју је задата фиксна вредност (0, 0, 0).



Слика 5.20: Део неструктуриране мреже вртложне цеви (В), 527 926 ћелија.

Задавање жељене вредности временског корака је вршено усвајањем максималне вредности Курантовог броја. У случају модела $k - \omega$ SST (RANS прорачун) и $k - \omega$ SST SAS (RANS-LES прорачун) ова вредност је одржавана на $Co_{max} = 0,3$, што је омогућавало да временски корак у току прорачуна буде реда величине 6×10^{-9} . У случају моделирања турбуленције $k - \omega$ SST SAIDDES моделом (RANS-LES прорачун), корак је морао бити још мањи. Тада је максимална вредност Курантовог броја била $Co_{max} = 0,1$. Ово је омогућило да временски корак буде реда величине 10^{-10} s.

Разуме се да овако мали временски кораци изискују јако дугачак временски период до потпуне конвергенције, тј. до добијања резултата који су у потпуности спремни за анализу. Прорачуни у прорачунском домену вртложне цеви (В) су вршени на неструктурираним мрежама које броје 527 926 и 1 742 804 ћелија. При томе је замишљено да мања мрежа буде прелазна према финијој мрежи, на основу чијих резултата ће се вршити потребне анализе. До ових резултата се, међутим, још није дошло. Разлог је време. Примера ради, да би у оквиру прорачуна на мањој мрежи (527 926 ћелија), применом $k - \omega$ SST SAS модела, био уписан инкремент од 0,001s у одговарајуће директоријуме са резултатима, потребно је да солвер ради 64,9 сати на рачунару Intel Core i7-4770K CPU @ 3.50GHz $\times$ 8. Са друге стране, да би био уписан инкремент 0,0001s у одговарајући директоријум са резултатима, у RANS прорачуну коришћењем $k - \omega$ SST модела, на већој мрежи (1 742 804 ћелије), солвер треба да ради 87 сати на рачунару Intel Xeon(R) CPU E5-2630 0 @ 2.3GHz $\times$ 18. Имајући у виду ове податке, очигледно је да прорачуни на 3Д мрежи трају изузетно дуго. Такође, треба имати у виду да све време говоримо о нестационарном прорачуну турбулентног стишљивог вихорног струјања. Ово су разлози због којих се овде приказују тренутни резултати, за које се види да су почели да конвергирају. У том смислу, валидација резултата се неће вршити. Не у овој дисертацији, али то остаје као задатак чију реализацију треба спровести до краја.



Слика 5.21: Део блокструктуриране мреже вртложне цеви (В).

Поменуте неструктуриране мреже су направљене на тродимензионалном моделу вртложне цеви (В) који је приказан на слици 5.19. Овај модел је направљен у оквиру софтвера отвореног типа SALOME, који је намењен за пре- и постпроцесирање нумеричких прорачуна. Ипак, поменуте мреже су

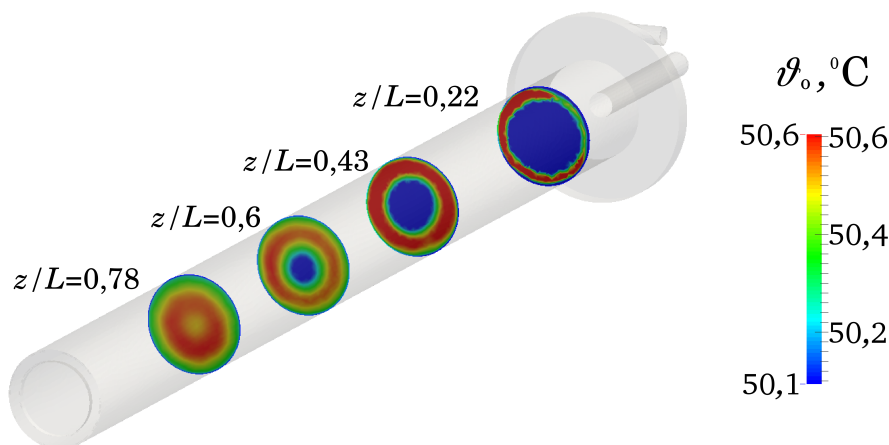
направљене у оквиру софтвера ICEM CFD. Како би се струјање у близини зида моделирало на прави начин, мреже у овом делу прорачунског домена имају 15 слојева (енг. inflation layers), као што се то види на слици 5.20. Направљена је и блокструктурирана (O-grid) мрежа користећи **blockMesh** текстуралну датотеку и M4 макропроцесор. Ова мрежа је састављена од 40 блокова и има 1 029 120 ћелија. Међутим, због дужине трајања прорачуна, одустало се од тестирања солвера на овој мрежи. Део блокструктуриране мреже је приказан на слици 5.21.

Већ је наведено како је вршена контрола временског корака у прорачунима на прорачунском домену вртложне цеви (B). Дискретизација временског члана је вршена помоћу **CrankNicholson** дискретизационе схеме. Дискретизација осталих чланова у једначинама које се решавају је вршена схемама другог реда тачности. Ово не важи једино у случају једначина за турбулентне величине, у којима се користе схеме првог реда тачности.

Толеранција резидуала за поље брзине је подешена на 10^{-9} , а за све остале величине на вредност 10^{-10} . И у овим прорачунима је релативна толеранција подешена на нулту вредност за поља свих физичких величина.

Радни флуид у овој вртложној цеви је азот. У прорачуну је сматран калорички идеалним гасом, чија је кинематичка вискозност $\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, специфични топлотни капацитет $c_p = 1047 \text{ J}/(\text{kgK})$ и Прандтлов број $\text{Pr} = 0,7$.

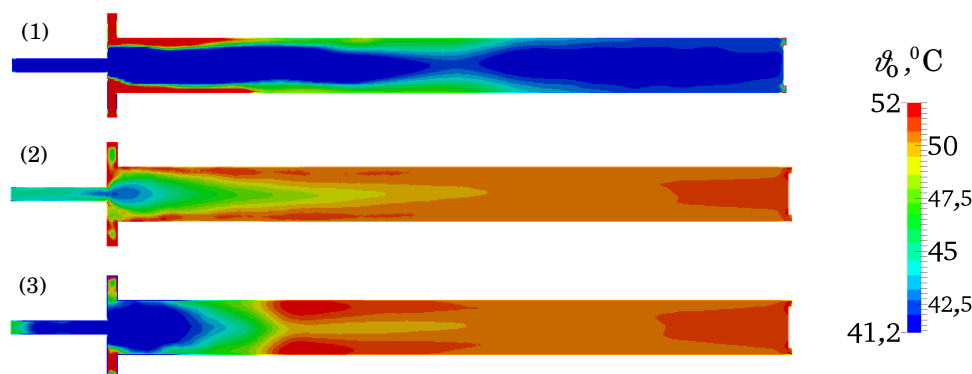
На слици 5.22 приказана је расподела тоталне температуре у више попречних пресека вртложне цеви (B). Уочава се да је расподела тоталне температуре у складу са физиком процеса у вртложној цеви – у саосном делу је мања вредност него у делу у непосредној близини зида, где се гас загрева.



Слика 5.22: Расподела тоталне температуре по попречним пресецима вртложне цеви (B) применом RANS-LES приступа моделирању турбуленције $k - \omega$ SST SAS моделом.

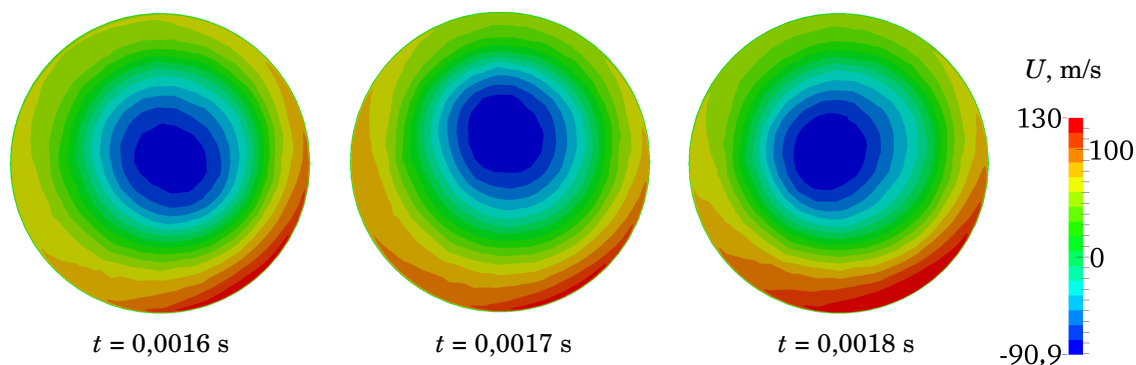
Овоме се придодаје и расподела тоталне температуре у меридијанској равни ове вртложне цеви (слика 5.23). Овде су приказани резултати како RANS

прорачуна, применом $k-\omega$ SST модела, тако и резултати RANS-LES прорачуна, применом $k-\omega$ SST SAS и $k-\omega$ SST SAIDDES модела турбуленције. Обзиром да је RANS прорачун највише радио, и расподела тоталне температуре је у већем делу меридијанске равни сагласна функцији вртложне цеви. Међутим, уочава се тренд формирања охлађеног језгра и загрејаног смичућег слоја, у резултатима свих приступа моделирања турбуленције и свих примењених модела који су приказани на слици 5.23.



Слика 5.23: Расподела тоталне температуре у меридијанском пресеку вртложне цеви (B): (1) RANS, $k-\omega$ SST, (2) RANS-LES, $k-\omega$ SST SAS и (3) RANS-LES, $k-\omega$ SST SAIDDES.

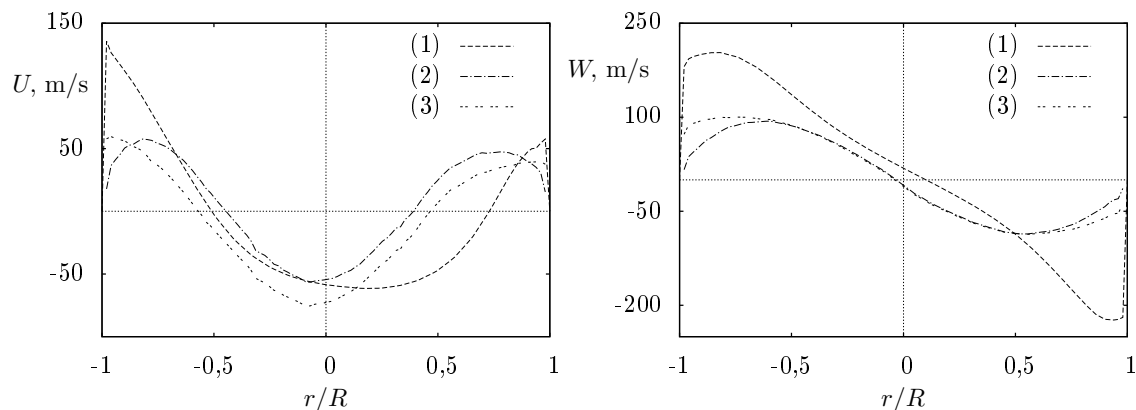
Прорачуном на тродимензионалном домену уочавају се просторне промене у пољима физичких величина. На вртложној цеви (B) постоји само једна млазница на улазу, па је физички оправдано очекивати да постоји извесна прецесија језгра у формираном вихорном струјању. Ово је и потврђено на слици 5.24, где је приказана временска еволуција положаја вртложног језгра у вртложној цеви (B). Реч је о резултату хибридног RANS-LES прорачуна применом $k-\omega$ SST SAIDDES модела.



Слика 5.24: Приказ прецесије језгра у вртложној цеви (B) за три временска тренутка у попречном пресеку $z/L = 0,22$; $k-\omega$ SST SAIDDES модел, RANS-LES прорачун.

Постојање прецесије вртложног језгра потврђује и слика 5.25. На овој

слици су приказане расподеле аксијалне и обимске брзине у попречном пресеку $z/L = 0,22$ вртложне цеви (B), добијене RANS и RANS-LES приступом моделирању турбуленције. Уочава се да расподела обимске брзине не пролази кроз координатни почетак, што указује на прецесију вртложног језгра.



Слика 5.25: Расподела аксијалне и обимске брзине у попречном пресеку $z/L = 0,22$ вртложне цеви (B): (1) RANS, $k - \omega$ SST, (2) RANS-LES, $k - \omega$ SST SAS и (3) RANS-LES, $k - \omega$ SST SAIDDES.

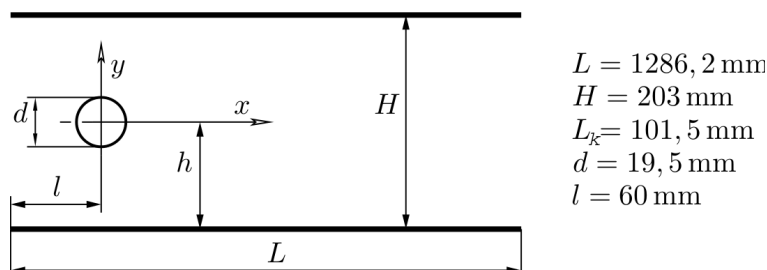
Са друге стране, расподела аксијалне брзине указује на формирану рецикулациону зону у саосном делу вртложне цеви. Ни ова расподела није у потпуности симетрична, као што то најупечатљивије показује резултат RANS прорачуна, али и резултати хибридног RANS-LES прорачуна.

5.1.2 Опструјавање цилиндра (sonicTEFoam, rhoCentralTurbFoam)

Поред вртложне цеви, новоформирани солвери су тестирани и у другим струјним просторима. Један од струјних простора у којима су тестирани модификовани солвери јесте канал у којем се опструјава непокретан цилиндар. На истој геометрији (слика 5.26) и при истим почетним и граничним условима, један солвер уочава раслојавање температурског поља у случају стационарног струјања у трагу цилиндра, да би се у наставку, применом другог солвера, уочио феномен раслојавања температурског поља и у случају када се вртлози формирани иза цилиндра одвајају од истог одређеном фреквенцијом. Део резултата у вези са раслојавањем температурског поља у трагу цилиндра, приказан је у оквиру рада Burazer (2017).

Геометријски домен канала у коме је смештен цилиндар је донекле измењен. Наиме, будући да је циљ да се утврди да ли модификовани солвер може да предвиди раслојавање температурског поља у трагу овог геометријског тела, цилиндар је померен према улазном пресеку канала. На тај начин је и смањен утицај излазног пресека на струјни простор у каналу. Дужина канала је

1346,2 mm, док је, уместо на 711,2 mm од улазног пресека (в. Goldstein and Kulkarni (2008)), цилиндар постављен на растојању од 60 mm. Ваздух струји са лева на десно почетном брзином од 76 m/s, формирајући тако услове за остварење вредности Рејнолдсовог броја $Re = 9,2 \times 10^4$, док је Махов број $M = 0,22$. Канал је правоугаоног попречног пресека димензија $L_k \times H$.

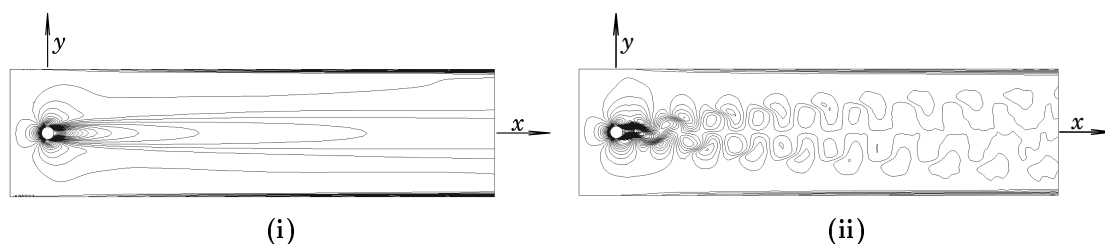


Слика 5.26: Геометрија струјног простора са припадајућим димензијама.

Проблем се разматра као равански. Мрежа овог прорачунског домена је блок структурирана, формирана уз помоћ M4 макро процесора и blockMeshDict текстуалне датотеке. Мрежу чини дванаест блокова, што, између осталог, омогућава да се ћелије смање на оним деловима домена где се очекују веће промене неке физичке величине.

На свакој од граничних површи овог прорачунског домена је потребно дефинисати почетне и граничне услове. На улазу (inlet) је задата вредност брзине у аксијалном правцу, док је за притисак примењен Нојманов гранични услов. На излазу (outlet) Нојманов услов је примењен за брзину, док је притисак позната величина. Вредност статичке температуре на улазу је такође позната, док је на излазу за њу примењен Нојманов гранични услов. Имајући у виду да је турбуленција моделирана применом двоједначинског $k - \epsilon$ модела, на зидовима тунела као и на цилиндру се користе зидне функције. За све остале физичке величине, осим за брзину, на зидовима тунела је постављен гранични услов zeroGradient. Брзина на зиду је једнака нули. У једном од примењених солвера је потребно дефинисати и тоталну енталпију као улазну величину, што је учињено тако што је на излазу задата фиксна вредност, а на улазу и на зидовима примењен Нојманов гранични услов. Цилиндар је топлотно изолован и непокретан.

За прорачун опструјавања цилиндра су коришћени rhoCentralTurbFoam и sonicTEFoam солвери, чији су кодови у оквиру ове дисертације измењени на начин како је то описано у четвртом поглављу. Солвер rhoCentralTurbFoam успешно предвиђа раслојавање температурског поља у стационарном струјању у трагу цилиндра (слика 5.27i), док



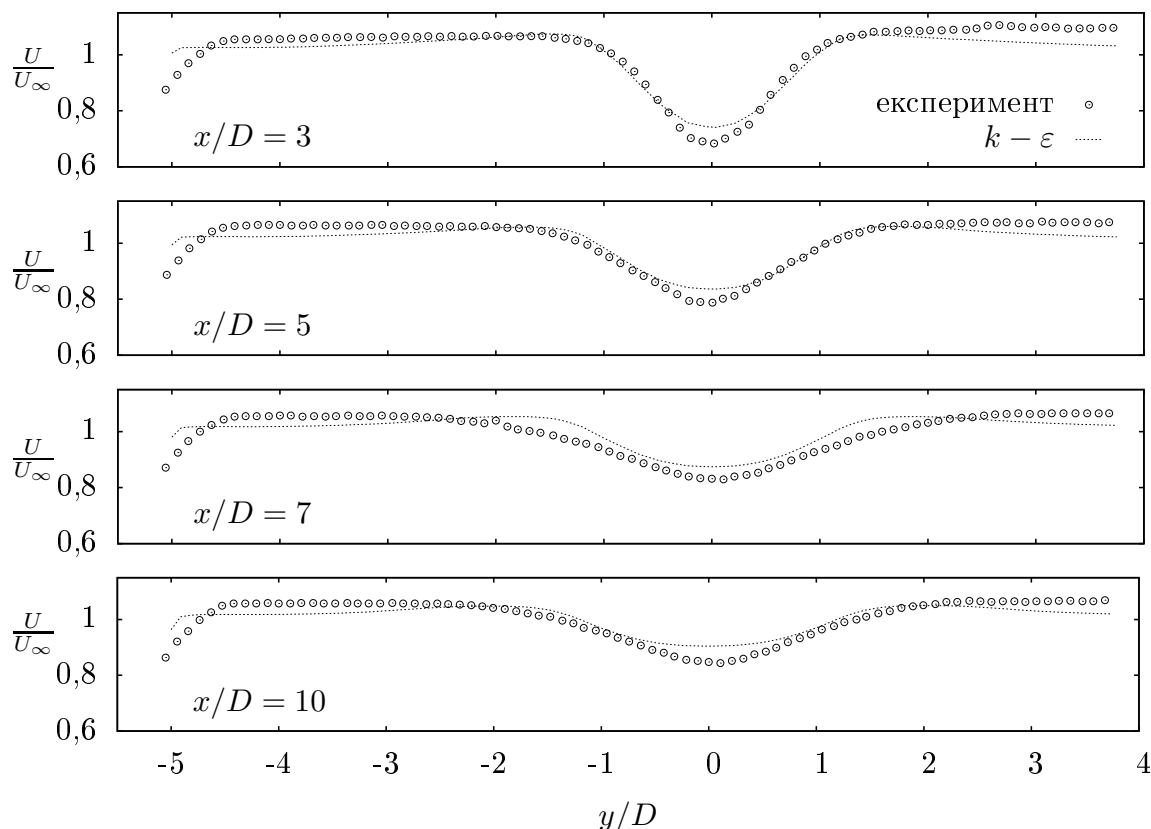
Слика 5.27: Услови струјања у којима раслојавање поља температуре предвиђа: (i) `rhoCentralTurbFoam` и (ii) `sonicTEFoam`.

`sonicTEFoam` предвиђа раслојавање поља температуре у Кармановој вртложној улици (слика 5.27ii).

Оба солвера су у бити намењена за нестационарне прорачуне, те је контрола временског корака вршена задавањем максималне вредности Курантовог броја. У свим прорачунима ова вредност је била на нивоу $Co_{max} = 0,3$. На овом месту треба пажњу поклонити избору дискретизационих схема за поједине групе чланова дискретизационих једначина. У свим прорачунима су за конвективне чланове изабране методе дискретизације другог реда тачности, изузев у почетних неколико итерација. Тада је, ради повећавања стабилности прорачуна, за ове чланове бирана узводна (*upwind*) схема дискретизације. Када се прорачун стабилизује поново се поставља схема дискретизације другог реда тачности. Дискретизација временског члана је вршена применом `CrankNicholson` дискретизационе схеме.

У случају солвера `rhoCentralTurbFoam` толеранције резидуала за поље брзине су подешене на 10^{-9} , док је за поље унутрашње енергије, кинетичке енергије турбуленције и дисипације оне подешене на 10^{-10} . Када је реч о солверу `sonicTEFoam`, толеранција резидуала за поље притиска је подешена на вредност од 10^{-8} , док су толеранције резидуала за поља брзине, густине, тоталне енталпије као и поља кинетичке енергије турбуленције и дисипације подешене на 10^{-5} . У случају оба солвера је релативна толеранција подешена на нулту вредност.

На слици 5.28 је приказана расподела брзине у аксијалном правцу сведене на њену вредност у „бесконачности“, у четири низструјне локације. Приказане су експерименталне вредности и резултати нумеричких моделирања применом солвера `rhoCentralTurbFoam`. Уочава се да је присутна деформација поља аксијалне брзине у зони иза цилиндра. Такође, ова деформација се смањује што је бездимензијска координата x/D у којој се посматра ово поље брзине већа. Веома важно је приметити да се помоћу солвера `rhoCentralTurbFoam` добијаја поље брзине које се изузетно добро слаже са експерименталним вредностима.



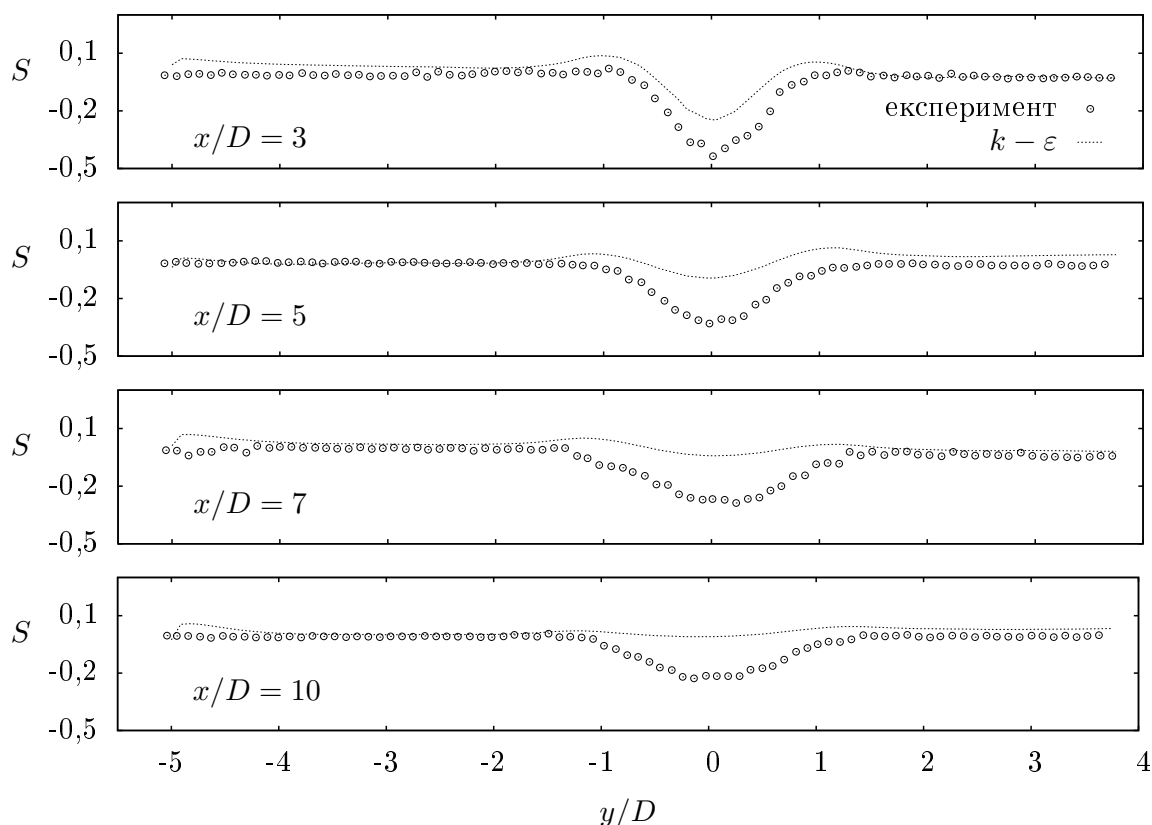
Слика 5.28: Профили аксијалне брзине у трагу иза цилиндра, rhoCentralTurbFoam, $k - \varepsilon$ модел.

Локација на којој је профил брзине деформисан је идентично оном из експерименталних истраживања Goldstein and Kulkarni (2008), а брзина „оправка“ профила температуре од деформације низструјно је приближно иста.

Слика 5.29 приказује расподелу фактора раслојавања поља температуре у четири локације низструјно од цилиндра. Фактор раслојавања поља температуре је дефинисан као

$$S = \frac{T_o - T_{o,0}}{U^2/(2c_p)}, \quad (5.1)$$

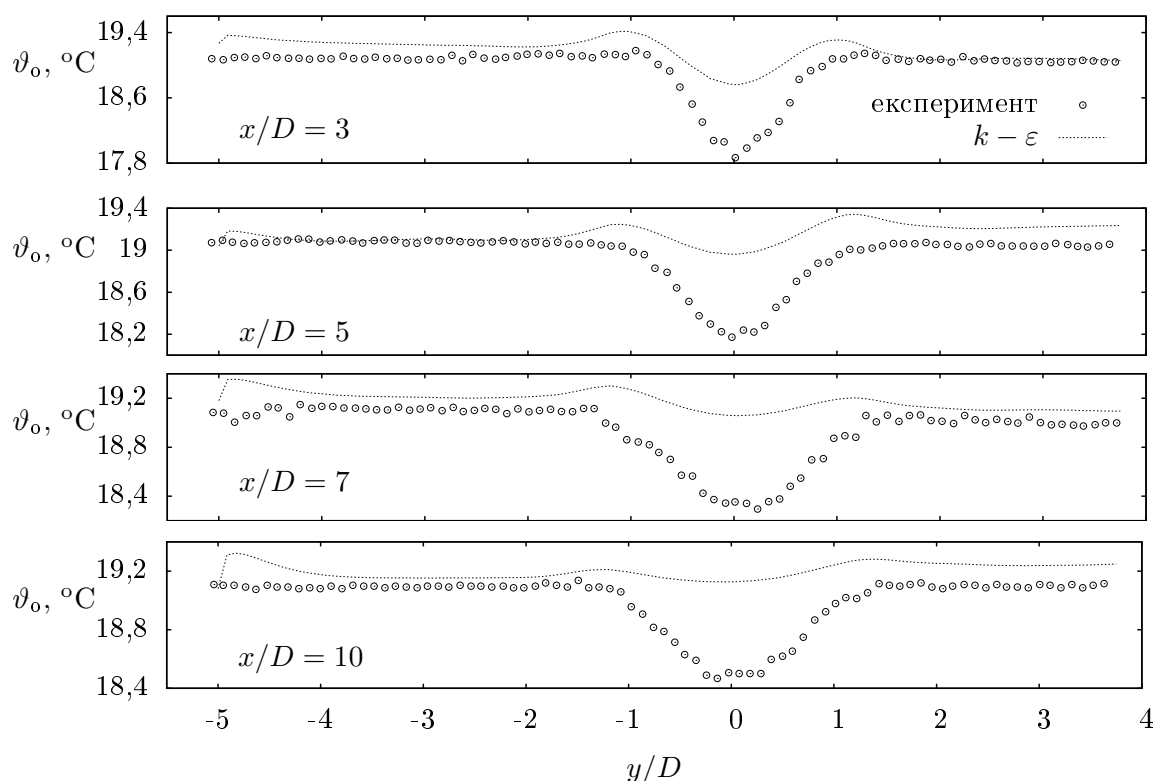
при чему величина у имениоцу представља динамичку температуру. Примећује се да је солвер rhoCentralTurbFoam у стању да предвиди раслојавање поља температуре. У поређењу са експерименталним вредностима, раслојавање температурског поља се одвија на истом месту и према нумеричком решењу проблема. Уочавају се места у којима тотална температура има минималну вредност, у оси цилиндра, али и места у којима је тотална температура повећана у односу на њену вредност на улазу у тунел. Ово је дакле,



Слика 5.29: Фактор раслојавања температурског поља у трагу цилиндра, rhoCentralTurbFoam, $k - \varepsilon$ модел.

права слика прерасподеле енергије у струјном пољу, где се јављају места мањих и већих вредности тоталне температуре. При томе, треба приметити да је хлађење ваздуха више изражено у односу на његово загревање. Међутим, ово раслојавање температурског поља није толико изражено, ако се посматра резултат нумеричких симулација у односу на експерименталне вредности фактора раслојавања температурског поља S . Ипак, ако се уради прерачунавање са вредности фактора S на вредности тоталне температуре, уочава се прилично добро слагање између експерименталних и вредности тоталне температуре добијених применом нумеричког моделирања. Расподела тоталне температуре је приказана на слици 5.30.

Уочава се да је на месту у струјном домену где је неслагање између експерименталних вредности и нумеричких резултата највеће, разлика у вредностима тоталне температуре свега неколико десетих делова степена. Дакле, можемо закључити да солвер `rhoCentralTurbFoam` успешно предвиђа раслојавање температурског поља у случају када је опструјавање цилиндра стационарно, то јест, када се не јавља одвајање вртлога од цилиндра. Међутим, ово неслагање у пољу тоталне температуре низструјно се може објаснити

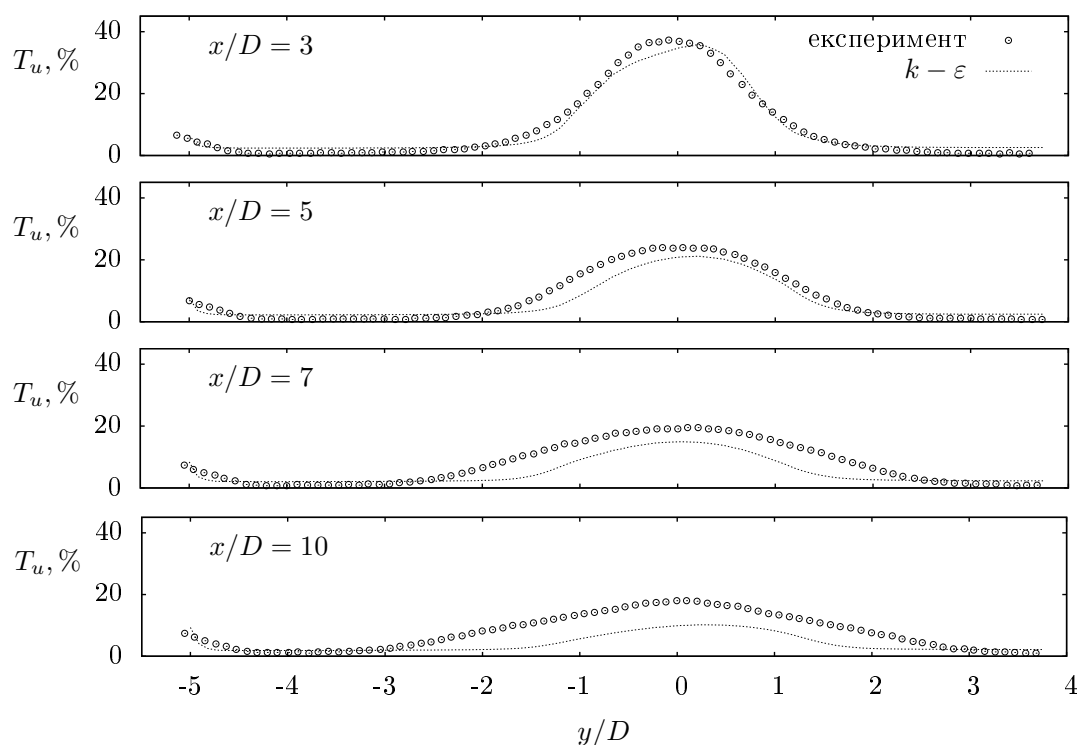


Слика 5.30: Расподела тоталне температуре у трагу цилиндра, rhoCentralTurbFoam, $k - \varepsilon$ модел.

лошијим предвиђањем интензитета турбуленције у ниструјним локацијама иза цилиндра. Са слике 5.31 се уочава да за сваку бездимензијску координату иза цилиндра, изузев $x/D = 3$, нумерика предвиђа мању вредност интензитета турбуленције него што је експериментална. Потребни су додатни прорачуни и анализе како би се утврдила корелација између интензитета турбуленције и поља тоталне температуре у овом случају опструјавања цилиндра.

Иако није доступан рад са довољним бројем података потребним за нумерички прорачун, са којим би се могло вршити поређење, развијен је други солвер који уочава раслојавање поља тоталне температуре и у случају нестационарног опструјавања цилиндра. Реч је о солверу sonicTEFoam, а резултати његовог рада су приказани на сликама 5.32, 5.33 и 5.34.

Као што је већ напоменуто, при истим почетним и граничним условима и на истој геометрији, прорачун је спроведен применом солвера sonicTEFoam. На слици 5.32 се препознаје карактеристична расподела брзине за Карманову вртложну улицу. У граничном слоју на цилиндру се формирају вртлози, који се одређеном фреквенцијом одвајају од цилиндра, наизменично са његове горње и доње стране. Међутим, потребно је видети шта се дешава са пољем температуре.

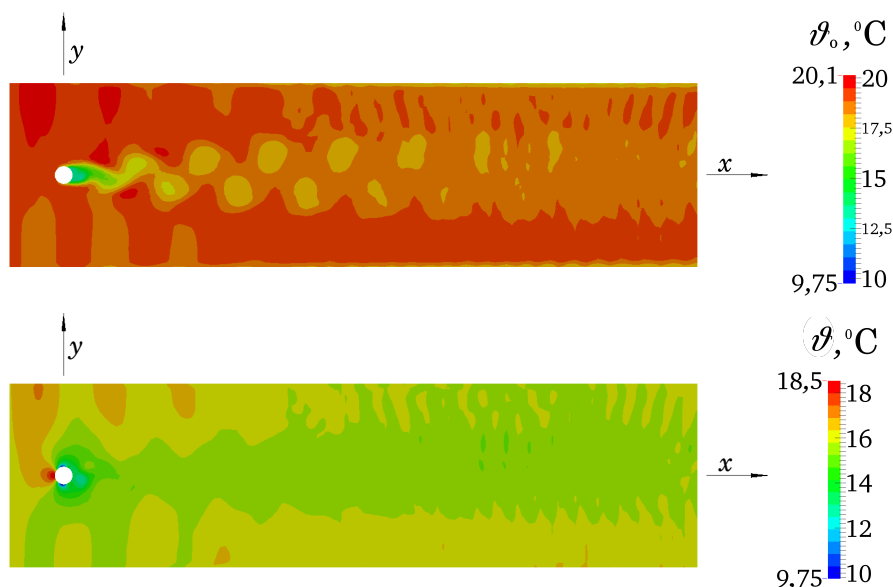


Слика 5.31: Интензитет турбуленције у трагу цилиндра, rhoCentralTurbFoam, $k - \varepsilon$ модел.



Слика 5.32: Расподела брзине у подужном правцу, sonicTEFoam, $k - \varepsilon$ модел.

На слици 5.33 је приказана расподела тоталне и статичке температуре. Уочавају се хладна и топла места у карактеристичном шаховском распореду поља тоталне температуре, док се код статичке температуре открива хладнији део у зони осе цилиндра. Вредност статичке температуре расте према периферији трага цилиндра. Места минималних вредности тоталне температуре се поклапају са местима минималних вредности брзине (слика 5.34). Ово значи да је сваки вртлог у вртложној улици температурски стратификован, при чему је минимална вредност тоталне температуре у његовом центру. Оваква расподела тоталне температуре у Кармановој вртложној улици је примећена и у Kurosaka et al. (1987). Утицај положаја вртлога у Кармановој вртложној улици на поља брзине, тоталне и статичке



Слика 5.33: Расподела тоталне и статичке температуре, sonicTEFoam, $k - \varepsilon$ модел.

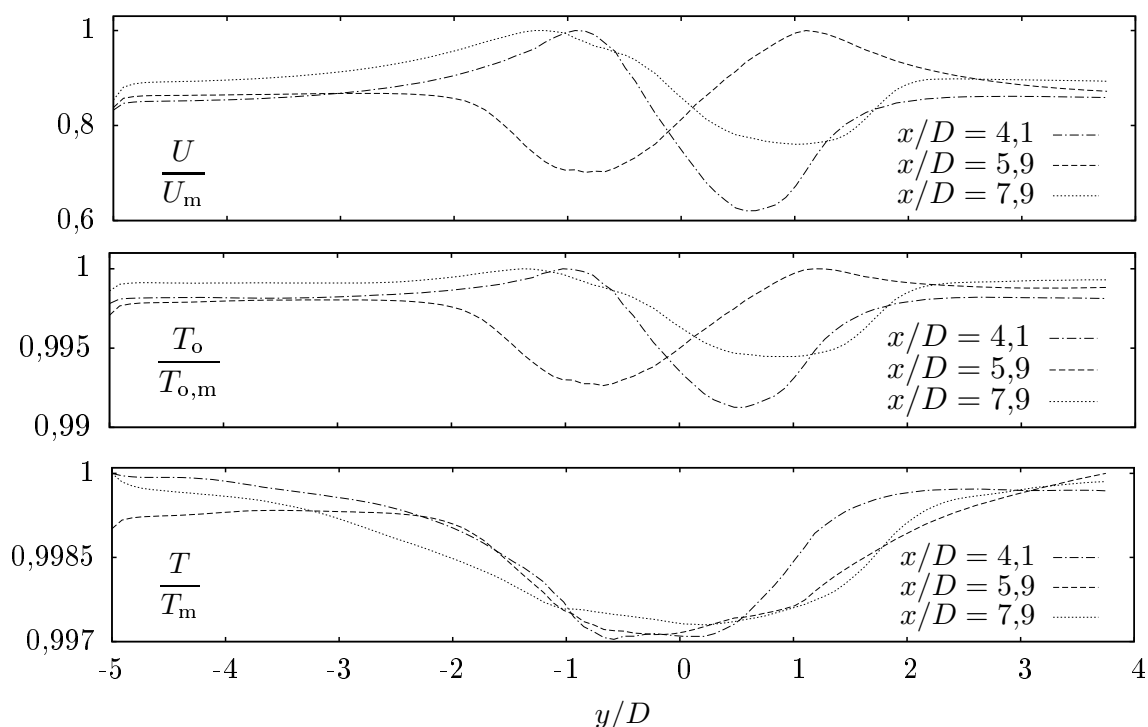
температуре је приказан на слици 5.35. Овде је у три низструјна положаја у трагу цилиндра, чије равни пролазе кроз центре вртлога, приказана радијална расподела бездимензијске брзине U/U_m , статичке температуре T/T_m и тоталне температуре $T_o/T_{o,m}$.



Слика 5.34: Контуре брзине у аксијалном правцу – изотакхе, sonicTEFoam, $k - \varepsilon$ модел.

Расподеле аксијалне брзине и тоталне температуре се практично преклапају, имају чак и исте облике профила. Ипак, статичка температура има минимум у осе иза цилиндра и потом расте вредност према непоремећеној области струјања. У потпуности је имуна на положај вртлога у струјном пољу. Уочава се да је овде реч о раслојавању температурског поља малог интензитета. Ово се закључује на основу вредности градијента бездимензијске тоталне температуре (слика 5.35). Међутим, и поред тога, солвер `rhoCentralTurbFoam` је успео да предвиди стратификацију температурског поља. Претпоставља се да ово није највећи интензитет раслојавања поља тоталне температуре у трагу цилиндра. Са повећањем брзине до одређене границе, вероватно ће доћи до појачавања

овог ефекта. Како је овде циљ верификовати новоформиране солвере, није се улазило даље у ову анализу. Међутим, ово ће сигурно бити предмет даљих истраживања.



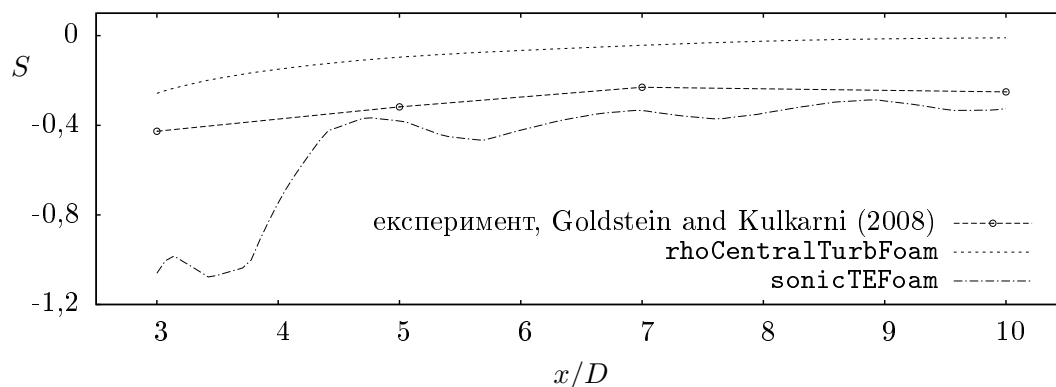
Слика 5.35: Расподела аксијалне брзине, тоталне и статичке температуре, у три пресека низструјно од цилиндра, sonicTEFoam, $k - \varepsilon$ модел.



Слика 5.36: Расподела тоталног притиска, sonicTEFoam, $k - \varepsilon$ модел.

Kurosaka et al. (1987) наводе да у дозвучним струјањима, какво је ово, јавља раслојавање и поља тоталног притиска при чему се места екстремних вредности тоталног притиска скоро поклапају са местима екстремних вредности тоталне температуре. То је овде делимично потврђено, будући да је поље тоталног притиска раслојено само делимично и то у непосредној зони цилиндра (слика 5.36). Ово се може објаснити релативно малим интензитетом раслојавања поља тоталне температуре. У струјном пољу у којем је

прерасподела енергије израженија, дошло би до значајнијих поклапања у пољима тоталног притиска и тоталне температуре. Ово је последица и дужег низструјног задржавања форме Карманове вртложне улице у трагу цилиндра, до кога би дошло при другом граничном услову за брзину на улазу у тунел. На тај начин би било и значајнијих поремећаја у пољу притиска и за веће вредности бездимензијске аксијалне координате x/D низструјно од цилиндра.



Слика 5.37: Утицај одвајања вртлога приликом опструјавања цилиндра на температурско поље у правцу Ox , $k - \varepsilon$ модел.

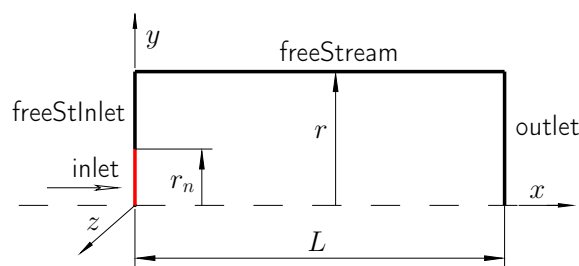
Слика 5.37 приказује расподелу фактора раслојавања поља тоталне температуре у случају када постоји одвајање вртлога од цилиндра и када оно није присутно. На истој слици је дато и поређење експерименталних резултата из Goldstein and Kulkarni (2008) и нумеричких решења за случај када нема одвајања вртлога од цилиндра. Опет се уочава благо одступање нумерички добијених вредности у случају стационарног опструјавања цилиндра. Уочава се да је крива која је резултат рада sonicTEFoam солвера, и која представља аксијалну расподелу фактора раслојавања поља тоталне температуре S у случају Карманове вртложне улице у трагу цилиндра, другачијег облика него у случају стационарног опструјавања цилиндра. Са друге стране, за сваки низструјни положај x/D у трагу цилиндра, ова расподела има мање вредности него крива која је резултат експеримента Goldstein and Kulkarni (2008). Разлог за овакву расподелу фактора раслојавања поља тоталне температуре S у случају Карманове вртложне улице су вртлози који постоје у струјном простору трага цилиндра. Наиме, већ је указано на чињеницу да је сваки вртлог за себе температурски стратификован, и да је минимум тоталне температуре у центру вртлога. Са друге стране, што су размере вртлога веће, то он има потенцијал за већу температурску стратификацију. На тај начин, обзиром да је при прерасподели енергије више изражено хлађење него загревање флуида, у сваком вртлогу веће размере се постиже

мања вредност тоталне температуре у његовом центру. Последично, у оном делу струјног простора где су присутне кохерентне структуре већих размера, које имају способност за израженију температурску стратификацију, присутне су и мање вредности тоталне температуре. Вртлози највећих размера се налазе непосредно у близини цилиндра, и низструјно се њихова величина постепено смањује. С обзиром на ову анализу, фактор S као бездимензијска вредност тоталне температуре, физички оправдано има најмању вредност непосредно иза цилиндра (в. слику 5.37). Са низструјним удаљавањем од цилиндра, размере вртлога у његовом трагу се постепено смањују, те долази и до постепеног повећавања вредности тоталне температуре, односно фактора S у трагу цилиндра. Крива која одговара случају Карманове вртложне улице се асимптотски приближава расподели фактора раслојавања температурског поља из експерименталног истраживања Goldstein and Kulka-
rni (2008). Међутим, и у најудаљенијем низструјном положају x/D не долази до пресецања ове две расподеле.

Ово је прва нумеричка потврда утицаја одвајања вртлога на интензитет раслојавања поља тоталне температуре у трагу цилиндра. О овом утицају се знало и раније, али само на основу експеримената (в. нпр. Goldstein and He (2001)). О утицају размере кохерентних структура на температурско поље при прерасподели енергије ће бити више речи у оквиру низструјног пододељка 5.2.5, када ће се разматрати локално поље тоталне температуре на улазу у две различите вртложне цеви.

5.1.3 Слободни осносиметрични млаз (rhoCentralTurbFoam)

У овом пододељку су приказани резултати у вези са раслојавањем температурског поља у слободном осносиметричном млазу. Као што је већ истакнуто у одељку 2.3, први пут се о раслојавању поља температуре у млазу говори у Eckert (1986). Касније су истраживања настављена, и из рада Nan (2001) преузети су геометрија и услови струјања за анализу у овој дисертацији.



Слика 5.38: Прорачунски домен за струјање у осносиметричном слободном млазу.

У овом случају полупречник домена је $r = 100 \text{ mm}$, а његова дужина је $L = 300 \text{ mm}$ (слика 5.38). Полупречник млазнице, лоциране при врху клина, је $r_n = 10 \text{ mm}$. Блок структурирана мрежа броји 27400 ћелија. У области око излаза ваздуха из млазнице мрежа је финија, будући да се у овој области очекују највеће промене физичких величина.

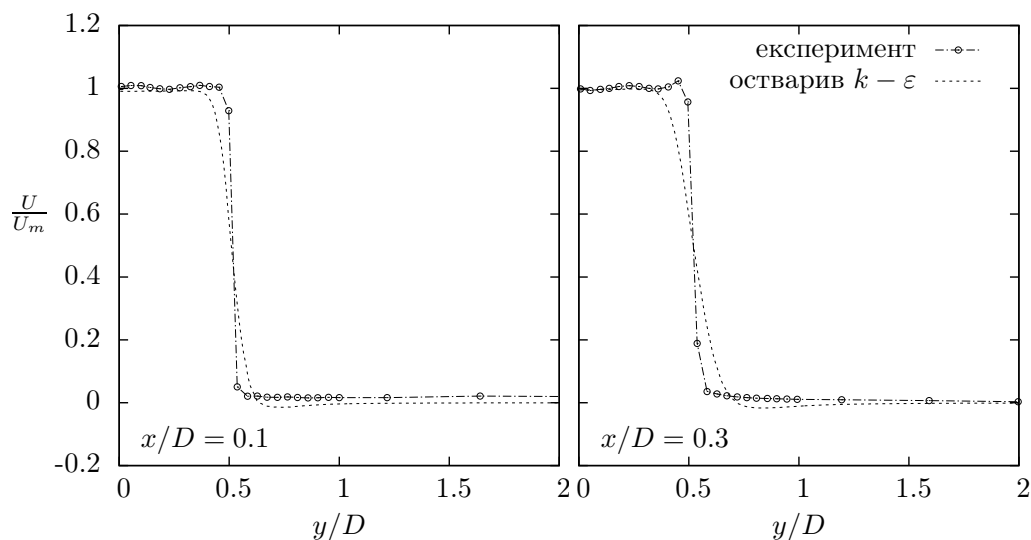
Иако су тестирана сва три модификована солвера, само је `rhoCentralTurbFoam` уочио раслојавање температурског поља. Међутим, обзиром да се применом `steadyCompressibleTEFoam` солвера брже успостави струјно и поље статичке температуре карактеристично за слободни осносиметрични млаз, сви прорачуни су започети са овим, те касније настављени са `rhoCentralTurbFoam` солвером. Сходно томе, постављени су следећи гранични услови. На излазу из млазнице, а улазу у прорачунски домен (`inlet`), је задата фиксна вредност брзине, тоталне температуре и тоталне енталпије. На исној граничној површи је задат нулти градијент притиска у правцу струјања. На излазу из прорачунског домена (`outlet`) познате су вредности тоталне енталпије, статичке температуре и притиска, док је за брзину постављен Нојманов гранични услов. За величине турбуленције је на свим граничним површима осим на бочним странама клина постављен гранични услов `zeroGradient`. На овим површима је за све величине дефинисан `wedge` гранични услов, ближе описан у пододељку 5.1.1. На граничним површима `freeStInlet` и `freeStream` су за брзину постављене нулте вредности, као и фиксне вредности статичке односно тоталне температуре, те нулти градијент притиска у правцу управном на дате површи.

Када је реч о солверу `rhoCentralTurbFoam`, контрола временског корака вршена је задавањем максималне вредности Курантовог броја Co . И у прорачунима слободног осносиметричног млаза ова вредност је била на нивоу од 0,3. У свим прорачунима су за конвективне чланове изабране методе дискретизације другог реда тачности, изузев у почетних неколико итерација, када је у циљу повећавања стабилности прорачуна, за ове чланове бирана узводна (`upwind`) схема дискретизације. Када се прорачун стабилизује поново враћамо схему дискретизације другог реда тачности. Дискретизација временског члана је вршена применом `CrankNicholson` дискретизационе схеме. У солверу `steadyCompressibleTEFoam` је за побољшање стабилности прорачуна коришћена подрелаксациона техника. За конвективне чланове је расуђивано на исти начин као и у солверу који је намењен нестационарним прорачунима.

У случају солвера `rhoCentralTurbFoam` толеранције резидуала за поље брзине су подешене на 10^{-9} , док су за поље унутрашње енергије, кинетичке

енергије турбуленције и дисипације толеранције резидуала подешене на 10^{-10} . Када је реч о солверу **steadyCompressibleTEFoam**, толеранција резидуала за поље притиска, брзине, тоталне енталпије, кинетичке енергије турбуленције и дисипације енергије турбуленције је подешена на вредност од 10^{-8} , док је за густину подешена вредност толеранције резидуала од 10^{-5} . При томе, у случају оба солвера, релативна толеранција је увек и за сва поља подешена на нулту вредност, како би се обезбедило да решење у сваком кораку прорачуна конвергира ка задатој вредности резидуала.

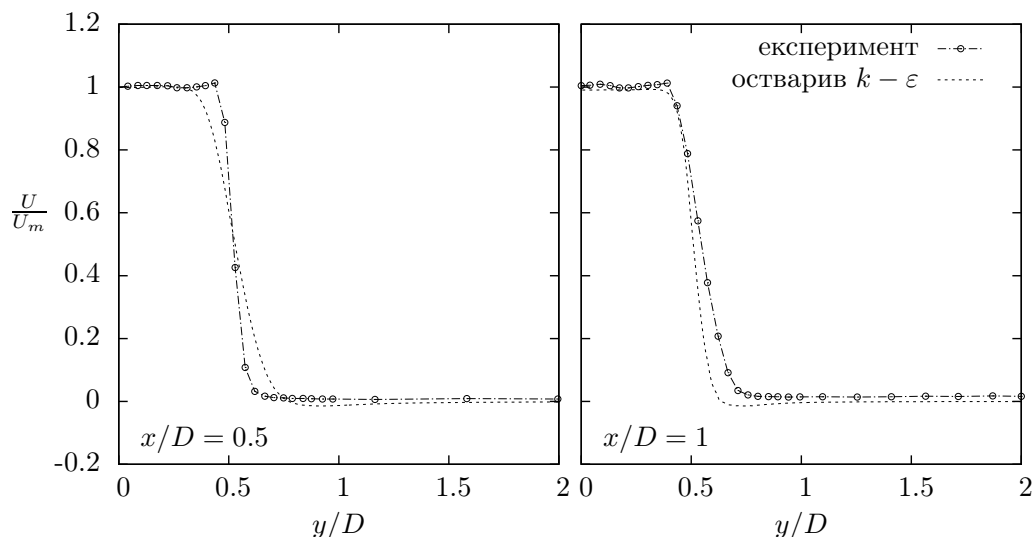
Из млазнице истиче ваздух, у мирну околину коју такође чини ваздух. У овим прорачунима је ваздух сматран калорички идеалним гасом, чија је кинематичка вискозност $\nu = 1,8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, специфични топлотни капацитет $c_p = 1004,5 \text{ J}/(\text{kgK})$ и Прандтлов број $\text{Pr} = 0,7$. Брзина струјања ваздуха на излазу из млазнице је 95 m/s , што ствара услове за струјање при Маховом броју на излазу из млазнице $M = 0,28$.



Слика 5.39: Бездимензиони профили брзина у осносиметричном слободном млазу у пресецима $x/D = 0,1$, $x/D = 0,3$, **rhoCentralTurbFoam**, остварив $k - \varepsilon$ модел.

Обзиром да се ради о струјању у осносиметричном слободном млазу, на основу претходних истраживања је познато да најбоље резултате у оваквом струјном пољу даје остварив $k - \varepsilon$ модел који има измењене једначине за кинетичку енергију турбуленције и њену дисипацију, Shih et al. (1995). Модел је заснован на остваривости тј. реалности вредности које се добијају за турбулентне напоне. Према овом моделу нормални турбулентни напони (турбулентни напони на главној дијагонали тензора турбулентних напона) су увек позитивне величине. Тестирани су и други модели ($k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST, напонски модели) и сви у односу на остварив $k - \varepsilon$ модел дају лошије резултате

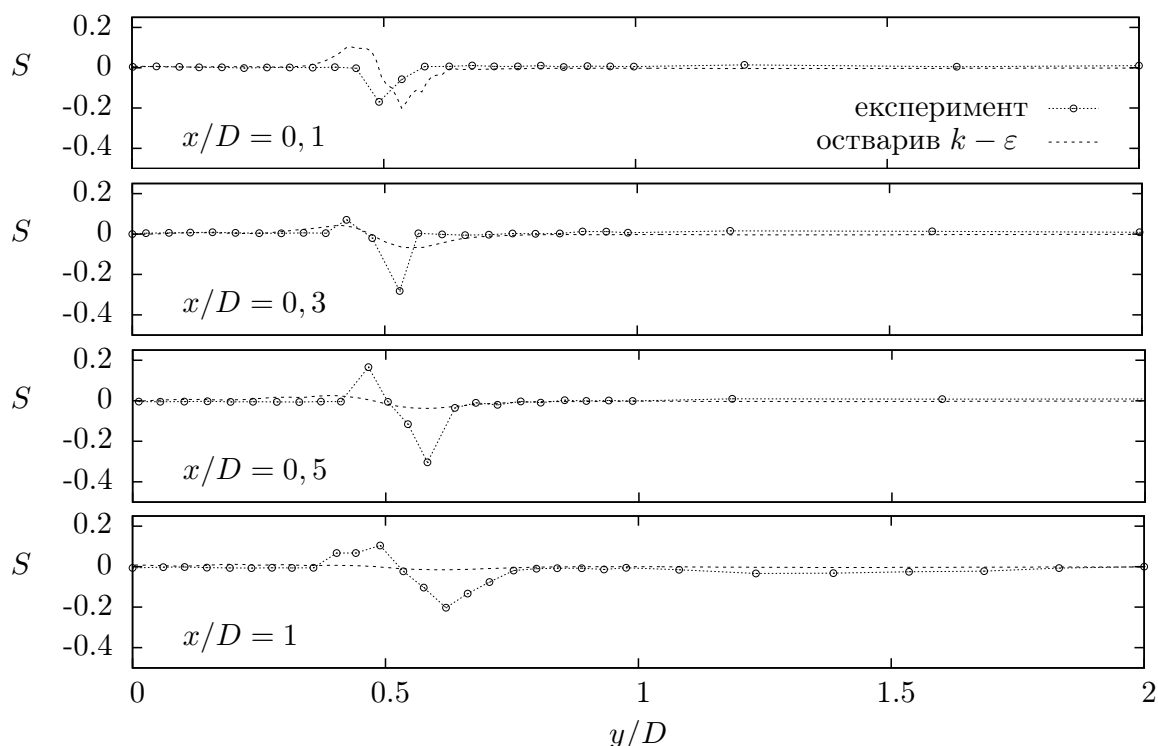
у погледу ширења млаза. Тако $k - \varepsilon$ модел, већ у пресеку $x/D = 0,5$ даје профил брзине у облику звона, са значајно смањеном облашћу језгра млаза. На сликама 5.39 и 5.40 дати су профили брзине као резултат остваривог $k - \varepsilon$ модела.



Слика 5.40: Бездимензиони профили брзина у осносиметричном слободном млазу у пресецима $x/D = 0,5$, $x/D = 1$, rhoCentralTurbFoam, остварив $k - \varepsilon$ модел.

Види се да овај модел заиста добро предвиђа ширину смичућег слоја у млазу, тј. ширење млаза. Профил брзине у сва четири приказана пресека је на задовољавајућем нивоу упоредив са експерименталним вредностима из Нап (2001). Међутим, када је реч о раслојавању температурског поља, резултати нису на очекиваном нивоу. Са слике 5.41 се види да је подударност између експерименталних и нумерички добијених вредности фактора раслојавања температурског поља на добром нивоу једино у пресеку $x/D = 0,1$. У наредном пресеку је раслојавање температурског поља присутно, али не тако изражено као што то приказују експериментални резултати, док се у последња два пресека оно уопште не опажа у резултатима нумеричких прорачуна.

Seol and Goldstein (1997) наводе да је раслојавање температурског поља у пресеку $x/D = 0,1$ последица раслојавања поља температуре у граничном слоју у млазници, које се преноси на тај први пресек у млазу. У следећем пресеку се већ услед стварања вртлога у смичућем слоју млаза, те њиховог кретања и спајања, појачава раслојавање поља температуре, тј. вредност фактора раслојавања температурског поља додатно опада. Ово се наставља и у пресеку $x/D = 0,5$, док од пресека $x/D = 1$ овај механизам слаби, будући да и вртлози у смичућем слоју млаза одумиру. Дакле, очекује се да вредност фактора S после пресека $x/D = 0,1$ почне да расте. Посматрајући расподеле фактора



Слика 5.41: Фактор раслојавања температурског поља у осносиметричном слободном млазу, rhoCentralTurbFoam, остварив $k-\varepsilon$ модел.

раслојавања температурског поља (слика 5.41), може се рећи да остварив $k-\varepsilon$ модел уочава само раслојавање температурског поља као последицу граничног слоја у млазници. Када треба да се види утицај формирања вртлога у смичућем слоју млаза, чак ни овај модел није на висини задатка. Чак ни другачије постављени почетни и гранични услови, као ни промена турбулентног Прандтловог броја Pr_T није позитивно деловало на резултате. Смањење кинематичке вискозности за 10^{-4} је имало за последицу повећавање најниже вредности тоталне температуре у пресеку $x/D = 0,1$ за $0,05^\circ\text{C}$, а у наредним пресецима се ништа значајније није догодило. Ако се кинематичка вискозност повећа за 10^{-3} нема значајних промена у температурском пољу млаза.

Рађен је и прорачун на тродимензионалном прорачунском домену. Добијени резултати су у одређеној мери бољи у односу на оне који су претходно приказани, али ни они нису на задовољавајућем нивоу. Даља истраживања на тему раслојавања поља температуре у слободном осносиметричном млазу су у плану.

5.2 Истраживање феномена стратификације поља температуре у вртложној цеви применом солвера rhoCentralTurbFoam и различитих модела турбуленције

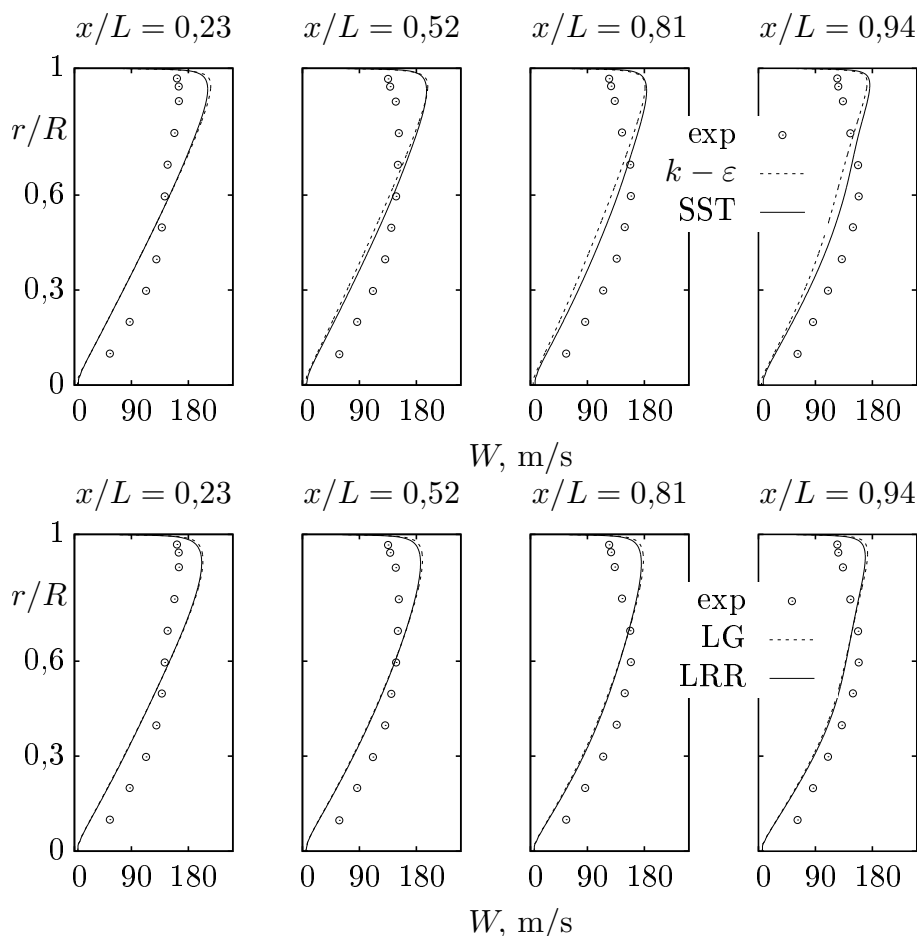
Сагласно претходној анализи, солвер rhoCentralTurbFoam је најподобнији за спровођење даљег истраживања у вези са струјно-термодинамичким феноменом који се одвија у вртложној цеви. Поред одговарајућег солвера, потребно је одредити који од модела турбуленције је адекватан за ово истраживање. У том смислу, у наредном одељку се врши валидација резултата моделирања турбуленције двоједначинским и пуним напонским моделима. Сви прорачуни су спроведени помоћу солвера rhoCentralTurbFoam у струјном домену вртложних цеви (А) и (Б). Од двоједначинских модела су коришћени стандардни $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ SST, док су за моделирање турбуленције пуним напонским моделима коришћени Launder-Reece-Rodi и Launder-Gibson.

5.2.1 Експериментална валидација $k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST, LRR и LG модела за струјање у вртложним цевима (А) и (Б)

Анализу успешности модела у предвиђању феномена температурског раслојавања у вртложној цеви спроводимо у две равни. Потребно је анализирати како поље брзине, тако и поље температуре. У случају вртложне цеви (А) користимо експерименталне вредности из Bruun (1969), док за валидацију резултата у случају вртложне цеви (Б) користимо експерименталне податке из Eiamsa-ard and Promvonge (2007).

На слици 5.42 су приказане расподеле обимске брзине у попречним пресецима вртложне цеви (А) добијене применом двоједначинских и напонских модела турбуленције. И једна и друга група примењених модела даје сличне резултате у погледу расподеле ове брзине. Међутим, ипак постоје одређене разлике. Двоједначински модели предвиђају принудни вихор у свим попречним пресецима, осим у пресеку $x/L = 0,94$. У овом пресеку постоје назнаке за прелазак ка Ранкиновом профилу вихора. Модел $k - \omega$ SST је ближи експерименталној расподели обимске брзине у сваком од разматраних пресека. Модели LRR и LG предвиђају практично исту расподелу обимске брзине. Све до пресека $x/L = 0,81$, ови модели предвиђају принудну расподелу вихора. У пресеку $x/L = 0,94$ је знатно израженији прелазак према Ранкиновом типу вртлога, у поређењу са двоједначинским моделима.

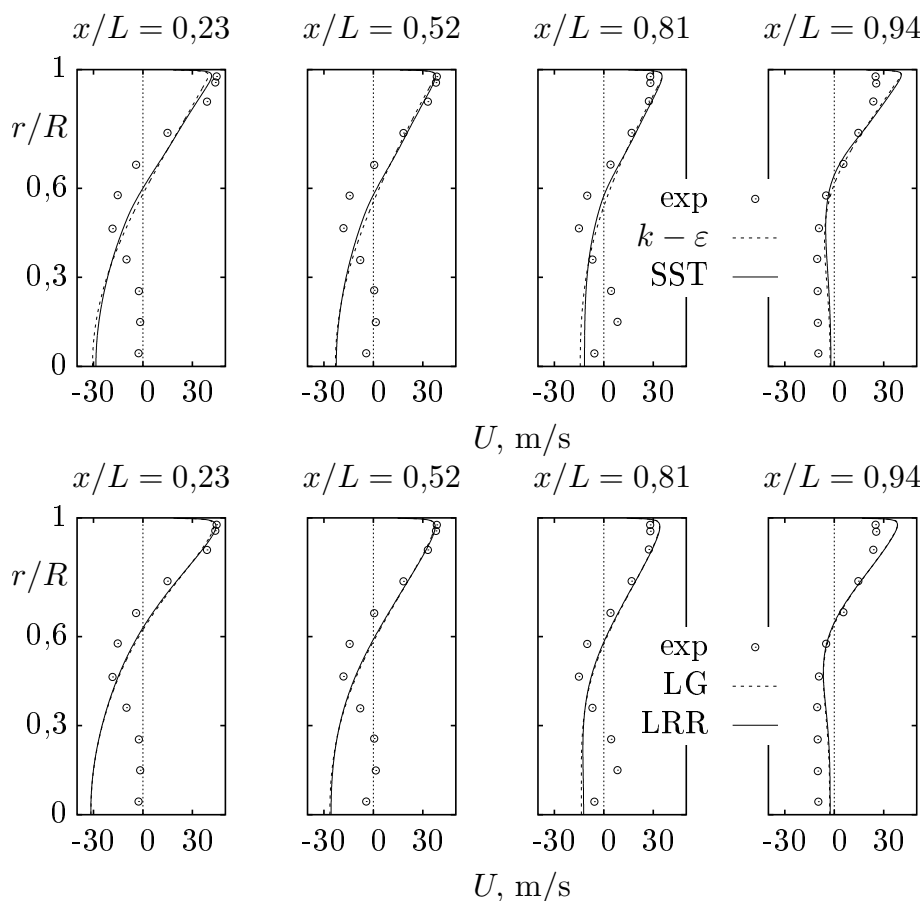
Слагање између експерименталних и нумеричких вредности је најбоље у саосном делу цеви. Сви модели турбуленције предвиђају веће вредности



Слика 5.42: Поређење експерименталних вредности и нумеричких резултата за обимску брзину у четири попречна пресека вртложне цеви (А).

обимске брзине у близини зида. Ове вредности у близини зида су, ипак, мање у случају напонских модела. Дакле, напонски модели боље предвиђају расподелу обимске брзине.

Радијалне расподеле аксијалне брзине у попречним пресецима вртложне цеви (А) приказане су на слици 5.43. И у случају ове брзине, резултати обе групе модела су скоро исти. Сагласје између нумеричких и експерименталних вредности је боље у зони зида. У попречним пресецима $x/L = 0,23$ и $x/L = 0,52$, у овој области струјног домена су нумеричке и експерименталне расподеле у потпуном сагласју, како у резултатима двоједначинских, тако и у резултатима напонских модела. У наредна два разматрана пресека, обе групе модела предвиђају веће вредности аксијалне брзине у овој области струјања. Како у експерименталним, тако и у нумеричким резултатима је пристуно рециркулационо струјање у свим разматраним пресецима. Ипак, слагање између експерименталних и расподела добијених нумеричким путем, у овом делу струјног домена, је задовољавајуће једино у последњем од

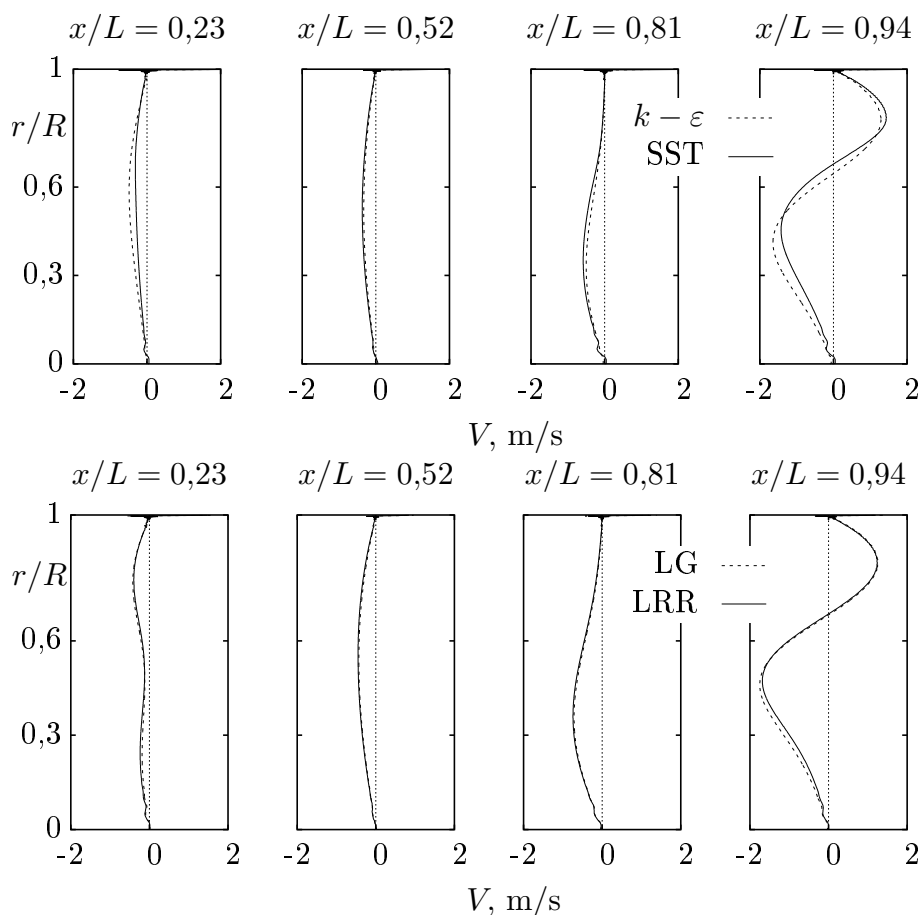


Слика 5.43: Расподела аксијалне брзине у четири низструјна пресека вртложне цеви (А).

разматраних пресека, тј. у попречном пресеку $x/L = 0,94$. У овом пресеку су ближе експерименталним вредностима оне које су резултат напонских модела турбуленције. У осталим пресецима, експериментална расподела има „необичан“ карактер. Овакав профил аксијалне брзине у саосном делу вртложне цеви пријављују и Secchiarioli et al. (2009). У истраживању су користили више модела у оквиру RANS и LES приступа моделирању турбуленције, али су овакав профил брзине добили уз помоћ пуног турбулентног модела у оквиру RANS приступа и коришћењем LES приступа моделирању турбуленције. Разлог за овакво неслагање између профила аксијалне брзине у саосном делу цеви јесте у вредности масеног удела охлађеног ваздуха ξ . Наиме, у експерименталним истраживањима је $\xi = 0,23$. На вредност масеног удела охлађеног гаса ξ се утиче подешавањем вредности притиска на излазима из вртложне цеви. С обзиром да су вредности притиска које су коришћене у свим прорачунима у оквиру ове дисертације преузете из Fröhlingdorf and Unger (1999), и није вршено никакво накнадно подешавање, добијена вредност масеног удела је $\xi = 0,35$. Дакле, према резултатима нумеричких прорачуна спроведених у

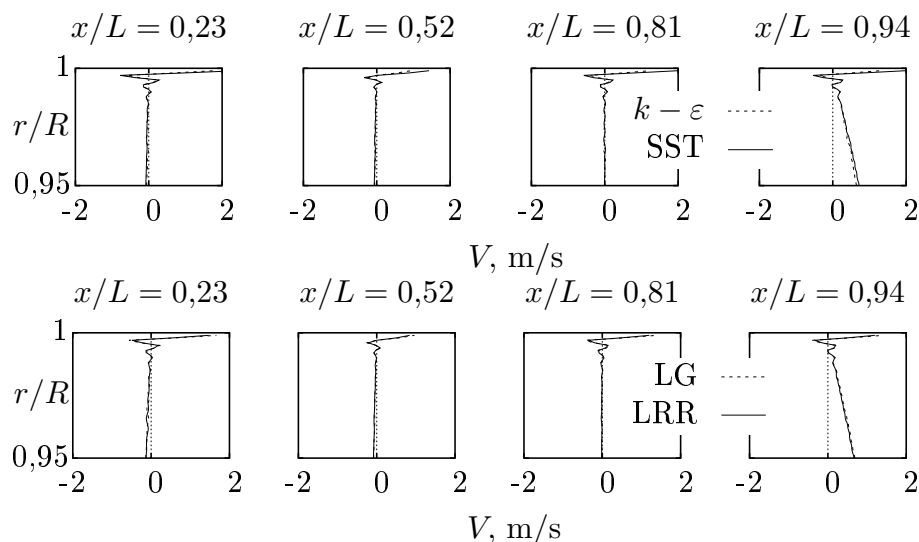
овој дисертацији, присутна је већа рецикулација у саосном делу цеви у односу на експериментална истраживања. Стога и аксијална брзина има профил приказан на слици 5.43. Профил аксијалне брзине какав је резултат нумеричких прорачуна у овом раду, је објављен и у Behera et al. (2005, 2008), Farouk and Farouk (2007), Pourmahmoud and Akheshmeh (2008); Pourmahmoud et al. (2012б), Baghdad et al. (2011) и Zhang et al. (2016). Међутим, у овим радовима није наведена вредност масеног удела охлађеног гаса.

Код вихорног струјања, како нестишљивог, тако и стишљивог, брзина у радијалном правцу се занемарује као величина мањег реда у односу на друге две брзине. На слици 5.44 је приказана расподела ове брзине, која потврђује претходни исказ. О реду величине радијалне брзине у односу на остале говоре и резултати Behera et al. (2005, 2008), Farouk and Farouk (2007), Pourmahmoud and Akheshmeh (2008).



Слика 5.44: Расподела радијалне брзине у четири низструјна пресека вртложне цеви (А).

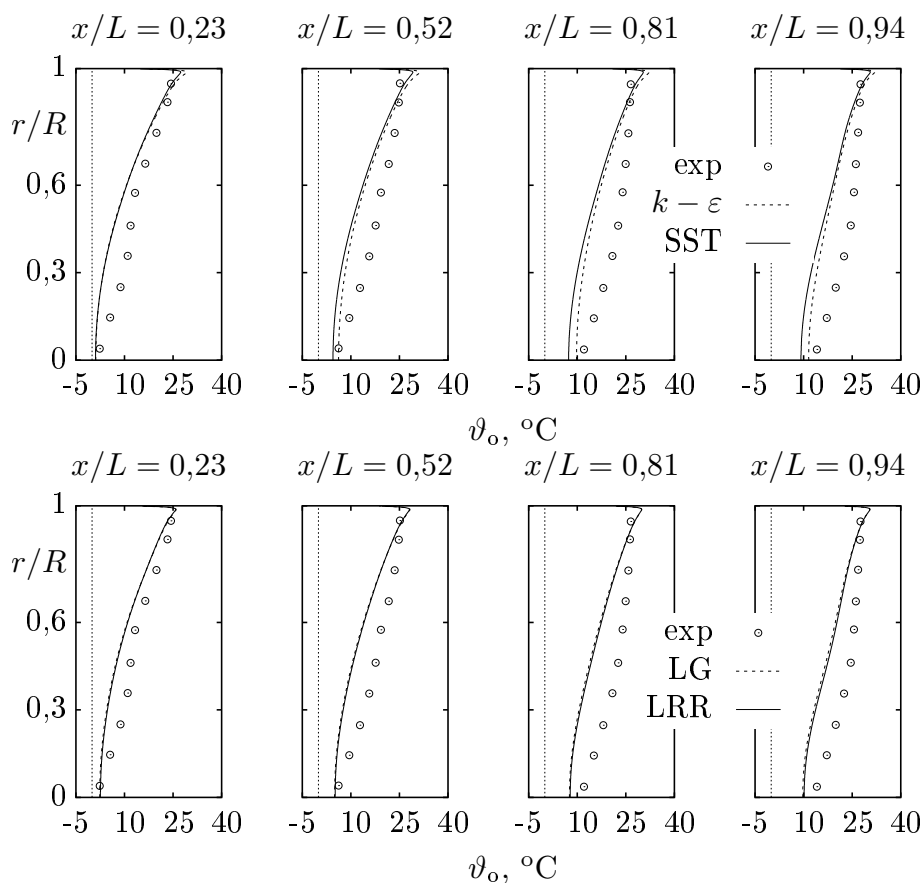
Међутим, радијална брзина је значајна, будући да њена радијална расподела доприноси промени профила осталих брзина у вихорном струјању. С обзиром да је прорачунски домен осносиметричан, радијална брзина има нулту вредност



Слика 5.45: Расподела радијалне брзине у непосредној близини зида за четири низструјна пресека вртложне цеви (А).

у оси цеви (слика 5.44). Са повећањем радијалне координате, градијент ове брзине у радијалном правцу је негативан. Ово доприноси повећању аксијалне брзине, сагласно једначини континуитета. У свим разматраним попречним пресецима, изузев пресека $x/L = 0,94$, радијална брзина је негативна. У попречном пресеку $x/L = 0,94$ она мења знак што значи да у овом пресеку доприноси смањењу вредности аксијалне брзине (слика 5.43). При томе, напонски модели предвиђају ову промену знака радијалне брзине на истој радијалној координати, док се код двоједначинских модела радијална позиција промене знака незнатно разликује. Сваки од разматраних модела предвиђа тестерастички профил радијалне брзине у близини зида (слика 5.45). Овакав тестерастички профил је резултат и Pourmahmoud and Akheshmeh (2008), с тим што је у овом раду присутан израженији градијент у радијалном правцу.

Валидација резултата модела турбуленције у прорачуну стишљивог струјања не би била потпуна без разматрања поља температуре. На слици 5.46 представљена је низструјна еволуција профила тоталне температуре. Предвиђање обе групе модела турбуленције је добро. Најбоље слагање између експерименталне и нумерички добијене расподеле тоталне температуре је у попречном пресеку $x/L = 0,23$, при чему су резултати напонских модела ближи експерименталним вредностима. Нагиб праве провучене кроз тачке које одговарају вредностима тоталне температуре у близини зида и на оси цеви је иста и у случају експеримента, и у случају нумерички добијених вредности. Разлика је у облику профила. Низструјно, профил температуре постаје „пунији“. Градијент тоталне температуре у радијалном правцу који је

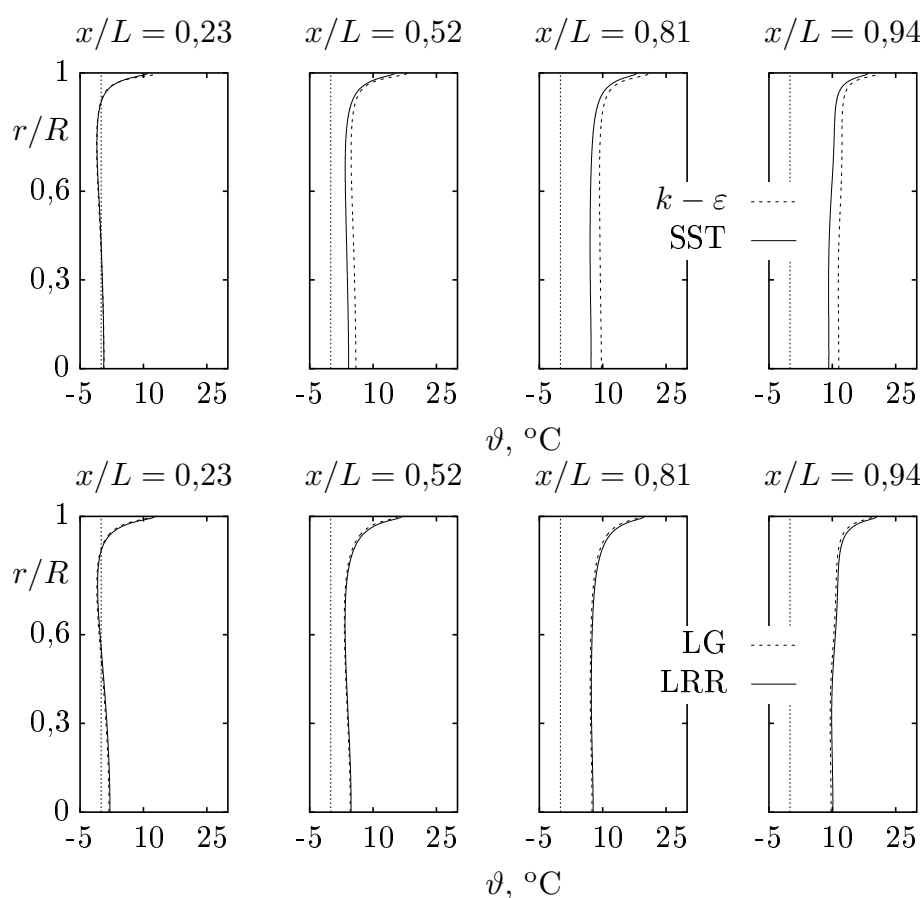


Слика 5.46: Радијална расподела тоталне температуре у низструјним пресецима вртложне цеви (А).

присутан у пресеку $x/L = 0,23$, постепено нестаје у низструјним пресецима. На тај начин је у попречном пресеку $x/L = 0,94$ почев од бездимензијске радијалне координате $r/R = 0,45$ према зиду, тотална температура непроменљива. У овом попречном пресеку резултати напонских модела почињу да добијају профил који одговара експерименталном, али је ово тек у зачетку. Померајући се низструјно кроз вртложну цев (А), турбулентни модели предвиђају већи градијент тоталне температуре у близини зида. Већ је напоменуто да солвер `rhoCentralTurbFoam` предвиђа максималну вредност тоталне температуре у близини зида.

На слици 5.47 су приказани профили статичке температуре у четири низструјна пресека вртложне цеви (А). На први поглед сви примењени модели турбуленције дају сличне резултате. Ипак, стандардни $k - \varepsilon$ модел предвиђа нешто веће вредности статичке температуре. Ова разлика у односу на резултате осталих модела турбуленције је све већа како се померамо низструјно кроз вртложну цев. Како предвиђају примењени модели турбуленције, у попречним пресецима $x/L = 0,23$ и $x/L = 0,52$ постоји градијент статичке температуре у

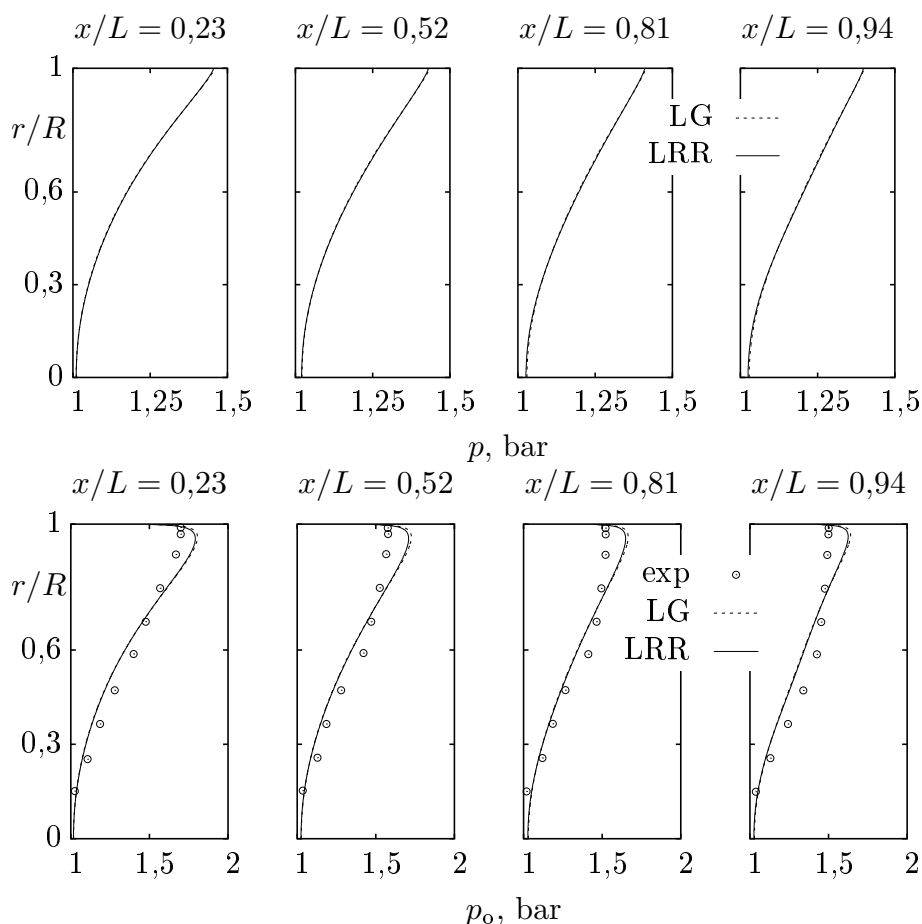
радијалном правцу у смеру према зиду цеви. Овај градијент је већи у случају резултата напонских модела. Усмерен је према зиду цеви све до критичне вредности бездимензијске координате r/R , када градијент температуре мења знак и постаје знатно израженији. Градијент статичке температуре може да допринесе појачавању раслојавања температурског поља, уколико је критични пречник при коме градијент мења знак већи од пречника вртложне цеви који одговара струјници чија је вредност тоталне температуре једнака улазној вредности ове величине у вртложну цев (в. слику 5.11). У супротном, овај градијент статичке температуре умањује ефекат раслојавања температурског поља. Нагла промена смера градијента статичке температуре у близини зида је резултат no-slip граничног услова на зиду цеви.



Слика 5.47: Развој профила статичке температуре у низструјним пресецима вртложне цеви (A).

Низструјне трансформације профила статичког и тоталног притиска добијене коришћењем напонских модела турбуленције приказане су на слици 5.48. Иста расподела се добија и када се турбуленција моделира двоједначинским моделима, па се приказ ових резултата изоставља. Уочава се да оба напонска модела имају практично исте резултате за ово поље. Резултати

нумеричких прорачуна се готово у потпуности подударају са експерименталним резултатима из Bruun (1969), за све вредности радијалне координате до $r/R = 0,8$. Према резултатима напонских модела, поље тоталног притиска има велики градијент у непосредној близини зида, што није уочљиво у експерименталним резултатима. Са друге стране, повећани градијент тоталног притиска у близини зида је физички оправдан, ако се зна да се понашање гаса моделира једначином стања идеалног гаса, а у овој зони вртложне цеви нема значајних промена у пољу густине (в. слику 5.66). Максимална вредност тоталног притиска p_o опада низструјно. Поље статичког притиска p задржава свој профил у сва четири разматрана попречна пресека. И у пољу статичког и у пољу тоталног притиска постоје изражени градијенти у радијалном правцу, који су узроковани изузетно великом центрифугалном силом присутном у струјном пољу вртложне цеви.

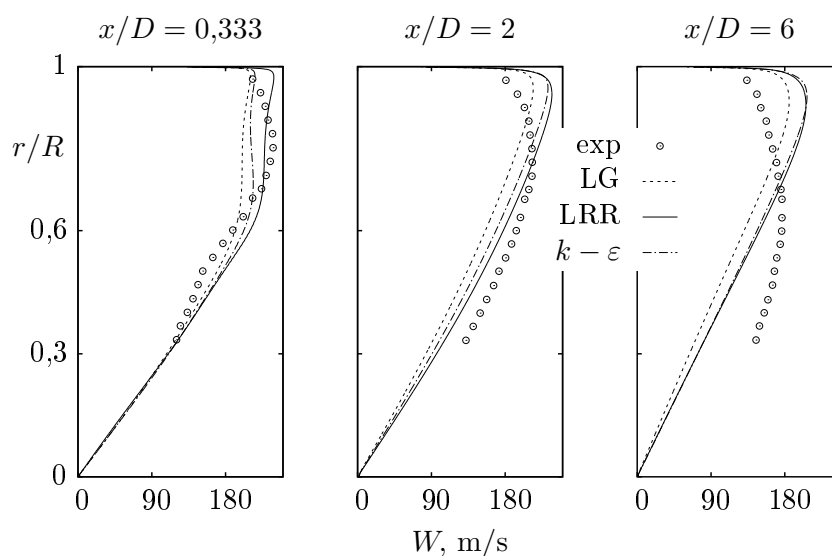


Слика 5.48: Развој профила статичког и тоталног притиска у низструјним пресецима вртложне цеви (А).

Можемо да закључимо да напонски модели на задовољавајућем нивоу предвиђају како брзинско тако и температурско поље и поље притиска у вртложној цеви (А). У наредним анализама у којима се пореди рад вртложних

цеви (А) и (Б), за описивање рада вртложне цеви (А) користиће се резултати моделирања турбуленције LG напонским моделом.

Погледајмо какве резултате дају двоједначински и напонски модели примењени на моделирање турбуленције у случају вртложне цеви (Б). Подсетимо да је ово вртложна цев код које је убацивање компримованог гаса директно у топлу цев, с тим што је отвор за излаз охлађеног гаса затворен у потпуности. У случају прорачуна на овој геометрији вртложне цеви $k - \omega$ SST модел нема конвергентно решење. Стога се у наставку резултати моделирања турбуленције стандардним $k - \varepsilon$, LRR и LG напонским моделом приказују здружено.

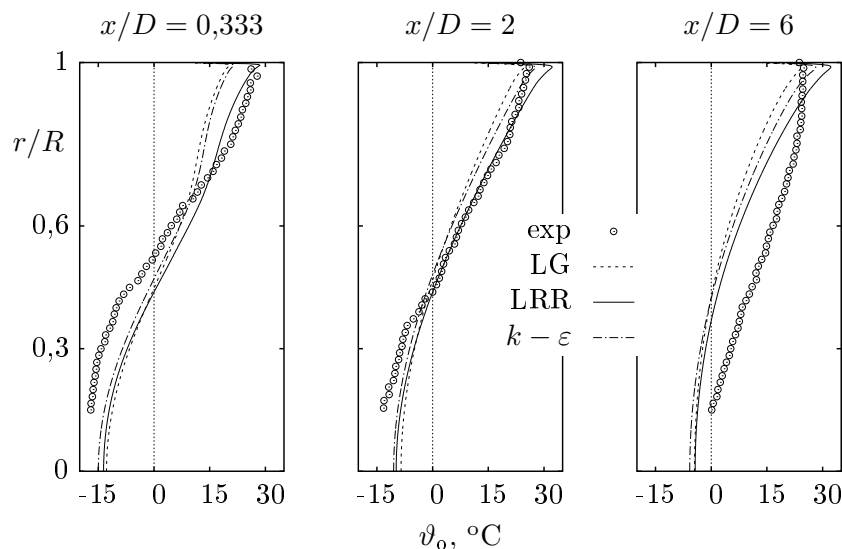


Слика 5.49: Расподела обимске брзине у четири низструјна пресека вртложне цеви (Б).

На слици 5.49 приказане су расподеле обимске брзине у три попречна пресека вртложне цеви (Б). Занимљиво је да у попречном пресеку који је најближи улазу у вртложну цев, сви модели предвиђају принудно-потенцијални вртлог, који се низструјно трансформише у принудни. Доиста, ни расподела експерименталних вредности у овом пресеку не одговара принудном вртлогу. Ово је такође примећено у Behera et al. (2008). Добро сагласје између експерименталних и нумерички добијених профила обимске брзине је присутно у прва два разматрана попречна пресека, тј. у $x/D = 0,333$ и $x/D = 2$. Од примењених модела турбуленције, најближе експерименталној расподели обимске брзине је резултат напонског LRR модела. У попречним пресецима $x/D = 2$ и $x/D = 6$ сви примењени модели турбуленције предвиђају велики градијент обимске брзине у радијалном правцу, већи у односу на експерименталне резултате. Занимљиво је приметити да се резултати стандардног $k - \varepsilon$ модела у сва три разматрана попречна пресека налазе између

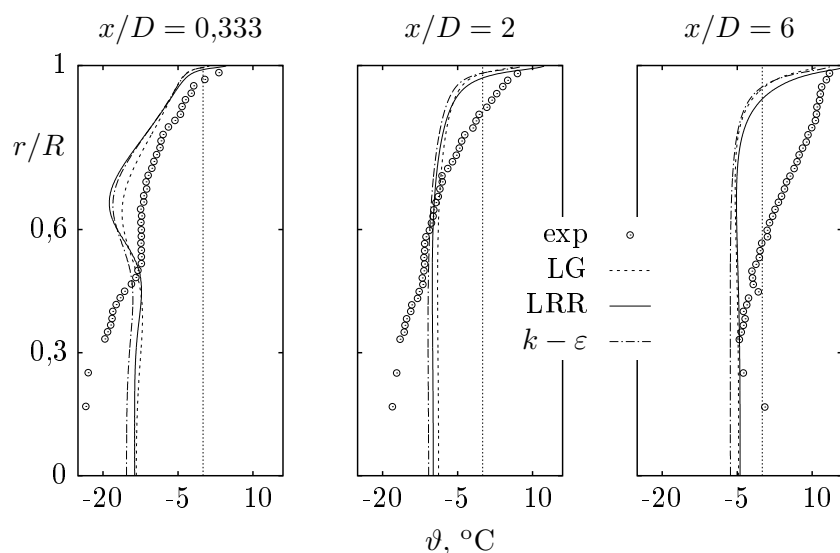
резултата два примењена напонска модела.

Радијално-аксијалне расподеле тоталне температуре у вртложној цеви (Б) су приказане на слици 5.50. И у случају овог физичког поља, сагласје између нумеричких и експерименталних резултата је најбоље у прва два попречна пресека. У зидној регији попречног пресека $x/D = 0,333$ резултати LRR напонског модела су најближи експерименталним вредностима. У овој зони је готово потпуно сагласје између ове две врсте резултата. Са смањивањем бездимензијске радијалне координате r/R одступање нумеричких резултата од експерименталних вредности постаје значајније. Ипак, у апсолутним вредностима тоталне температуре, овде не говоримо о великим одступањима. У попречном пресеку $x/D = 2$ сагласје између експерименталних и нумеричких резултата је готово потпуно, изузев у регији зида, где напонски LRR модел предвиђа већи градијент у радијалном правцу. Остали примењени модели дају резултате ближе експерименталним вредностима. У последње разматраном пресеку ове вртложне цеви слагање између експеримента и нумерике је најлошије. Опет, нагиб замишљене криве од осе до зида цеви је исти како за експерименталне вредности тако и за нумерички добијене резултате. Профили ϑ_0 нумеричких и експерименталних резултата се разликују у знаку градијента тоталне температуре у радијалном правцу.



Слика 5.50: Радијална расподела тоталне температуре у четири низструјна пресека вртложне цеви (Б).

Низструјна трансформација поља статичке температуре у вртложној цеви (Б) је приказана на слици 5.51. Најбоље слагање између експерименталних и нумеричких резултата је остварено у попречном пресеку $x/D = 0,333$. У овом пресеку су сви турбулентни модели успели да се у мањој или већој



Слика 5.51: Расподела статичке температуре у четири низструјна пресека вртложне цеви (Б).

мери прилагоде експерименталном профилу статичке температуре. Низструјно се профил статичке температуре предвиђен нумеричким моделирањем турбуленције трансформише у профил идентичан оном у случају вртложне цеви (А). Експериментални профили, међутим, имају другачији карактер. Градијент ове физичке величине је присутан у већем опсегу радијалне координате, који се низструјно повећава. Сви модели предвиђају приближно константну вредност статичке температуре до радијалне координате $r/R = 0,9$, где долази до наглог повећања градијента температуре. Насупрот предвиђањима у случају поља тоталне температуре, у случају статичке температуре, профил ове величине који предвиђа стандардни $k - \varepsilon$ модел није између профила двају примењених напонских модела турбуленције.

Закључујемо да су резултати LRR модела турбуленције ближи експерименталним вредностима у случају вртложне цеви (Б). Од посебног значаја је слагање између нумеричких и експерименталних расподела тоталне температуре. У том смислу, у наредним анализама рада вртложне цеви (Б) користиће се резултати турбулентног модела LRR.

5.2.2 Валидација поља турбулентних напона анализом анизотропности турбуленције у вртложној цеви

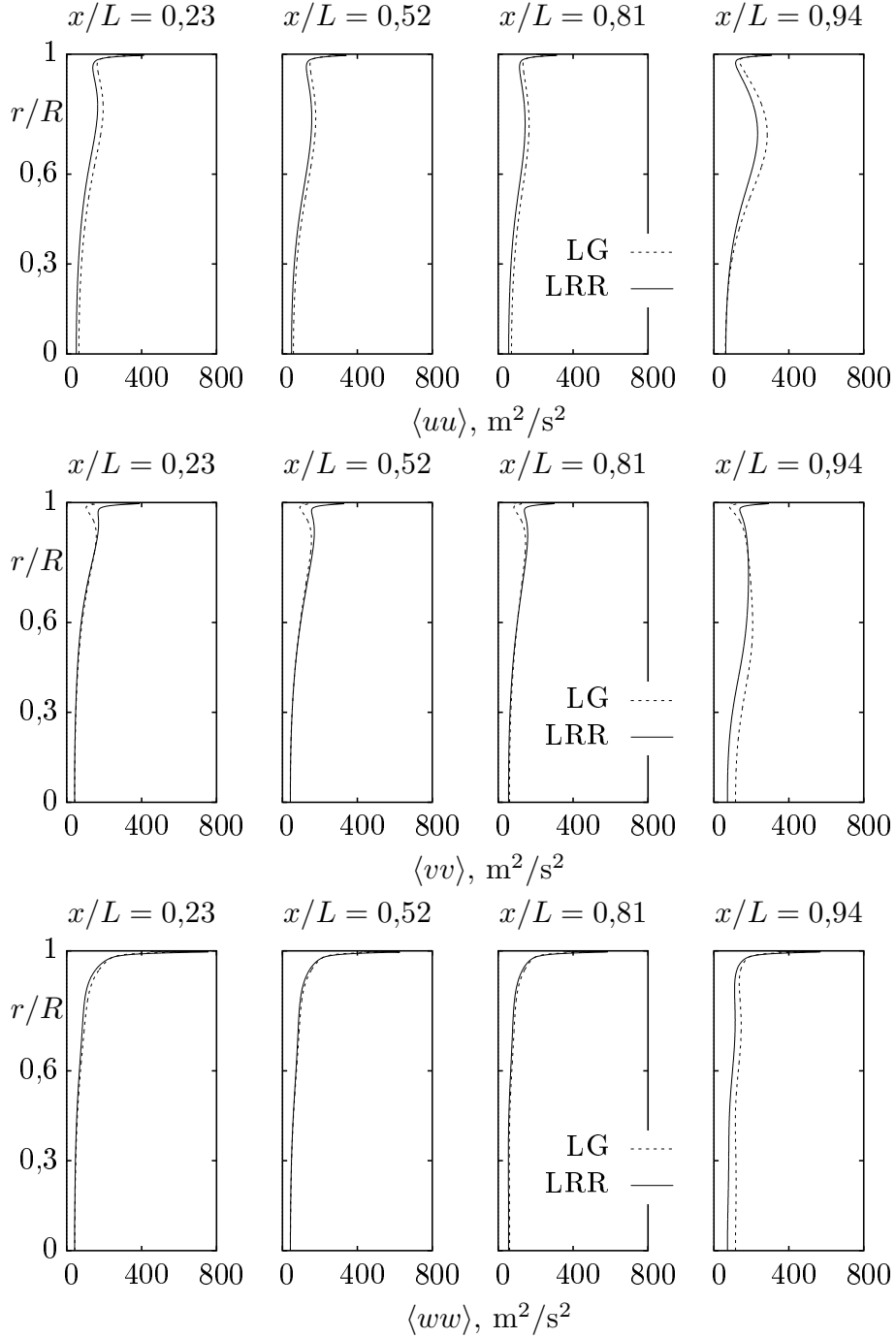
На сликама 5.52 и 5.54 је дат упоредни приказ расподела нормалних и смицајних напона у вртложној цеви (А) коришћењем LRR и LG модела турбуленције. Колико је аутору докторске дисертације познато, не постоји референца у којој су приказани експериментални нити нумерички резултати у вези са

расподелама ових корелација другог реда за вихорно струјање присутно у вртложној цеви. У том смислу, није могуће извршити валидацију резултата ових модела у погледу ових величина струјања. Оба примењена модела дају приближно исте вредности како за нормалне тако и за смицајне напоне. Постоје извесна одступања у предвиђању нормалних напона $\langle vv \rangle$ у смичућем слоју у свим разматраним пресецим (в. слику 5.53), као и у вредности појединих нормалних напона у следеће разматраном попречном пресеку, за скоро сваку вредност радијалне координате. Овде LG модел предвиђа нешто веће вредности нормалних напона. Одступања у предвиђању смицајних напона скоро да нема. Расподеле турбулентних напона у случају вртложне цеви (Б) имају сличан карактер, у смислу поређења резултата примењених напонских модела турбуленције.

Разлике у предвиђањима напонских модела у регији зида струјног домена је последица различитог моделирања редистрибутивног члана у примењеним моделима турбуленције. Кинетичка енергија турбуленције у радијалном правцу је мања као резултат моделирања турбуленције LG моделом. Овај модел, како је то објашњено у одељку 4.2, има рефлексни део у члану редистрибуције енергије турбулентног струјања. Последица овог члана је пригушивање флукуација у радијалном правцу, те прерасподела кинетичке енергије са радијалног на друга два правца струјања.

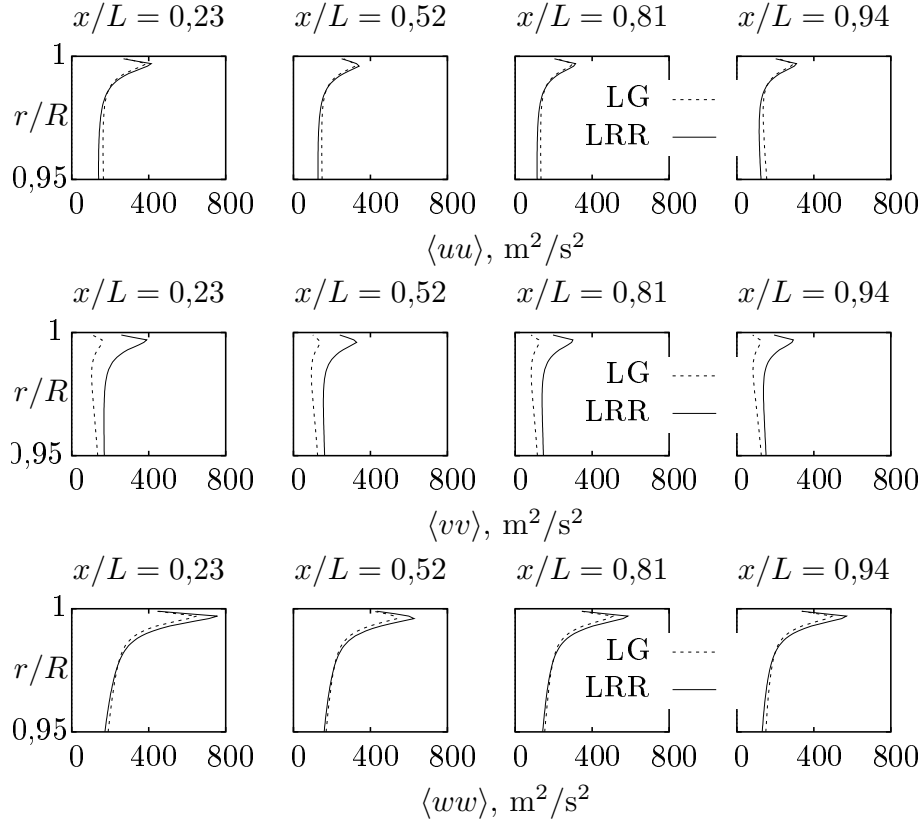
Ова одступања у резултатима примењених напонских модела ће имати утицаја у разматрању анизотропије турбулентног струјања у вртложној цеви, које ће бити извршено касније. У складу са тим, у оквиру анализе анизотропности турбуленције биће приказани резултати оба напонска модела. У осталим анализама, међутим, користиће се резултати LG напонског модела, у случају вртложне цеви (А), односно резултати LRR напонског модела, у случају вртложне цеви (Б). Ово је у директној вези са експерименталном валидацијом резултата ових напонских модела спроведеном у претходној анализи.

Као што је већ напоменуто, расподеле турбулентних напона у вртложној цеви су оригинални резултат истраживања у оквиру ове дисертације, будући да не постоје претходна истраживања која су имала за резултат анализу расподеле овог физичког поља. Из тог разлога није извршена валидација резултата у вези са предвиђањем турбулентних напона. Међутим, један начин провере да ли су расподеле које су добијене применом LRR и LG модела физички могуће је примена инваријантне теорије у турбуленцији. Према овим разматрањима, чије су основе приказане у оквиру одељка 3.4, сва могућа стања турбуленције се налазе искључиво у оквиру граница Ламлијеве мапе.



Слика 5.52: Низструјна трансформација профила нормалних напона у вртложној цеви (А).

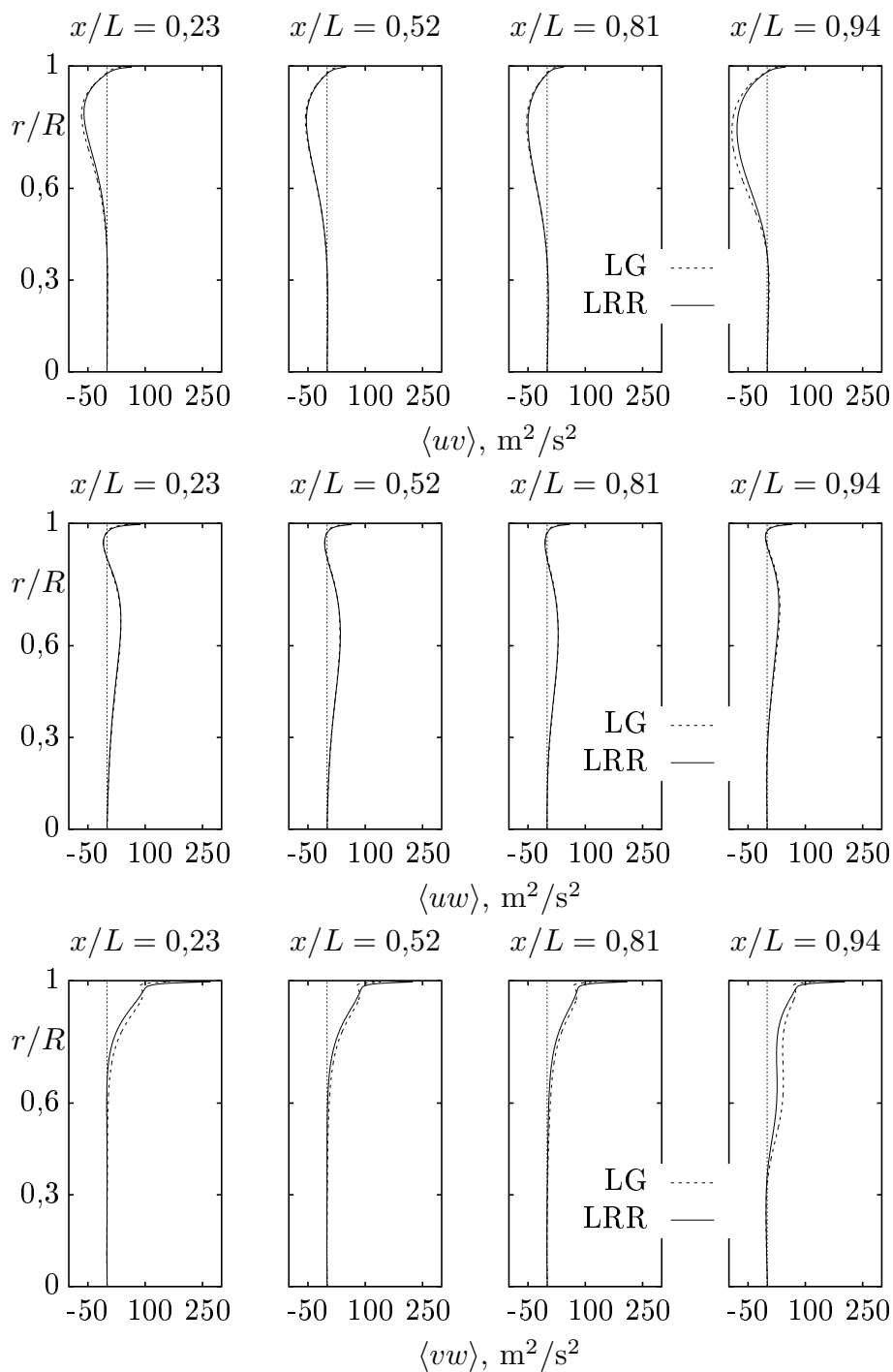
На сликама 5.55 и 5.56 су приказани парови вредности инваријанти тензора анизотропности за четири попречна пресека вртложне цеви (А). Ове вредности су добијене на основу нумерички одређених расподела турбулентних напона у одговарајућим пресецима ове вртложне цеви (слике 5.52 и 5.54). За потребе одређивања тензора анизотропности, као и његових инваријанти, написан је скрипт који је имплементиран у оквиру софтвера foam-ext-3.1.



Слика 5.53: Профили нормалних напона непосредно уз зид вртложне цеви (А).

Све вредности инваријанти тензора анизотропности турбулентних напона налазе се у оквиру Ламлијеове мапе, и то важи за сва четири разматрана пресека. Дакле, резултати који су добијени моделирањем турбуленције напонским моделима LRR и LG су физички оствариви. Тако се закључује да се ови резултати могу користити у анализи процеса који се одвијају унутар вртложне цеви. Ламлијева мапа се, са друге стране, може искористити за процену анизотропности турбуленције у неком струјању. Тачније, на основу локације појединачне тачке која одговара пару инваријанти тензора анизотропности турбулентних напона унутар Ламлијеовог троугла, може се говорити о „облику“ турбуленције која је присутна у датом струјању.

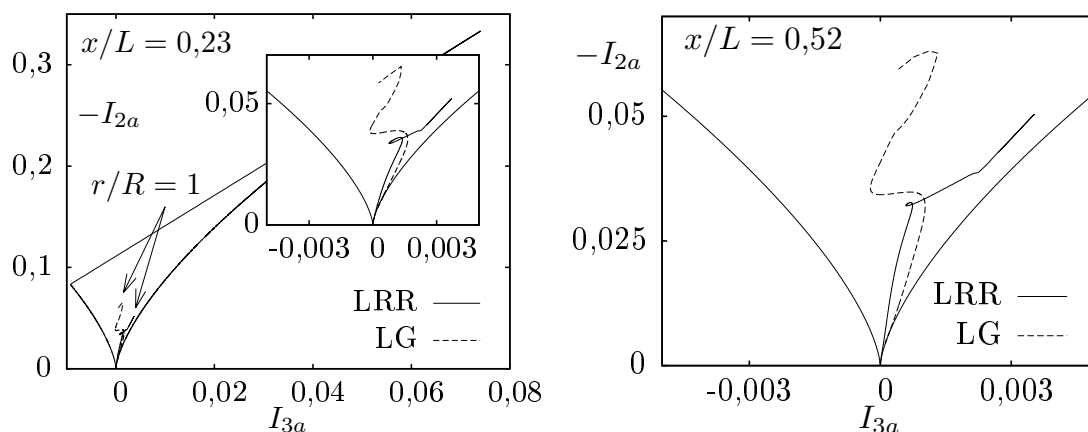
Сва стања турбуленције се налазе у доњем делу Ламлијеовог троугла, за сва четири попречна пресека. У оси вртложне цеви је трокомпонентна изотропна турбуленција. Ово потврђују и вредности нормалних напона за радијалну координату $r/R = 0$ (слика 5.52). За сва четири разматрана попречна пресека је карактеристична приближно иста вредност за сва три нормална напона у оси цеви. Уочава се да се предвиђања два примењена модела у погледу распореда стања турбуленције у Ламлијеовом троуглу у једном делу струјног домена значајно разликују. За саосни део вртложне цеви, предвиђања напонских



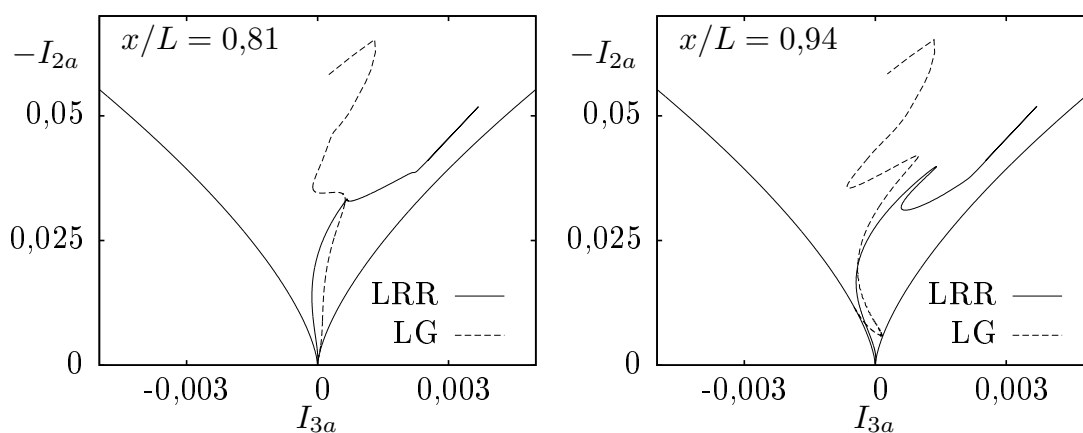
Слика 5.54: Радијална расподела смицајних напона у четири низструјна пресека вртложне цеви (A).

модела се скоро подударају.

Међутим, са повећавањем радијалне координате, повећавају се разлике у предвиђањима стања турбуленције. Овде долази до изражаја додатак у редистрибутивном члану LG модела. Наиме, овај додатни члан узима у обзир близину зида. Са приближавањем зиду флуктуације притиска управне на



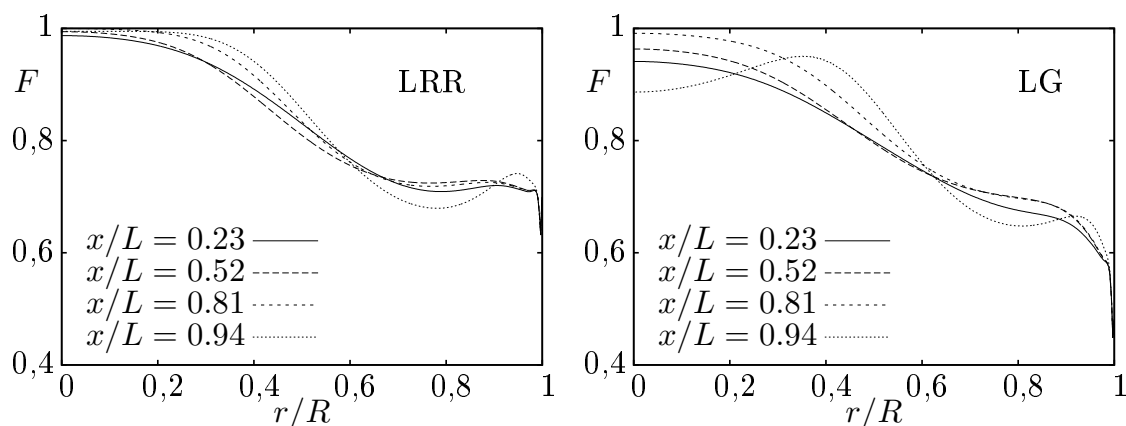
Слика 5.55: Ламлијев троугао у попречним пресецима $x/L = 0,23$, $x/L = 0,52$ вртложне цеви (А).



Слика 5.56: Инваријантна мапа анизотропности у попречним пресецима $x/L = 0,81$, $x/L = 0,94$ вртложне цеви (А).

зид се смањују и кинетичка енергија се прерасподељује на друга два правца струјања. На тај начин се повећава анизотропност турбуленције у близини зида. Истовремено, флуктуације притиска које се рефлектују о зид врше прерасподелу енергије између различитих турбулентних напона, повећавајући на тај начин изотропију турбуленције. Стања турбуленције се померају од десне према левој страници криволинијског Ламлијевог троугла (слике 5.55 и 5.56). На тај начин турбуленција постепено прелази у двокомпонентну, што одговара физици струјања. Према томе, очигледно је да вредност треће инваријанте тензора $\underline{\underline{A}}$ означава природу анизотропности, док вредност друге инваријанте овог тензора пружа информацију о степену анизотропности турбуленције. Ова тенденција у промени природе турбуленције постоји и у саосном делу струјног домена. Ако се погледа низструјни развој положаја парова инваријанти тензора анизотропности у Ламлијевој мапи, уочава се да су у попречном пресеку $x/L = 0,23$ стања турбуленције у близини десне стране Ламлијевог троугла.

Ово одговара осносиметричној контракцији (енг. cigar-shape turbulence), што подразумева да је један од нормалних напона већи него друга два. Низструјно се, међутим, ово мења, те турбуленција све више прилази осносиметричној експанзији (енг. pancake-shaped turbulence). Ово значи да је један од нормалних напона мањи од друга два. Претходна анализа се може потврдити и расподелом фактора анизотропности F (слика 5.57). Што је вредност овог фактора ближа нули, то је анизотропност турбуленције више изражена, са једне стране, а са друге стране, турбуленција је све ближа двокомпонентном облику.

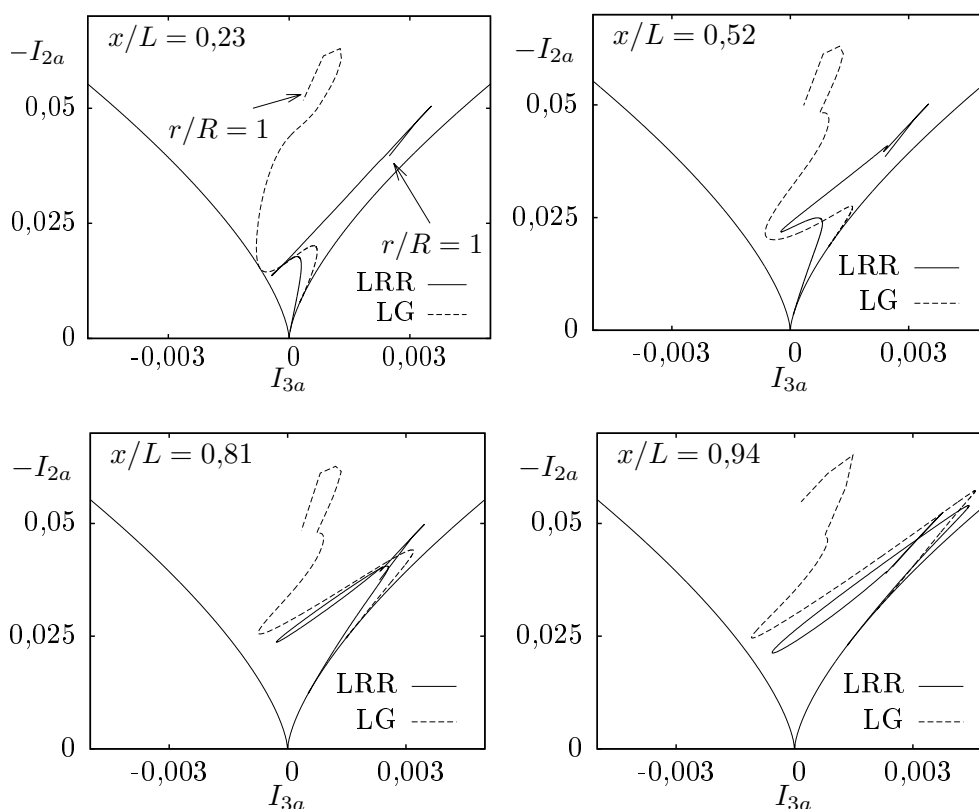


Слика 5.57: Расподела фактора анизотропности у четири разматрана попречна пресека вртложне цеви (A).

На 5.57 је приказана расподела фактора анизотропности F одређена на основу резултата моделирања турбуленције LRR и LG моделом. И на овим дијаграмима је уочљива разлика у анизотропности турбуленције у близини зида. Већу анизотропност предвиђа LG модел. Са друге стране, овај модел предвиђа и да је турбуленција у близини зида близу двокомпонентног облика, обзиром да је вредност фактора анизотропности F тежи нули. Ово је у сагласју са претходном анализом, и са расподелама турбулентних напона приказаним на сликама 5.52, 5.53 и 5.54. Постоји веће расипање вредности овог фактора у саосном делу цеви у случају LG модела турбуленције, што је и оправдано, будући да овај модел предвиђа нешто веће вредности нормалних напона у радијалном и обимском правцу у односу на вредност нормалних напона у аксијалном правцу, $\langle uu \rangle < \langle vv \rangle \approx \langle ww \rangle$, нарочито у попречном пресеку $x/L = 0,94$. Такође, овај модел предвиђа и већи градијент фактора F почев од радијалне координате $r/R = 0,6$. Дакле, већ у овом делу струјног простора је осетан утицај зида, односно прерасподела кинетичке енергије турбуленције са радијалног правца на аксијални и обимски, чему у значајној мери доприноси изузетно велика центрифугална сила присутна у овом струјном пољу.

5.2.3 Утицај редуковања протока охлађеног гаса на анизотропију турбуленције у вртложној цеви

На слици 5.58 су приказани Ламлијеви трогулови за четири попречна пресека у случају вртложне цеви (Б). Уочава се слично предвиђање анизотропности турбуленције, као и у случају вртложне цеви (А), изузев за последња два разматрана попречна пресека. У попречним пресецима $x/L = 0,81$ и $x/L = 0,94$ вртложне цеви (Б) турбуленција у оси цеви није изотропна, као што је то случај у вртложној цеви (А).

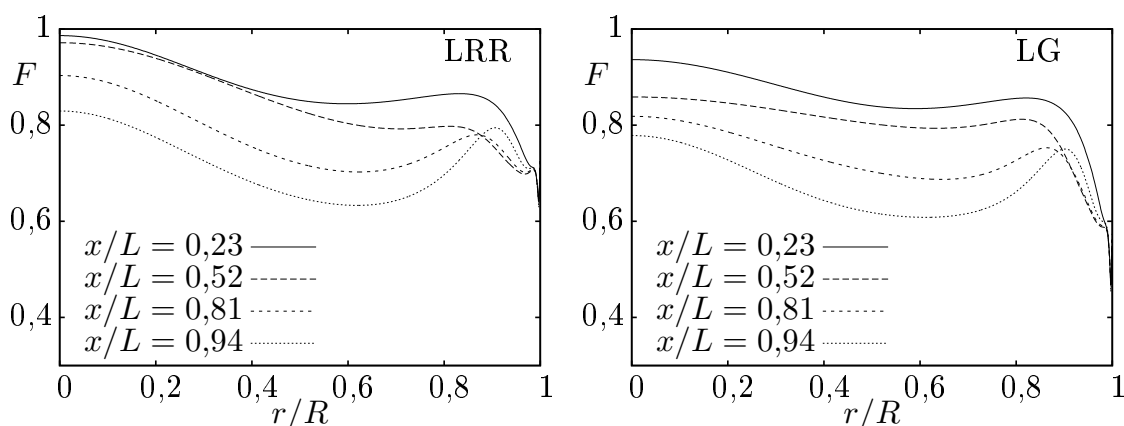


Слика 5.58: Положаји парова Ламлијевих инваријанти у мапи анизотропности за вртложну цев (Б)

Када је реч о расподели парова инваријанти у једном попречном пресеку, присутна је разлика у предвиђању LRR и LG напонских модела. Ово је поново последица различитог начина на који је моделира редистрибутивни члан у LG моделу турбуленције. Дакле, са повећањем радијалне координате, стања турбуленције се све више померају према левој страници Ламлијевог троугла, односно према линији осносиметричне контракције, где је турбуленција у облику диска. За разлику овог модела, LRR модел турбуленције предвиђа стања која су непосредно уз десну страну Ламлијеве мапе, која одговара осносиметричној експанзији, где је турбуленција у облику цигарете. Резултати

Launder-Gibson напонског модела су, са становишта физике струјања, реалнији.

Посматрајући Ламлијеове троуглове за попречне пресеке $x/L = 0,23$ и $x/L = 0,52$, закључује се да је у односу на вртложну цев (А) у којој је отвор за излаз охлађеног гаса отворен, у случају вртложне цеви (Б), већи број парова инваријанти тензора $\underline{A}$ ближи левој ивици мапе анизотропности. Ово је управо утицај редуковања протока охлађеног гаса. Претпоставка је да не путују сви флуидни делићи до топлот краја цеви, те се одатле враћају и излазе на њеном хладном крају. Време задржавања флуидних делића у вртложној цеви није униформно. Део њих се брзо по уласку у вртложну цев упућује према отвору за излаз охлађеног гаса, где напуштају струјни домен. Они на тај начин утичу и на повећавање средње вредности тоталне температуре охлађеног гаса на хладном излазу из вртложне цеви. У случају када је отвор за излаз охлађеног гаса затворен, флуидни делићи не могу „да бирају“, сви су приморани да се крећу према топлот крају вртложне цеви, ствара се „већа гужва“ и већи део струјног домена је у стању компресије. Ово се потврђује и слика 5.66, где је уочљива разлика у пољу густине за две разматране вртложне цеви.



Слика 5.59: Низструјна трансформација фактора анизотропности у вртложној цеви (Б)

Као што је већ напоменуто, оба турбулентна модела у попречним пресецима $x/L = 0,81$ и $x/L = 0,94$, предвиђају анизотропну турбуленцију чак и у оси цеви. Ово је компатибилно са расподелом нормалних напона приказаном на слици 5.69. Уочава се да је у саосном делу вртложне цеви (Б) кинетичка енергија у аксијалном правцу већа у односу на кинетичку енергију у друга два правца. Са друге стране, најмања вредност фактора анизотропности F у оси цеви се остварује у попречном пресеку $x/L = 0,94$ (слика 5.59). При томе, резултати Launder-Gibson модела турбуленције дају мање вредности у односу на Launder-Reese-Rodi модел. Ово је такође у сагласности и са расподелом аксијалне брзине U (слика 5.61) и статичког притиска p (слика 5.65) за

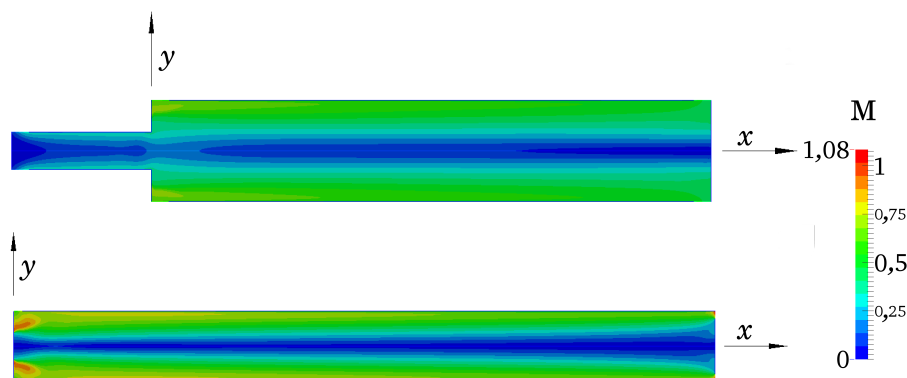
вртложну цев (Б). Наиме, у струјањима у којима се низструјно смањује брзина у правцу струјања долази до повећања енергије турбуленције. Истовремено, имајући у виду везу између притиска и брзине струјања, то значи да у овим струјањима долази до низструјног повећања вредности статичког притиска. У попречним пресецима $x/L = 0,81$ и $x/L = 0,94$ долази до смањења аксијалне брзине U , повећања притиска p , те до повећања кинетичке енергије турбуленције у правцу струјања $\langle ui \rangle$. Отуда анизотропност турбуленције у овом делу струјног домена.

5.2.4 Физичко тумачење добијених расподела струјно-термодинамичких величина и интегралних параметара у вртложним цевима (А) и (Б)

Претходна истраживања су показала да је утицај удела масеног протока охлађеног гаса ξ у укупном протоку кроз вртложну цев, на перформансе вртложне цеви изражен и значајан. У овом пододељку ће се испитати овај утицај у екстремном случају када је ова величина сведена на нулту вредност, тј. $\xi = 0$. Имајући у виду намену вртложних цеви, јасно је да је овде реч о теоријском моделу, али је он, ипак, индикативан у погледу своебухватне анализе рада вртложне цеви.

Дакле, извршиће се упоредна анализа брзинског и температурског поља, као и поља притиска и осталих величина релевантних за рад вртложне цеви у два случаја. Први одговара вртложној цеви (А) на којој су отвори за излаз охлађеног и загрејаног гаса отворени, а други одговара вртложној цеви (Б) на којој је отвор за излаз охлађеног гаса у потпуности затворен. С обзиром на то да су у питању две цеви различитих геометрија са различитим граничним условима, пре свега вредностима температура и брзина, потребно је успоставити одређену везу између два струјна поља. Брзинска и температурска поља су у општем случају спрегнута, тако да су струјне и термодинамичке величине у тачно утврђеним зависностима. Познато је да димензијска анализа, моделирање и физичка сличност дају одговор на сва питања у вези ових међузависности. За сва струјања стишљивог флуида, количник интензитета брзине струјања $|u|$ и интензитета брзине звука c је важан параметар за одвијање струјних процеса. Овај количник представља Махов број, и најважнији је карактеристичан број и параметар сличности стишљивих струјања. Постоји извесна аналогија између Рејнолдсовог и Маховог броја. Наиме, Рејнолдсов број Re физички означава количник инерцијалне и вискозне силе, док је Махов број M количник инерцијалне и „еластичне“ силе. Ово

значи да је утицај инерцијалне силе обухваћен на аналоган начин код оба бездимензијска параметра. Са друге стране, Махов број је директно пропорционалан производу Рејнолдсовог и Кнудсеновог броја Kn . Кнудсенов број представља критеријум за примену модела континуума, који је остварив само у случају када је $M \ll Re$. У овој дисертацији се разматра и повезаност брзинског и температурског поља посредством турбулентног Прандтловог броја Pr_T . Наиме, његов утицај на стратификацију поља тоталне температуре анализира се у поделењу 5.2.6.



Слика 5.60: Расподела Маховог броја у меридијанском пресеку вртложних цеви (А) и (Б).

Расподела Маховог броја, као главног бездимензијског параметра стишљивости и понашања струјног поља са променом густине флуида, приказана је на слици 5.60. Промене и вредности Маховог броја у аксијалном и радијалном правцу меридијанске равни указују како на хетерогеност овог поља, тако и на дозвучно струјање ($M < 1$) у обе вртложне цеви. Доиста, у локалном домену улаза вртложне цеви (А) и (Б) остварују се, редом, Махови бројеви $M = 0,75$ и $M = 0,8$, али се нигде унутар вртложних цеви не остварују вредности $M > 1$, па самим тим ни надзвучна струјања, као ни евентуална појава феномена ударних таласа. Настанак ударних таласа у вртложној цеви је могућ у њеном улазном пресеку, на излазу из млазнице, због тежње да се постигне што већа вредност притиска гаса на улазу у вртложну цев, и тако додатно појача ефекат раслојавања поља тоталне температуре. У том смислу, Гао (2005) закључује да Махов број на излазу из млазнице треба да буде што је могуће већи. Међутим, како је показано у Pourmahmoud et al. (2012б), ударни таласи у вртложној цеви су непожељни јер условљавају губитак енергије која доприноси појачавању струјања у обимском правцу. Струјање гаса при малим вредностима Маховог броја може се сматрати нестишљивим. На пример, за $M < 0,2$ претпоставља се да је $\rho = \text{const.}$ те да се ради о нестишљивом струјању. Ако се, међутим, као критеријум нестишљивости

постави да је релативна промена густине мања од 1%, онда се развијањем израза $\rho/\rho_1 = f(M)$ у ред, добија да је нестишљиво оно струјање за које је $M \leq 0,14$. Тако се понаша флуид у саосним доменима вртложних цеви (А) и (Б). При томе је целом дужином вртложне цеви (Б) $M \approx 1$, док се у вртложној цеви (А) у околини њене осе, у затвореним и полузатвореним међусобно спојеним издуженим доменима, вредности Маховог броја смењују у интервалу $0,1 \leq M \leq 0,17$. Изразитија стратификација вредности Маховог броја је присутна у вртложној цеви (А), док се веће вредности овог бездимензијског параметра постижу у вртложној цеви (Б). Ово је последица веће вредности аксијалне брзине у вртложној цеви (Б), будући да су обимске брзине, изузев у попречном пресеку $x/L = 0,94$, приближно истих интензитета. Другим речима, приказано поље вредности Маховог броја (сл. 5.60) је директно спрегнуто са радијално-аксијалном расподелом интензитета резултујућег вектора брзине $|\underline{u}| = (U_i U_i)^{1/2}$. Максималне вредности $|\underline{u}| = (247 - 260) \text{ m/s}$ се постижу у смицајном слоју коме припадају и максималне вредности Маховог броја, како у вртложној цеви (А), тако и у вртложној цеви (Б). Вредности Маховог броја опадају од смицајног слоја ка оси цеви, кроз слојеве у којима су градијенти у аксијалном правцу $\partial_x M$ веома мали, са вредности од приближно $M \approx 0,7 - 0,75$, у улазном пресеку, преко $M \approx 0,45 - 0,5$ до саосног слоја у коме је $M \approx 0,1 - 0,15$. Дакле, градијент Маховог броја у радијалном правцу је знатно већи од оног у аксијалном правцу ($\partial_r M \ll \partial_x M$), што је последица одговарајућих промена брзинског поља.

Имајући у виду да је $c^2 = dp/d\rho$ и $c = \sqrt{\kappa R_g T}$, закључује се да је расподела Маховог броја, поред директне повезаности са пољима брзине струјања и брзине звука, као брзине изентропског распростирања малих поремећаја притиска, такође у директној вези и са пољима притиска, густине и температуре. Из тог разлога је природно да се расподела Маховог броја разматра здружено са расподелама величина U , V , W као и p , ρ и ϑ , о чему ће касније бити више речи. Како у свим процесима у вртложној цеви вискозност игра значајну улогу, поред разматрања величине Маховог, потребно је одредити и вредност Рејнолдсовог броја. Очигледно је да због просторног карактера брзинског поља настају извесне потешкоће у израчунавању вредности овог бездимензијског параметра. На пример, често се параметром W_{sr}/U_{sr} дефинише интензитет вихора, чему је аналогна величина количник Re_w/Re_u , при чему су Рејнолдсови бројеви формиран са средњим вредностима обимске W_{sr} и аксијалне U_{sr} брзине. И у овом случају постоји аналогија са Маховим бројем. Наиме, у прорачунима вихорног струјања флуида уводе се Махови бројеви M_w и M_u као бездимензијски облици обимске и аксијалне брзине. На овај начин се, на

пример, анализира расподела брзина у Gao (2005). У вртложној цеви настаје интензивна турбулентна размена због утицаја поља центрифугалних сила на флукуационо кретање. Стога су од значаја вредности Рејнолдсовог броја, при чему се он дефинише различитим брзинама, тј. инерцијалним силама у појединим струјним доменама. Тако се за податке из ове дисертације, у вртложној цеви (А), добијају следеће вредности Рејнолдсовог броја: $Re_u = U_{sr}D/\nu = 75304$, $Re_w = W_{sr}D/\nu = 6,2 \times 10^5$, $Re_{u,c} = 1,1 \times 10^5$ и $Re_{u,h} = 0,9 \times 10^5$. Претходно се говорило о интензитету вихора више са становишта дефиниције Рејнолдсовог броја. Оваква дефиниција интензитета вихора, међутим, има извесне недостатке. У литератури постоји више начина за квантификовање интензитета вихора. Због успостављања корелација између две вртложне цеви, које се разматрају у овом раду, са становишта геометрије и смањења масеног удела охлађеног гаса на њихове перформансе, у овом раду се користи јачина вихора која се рачуна применом следећег израза (Čantrak (1981), Лечић (2003)):

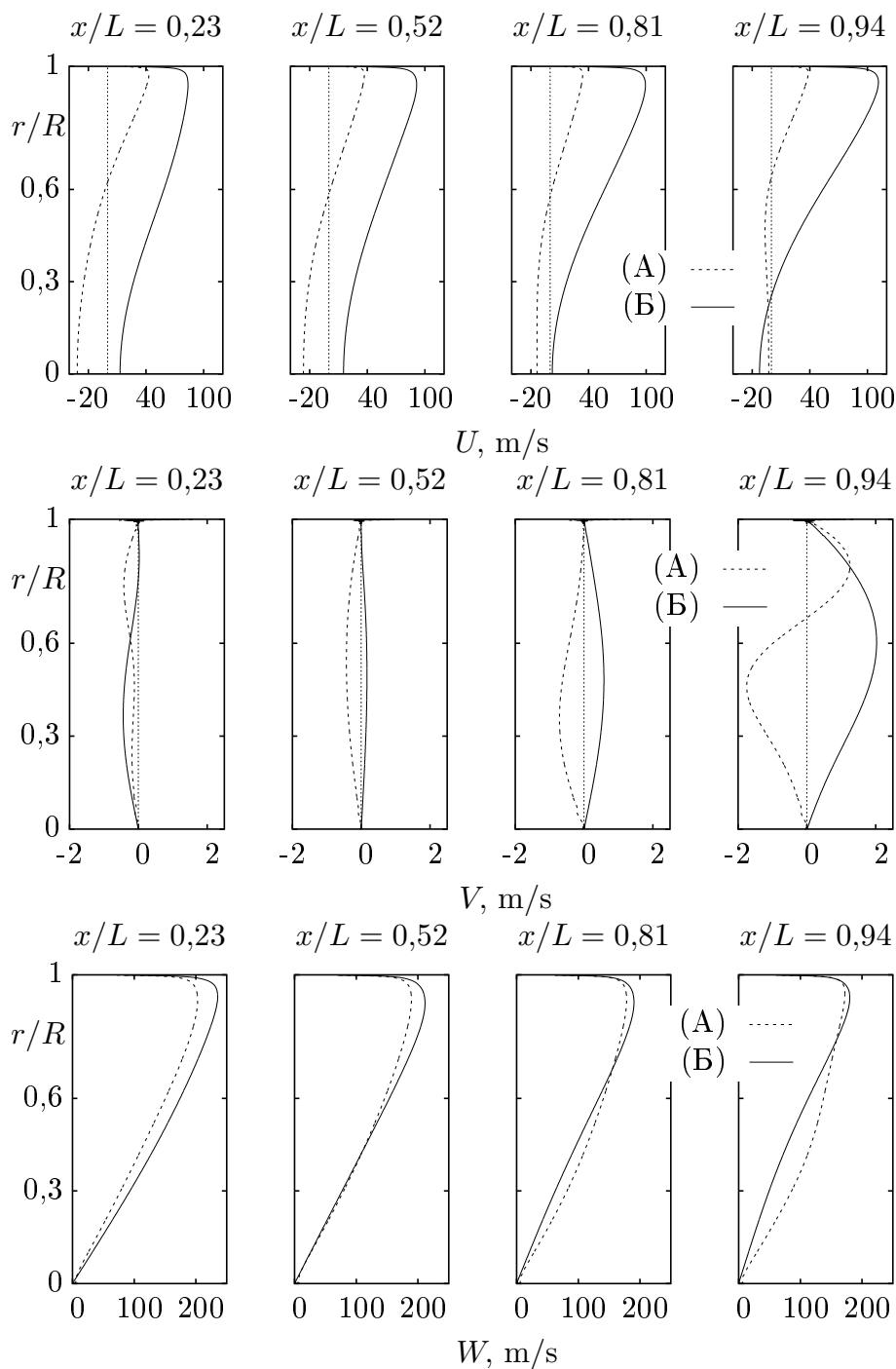
$$\theta = \frac{\int_0^R \varrho r U W^2 dr}{\int_0^R \varrho r U^3 dr}. \quad (5.2)$$

У табели 5.2 су приказане вредности јачине вихора у четири попречна пресека у којима ће се спровести упоредна анализа струјних и термодинамичких поља ове две вртложне цеви. Вредности приказане у табели су израчунате на основу профила брзина добијених моделирањем турбуленције у овим вртложним цевима применом LG, односно, у случају вртложне цеви (Б), помоћу LRR напонског модела. Промена јачине вихора у аксијалном правцу приказана је на слици 5.62.

Табела 5.2: Израчунате вредности јачине вихора θ у попречним пресецима вртложних цеви (А) и (Б).

$\theta, -$	$x/L = 0,23$	$x/L = 0,52$	$x/L = 0,81$	$x/L = 0,94$
вртложна цев (А)	34,04	39,21	38,76	28,1
вртложна цев (Б)	8,12	5,92	4,08	2,90

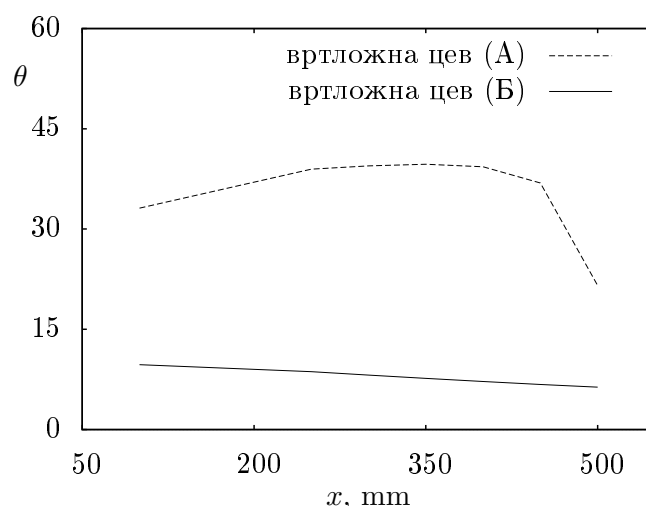
Уочава се значајна разлика између вредности јачине вихора за две посматране вртложне цеви. Имајући у виду да је јачина вихора количник флуксева кинетичких енергија, које су формиране са обимском односно аксијалном брзином, ова разлика је и физички оправдана. Ако се погледају расподеле аксијалне и обимске брзине приказане на слици 5.61, види се да је обимска брзина истог интензитета и сличне расподеле за обе вртложне



Слика 5.61: Расподела аксијалне, радијалне и обимске брзине у четири низструјна пресека вртложних цеви (А) и (Б).

цеви. Међутим, карактер расподеле аксијалне брзине за вртложне цеви (А) и (Б) је, у сваком разматраном попречном пресеку, различит. Уочава се да је кинетичка енергија у аксијалном правцу знатно већа у вртложној цеви (Б) него у вртложној цеви (А), чиме се објашњавају добијени резултати.

Наглашава се да је јачина вихора θ важан интегрални параметар којим се



Слика 5.62: Промене јачине вихора у аксијалном правцу вртложних цеви (А) и (Б).

описује низструјни енергетски баланс између средњих кинетичких енергија у обимском и аксијалном правцу. Изузетно велике вредности овог параметра указују на потпуну доминацију поља центрифугалне силе на процесе преноса енергије и механизам турбулентне размене. Ово издваја вртложне цеви од осталих многобројних струјних геометрија у којима се одвија вихорно струјање. Уосталом, расподеле $U_i = f_i(r/R, x/L)$, $i = 1, 2, 3$, $U_{1,2,3} = U, V, W$ приказане на слици 5.61, као и расподеле $\langle u_i u_j \rangle$ на сликама 5.69 и 5.70 то потврђују и физички и математички. То посебно долази до изражаја у разматрању утицаја редуковања протока охлађеног гаса на рад вртложне цеви. У том циљу се и пореде резултати добијени за вртложне цеви (А) и (Б).

Природно је да се утицај редукованог масеног удела протока охлађеног гаса најпре испољи у карактеру расподеле осредњеног брзинског поља U_i , о коме је већ доста речено у претходном делу ове дисертације. Закључено је да вихорно струјање у вртложној цеви припада просторним струјањима у пољу центрифугалних масених сила. Оно се одликује знатним вредностима количника W/U , постојањем градијента физичких величина у радијалном и аксијалном правцу, настанком рецикулационих и секундарних струјања и појачаном турбулентном разменом. Сви ови процеси зависе не само од јачине вихора и геометрије струјног простора, већ и од поља обимске брзине $W(x, r)$, која се у произвољном пресеку $x = \text{const.}$ приказује степеним законом $W = Cr^m$, где је C константа, а m параметар. Овом расподелом је обухваћен и Ранкинов вртлог као суперпозиција принудног вртлога $W \propto r$ и слободног тј. потенцијалног вртлога $W \propto 1/r$. Различити профили обимске тј. тангенцијалне брзине W изазивају прераспodelу брзине у аксијалном правцу U , настанак радијалне брзине V и радијалног градијента притиска. У зависности од

расподеле обимске брзине дејство центрифугалне силе на флуктуационо поље може бити активно односно конзервативно, о чему ће бити говора при анализи слика 5.63, 5.64, 5.69 и 5.70. Посебан проблем је што су вихорна струјања увек неразвијена, а развитак струјања, посебно у вртложној цеви, је врло комплексан. Према томе, ако је улазни профил тангенцијалне брзине потпуно произвољан, онда није могуће да се у вртложној цеви формира Ранкинов вртлог, коме, теоријски, теже све расподеле обимске брзине. Дакле, постоји непрекидна еволуција физичких поља, како у аксијалном, тако и у радијалном правцу. Својства вихорних струјања у близини зида вртложне цеви, постојање напона трења и простирање граничног слоја су у вези са вискозним силама. Низструјна трансформација брзинског поља показује како вискозност „нагриза“ профиле брзина (в. слику 5.61), као и начин на који слаби тј. опада јачина вихора дуж вртложне цеви (в. слику 5.62). Већ је речено да је у случају вртложне цеви (А) почетно повећање величине θ последица интензивне прерасподеле кинетичких енергија која је у вези са утицајем постојања отвора за излаз охлађеног гаса. Овај утицај низструно слаби, што доводи до наглог пада јачине вихора у цеви (А). С обзиром на то да је отвор за излаз охлађеног гаса у вртложној цеви (Б) затворен, опадање јачине вихора се одвија на класичан начин, као у „обичним“ нестишљивим вихорним струјањима у цевима (в. Vukašinić (1996)).

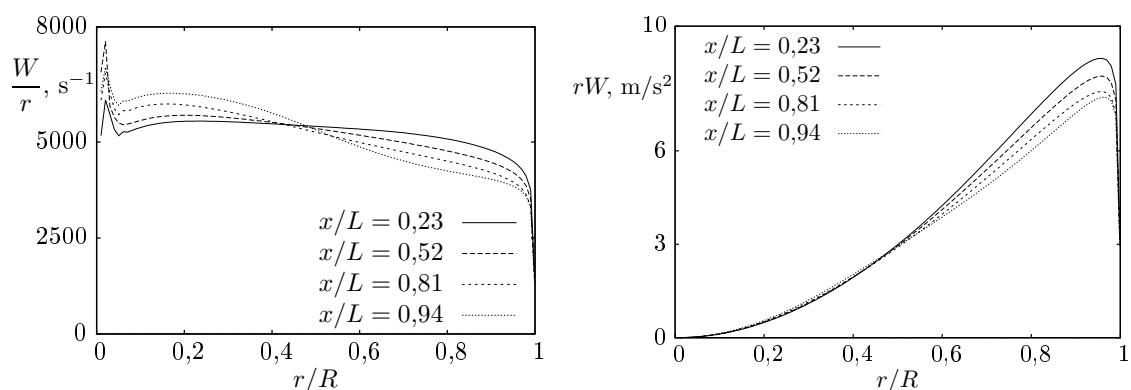
Јачина вихора и њена низструјна трансформација је интегрална карактеристика која је показала велику осетљивост, како квантитативну, тако и квалитативну, у односу на утицај редуковања масеног удела протока охлађеног гаса, у коме се посредно крије и конструктивна разлика вртложних цеви (А) и (Б). Уочава се да је низструјна трансформација брзинског поља значајна за анализу и осталих величина важних за рад вртложне цеви. Из тог разлога у наставку следи анализа расподеле циркулације обимске брзине и угаоне брзине у вртложним цевима (А) и (Б).

Циркулација је важна физичка величина која карактерише струјно поље са становишта присутног обртања и садржаја вртложности. Она указује на постојање или одсуство вртлога тј. сингуларитета типа вртложних влакана у струјном пољу. На извештајан начин, циркулација изражава јачину тј. интензитет тих вртлога. Циркулација обимске брзине rW и угаоне брзина W/r представљају величине које су од велике важности за рад вртложне цеви. Оваква математичка интерпретација је у вези са раванским вртлозима, чији је класичан представник Ранкинов вртлог дефинисан пољем брзине $W = \varpi r$ за $r \leq R_w$ и $W = \varpi R_w^2/r$ за $r \geq R_w$. У овим изразима R_w је полупречник оне кружнице која представља граничну струјницу између

принудног и потенцијалног вртлога, на којој је $W = W_{\max} = \varpi R_w$. У овом делу струјног простора се флуидни делићи крећу дуж концентричних путања. Очигледно је да се у области принудног вртлога ротација флуида одвија по закону ротације крутог тела око аксијалне x -осе константном угаоном брзином ϖ , која је истовремено и вртложност Ω_x , тј. угаона брзина флуидног делића. Изван вртложног језгра, тј. области принудног вртлога, струјање је невртложно ($\nabla \times \underline{u} = 0$) и припада потенцијалном вртлогу, иако флуид (ваздух) ротира угаоном брзином W/r . Уобичајено је да се област у околини $r = R_w$ назива смицајним слојем који се одликује посебном структуром, статистичким својствима и процесима турбулентног преноса.

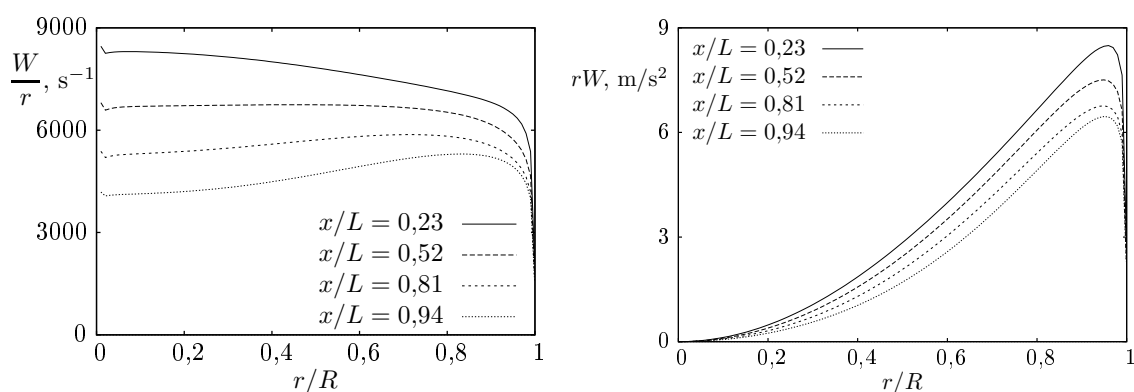
У разматраном пољу обимске брзине циркулација Γ је дефинисана изразом $\Gamma = \int_0^{2\pi} W r d\varphi$ из којег следи: $\Gamma = 2\pi\varpi r^2$ за $r \leq R_w$ и $\Gamma = 2\pi\varpi R_w$ за $r \geq R_w$. У предметној дисертацији је уведена ознака $\Gamma/(2\pi) = rW$, те величина rW представља циркулацију обимске брзине чија је расподела у брзинском пољу принудно-потенцијалног тј. Ранкиновог вртлога дата изразима: $rW = \varpi r^2$ у области принудног вртлога ($r \leq R_w$, $\varpi = \text{const.}$) и $rW = \varpi R_w = \text{const.}$ у области потенцијалног вртлога ($r \geq R_w$). Ове величине су израчунате за обе вртложне цеви и приказане су на сликама 5.63 и 5.64. Уочава се да постоји утицај редукованог масеног удела протока охлађеног гаса на расподеле обе величине. Расподеле угаоне брзине W/r у вртложној цеви (А) се значајно разликују од оних у цеви (Б). Наиме, функција $W/r = f(r/R)$, за све пресеке x/L , има пет карактеристичних области, од којих прве две припадају саосном домену вртложне цеви (А) у којима W/r нагло расте, а потом опада. У трећој области W/r има благи пораст, док у четвртој, која је и највећа ($0,2 < r/R < 0,98$), вредност угаоне брзине благо опада. У петој области, области зида, под утицајем вискозности, вредност угаоне брзине нагло пада на нулу (в. слику 5.63). Интересантно је уочити карактеристичну тачку $r/R = 0,47$ свих кривих, јер права која пролази кроз њу и паралелна је x -оси, дуж које је $W/r = \text{const}$, дели меридијанску раван $x - r$ на две карактеристичне области. Прва је $0 \leq r/R \leq 0,47$ у којој, за $r/R = \text{const}$, угаона брзина расте у низструјним пресецима, а друга је $0,47 \leq r/R \leq 1$, у којој угаона брзина низструјно опада.

Карактер расподеле угаоне брзине W/r у вртложној цеви (Б) изразито је другачији него у цеви (А). Најпре се уочава да у вртложној цеви (Б) не постоји карактеристична пресечна тачка кривих $W/r = f_1(r/R)$, као и да је за извесно $r/R = \text{const}$, разлика између вредности угаоних брзина већа него код вртложне цеви (А), што потврђује слика 5.64. У почетном пресеку $x/L = 0,23$ вртложне



Слика 5.63: Расподела угаоне брзине и циркулације у вртложној цеви (А).

цеви (Б) угаона брзина опада у целом пресеку од осе ка зиду. У вртложној цеви (А), у већем делу истог пресека, ова величина је приближно константна и доста мања него у цеви (Б). Ово је случај и за наредна два пресека, док је у последње разматраном попречном пресеку $x/L = 0,94$, за радијалну координату $0 \leq r/R \leq 0,6$, угаона брзина у вртложној цеви (А) већа него у вртложној цеви (Б). Ове разлике су последица мањег пречника вртложне цеви (Б) и већих вредности обимске брзине у овој цеви него у вртложној цеви (А), у свим пресецима изузев $x/L = 0,94$. Разликују се не само низструјне промене угаоне брзине, већ и њихове радијалне промене, које су у вртложној цеви (Б) доста равномерније. У попречном пресеку $x/L = 0,52$ вртложне цеви (Б) постоји област у којој је $W/r \approx \text{const}$, да би у низструјним пресецима угаона брзина имала пораст према зиду, у чијој зони W/r опада према нули (в. слику 5.64).



Слика 5.64: Трансформација профила угаоне брзине и циркулације у четири низструјна попречна пресека вртложне цеви (Б).

Уочљиве су и разлике у расподелама циркулација rW у вртложним цевима (А) и (Б), приказаним на сликама 5.63 и 5.64. Најзначајнија разлика је у томе, што фамилија кривих којом се описује расподела циркулације rW у вртложној цеви (Б) не садржи карактеристичну тачку $r/R = 0,47$, за разлику

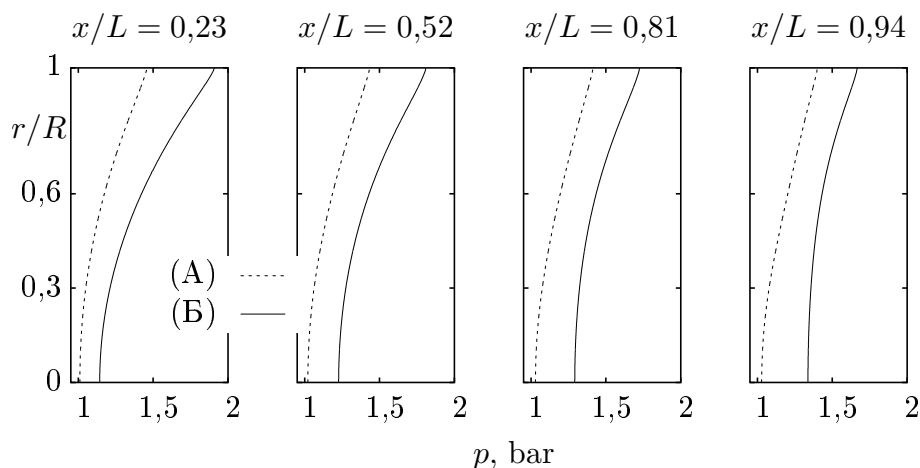
од расподеле ове величине у вртложној цеви (А). Значајно је да се, у вртложној цеви (А), ова тачка појављује, како у расподели угаоне брзине, тако и у расподели циркулације, док у вртложној цеви (Б) она не постоји. Дакле, у карактеристичној тачки $r/R = 0,47$ у свим низструјним пресецима струјног поља цеви (А), поред тога што је $W/r(r/R = 0,47, x/L) = \text{const}$, и за расподелу циркулације важи $rW(r/R = 0,47, x/L) = \text{const}_1$. Све криве циркулације за ову вртложну цев се међусобно поклапају до ове карактеристичне тачке, тј. у домену $0 \leq r/R \leq 0,47$ су приказане истом параболичном кривом, док се у вртложној цеви (Б) криве циркулације почев већ од осе разврставају у фамилију параболоа без заједничке тачке. У вртложној цеви (А) аналогно разврставање кривих циркулације започиње тек за радијалну координату $r/R \geq 0,47$. Заједничко за расподеле циркулације у обе вртложне цеви је да се циркулација смањује са повећањем растојања x/L , као и да своје максималне вредности достиже у смичућем слоју. Даље понашање у области зида одређено је доминантним утицајем вискозности, која вредност циркулације на зиду своди на нулу, тј. $rW(r/R = 1) = 0$.

Анализа поља угаоних брзина и циркулација у вези је са карактером промене обимске брзине, што је посебно дошло до изражаја код вртложне цеви (А) у пресеку $x/L = 0,94$ (в. слике 5.63 и 5.61). Из свих разматраних расподела може се закључити у којим доменима струјног простора се приближно остварују принудни, потенцијални или други типови вртлога, што ће у наредним одељцима овог рада бити коришћено. Такође, повезивањем брзинског поља, јачине вихора, угаоне брзине и циркулације за вртложне цеви (А) и (Б) извршена је анализа утицаја редуковања протока охлађеног гаса на поља ових физичких величина, које дефинишу битне карактеристике вртложне цеви. У том смислу се истиче и добијање оригиналног резултата у вези са дефиницијом карактеристичне тачке одређене вредношћу $r/R = 0,47$. Наиме, врло је индикативно да се ова вредност радијалне координате повезује са полупречником саосног језгра охлађеног ваздуха који је просторно обухваћен изотермом $\vartheta_0 = 7,5^\circ\text{C}$ на полупречнику $r/R = 0,47$, како је то приказано на слици 5.77. Ово је предмет анализе у наредном одељку 5.2.5.

Важно је истаћи поређење вредности угаоне брзине и циркулације у вртложној цеви са неким другим системом из техничке праксе. На пример, вредност циркулације брзине је десет пута већа, док је угаона брзина преко десет пута већа у односу на максималну вредност која је одређена у вртложном језгру вихорног струјања иза аксијалног вентилатора који ради у режиму од 1500 обртаја у минути, (Чантрак (2012), стр. 240).

Значајна карактеристика вихорног струјања у вртложној цеви је постојање великих промена физичких величина у попречном, радијалном, правцу које су изазване одређеним расподелама и интензитетима обимске брзине. Међутим, развитак струјања, због малих дужина вртложне цеви, није могуће у потпуности испратити. Утицај формираног поља центрифугалне масене силе $\rho W^2/r$ на структуру брзинског поља је приказано у радијалној расподели аксијалне брзине U и настанку повратног тј. рециркулационог струјања (в. слику 5.61). Физички модел формирања таквог струјног поља ни до данашњих дана није у потпуности објашњен. Јасно је да су за то одговорне расподеле брзине у обимском правцу, јачина вихора и количник W/U . Сама појава повратног струјања практично се приписује механизму садејства позитивног градијента статичког притиска у аксијалном правцу ($\partial_x p$) у саосном домену вртложне цеви, и изразитог градијента статичког притиска у радијалном правцу ($\partial_r p$). Наиме, промена притиска у радијалном правцу зависи од обимске брзине сагласно једначини $\partial_r p = \rho W^2/r$, чијим интеграљењем се добија поље притиска у пресеку $p = \int_0^r \rho W^2/r dr + f(x)$, где се произвољна функција $f(x)$ одређује из одговарајућих граничних услова. Дата једначина у ствари представља Рејнолдсову једначину у радијалном правцу у којој су занемарени вискозни ефекти, турбулентни напони $\langle ww \rangle \ll W^2$, као и $\partial_r \langle vv \rangle$ чији је утицај на промену притиска незнатан. Једначина $\partial_r p = \rho W^2/r$ показује да градијент притиска уравнотежава центрифугалну силу, која је у вртложној цеви изузетно велика. На овај начин се објашњавају расподеле притиска са изразитим радијалним градијентима у обе вртложне цеви (в. слику 5.65). Ако се са p_w означи притисак на зиду вртложне цеви, онда се из претходних релација добија израз за поље притиска у било ком пресеку вртложних цеви (А) и (Б) у облику $p = p_w - \int_r^R \rho W^2/r dr$. На овај начин је у ствари одређен пад притиска у одређеном пресеку вртложне цеви између зида цеви и њене осе.

Промена притиска у аксијалном правцу је такође једна од карактеристика вихорног струјања. Наиме, постоје области струјања са супротним градијентима притиска у аксијалном правцу: негативим ($\partial_x p < 0$) у областима ближе зиду, и позитивним ($\partial_x p > 0$) у језгру тј. саосној области вртложне цеви. Закључује се да су, за разлику од чистог аксијалног струјања, овде знаци градијената брзине и притиска међусобно исти, што доводи до све равномернијих низструјних профила притиска p и брзине у аксијалном правцу U . Као што је већ речено, расподела радијалне брзине (слика 5.61) је са остатком брзинског поља повезана преко једначине континуитета. На овој слици се види утицај редуковања масеног удела охлађеног ваздуха, када



Слика 5.65: Радијална расподела статичког притиска у вртложним цевима (А) и (Б).

настају додатни преноси аксијалног импулса у радијалном правцу, што се потврђује и расподелама корелационих момената $\langle u_i u_j \rangle$ (в. слике 5.69 и 5.70). Са слике 5.65 се види и да су веће вредности притиска у вртложној цеви (Б) у односу на оне у цеви (А) што је последица пре свега, мањег пречника вртложне цеви (Б), што је значајно за вредност величине W^2/r .

Анализом поља брзине и притиска физички је укључено и поље густине. Оно је повезано са брзином уз помоћ једначине континуитета, док је посредством једначине стања идеалног гаса, повезано са притиском и температуром. У овом раду је то и симболично представљено, јер је расподела густине приказана на слици 5.66, која се налази између слика 5.65 и 5.67, на којима су приказани поља притиска p и температуре ϑ . Међутим, закон одржања масе мора бити задовољен. Због тога једначина континуитета представља једну од фундаменталних међузависности брзине и густине. Када се једначина (3.1) запише помоћу материјалног извода добија се

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \underline{u} = 0,$$

што се за $\partial_t \rho = 0$ своди на услов $\nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0$. Материјалним изводом $D\rho/Dt = 0$ издвајају се нестишљива струјања ($\nabla \cdot \underline{u} = 0$) хомогеног и нехомогеног флуида. Познато је да промена густине флуидног делића зависи од промене притиска (Dp/Dt) у струјном пољу, као и од размењене енергије топлотом уз иреверзибилну продукцију ентропије, тј. њену промену (Ds/Dt). Оваквим физичким тумачењима функционално су повезана поља брзине $\underline{u}$, притиска p , густине ρ и температуре ϑ . Како су законом одржања масе флуидног делића $D(\rho dV_m)/Dt$ повезане промене густине ρ и запремине V_m флуидног делића, онда се из претходних релација, добија физичко значење $\nabla \cdot \underline{u}$ које се математички

исказује релацијом

$$\nabla \cdot \underline{u} = -\frac{1}{\varrho} \frac{D\varrho}{Dt} = \frac{1}{dV_m} \frac{DdV_m}{Dt}.$$

Слике 5.66 и 5.68 спрежу поља густине ϱ и $\nabla \cdot \underline{u}$ приказујући њихове промене у меридијанским равнима вртложних цеви (А) и (Б). Ове промене у радијалном и аксијалном правцу су у вези не само са променама релевантних физичких величина, већ и са преносом енергије у вртложној цеви и геометријом њеног струјног простора. Ово се потврђује и одговарајућим расподелама поља густине, Маховог броја, и дивергенције поља брзине које су приказане на сликама 5.66, 5.60 и 5.68. О овим зависностима биће говора и у наредном одељку 5.2.5. Ако се једначина стања идеалног гаса, у општем случају функционална зависност $\varrho = \varrho(p, T)$, запише у диференцијалном облику

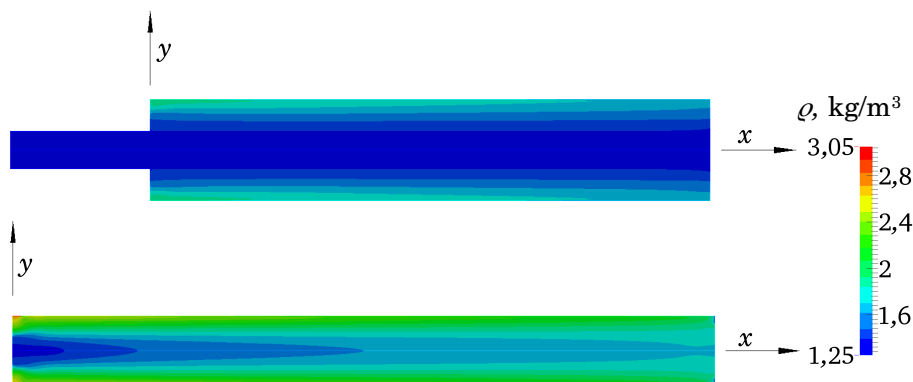
$$\frac{d\varrho}{\varrho} = K_{\varrho p} \frac{dp}{p} + K_{\varrho T} \frac{dT}{T}, \quad K_{\varrho p} = \left(\frac{\partial \varrho}{\partial p} \frac{p}{\varrho} \right)_{RS}, \quad K_{\varrho T} = \left(\frac{\partial \varrho}{\partial T} \frac{T}{\varrho} \right)_{RS},$$

могуће је анализирати зависности густине, притиска и статичке температуре. Овде индекс RS означава одређено референтно стање, а вредности бездимензионалних величина $K_{\varrho p}$ и $K_{\varrho T}$, на пример, за ваздух и воду, за референтно стање $p = 1 \text{ bar}$ и $T = 293 \text{ K}$ износе: $K_{\varrho p} = 1$, $K_{\varrho T} = -1$ за ваздух, и $K_{\varrho p} = 0,00005$, $K_{\varrho T} = -0,06$ за воду.

Величине dp/p и dT/T су инфинитезималне промене, али је очигледно да се после интегралења у конкретном струјању, могу појавити значајне промене статичког притиска и статичке температуре у струјном пољу. Сагласно наведеним вредностима стишљива струјања су углавном она, у којима је промена густине изазвана променом притиска. Када су значајне промене густине последица температурских промена, говори се о температурско-експанзивним струјањима. Због касније анализе једначине баланса кинетичке енергије турбуленције овде се наводи аналогија између струјања при постојању обртања, тј. у пољу центрифугалне силе, и струјања температурско-експанзивног флуида, односно у пољу допунске Архимедове запреминске силе. У овој класи слободних конвективних струјања постоје стабилне и нестабилне температурске стратификације, у зависности од тога да ли се флуиду у овом турбулентном пољу одводи или доводи енергија на рачун рада Архимедових сила. Стабилна стратификација ($Rf > 0$) одговара случају када се кинетичка енергија флукуационог кретања у пољу Земљине теже може трансформисати у потенцијалну енергију средине раслојене по густини. Са друге стране, стање у коме се потенцијална енергија температурско-нехомогене средине претвара у енергију турбуленције одговара нестабилној

стратификацији ($Rf < 0$). Индиферентна термичка стратификација одговара вредности ($Rf = 0$), где величина Rf означава температурски Ричардсонов број (енг. flux Richardson number) који представља количник генерисаних енергија турбуленције на рачун температурске стратификације и на рачун осредњеног струјања. Према томе, он поред средње густине, силе Земљине теже и градијената средњих брзина, садржи и корелације флукуационих поља густине и брзине, као и одговарајући смицајни турбулентни напон. Показује се да је стационарна (непригушујућа) турбуленција у температурско-стратификованом флуиду могућа само при $Rf < 1$. Аналогно претходној анализи температурске стратификације у пољу Земљине теже истражује се утицај центрифугалне силе у ротирајућем хомогеном флуиду. Наиме, турбулентна енергија флуидних делића у пољу центрифугалних сила може прећи у потенцијалну енергију динамичке стратификације у струјном домену стабилизирајућег дејства центрифугалне силе. Могућ је и обрнут процес у коме се потенцијална енергија динамичке стратификације флуида трансформише у кинетичку енергију флукуационог струјања, што се дешава у струјним областима активног дејства центрифугалне силе. Појам „динамичка стратификација“ је употребљен у смислу раслојавања хомогеног флуида, који струји у пољу центрифугалних сила, на области њиховог стабилизирајућег или активног дејства. Искрпна анализа припада одељку 5.2.5, јер се овде ради о генерисању и преношењу енергије у вртложним цевима, које се међусобно разликују не само по величини масеног удела протока охлађеног гаса, већ последично и по геометрији струјног простора. Евидентно је да је поље густине баротропног флуида ($\varrho = \varrho(p)$), температурски стратификованог ($\varrho = \varrho(\vartheta)$) или бароклиног ($\varrho = \varrho(p, \vartheta)$) флуида једначинама континуитета и стања, повезано са струјним процесима који се одвијају у вртложној цеви. Из тог разлога се, уз претходну анализу, разматра и радијално-аксијална расподела густине ваздуха (в. слику 5.66) у вртложним цевима (А) и (Б). При томе, треба имати на уму да је густина посредством једначине стања идеалног гаса (3.15) повезана са притиском и температуром. Највећа вредност густине ваздуха у вртложној цеви (А) $\varrho_{\max} = 2 \text{ kg/m}^3$ припада слоју који се својом целом дужином налази у области зида ове вртложне цеви. Вредност густине опада од зида ка оси цеви, што значи да је $\partial_r \varrho > 0$, док је $\partial_x \varrho \approx 0$. Поље густине у вртложној цеви (Б) је изразито нехомогеније од расподеле ове величине у вртложној цеви (А). У малом домену на улазу у цев се постиже $\varrho_{\max} = 3 \text{ kg/m}^3$, да би се у доста широком слоју у области зида, који се шири ка крају цеви, одржавала константна вредност густине ваздуха $\varrho \approx 2,4 \text{ kg/m}^3$. На самом крају вртложне цеви (Б) густина

ваздуха има вредност $\rho = 1,8 \text{ kg/m}^3$. У саосној области и најдужем делу језгра вртлога формирају се, од почетка до крају цеви (Б), хетерогене параболичне области са теменима на x -оси, тако да за $r/R = \text{const}$, густина расте са порастом аксијалне координате x . Дакле, за разлику од вртложне цеви (А), у цеви (Б) је у области језгра и његовој околини $\partial_x \rho > 0$. И овде, као и код вртложне цеви (А), вредност густине гаса расте од осе ка зиду цеви, што значи да је $\partial_r \rho > 0$.

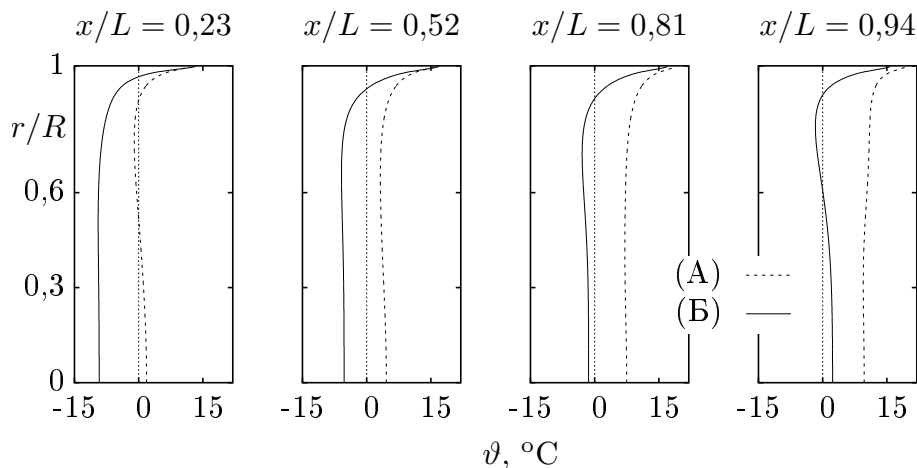


Слика 5.66: Расподела густине ваздуха у меридијанској равни вртложних цеви (А) и (Б).

Овакве расподеле густине у вртложним цевима (А) и (Б) су физички оправдане и компатибилне са расподелама брзина, Маховог броја, притиска и температуре. Разлике у бројним вредностима густине, као и у карактеру њене расподеле у вртложним цевима (А) и (Б) су директне последице утицаја редуковања протока охлађеног гаса, те геометрије струјног простора.

Претходним разматрањима је најављена и анализа расподела статичке температуре којом се затвара анализа у оквиру овог поделака. На слици 5.67 је приказана радијално-аксијална трансформација профила статичке температуре у вртложним цевима (А) и (Б). Из упоредних нумеричких резултата уочава се да се редукција масеног удела протока охлађеног гаса највише испољава у разлици температура у свим пресецима. Наиме вредност статичке температуре $\vartheta(x, r)$ је, у целокупној меридијанској равни, мања у вртложној цеви (А) него у цеви (Б). То је у складу са физиком процеса који се одвијају у једној и другој цеви, као и са расподелама притиска и густине (в. слике 5.65 и 5.66) с обзиром на усвојену једначину стања идеалног гаса (3.15). Разлика температура у корист вртложне цеви (А) у већем делу попречног пресека остаје низструјно приближно иста, изузимајући ширу област зида у пресецима $x/L = 0,81$ и $x/L = 0,94$. Радијална координата r/R на којој статичка температура у вртложној цеви (Б) мења свој знак је у непосредној близини зида и низструјно се помера од зида. Крива температуре у вртложној цеви (А) има две пресечне тачке са r осом у попречном пресеку $x/L = 0,23$. Исто

се дешава у вртложној цеви (Б) у крајњем пресеку $x/L = 0,94$. Приближно равномерна расподела температуре у попречном пресеку ($0 \leq r/R \leq 0,95$) је карактеристика обе вртложне цеви, што је незнатно нарушено у вртложној цеви (Б) у пресецима $x/L = 0,81$ и $x/L = 0,94$.



Слика 5.67: Профили статичке температуре у четири попречна пресека вртложних цеви (А) и (Б).

Ако се овој хомогеној расподели температуре придода значајна разлика између температура на зиду и у оси, нарочито у случају вртложне цеви (Б), онда се у области зида ($0,95 \leq r/R \leq 1$) формира температурско поље са великим градијентима температуре. При овоме се, наравно, пре свега мисли на изразите температурске градијенте у радијалном правцу $\partial_r \vartheta$ у непосредној близини зида. Ови градијенти су већи у вртложној цеви (Б) него у цеви (А).

Упоредном анализом поља брзине, циркулације, угаоне брзине, Маховог броја, притиска, густине и статичке температуре, утврђен је значајан утицај редуковања масеног протока охлађеног гаса на струјно-термодинамичке величине и интегралне параметре вртложних цеви (А) и (Б). Вредности температура које се постижу у вртложној цеви (Б) су мање него оне у цеви (А), док су вредности статичког притиска веће. Вихор који се формира у вртложној цеви (Б) је такође значајно мањег интензитета. Због комплекснијег струјног поља које је присутно у вртложној цеви (А), и поља циркулације обимске брзине и угаоне брзине су комплекснија у овој цеви него у вртложној цеви (Б). Циљ наредног одељка је да се, уз помоћ остварених оригиналних нумеричких резултата, дају одговори на комплексне утицаје разматраних величина струјно-термодинамичких поља у вртложним цевима (А) и (Б) на процесе генерисања, деструкције и преноса енергије у њиховим струјним просторима.

5.2.5 Анализа утицаја геометрије струјног простора и редукованог удела масеног протока охлађеног гаса на пренос енергије у вртложној цеви

Истраживање феномена стратификације температурског поља заснива се на познавању локалних структура поља као и вредности физичких величина у извесној просторно-временској тачки. Због овог феномена вртложне цеви имају неочекивано физичко својство. Наиме, са ротирајућим компримованим гасом оне се користе као уређаји за хлађење. При уструјавању компримованог гаса у цеву настаје вртлог, чије се језгро хлади, док се гас у близини зида загрева. Масени удео хладног гаса ξ који се одређује применом једначине (2.1), може да се регулише величином излазних пресека на топлотном и хладном крају цеви. Овај феномен је на овај начин приказан у овом одељку са разлогом, јер треба објаснити ту несвакидашњу појаву да се ваздух на собној температури под натпритиском од неколико бар-а може охладити на температуру од -40°C . Већ је наведено да у литератури постоје многобројна и различита тумачења за овакве разлике температура. Ипак је сагласност постигнута само у следећем: гас се у језгру уз помоћ адијабатске експанзије хлади, а у спољашњој области вртлога се, услед „центрифугалног“ притиска загрева. Постоје, међутим, различита схватања при објашњавању појаве преношења енергије, како од вртложног језгра ка зиду вртложне цеви, тако и у аксијалном правцу. У циљу анализе овог феномена користе се интегрални и диференцијални параметри, као и оригинални нумерички резултати у вези са нормалним и смицајним турбулентним напонима, са пољима вртложности, енстрофије, тоталног притиска и тоталне температуре. При томе се разматрају обе вртложне цеви, (А) и (Б), у циљу истраживања на који начин геометрија струјног простора и редуковање масеног удела охлађеног гаса ξ утичу на пренос енергије у овим вртложним цевима.

За домене струјних области у којима су доминантне експанзије гаса, или његове компресије, битна су поља густине и дивергенције поља брзине, која су међусобно повезана једначином континуитета. У том смислу се поља густине (слика 5.66) у вртложним цевима (А) и (Б) разматрају здружено са пољем дивергенције брзине приказано на слици 5.68.

Нумерички резултати који су добијени на основу усвојених модела турбуленције указују на хетерогеност поља дивергенције брзинског поља и постојање домена у којима дивергенција поља брзине достиже највеће позитивне, односно, највеће негативне вредности. Овим су, с обзиром на физичко тумачење величине $\nabla \cdot \underline{u}$, дефинисане струјне области у којима се



Слика 5.68: Дивергенција поља брзине у меридијанској равни вртложних цеви (А) и (Б).

одвијају процеси компресије, односно експанзије гаса.

Дивергенција брзине $\nabla \cdot \underline{u}$, као саставни део чланова у једначини енергије, представља важну величину у науци о струјању. О физичком смислу ове величине већ је било речи у оквиру разматрања промене густине (слика 5.66) и једначине континуитета. Процеси у којима се јављају сингуларитети типа извора и понора, у којима се говори о флуксевима физичких поља, као и о стишљивим и нестишљивим флуидима, неминовно се описују дивергенцијом. У овом делу дисертације дивергенција поља брзине нас највише интересује са становишта њеног утицаја на процесе експанзије или компресије гаса, што је директно повезано са пољем густине, као и пољима притиска и температуре. У најопштијем случају, иако је $D\rho/Dt = 0$, густина није свуда константна, тако да она у струјном домену са $\nabla \cdot \underline{u} = 0$ зависи од просторних координата $\partial_i \rho$, што се за расподелу у меридијанској равни своди на једначине $\partial_x \rho \neq 0$ и $\partial_y \rho \neq 0$. Ово одговара случају струјања стратификованог стишљивог флуида, када се флуидни делићи једнаке и константне густине крећу у истом слоју, при чему се густине, по одређеном закону мењају од слоја до слоја. Повезивање са пољем притиска омогућује да се физички разматрају процеси експанзије и компресије гаса у вртложној цеви што изазива одговарајућу структуру температурског поља. На пример, експанзија гаса је доминантна у охлађеном гасу, што је у вртложној цеви у корелацији са њеним саосним доменом.

На слици 5.68 је приказана расподела $\nabla \cdot \underline{u}$ у радијалном и аксијалном правцу меридијанских равни вртложних цеви (А) и (Б). Присутни су изразити скокови вредности $\nabla \cdot \underline{u}$ у обе вртложне цеви, нарочито у улазним и излазним пресецима. Ови скокови одговарају наизменичним компресијама и експанзијама гаса у вртложним цевима (А) и (Б). Код вртложне цеви (Б) су ове промене у вредностима додатно изражене, што се може сматрати последицом изостанка отвора за излаз охлађеног гаса, када је реч о улазном пресеку, односно

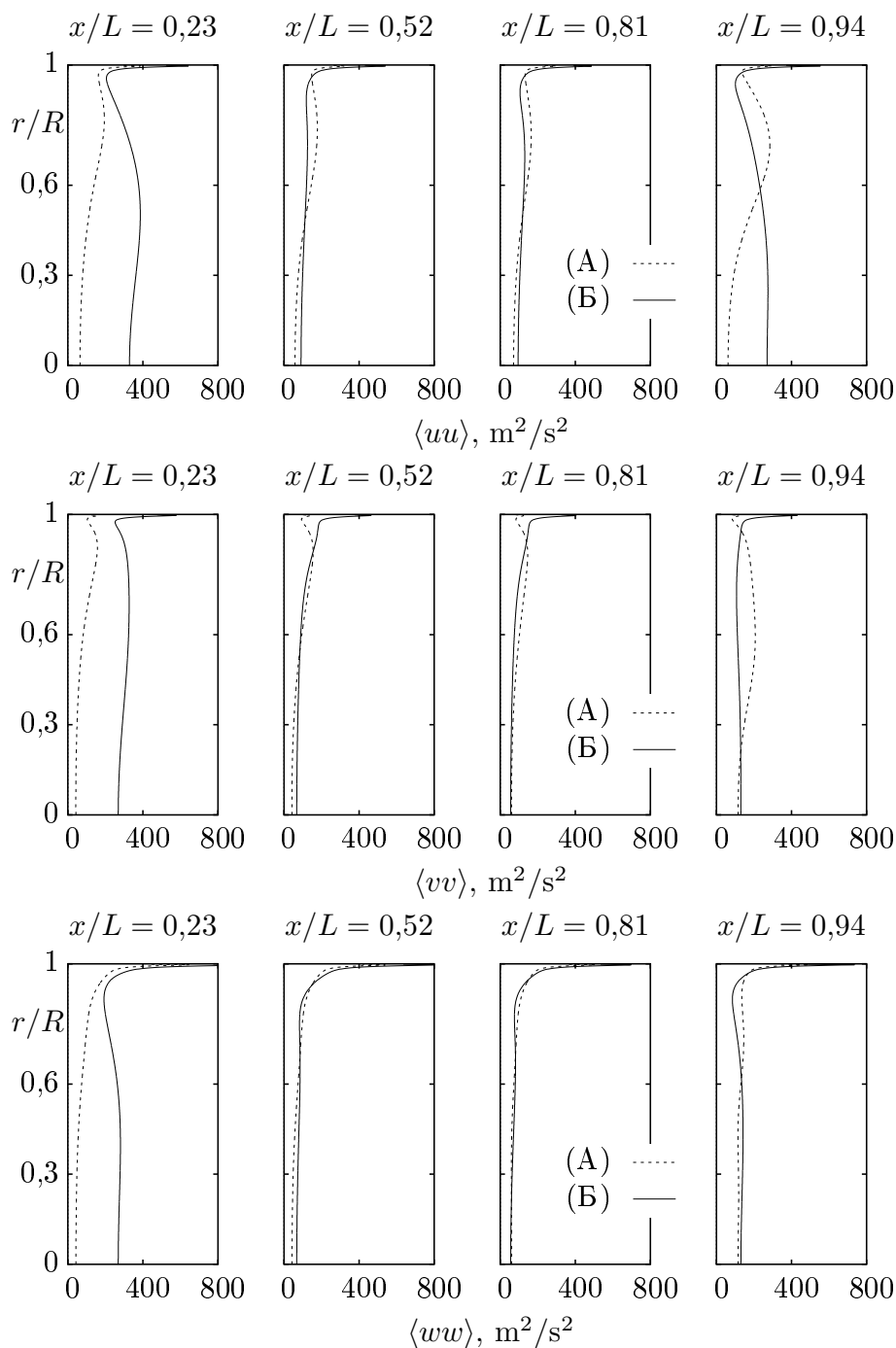
оријентације излазног пресека за загрејан гас, ако се говори о излазном пресеку. Када се успостави корелација између расподела густине (слика 5.66) и дивергенција поља брзине (слика 5.68) уочава се да струјним областима са $\nabla \cdot \underline{u} > 0$ као и оним са $\nabla \cdot \underline{u} < 0$, у обе вртложне цеви, одговарају домени струјних области у којима поље густине има одговарајуће промене и бројне вредности сагласно релацији $\nabla \cdot \underline{u} = -\rho^{-1}D\rho/Dt$. Дакле, расподеле ове две величине имају, поред других физичких значења, и улогу контроле ваљаности резултата и успешности коришћених модела турбуленције и нумеричких процедура, будући да једначина континуитета мора бити задовољена. Обе расподеле и физички и математички утврђују и доказују постојање експанзионих и компресионих процеса у вртложним цевима. Ако се говори о експанзији гаса онда се она у вртложним цевима (А) и (Б) одвија од периферних ка саосним струјним областима. Графичка интерпретација овог процеса била би усмерена дијагонала са почетном тачком у саосној области почетка ових цеви. Дакле, с десна у лево и од зида ка оси у меридијанским равнима вртложних цеви (А) и (Б). На ове процесе се враћамо у анализи преноса енергије и члана $p\nabla \cdot \underline{u}$ (слика 5.76) којим се мења унутрашња енергија гаса.

Потребно је имати јак разлог да би се одмах после анализе дивергенције поља брзине $\nabla \cdot \underline{u}$, разматрало поље турбулентних напона $-\rho\langle u_i u_j \rangle$. Заиста, постоји, не један већ више разлога. Први је у вези не само са величином $\nabla \cdot \underline{u}$, већ и са физичким смислом израза $-p\nabla \cdot \underline{u}$ и $-\underline{u} \cdot \nabla p$. Ако се овоме придруже аналогни изрази $\underline{\tau} : \nabla \underline{u}$ и $\underline{u} \cdot (\nabla \cdot \underline{\tau})$, онда су са ова четири члана дефинисане како промене унутрашње енергије e , тако и промене кинетичке енергије $\underline{uu}/2$, те се промена укупне, тј. тоталне енергије услед рада површинских сила дефинише чланом $\nabla \cdot (\underline{\sigma} \cdot \underline{u})$ (в. једначине (3.3), (3.5) и (3.6)). Други разлог је једначина енергије осредњена по маси (3.40), из које се издваја члан $\nabla \cdot [\underline{u} \cdot (\underline{\tau} - \langle \rho \underline{u} \otimes \underline{u} \rangle)]$ којим се у раду притиска и вискозних напона придружују и ефекти турбулентних напона $-\langle \rho u_i u_j \rangle$ у међудејству средњег и флукуационог поља брзине. Трећи ваљани разлог је да се и у вртложним цевима осредњено поље брзине (U, V, W) , угаона брзина W/r и циркулација rW додатно спрегну са флукуационим брзинским пољем. Наиме, ове величине су анализиране у одељцима 5.2.1 и 5.2.4, и приказане су на сликама 5.61, 5.63 и 5.64. Може се, у складу са реченим, сматрати да се на овај начин врши извесна валидација флукуационог поља брзине, која је извршена и анализом анизотропности турбуленције за вртложну цев (А) у одељку 5.2.2, односно за вртложну цев (Б) у одељку 5.2.3. И можда још један од разлога. Наиме, треба имати у виду да физичка величина $\langle u_i u_j \rangle$ представља како кинетичку енергију турбуленције,

тако и додатни пренос количине кретања у одређеним правцима. Из међудејства флукуационих и осредњених поља брзине, закључује се у којим доменима струјне области долази до генерисања, преноса и дисипације енергије, што мора бити у складу са радовима притиска, центрифугалне силе, вискозних и турбулентних напона. На тај начин ће се закључити у којој мери су ови физички процеси у ротирајућем флуиду повезани са расподелом обимске брзине W , као и са расподелама угаоне брзине W/r и циркулације rW . Томе, између осталог, и служе детаљне анализе поља величина W/r и rW , које су приказане у одељку 5.2.4. Поље корелација другог реда $\langle u_i u_j \rangle$ разматрано је у одељку 5.2.2 посредством слика 5.52, 5.53 и 5.54. Из тамо наведених разлога су, усвајањем напонског модела LG за вртложну цев (А), и модела LRR за вртложну цев (Б), настали нумерички резултати представљени на сликама 5.69 и 5.70 за обе вртложне цеви.

Позната је изузетна комплексност истраживања турбулентних вихорних струјања стишљивог флуида. Сlike 5.69 и 5.70 садрже оригиналне нумеричке резултате, који се први пут појављују у научној литератури. Ови резултати ће бити анализирани превасходно са физичке тачке гледишта. Наиме, процеси турбулентног преноса у ротирајућем гасу у вртложној цеви примарно ће бити повезани са градијентима физичких величина у радијалном правцу, као и са карактером расподеле обимске брзине W , који је остварен у вртложним цевима (А) и (Б). С обзиром на то да се ради о струјању ротирајућег флуида, поља центрифугалне силе и угаоне брзине имају доминантне улоге у процесима генерисања флукуационих поља и преноса одговарајућих енергија у вртложној цеви. Анализа се врши за вртложне цеви (А) и (Б) паралелно, тако да се може истражити утицај њихове геометрије и редуковања масеног протока охлађеног гаса на продукцију и пренос енергије у турбулентном пољу, које се формира унутар ових струјних простора.

Корелациони моменти или корелације другог реда $\langle u_i u_j \rangle$, тј. тензор турбулентних напона $-\langle \rho u_i u_j \rangle$, односно кинетичка енергија турбуленције $k = \langle u_i u_i \rangle / 2 = \langle u_i^2 \rangle / 2$, те кинетичке енергије турбуленције у аксијалном $k_u = \langle uu \rangle / 2$, радијалном $k_v = \langle vv \rangle / 2$ и обимском $k_w = \langle ww \rangle / 2$ правцу, приказани су на сликама 5.69 и 5.70. Једначине за сваку од ових величина имају фундаменталну улогу у теорији турбуленције. Поред конвективних чланова, ове једначине садрже чланове чије се физичко значење односи на процесе дифузије, продукције, прерасподеле и дисипације енергије. У вртложној цеви су од посебног значаја феномени генерисања, преноса и дисипације енергије. У том смислу се најпре посматрају радијално-аксијалне расподеле централних



Слика 5.69: Низструјна трансформација профила нормалних напона у вртложним цевима (А) и (Б).

момената другог реда $\langle uu \rangle$, $\langle vv \rangle$ и $\langle ww \rangle$ (слика 5.69). Уочава се да све три корелације у пресеку $x/L = 0,23$ имају веће вредности у вртложној цеву (Б), али да се те вредности низструјно изједначавају са вредностима у вртложној цеву (А). Изузетак су вредности за $\langle uu \rangle$ и $\langle vv \rangle$ у попречном пресеку $x/L = 0,94$, у којем постоји и изразита неравномерност расподеле

корелације $\langle ui \rangle$, тако да постоје домени са $\partial_r \langle ui \rangle \leq 0$. За $0 \leq r/R \leq 0,6$ у истом пресеку је $W/r(A) > W/r(B)$. Све три корелације имају изразито велике позитивне градијенте $\partial_r \langle u_i u_i \rangle > 0^3$, у области зида $0,95 \leq r/R \leq 1$, где и достижу своје максималне вредности. На самом зиду, из физичких разлога, вредности централних момената су нулте. Оваква расподела је у вези са продукцијом турбуленције и турбулентном дифузијом из области великих градијената брзине, о чему ће нешто касније бити више речи.

Анализа поља корелационих момената другог реда се употпуњава са радијално-аскијалним расподелама мешовитих корелација $\langle u_i u_j \rangle, i \neq j$ на слици 5.70. Нумерички резултати показују да је вредност ових корелација мања од вредности корелација $\langle u_\alpha u_\alpha \rangle$, и да је карактер њихове расподеле такође одређен расподелама брзина у аксијалном, радијалном и обимском правцу. Посебно карактеристично за струјање у вртложним цевима је да корелација $\langle uv \rangle$ има негативне вредности готово у целом пресеку и да највеће негативне вредности достиже у широј области зида. Ова корелација мења знак на месту највећих вредности аксијалне брзине. Показује се да то има важно физичко значење за пренос количине кретања и продукцију кинетичке енергије турбуленције. Нумерички резултати за величину $\langle vw \rangle$ указују на чињеницу да је ова корелација у вези са расподелама тангенцијалне брзине у радијалном правцу и да позитивне вредности постиже у области зида $r/R \geq 0,8$, тако да има највећу вредност у непосредној близини зида.

Оваква анализа поља корелационих момената $\langle u_i u_j \rangle$ била би, у извесном смислу, потпуна да нису у питању вртложне цеви (А) и (Б) и њихов „енергетски статус“. У том смислу је даље истраживање неопходно усмерити на доминантне величине које дефинишу радове, продукцију и пренос енергије унутар вртложне цеви. Ти процеси се објашњавају ефектима међудејства средњег и флуктуационог брзинског поља. Другим речима, тражи се одговор на питања какав је физички смисао, на пример, величина $\langle u_i u_j \rangle U_j$ и $\langle u_i u_j \rangle \partial_i U_j$, и које физичке ефекте оне описују у струјном простору вртложне цеви.

Физичка међузависност наведених величина следи, добрим делом, из претходне анализе поља корелација другог реда $\langle u_i u_j \rangle$, тј. турбулентних нормалних и смицајних напона $-\langle \rho u_i u_j \rangle$. На пример, промена корелације $\langle vw \rangle$ је, физичким разматрањем, повезана са брзином W и њеном променом у радијалном правцу $\partial_r W$. Стога је природно анализирати величине $\langle vw \rangle W/r$ као и $\langle vw \rangle r \partial_r (W/r)$, које су добијене нумеричким прорачунима за вртложне цеви (А) и (Б). У сваком од четири попречна пресека датих вртложних цеви

³Не сабира се по i .

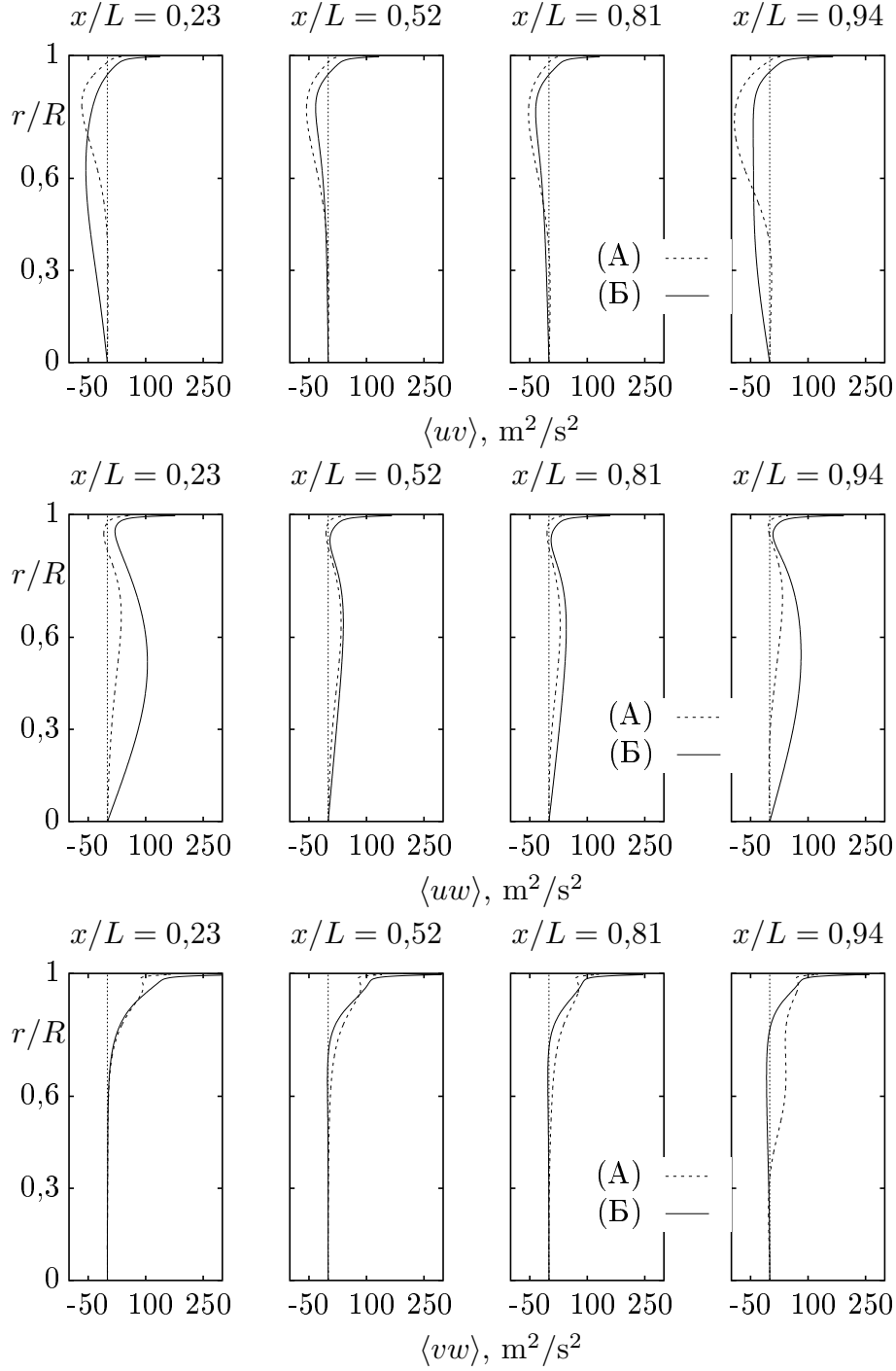
постоје домени у којима је $\langle vw \rangle \lesseqgtr 0$ (в. слику 5.70), као и струјне области у којима је $W/r \approx \text{const}$, или $\partial_r (W/r) \leq 0$ (слике 5.63 и 5.64). Физички смисао величина $\langle vw \rangle \partial_r (W/r)$ и $\langle vw \rangle (W/r)$ је у томе што се њима објашњава како продукција кинетичке енергије турбуленције и њен пренос у струјном пољу вртложне цеви, тако и утицај поља центрифугалне силе на те процесе. Наиме, у анализи поља густине (в. слику 5.66) уведени су појмови стабилизирајућег и активног тј. дестабилизирајућег дејства резултујуће центрифугалне силе. Величина $\langle vw \rangle (W/r)$ физички представља рад резултујуће центрифугалне силе wW/r по јединици масе гаса при његовом турбулентном струјању. Већ је речено да се при ротационом кретању било који турбулентни елемент, тј. флуидни делић налази у равнотежи ако је центрифугална сила уравнотежена са центрипеталним градијентом притиска, како следи $\rho W^2/r = \partial_r p$. На флуидни делић који се услед турбулентног флукуационог кретања померио из свог слоја делује резултујућа центрифугална сила $\rho (W + w)^2/r - \rho W^2/r \approx 2\rho wW/r$. Нелинеарност једначина доводи до разноврсних типова нестабилности струјања и њиховог хаотичног понашања. Према томе, ове мале разлике у положају или брзини флуидног делића, при елементарним померањима, могу веома брзо порасти, са једне стране, и брзо постати смањене тј. пригушене, са друге стране. У посматраном случају то зависи од знака величине $2\rho wW/r$. Наиме, ако она има позитивну вредност онда резултујућа центрифугална сила омогућује даље померање уоченог флуидног делића. Ово значи да у тој области постоји активно тј. дестабилизирајуће дејство центрифугалне силе на турбулентно струјно поље. Ако је, међутим, вредност величине $2\rho wW/r$ негативна, онда је даље кретање флуидног делића спречено јер се он налази у пољу стабилизирајућег тј. конзервативног дејства центрифугалне силе. Дакле, у овом случају је, услед дејства поремећаја, тј. флукуационог кретања равнотежно стање делића за које важи $\partial_r p = \rho W^2/r$, нарушено. Обзиром да је $\partial_r p > \rho W^2/r$ флуидни делић је приморан да се врати у свој почетни положај, тј. у свој слој динамичке стратификације. Ово је у сагласности са Кармановом хипотезом према којој, у ротационом кретању флуида турбулентни молови масе, тј. флуидни делићи преносе угаону брзину W/r , тако да је флукуациона брзина w у турбулентном напону смицања $-\rho \langle vw \rangle$ дефинисана изразом $W/r = \ell \partial_r (W/r)$. Ово је аналогно Прандтловој теорији о путањи мешања. Дакле, ако вредност угаоне брзине W/r гаса расте са повећањем радијалне координате r , онда је свако радијално померање флуидних делића повезано са обављањем рада против резултујуће центрифугалне силе. Заиста, ако се флуидни делић услед флукуације $v > 0$ помери у спољашњи слој, одмах постаје одбачен у супротном смеру. Ово је

последица чињенице да је центрифугална сила која делује на њега у новом слоју мања од уравнотежавајућег притиска, тако да је резултујућа сила која делује на уочени флуидни делић усмерена према оси вртложне цеви. Закључује се да се овај делић налази у области стабилизујућег дејства центрифугалне силе на турбулентно струјање. Очигледно је да аналогна анализа важи и за случај када је $v < 0$, тј. онда када се флуидни делић помера у унутрашњи слој. Процес је, међутим, потпуно супротан претходно описаном, када се угаона брзина флуида смањује при повећању радијалне координате r . Сада, пошто са порастом радијалне координате долази до опадања угаоне брзине флуида, дејство центрифугалне силе је активно. Она потпомаже флукуационо тј. турбулентно кретање односно померање флуидних делића, јер флуидни делићи у овом случају добијају допунску енергију на рачун рада центрифугалне силе.

Из претходног разматрања се закључује да је, у пољу стабилизујућег дејства центрифугалне силе на поље турбуленције ($\partial_r (W/r) > 0$), корелација $\langle vw \rangle$ негативна, јер тада позитивним флукуацијама обимске брзине $w > 0$ одговарају негативне флукуације у радијалном правцу $v < 0$, и обрнуто. У случају активног дејства резултујућих центрифугалних сила ($\partial_r (W/r) < 0$), корелациони мешовити момент је позитиван $\langle vw \rangle > 0$, јер негативној флукуацији у обимском правцу $w < 0$ одговара негативна флукуација у радијалном правцу $v < 0$. Обрнуто, позитивној флукуацији у обимском правцу одговара позитивна радијална флукуација.

У попречном пресеку $x/L = 0,23$ у области $r/R > 0,6$ вртложних цеви (А) и (Б), корелација $\langle vw \rangle$ је позитивна и има приближно исти градијент у радијалном правцу, који у непосредној близини зида достиже врло велике вредности (в. слику 5.70). Истовремено се у тој истој области ($r/R > 0,6$), вредности угаоне брзине гаса смањују са порастом радијалне координате, при чему и ови градијенти достижу изузетно велике вредности у непосредној близини зида (в. слике 5.63 и 5.64). У тој области вртложних цеви (А) и (Б) је присутно активно дејство центрифугалне силе, услед чијег рада на рачун потенцијалне енергије динамичке стратификације расте кинетичка енергија радијалног флукуационог кретања $\langle vv \rangle/2$. Тај пораст је изразит у близини зида, где расту и остале компоненте корелационог тензора $\langle u_i u_j \rangle$, а самим тим и кинетичка енергија турбуленције (слике 5.69 и 5.70)

За вртложну цев (А) аналогна ситуација остаје и у осталим разматраним попречним пресецима, с тим што се позитивне вредности корелације $\langle vw \rangle$ појављују у већем делу попречног пресека. Са вртложном цеву (Б) је ситуација нешто другачија. Наиме, у пресеку $x/L = 0,52$ за $0 \leq r/R \leq 0,8$ угаона



Слика 5.70: Радијалне расподеле смицајних напона у низструјним попречним пресецима вртложних цеви (А) и (Б).

брзина је константна тако да се ротација гаса одвија по закону крутог тела. Овде је присутан принудни вртлог, коме, у складу са изразом за турбулентни напон смицања $-\rho\langle vw \rangle = \rho\ell^2 [r\partial_r (W/r)]^2$, одговара нулта вредност корелације $\langle vw \rangle$ (в. слике 5.64 и 5.70). У том случају продукциони чланови кинетичке енергије турбуленције $2\langle vw \rangle W/r$ и $-2\langle vw \rangle \partial_r W$ у једначинама корелационих

момената другог реда ишчежавају, тако да се флукуационо кретање пригушује и турбуленција се гаси, нестаје. Међутим, у последња два пресека, нарочито у попречном пресеку $x/L = 0,94$ вртложне цеви (Б), формира се област стабилизирајућег дејства центрифугалне силе, јер у домену $0,35 \leq r/R \leq 0,8$ важе релације $\partial_r(W/r) > 0$ и $\langle vw \rangle < 0$. У овом случају се кинетичка енергија радијалног флукуационог кретања троши на рад против центрифугалне силе, тако да радијалне флукуације слабе и кинетичка енергија у радијалном правцу $\langle vv \rangle/2$ опада, јер је продукциони члан $2\langle vw \rangle W/r$ у једначини за централни момент у радијалном правцу негативан. Међутим, због продукционог члана $\langle vw \rangle \partial_r W$ у једначини за кинетичку енергију у обимском правцу, интензитет турбуленције и кинетичка енергија обимског флукуационог кретања расту. Услед тога настаје анизотропност турбуленције. Различити предзнаци чланова $-\langle vv \rangle \partial_r W$ и $\langle ww \rangle W/r$ у једначини за пренос корелационог момента $\langle vw \rangle$ изазивају смањење вредности ове корелације, која у тачки $r/R = 0,8$ мења знак, што је у претходном делу већ анализирано. Анизотропност турбуленције која се на овај начин рађа у вртложној цеви изазива пренос енергије од компоненти са већом кинетичком енергијом $\langle ww \rangle/2$ ка компонентама које су мањег интензитета турбуленције и са мањом флукуационом енергијом, у овом случају $\langle uu \rangle/2$ и $\langle vv \rangle/2$. Ова прерасподела енергије представља једну од карактеристика турбулентног поља и обавља се посредством корелација притисак-градијенти брзине. Корелација притисак-градијенти брзине има у једначини за кинетичку енергију у обимском правцу негативан знак, док у једначинама за интензитете турбуленције у друга два правца, на основу једначине континуитета, позитиван предзнак. Ово условљава уједначавање интензитета турбуленције, смањење њене анизотропности и тежњу ка изотропном турбулентном пољу. Претходна анализа је у складу са расподелом фактора анизотропности F у вртложној цеви (Б), која је приказана на слици 5.59. Анизотропност је највећа око тачке $r/R = 0,6$, у домену $0,5 \leq r/R \leq 0,7$ у пресецима $x/L = 0,81$ и $x/L = 0,94$ вртложне цеви (Б), и у овом случају се ради о осносиметричној контракцији.

За карактер процеса преноса у турбулентном пољу вртложних цеви значајне су и међусобне релације радијалних градијената угаоне брзине гаса и циркулације угаоне брзине. У вртложној цеви (Б) су готово у свим пресецима, изузев области зида у првом пресеку $x/L = 0,23$, градијенти $\partial_r(W/r)$ и $\partial_r(rW)$ истовремено истог знака (в. слику 5.64). У струјним областима од осе до смицајног слоја угаона брзина и циркулација расту, што у складу са њиховом улогом у једначинама преноса корелација другог реда, доводи до смањења турбулентног напона смицања $\langle vw \rangle$, те до гушења турбуленције услед

дејства центрифугалне силе. У области зида су оба радијална градијента истовремено негативна, што доводи до процеса генерисања кинетичке енергије турбуленције. Слика 5.63 потврђује да је аналогни процес у области зида и код вртложне цеви (А). Међутим, у свим њеним пресецима у домену $0,2 \leq r/R \leq 0,95$ су истовремено задовољене следеће неједнакости: $\partial_r(W/r) < 0$ и $\partial_r(rW) > 0$. У оваквим струјним пољима долази до смањења кинетичке енергије флукуационе обимске брзине $\langle ww \rangle$ и $\langle vw \rangle$. Аналогна ситуација настаје при обртању гаса у пољу потенцијалног вртлога ($rW = \text{const.}$), када се флукуационо кретање одржава захваљујући прерасподели кинетичке енергије турбуленције у радијалном правцу $\langle vv \rangle/2$. Са друге стране $k_v = \langle vv \rangle/2$ је генерисана радом центрифугалних сила, посредством корелација флукуације притиска-градијенти флукуационих брзина. И овај случај струјања у вртложној цеви карактерише неизотропну турбуленцију, јер енергија $\langle vv \rangle/2$ може бити знатно већа од кинетичких енергија турбуленције у аксијалном и обимском правцу. Такво струјно поље је приказано и на слици 5.57, где се уочава да за $r/R > 0,6$ фактор анизотропности F нагло опада, изражавајући тиме велики степен анизотропности и прерасподелу кинетичке енергије турбуленције у радијалном правцу на енергије k_u и k_w , што је повезано са осносиметричном контракцијом.

Посебно се наглашава да је поред значајног и директног утицаја обимске брзине на процесе турбулентног преноса, присутан и њен индиректан утицај преко радијално-аксијалних трансформација профила аксијалне и радијалне брзине. С тим у вези, истиче се да у анализи продукције и преноса енергије у вртложној цеви посебно место заузима међусобна повезаност градијента аксијалне брзине у радијалном правцу $\partial_r U$ и корелације $\langle uv \rangle$. То је потпуно аналогно детаљно датој анализи у вези са радијалном расподелом обимске брзине, односно угаоне брзине и корелације $\langle vw \rangle$. Наиме, резултати нумеричких прорачуна који су приказани на сликама 5.61 и 5.70 указују на ове закључке. О појединачним расподелама аксијалне брзине U и корелације $\langle uv \rangle$ било је речи у претходном делу дисертације. Како комбинација ове две величине физички карактерише продукцију кинетичке енергије турбуленције и промену поља корелација $\langle u_i u_j \rangle$, у складу са тим, у вртложним цевима (А) и (Б) се уочавају два доминантна домена. У првом, који се простире од осе до смицајног слоја, аксијална брзина мења знак и важе неједнакости $\partial_r U > 0$ и $\langle uv \rangle < 0$. Други домен обухвата област зида у којој настају велике промене аксијалне брзине U и смицајног напона $-\rho \langle uv \rangle$, при чему су испуњене неједнакости $\partial_r U < 0$ и $\langle uv \rangle > 0$. Аналогним размишљањем као у случају обимске брзине, закључује се

да је продукциони члан $-\langle uv \rangle \partial_r U$ позитиван, те да аксијално струјање повећава генерисање тј. продукцију кинетичке енергије турбуленције у аксијалном правцу. Једначине преноса корелационих момената $\langle uv \rangle$ и $\langle uw \rangle$ садрже, између осталих, и продукционе чланове $-\langle vv \rangle \partial_r U$, $\langle uw \rangle W/r$ и $-\langle vw \rangle \partial_r U$. Стога се може закључити да се корелација $-\langle uv \rangle$ повећава услед повећања енергије турбуленције, а на рачун аксијалног струјања. Утицај члана $2\langle uw \rangle W/r$, који је у вези са продукцијом турбуленције на рачун обртног кретања, зависи од карактера дејства центрифугалних сила у струјним областима вртложних цеви (А) и (Б), о чему је претходно било речи. Анализа је аналогна и за случај када је $\partial_r U < 0$. На основу ове анализе се закључује да ротација флуида у области стабилизирајућег дејства центрифугалне силе доводи до смањења турбулентног напона смицања $-\rho \langle uv \rangle$. Активно дејство центрифугалне силе даје супротан ефекат. Што се тиче корелације $\langle uw \rangle$, она се повећава како у области стабилизирајућег, тако и активног дејства центрифугалне силе. Ово је последица структуре чланова $-\langle vw \rangle \partial_r U$ и $-\langle uv \rangle r^{-1} \partial_r (rW)$ у једначинама корелационог момента $\langle uw \rangle$.

У претходном разматрању турбуленције у вртложним цевима (А) и (Б) добијена је значајна потврда ваљаности оригиналних нумеричких резултата. Ово следи из чињенице да су сви процеси, углавном, спрегнути са продукцијом и преносом кинетичке енергије турбуленције, анализирани са физичког становишта. Са овим је, на извешан начин, извршена валидација примењених модела турбуленције и добијених резултата, јер се показало да су у складу са физиком ових процеса, што и јесте главни циљ дисертације. Јасан и сажет математички опис физике овог дела турбуленције у вртложној цеви недвосмислено указује на суштински утицај интензитета и расподела обимске брзине на интензитет турбуленције и механизам њене продукције, као и на расподелу и пренос кинетичке енергије у појединим доменима струјне области у вртложним цевима.

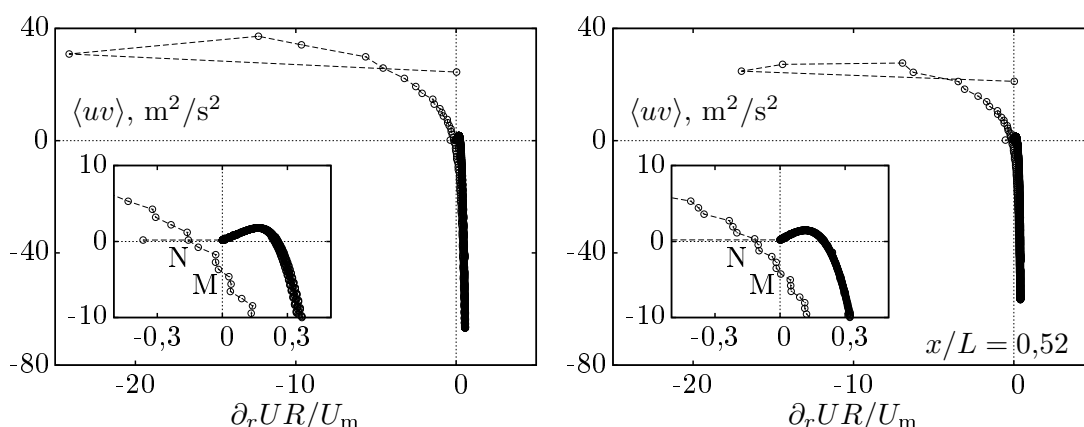
У закључку који се односи на физички смисао оригиналних нумеричких резултата повезаних са феноменом турбуленције у вртложним цевима, а у циљу даље анализе, једначина баланса кинетичке енергије турбуленције биће записана у облику, који, под извесним претпоставкама, структурално приказује њену продукцију, са величинама које у њој доминирају, и њену дисипацију, одговорну за промену унутрашње енергије гаса и формирање одговарајућих поља температуре у вртложној цеви. Енергија турбуленције се мења и у аксијалном и у радијалном правцу, али у смислу испитивања главних утицаја чине се извесне, физички оправдане претпоставке. У вртложној

цеви се истражује баланс енергија и њихов пренос који доминантно утиче на претварање вртложне цеви у „уређај за генерисање охлађеног гаса“. У томе турбуленција, како следи из претходне анализе, има значајну улогу. Наиме, када се занемари дифузија и претпостави да је $\partial_x U_i \ll \partial_r U_i$ и $V \approx 0$, онда се временска еволуција, у смислу локалне промене, укупне кинетичке енергије турбуленције може написати у следећем облику $\partial_t k = -\langle uv \rangle \partial_r U (1 - \text{Ri}_w) - \varepsilon$, где су: $\partial_t k$ локална промена кинетичке енергије турбуленције $k = \langle u_i u_i \rangle / 2$, $\text{Ri}_w = -\langle vw \rangle r \partial_r (W/r) / (\langle uv \rangle \partial_r U)$ динамички Ричардсонов број и $\varepsilon = \nu \langle (\partial_j u_i)^2 \rangle$ вискозна дисипација кинетичке енергије турбуленције ($x_i = x, r, r\varphi$, $u_i = u, v, w$). У складу са поменутом аналогijом са струјањем температурско стратификованог флуида, величина Ri_w је означена као динамички Ричардсонов број за струјања при постојању обртања флуида. Физички смисао овог броја указује на доминантне изворе продукције кинетичке енергије турбуленције који се односе на продукцију услед обртања гаса у вртложној цеви и на генерисање енергије флукуационог кретања услед аксијалног струјања. Ако не постоје извори турбуленције изван вртложне цеви, онда је Ричардсонов број, за разлику од Rf , увек негативан, тако да се укупна енергија турбуленције повећава, независно од тога да ли се струјање обавља у пољу стабилизирајућег или активног дејства центрифугалне силе. Карактер ротације гаса битно утиче на интензитет флукуационог кретања у различитим правцима, на величину турбулентних напона смицања и динамику повећања кинетичке енергије турбуленције. Обртању гаса по закону принудног вртлога $W = Cr$, $C = \text{const}$, одговара нулта вредност Ричардсоновог броја $\text{Ri}_w = 0$ која карактерише индиферентну стратификацију за енергију турбуленције. Смањење темпа, степена брзине пораста кинетичке енергије у пољу стабилизирајућег дејства центрифугалне силе испољава се кроз њено посредно дејство на члан који садржи корелацију $\langle uv \rangle$.

Уочена дејства вихора, тј. расподеле обимске брзине, која изазивају јаку анизотропност турбуленције и изразите нехомогености брзинског поља, доводе до појаве нелокалног турбулентног преноса (слике 5.71 и 5.72) у вртложним цевима (А) и (Б). У складу са градијентним моделом струјања, турбулентна размена количине кретања или енергије одвија се кретањима малих размера односно високих фреквенција. Међутим, у струјном домену постоје и структуре великих размера, односно малих фреквенција. Оне се тешко, тј. спорије прилагођавају условима струјања у сваком наредном тренутку, па се за њих везује „ефекат памћења“ турбуленције. На тај начин значајно утичу конвективним преносом на тренутна поља физичких величина

неког турбулентног струјања. Практично, у свим турбулентним струјањима у којима су присутне кохерентне структуре, процеси преноса се не могу сматрати локалним, већ се морају третирати као бимодални процеси.

Претходним истраживањима феномена нелокалног преноса је показано да је несиметричност осредњеног профила брзине или температуре довољан услов за појаву нелокалног преноса. Оваква асиметрија у профилима је примећена у закривљеном каналу, зидном млазу, у дводимензијском несиметричном млазу, у несиметричном трагу загрејаног цилиндра, вихорном нестишљивом струјању Eskinazi and Erian (1969), Vukašinović (1996), Burazer et al. (2012). Нелокални пренос у струјању се препознаје по томе што је продукциони члан у једначини преноса дате величине негативан. Отуда потиче и други назив за нелокални пренос – феномен негативне продукције. С обзиром да се у области нелокалног преноса говори о преносу енергије у „супротном“ смеру, тј. од малих вртлога према већим, у страној литератури се користи и термин „energy reversal“. Негативан знак члана продукције у једначини преноса потиче од различитих предзнака градијента осредњеног поља брзине или температуре и Рејнолдсовог напона односно турбулентног топлотног флуksа (нпр. $\langle u'v' \rangle$)⁴.

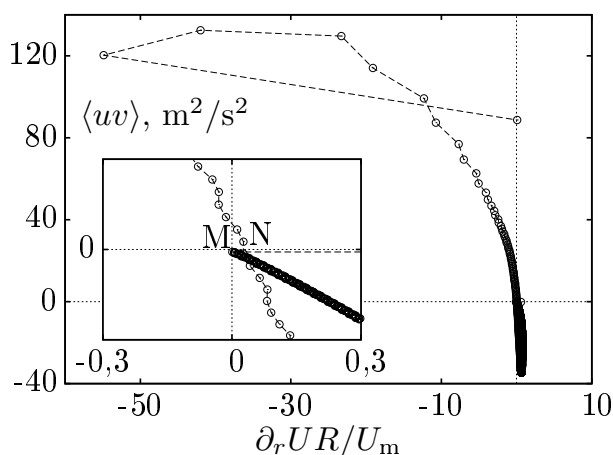


Слика 5.71: Области нелокалног преноса енергије у попречним пресецима $x/L = 0,23$ и $x/L = 0,52$ вртложне цеви (А), $U_m = 250$ m/s – уведено ради лакшег приказа члана $\partial_r UR/U_m$ на дијаграму.

Имајући у виду да се у овом раду турбулентни топлотни флуks моделира применом једначине (3.38), није могуће анализирати појаву нелокалног преноса енергије топлотом у вртложној цеви. Са друге стране, одређене су расподеле осредњених поља брзина као и турбулентних напона (слике 5.61 и 5.70). У том смислу, на слици 5.71 је приказана зависност радијалног градијента аксијалне брзине и смицајног турбулентног напона $\langle uv \rangle$ у попречним пресецима $x/L =$

⁴Користи се симбол ' и за брзинско и за температурско поље, да би било јасно да се ради о корелацији флукуационих поља брзине и температуре.

0,23 и $x/L = 0,52$ вртложне цеви (А). У оба попречна пресека се уочава уска област MN у којој је присутан нелокалан пренос количине кретања. Тачка М одговара максималној вредности брзине, док је са N означена нулта вредност одговарајућег смицајног напона. Обзиром да се ове две тачке не поклапају, може се говорити о феномену нелокалног преноса у зони MN. Ова зона се налази у смичућем слоју вихорног струјања које је присутно у вртложној цеви (А). Уочава се да је зона нелокалног преноса у оба разматрана попречна пресека исте величине и да не мења локацију у односу на радијалну координату. Исте зависности, са мањим одступањима по питању градијента аксијалне брзине у самој зони зида, се могу приказати и за остале попречне пресеке разматране кроз овај докторат. Међутим, ово не даје нове информације о нелокалности у вртложној цеви. У вртложној цеви (Б) се такође јавља област нелокалног преноса, што је приказано на слици 5.72. Доиста, област MN је, у случају вртложне цеви (Б) ужа него у случају вртложне цеви (А) и налази се ближе оси вртложне цеви.



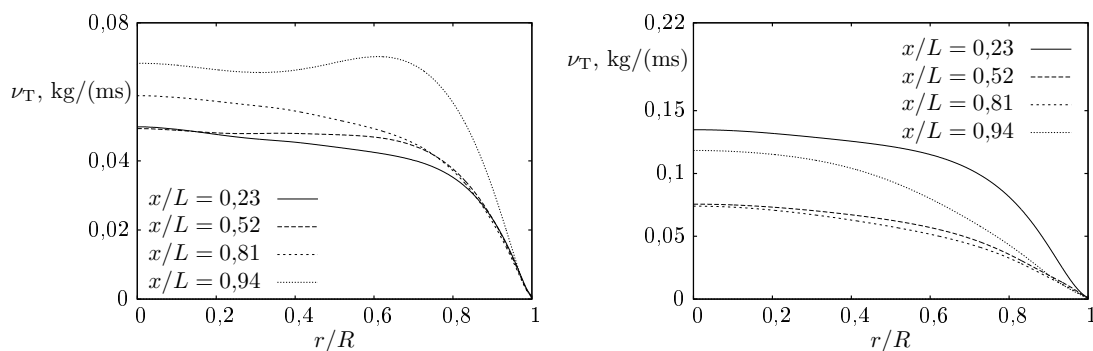
Слика 5.72: Нелокални пренос енергије у попречном пресеку $x/L = 0,82$ вртложне цеви (Б), $U_m = 250 \text{ m/s}$ – уведено ради лакшег приказа члана $\partial_r UR/U_m$ на дијаграму.

Ако се посматра једначина преноса кинетичке енергије турбуленције здружено са једначином осредњеног струјања, закључује се да у градијентном струјању енергија турбуленције потиче из механичке енергије. Од осредњеног струјања се механичка енергија предаје структурама највећих размера, а ове, сагласно Ричардсоновом каскадном преносу енергије, структурама све мањих и мањих размера. На нивоу најмањих структура, оних које су највише фреквенције, долази до дисипације енергије у топлоту. Ово је већ описано у оквиру трећег поглавља као допринос промени унутрашње енергије флуида. Ако је количина механичке енергије на нивоу структура највећих размера сразмерна оној која дисипира на нивоу најмањих размера, говоримо

о механичко-енергијској равнотежи у турбуленцији, Hinze (1975), Davidson (2004). Међутим, услед одређених поремећаја у турбулентном струјању, може доћи до нагомилавања енергије на нивоу одређених размера. Уколико уређени начин редистрибуције енергије у турбуленцији не успе да поврати равнотежу долази до повратног преноса енергије од мањих према већим структурама турбулентног струјања – нелокалног преноса, Beguier et al. (1978).

У претходном делу истраживања утврђена је анизотропност турбуленције у обе вртложне цеви. Анализирана је природа и степен те анизотропности, као и утицај редуковања протока охлађеног гаса на њу. Када се у такав карактер турбулентног поља угради и присутни феномен нелокалног турбулентног преноса и неградијентне турбулентне дифузије, као и секундарних струјања, онда за овакве физичке процесе није једноставно формирати пригодне математичко-нумеричке моделе. Из тог разлога су у овој дисертацији за прорачуне коришћени и двоједначински и пуни напонски модели. Као што је већ било речи у четвртом поглављу ове дисертације, при прорачуну вихорног струјања у вртложној цеви Бусинескова хипотеза, којом се уводи појам турбулентне вискозности, доводи до извесних ограничења у примени тих модела. Наиме, проблем затварања једначина турбулентног струјања се своди на одређивање једне скаларне величине – турбулентне вискозности, будући да су турбулентни напони посредством ове величине повезани са пољем средњих деформационих брзина, како је то дато једначином (4.1). Чињеница да ова релација повезује тензорска поља турбулентних напона и брзина деформисања посредством скаларне, а не тензорске величине, доводи не само до математичких, већ и физичких некоректности, нарочито у анизотропним флукуационим пољима и нелокалном турбулентном преносу. Сви ови феномени, заједно са наглим деформацијама вртложних структура су присутни у струјном пољу вртложних цеви (А) и (Б). Из ових разлога се Бусинескова хипотеза модификује чиме се формирају нелинеарне зависности између поља турбулентних напона и деформација. То се постиже увођењем тензора турбулентне вискозности, тако да се, имајући у виду једначину (3.41), добија нелинеарна веза између тензора анизотропности и тензора осредњене брзине деформисања.

Радијално-аксијалне расподеле скаларне турбулентне вискозности приказане су на слици 5.73. У вртложној цеви (А) турбулентна вискозност расте низструјно, тј. $\partial_x \nu_t > 0$. У већем домену саосне области ова величина се слабије мења, док за $0,6 < r/R < 1$ знатно опада до нулте вредности на зиду. На зиду и кинетичка енергија турбуленције k има нулту вредност, док њена



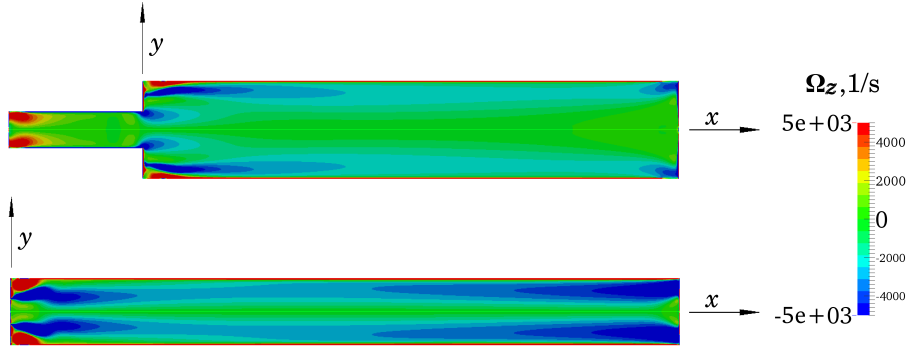
Слика 5.73: Радијална расподела скаларне турбулентне вискозности у четири разматрана попречна пресека вртложних цеви (А) и (Б).

дисипација ε има коначну вредност различиту од нуле. Вредности скаларне турбулентне вискозности у вртложној цеви (Б) су три до четири пута веће од вредности у цеви (А). То је у складу, како са продукцијом и преносом кинетичке енергије флукуационог кретања k , тако и са геометријом струјног простора и редуковањем масеног протока охлађеног ваздуха, што узрокује формирање различитих поља деформационих брзина. У складу са тим, вредности ν_T у прва три попречна пресека цеви (Б) низструјно опадају, да би се у четвртом пресеку повећале. Карактер радијалне расподеле је сличан као и у вртложној цеви (А). Због неравномерности профила брзине повећава се интензитет турбуленције, расте турбулентна вискозност ν_T , а као последица тога појачавају се и процеси мешања. Међутим, због анизотропности и анизотропног преноса количине кретања, релације $-\langle uv \rangle = \nu_T \partial_r U$ и $-\langle vw \rangle = \nu_T r \partial_r (W/r)$ доводе до погрешних физичких закључака о вихорном струјању у вртложној цеви. То је случај и са процесима турбулентне дифузије, неградијентног турбулентног преноса као и неукључивања структуре вртлога са њиховим „памћењем“ предисторије струјања. Сви ови ефекти се донекле, али не потпуно, обухватају увођењем тензора турбулентне вискозности са компонентама $\nu_{T,ij} = \nu_{ij}$. Тако би у првом наведеном изразу ν_T било замењено са компонентом $\nu_{rx} = \nu_{vu}$, а у другом са $\nu_{r\varphi} = \nu_{vw}$. Из ових разлога су у овој дисертацији, ради тачнијег нумеричког предвиђања физике струјања, поред двоједначинских модела примењени и пуни напонски модели, у којима су моделирани тензори дифузије, редистрибуције и дисипације.

Феномени стратификације температурског поља заснивају се на различитим флуксевима енергија, сложеној структури вртлога и нехомогеном пољу вртложности. У свим овим процесима дисипација енергије има значајну улогу, која је у директној вези са вискозношћу, флукуационим брзинским пољем и турбулентним напонима, али и са пољем вртложности и расподелом енстрофије.

Структура турбулентних вртлога, вртложности и њене значајне флукуације, као и интензивни процеси дифузије и каскадни пренос енергије су основне карактеристике турбуленције. И дан данас се истражују механизам којим се на врло компликован начин „узима“ енергија од осредњеног кретања, начин на који она дифундира и размењује се са турбулентном енергијом која потиче из корелација са флукуацијама притиска, и како у најмањим вртложима дејством вискозности ова енергија дисипира у топлоту. Утицај вискозности се може појавити само у кретању са малим размерама дужине и времена, независно од тога, да ли настаје или не промена густине. Познато је да при довољно великим вредностима Рејнолдсовог броја процес издужења вртложних влакана генерише не само пренос енергије од већих ка мањим размерама, већ и постепено умањивање анизотропије. Ово својство важи и при постојању флукуација густине, тако да се процес дисипације у домену кретања вртлога малих размера може сматрати изотропним. Спектар вртлога обухвата различите типове вртлога: од раванских и цилиндричних до просторних вртлога чији је један од примера спирални вртлог. Ако флуидни делићи поседују ротацију око сопствене осе обртања, онда настају различите класе вртложних струјања. Суперпозицијом обртног кретања са аксијалним формира се просторни вртлог који карактерише вихорно струјање у вртложној цеви и који припада класи спиралних, хеликоидних вртлога. Напомиње се да профил обимске брзине $W(r) = Ar + B/r$; $A, B = \text{const.}$ представља тачно решење Навије-Стоксових једначина при равномерном обртању два саосна цилиндра око заједничке осе. Сагласно дефиницији да је вртложност угаона брзина којом се флуидни делић, као делић круте материје, обрће око сопствене осе ротације, добија се физичка интерпретација ротора брзине $\underline{\Omega} = \nabla \times \underline{u}$. На слици 5.74 приказано је поље осредњене вртложности $\Omega_z(x, y) \equiv \Omega(x, r)$, при чему је $\Omega_z k$ компонента вектора вртложности $\underline{\Omega}$ у правцу управном на меридијанску раван вртложних цеви (А) и (Б). Нумерички израчунате расподеле величине $\Omega_z = \partial_x V - \partial_y U$ јасно указују на утицаје геометрије струјног простора и редуковања протока охлађеног гаса на просторни распоред домена са изразито великим вредностима вртложности. Дакле, ротација флуидног делића, тј. његова угаона брзина Ω изражена је посредством извода брзина $\partial_j U_i$, тако да предзнак величине Ω_z дефинише смер локалне ротације флуидног делића. Сагласно усвојеном правилу, позитивна угаона брзина одговара ротацији делића у позитивном математичком смеру.

Максималне вредности вртложности у обе вртложне цеви достижу се у равнима $x = 0$ и задржавају се низструјно у области зида. На крају топле цеви вртложне цеви (А) у области зида су два домена са негативним вредностима.



Слика 5.74: Поље вектора вртложности у правцу z осе, у меридијанском пресеку вртложних цеви (А) и (Б).

Исте вредности вртложности су присутне и на крају топле цеви у вртложној цеви (Б), али у знатно већем домену и у радијалном и аксијалном правцу. Исте структуре по интензитету и смеру ротације постоје у улазним пресецима обе вртложне цеви. Разлика је у томе што, у вртложној цеви (Б), ротација флуидних делића у негативном математичком смеру опстаје дуже низструјно. Поље вртложности је у складу са променама осредњеног брзинског поља U, V у меридијанској равни (слика 5.61), као и са физиком флукуационог брзинског поља повезаним са генерисањем и редистрибуцијом турбулентних напона (слике 5.69 и 5.70). Познато је да се просторно временска еволуција векторског поља вртложности дефинише једначином вртложности која одређује динамику вртлога. За предвиђену анализу у овој дисертацији, међутим, једначине за тренутну, осредњену и флукуациону вртложност нису неопходне, па се овде задржавамо на анализи нумеричких резултата приказаних на сликама 5.74 и 5.75, који се за вртложне цеви по први пут појављују у литератури. У Чантрак (2012) су експериментално истраживана поља ових величина у цевима иза кола аксијалних вентилатора. Нумеричка истраживања у овој дисертацији која се односе на поља средње вртложности и енстрофије су оригинална и упућују на будуће правце рада у овој области. У складу са физичким тумачењем нумерички одређених поља потребно је истаћи међузависност поља турбулентних напона (слике 5.69 и 5.70) и флукуационог поља вртложности како следи

$$\langle \underline{u}' \times \underline{\Omega}' \rangle = \nabla \cdot (k \underline{I} - \langle \underline{u}' \underline{u}' \rangle) \quad \leftrightarrow \quad \varepsilon_{ijp} \langle u_j \Omega'_p \rangle = \partial_j k \delta_{ji} - \partial(\langle u_i u_j \rangle)$$

где је $\underline{\Omega}' = \nabla \times \underline{u}'$ вектор флукуационе вртложности, а $\Omega'_p = \varepsilon_{prs} \partial_r u'_s$ његова p -та компонента. Дакле, просторне промене Рејнолдсових напона изражавају се уз помоћ корелација флукуација брзине и флукуација вртложности. При томе је

такође значајно да величина $\langle \Omega'_j \partial_j u'_i \rangle$ карактерише генерисање или деструкцију средње вртложности Ω_i посредством истезања или ротације вртложних влакана, где $\partial_j u'_i$ представља флукуационе брзине деформисања. У нашем случају је $\Omega_i \equiv \Omega_z$ и због тога је целокупна анализа од великог физичког значаја. Све ово говори о врло сложенем механизму турбулентних процеса који се одвијају у вртложним цевима.

Аналогно кинетичкој енергији $0,5 \underline{u} \cdot \underline{u} = \underline{u}^2/2$ у пољу брзине, уведена је енстрофија $0,5 \underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega} = |\underline{\Omega}|^2/2$ у пољу вртложности. Овим аналогним величинама, које представљају енергије одговарајућих врста кретања флуидних делића и струјања флуида, одговарају и аналогне транспортне једначине. Оне су физичким процесима који обухватају вискозне дисипативне ефекте међусобно повезане. Наиме, на основу израза за функцију дисипације $\Phi = \underline{\tau} : \underline{S}$ и енстрофију $|\underline{\Omega}|^2/2 = \underline{\underline{\Omega}} : \nabla \underline{u}$ добија се зависност

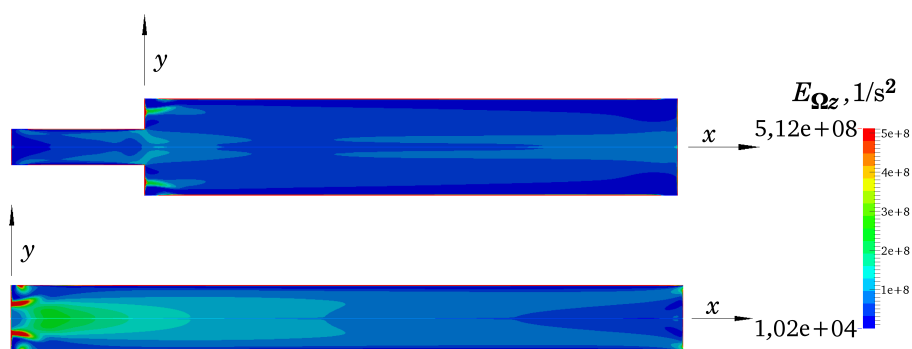
$$\int_V \Phi dV = \mu \int_V |\underline{\Omega}|^2 dV,$$

која укупну дисипацију енергије у јединици времена у произвољној коначној запремини V изражава запреминским интегралом поља енстрофије у тој запремини. Дакле, процеси деструкције енстрофије и дисипације механичке енергије услед дејства вискозности су аналогни. Поред тога, интензификација вртложности у деформационом пољу, чијим се дејством одвија издужење вртложних влакана, се најчешће описује једначином енстрофије. Према томе, процесима издужења или скраћења вртложног влакна генерише се или редукује енстрофија.

Динамика енстрофије у турбулентном струјању описује се једначинама за средњу енстрофију E_Ω и флукуациону енстрофију E'_Ω . Поље средње енстрофије дефинисано је изразом $E_\Omega = \underline{\Omega}^2/2 = \Omega_i \Omega_i/2$, у коме Ω_i представља i -ту компоненту вектора средње вртложности. Једначина за средњу енстрофију описује процесе њеног преношења турбулентном интеракцијом вртложности и брзине, њено генерисање пољем средње брзине деформисања, градијентне продукције флукутирајуће вртложности, њену продукцију изазвану међудејством флукутирајућих вртложности и брзина деформисања, као и њено вискозно преношење и вискозну дисипацију. Овоме треба придодати важну чињеницу, са физичке тачке гледишта, да је дисипација кинетичке енергије турбуленције спрегнута са турбулентном флукуационом енстрофијом изразом $\varepsilon \approx 2\nu E'_\Omega$. Поље средње енстрофије $E_{\Omega z} = \Omega_z^2/2$, које је приказано на слици 5.75 коренспондира са дисипационим ефектима

у вртложним цевима (А) и (Б). Физичка интерпретација поља средњих вртложности и средње енстрофије омогућава ближи увид у структуру вртлога, њихове каскаде и домене изразите вискозне дисипације. На сликама 5.74 и 5.75 се уочава да се структура домена са константним, али различитим вредностима енстрофије доста разликује код цеви (А) и (Б). Разлика такође постоји и у облику и распореду струјних области $\Omega_z = \text{const.}$ и $E_{\Omega_z} = \text{const.}$ што има своје пуно физичко значење. Као што је већ напоменуто, величина Ω_z је кинематички појам који карактерише ротацију флуидног делића око сопствене, у овом случају, z осе, док се величина E_{Ω_z} везује за енергију тог кретања.

Физички смисао енстрофије суштински повезује вртложне цеви (А) и (Б). Заиста, максимална вредност енстрофије је у танком слоју области зида. Овај резултат је, не само у нумеричком, већ пре свега у физичком складу са максималним вредностима вртложности Ω_z у истом домену. Иако су ово нумерички резултати за компоненту вектора вртложности у правцу z -осе, могуће је добити неке физичке закључке о размерама вртлога и њиховој дисипацији. Наиме, пораст енстрофије у некој области карактерише раст брзине дисипације кинетичке енергије у тој области. Физика ових процеса је нумеричком анализом дочарана на слици 5.78, коју треба, са физичке тачке гледишта, анализирати заједно са сликама 5.77 и 5.79, што ће касније и бити урађено.

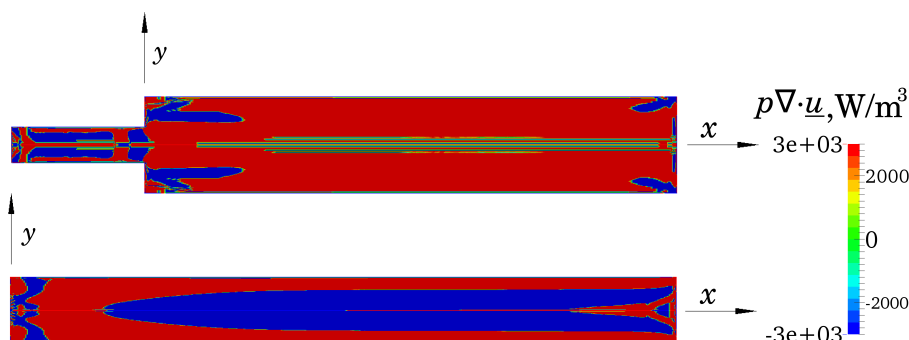


Слика 5.75: Расподела енстрофије E_{Ω_z} у радијалном и аксијалном правцу меридијанске равни вртложних цеви (А) и (Б).

Изражена слојевитост у расподели енстрофије присутна је у радијалном правцу у непосредној близини улазног пресека у обе вртложне цеви. У смеру од осе ка зиду цеви, наизменично се смењују области са већим и мањим вредностима енстрофије. Ове области се проширују низструјно у обе цеви, као и у хладној цеви вртложне цеви (А). Два саосна домена карактеристичног облика од којих један почиње у улазном пресеку $x = 0$ вртложне цеви (А), а други се протеже аксијалном координатом у вредностима $0,4 < x/L < 1$, раздваја

највећа струјна област која се пружа целом дужином цеви све до области зида. У хладном делу ове вртложне цеви ($x < 0$) енстрофија је такође стратификована и у радијалном и у аксијалном правцу. У вртложној цеви (Б) се од улазног пресека $x/L = 0$ низструјно до пресека $x/L = 0,5$ простире велика структура у којој вредност енстрофије опада у аксијалном правцу. Ова структура се шири и у радијалном правцу. Ове разлике у пољима вртложности Ω_z и енстрофије E_{Ω_z} у струјним просторима вртложних цеви (А) и (Б) указују на велики утицај геометрије струјног простора и редукције масеног удела охлађеног гаса на радијално-аксијалну расподелу ове две важне физичке величине. Приметне су структурално различите области са истим вредностима ове две величине у вртложним цевима (А) и (Б), као и различита тополошка структура линија константне вртложности $\Omega_z = \text{const.}$ и линија константне енстрофије $E_{\Omega_z} = \text{const.}$ Ако се има у виду да градијенти средњих брзина, на пример у члану $\Omega_j \partial_j U_i$, битно утичу на еволуцију вртложности Ω_i , а да члан $\Omega_i \Omega_j S_{ij}$ у једначини за средњу енстрофију карактерише продукцију средње енстрофије E_{Ω} пољем средње брзине деформисања, онда је јасна повезаност, у физичком смислу, слика 5.61, 5.74 и 5.75. У вртложној цеви је утицај вискозности од великог значаја за све физичке процесе, те је и вискозна дисипација енстрофије E_{Ω} одређена чланом $\nu \partial_j \Omega_i \partial_i \Omega_j$, као што је интензивна дисипација енергије у зидној области дефинисана максималним вредностима вртложности $\Omega_{i,\text{max}}$ и енстрофије $E_{\Omega,\text{max}}$. Према динамици вртлога, кључном делу турбуленције, турбулентни вртлози малих размера имају велику вртложност, а вртлози великих размера највећу енергију. Са физичког становишта изгледа тако једноставно формирати „ланац“: интензивна вртложност – велика енстрофија – мали вртлози – интензивна дисипација кинетичке енергије турбуленције. У овој дисертацији је и у овом погледу дат научни допринос. Доиста, при томе се мора задржати неопходна научна опрезност, јер су, како је већ речено, у овом случају нумерички одређене компоненте вртложности и енстрофије, а ради се о веома сложеној тродимензионалној структури спиралних вртлога. На основу слика 5.74 и 5.75 се, међутим, могу повезати нумерички одређена поља вртложности и енстрофије са извесним размерама и структурама вртлога које у геометријско-тополошком смислу припадају меридијанским равнима вртложних цеви (А) и (Б). Наиме, максималним вредностима вртложности и енстрофије у области зида одговара и највећа дисипација енергије, док линијама константне вртложности $\Omega_z = \text{const.}$ и константне енстрофије $E_{\Omega_z} = \text{const.}$ одговарају одређени процеси генерисања и преноса енергије, као и стратификације температурског поља (слике 5.77, 5.79 и 5.80). У том

смислу се у наставку анализира физички смисао утицаја величине $p\nabla \cdot \underline{u}$ на баланс енергије у вртложној цеви. Физичка анализа расподеле ове величине у меридијанској равни вртложних цеви (А) и (Б), истовремено служи и за извесну проверу ваљаности резултата имплементираних солвера и примењених модела турбуленције.



Слика 5.76: Расподела члана једначине унутрашње енергије $p\nabla \cdot \underline{u}$ у меридијанској равни вртложних цеви (А) и (Б).

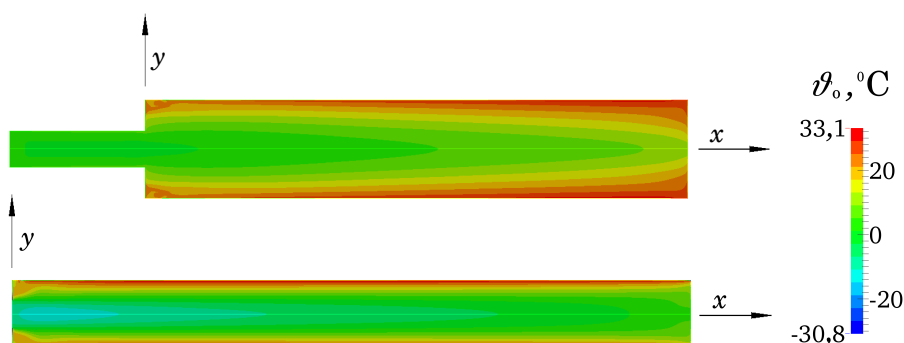
Члан једначине унутрашње енергије $p\nabla \cdot \underline{u}$ приказан је за вртложне цеви (А) и (Б) на слици 5.76. Физички је неопходно посматрати истовремено и поља притиска p и дивергенције брзине $\nabla \cdot \underline{u}$ (слике 5.65 и 5.68), јер њиховим садејством долази до промене унутрашње енергије, а тиме и енталпије и температуре флуида. Ове величине, од којих је притисак термодинамичка, а дивергенција брзине кинематичка величина, су анализирани у претходном делу дисертације. Њихово заједничко дејство у виду члана $p\nabla \cdot \underline{u}$ има значајну улогу у струјном пољу вртложне цеви, јер утиче на њен енергентски баланс и на феномен стратификације поља температуре. Наиме, физички смисао овог члана једначине енергије је да он представља онај део укупног рада површинских сила који се односи на рад сила притиска којим се генерише унутрашња енергија гаса. Продукција зависи од предзнака величине $p\nabla \cdot \underline{u}$, који је одређен предзнаком поља дивергенције брзине. Ако се флуидни делић креће у домену струјног простора у коме се његова запремина, на пример, повећава, онда се он налази, сагласно релацији $(dV_m)^{-1}D(dV_m)/Dt = \nabla \cdot \underline{u}$, у области у којој је дивергенција позитивна. Ово одговара раду $p\nabla \cdot \underline{u} > 0$ који флуид врши током експанзије. То доводи, сагласно једначини унутрашње енергије, до смањења унутрашње енергије, енталпије и температуре, што има за последицу хлађење гаса. Супротно је у физичким процесима који узрокују смањење запремине флуидних делића при њиховом кретању у областима компресије, када долази до интерног загревања флуида. Ови процеси су нумерички анализирани, и на слици 5.76 су посредством расподеле $p\nabla \cdot \underline{u}$ величине приказани за струјне

просторе вртложних цеви (А) и (Б).

Области експанзије и компресије својим тополошким структурама у знатној мери указују на утицај како геометрије цеви (А) и (Б), тако и редукованог протока охлађеног гаса, на процесе експанзије и компресије гаса у њима. Домени компресије у хладној цеви вртложне цеви (А) ограничени су областима експанзије, обе највећих интензитета у приказаној расподели. Интересантна је структура у области зида и хладног излаза, где је област компресије „прикљештена“ између области експанзије. У почетном делу топле цеви вртложне цеви (А) формирана је издужена област компресије, такође највећег интензитета, која постоји и на крају цеви у облику две локализоване структуре. У саосном делу су, скоро целом дужином цеви, присутне танке слојевите структуре експанзије мањег интензитета. У зидној области је присутна компресија, док је у преосталом делу струјног простора вртложне цеви (А) присутна експанзија гаса. Структура ових области компресије и експанзије је нешто једноставнија за вртложну цев (Б). У улазном пресеку и његовој околини формиран је експанзионо-компресиони домен, који се продужава у експанзиони домен истог интензитета све до краја цеви. У овој области експанзије налази се саосна конфигурација облика јако издуженог обртног параболоида у којој се одвија компресија. Унутар ове компресионе структуре у саосној области на крају цеви и целом дужином цеви постоји област експанзије истог интензитета. На самом крају вртложне цеви (Б) је формирана локализована област компресије. У зидним областима вртложних цеви (А) и (Б) је присутна компресија. У знатно већем струјном простору, нарочито саосном, у вртложној цеви (Б) је израженија компресија него у цеви (А). Претходно је већ анализирано да се овде ради о реверзибилном процесу којим се механичка енергија, тј. рад претвара у унутрашњу енергију, и обрнуто.

Да још једном истакнемо да физичка структура члана $p\nabla \cdot \underline{u}$ припада оним величинама које повезују силе, тј. напоне са брзинама деформисања флуидног делића. Због такве структуре, ове величине дефинишу процесе којима се мења унутрашња енергија флуида, а тиме и температурско поље. При овоме увек имамо на уму радијална кретања флуидних делића и турбулентних молова масе или вртложних структура, у пољу центрифугалне силе са израженим радијалним градијентима поља брзине, притиска и температуре. Наиме, аналогно величини $p\nabla \cdot \underline{u}$ која доводи до хлађења или загревања гаса при његовој експанзији или компресији, физички ће бити разматрани и утицаји смицајних турбулентних и вискозних напона на феномен стратификације поља температуре.

Расподеле тоталне температуре ϑ_o у меридијанским равнинама вртложних цеви (А) и (Б) приказане су на слици 5.77. Физичка анализа нумерички добијених резултата за расподеле ϑ_o има два циља. Први се односи на анализу утицаја геометрије вртложних цеви (А) и (Б), као и редуковања протока охлађеног гаса на поље тоталне температуре. Други се састоји у физичкој анализи доминантних механизма преноса енергије у вртложној цеви. Ови резултати показују да се применом имплементираних солвера, усвојених модела турбуленције и нумеричких метода могу описати физика преноса енергије и феномен стратификације поља тоталне температуре у вртложној цеви.



Слика 5.77: Расподела тоталне температуре у меридијанском пресеку вртложних цеви (А) и (Б).

Заиста, очигледна је раслојеност по тоталној температури, при чему је ова стратификација изражена нешто сложенијом функцијом $\vartheta_o \equiv \vartheta_o(r/R, x/L)$ код вртложне цеви (А) него код цеви (Б). Основни подаци су везани за улазне и излазне вредности тоталне температуре ваздуха, па се оне дају за обе цеви: вртложна цев (А): $\vartheta_{o,in} = 21^\circ\text{C}$, $\vartheta_{o,h} = 27,7^\circ\text{C}$, $\vartheta_{o,c} = 3,2^\circ\text{C}$; вртложна цев (Б): $\vartheta_{o,in} = 23,9^\circ\text{C}$, $\vartheta_{o,h} = 16,7^\circ\text{C}$. Низструјна промена температурског поља у области зида је израженија у вртложној цеви (А) него у цеви (Б) и одвија се у слоју чија се дебљина низструјно повећава, и то тако што се низструјно тотална температура повећава. Зидни слој је, међутим, у вртложној цеви (Б) мање дебљине која се низструјно не мења у значајној мери. Дакле, овде целом дужином овог слоја имамо тоталну температуру приближно исте вредности. Према томе, у области зида вртложне цеви (А) тотална температура низструјно опада, док је у вртложној цеви (Б), она приближно константна. Температурско поље у средишњој и саосној области анализираћемо за сваку вртложну цев посебно. У струјној области вртложне цеви (А) стратификовани температурски слојеви се низструјно благо повијају и спуштају од зида ка оси цеви, тако да граничне изотерме $\vartheta_o = \text{const.}$ у меридијанској равни имају облик приближан параболама које почињу на улазном зиду ($x = 0$), а темена су им на x -оси.

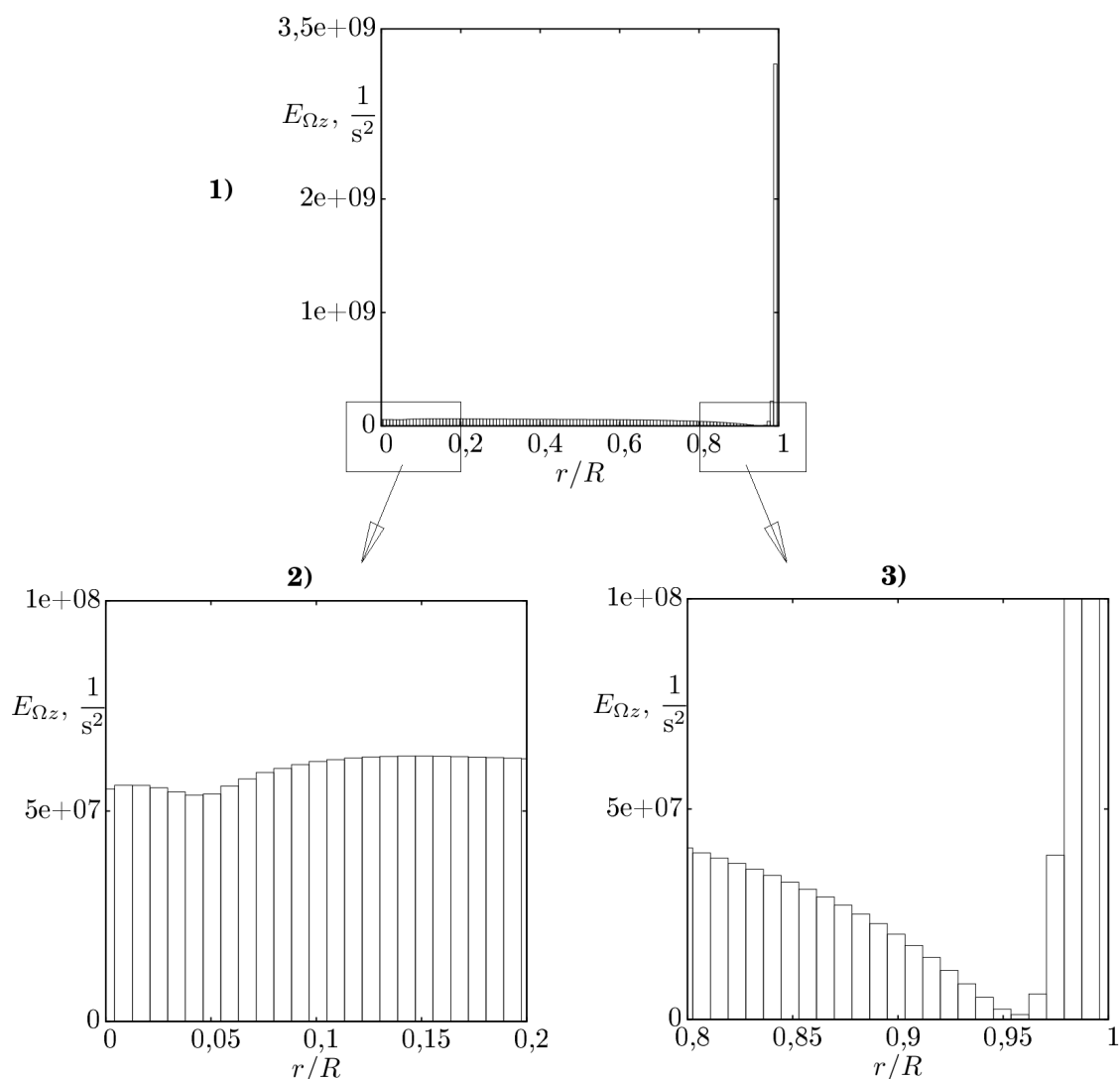
Пошто се ово односи на меридијанску раван, онда се у простору може говорити о изотермским површима које температурску стратификацију математички представљају конгруентним обртним параболоидима са теменима на x -оси. У саосној области топле цеви вртложне цеви (А) је $\vartheta_o = (5 - 8)^\circ\text{C}$, при чему тотална температура на самој оси низструјно расте (слика 5.77). У хладној цеви вртложне цеви (А) вредност тоталне температуре на оси је $\vartheta_o = 3,2^\circ\text{C}$. Анализа поља тоталне температуре у вртложној цеви (А) се овим не завршава, будући да ће се још говорити о неким карактеристичним изотермама, тј. изотермским површима, као и о најнижој тоталној температури од $-3,2^\circ\text{C}$ која се постиже у непосредној близини улазног зида $x = 0,01\text{ mm}$ (слика 5.81).

Температурска стратификација у струјном простору вртложне цеви (Б) је структурално другачија од оне у цеви (А). Одавде се закључује о утицају геометрије вртложне цеви и начина редуковања масеног удела охлађеног гаса на процесе генерисања и преноса енергије. Наиме, стратификација поља тоталне температуре у цеви (Б) одиграва се у слојевима који су скоро паралелни x -оси, тако да су изотерме $\vartheta_o = \text{const.}$ у меридијанској равни приближно паралелне x -оси, изузев почетног саосног дела цеви скоро до $x/L = 0,5$ у коме слој охлађеног ваздуха има облик једнакокраког троугла у меридијанској равни, са основицом на зиду $x = 0$ и врхом на x -оси. У просторном смислу овај слој охлађеног ваздуха има облик купе са базом на зиду $x = 0$ и врхом на x -оси. Кроз овакву слојевиту охлађену структуру за $x = \text{const.}$ тотална температура у радијалном правцу у смеру ка оси цеви опада. Овакви резултати не само да су физички оправдани, већ представљају суштинску, физичку заснованост свих процеса који се одвијају у вртложној цеви. И низструјна промена температурског поља то потврђује, будући да у позитивном смеру x -осе тотална температура расте. У области зида цеви изотерме су праве паралелне зиду, које уствари представљају изводнице изотермских саосних цилиндричних површи, у смислу претпостављене оносиметричности, са заједничком x -осом. Тотална температура, кроз ове температурски стратификоване слојеве, за било које $x = \text{const.}$ опада од зида вртложне цеви ка њеној оси. У основном струјном домену између области зида и саосне области, у ширем смислу, успоставља се температурско поље са вредношћу $\vartheta_o = 5^\circ\text{C}$. Иста ова температура је у аналогном струјном домену и у вртложној цеви (А).

На основу претходне анализе могуће је упоредити извесне карактеристике вртложних цеви (А) и (Б). Најпре да истакнемо да је слој ϑ_o у непосредној близини зида веће дебљине у цеви (А) него у (Б). Стратификација поља температуре у широј области зида је израженија у цеви (А) од оне у (Б).

Постепени пад тоталне температуре у радијалном правцу одвија се кроз криволинијске изотерме тоталне температуре у цеви (А), за разлику од праволинијских изотерми скоро паралелних x -оси у цеви (Б). У вртложној цеви (Б) се постижу знатно мање вредности ϑ_0 . У цеви (Б) је израженија стратификација тоталне температуре у већој области охлађеног ваздуха која је знатно већа него у цеви (А). На слици 5.81 су приказане најмање тоталне температуре које се постижу у цевима (А) и (Б), и биће утврђено да је ова температура у цеви (Б) знатно нижа од оне у цеви (А). Ове разлике су проузроковане геометријом струјног простора и редуковања протока охлађеног ваздуха у вртложној цеви (Б). Услед тога су настала интензивнија мешања ваздуха, различите вртложне структуре и секундарна струјања, као и другачији пренос енергије, што је у свом интерактивном деловању довело до разлика у струјно-термичком понашању вртложних цеву (А) и (Б).

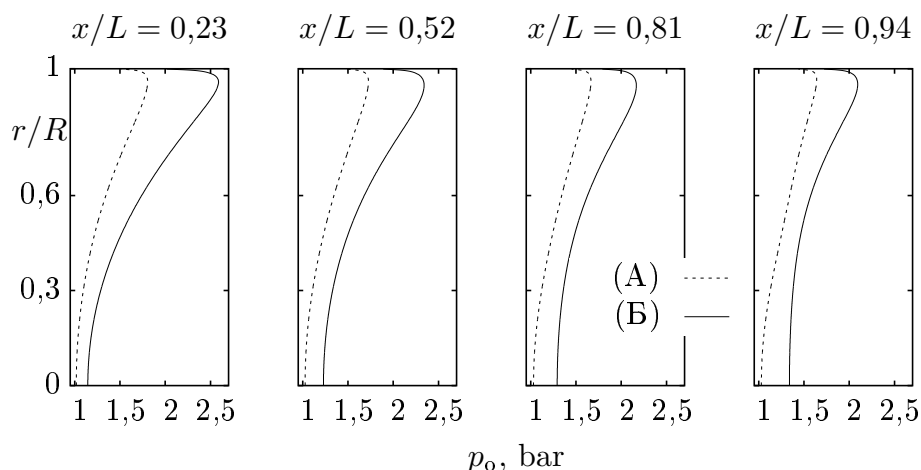
Спектрална теорија турбуленције заснива се на чињеници да турбулентно струјање чине спектар флукуација веома различитих фреквенција и да механизми турбулентних процеса (генерисање кинетичке енергије турбуленције, њена прерасподела, пренос или дисипација) кореспондирају са разним доменима фреквентног спектра, а тиме и са различитим просторним и временским размерама. Спектралним карактером турбулентног поља се физички тумаче узајамне интеракције унутар спектра између појединих класа вртложних структура. У том смислу смо у претходном делу дисертације анализирали суштинску повезаност поља вртложности и дисипације (слике 5.74 и 5.75). Значај тог питања истичемо и у оквиру анализе расподеле тоталне температуре и тоталног притиска. Наиме, на слици 5.78 је врло индикативно приказана расподела енстрофије $E_{\Omega z}$ у вртложној цеви (А) у њеном попречном пресеку $x/L = 0,23$, који нема неке посебне карактеристике у односу на остала три пресека разматрана кроз ову дисертацију, тако да су закључци општег карактера. Бројне вредности енстрофије у целом пресеку одговарају анализираним вредностима на слици 5.75. У саосној области је ова величина приближно константна, да би у широј области зида енстрофија опадала у смеру ка зиду и постала једнака нули у околини тачке $r/R = 0,95$. У домену струјног поља $0,95 < r/R < 1$ енстрофија поново расте, да би у непосредној близини зида, у слоју $0,98 \leq r/R \leq 1$ постигла своју највећу, максималну вредност. И овде су нумерички резултати у складу са процесима преноса енергије у вртложној цеви (А). Наиме, у овом истом домену тотална температура достиже своју највећу вредност у том пресеку (слике 5.77 и 5.80). Такође и тотални притисак у смицајном слоју достиже максималну вредност (слика 5.79). У



Слика 5.78: Радијална расподела енстрофије E_{Ω_z} у попречном пресеку $x/L = 0,23$ вртложне цеви (А): 1) цео попречни пресек, 2) саосни део и 3) област зида.

том истом зидном слоју, са највишом тоталном температуром, вртложност Ω_z има највећу вредност. Турбулентни вртлози са највећим таласним бројевима, тј. са најмањим размерама имају највеће вредности вртложности. У складу са каскадним преносом енергије кроз таласни спектар све до струјног домена великих таласних бројева у коме вискозни ефекти могу да делују дисипативно, закључује се да се у анализираном домену одвија дисипација кинетичке енергије турбуленције. Овим резултатима је потврђена претходна анализа у овој дисертацији, која се односила на важно физичко-математичко јединство тоталне температуре и вртложности, као и дисипације и енстрофије. При томе, треба имати у виду да су тотална температура и дисипација рачунати за укупно турбулентно поље, док се вртложност и енстрофија односе на компоненту

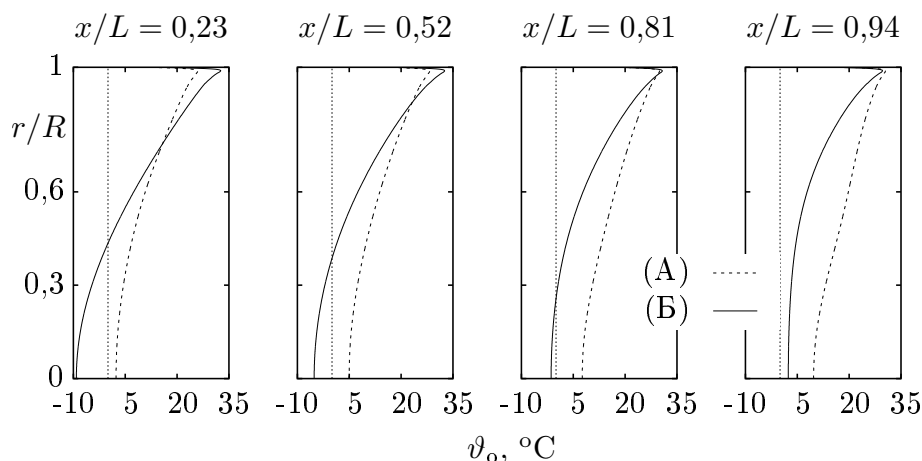
вектора вртложности у правцу управном на меридијанску раван.



Слика 5.79: Трансформација профила тоталног притиска у низструјним пресецима вртложних цеви (А) и (Б).

За сваку комплекснију анализу неопходно је поља разматраних величина спрегнути са пољем како статичког, тако и тоталног притиска. Закључено је да је радијални градијент притиска у пољу центрифугалне силе позитиван ($\partial_r p > 0$), а да у аксијалном правцу притисак опада на зиду, док у оси цеви расте (слика 5.65). То проузрокује повећање аксијалне брзине у близина зида, а тиме и већи пренос енергије и количине кретања. Поред тога могућ је настанак повратног струјања (слика 5.61). Карактер промене тоталног притиска у вртложним цевима (А) и (Б) приказан је на слици 5.79. Промене ове физичке величине сличне су променама брзинског поља, тако да се највеће вредности тоталног притиска $p_{o,max}$ појављују у смицајном слоју. Тотални притисак у попречном пресеку вртложне цеви (А) и (Б) расте од осе ка зиду ($\partial_r p_o > 0$) све до смицајног слоја, а потом у области зида $0,95 < r/R < 1$ опада. У свим тачкама струјног поља је тотални притисак већи у цеви (А) него у цеви (Б), што је у складу са расподелама аксијалне, радијалне и обимске брзине (слика 5.61). У саосној области цеви (Б) p_o низструјно расте, док у цеви (А) остаје непромењен, што је опет спрегнуто са променама брзинског поља и поља статичког притиска. Највеће $v_{o,max}$ и $p_{o,max}$ и најмање $v_{o,min}$ и $p_{o,min}$ вредности тоталне температуре и тоталног притиска припадају истом домену струјне области у вртложним цевима (А) и (Б) што потврђују слике 5.79 и 5.80.

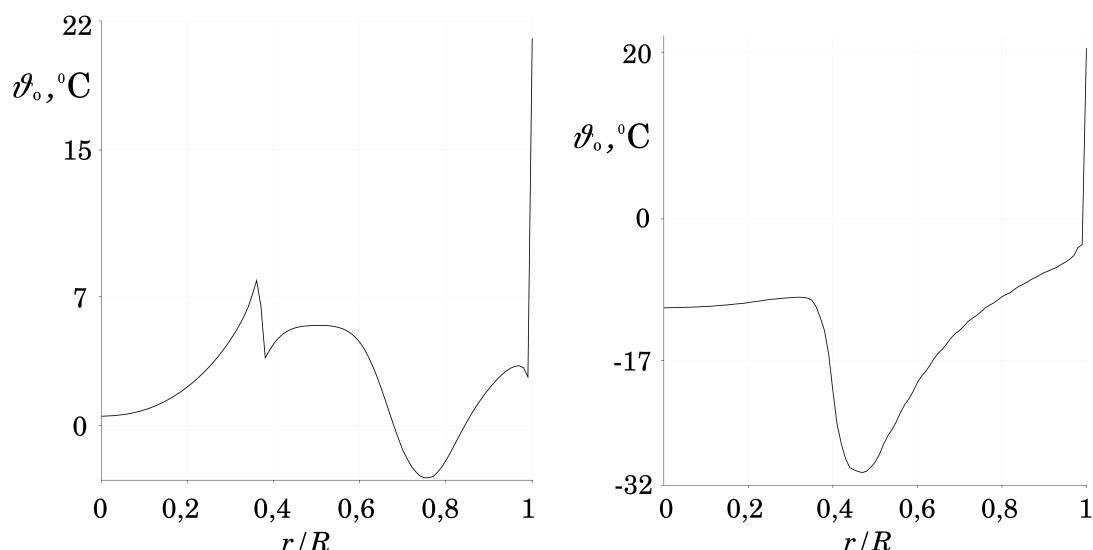
Расподела тоталне температуре (слика 5.77) је детаљно анализирана, као и њена повезаност са пољем вртложности и енстрофије. Радијално-аксијалне расподеле величине тоталне температуре на слици 5.80 показују извесне разлике за вртложне цеви (А) и (Б), које су уочене и на слици 5.77. Заједничко за



Слика 5.80: Расподела тоталне температуре у радијалном правцу, у попречним пресецима $x/L = 0,23$, $x/L = 0,52$, $x/L = 0,81$, $x/L = 0,94$ вртложних цеви (А) и (Б).

тоталну температуру у обе цеви је да у области $0 < r/R < 0,98$ радијални градијент има позитивну вредност ($\partial_r \vartheta_o > 0$). Радијални градијент тоталне температуре, међутим, је већи у вртложној цеви (Б) него у цеви (А), док разлика у вредностима тоталних температура између ове две цеви остаје константна у саосној области и основном струјању, да би се са приближавањем зиду ова разлика смањивала. Карактеристично је да у пресецима $x/L = 0,23$, $x/L = 0,52$ тотална температура мења знак за $r/R = 0,45$, док се у преску $x/L = 0,81$ то дешава у тачки $r/R = 0,25$. Ове тачке припадају кривој у меридијанској равни, тј. кривој површи у простору, која представља изотерму $\vartheta_o = 0$. У складу са овим, одабран је у вртложним цевима (А) и (Б) пресек $x = 0,01 \text{ mm}$ у непосредној близини улазног зида и одређена је расподела тоталне температуре. Функционалне зависности $\vartheta_o = \vartheta_o(r/R, x = 0,01 \text{ mm})$ за обе цеви указују на комплексност процеса унутар вртложних цеви, који доводе до приказане стратификације температуре и њених локалних вредности. Уочава се да је најмања вредност тоталне температуре у вртложној цеви (А) $-3,12^\circ\text{C}$, док се у цеви (Б) остварује чак $-30,8^\circ\text{C}$. Показало се да су ово истовремено и најмање вредности тоталне температуре које се остварују у овим вртложним цевима. Ако се паралелно прате и расподеле вртложности, закључује се да највеће или најмање бројне вредности тоталне температуре одговарају највећим односно најмањим вредностима вртложности по апсолутној вредности. Ово је био случај и при опструјавању цилиндра, где се показало да већи вртлози у струјном пољу изазивају мање вредности тоталне температуре.

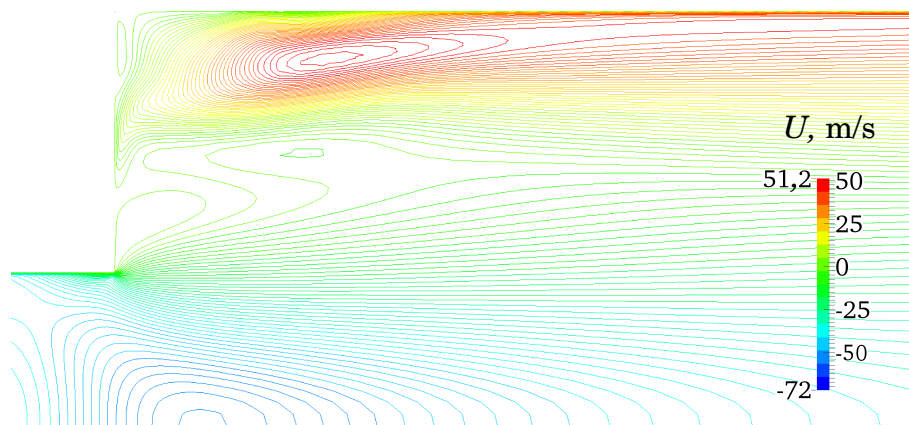
Расподела тоталне температуре (слика 5.77) за вртложну цев (А) указала је, са својим изразитим раслојавањем температурског поља на формирање фамилије изотерми. Њиховом анализом установљено је да постоји гранична



Слика 5.81: Радијална расподела тоталне температуре у непосредној близини зида ($x = 0,01 \text{ mm}$) вртложне цеви (А) – лево, и (Б) – десно.

изотерма $\vartheta_o = 7,5^\circ\text{C}$, која обухвата саосни домен охлађеног ваздуха који, највећим делом, струји према хладном крају вртложне цеви (А) и истиче кроз отвор за охлађени ваздух са вредношћу температуре $\vartheta_o = 3,2^\circ\text{C}$. „Енергетским својствима“ ове граничне изотерме треба прикључити и њена геометријска својства. Раније смо утврдили да права, која је паралелна x -оси вртложне цеви (А) и пролази кроз тачку $r/R = 0,47$, представља геометријско место тачака једних истих вредности угаоне брзине и циркулације (слика 5.63). Поменута права, представља асимптоту граничне изотерме $\vartheta_o = 7,5^\circ\text{C}$, која је параболичног облика са теменом на x -оси. Имајући ово у виду можемо рећи да је овај изотермски обртни параболоид обухваћен његовом асимптотском цилиндричном површи чија је основица круг полупречника $r/R = 0,47$, а изводнице су му паралелне x -оси.

Неминовну повезаност брзинског и температурског поља приказује и слика 5.82 на којој су уцртане линије константне аксијалне брзине, тј. изотакхе у турбулентном струјању у вртложној цеви (А). Поље линија $U = \text{const.}$ даје додатне информације о брзинском пољу (слика 5.61), као и о пољима вртложности и тоталне температуре (слике 5.74 и 5.80). Главна међузависност постоји на основу егзистенције повратног, рециркулационог, струјања, које све до пресека $x/L = 0,94$ не постоји у вртложној цеви (Б). Топологија изотаха аксијалне брзине одговара сложенем развоју аксијалног струјања у улазном делу вртложне цеви. Линије $U = \text{const.}$ са највећим вредностима $U = (40; 50) \text{ m/s}$ су у области смицајног слоја, у коме се формирају различите структуре, где, на пример, слој са $U = 25 \text{ m/s}$ обухвата слојеве



Слика 5.82: Линеје константне аксијалне брзине (изотахе) у меридијанском пресеку улазног дела вртложне цеви (А).

са $U = (40; 50) \text{ m/s}$. Турбулентни процеси преноса и секундарна струјања уочавају се у садејству изотаха аксијалне брзине са пољима радијалне и обимске брзине. Узрок настајању секундарних струјања је нехомогеност поља флукуационих брзина. Геометрија вртложне цеви (А), као и поља притиска, температуре, вискозних и турбулентних напона, уз присуство њихових градијената, проузрокују секундарна струјања. Због сложених међудејстава прорачуни, чак и приближни, су отежани и готово да не постоје.

Стратификација поља температуре се, уз све анализиране узроке, приписује феноменима нестационарних и секундарних струјања. Наиме, расподела тоталне температуре (слика 5.81) може се приписати формирању секундарних струјања на тим местима у карактеристичној равни пресека $x = 0,01 \text{ mm}$, као и генерисању локалних вртложности и вртложних структура различитих таласних бројева и размера. Просторне размере вртлога имају велики значај у механизму преноса и стратификације енергије. У одељцима 2.3 и 5.1.2 показано је да је у центру вртлога минимална тотална температура, као и чињеница, да она, са повећањем размера вртлога опада. Овим се могу физички тумачити резултати приказани на слици 5.81. Наиме, у вртложној цеви (Б) је отицање охлађеног гаса спречено, што није случај у цеви (А), у којој се, у тим струјним условима, јављају вртлози мањих размера него у цеви (Б). Из овог разлога се у пресеку $x = 0,01 \text{ mm}$ у вртложној цеви (Б) остварује нижа тотална температура него у цеви (А). Мале вредности тоталне температуре кореспондирају са малим вредностима обимске брзине. У складу са тим, хладној области у језгру вртлога, одговара топла област на његовој периферији. За пренос и прерасподелу енергије важна је како динамика вртлога, која

доводи до раслојавања поља температуре, тако и топлотна дифузија, за коју су значајни радијални градијенти $\partial_r \vartheta_0$ и $\partial_r p$, као и процеси експанзије и рада који врше смицајни вискозни и турбулентни напони. Стратификација поља тоталне температуре се тумачи и као последица неравнотеже између преноса енергије топлотом и рада смицајних напона. Ралојавање поља тоталне температуре које настаје деловањем смицајних напона између слојева ротирајућих флуида, последица је преноса енергије од унутрашњих ка спољашњим слојевима гаса. Такав смер преноса енергије путем смицајног напона који проузрокује хлађење унутрашњих, саосних, и загревање спољашњих, периферних, слојева гаса, последица је негативног градијента угаоне брзине, тј. брже ротације унутрашњих у односу на спољашње слојеве флуида.

У складу са једначином тоталне енергије закључује се да претходне појаве представљају флуксове енергије, засноване углавном на флуксу топлоте изазваном механизмом турбулентног мешања стишљивог флуида услед радијалних градијената притиска и температуре, као и на флуксевима рада, тј. снаге, површинских сила и доминантних турбулентних напона. Наиме, флуксеви снаге $\rho W \langle vw \rangle$ и $\rho U \langle uv \rangle$ зависе од расподеле турбулентних напона који делују на одговарајуће цилиндричне површи (слике 5.61 и 5.70). Аналогно турбулентном преносу, и елементарни рад вискозних сила у тангенцијалном правцу одређује се производом вискозног смицајног напона $\tau_{vw} = -\mu (\partial_r W - W/r) \equiv -\mu r \partial_r (W/r)$, обимске брзине W и елементарне површи на коју овај напон делује. Расподела турбулентне вискозности ν_T (слика 5.73) у вртложним цевима (А) и (Б) омогућује, да се уз помоћ аналогije, смицајни турбулентни напон $\langle vw \rangle$ напише у облику $\langle vw \rangle = -\nu_T (\partial_r W - W/r)$. Важна релација, којом се одређује флукс рада изазваног смицајним напоном $-\rho \langle vw \rangle$, дата у облику $r \rho V \partial_r (rW) = -\partial_r (r^2 \rho \langle vw \rangle)$, омогућује да се за различите класе радијалних струјања у разним доменима попречног пресека вртложне цеви одреди флукс енергије (рада) $rW \rho \langle vw \rangle$ и изворски члан $-r^{-1} \partial_r (rW \rho \langle vw \rangle)$ у једначини тоталне енергије. Очигледно је да ови процеси преноса енергије зависе од расподеле обимске брзине W . Сада се предзнак корелације $\langle vw \rangle$ директно повезује са дејством центрифугалне силе на поље турбуленције, као и са карактером промене угаоне брзине W/r у радијалном правцу. Анализом флуксева и расподеле енергије закључује се да су ови флуксеви претежно усмерени од саосне области вртложне цеви и да узрокују хлађење вртложног језгра. Дакле, радом смицајних напона, језгро се хлади, а флуид у области зида загрева. Напомиње се да ови процеси обухватају и процесе адијабатске експанзије и компресије гаса у струјном пољу вртложне цеви, као и термички флукс дефинисан корелацијом радијалних

флукуација брзине и флукуација енталпије.

5.2.6 Параметарска анализа рада вртложне цеви

Вртложна цев је уређај једноставне геометрије, без покретних делова. Међутим, да би вртложна цев радила на прави начин, тј. да би се помоћу овог уређаја остваривале довољно мале вредности температуре охлађеног гаса на излазу, потребно је да су задовољени одређени геометријски односи карактеристичних елемената вртложне цеви. Тако су од значај L/D количник, количник пречника млазнице и топле цеви, пречник отвора за излаз охлађеног гаса, број млазница кроз које се убацује гас у уређај. Поред тога, од значаја су и термофизичка својства гаса који се користи као радни флуид вртложне цеви. У наставку се анализирају утицаји величине L/D и турбулентног Прандтловог броја на раслојавање температурског поља у вртложној цеви (А). Ово се не чини у циљу спровођења опсежне параметарске анализе, већ као још један вид верификације рада новоформираних солвера.

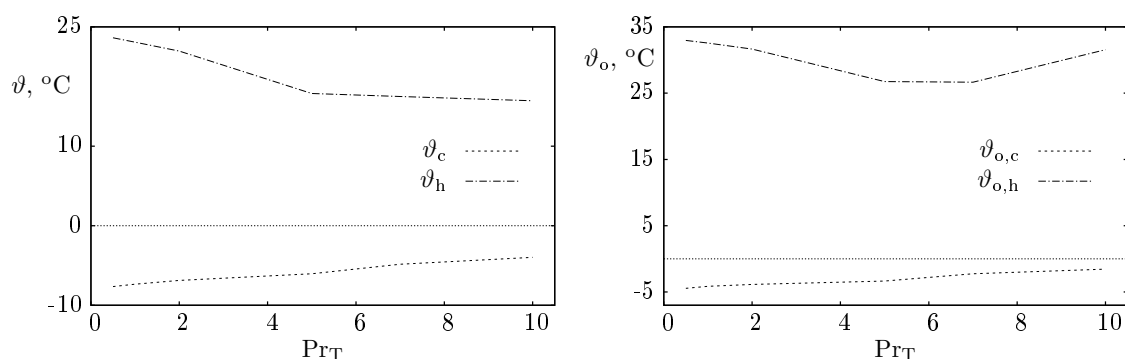
Турбулентни Прандтлов број је бездимензијски параметар који представља количник дебљине брзинског и температурског турбулентног граничног слоја. Према Рејнолдсовој аналогији, ова величина има јединичну вредност. Ипак, експериментално је утврђено да је средња вредност турбулентног Прандтловог броја око 0,85. У зависности од ламинарног Прандтловог броја, турбулентни је у опсегу од 0,7 до 0,9. У свим прорачунима у овој дисертацији је усвојена јединична вредност овог параметра, као претходно подешена вредност у свим солверима софтвера OpenFOAM. Међутим, Fröhlingsdorf and Unger (1999) су закључили да је вредност турбулентног Прандтловог броја кључни параметар за предвиђање стратификације поља тоталне температуре. У том смислу су варирали његову вредност и пратили промену осредњених вредности тоталних температура на излазима вртложне цеви (А). Ове вредности су приказане у табели 5.3.

Здружено са резултатима из Fröhlingsdorf and Unger (1999), приказани су и резултати прорачуна спроведених у оквиру истраживања у овој дисертацији. Наведене су осредњене вредности тоталне температуре добијене применом четири различита модела турбуленције, а за исту, јединичну, вредност турбулентног Прандтловог броја. Уочава се да резултати $k - \omega$ SST модела имају најбоље слагање са експерименталним вредностима из Bruun (1969). Два напонска модела дају приближно исте вредности одговарајућих температура, што је и очекивано, док $k - \varepsilon$ модел као резултат има нешто нижу вредност тоталне температуре на хладном излазу, односно вишу вредност на излазу

Табела 5.3: Осредњене вредности тоталне температуре ваздуха на излазима вртложне цеви (A) у зависности од вредности турбулентног Прандтловог броја.

улаз у вртложну цев: $\vartheta_o = 21\text{ }^\circ\text{C}$	$\vartheta_{o,c},\text{ }^\circ\text{C}$	$\vartheta_{o,h},\text{ }^\circ\text{C}$	Pr_T
експеримент, Bruun (1969)	0,9	26,9	–
CFX, Fröhlingdorf and Unger (1999)	10,4	24,2	0,9
	7,2	25,2	1,8
	5,2	25,9	2,7
	0,9	27,2	9,0
rhoCentralTurbFoam, $k - \varepsilon$	0,6	27,8	1,0
rhoCentralTurbFoam, $k - \omega$ SST	1,1	27,2	1,0
rhoCentralTurbFoam, LRR	3,6	27,8	1,0
rhoCentralTurbFoam, LG	3,3	27,7	1,0

загрејаног гаса. У случају истраживања приказаних у Fröhlingdorf and Unger (1999), очигледно је да са повећавањем турбулентног Прандтловог броја долази до смањивања вредности тоталне температуре гаса на хладном крају цеви, и благог повећања вредности тоталне температуре на топлом крају цеви. Супротан ефекат је откривен истраживањем утицаја величине турбулентног Прандтловог броја на интензитет раслојавања температурског поља, тј. на разлику температура на топлом и хладном отвору вртложне цеви, спроведеном у оквиру ове дисертације.

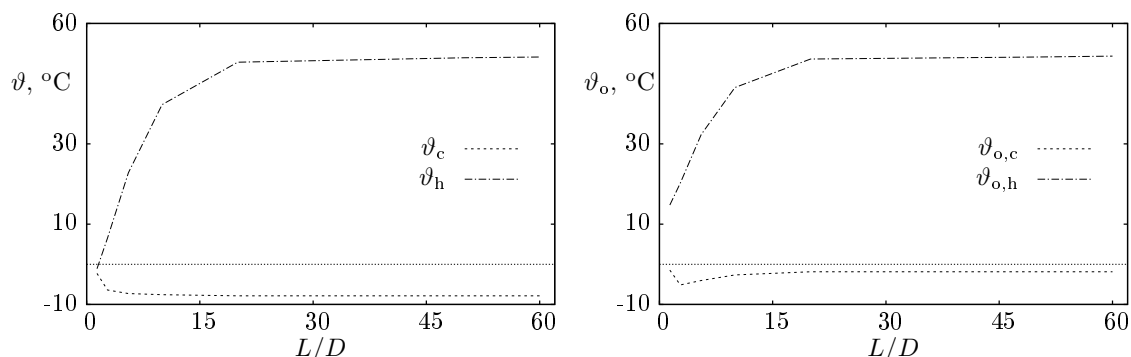


Слика 5.83: Утицај турбулентног Прандтловог броја на интензитет раслојавања температурског поља у вртложној цеви (A), rhoCentralTurbFoam солвер, $k - \varepsilon$ модел.

Наиме, са порастом величине Pr_T долази до смањивања разлике температура на излазима вртложне цеви (слика 5.83). Утицај ове величине на вредности тоталне температуре на излазима из вртложне цеви је нешто сложенији. Потребни су додатни прорачуни са још већим вредностима овог бездимензијског параметра, како би се видело понашање тоталне температуре на топлом излазу цеви. Са друге стране, обзиром да се услед повећања Pr_T , повећава и вредност тоталне температуре на хладном крају цеви, осим

у случају даљег пораста тоталне температуре на топлом крају цеви, даље повећавање Pr_T има негативан ефекат на интензитет раслојавања поља тоталне температуре. Највеће раслојавање се остварује за минималну вредност турбулентног Прандтловог броја која је разматрана, а то је $Pr_T = 0,5$. Ово је у сагласности са претходно изложеним истраживањима експерименталног и нумеричког карактера у погледу вредности турбулентног Прандтловог броја која се усваја у прорачунима.

Утицај количника L/D на интензитет раслојавања температурског поља у вртложној цеви (A) је приказан на слици 5.84. Овај количник се сматра једним од важнијих параметара за рад вртложне цеви. Претходним експерименталним и нумеричким истраживањима (Saidi and Valipour (2003), Singh et al. (2004), Aljuwayhel et al. (2005)) је утврђено да повећавање дужине вртложне цеви има позитиван ефекат на стратификацију поља тоталне температуре у вртложној цеви, али и да постоји оптимална вредност количника L/D , после које, његово даље повећавање нема утицаја на интензитет раслојавања температурског поља у вртложној цеви. Ова оптимална вредност је $L/D = 45$, Yilmaz et al. (2009). Behera et al. (2005) сматрају да повећавање дужине вртложне цеви има позитиван утицај на интензитет раслојавања поља тоталне температуре, све док се зауставна тачка струјног поља налази унутар вртложне цеви.



Слика 5.84: Утицај промене дужине вртложне цеви при константном пречнику на интензитет раслојавања температурског поља у вртложној цеви (A), rhoCentralTurbFoam солвер, $k - \varepsilon$ модел.

На слици 5.84 су приказане варијације тоталне температуре на излазима за охлађен и загрејан гас са променама вредности L/D количника. Промена овог бездимензијског параметра је остварена мењањем дужине цеви при сталној вредности пречника. Уочава се да је утицај L/D количника значајнији за вредност тоталне температуре на излазу загрејаног гаса. При већим вредностима разматраног параметра, вредности тоталне и статичке температуре загрејаног гаса су приближно исте. Ово говори да се довољним

повећавањем дужине вртложне цеви средња брзина струјања загрејаног гаса на излазу смањује. На хладном крају ово није случај, што је и очекивано.

Турбулентни Прандтлов број је значајан параметар који се користи при одређивању топлотног флукса у вртложној цеви, док је L/D количник вероватно први параметар који се разматра при конструисању вртложне цеви. Установљено је квалитативно слагање са претходним истраживањима у погледу вредности турбулентног Прандтловог броја која се усваја у прорачунима, као и квалитативно преклапање са претходним истраживањима у погледу понашања вртложне цеви са варијацијом њене дужине при константном пречнику. На овај начин је још једном потврђено да модификовани солвери на прави начин предвиђају феномен стратификације поља тоталне температуре, који је присутан у овом уређају, али и у другим струјним просторима.

Овакви резултати стварају могућност да се на нумерички начин, спровођењем анализа утицаја одређених геометријских, али и других параметара, на рад вртложне цеви, конструише вртложна цев која ће у зависности од њене намене, бити оптималне геометрије.

*На путу добром треба до краја издржати.
Не вреди доћи ни до пола, ни до пред крај,
а не учинити онај последњи корак.*

(Патријарх Павле, 1914 – 2009)



Закључак

У дисертацији су приказани резултати нумеричких моделирања турбулентног струјања стишљивог флуида у различитим геометријама. Модификована су три солвера у циљу уочавања феномена раслојавања поља температуре у различитим условима струјања. Показано је да је софтвером отвореног кода могуће моделирати овај феномен. Разматрано је моделирање турбуленције применом двоједначинских и напонских модела. Извршене су комплексне физичке анализе спреге турбуленције и струјно-термодинамичких величина у струјном простору вртложне цеви. Феномен раслојавања температурског поља је анализиран здружено у вртложној цеви и у трагу опструјаваног цилиндра.

Турбулентна вихорна струјања су веома заступљена у природи и техници и представљају једну од најсложенијих класа струјања. Предмет ове дисертације су нумеричка истраживања турбулентног стишљивог вихорног струјања у вртложној цеви. Димензије овог уређаја, вредности притисака и брзина које се остварују у њему чине ова истраживања веома изазовним. Тим пре што се као последица оваквог струјања, у вртложној цеви јавља феномен раслојавања температурског поља. На тај начин, овај уређај малих димензија постаје универзални уређај за хлађење чија је примена свестрана и свакодневна.

Раслојавање, односно стратификација поља тоталне температуре је спонтани процес прерасподеле енергије који се јавља искључиво као последица струјања флуида. Поред вртложне цеви, овај феномен је присутан и у трагу опструјаваног цилиндра, траговима турбинских лопатица, у смичућим слојевима, млазевима. Не постоји јасан закључак о узроцима овог струјно-термодинамичког феномена.

Извршена је детаљна анализа доступне литературе из области вртложне цеви, на основу које је у уводном делу дисертације направљен опсежан преглед литературе из ове области, довољан за тренутно упознавање са актуелним стањем истраживања. Проучене су и анализиране све доступне рефернце из области вртложне цеви, као и све оне које су у вези са феноменом раслојавања поља тоталне температуре, у свим струјним просторима у којима је овај

феномен присутан. На основу овог прегледа литературе је установљено да су сви резултати нумеричких прорачуна струјања у вртложној цеви основне геометрије, добијени применом комерцијалних софтверских пакета.

У овој докторској дисертацији су за истраживање феномена раслојавања поља тоталне температуре, у програмски код OpenFOAM имплементирана три, односно четири, нова солвера који су засновани на једначини укупне енергије.

Верификација нових солвера је извршена на три различите геометрије вртложне цеви. На две вртложне цеви прорачун је вршен на дводимензионалном прорачунском домену, док је на трећој цеви, прорачун морао бити на тродимензионалној мрежи, због постојања само једне млазнице на улазу у цев. Сви солвери дају задовољавајуће резултате у погледу расподела струјних и термодинамичких величина. Међутим, за даље анализе које су спровођене у оквиру ове дисертације, усвојени су резултати само једног од њих.

На тродимензионалном прорачунском домену вртложне цеви спроведени су прорачуни применом RANS и RANS-LES приступа моделирању турбуленције. Комбиновани приступ прорачуна у вртложној цеви је оригинални резултат ове дисертације. При томе је по први пут у овом струјном простору тестиран модел турбуленције $k - \omega$ SST SAIDDES који је претходно развијен и примењен за решавање проблема спољашњег струјања. Сви приступи и примењени модели турбуленције и на тродимензионалном прорачунском домену дају очекиване расподеле у пољима струјних и термодинамичких величина. Због изузетно велике дужине трајања прорачуна, резултати ових прорачуна нису достигли пуну конвергенцију, те нису валидовани, али су тренутне вредности физичких величина у складу са физиком процеса у вртложној цеви.

Формиран је и четврти солвер код којег је тотална енталпија имплементирана без занемаривања члана кинетичке енергије турбуленције, који је настао Фавреовим осредњавањем једначина струјања. Оригинални резултати о утицају овог члана на расподелу тоталне температуре у вртложној цеви су приказани у овој дисертацији.

Нови солвери су тестирани и на проблемима опструјавања цилиндра и струјања у слободном осносиметричном млазу. У случају слободног осносиметричног млаза, примењени солвер уочава само раслојавање поља тоталне температуре које настаје у граничном слоју у млазници. Међутим, дејство смичућег слоја у млазу на већ формирано температурско поље изостаје у резултатима ових прорачуна. Два различита солвера су коришћена за прорачуне у стационарном и нестационарном опструјавању цилиндра. И један и други солвер, на прави начин и у правој мери, предвиђају стратификацију

температурског поља у трагу цилиндра. Солвери су примењени на истој геометрији и при истим почетним и граничним условима, што је омогућило добијање оригиналних резултата о утицају одвајања вртлога од цилиндра на температурско поље. О овом утицају се раније знало на основу експерименталних истраживања, а у овој дисертацији је по први пут добијена и нумеричка потврда.

Нумерички прорачуни су вршени применом двоједначинских и напонских модела турбуленције. Валидацијом ових резултата утврђено је да сви примењени модели на сличан начин предвиђају поља струјних и термодинамичких величина у вртложним цевима. У наредним анализама процеса у вртложној цеви, међутим, дата је предност напонским моделима.

Посебна вредност ове докторске дисертације је у оригиналној физичкој анализи струјно-термодинамичких процеса који се одвијају у вртложној цеви. Ова анализа је употпуњена разматрањем утицаја геометрије струјног простора вртложне цеви која је у вези са редуковањем удела масеног протока охлађеног гаса. У одређеним деловима струјног простора вртложне цеви, уочена је аналогија са струјним пољем у трагу опструјаваног цилиндра.

По први пут је у овој дисертацији квантификован интензитет вихора који се формира у вртложној цеви, и то у вези са утицајима геометрије струјног простора овог уређаја и редуковања удела масеног протока охлађеног ваздуха. Изузетно велике вредности јачине вихора указују на доминантан утицај центрифугалне силе на све струјно-термодинамичке процесе који се одвијају у вртложној цеви. Удео масеног протока охлађеног гаса, а последично и геометрија вртложне цеви, имају велики значај у прерасподели средњих кинетичких енергија флуида у аксијалном и обимском правцу. Нагомилавање флуидних делића у улазном пресеку вртложне цеви код које је хладан отвор у потпуности затворен, условљава повећање кинетичке енергије у аксијалном правцу, те умањену вредност јачине вихора. Истраживање трендова опадања вредности јачине вихора је такође оригиналан резултат ове докторске дисертације. Промене ове величине у аксијалном правцу у случају две разматране геометрије вртложне цеви се разликују у значајној мери. Код теоријског модела вртложне цеви код које постоји само један излаз из цеви, опадање јачине вихора се одвија на идентичан начин као и у случају нестишљивог вихорног струјања у цеви. Код класичне вртложне цеви, ово није случај. Постоји пораст ове величине од улаза у вртложну цев низструјно, да би за одређену аксијалну координату јачина вихора доживела нагли пад.

По први пут су у овој дисертацији приказане расподеле турбулентних напона

у вртложној цеви. Валидација ових расподела је, у одсуству експерименталних резултата, вршена помоћу Ламлијевих мапа анизотропности. Том приликом су утврђене различите структуре турбуленције присутне у струјном пољу вртложне цеви. Инваријантно-структурална анализа турбуленције у вртложној цеви спроведена је у вези са утицајем редукованог протока охлађеног гаса, те последично и геометрије вртложне цеви.

Оригиналне расподеле циркулације обимске брзине и угаоне брзине у две разматране вртложне цеви приказане су у овој дисертацији. Ове расподеле, као и њихова физичка анализа, по први пут су приказане у литератури. Установљен је значајан утицај геометрије струјног простора вртложне цеви, тј. редукованог протока охлађеног гаса на расподеле ових величина. Комплекснија расподела је уочена у класичној вртложној цеви, где се уочава пет различитих области у расподели угаоне брзине. Заједничко за расподеле ове две величине у класичној вртложној цеви је постојање карактеристичне тачке за коју је, целом дужином вртложне цеви, у датом радијалном положају константна угаона брзина. Уочено је да је ова замишљена права константне угаоне брзине тангента на охлађено језгро гаса облика обртног параболоида које се креће према хладном излазу вртложне цеви.

Разматрана су поља густине, статичког притиска и статичке температуре у складу са једначином континуитета и једначином стања идеалног гаса. Као контрола квалитета резултата посматрано је и поље дивергенције брзине. Потврђено је да се ради о струјању гаса који је стратификован, како према пољу температуре, тако и према пољу густине.

Установљена је међузависност између поља вртложности и тоталне температуре, као и између дисипације механичке енергије и деструкције енстрофије. Анализа расподела поља вртложности и енстрофије у вртложној цеви су оригинални резултати ове дисертације. На основу расподеле енстрофије се закључује да је највећа дисипација механичке енергије у непосредној близини зида вртложне цеви, на истом месту где и тотална температура достиже максимум. Препознате су области дисипације енергије у односу на оне у којима одговарајућим механизмима долази до њеног генерисања и преношења. Анализиран је утицај турбуленције на струјно-термодинамичке процесе у вези са стратификацијом температурског поља у вртложној цеви.

Разматран је, са физичког становишта, члан једначине енергије који условљава реверзибилан процес претварања механичке у унутрашњу енергију и обрнуто, а на основу компресионо-експанзионих процеса који се одвијају у вртложној цеви. Поље тоталне температуре вртложне цеви кореспондира

пољу тоталног притиска, што је уочено и у анализи феномена раслојавања поља тоталне температуре у Кармановој вртложној улици.

Будућа истраживања су усмерена на прорачуне на тродимензионалном прорачунском домену. Биће коришћени хибридни RANS-LES приступ моделирању турбуленције. При томе ће се истраживати стабилност струјања, генерисање вртлога и вртложности, процеси преноса енергије и температурски и брзински гранични слој у ротирајућим стишљивим флуидима. На тај начин ће бити испитане међузависности поља физичких величина које су уочене у току досадашњег истраживања. Даљи рад на разумевању феномена стратификације температурског поља у различитим струјним просторима омогућиће свеобухватнију анализу струјно-термодинамичких процеса који се одвијају у вртложној цеви.

*Свак је рођен да по једном умре,
част и брука живе довијека.*

(Петар Петровић Његош, 1813 – 1851)



Литература

- Arbuzov V. A, Dubnishchev Y. N, Lebedev A. V, Pravdina M. K, Yavorski N. I. (1997): Observation of large-scale hydrodynamic structures in a vortex tube and the Ranque effect. *Tech. Phys. Lett.*, 23(12):938–940.
- Agrawal N, Naik S. S, Gawale Y. P. (2014): Experimental investigation of vortex tube using natural substances. *International Communications in Heat and Mass transfer*, 52:51–55. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2014.01.009>.
- Ahlborn B, Camire J, Keller J. U. (1996): Low-pressure vortex tubes. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 29(6):1469–1472.
- Ahlborn B. K, Gordon J. M. (2000): The vortex tube as a classic thermodynamic refrigeration cycle. *Journal of Applied Physics*, 88(6):3645–3653. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1289524>.
- Ahlborn B. K, Groves S. (1997): Secondary flow in a vortex tube. *Fluid Dyn Res*, 21(2):73–86. [https://doi.org/10.1016/S0169-5983\(97\)00003-8](https://doi.org/10.1016/S0169-5983(97)00003-8).
- Ahlborn B. K, Keller J. U, Rebhan E. (1998): The heat pump in a vortex tube. *Non-Equilib. Thermodynamics*, 23(2):159–165. <https://doi.org/10.1515/jnet.1998.23.2.159>.
- Akhesmeh S, Pourmahmoud N, Sedgi H. (2008): Numerical study of the temperature separation in Ranque–Hilsch vortex tube. *American J. of Engineering and Applied Sciences*, 1(3):181–187. DOI: 10.3844/ajeassp.2008.181.187.
- Alekhin V, Bianco V, Khait A, Noskov A. (2015): Numerical investigation of a double-circuit Ranque-Hilsch vortex tube. *International journal of thermal sciences*, 89:272–82. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2014.11.012>.
- Aljuwayhel N. F. (2003): Internal study of vortex tube using a CFD package. Master’s thesis, Wisconsin-Madison University.
- Aljuwayhel N. F, Nellis G. F Klein S. A. (2005): Parametric and internal study of the vortex tube using a CFD model. *International Journal of Refrigeration*, 28(3):442–450. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2004.04.004>.

- Ameri M, Behnia B. (2009): The study of key design parameters on the vortex tube performance. *Journal of Thermal Science*, 18(4):370–376. doi: 10.1007/s11630-009-0370-4.
- Anonymous (1852): Gleason’s drawing room companion.
- Arjomandi M, Xue Y. (2007): An investigation of the effect of the hot end plugs on the efficiency of the Ranque–Hilsch vortex tube. *Journal of Engineering Science and Technology*, 2(3):211–217.
- Attalla M, Ahmed H, Ahmed M, El-Wafa A. A. (2017): An experimental study of nozzle number on Ranque Hilsch counter-flow vortex tube. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 82:381–389. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2016.11.034>.
- Avci M. (2013): The effects of nozzle aspect ratio and nozzle number on the performance of the Ranque-Hilsch vortex tube. *Applied thermal engineering*, 50(1):302–8. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2012.06.048>.
- Aydin O, Baki M. (2006): An experimental study on the design parameters of a counterflow vortex tube. *Energy*, 31(14):2763–2772. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2005.11.017>.
- Baghdad M, Ouadha A, Imine O, Addad Y. (2011): Numerical study of energy separation in a vortex tube with different RANS models. *International journal of thermal sciences*, 50(12):2377–2385. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2011.07.011>.
- Bakhsheshi M, Wang Y, Keenlside L, Lee, T. (2016a): A new approach to selective brain cooling by Ranque-Hilsch vortex tube. *Intensive Care Medicine Experimental*, 4(32):1–14. <https://doi.org/10.1186/s40635-016-0102-5>.
- Bakhsheshi M. F, Keenlside L, Lee T. Y. (2016b): Rapid and selective brain cooling method using vortex tube: A feasibility study. *American Journal of Emergency Medicine*, 34(5):887–894. doi: 10.1016/j.ajem.2016.02.001.
- Balmer R. T. (1988): Pressure-driven Ranque–Hilsch temperature separation in liquids. *J. Fluids Eng*, 110(2):161–164. doi:10.1115/1.3243529.
- Banerjee S, Ertunc O, Durst F. (2008): Anisotropy properties of turbulence. In *Proceedings of the 13th WSEAS International Conference on Applied Mathematics (MATH’08)*, pages 26–57.
- Banerjee S, Krahel R, Durst F, Zenger C. (2007): Presentation of anisotropy properties of turbulence, invariants versus eigenvalue approaches. *Journal of Turbulence*, 8(32):1–27. <http://dx.doi.org/10.1080/14685240701506896>.

- Beguier C, Fulachier L, Keffer J. (1978): The turbulent mixing layer with an asymmetrical distribution of temperature. *J. Fluid Mech.*, 89(3):561–587. doi: 10.1017/S0022112078002748.
- Behera U, Paul P. J, Dinesh K, Jacob S. (2008): Numerical investigations on flow behaviour and energy separation in Ranque–Hilsch vortex tube. *International journal of heat and mass transfer*, 51(25-26):6077–6089. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.03.029.
- Behera U, Paul P. J, Kasthuriangan S, Karunanithi R, Ram S, Dinesh K, Jacob S. (2005): CFD analysis and experimental investigation towards optimizing the parameters of Ranque–Hilsch vortex tube. *International journal of heat and mass transfer*, 48(10):1961–1973. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.12.046>.
- Bej N, Sinhamahapatra K. P. (2016): Numerical analysis on the heat and work transfer due to shear in a hot cascade Ranque-Hilsch vortex tube. *International Journal of Refrigeration*, 68:161–176. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2016.04.021>.
- Bennett W. P, Rona A, Ackerman J. R, Gostelow J. P, Carscallen W. E. (2003): Experimental and numerical study of the non-uniform total temperature in a turbulent mach 0.6 vortex street. In *Proceedings of the 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada. 13 pages, <http://dx.doi.org/10.2514/6.2003-426>.
- Bianco V, Khait A, Noskov A, Alekhin V. (2016): A comparison of the application of RSM and LES turbulence models in the numerical simulation of thermal and flow patterns in a double-circuit Ranque-Hilsch vortex tube. *Applied Thermal Engineering*, 106:1244–1256. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.06.095>.
- bin Yusof M. H, Katanoda H, Morita H. (2015): Temperature and pressure measurements at cold exit of counter-flow vortex tube with flow visualization of reversed flow. *Journal of thermal science*, 24(1):67–72. <https://doi.org/10.1007/s11630-015-0757-3>.
- Bovand M, Valipour M. S, Dincer K, Tamayol A. (2014a): Numerical analysis of the curvature effects on Ranque-Hilsch tube refrigerators. *Applied thermal engineering*, 65(1-2):176–83. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2013.11.045>.
- Bovand M, Valipour M. S, Eiamsa-ard S, Tamayol A. (2014b): Numerical analysis for curved vortex tube optimization. *International communications in heat and mass transfer*, 50:98–107. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2013.11.012>.
- Bramo A. R, Pourmahmoud N. (2011): CFD simulation of length to diameter ratio

- effect on the energy separation in a vortex tube. *Thermal Science*, 15(3):833–848. udc: 621.573:517.958, doi: 10.2298/TSCI101004008B.
- Bruun H. H. (1969): Experimental investigation of the energy separation in vortex tubes. *J Mech Eng Sci*, 11(6):567–582.
- Burazer J, Ćoćić A. S, Lečić M. R. (2016): Numerical research of the compressible flow in a vortex tube using OpenFOAM software. *Thermal Science*, 20(6):1–14. DOI:10.2298/TSCI160223195B, http://thermalscience.vinca.rs/pdfs/papers-2016/TSCI_160223195B.pdf.
- Burazer J. M. (2017): Numerical research of energy separation in a cylinder wake. In Lazarević M, Madjarević D, Grozdanović I, Zorić N, Tomović A, editors, *Proceedings of the 6th International Congress of the Serbian Society of Mechanics*, Tara, Serbia. 8 pages, ISBN 978-86-909973-6-7.
- Burazer J. M, Lečić M. R, Čantrak S. M. (2012): On the non-local turbulent transport and non-gradient thermal diffusion phenomena in HVAC systems. *FME Transactions*, 40(3):119–125.
- Calm J. M. (2008): The next generation of refrigerants - Historical review, considerations and outlook. *International Journal of Refrigeration*, 31:1123–33. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2008.01.013>.
- Cao Y, Gong M. Q, Qi Y. F, Luo E. C, Wu J. F, Chen G. M. (2003a): Thermodynamic prediction of the vortex tube applied to a mixed-refrigerant auto-cascade J-T cycle. *Cryocoolers*, 12:621–626. <https://doi.org/10.1007/0-306-47919-2-82>.
- Cao Y, Qi Y. F, Luo E. C, Wu J. F, Gong M. Q, Chen G. M. (2003b): Study of a vortex tube by analogy with a heat exchanger. *Cryocoolers*, 12:615–620. <https://doi.org/10.1007/0-306-47919-2-81>.
- Carrascal E, Lizzaraga J. M. S. (2013): Mass, energy, entropy and exergy rate balance in a Ranque–Hilsch vortex tube. *Journal of Technology and Science Education (JOTSE)*, 3(3):122–131. <http://dx.doi.org/10.3926/jotse.86>, On-line ISSN: 2013-6374 – Print ISSN: 2014-5349 – DL: B-2000-2012.
- Carscallen W. E, Currie T. C, Hogg S. I, Gostelow J. P. (1999): Measurements and computation of energy separation in the vortical wake flow of a turbine nozzle cascade. *Journal of Turbomachinery*, 121(4):703–8. doi:10.1115/1.2836723.
- Cebeci I, Kirmaci V, Topcuoglu U. (2016): The effects of orifice nozzle number and nozzle made of polyamide plastic and aluminium with different inlet pressures on heating and cooling performance of counter flow Ranque-Hilsch vortex tubes: An

- experimental investigation. *International Journal of Refrigeration*, 72:140–146. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2016.07.013>.
- Celik A, Yilmaz M, Kaya M, Karagoz S. (2017): The experimental investigation and thermodynamic analysis of vortex tubes. *Heat and Mass Transfer*, 53(2):395–405. doi:10.1007/s00231-016-1825-2.
- Chandratilleke T. T, Nadim N, Narayanaswamy R. (2012): Vortex structure-based analysis of laminar flow behaviour and thermal characteristics in curved ducts. *International Journal of Thermal Science*, 59:75–86. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2012.04.014>.
- Chang F, Li Q, Zhou G, Li Q. (2011): Experimental investigation of vortex tube refrigerator with a divergent hot tube. *International Journal of Refrigeration*, 34(1):322–327. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2010.09.001>.
- Choi K.-S, Lumley J. L. (2001): The return to isotropy of homogeneous turbulence. *J. Fluid Mech.*, 436:59–84. <https://doi.org/10.1017/S002211200100386X>.
- Collins R. Lovelace R. (1979): Experimental study of two-phase propane expanded through the Ranque-Hilsch vortex tube. *J. Heat Transf.*, 101(2):300–5. doi:10.1115/1.3450964.
- Corrsin S. (1961): Turbulent flows. *American scientist*, 49(3):300–325.
- Crocker A. M, White S. M, Bremer F. J. (2003): Experimental results of a vortex tube air separator for advanced space transportation. In *39th Joint Propulsion Conference and Exhibit*, pages 1–12, Huntsville, Alabama, AIAA. doi:10.2514/6.2003-4451.
- Davidson P. A. (2004): *Turbulence, An introduction for scientists and engineers*. Oxford University Press, 1 edition.
- Devade K, Pise A. (2014): Effect of cold orifice diameter and geometry of hot end valves on performance of converging type Ranque-Hilsch vortex tube. *Energy Procedia*, 54:642–53. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2014.07.306>.
- Devade K. D, Pise A. T. (2016): Exergy analysis of a counter flow Ranque-Hilsch vortex tube for different cold orifice diameters, L/D ratios and exit valve angles. *Heat and Mass Transfer*, 53(6):2017–2029. doi:10.1007/s00231-016-1962-7.
- Devade K. D, Pise A. T. (2017): Effect of Mach number, valve angle and length to diameter ratio on thermal performance in flow of air through Ranque Hilsch vortex tube. *Heat and Mass Transfer*, 53(1):161–168. doi:10.1007/s00231-016-1805-6.
- Dincer K. (2011): Experimental investigation of the effects of threefold type Ranque–Hilsch vortex tube and six cascade type Ranque–Hilsch vortex tube on the

- performance of counter flow Ranque–Hilsch vortex tubes. *International Journal of Refrigeration*, 34(6):1366–1371. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2011.05.008>.
- Dincer K, Avci A, Baskaya S, Berber A. (2010): Experimental investigation and exergy analysis of the performance of a counter flow Ranque–Hilsch vortex tube with regard to nozzle cross-section areas. *International Journal of Refrigeration*, 33(5):954–962. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2010.03.009>.
- Dincer K, Baskaya S, Uysal B. Z. (2008): Experimental investigation of the effect of length to diameter ratio and nozzle number on the performance of counter flow Ranque–Hilsch vortex tube. *Heat Mass Transfer*, 44(3):367–373. <https://doi.org/10.1007/s00231-007-0241-z>.
- Dincer K, Baskaya S, Uysal B. Z, Ucgul I. (2009): Experimental investigation of the performance of a Ranque–Hilsch vortex tube with regard to a plug located at the hot outlet. *International Journal of Refrigeration*, 32(1):87–94. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2008.06.002>.
- Dincer K, Yilmaz Y, Berber A, Baskaya S. (2011): Experimental investigation of performance of hot cascade type Ranque–Hilsch vortex tube and exergy analysis. *International Journal of Refrigeration*, 34(4):1117–1124. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2011.01.017>.
- Dubey A. M, Agrawal G. D, Kumar S. (2016): Performance evaluation and optimal configuration analysis of a transcritical carbon dioxide/propylene cascade system with vortex tube expander in high-temperature cycle. *Clean Techn Environ Policy*, 18(1):105–122. doi:10.1007/s10098-015-0998-6.
- Dutta T, Sinhamahapatra K. P, Bandyopadhyay S. S. (2010): Comparison of different turbulence models in predicting the temperature separation in a Ranque–Hilsch vortex tube. *International Journal of Refrigeration*, 33(4):783–792. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.12.014>.
- Dutta T, Sinhamahapatra K. P, Bandyopadhyay S. S. (2011): Numerical investigation of gas species and energy separation in the Ranque–Hilsch vortex tube using real gas model. *International Journal of Refrigeration*, 34(8):2118–2128. doi: 10.1016/j.ijrefrig.2011.06.004.
- Eckert E. R. G. (1986): Energy separation in fluid streams. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 13:127–143.
- Eiamsa-ard S. (2010): Experimental investigation of energy separation in a counter-flow Ranque–Hilsch vortex tube with multiple inlet snail entries.

- International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37(6):637–643.
<https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.02.007>.
- Eiamsa-ard S, Promvong P. (2006): Numerical prediction of vortex flow and thermal separation in subsonic vortex tube. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 7(8):1406–1415. <https://doi.org/10.1631/jzus.2006.A1406>.
- Eiamsa-ard S, Promvong P. (2007): Numerical investigation of the thermal separation in a Ranque-Hilsch vortex tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(5-6):821–832.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.08.018>.
- Eiamsa-ard S, Promvong P. (2008a): Numerical simulation of flow field and temperature separation in vortex tube. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 35:937–947. doi: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2008.04.010.
- Eiamsa-ard S, Promvong P. (2008b): Review of Ranque-Hilsch effects in vortex tubes. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 12:1822–1842.
- Eiamsa-ard S, Wongcharee K, Promvong P. (2010): Experimental investigation on energy separation in a counter-flow Ranque-Hilsch vortex tube: Effect of cooling a hot tube. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 37(2):156–162.
<https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2009.09.013>.
- Eskinazi S, Erian F. F. (1969): Energy reversal in turbulent flows. *Physics of Fluids*, 12(10):1988–1998. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1692303>.
- Farouk T, Farouk B. (2007): Large eddy simulations of the flow field and temperature separation in the Ranque-Hilsch vortex tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(23-24):4724–4735.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.03.048>.
- Farouk T, Farouk B, Gutsol A. (2009): Simulation of gas species and temperature separation in the counter-flow Ranque-Hilsch vortex tube using the large eddy simulation technique. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(13-14):3320–3333. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.01.016>.
- Favre A. J. (1969): The equations of compressible turbulent gases. Technical Report Annual summary report No I, Institut de Mechanique Statistique de la Turbulence, Marseille, France.
- Fox M. D, Kurosaka M, Hedges L, Hirano K. (1993): The influence of vortical structures on the thermal fields of jets. *J. Fluid Mech.*, 255:447–72.
<https://doi.org/10.1017/S0022112093002551>.
- Fröhlingdorf W, Unger H. (1999): Numerical investigations of the compressible

- flow and the energy separation in the Ranque-Hilsch vortex tube. *International Journal of heat and mass transfer*, 42(3):415–422. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(98\)00191-4](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(98)00191-4).
- Fulton C. D. (1950): Ranque’s tube. *J ASRE Refrig Eng*, 58:473–9.
- Gao C. (2005): *Experimental study on the Ranque–Hilsch tube*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven.
- Gao C, Bosschaart K. J, Zeegers J. C. H, de Waele A. T. A. M. (2005): Experimental study on a simple Ranque–Hilsch vortex tube. *Cryogenics*, 45(3):173–183. <https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2004.09.004>.
- Ghezelbash R, Farzaneh-Gord M, Sadi M. (2016): Performance assessment of vortex tube and vertical ground heat exchanger in reducing fuel consumption of conventional pressure drop stations. *Applied Thermal Engineering*, 102:213–226. <http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.03.110>.
- Ginting Y. R, Boswell B, Biswas W. K, Islam M. N. (2016): Environmental generation of cold air for machining. *Procedia CIRP*, 40:648–652. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.01.149>.
- Goldstein R. J, He B. (2001): Energy separation and acoustic interaction in flow across a circular cylinder. *Journal of heat transfer, Transactions of the ASME*, 123(4):682–7. doi: 10.1115/1.1378020.
- Goldstein R. J, Kulkarni K. S. (2008): Energy separation in the wake of a cylinder. *Journal of heat transfer, Transactions of the ASME*, 130(6):061703–1–9. doi: 10.1115/1.2891222.
- Gostelow J. P, Carscallen W. E. (2010): Investigations of Eckert-Weise energy separation in the wakes of turbine blades and circular cylinders. In *17th Australasian Fluid Mechanics Conference*, pages 1–4, Auckland, New Zeland.
- Greenshields C, Weller H, Gasparin L, Reece J. (2010): Implementation of semi-discrete, nonstaggered central schemes in colocated, polyhedral, finite volume framework, for high-speed viscous flows. *Int. Journal for Numerical Methods in Fluids*, 63(1):1–21. DOI: 10.1002/fld.2069.
- Greenshields C. J. (2015a): *OpenFOAM. The Open Source CFD Toolbox Programmer’s Guide*. Version 3.0.1.
- Greenshields C. J. (2015b): *OpenFOAM. The Open Source CFD Toolbox User Guide*. Version 3.0.1.
- Gropp W, Lusk E, Doss N, Skjellum A. (1996): A high performance portable im-

- plementation of the MPI message passing interface standard. *Parallel computing*, 22(6):789–828. [https://doi.org/10.1016/0167-8191\(96\)00024-5](https://doi.org/10.1016/0167-8191(96)00024-5).
- Guen M, Natkaniec C, Kammeyer J, Seume J. R, Adjlout L, Imine O. (2013): Effect of the conical-shape on the performance of vortex tube. *Heat Mass transfer*, 49(4):521–31. <https://doi.org/10.1007/s00231-012-1098-3>.
- Gutak A. D. (2015): Experimental investigation and industrial application of Ranque-Hilsch vortex tube. *International Journal of Refrigeration*, 49:93–8. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2014.09.021>.
- Habchi C, Khaled M, Lemenand T, della Valle D, Elmarakbi A, Peerhossaini H. (2014): A semi-analytical approach for temperature distribution in Dean flow. *Heat Mass Transfer*, 50(1):23–30. <https://doi.org/10.1007/s00231-013-1222-z>.
- Habchi C, Khaled M, Lemenand T, della Valle D, Peerhossaini H. (2009): The temperature distribution in Dean flow: An analytical approach. In *Proceedings of the Fourth International Conference on Thermal Engineering: Theory and Applications*, Abu Dhabi, UAE.
- Hamdan M. O, Alawar A, Elnajjar E, Siddique W. (2011): Experimental analysis on vortex tube energy separation performance. *Heat Mass Transfer*, 47:1637–1642. <https://doi.org/10.1007/s00231-011-0824-6>.
- Hamdan M. O, Alsayyed B, Elnajjar E. (2013): Nozzle parameters affecting vortex tube energy separation performance. *Heat mass transfer*, 49(4):533–41. <https://doi.org/10.1007/s00231-012-1099-2>.
- Han B. (2001): *Instantaneous energy separation in a jet flow*. PhD thesis, Faculty of the graduate school of the University of Minnesota.
- Han B, Goldstein R. J. (2002): A numerical study of energy separation in a jet flow. In *1st International Conference in Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, Kruger Park, South Africa.
- Han B, Goldstein R. J. (2003): Instantaneous energy separation in a free jet. Part I. Flow measurement and visualization. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46:3975–3981. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(03\)00245-X](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(03)00245-X).
- Han B, Goldstein R. J, Choi H. G. (2002): Energy separation in shear layers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45:47–55. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(01\)00131-4](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(01)00131-4).
- Han X, Li N, Wu K, Wang Z, Tang L, Chen G, Xu X. (2013): The influence of working gas characteristics on energy separation of vortex tube. *Applied thermal engineering*, 61(2):171–7. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2013.07.027>.

- Hilsch R. (1946): Die expansion von gasen in zentrifugalfed als kälteprozess. *Zeitschr. fur Naturforschung*, 1(4):208–214.
- Hinze J. O. (1975): *Turbulence*. McGraw-Hill book company, 2 edition.
- Im S. Y, Yu S. S. (2012): Effects of geometrical parameters of the separated air flow temperature of a vortex tube for design optimization. *Energy*, 37(1):154–160. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2011.09.008>.
- Issa R. (1986): Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting. *Journal of Computational Physics*, 62:40–65. doi:10.1016/0021-9991(86)90099-9.
- Itao D. C. (2005): Estudo de um sistema alternativo de ar condicionado automotivo baseado na aplicação de tubos de vórtice utilizando o conceito de regeneração energética. Master's thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Jasak H. (1996): *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*. Phd thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine.
- Jones W. P, Launder B. E. (1972): The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15(2):301–314. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(72\)90076-2](https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90076-2).
- Kandil H. A, Abdelghany S. T. (2015): Computational investigation of different effects on the performance of the Ranque-Hilsch vortex tube. *Energy*, 84:207–18. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.02.089>.
- Kazantseva O. V, Piralishvili S. A, Fuzeeva A. A. (2005): Numerical simulation of swirling flows in vortex tubes. *High Temperature*, 43(4):608–613. <https://doi.org/10.1007/s10740-005-0102-8>.
- Khait A. V, Noskov A. S, Alekhin V. N, and Lovtsov A. V. (2012): Mathematical simulation of Ranque-Hilsch vortex tube heat and power performances. In *14th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering*, pages 1–8, Moscow, Russia.
- Khazei H, Teymourash A. R, Malek-jafarian M. (2012): Effects of gas properties and geometrical parameters on performance of a vortex tube. *Scientia Iranica, Transactions B: Mechanical Engineering*, 19(3):454–462. doi: 10.1016/j.scient.2012.03.003.
- Kirmaci V, Uluer O. (2009): An experimental investigation of the cold mass fraction, nozzle number, and inlet pressure effects on performance of counter flow vortex tube. *Journal of Heat Transfer*, 131(8):081701–081701–6. doi: 10.1115/1.3111259.

- Korkodinov Y. A, Peshcherenko S. N, Esov V. B, Ablyaz T, Muratov K. R. (2016): Prediction of the cooling of cutting zones by means of vortex tubes in high-speed machining. *Russian Engineering Research*, 36(1):71–73. doi:10.3103/S1068798X16010123.
- Kukis V, Omelchenko E, Raznoshinskaia A. (2015): Results of vortex tube usage in diesel exhaust gas recirculation system. *Procedia Engineering*, 129:151–155. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.024>.
- Kukis V, Raznoshinskaia A. (2016): Characteristics of the diesel 4CHN13/15 working process with exhaust gases recirculation and their cooling in the vortex tube. *Procedia Engineering*, 150:1287–1290. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.291>.
- Kulkarni K. S, Goldstein R. J. (2009): Energy separation in the wake of a cylinder: Effect of Reynolds number and acoustic resonance. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(17-18):3994–4000. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.03.024>.
- Kulkarni K. S, Sardesai C. (2002): Enrichment of methane concentration via separation of gases using vortex tubes. *J. Energy Eng.*, 128(1):1–12.
- Kurganov A, Noelle S, Petrova G. (2001): Semidiscrete central-upwind schemes for hyperbolic conservation laws and Hamilton - Jacobi equation. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 23(3):707–740. <https://doi.org/10.1137/S1064827500373413>.
- Kurganov A, Tadmor E. (2000): New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection-diffusion equations. *Journal of Computational Physics*, 160(1):241–282. <https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6459>.
- Kurosaka M, Gertz J. B, Graham J. E, Goodman J. R, Sundaram P, Riner W. C, Kuroda H, Hankey W. L. (1987): Energy separation in a vortex street. *J. Fluid Mech.*, 178:1–29. <https://doi.org/10.1017/S0022112087001095>.
- Launder B. E, Sharma B. I. (1974): Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1(2):131–137. [https://doi.org/10.1016/0094-4548\(74\)90150-7](https://doi.org/10.1016/0094-4548(74)90150-7).
- Lay J. E. (1959): An experimental and analytical study of vortex-flow temperature separation by superposition of spiral and axial flow, part II. *Trans. ASME J. Heat Transf.*, 81:213–22.
- Lebedinskii K. V, Kurnosov N. E, Nikolotov A. A, Alekseev D. P. (2015): Ionization of air in a Ranque-Hilsch vortex tube and the method of obtaining uni- and bipolar

- ionization. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 88(6):1476–1482. doi:10.1007/s10891-015-1333-0.
- Lewins J, Bejan A. (1999): Vortex tube optimization theory. *Energy*, 24(11):931–943. [https://doi.org/10.1016/S0360-5442\(99\)00039-0](https://doi.org/10.1016/S0360-5442(99)00039-0).
- Li N, Zeng Z. Y, Wang Z, Han X. H, Chen G. M. (2015): Experimental study of the energy separation in a vortex tube. *International journal of refrigeration*, 55:93–101. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2015.03.011>.
- Liew R, Zeegers J. C. H, Kuerten J. G. M, Michalek W. R. (2012): Maxwell’s demon in the Ranque-Hilsch vortex tube. *Physical review letters PRL*, 109:054503–1 – 054503–1. doi: 10.1103/PhysRevLett.109.054503.
- Linderstrom-Lang C. U. (1967): On gas separation in Ranque-Hilsch vortex tubes. *Z. Naturforschg*, 22(a):835–837.
- Liu J, Chou Y. K. (2007): On temperatures and tool wear in machining hypereutectic Al-Si alloys with vortex-tube cooling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(3-4):635–645. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2006.04.008>.
- Liu J. Y, Gong M. Q, Zhang Y, Hong H, Wu J. F. (2005): Numerical research of a special fluid phenomenon: Ranque-Hilsch effect. *Modern Physics Letters B*, 19(28/29):1723–1726. <https://doi.org/10.1142/S0217984905010311>.
- Liu X, Liu Z. (2014): Investigation of the energy separation effect and flow mechanism inside a vortex tube. *Applied thermal engineering*, 67(1-2):494–506. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2014.03.071>.
- Lumley J. L, Newman G. R. (1977): The return to isotropy of homogeneous turbulence. *J. Fluid Mech.*, 82(1):161–178. <https://doi.org/10.1017/S0022112077000585>.
- MacGee J. R. (1950): Fluid action in the vortex tube. *J. ASRE Refrigerat. Engng.*, 58:974–5.
- Manimaran R. (2016): Computational analysis of energy separation in a counter-flow vortex tube based on inlet shape and aspect ratio. *Energy*, 107:17–28. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.04.005>.
- Manimaran R. (2017): Computational analysis of flow features and energy separation in a counter-flow vortex tube based on number of inlets. *Energy*, 123:564–578. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.02.025>.
- Manimaran R, Raj R. T. K, Kumar K. S. (2012): Experimental studies of temperature separation and flow field for different geometrical parameters in

- Ranque-Hilsch vortex tube. *Thermal Science*. doi: 10.2298/TSCI110921047M, <http://thermalscience.vinca.rs/pdfs/papers-2012/TSCI110921047M.pdf>.
- Markal B, Aydin O, Avci M. (2010): An experimental study on the effect of the valve angle of counter-flow Ranque-Hilsch vortex tubes on thermal energy separation. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 34(7):966–971. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2010.02.013>.
- Marshall J. (1977): Effect of operating conditions, physical size and fluid characteristics on the gas separation performance of a Linderstrom-Lang vortex tube. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 20(3):227–231. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(77\)90209-5](https://doi.org/10.1016/0017-9310(77)90209-5).
- Menter F, Esch T. (2001): Elements of industrial heat transfer predictions. In *Proceedings of COBEM 2001, Invited Lectures*, volume 20, pages 117–127.
- Menter F. R. (1994): Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>.
- Menter F. R, Egorov Y. (2010): The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. part 1: Theory and model description. *Flow Turbulence Combust*, 85(1):113–138. DOI 10.1007/s10494-010-9264-5.
- Mohammadi S, Farhadi F. (2013): Experimental analysis of a Ranque-Hilsch vortex tube for optimizing nozzle numbers and diameter. *Applied Thermal Engineering*, 61(2):500–6. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2013.07.043>.
- Mohammadi S, Farhadi F. (2014): Experimental and numerical study of the gas-gas separation efficiency in a Ranque-Hilsch vortex tube. *Separation and Purification technology*, 138:177–85. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2014.10.022>.
- Mohanty S. S, Ray D. K. (2012): An experimental modeling and investigation of change in cold mass fraction and nozzle numbers on performance of counter flow vortex tube. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series C*, 93(2):181–185. <https://doi.org/10.1007/s40032-012-0015-3>.
- Mohiuddin M, Elbel S. (2014): A fresh look at vortex tubes used as expansion device in vapor compression systems. In *15th international refrigeration and air conditioning conference*, Purdue University.
- Molina M. J, Rowland F. S. (1974): Stratospheric sink for chlorofluoromethanes: chlorine atom-catalysed destruction of ozone. *Nature*, 249(5460):810–2. doi:10.1038/249810a0.
- Nellis G. F, Klein S. A. (2002): The application of vortex tubes to refrigeration

- cycles. In *International Refrigeration and Air Conditioning Conference*. paper 537.
- Ng W. F, Chakroun W. M, Kurosaka M. (1990): Time-resolved measurements of total temperature and pressure in the vortex street behind a cylinder. *Phys. Fluids A*, 2(6):971–978. <http://dx.doi.org/10.1063/1.857604>.
- Nibmalkar S. U, Muller M. R. (2009): An experimental investigation of the optimum geometry for the cold end orifice of a vortex tube. *Applied Thermal Engineering*, 29(2-3):509–514. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2008.03.032>.
- Ouahda A, Baghdad M, Addad Y. (2013): Effect of variable thermophysical properties on flow and energy separation in a vortex tube. *International Journal of refrigeration*, 36(8):2426–37. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2013.07.018>.
- Oyewola O, Djenidi L, Antonia A. (2004): Influence of localised wall suction on the anisotropy of the Reynolds stress tensor in a turbulent boundary layer. *Experiments in Fluids*, 37(2):187–193. <https://doi.org/10.1007/s00348-004-0800-8>.
- Patankar S, Spalding D. (1972): A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(10):1787–1806. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(72\)90054-3](https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90054-3).
- Perri G. M, Bräunig M, Gironimo G. D, Putz M, Tarallo A, Wittstock V. (2016): Numerical modelling and analysis of the influence of an air cooling system on a milling machine in virtual environment. *Int J Adv Manuf Technol*, 86(5-8):1853–1864. <https://doi.org/10.1007/s00170-015-8322-5>.
- Pinar A. M Filiz, S, Ünlü B. S. (2016): A comparison of cooling methods in the pocket milling of AA5083-H36 alloy via Taguchi method. *Int J Adv Manuf Technol*, 83(9-12):1431–1440. doi:10.1007/s00170-015-7666-1.
- Piralishvili S. A, Polyayev V. M. (1996): Flow and thermodynamic characteristics of energy separation in a double-circuit vortex tube – an experimental investigation. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 12(4):399–410. [https://doi.org/10.1016/0894-1777\(95\)00122-0](https://doi.org/10.1016/0894-1777(95)00122-0).
- Poshernev N. V, Khodorkov I. L. (2003): Experience from the operation of a conical vortex tube with natural gas. *Chemical and Petroleum Engineering*, 39(9-10):602–607.
- Poshernev N. V, Khodorkov I. L. (2004): Natural-gas tests on a conical vortex tube (CVT) with external cooling. *Chemical and Petroleum Engineering*, 40(3-4):212–217. <https://doi.org/10.1023/B:CAPE.0000033678.73190.e8>.

- Pouraria H, Park W. (2014): Numerical investigation on cooling performance of Ranque-Hilsch vortex tube. *Thermal Science*, 18(4):1173–89. doi:10.2298/TSCI120610052P.
- Pourmahmoud N, Akhesmeh S. (2008): Numerical investigation of the thermal separation in a vortex tube. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 43:399–405.
- Pourmahmoud N, Azar F. S, Hassanzadeh A. (2014): Numerical simulation of secondary vortex chamber effect on the cooling capacity enhancement of vortex tube. *Heat and Mass Transfer*, 50(9):1225–36. <https://doi.org/10.1007/s00231-014-1335-z>.
- Pourmahmoud N, Hassanzadeh A, Moutaby O. (2012a): Numerical analysis of the effect of helical nozzles gap on the cooling capacity of Ranque-Hilsch vortex tube. *International journal of refrigeration*, 35(5):1473–83. doi:10.1016/j.ijrefrig.2012.03.019.
- Pourmahmoud, N, Zadeh, A. H, Moutaby, O, Bramo, A. (2012b): Numerical investigation of operating pressure effects on performance of a vortex tube. *Thermal Science*, 18(2):151–66. DOI: 10.2298/TSCI110907030P.
- Prabakaran J, Vaidyanathan S. (2010): Effect of orifice and pressure of counter flow vortex tube. *Indian Journal of Science and Technology*, 3(4):374–376.
- Promvong P, Eiamsa-ard S. (2005): Investigation on the vortex thermal separation in a vortex tube refrigerator. *Science Asia J.*, 31(3):215–223. doi: 10.2306/scienceasia1513-1874.2005.31.215.
- Radenković D. R, Burazer J. M, Novković Dj. M. (2014): Anisotropy analysis of turbulent swirl flow. *FME Transactions*, 42(1):19–25. doi:10.5937/fmet1401019R.
- Rafiee S. E, Ayenehpour S, Sadeghiazad M. M. (2016): A study on the optimization of the angle of curvature for a Ranque-Hilsch vortex tube, using both experimental and full Reynolds stress turbulence numerical modeling. *Heat and mass transfer*, 52(2):337–350. <https://doi.org/10.1007/s00231-015-1562-y>.
- Rafiee S. E, Sadeghiazad M. M. (2014): Three-dimensional and experimental investigation on the effect of cone length of throttle valve on thermal performance of a vortex tube using $k - \varepsilon$ turbulence model. *Applied thermal engineering*, 66(1-2):65–74. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2014.01.073>.
- Rafiee S. E, Sadeghiazad M. M. (2016a): Experimental study and 3D CFD analysis on the optimization of throttle angle for a convergent vortex tube. *J. Marine Sci. Appl.*, 15(4):388–404. doi:10.1007/s11804-016-1387-1.

- Rafiee S. E, Sadeghiazad M. M. (20166): Theree-dimensional numerical investigation of the separation process in a vortex tube at different operating conditions. *J. Marine Sci. Appl.*, 15(2):157–165. doi:10.1007/s11804-016-1348-8.
- Rafiee S. E, Sadeghiazad M. M. (2017a): Efficiency evaluation of vortex tube cyclone separator. *Applied Thermal Engineering*, 114:300–327. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.11.110>.
- Rafiee S. E, Sadeghiazad M. M. (20176): Experimental and 3D CFD analysis on optimization of geometrical parameters of parallel vortex tube cyclone separator. *Aerospace Science and Technology*, 63:110–122. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.12.014>.
- Rafiee S. E, Sadeghiazad M. M. (2017B): Experimental and 3D CFD investigation on heat transfer and energy separation inside a counter flow vortex tube using different shapes of hot control valves. *Applied Thermal Engineering*, 110:648–664. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.08.166>.
- Rahman S. M. A, Mujumdar A. S. (2011): Aerodynamic and thermal characteristics of a Maxwell type vortex tube. *Cent. Eur. J. Eng.*, 1(4):369–379. <https://doi.org/10.2478/s13531-011-0035-4>.
- Ranque G. J. (1932): French patent applied for 12th december 1931.
- Ranque, G. J. (1933): Experiences sur la détente giratoire avec productions simultanees d'un echappement d'air chaud et d'un echappement d'air froid. *Journal de Physique et Le Radium*, 4(6, 342):112–115.
- Ranque G. J. (1934): Method and apparatus for obtaining from a fluid under pressure two currents of fluids at different temperatures. United States Patent Office, No. 1952281, Patented 27th March 1934, (Application 6th December 1932, No. 646020).
- Raterman K. T, Mckellar M, Podgomey A, Stacey D, Turner T, Stokes B, Vranicar J. (2001): A vortex contractor for carbon dioxide separations. In *First national conference on carbon sequestration*, National energy technology laboratory, USA.
- Rattanongphisat W, Riffat S. B, Gan G. (2008): Thermal separation flow characteristic in a vortex tube: CFD model. *Int. J. Low Carbon Technol.*, 3(4):282–295. <https://doi.org/10.1093/ijlct/3.4.282>.
- Rattanongphisat W, Thungrthong K. (2014): Improvement vortex cooling capacity by reducing hot tube surface temperature: Experiment. *Energy Procedia*, 52:1–9. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2014.07.048>.
- Rubio E. M, Agustina B, Marin M, Bericua A. (2015): Cooling systems based on

- cold compressed air: a review of the applications in machining processes. *Procedia Engineering*, 132:413–418. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.513>.
- Sadi M, Farzaneh-Gord M. (2014): Introduction of annular vortex tube and experimental comparison with Ranque-Hilsch vortex tube. *International Journal of refrigeration*, 46:142–51. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2014.07.004>.
- Saidi M. H, Valipour M. S. (2003): Experimental modeling of a vortex tube refrigerator. *Applied Thermal Engineering*, 23(15):1971–1980. [https://doi.org/10.1016/S1359-4311\(03\)00146-7](https://doi.org/10.1016/S1359-4311(03)00146-7).
- Saidi M. H, Yazdi M. R. A. (1999): Exergy model of a vortex tube system with experimental results. *Energy*, 24:625–32. [https://doi.org/10.1016/S0360-5442\(98\)00076-0](https://doi.org/10.1016/S0360-5442(98)00076-0).
- Sarkar J. (2009): Cycle parameter optimization of vortex tube expansion transcritical CO₂ system. *International Journal of Thermal Sciences*, 48(9):1823–1828. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2009.01.016>.
- Scheller W. A, Brown G. M. (1957): The Ranque–Hilsch vortex tube. *Fluid Mechanics in Chemical Engineering*, 49(6):1013–1016.
- Scheper G. W. (1951): The vortex tube; internal flow data and a heat transfer theory. *J ASRE Refrig Eng*, 59:985–989.
- Secchiaroli A, Ricci R, Montelpare S, D’Alessandro V. (2009): Numerical simulation of turbulent flow in a Ranque-Hilsch vortex tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(23-24):5496–5511. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.05.031>.
- Selek M, Tasdemir S, Dincer K, Baskaya S. (2011): Experimental examination of the cooling performance of Ranque-Hilsch vortex tube on the cutting tool nose point of the turret lathe through infrared thermography method. *International Journal of Refrigeration*, 34(3):807–815. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2010.11.008>.
- Seol W. S, Goldstein R. J. (1997): Energy separation in a jet flow. *Journal of fluids engineering, Transactions of the ASME*, 119(1):74–82. doi:10.1115/1.2819122.
- Shamsoddini R, Nezhad A. H. (2010): Numerical analysis of the effect of nozzles number on the flow and power of cooling of a vortex tube. *International Journal of Refrigeration*, 33(4):774–782. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.12.029>.
- Shannak B. A. (2004): Temperature separation and friction losses in vortex tube. *Heat and Mass Transfer*, 40(10):779–785. <https://doi.org/10.1007/s00231-003-0485-1>.
- Sharma T. K, Rao G. A. P, Murthy K. M. (2017): Numerical analysis

- of a vortex tube: A review. *Arch Computat Methods Eng*, 24(2):251–280. <https://doi.org/10.1007/s11831-016-9166-3>.
- Shih T. H, Liou W. W, Shabbir A, Yang Z, Zhu J. (1995): A new $k - \varepsilon$ eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows. *Computers Fluids*, 24(3):227–238. DOI: 10.1016/0045-7930(94)00032-T.
- Sibulkin M. (1961): Unsteady, viscous, circular flow. Part 3. Application to the Ranque-Hilsh vortex tube. *J. Fluid Mech.*, 12(2):269–293. <https://doi.org/10.1017/S0022112062000191>.
- Simonsen A. J, Krogstad P.-A. (2004): Turbulent stress invariant analysis: Clarification of existing terminology. In *Proceedings of the 15th Australasian Fluid Mechanics Conference*, Sydney, Australia. The University of Sydney. 4 pages.
- Singh G, Sharma V. S. (2017): Analyzing machining parameters for commercially pure titanium (Grade 2), cooled using minimum quantity lubrication assisted by a Ranque-Hilsch vortex tube. *Int J Adv Manuf Technol*, 88(9-12):2921–2928. doi:10.1007/s00170-016-8982-9.
- Singh P. K, Tathgir R. G, Gangacharyulu D, Grewal G. S. (2004): An experimental performance evaluation of vortex tube. *IE (I) J. MC*, 84(4):149–153.
- Skye H. M, Nellis G. F, Klein S. A. (2006): Comparison of CFD analysis to empirical data in a commercial vortex tube. *International Journal of Refrigeration*, 29(1):71–80. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2005.05.004>.
- Smith J. L. (1962a): An analysis of the vortex flow in the cyclone separator. *Trans. ASME, J. Basic Eng*, 84(4):609–16. doi:10.1115/1.3658722.
- Smith J. L. (1962b): An experimental study of the vortex in the cyclone separator. *Trans. ASME, J. B. Engng*, 84(4):602–8. doi:10.1115/1.3658721.
- Stanescu G, de Oliveira Cabral C. A, Santos M. C. (2012): Experimental study on the vortex tube potential to increase air moisture removal and carrying capability. In *15th International Conference on Experimental Mechanics ICEM15*, Porto, Portugal.
- Stephan K, Lin S, Durst M, Huang F, Seher D. (1983): An investigation of energy separation in a vortex tube. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 26(3):341–8. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(83\)90038-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(83)90038-8).
- Subudhi S, Sen M. (2015): Review of Ranque-Hilsch vortex tube experiments using air. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 52:172–178. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.07.103>.

- Tahry S. H. E. (1983): $k - \varepsilon$ equation for compressible reciprocating engine flows. *J. Energy*, 7(4):345–353. <https://doi.org/10.2514/3.48086>.
- Takahama H. (1965): Studies on vortex tubes. *Bull Jpn Soc Mech Eng*, 8(31):433–440.
- Takahama H, Kaqamura H, Kato S, Yokosawa H. (1979): Performance characteristics of energy separation in a steam-operated vortex tube. *Int. J. Engng Sci.*, 17(6):735–744. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(79\)90048-X](https://doi.org/10.1016/0020-7225(79)90048-X).
- Takahama H, Soga N. (1966): Studies on vortex tubes 2nd report, Reynolds no. effects of the cold air rate and partial admission of nozzle on the energy separation. *Bull Jpn Soc Mech Eng*, 9(33):121–130.
- Terekhin A. A, Zolotykh I. K. (2015): Evaporator system of water desalination based on Ranque-Hilsch vortex effect. *Procedia Engineering*, 129:337–343. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.073>.
- Thakare H. R, Monde A, Parekh A. D. (2015a): Experimental, computational and optimization studies of temperature separation and flow physics of vortex tube: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 52:1043–1071. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.07.198>.
- Thakare H. R, Monde A, Patil B. S, Parekh A. D. (2015b): Numerical investigation of flow characteristics in counter flow vortex tube. *Procedia Engineering*, 127:170–176. doi:10.1016/j.proeng.2015.11.323.
- Thakare H. R, Parekh A. D. (2014): CFD analysis of energy separation of vortex tube employing different gases, turbulence models and discretisation schemes. *International Journal of heat and mass transfer*, 78:360–70. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.06.083>.
- Thakare H. R, Parekh A. D. (2015): Computational analysis of energy separation in counter-flow vortex tube. *Energy*, 85:62–77. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.03.058>.
- Tissandier G. (2005): *The wonders of water*. Ann Arbor, Michigan: University of Michigan Library.
- Tsang A. H. F, Yung W. K. (2017): Development of an adaptive food preservation system for food quality and energy efficiency enhancement. *International Journal of Refrigeration*, 76:342–355. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2017.02.006>.
- Tyutyuma V. D. (2016a): Efficiency of energy separation in a vortex flow. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 89(2):422–427. doi:10.1007/s10891-016-1392-0.

- Tyutyuma V. D. (2016): Influence of thermal processes on the efficiency of the energy separation in a Ranque vortex tube. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 89(6):1505–1513. doi:10.1007/s10891-016-1520-7.
- Valipour M. S, Niazi N. (2011): Experimental modeling of a curved Ranque-Hilsch vortex tube refrigerator. *International Journal of Refrigeration*, 34(4):1109–1116. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2011.02.013>.
- Čantrak S. (1981): *Experimentale Untersuchungen statistischer Eigenschaften turbulenter drallbehafteter Rohr- und Diffusorströmungen*. Dr.-Ing.-Diss, Karlsruhe.
- Vennos S. L. N. (1968): *An experimental investigation of the gaseous vortex*. PhD thesis, Rensselaer polytechnic Institute.
- Versteeg H. K, Malalasekera W. (1995): *An introduction to computational fluid dynamics – The finite volume method*. Longman Scientific and Technical.
- Vukašinović B. (1996): *Turbulentni prenos i problemi njegovog modeliranja u vi-hornom strujanju*. Magistarska teza, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- Tuković Ž. (2005): *Metoda kontrolnih volumena na domenama promenljivog oblika*. Doktorski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje.
- Wilcox D. C. (1988): Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, 26(11):1299–1310. <https://doi.org/10.2514/3.10041>.
- Wilcox D. C. (1994): *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, Inc. La Canada, California, 2 edition.
- Williams D. T. (2005): *Ranque-Hilsch vortex tube for refrigeration in developing communities*. Dissigno, California.
- Wisnoe W, Rahman K. M. A, Istihat Y, Natarajan V. D. (2016): Thermofluid-acoustic analysis of a Ranque-Hilsch vortex tube. *Procedia Technology*, 26:544–551. doi:10.1016/j.protcy.2016.08.068.
- Wu Y. T, Ding Y, y. B. Ji, Ma C. F, Ge M. C. (2007): Modification and experimental research on vortex tube. *International Journal of Refrigeration*, 30(6):1042–1049. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2007.01.013>.
- Xue Y. (2012): *The working principle of a Ranque-Hilsch vortex tube*. PhD thesis, School of Mechanical engineering, The university of Adelaide.
- Xue Y, Arjomandi M. (2008): The effect of vortex angle on the efficiency of the Ranque-Hilsch vortex tube. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 33(1):54–57. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2008.07.001>.

- Xue Y, Arjomandi M, Kelso R. (2010): Flow visualization to determine the flow structure in a vortex tube. In *17th Australasian Fluid Mechanics Conference*, Auckland, New Zealand.
- Xue Y, Arjomandi M, Kelso R. (2011): Visualization of the flow structure in a vortex tube. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 35(8):1514–1521. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2011.07.001>.
- Xue Y, Arjomandi M, Kelso R. (2013a): Experimental study of the thermal separation in a vortex tube. *Experimental thermal and fluid sciences*, 46:175–82. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2012.12.009>.
- Xue Y, Arjomandi M, Kelso R. (2013b): The working principle of a vortex tube. *International journal of refrigeration*, 36(6):1730–40. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2013.04.016>.
- Xue Y, Arjomandi M, Kelso R. (2014): Energy analysis within a vortex tube. *Experimental thermal and fluid sciences*, 52:139–45. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2013.09.004>.
- Yilmaz M, Kaya M, Karagoz S, Erdogan S. (2009): A review on design criteria for vortex tubes. *Heat Mass Transfer*, 45(5):613–632. <https://doi.org/10.1007/s00231-008-0447-8>.
- Zhang B, Guo X, Yang Z. (2016): Analysis on the fluid flow in vortex tube with vortex periodical oscillation characteristics. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 103:1166–1175. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.08.063>.
- Zhidkov M, Devisilov V, Zhidkov D. A, Kirikova O. V, Spiridonov V. (2015): Thermodynamics of the Ranque-Hilsch effect in the three-flow vortex tubes. *Theoretical foundations of chemical engineering*, 49(4):523–531. doi:10.1134/S0040579515040211.
- Илић Д. (2013): *Вихорно струјање у коничним дифузорима*. Докторска дисертација, Машински факултет Универзитета у Београду.
- Лечић М. (2003): *Теоријско и експериментално истраживање турбулентних вихорних струјања*. Докторска дисертација, Машински факултет Универзитета у Београду.
- Мартинов А, Броднский В. (1976): *Что такое вихревая труба*. Энергий, Москва.
- Меркулов А. П. (1969): *Вихревой эффект и его применение в технике*. Машиностроение, Москва.

- Пиралишвили Ш. А, Поляев В. М, Сергеев М. Н. (2000): *Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения*. УНПЦ "Энергомаш", Москва.
- Тоћић А. (2007): *Истраживање структуре нехомогене турбуленције применом инваријантне теорије*. Магистарска теза, Машински факултет Универзитета у Београду.
- Тоћић А. (2013): *Моделирање и нумеричке симулације вихорних струјања*. Докторска дисертација, Машински факултет Универзитета у Београду.
- Чантрак Ђ. (2012): *Анализа вртложног језгра и структуре турбуленције у правој цеви кружног попречног пресека иза кола аксијалних вентилатора применом PIV, LDA и HWA метода*. Докторска дисертација, Машински факултет Универзитета у Београду.
- Шекутковски Б. (2016): *Развој напредне методе прорачуна интеракције ваздушне струје и структуре ваздухоплова у домену трансоничних брзина*. Докторска дисертација, Машински факултет Универзитета у Београду.



Биографија

Јела Миленка Буразер рођена је 14. марта 1985. године у Београду, где је завршила основну школу и Пету београдску гимназију са одличним успехом. Машински факултет у Београду уписује школске 2003/04. год, где завршава студије на Одсеку за термотехнику за 4 (четири) године и 4 (четири) месеца, пре навршавања 23. године живота. Дипломирала је пре почетка апсолвентског стажа, 13. фебруара 2008. године на предмету Расхладна постројења и топлотне пумпе са темом дипломског рада *Методe за приближно одређивање времена замрзавања намирница неправилног облика*. У току студија је остварила просечну оцену 9,41 (9 и 41/100), а за дипломски рад добила је оцену 10 (десет). Школске 2008/09. године, уписује докторске студије на Машинском факултету у Београду, где полаже испите из свих предмета са просечном оценом 10 (десет). За одличне резултате у току студија добијала је награде Факултета, а по дипломирању је добила награду „Др Душан Томић“ као најбољи студент генерације на Одсеку за термотехнику. Награду „Растко Стојановић“ је добила за најбољи рад младих аутора, саопштен на Шестом Интернационалном конгресу Српског друшва за механику, који је одржан на Тари, од 19. до 21. јуна 2017. године.

Од 2008. године, Јела је стицала радно и истраживачко искуство у Иновационом центру Машинског факултета у Београду, на Машинском факултету у Београду, у Центру за општа и примењена истраживања Института Гоша у Београду. Била је изабрана у звање асистента за ужу научну област Термотехника при Катедри за термотехнику Машинског факултета у Београду, за један изборни период. Тренутно је запослена на Машинском факултету у Београду, у звању истраживач-сарадник при Катедри за Механику флуида. Држала је наставу из 10 (десет) предмета на разним нивоима студија при Катедри за термотехнику и Катедри за термомеханику Машинског факултета у Београду.

Аутор је или коаутор девет радова у часописима међународног и националног значаја (од тога три рада у часопису са импакт фактором (SCI листа)), једанаест саопштења на скуповима међународног значаја, једног приручника и једног техничког решења. Учествовала је као истраживач у пет пројеката при Министарству просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије и као пројектант-сарадник у једанаест пројеката у сарадњи са привредом.

Од страних језика, говори енглески и шпански, а служи се италијанским, руским и португалским језиком.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписана Јела Буразер

број уписа D11/08

Изјављујем

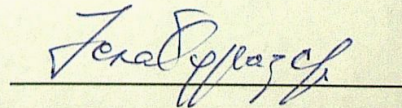
да је докторска дисертација под насловом

ТУРБУЛЕНТНО СТИШЉИВО СТРУЈАЊЕ У
РАНК-ХИЛШОВОЈ ВРТЛОЖНОЈ ЦЕВИ

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршила ауторска права и користила интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 07. 07. 2017. год.



Јела Буразер

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Јела М. Буразер

Број уписа D11/08

Студијски програм Докторске академске студије

Наслов рада ТУРБУЛЕНТНО СТИШЉИВО СТРУЈАЊЕ У РАНК-ХИЛШОВОЈ
ВРТЛОЖНОЈ ЦЕВИ

Ментор проф. др Милан Лечић

Потписана Јела М. Буразер

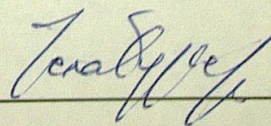
изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предала за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 07. 07. 2017. год.



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

ТУРБУЛЕНТНО СТИШЉИВО СТРУЈАЊЕ У
РАНК-ХИЛШОВОЈ ВРТЛОЖНОЈ ЦЕВИ

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

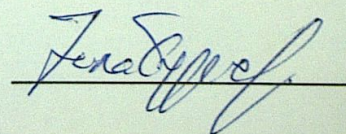
Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучила.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
- ☒ 3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 07. 07. 2017.



1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.