

UNIVERZITET U BEOGRADU

SAOBRAĆAJNI FAKULTET

Predrag R. Jovanović

**MODELIRANJE  
PARAMETARA ROBUSNOSTI  
REDA VOŽNJE ŽELEZNICE**

doktorska disertacija

Beograd, 2016

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF TRANSPORT AND TRAFFIC ENGINEERING

Predrag R. Jovanović

# **MODELLING PARAMETERS OF RAILWAY TIMETABLE ROBUSTNESS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2016

MODELIRANJE PARAMETARA ROBUSNOSTI  
REDA VOŽNJE ŽELEZNICE  
doktorska disertacija

Predrag R. Jovanović  
Univerzitet u Beogradu  
Saobraćajni fakultet

MENTOR: Prof. dr Nebojša Bojović, redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

Članovi komisije za pregled, ocenu i odbranu doktorske disertacije:

Prof. dr Nebojša Bojović, redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

Prof. dr Dragomir Mandić, redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

Prof. dr Dušan Stamenković, redovni profesor  
Univerzitet u Nišu – Mašinski fakultet

DATUM ODBRANE: \_\_\_\_\_

Predrag R. Jovanović

MODELIRANJE PARAMETARA ROBUSNOSTI REDA VOŽNJE ŽELEZNICE

doktorska diseratcija

Beograd, 2016

Univerzitet u Beogradu  
Saobraćajni fakultet

Ključne reči: železnički saobraćaj, red vožnje, kašnjenje vozova, robusnost, kapacitet železničke infrastrukture, višekriterijumsко odlučivanje, kombinatorna optimizacija

Naučna oblast: Tehničko-tehnološke nauke, područje Saobraćaj

Uža naučna oblast: Organizacija i tehnologija železničkog saobraćaja

UDK broj: \_\_\_\_\_

## SAŽETAK

Železnički sistem predstavlja jedan od najskupljih sistema svake države, kako sa aspekta izgradnje, tako i sa aspekta održavanja. Sa druge strane, on je neophodnost, posebno u gradovima i gusto naseljenim oblastima. Pravilno i tačno funkcionisanje železničkog sistema je od vitalnog značaja za nesmatan protok ljudi i dobara, što je osnovni preduslov za nesmetani razvoj i funkcionisanje čitavih oblasti, pa i država u celini. Tačnost železničkog sistema je u direktnoj vezi sa stabilnošću i robusnošću svih tehnoloških procesa u njemu, pa i reda vožnje, kao jednog od najvažnijih među njima.

Ciljevi izrade ovog rada su definisanje načina implementacije vremenskih rezervi u red vožnje u cilju povećanja njegove robusnosti, kao i dimenzionisanje veličine tih rezervi, s obzirom na ograničenja proizašla iz iskorišćenja propusne moći pruge. Razvijeni modeli uzimaju u obzir razna ograničenja nastala iz same tehnologije odvijanja železničkog saobraćaja. Modeli su algoritamskog tipa korak-po-korak, na osnovu kojih se može doći do veličine i mesta primene vremenskih rezervi na posmatranoj deonici pruge u cilju povećanja robusnosti reda vožnje.

Predloženi algoritmi primenjuju poznate metode višekriterijumskega odlučivanja i kombinatorne optimizacije, kako bi se došlo do optimalnog rešenja, vodeći računa o nametnutim ograničenjima. Modeli su primenjeni na realnom redu vožnje i svaki od njih dovodi do značajnog smanjenja kašnjenja vozova, što je iskorišćeno kao pokazatelj robusnosti reda vožnje.

Preporučene vrednosti dopunskih vremena za povećanje robusnosti su preuzete iz iskustva železnica Nemačke, ali su ona definisana sedamdesetih godina prošlog

veka. Sa restrukturiranjem železničkog sektora, one će sasvim sigurno doživeti izvesne izmene, međutim, one predstavljaju samo numeričku vrednost u modelima, pa njihove eventualne promene neće dovesti do nemogućnosti primene modela u budućnosti.

**KLJUČNE REČI:** železnički saobraćaj, red vožnje, kašnjenje vozova, robusnost, kapacitet železničke infrastrukture, višekriterijumsко odlučivanje, kombinatorna optimizacija

## ABSTRACT

Railway system is one of the most expensive system of each country, from aspect of construction and of maintenance, as well. On the other hand, it is a necessity, especially in cities and densely populated areas. Correct and accurate functioning of the railway system is vital for unhindered movement of people and goods, which is the basic precondition for the smooth functioning and development of whole regions, and even whole countries. Accuracy of the railway system is directly related to the stability and robustness of all technological processes in it, including timetable, as one of the most important among them.

The aims of this thesis were to define the mode of implementation of time reserves in the timetable in order to increase its robustness, as well as the dimensioning the size of those reserves, given the constraints arising from the utilization of railway line capacity. The developed models take into account the various limitations resulting from the technology of railway traffic itself. The models are algorithmic type step-by-step, and on the basis of them, the size and place of application of time reserves at observed section of the railway line can be reached, in order to increase the robustness of the timetable.

The proposed algorithms apply well known methods of multi-criteria decision-making and combinatorial optimization, in order to reach the optimal solution, taking into account imposed restrictions. The models were applied to the real timetable and each of them led to a significant reduction in train delays, which were used as an indicator of the timetable robustness.

The recommended values of additional time to increase the robustness were taken from the experiences of the German railways, but they were defined back in the seventies. With reform of the railway sector, they will certainly experience some changes. However, they represent only a numeric value in the models, and their possible changes will not lead to impossibility of applying the models in the future.

KEY WORDS: railway traffic, timetable, train delays, robustness, infrastructure capacity, multi-criteria decision making, combinatorial optimization

# SADRŽAJ

SAŽETAK .....	v
ABSTRACT .....	vii
SADRŽAJ .....	ix
LISTA SLIKA U RADU.....	xi
LISTA TABELA U RADU.....	xiii
1 UVOD .....	1
2 RED VOŽNJE ŽELEZNICE I KAPACITET ŽELEZNIČKE INFRASTRUKTURE .....	12
2.1 Red vožnje, karakteristike i parametri reda vožnje .....	12
2.2 Propusna moć pruga .....	19
2.2.1 Klasična metoda za proračun propusne moći pruga .....	21
2.2.2 Metoda za proračun propusne moći koja se primjenjuje na željeznicama Nemačke ..	26
2.2.3 UIC metoda za proračun propusne moći.....	28
2.2.4 Metoda za utvrđivanje kapaciteta definisana objavom UIC-a 406.....	31
3 ROBUSNOST REDA VOŽNJE ŽELEZNICE I KAŠNJENJA VOZOVA.....	40
4 PARAMETRI ROBUSNOSTI I CENA ROBUSNOSTI REDA VOŽNJE .....	45
4.1 Kriterijumi za definisanje značaja pokazatelja robusnosti .....	47
4.1.1 Kriterijum modifikovanog ranga vozova .....	48
4.1.2 Kriterijum ranije lociranih vremenskih rezervi.....	52
4.1.3 Kriterijum uticaja velikih železničkih čvorova na prevoznom putu voza .....	60
4.1.4 Kriterijum predviđenih tehnoloških operacija na preostalom prevoznom putu .....	61
4.2 Cena robusnosti reda vožnje .....	62
5 DIMENZIONISANJE VREMENSKIH REZERVI .....	67
6 MODELI ZA IMPLEMENTACIJU VREMENSKIH REZERVI U CILJU POVEĆANJA ROBUSNOSTI .....	72

6.1	Model reda vožnje i postavka problema.....	72
6.2	Modeli za povećanje robusnosti reda vožnje, sa mogućnosti primene na ograničavajućem međustaničnom rastojanju .....	76
6.2.1	Model višekriterijumskog odlučivanja za implementaciju pufer vremena na ograničavajućem međustaničnom rastojanju.....	77
6.2.2	Model kombinatorne optimizacije za implementaciju pufer vremena na ograničavajućem međustaničnom rastojanju.....	81
6.3	Modeli za povećanje robusnosti reda vožnje primenljivi na celoj pruzi ili deonici pruge	89
6.3.1	Relaksacija modela smanjenjem broja kandidata za implementaciju pufera.....	92
6.3.2	Raspoloživi kapacitet u modelima za povećanje robusnosti na celoj pruzi .....	97
6.3.3	Model višekriterijumskog odlučivanja za implementaciju pufer vremena na celoj pruzi, ili deonici pruge .....	98
6.3.4	Model kombinatorne optimizacije za implementaciju pufer vremena na celoj pruzi, ili deonici pruge .....	101
7	PRIMENA MODELA ZA POVEĆANJE ROBUSNOSTI REDA VOŽNJE .....	108
8	ANALIZA DOBIJENIH REZULTATA .....	120
9	ZAKLJUČAK I DALJI PRAVCI ISTRAŽIVANJA .....	128
	LITERATURA .....	133
	PRILOG.....	137
	Prilog I – opis AHP metode višekriterijumskog odlučivanja .....	138
	Prilog II – model za simulaciju linearnih sistema zasnovan na max-plus algebri.....	141
	Max-plus algebra.....	142
	Modeliranje max-plus sistema .....	145
	Analiza kritičnih ciklusa u max-plus sistemima.....	147
	Biografski podaci o kandidatu.....	150

## LISTA SLIKA U RADU

Slika 2.1 Međuzavisnost tačnosti i iskorišćenja kapaciteta infrastrukture .....	18
Slika 2.2 Međuzavisnost prosečnih kašnjenja i broja vozova na posmatranoj infrastrukturi.....	18
Slika 3.1 Ukrštanje trasa vozova .....	40
Slika 6.1 Jednostavni segment reda vožnje .....	73
Slika 6.2 Orijentisani graf kojim se može modelirati prikazani primer reda vožnje .....	73
Slika 6.3 Kompresija reda vožnje na ograničavajućem međustaničnom rastojanju.....	76
Slika 6.4 Algoritam primene modela višekriterijumskog odlučivanja za implementaciju vremenskih rezervi na ograničavajućem međustaničnom rastojanju.....	80
Slika 6.5 Algoritam primene modela kombinatorne optimizacije za implementaciju vremenskih rezervi na ograničavajućem međustaničnom rastojanju.....	86
Slika 6.6 Kompresija reda vožnje na celoj pruzi.....	91
Slika 6.7 Orijentisani graf formiran nakon kompresije reda vožnje na celoj pruzi.....	91
Slika 6.8 Redukcija kandidata pri sleđenju uzastopnih vozova .....	93
Slika 6.9 Relaksacija modela ograničenjem mogućnosti izbora kandidata.....	94
Slika 6.10 Relaksacija modela objedinjavanjem kandidata .....	96
Slika 6.11 Određivanje preostalog vremena koje se može iskoristiti za povećanje robusnosti reda vožnje, na celoj deonici pruge.....	98
Slika 6.12 Algoritam modela za povećanje robusnosti na celoj pruzi primenom AHP metode.....	100
Slika 6.13 Algoritam primene problema ranca za povećanje robusnosti reda vožnje .....	102
Slika 6.14 Algoritam za primenu MDKP problema za implementaciju pufer vremena .....	106
Slika 7.1 Red vožnje za testiranje modela za povećanje robusnosti na deonici pruge.....	109
Slika 7.2 Izgled sabijenog reda vožnje na posmatranoj deonici pruge.....	110
Slika 7.3 Aciklični usmereni graf i kandidati za implementaciju pufer vremena.....	112
Slika 8.1 Procenat slučajeva poboljšanja reda vožnje primenom modela višekriterijumskog odlučivanja .....	1244
Slika 8.2 Procenat slučajeva poboljšanja reda vožnje primenom modela kombinatorne optimizacije sa višedimenzionim rancem .....	1244
Slika 8.3 Procenat slučajeva poboljšanja reda vožnje primenom modela kombinatorne optimizacije i modifikovanim problemom ograničenog višedimenzionog ranca .....	1255

Slika 8.4 Broj slučajeva međusobne dominacije rezultata modela, za izvršenih 500 simulacija realizacija redova vožnje .....	1266
---	------

## LISTA TABELA U RADU

Tabela 2.1 Preporučene vrednosti iskorišćenja kapaciteta prema objavi UIC-a 406 .....	36
Tabela 2.2 Preporučene vrednosti koeficijenta vremenskih rezervi prema objavi UIC-a 406.....	37
Tabela 5.1 Procentualno uvećanje vremena putovanja za klasične garniture.....	68
Tabela 5.2 Procentualno uvećanje vremena putovanja za motorne garniture .....	69
Tabela 7.1 Karakteristike tehnoloških intervala – kandidata za implementaciju pufer vremena ....	114
Tabela 7.2 Vrednosti kandidata, po svim применjenim kriterijumima .....	115
Tabela 7.3 Vrednosti kandidata po objedinjenom kriterijumu, za primenu u modifikovanom ograničenom višedimenzionom problemu ranca .....	116
Tabela 7.4 Izabrani kandidati za implementaciju vremenskih rezervi, za svaki od применjenih modela.....	119
Tabela 7.5 Vektori preostalog kapaciteta nakon upotrebe modela za povećanje robusnosti reda vožnje .....	119
Tabela 8.1 Prosečna kašnjenja po jednoj izvršenoj simulaciji, za sve redove vožnje.....	122
Tabela 8.2 Smanjenja kašnjenja primenom predloženih modela, s obzirom na originalni red vožnje, u procentima .....	122
Tabela 8.3 Broj slučajeva dominacije (od 500 simulacija) redova vožnje dobijenih predloženim modelima prema originalnom redu vožnje .....	123
Tabela 8.4 Cena robusnosti s obzirom na inicijalni red vožnje .....	127

# 1 UVOD

Železnica predstavlja jedinstven i kompleksan sistem. Red vožnje, u osnovi, sadrži koordinaciju rada svih elemenata železničkog sistema. Red vožnje predstavlja konkretan plan saobraćaja vozova i predstavlja osnovu proizvodnog procesa železnice. Njime se usklađuju sve potrebe za prevozom sa raspoloživim kapacitetima.

Odstupanja od reda vožnje dovode do neregularnosti u saobraćaju vozova, koje, u zavisnosti od nivoa poremećaja, mogu dovesti do otežanog funkcionisanja sistema u celini. Naime, poremećaji u „hodu vozova” ne ugrožavaju samo vozove čiji je red vožnje direktno narušen, već, najčešće, dolazi do prostiranja kašnjenja kroz red vožnje, njihovog prenošenja sa jednog voza na drugi, i to ne samo na posmatranoj pruzi, već i na priključnim prugama, a usled poremećaja u turnusima lokomotiva, garnitura i osoblja, koji se definišu prema izrađenom redu vožnje, i do kašnjenja na drugim prugama. U najgorem slučaju, poremećaji u redu vožnje dovode i do otkazivanja planiranih polazaka vozova.

Kašnjenja vozova predstavljaju odstupanje od, redom vožnje, planiranog vremena realizacije nekog događaja. Ukoliko je primarno kašnjenje nekog događaja veće od vremenske rezerve, umetnute između njega i susednog događaja sa kojim postoji interakcija, kašenjenje će biti preneto i na ugroženi susedni događaj. Na taj način nastaju sekundarna kašnjenja. Sa tog aspekta, primarnim kašnjenjima nazivamo devijacije, tj. poremećaje u redu vožnje, koji su izazvani nepravilnostima unutar samog procesa saobraćaja odnosnog (posmatranog) voza. Sekundarnim kašnjenjima nazivamo poremećaje u redu vožnje koji su nastali interakcijom trase zakasnelog voza sa trasama drugih vozova, na takav način da je došlo do odlaganja realizacije

dolaska, otpreme ili prolaska nekog drugog voza. Iznose sekundarnih kašnjenja praktično nije moguće unapred utvrditi, jer njihova veličina zavisi od brojnih faktora, kao što su veličina primarnog kašnjenja, tipa interakcije između trasa, čak i od parametara infrastrukture (Hansen et al., 2010). Poseban problem predstavlja činjenica da kašnjenje jednog voza može izazvati poremećaje u saobraćaju više drugih vozova. Paradoksalno, iako su uzroci nastanka primarnih kašnjenja znatno brojniji (Goverde, 2010), statističkom analizom empirijskih podataka moguće je dobiti raspodele primarnih kašnjenja, na mestima nastanka. Uzimajući ovo u obzir, (Yuan, 2006) je razvio stohastički model propagacije kašnjenja, koji je kasnije proširen i применjen.

Uzimajući u obzir kašnjenja, posebno njihove tipove, moguće je definisati dva veoma važna pojma, sa stanovišta reda vožnje. Stabilnost i robusnost reda vožnje predstavljaju osnovne karakteristike reda vožnje, sa aspekta tačnosti i pouzdanosti (Goverde, 2005).

Robusnost reda vožnje predstavlja sposobnost reda vožnje da se odupre kašnjenjima koja mogu nastati u njemu. Praktično, red vožnje je robusniji što je više u stanju da umanji ili potpuno neutrališe transfer kašnjenja sa zakasnelyih vozova na druge. S obzirom na definiciju, jasno je da robusnost zavisi od veličine primarnog kašnjenja koja mogu nastati, pa se često u literaturi podrazumeva da se red vožnje, iako robustan, može odupreti samo malim poremećajima (Tomii, 2005; Salido et al., 2008; Andersson, 2014).

Stabilnost reda vožnje se definiše kao sposobnost reda vožnje da se, nakon pojave kašnjenja u njemu, vrati u projektovano stanje (Goverde, 2005; Goverde, 2007). Jasno je da postoji sličnost između ova dva pojma, ali ih ne treba izjednačavati.

I robusnost i stabilnost reda vožnje su direktno zavisni od vremenskih rezervi koje su implementirane u red vožnje. Samo uvođenje vremenskih rezervi u red vožnje predstavlja uvećanje minimalno predviđenog trajanja pojedinih radnji. Ovo praktično znači da se mogu uvećati vremena vožnje vozova, kao i tehnološki intervali između trasa. Osim navedenih, vremenske rezerve se mogu implementirati i u vremena bavljenja vozova u stanicama iz komercijalnih razloga.

Implementacija vremenskih rezervi u vremena vožnje omogućiće smanjenje, ili potpuno sprečavanje, primarnih kašnjenja posmatranog voza koja se mogu javiti na odnosnoj deonici. Osim tog efekta, jasno je da će se za isti iznos umanjiti eventualna prenešena kašnjenja, pa se može konstatovati da vremenske rezerve u vremenima vožnje predstavljaju parametre i stabilnosti i robusnosti reda vožnje. Sa druge strane, implementacija vremenskih rezervi u tehnološke intervale između trasa umanjuje, ili potpuno onemogućava, transfer kašnjenja sa jednog voza na drugi, pa se ove vozne rezerve smatraju parametrima robusnosti reda vožnje. Vremenske rezerve u vremenima bavljenja koriste se isključivo za neutralisanje negativnih posledica produženog bavljenja voza usled ulaska i izlaska putnika, pa se ne smatraju parametrima stabilnosti ni robusnosti reda vožnje.

Kapacitet železničke infrastrukture, sa značajnim rastom saobraćaja, poslednjih godina se pokazao kao deficitaran resurs. Posebnu otežavajuću okolnost predstavlja činjenica da železnička infrastruktura predstavlja izuzetno skupa sredstva. Kada se govori o kapacitetu, prvenstveno se misli na propusnu moć, tj. na koeficijent iskorišćenja propusne moći. Sa tog aspekta, svaku vremensku rezervu u redu vožnje možemo smatrati vremenskim gubitkom. Naime, iako dovode do poboljšanja kvaliteta, vremenske rezerve u redu vožnje crpe kapacitet infrastrukture, i to bez povećanja saobraćaja vozova, pa se mogu smatrati neproduktivnim vremenima.

Sama implementacija vremenskih rezervi u već projektovan red vožnje, može se posmatrati kao problem alokacije, pri čemu karakteristike reda vožnje i železničke infrastrukture nameću brojna ograničenja. Veličina vremenskih rezervi koje će biti ugrađene u tehnološke intervale se ne može eksplicitno odrediti, posebno ne može biti definisana neka „standardna“ vrednost za različite pruge ili železničke mreže. Zato se ova teza zasniva, pre svega, na utvrđivanju prioritetnih tehnoloških intervala koje treba posebno zaštитiti vremenskim rezervama, kako bi se povećala robusnost reda vožnje, uz korišćenje usvojenih vrednosti vremenskih rezervi preuzetih iz drugih sistema. Ipak, s obzirom na značaj i uticaj samih vrednosti vremenskih rezervi, u disertaciji je formiran model koji omogućuje definisanje ovih vrednosti, uz ograničenje da maksimalne vrednosti vremenskih rezervi u tehnološkim intervalima ne mogu preći usvojene vrednosti.

U poslednje vreme, sa porastom aktuelnosti problema robusnosti reda vožnje, dolazi do značajnijeg istraživanja i razvoja novih modela za njegovo rešenje. Međutim, razvijeni modeli su pre svega teorijski, i ne uzimaju u obzir ograničenja i specifičnosti regulisanja železničkog saobraćaja, a ni kapacitet železničkih pruga. Neki od razvijenih modela se baziraju na proučavanju samo jedne od ovih veličina, a ne na sve elemente zajedno.

Sa sigurnošću se može tvrditi da je na polju stabilnosti reda vožnje najznačajnije doprinose načinio Goverde (Goverde & Odijk, 2002; Goverde, 2005; Goverde, 2007; Goverde, 2010), koji je problem stabilnosti sagledavao kroz primenu max-plus algebре na ciklične redove vožnje. (Wendler, 2007) se fokusira na preciznije definisanje planiranih i neplaniranih vremena čekanja vozova u stanicama, pri čemu koristi sofisticirane softverske alate. Važno je istaći da u istraživanjima ovih autora, vremenske rezerve nisu ni alocirane, niti je utvrđivana njihova vrednost, već su

modeli primjenjeni na već izrađene redove vožnje, sa već primjenjenim i raspoređenim vremenskim rezervama.

Sa istraživanjem kapaciteta infrastrukture i iskorišćenja propusne moći naročito se bavio Landex, i to posebno sa stanovišta kapaciteta pruga (Landex et al., 2006), a potom i sa stanovišta kapaciteta železničke mreže (Landex, 2007; Landex, 2012). Osim toga, značajni su njegovi radovi koji istražuju zavisnost kapaciteta i kvaliteta prevozne usluge (Landex, 2008), kao i radovi koji se bave kapacitetom stanica (Landex, 2011). Posebno je značajno što je u radovima ovog autora primljena metoda za određivanje propusne moći definisana od strane UIC-a 2004. godine objavom 406, sa svim svojim nedostacima, koje je autor na više načina apostrofirao.

U radu (Mattsson, 2007) analizirana je korelacija između kašnjenja i iskorišćenja kapaciteta.

Tehnološke operacije u stanicama i drugim službenim mestima, kao i zauzetost kolosečnih kapaciteta, analizirane su u više značajnijih radova. (Nie & Hansen, 2005) zaključuju da vremenske rezerve u odvojnim stanicama, na rasputnicama i raskrsnicama, zavisi od distribucije vremena zauzeća blok odseka neposredno ispred tih službenih mesta. Stohastičke metode su korišćene (Yuan & Hansen, 2008) za utvrđivanje primarnih kašnjenja i njihove propagacije u stanicama, kao i na uticaj kašnjenja na kapacitet stanica. Najvažniji rezultat ovog rada je da smanjenjem vremenskih rezervi u posmatranom redu vožnje, sekundarna kašnjenja vozova eksponencijalno rastu.

Značajan doprinos određivanju parametara koji utiču na tačnost vozova dali su (Olsson & Haugland, 2004), pri čemu su definisali i različite strategije za poboljšanje tačnosti saobraćaja.

U stručnoj literaturi postoji veliki broj pokušaja da se definišu načini za eksplisitno utvrđivanje robusnosti reda vožnje, odnosno, da se veličina robusnosti izmeri i jednoznačno utvrdi. Uopšteno, ovi pokazatelji su svrstani u dve grupe: pokazatelji koji proizilaze iz karakteristika samog reda vožnje i pokazatelji koji proizilaze iz procesa regulisanja saobraćaja (Andersson, 2014). Pokazatelji koji se oslanjaju na proces regulisanja saobraćaja ne mogu biti utvrđeni bez realizacije saobraćaja, bilo u realnom vremenu, bilo u procesu simulacije na mikro nivou, kako bi se dobile vrednosti nastalih poremećaja u redu vožnje. Sa te strane, možemo ih smatrati pokazateljima stabilnosti reda vožnje, a ne njegove robusnosti. Pokazatelji koje proizilaze iz karakteristika reda vožnje mogu se koristiti za merenje robusnosti već u fazi projektovanja.

U najvećem broju slučajeva, pokazatelji robusnosti koji se javljaju u objavljenoj i dostupnoj literaturi zasnovani su na ukupnoj sumi vremenskih rezervi koje su implementirane u posmatrani red vožnje. Iako se aksiomski, red vožnje može smatrati robusnijim, što je više vremenskih rezervi koje su u njemu implementirane, njihova ukupna suma nije pogodna da samostalno predstavlja pokazatelj robusnosti reda vožnje. Postoji više razloga za to. Naime, njihovim korišćenjem se povećava kako vreme putovanja tako i iskorišćenje kapaciteta, a povećanjem iskorišćenja kapaciteta robusnost i stabilnost reda vožnje opadaju. Zbog toga, u literaturi se često (Cicerone et al., 2009; Schöbel & Kratz, 2009) kao pokazatelj za utvrđivanje (mera) robusnosti može sresti tzv. „cena robusnosti“. Međutim, u ovim radovima, autori često uvode ovaj pokazatelj isključivo iz razloga pareto optimalnosti koju definišu, i to na različite načine. U ovoj disertaciji, „cena robusnosti“ će biti uvedena da bi se utvrdio odnos smanjenja sekundarnih kašnjenja nakon implementacije vremenskih rezervi i promene u iskorišćenju propusne moći.

Osim samih vrednosti vremenskih rezervi, od značaja je i njihova prostorna alokacija duž posmatrane pruge, odnosno deonice. Ovo je posebno istraživano sa aspekta stabilnosti reda vožnje. Često se u literaturi može primetiti da su dopunska vozna vremena jednostavno ravnomerno raspoređena na posmatranoj deonici, polazeći od prosečnih vrednosti kašnjenja koja mogu nastati. Međutim, (Vromans, 2005; Vekas et al., 2012) su pokazali da ravnomerno raspoređene vremenske rezerve daju relativno loše rezultate, pogotovu sa stanovišta eventualnog smanjenja već nastalih kašnjenja. Vromans je definisao pokazatelj „Weighted Average Distance“ (WAD) da bi utvrdio relativno rastojanje na kome su dopunska vozna vremena alocirana, i to počev od polazne do krajne stanice voza. WAD se računa za svaki voz posebno. Ovaj pokazatelj se može pronaći i u kasnijim radovima (Kroon et al., 2008; Fischetti et al., 2009). Pošto je deonicu saobraćaja voza podelio na  $N$  sekcija, i nakon sto je sa  $s_t$  označio dopunsko vreme vožnje voza na sekциji  $t$ , Vromans je WAD definisao kao:

$$WAD = \sum_{t=1}^N \frac{2t - 1}{2N} \cdot s_t \quad (1.1)$$

Iako svi autori ističu da je, sa aspekta robusnosti bolje kada su vrednosti WAD manje, da bi se sprečilo da se kašnjenja koja nastaju u početku putovanja prenesu duž deonice, treba imati u vidu da na taj način neće biti moguće smanjiti (ili neutralisati) kašnjenja koja se mogu pojaviti kasnije u putovanju.

Parametri robusnosti su stohastički utvrđivani i u radu (Carey, 1999), gde su razvijene posebne mere kako za posebne trase, tako i za red vožnje u celini. U radu se pošlo od prepostavke da će onaj red vožnje, sa najmanje primarnih kašnjenja imati najmanja i sekundarna kašnjenja. Predložena su tri parametra koja se zasnivaju na intervalima sleđenja: kvantili raspodele verovatnoća intervala sleđenja za svaku

kategoriju vozova, procenat vozova sa manjim intervalom sleđenja od neke zadate vrednosti i standardno odstupanje i srednje ukupno odstupanje veličine intervala.

Osim samih vremenskih rezervi, robusnost zavisi i od heterogenosti reda vožnje. Intuitivno se zaključuje da se robusnost povećava sa smanjenjem heterogenosti. (Vromans et al., 2006) su utvrđivali heterogenost posmatrajući najmanji interval  $h_i^-$ , između svaka dva uzastopna voza, za svaki voz  $i$ , od ukupno  $n$  vozova na deonici, a zatim sumirajući njihove vrednosti definisali pokazatelj SSHR, „sumu recipročnih vrednosti minimalnih intervala sleđenja“:

$$SSHR = \sum_{i=1}^n \frac{1}{h_i^-} \quad (1.2)$$

pri čemu sami naglašavaju da je nedostatak ovog pristupa to što ne pokazuje lokaciju minimalnih intervala na deonici. Takođe, autori su prepostavili da je značajnije da voz stigne na vreme nego da na vreme bude otpremljen, pa su uveli i alternativni pokazatelj „sumu recipročnih vrednosti intervala u dolasku“ (SAHR), gde u obzir uzimaju samo te intervale.

U svom radu (Salido et al., 2008) najpre definišu parametre koji utiču na robusnost, a zatim preko njih formiraju pokazatelj „vrednost robusnosti“, i to na dva načina, pri čemu je metod koji posmatra broj poremećaja koji se mogu apsorbovati vremenskim rezervama, kasnije proširen u radu (Shafia & Jamili, 2009).

U svom radu (Andersson et al., 2013) najpre definišu kritične tačke u redu vožnje, da bi u njima odredili vrednost pokazatelja robusnosti. Kritične tačke su definisane pri sleđenju vozova, u onim situacijama kada dolazi do preticanja. Kao mera robusnosti definisan je pokazatelj „robustnost u kritičnim tačkama“ i to kao suma

vremenske rezerve u vremenu vožnje voza koji vrši preticanje ispred kritične tačke, vremenske rezerve u tehnološkom intervalu i vremenske rezerve u vremenu vožnje uzastopnog voza nakon kritične tačke. Pri utvrđivanju vremenskih rezervi u voznim vremenima, posmatraju se samo ona vremena od tačke prethodnog planiranog zaustavljanja do kritične tačke. Takođe, ukoliko se preticanje vrši uz bavljenje oba voza, vremenske rezerve za bavljenje ulaze u sumu rezervi, ako su redom vožnje predviđene. Da bi testirali svoj model, autori ga koriste uporedno sa parametrima opisanim u prethodnim radovima.

Radovi koji se bave definisanjem i izučavanjem pokazatelja proizašlih iz procesa regulisanja saobraćaja su znatno zastupljeniji, kao i sama primena pokazatelja, kako u naučnim, tako i u stručnim radovima sa primenom na železnici. Uobičajeno, pokazatelji ovog tipa se definišu u odnosu na tačnost, broj izgubljenih konekcija, itd. Na primer, (Büker & Seybold, 2012) su kao pokazatelje koristili tačnost, srednju vrednost i varijansu kašnjenja vozova, dok su (Larsen et al., 2013) najpre stohastički utvrdili prihvatljive poremećaje, a zatim za analizu koristili ukupna i sekundarna kašnjenja. U svom radu (Medeossi et al., 2011) određuju verovatnoću nastanka konflikta između dve trase. U svim navedenim radovima, do parametara istraživanja se dolazi ili analizom realizovanih redova vožnje ili simulacijom poremećaja u redu vožnje. (Kecman, 2014) koristi modele za predikciju realizacije reda vožnje, kako bi omogućio promenu redosleda trasa u realnom vremenu, kako bi se neutralisale posledice već nastalih kašnjenja. Takođe, razvijeni su modeli za predikciju vremena pojedinih događaja u procesu realizacije reda vožnje (Kecman & Goverde, 2014) i (Kecman & Goverde, 2015).

Često se kao pokazatelj koristi prosečno ili ukupno kašnjenje vozova u dolasku, kao u već navedenim radovima (Vromans et al., 2006), (Kroon et al., 2008), ali i u radu (Khan & Zhou, 2010). Osim analize kašnjenja u dolasku, mogu se određivati i

kašnjenja u otpravljanju, a bitno je istaći da se pojedinačna kašnjenja mogu tretirati kao otežani parametar, s obzirom na njihovu veličinu ili značaj stanice u kojoj se mere.

U velikom broju radova, za analizu robusnosti se koriste samo sekundarna kašnjenja, pa tako (Delorme et al., 2009) određuju sekundarna kašnjenja za svaki voz, dok (D'Ariano et al., 2008) u obzir uzimaju maksimalna i prosečna sekundarna kašnjenja, pri upotrebi tzv. fleksibilnih redova vožnje.

Pojedini autori robusnost reda vožnje posmatraju sa aspekta korisnika, tj. putnika i njihovih kašnjenja, stvarnog vremena prevoza, neprijatnosti usled izgubljenih veza i sl. Među radove ovog tipa spadaju (Vansteenwegen & van Oudheusden, 2006), (Liebchen et al., 2010), (Cicerone et al., 2009), (De-Los-Santos et al., 2012) i drugi.

Nasuprot svim navedenim radovima, (Kecman et al., 2013) u svom radu razvijaju makroskopski model za simulaciju saobraćaja vozova, sa ciljem smanjenja propagacije kašnjenja kroz mrežu pruga.

U ovoj disertaciji kao osnovni parametri robusnosti reda vožnje smatraju se vremenske rezerve koje se u red vožnje umeću. Da bi se izvršilo modelovanje vremenskih rezervi definisano je više kriterijuma za izbor prioritetnih mesta alokacije vremenskih rezervi. Kako je ukupno raspoloživo vreme, koje se može iskoristiti za implementaciju vremenskih rezervi, uvek zavisno od kapaciteta infrastrukture, u razvijenim modelima se propusna moć pruge koristi kao osnovno ograničenje. U tezi su razvijena dva modela za alokaciju vremenskih rezervi, jedan zasnovan na problemu kombinatorne optimizacije, a drugi na metodama višekriterijumskog odlučivanja. Kao što je naglašeno, robusnost reda vožnje nije moguće analitički eksplicitno utvrditi, pa je za verifikaciju rezultata iskorišćen

model simulacije linearnih sistema, zasnovan na max-plus algebri, koji je razvio Goverde (Goverde, 2005).

Doktorska disertacija je podeljena u devet poglavlja. U **drugom poglavlju** je opisan red vožnje kao celina, sa svojim parametrima, a zatim je uveden i objašnjen pojam kapaciteta železničke infrastrukture, sa posebnim osvrtom na propusnu moć pruga i metodama za njeno utvrđivanje. **Treće poglavlje** je posvećeno kašnjenju vozova, sa uzrocima njihovog nastanka i pojmovima stabilnosti i robusnosti reda vožnje, kao pokazateljima kvaliteta. U **četvrtom poglavlju** su opisane vremenske rezerve u redu vožnje, kao osnovni parametri njegove robusnosti, a zatim je definisan niz kriterijuma koji će se koristiti za utvrđivanje značaja svake pojedinačne vremenske rezerve. **Peto poglavlje** proširuje prethodno u smislu mesta alokacije vremenskih rezervi i posebno se bavi dimenzionisanjem njihovih veličina. U **šestom poglavlju** su prikazani razvijeni modeli za implementaciju vremenskih rezervi. Osim samih modela i algoritama za njihovu primenu, u ovom poglavlju je opisan i način predstavljanja reda vožnje kao orijentisani graf, kako bi se kasnije, pri verifikaciji rezultata, omogućila primena simulacionog modela. U **sedmom poglavlju** dat je prikaz primene modela na stvarni red vožnje. Kako je, usled trenutnog stanja Železnica Srbije i malog broja vozova u redu vožnje, iskorišćenje kapaciteta izuzetno malo, modeli su primenjeni na red vožnje švedskih železnica (SJ), na opterećenom koridoru između Halsberga (Hallsberg) i Mjolbija (Mjölby). **Osmo poglavlje** predstavlja analizu rezultata, kao i kvalitativnu analizu primenjenih modela. **Deveto poglavlje** je zaključak istraživanja u kome su opisani i dalji pravci istraživanja problema povećanja robusnosti reda vožnje.

## **2 RED VOŽNJE ŽELEZNICE I KAPACITET ŽELEZNIČKE INFRASTRUKTURE**

### **2.1 Red vožnje, karakteristike i parametri reda vožnje**

Red vožnje predstavlja konkretni plan saobraćaja vozova. Red vožnje je jedinstven za celu železničku mrežu i mora biti u potpunosti usklađen sa međunarodnim sporazumima i aktima. Sam proces izrade reda vožnje je strogo definisan propisima Međunarodne železničke unije (UIC), ali i internim aktima železnice (Železnice Srbije, 1980; Železnice Srbije, 1980b; Zajednica Jugoslovenskih železnica, 1989). U narednom periodu očekuje se da će doći do modifikacije ovih pravila, shodno promenama u železničkom sistemima, u smislu delovanja Upravljača železničkom infrastrukturom koji će red vožnje izrađivati, prema potrebama nezavisnih prevoznika. Međutim, bez obzira na akte koji ga propisuju, sam proces izrade i kronološki sled koraka u tom procesu ne sme biti narušen.

Planiranje i izrada reda vožnje je višegodišnji proces. Najpre se moraju sagledati sva ograničenja, koja nastaju iz stanja infrastrukture, stanja i raspoloživosti radnih parkova vučnih i vučenih vozila, kao i iz tipa i stanja drugih podsistema, npr. signalno-sigurnosnih uređaja. Takođe, važan segment predstavljaju ograničenja koja nastaju iz tehničkih karakteristika stanica i tehnoloških operacija u njima. Nakon toga, u obzir se uzimaju zahtevi za prevozom, kao i struktura tih zahteva, s obzirom na različite kategorije vozova čiji se saobraćaj planira. Tek nakon sagledavanja i definisanja svih ovih faktora može se pristupiti fazi izrade reda vožnje. Izrada grafikona reda vožnje po prugama, zapravo predstavlja poslednju fazu u procesu formiranja reda vožnje (Eror, 1988). Nakon formiranja reda vožnje on mora biti dostavljen zainteresovanim korisnicima i izvršnim službama, radi

eventualnih primedbi i poboljšanja, što implicira da jednom izrađen red vožnje ne mora, u potpunosti biti i onaj koji će biti usvojen.

U budućnosti će sigurno doći do promene ovakvog, do sada prisutnog procesa planiranja i izrade reda vožnje. Naime, upravljač infrastrukturom, koji će i izrađivati i nuditi red vožnje, vodiće računa samo o ograničenjima infrastrukture i sigurnosnim aspektima organizacije i regulisanja saobraćaja. Ograničenja koja proističu iz kolskih, odnosno lokomotivskih parkova biće predmet bavljenja operatera, odnosno prevozioca. Takođe, u budućnosti će postojati mogućnost razvoja dve strategije, pa se postavlja pitanje u kolikoj meri će upravljač infrastrukturom voditi računa o zahtevima za prevozom. Sa jedne strane, upravljač infrastrukturom je u mogućnosti da izradi maksimalan broj trasa vozova na posmatranoj deonici i da dozvoli da ne budu sve prodate. Time će omogućiti zadovoljenje većine zahteva za prevozom, ali će ostaviti operaterima mogućnost izbora trasa koje će koristiti i verovatno sniziti prodajnu cenu trasa. Sa druge strane, moguće je da se izrade samo „atraktivne” trase, koje će sigurno biti prodate i korišćene, ali je za to neophodno praćenje zahteva tržišta. Na kraju, podelom železničkog sistema, tehnološki procesi rada u stanicama, kao i funkcionisanje različitih službi će u ogromnoj meri pretrpeti izmene.

Da bi se konstruisao grafikon reda vožnje, sve elemente neophodne za izradu treba objediniti, pa se može reći da postoje četiri osnovna elementa neophodna za izradu reda vožnje (Kovačević, 1976; Eror, 1988):

- čisto vreme vožnje vozova,
- dodatna vremena za polazak i zaustavljanje vozova,
- stanični intervali i
- intervali sleđenja uzastopnih vozova.

Osim navedenog, neophodno je definisati i tzv. šablon saobraćaja vozova, odnosno službena mesta u kojima će pojedini vozovi imati bavljenja iz komercijalnih razloga, kao i zahtevane veličine vremena bavljenja u tim stanicama.

Čista i dodatna vozna vremena proračunava, i Službi reda vožnje dostavlja, Služba vuče vozova, posebno za svaki voz i za svako međustanično rastojanje. Nekada su za određivanje voznih vremena korištene grafičke metode, pre svega zbog svoje jednostavnosti. Razvoj računara omogućio je primenu analitičkih metoda, najpre u svom osnovnom obliku, a kasnije i razvoj sofisticiranih softverskih alata, koji ove proračune danas čine izuzetno jednostavnim. Ipak, da bi se došlo do koraka izračunavanja voznih vremena za svaki voz, neophodno je definisati i odrediti pojedine elemente: uzdužni profil pruge se za potrebe grafičkih i analitičkih metoda mora redukovati, dok se za savremene programske pakete koristi stvarni uzdužni profil, mora se odrediti serija vučnog vozila, proračunati masa svakog voza, odrediti maksimalnu brzinu i procenat kočenja svakog voza, itd.

Stanični intervali predstavljaju vremenski normirani skup tehnoloških operacija, koje je neophodno izvršiti da bi se omogućio bezbedan i nesmetan saobraćaj vozova u stanicama<sup>1</sup>. Stanični intervali se izračunavaju za svaku stanicu posebno. Na mreži pruga Železnica Srbije definisano je deset staničnih intervala, od kojih su četiri osnovna, sa svakodnevnom primenom u svim stanicama (Kovačević, 1976). U praksi se mogu pojaviti i stanični intervali specifični za neko službeno mesto, u zavisnosti od kolosečne situacije posmatranog službenog mesta.

Intervali sleđenja uzastopnih vozova predstavljaju vremenski razmak između trasa uzastopnih vozova, kroz istu razdelnu tačku na pruzi. Kao i stanični intervali, i

---

<sup>1</sup> Osim za stanice, stanični intervali se određuju i za druga službena mesta na kojima može doći do interakcije dve trase, tj. na rasputnicama, raskrsnicama i mestima prelaska

intervali sleđenja uzastopnih vozova zavise od brzina vozova, sistema i vrste osiguranja, telekomunikacionih sredstava, kao i šeme saobraćaja, pri čemu se intervali sleđenja uzastopnih vozova posebno izračunavaju za vozove jednakih i vozove različitih brzina.

Bitno je istaći da, za razliku od ruske i domaće literature, zapadna stručna i naučna literatura, ne poznaje opisanu formu staničnih intervala i intervala sleđenja uzastopnih vozova. U zapadnoj literaturi se svaka situacija koja zahteva vremensko razdvajanje trasa vozova naziva "headway time", što u bukvalnom smislu predstavlja interval sleđenja uzastopnih vozova. Međutim, proračun svakog pojedinačnog slučaja se vrši u cilju utvrđivanja vremenskog momenta kada može nastupiti saobraćaj jednog voza, nakon što mu je neki drugi voz oslobođio zahtevani segment infrastrukture, pa se same vrednosti intervala ne bi smelete razlikovati od onih proračunatih na prethodno opisan način. Sa druge strane, razlike u tehnologiji regulisanja železničkog saobraćaja uslovljavaju razlike u tehnološkim intervalima utvrđenih prema zapadnoj, odnosno domaćoj praksi; npr. zapadna praksa ne poznaje termin „puta pretrčavanja”, pa se slobodnost tog dela kolosečnih puteva ni ne uzima u obzir. Objedinjavanje svih tehnoloških intervala, i njihovo utvrđivanje „ad-hoc” ima smisla, jer upotreba digitalnih računara omogućuje praktično trenutno određivanje tih vrednosti. Definisanje deset osnovnih staničnih intervala u domaćoj praksi je nasleđe iz prošlosti, kada su ove vrednosti, jednom utvrđene za sve stanice, korištene kroz ceo proces izrade reda vožnje. Kako vrednosti tehnoloških intervala zavise od brzine i dužine svakog voza čija vožnja gradi interval, uz mogućnost primene kvalitetnih softvera, poželjnije je nastale tehnološke intervale izračunavati od slučaja do slučaja, kada se za to ukaže potreba.

Osim u načinu predstavljanja nastalih tehnoloških rezultata, u zapadnoj literaturi se često može pronaći drugačiji prikaz grafikona reda vožnje. Naime, u domaćoj

praksi, grafikon reda vožnje predstavlja koordinatni sistem, na kome je apcisa označava vreme, a ordinata rastojanje (Kovačević, 1976), dok je u zapadnoj literaturi veoma često položaj osa zamenjen. U ovoj disertaciji, grafikon reda vožnje, kao i svi njegovi segmenti, uvek će se prikazivati kao na Železnicama Srbije.

Bez obzira na unapred definisana pravila izrade, jasno je da je moguće izraditi više tehnički mogućih, tj. izvodljivih redova vožnje. Takođe, u odnosu na stanovište sa koga se posmatra, moguće je na različite načine definisati zahtevane kriterijume, pa je gotovo nemoguće definisati pojam i način optimizacije izrade reda vožnje, odnosno uniformno dati mogućnost za ocenu njegovog kvaliteta. Ipak, termin „optimizacija“ reda vožnje se koristi u procesima izrade reda vožnje uz zadovoljenje različitih, često suprotstavljenih, kriterijuma.

Nivo i kvalitet zadovoljenja zahteva, koji se nameću pri izradi reda vožnje, u toku njegove realizacije mogu definisati parametre kvaliteta reda vožnje. Kako se zahtevi prevoznika, krajnjih korisnika, pa i samog upravljača infrastrukture značajno razlikuju, a ponekad su čak i međusobno suprotstavljeni, teško je definisati jedinstven skup pokazatelja kvaliteta reda vožnje. I pored svega navedenog, nekoliko zahteva se nameću kao primarni:

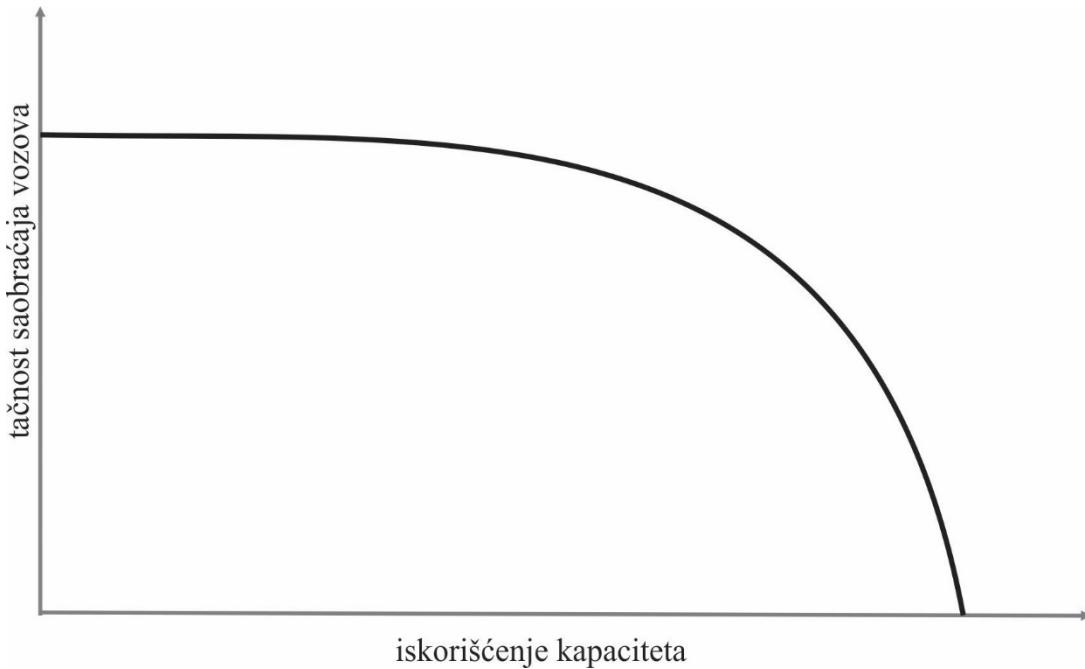
- visoka tačnost; sposobnost voza da saobraća tako da ispoštuje predviđeni red vožnje je od izuzetnog značaja sa stanovišta korisnika prevoza, posebno u slučaju postojanja veza (presedanja ili promene sastava vozova) u prevozu, kako bi one mogле biti ispoštovane,
- što veći broj direktnih veza, posebno u putničkom saobraćaju, tj. broj eventualnih presedanja mora biti što manji mogući, odnosno da postoje samo kada je nužno,

- dobri uslovi prelaska putnika sa jednog voza na drugi, npr. prijem vozova na koloseke sa zajedničkim peronom; takođe, u obzir bi trebalo uzeti i prelaske putnika sa jednog vira prevoza na drugi,
- taktni polasci vozova po smerovima; takođe, u putničkom saobraćaju, za jedan isti smer bi uvek trebalo koristiti isti otpremni kolosek; ovim se osigurava da redovni korisnici mogu lako da zapamte važeći red vožnje,
- najkraće moguće vreme prevoza; ovo zahteva uvođenje više kategorija vozova u sistem, da bi se obezbedilo da vozovi određene kategorije mogu tranzitirati manje stanice bez zaustavljanja, a opsluga tih stanica će se ostvariti vozovima druge kategorije,
- velika frekvencija polazaka, što je izuzetno značajno sa aspekta međuvidovne konkurenциje.

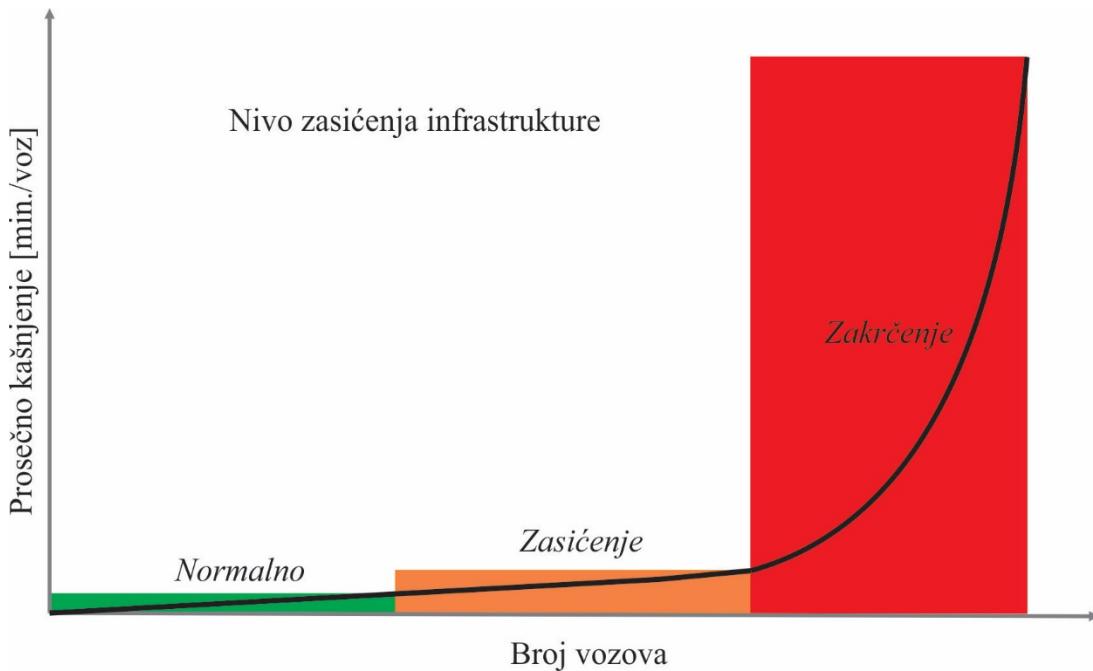
Neki od navedenih parametara su u direktnoj koliziji. Na primer, u slučaju sleđenja vozova različitih kategorija, ukoliko se slede naizmenično, intervali sleđenja, a samim tim i ukupno vreme zauzeća infrastrukture je veće nego kada bi se vozovi postavili u snopove prema kategorijama, a sa druge strane, grupisanjem u snopove nije moguće ostvariti taktnost reda vožnje.

Sa stanovišta robusnosti reda vožnje, izdvajaju se zahtevi za visokom tačnošću i za najkraćim vremenom prevoza. Visoka tačnost vozova pri realizaciji reda vožnje je direktno zavisna od robusnosti reda vožnje, u smislu da robustan red vožnje neće dozvoliti veliku propagaciju nastalih kašnjenja, ali da bi se to postiglo u red vožnje se moraju implementirati vremenske rezerve, koje dovode do povećanja vremena prevoza. Iznos i raspored vremenskih rezervi u redu vožnje zavisi i od broja vozova, jer se sa povećanjem broja vozova značajno smanjuje raspoloživo vreme koje se, kao skup vremenskih rezervi, može rasporediti u red vožnje. Generalno, tačnost saobraćaja vozova opada sa povećanjem iskorišćenja kapaciteta, pod pretpostavkom

da se dodatni kapacitet crpi uvođenjem dodatnih trasa u red vožnje, a ne implementacijom vremenskih rezervi (Slika 2.1). Suprotno, u redovima vožnje sa velikim brojem vozova povećavaju se prosečna kašnjenja (Slika 2.2).



*Slika 2.1 Međuzavisnost tačnosti i iskorišćenja kapaciteta infrastrukture*



*Slika 2.2 Međuzavisnost kašnjenja i broja vozova na posmatranoj pruzi (Abril et al., 2008)*

Na želznicama sa većim intenzitetom saobraćaja ustaljeno je mišljenje da je kapacitet infrastrukture potpuno iskorišćen, ako dolazi do drastičnog smanjenja procenta vozova koji saobraćaju prema predviđenom redu vožnje, posebno ako to smanjenje pređe unapred zahtevane vrednosti, koje variraju od uprave do uprave.

Tačnost je parametar kvaliteta prevozne usluge koja je, u osnovi, najviše cenjena kod korisnika prevozne usluge, bilo o kom vidu prevoza da je reč. Sa otvaranjem transportnog tržišta na železnici, tačnost će postati merljivi parametar kvaliteta pri poređenju različitih operatera na tržištu. Određivanjem zahtevanog nivoa tačnosti i vlasnik infrastrukture i operater, kao i korisnici prevoza, moći će da ocene da li je ostvarena usluga zadovoljavajuća. Već danas, na železničkim upravama sa značajnim obimom rada, određen je zahtevani nivo tačnosti, pa je tako, na želznicama Nemačke (DB), zahtevano maksimalno kašnjenje daljinskih i interregionalnih vozova 5 minuta, regionalnih vozova i gradske železnice 2 minuta, dok je maksimalno dozvoljeno kašnjenje teretnih vozova 10 minuta. Takođe, u svim kategorijama je zahtevano da 85% vozova saobraća na vreme, osim u slučaju vozova gradske železnice, gde je zahtevano da 95% saobraća na vreme.

U budućnosti se može očekivati zaoštravanje ovih zahteva za tačnošću, a veliki problem predstavljaće upravo sekundarna kašnjenja koja će nastati kao posledica „takmičenja“ između različitih operatera.

## 2.2 Propusna moć pruga

Pitanje kapaciteta železničke infrastrukture se postavlja već od samog nastanka železnice, mada naučna istraživanja ovog problema dolaze sa njenom ekspanzijom. Tu se pre svega misli na propusnu moć pruga, odnosno deonica pruga. Vrlo brzo je

ustanovljeno da propusna moć neke pruge zavisi od tehničkih elemenata, tj. njene opremljenosti, broja koloseka, vrste i serije vučnih i vučenih sredstava, ali i od usvojenog načina organizacije saobraćaja. Tako se došlo i do definicije da se *pod propusnom moći pruge, ili deonice pruge, podrazumeva sposobnost pruge da u određenom vremenskom periodu, uz postojeću tehničku opremljenost, izabranu vrstu i seriju vučnih i vučenih sredstava, određenih masa vozova i usvojeni način organizacije saobraćaja, propusti određeni broj vozova ili pari vozova* (Kovačević, 1976; Eror, 1988). Za vremenski period se najčešće uzima period jednog dana, ali se sve češće koristi i period vršnog opterećenja u toku dana.

Iako se već dugo istražuju parametri koji utiču na propusnu moć, kolika zapravo treba da bude razlika između teoretske i realne propusne moći, tj. kolika treba da je rezerva u propusnoj moći, i danas se uglavnom određuje iskustveno. Ovo pre svega zbog dva različita koncepta korišćenja železničke infrastrukture. Naime, u razvijenim zemljama se sve više pažnje posvećuje kvalitetu prevozne usluge, dok se u zemljama sa slabo razvijenim ekonomijama više pažnje posvećuje što većem korišćenju raspoloživih kapaciteta, što znatno umanjuje kvalitet prevozne usluge. Kako je kvalitet uopšte poslednjih godina dobio na značaju samom činjenicom da je došlo do otvaranja tržišta i promene načina poslovanja, koje je sada tržišno orijentisano, došlo se i do promene u načinu razmišljanja o propusnoj moći pruga.

Osim ove, kao suštinsku razliku između dva pogleda na kapacitet, treba istaći i u načinu tumačenja iskorišćenja kapaciteta. Naime, u Zapadnoj Evropi iskorišćenje kapaciteta se posmatra kao vremensko iskorišćenje, pa se koeficijent utvrđuje na osnovu odnosa zauzeća infrastrukture i vremena posmatranja, dok se u Istočnoj Evropi zadržao princip da se koeficijent iskorišćenja infrastrukture utvrđuje kao odnos broja vozova koji je saobraćao i teorijski mogućeg broja vozova.

Iako je danas razvijeno više metoda za utvrđivanje propusne moći pruga, sve imaju zajedničke polazne pretpostavke. Svakako najvažnija je pretpostavka da se pri proračunu kapaciteta, pruga deli na deonice sa približno istim karakteristikama, pri čemu se to odnosi na broj koloseka, tehničku opremljenost signalno-sigurnosnim i telekomunikacionim uređajima, ali i na maksimalne dopuštene brzine saobraćaja sa stanovišta infrastrukture i, posebno, na šemu saobraćaja i približan obim saobraćaja. Početne i krajnje tačke ovako definisanih deonica, ne moraju uvek biti stanice sa velikim robnim radom, brojem putnika ili značajnim ranžirnim zadacima, već to mogu biti i odvojne stanice, od kojih se odvaja ili priključuje značajan broj vozova, međustanice u kojima gradski ili prigradski vozovi završavaju i otpočinju vožnju, a često i stanice u kojima se pojavljuje otprema ili prihvata maršutnog bruta.

U nastavku će biti opisane najpoznatije metode za proračun propusne moći.

### 2.2.1 Klasična metoda za proračun propusne moći pruga

Takozvana klasična metoda za proračun propusne moći pruga razvijena je sredinom prošlog veka u SSSR-u. Propusna moć pruge, kroz izabrani način organizacije, zavisi od izabranog tipa grafikona saobraćaja, ali zavisi i od minimalnih staničnih intervala, intervala sleđenja uzastopnih vozova i od broja pružnih i staničnih koloseka.

Bez obzira na tip grafikona, najpre se mora odrediti vrsta vozova za koje se propusna moć računa! Naime, ova metoda polazi od pretpostavke da se određena kategorija vozova mora propustiti, čak najčešće po redu vožnje, a da se zatim samo određuje broj vozova kategorije za koju se propusna moć računa. Takođe, za proračun ovom metodom mora se prvo uvesti pojam ograničavajućeg međustaničnog rastojanja, kao onog staničnog razmaka na kome je zbir vremena vožnje jednog para vozova

najniže kategorije i staničnih intervala između njih najveći, tj. međustaničnog rastojanja na kome je propusna moć najmanja.

Pri parnom grafikonu saobraćaja i na jednokolosečnim prugama, teoretska propusna moć se računa kao:

$$N = \frac{1440}{T_g} \text{ [pari vozova]} \quad (2.1)$$

gde je:

- $N$  - propusna moć pruge,
- $T_g$  - period grafikona, tj. vreme zauzeća ograničavajućeg MSR-a<sup>2</sup> parom vozova<sup>3</sup>.

Period grafikona se računa za devet različitih šema organizacije saobraćaja, a zatim se bira najpovoljniji način organizacije saobraćaja.  $T_g$  se uvek računa kao zbir voznih vremena vozova iz oba smera, čistih i dodatnih, i odgovarajućih staničnih intervala, za odnosnu šemu organizacije.

Pri neparnom grafikonu, s obzirom na specifičnu razliku u broju vozova po smerovima, teorijsku propusnu moć računamo kao:

$$N = \frac{1440 \cdot (C' + C'')}{T_{ng}} \text{ [vozova]} \quad (2.2)$$

<sup>2</sup> MSR je skraćenica za međustanično rastojanje, što je rastojanje između ulaznih signala susednih stanica na kome te stanice regulišu hod vozova.

<sup>3</sup> Period grafikona je vreme zauzeća ograničavajućeg MSR-a grupom vozova, ali kako se radi o parnom grafikonu to je par vozova.

gde je:

- $T_{ng}$  - period grafikona pri neparnom grafikonu saobraćaja vozova,
- $C'$  - broj vozova iz tovarenog smera,
- $C''$  - broj vozova iz netovarenog smera.

Za dvokolosečne pruge i za posmatrani vremenski period, kada je saobraćaj po smerovima razdvojen po kolosecima, propusna moć se računa posebno za svaki od smerova, odnosno koloseka, pa je teorijska propusna moć:

$$N = \frac{1440}{I} \quad (2.3)$$

gde je  $I$  minimalni interval sleđenja uzastopnih vozova.

Osim navedenih slučajeva, karakteristična je i šema organizacije saobraćaja na jednokolosečnim prugama u snopovima, kada teoretsku propusnu moć određujemo kao:

$$N = T + (I' + I'') \cdot (C - 1) \quad (2.4)$$

gde  $I'$  i  $I''$  predstavljaju minimalne intervale sleđenja uzastopnih vozova iz tovarenog i netovarenog smera, respektivno, dok  $C$  predstavlja broj vozova u svakom pojedinačnom snopu, kada je broj vozova u snopovima za svaki smer isti. Kada to nije slučaj, jednačina 2.4 postaje:

$$N = T + I' \cdot (C' - 1) + I'' \cdot (C'' - 1). \quad (2.5)$$

Bez obzira na izabran način organizacije saobraćaja, nakon utvrđivanja teorijske propusne moći računa se stvarna propusna moć pri neparalelnom grafikonu, na taj način što se odbace vozovi koji neće moći da saobraćaju, usled obaveze propuštanja ranije utvrđene prioritetne kategorije vozova. Stvarna propusna moć se određuje kao:

$$N_{st} = N - \varepsilon \cdot N_{pk} \quad (2.6)$$

gde je:

- $N_{st}$  - stvarna ili realna propusna moć za posmatranu kategoriju vozova,
- $N_{pk}$  - broj vozova utvrđene prioritetne kategorije,
- $\varepsilon$  - koeficijent skidanja, koji predstavlja broj skinutih trasa vozova niže kategorije jednim vozom prioritetne kategorije.

Koeficijent skidanja zapravo određuje koliki se deo vremena ne može koristiti za propuštanje vozova neprioritetne kategorije zbog saobraćaja vozova prioritetne kategorije. Na koeficijent skidanja utiču odnos brzina kretanja vozova po kategorijama, fiksirani red vožnje vozova definisanih kao vozovi prioritetne kategorije, broj i raspored vozova prioritetne kategorije u grafikonu reda vožnje, itd. Tako definisan, koeficijent skidanja se sastoji iz dva dela, osnovnog,  $\varepsilon_o$ , koji zapravo predstavlja odnos brzina vozova i koji je istovremeno i najmanja moguća vrednost ukupnog koeficijenta skidanja, i dopunskog,  $\varepsilon_d$ , koji zavisi od položaja vozova prioritetne kategorije u redu vožnje i vremena koje na grafikonu ostaje neiskorišćeno nakon njihovog propuštanja. Ovo praktično znači da se dopunski deo koeficijenta skidanja može odrediti samo konstrukcijom grafikona saobraćaja ili simulacijom. Analitički, moguće je izvesti obrasce za približno određivanje koeficijenta skidanja, ali su izvedene jednačine izuzetno kompleksne i dodatno se komplikuju za svaki od

specifičnih slučajeva šema organizacije saobraćaja. Dobri primeri za određivanje kompleksnih obrazaca potrebnih za utvrđivanje koeficijenta skidanja mogu se naći u (Čičak et al., 2002), za jednokolosečne i dvokolosečne pruge.

Kada je nastala, klasična metoda nije uzimala u obzir period vremena koji se ne koristi za propuštanje vozova radi potrebe održavanja pružnih postrojenja, što je i predstavljalo najveći nedostatak ove metode. Takođe, u obzir nije uziman ni koeficijent pouzdanosti rada pružnih postrojenja. Međutim, u međuvremenu, ova metoda je proširena, pa se teorijska propusna moć na jednokolosečnim prugama i pri paralelnom parnom grafikonu, računa kao:

$$N = \frac{1440 - T_{pr}}{T_g} \cdot \alpha \quad [\text{pari vozova}] \quad (2.7)$$

gde je:

- $T_{pr}$  - vreme prekida u radu,
- $\alpha$  - koeficijent pouzdanosti rada.

Na isti način se transformišu i obrasci za utvrđivanje teorijske propusne moći pri drugim šemama organizacije saobraćaja. Bitno je istaći da se, u slučaju proračuna propusne moći pruge za vreme od jednog sata, vreme prekida u radu može izostaviti, a da koeficijent pouzdanosti u tom slučaju ima vrednost 1, dok inače njegova vrednost varira između 0,86 i 0,98 za dvokolosečne, odnosno između 0,87 i 0,98 za jednokolosečne pruge.

Iako nastala relativno davno, ovoj metodi se ne mogu naći ozbiljniji nedostaci. Zapravo, moglo bi se reći da su jedini nedostataci klasične metode to što ne uzima u obzir kvalitet prevozne usluge i to što u samom polasku favorizuje unapred odredjenu kategoriju vozova. Međutim, sa druge strane, ove dve tvrdnje je

relativno lako dovesti u pitanje. Naime, nakon „skidanja“ trasa vozova koji neće moći da saobraćaju izmedju trasa vozova prioritetne kategorije i preostalih trasa vozova ne ostaju minimalne vrednosti tehnoloških intervala, pa se ovi „prozori“ mogu posmatrati kao vremenske rezerve. Sa druge strane, sami zahtevi transportnog tržišta definišu vozove više kategorije, pa se može reći da se obezbedjivanjem više kategorija vozova upravo dolazi do kvalitetnije prevozne usluge.

### 2.2.2 Metoda za proračun propusne moći koja se primenjuje na železnicama Nemačke

Od sredine prošlog veka na nemačkim železnicama, pri korišćenju bilo koje od velikog broja razvijenih metoda, polazilo se od toga da je poznat način organizacije saobraćaja, odnosno da su poznati načini i učestalost sleđenja i ukrštavanja vozova, prema kategorijama, na svim MSR-ima. Kod ove metode se najpre izrađuje tablica sa vremenima zauzetosti ranije utvrđenog kritičnog međustaničnog rastojanja, prema slučajevima sleđenja za dvokolosečne i višekolosečne pruge, odnosno prema primjenjenim grafikonima za jednokolosečne pruge, prema svim kategorijama vozova. Ove tablice su dimenzija  $k \times k$ , gde je  $k$  broj varijanti grafikona saobraćaja vozova, tj. posmatra se prethodni i uzastopni ili suprotni voz – njihove kategorije i da li se zaustavljaju u stanicama ili ne. Ukupno vreme zauzetosti ( $Z$ ) se dobija kao proizvod broja varijanata i odgovarajućeg vremena zauzetosti za pojedine varijante. Neiskorišćeno vreme u toku vremena posmatranja biće:

$$R = T - Z \text{ [min.]} \quad (2.8)$$

gde je:

- $R$  neiskorišćeno vreme u minutima,
- $T$  vreme u minutima za koje se propusna moć računa.

Srednje vreme zauzetosti međustaničnog rastojanja jednim vozom, koje se često naziva i srednje minimalno vreme, dobija se kao:

$$\bar{z} = \frac{Z}{N} \text{ [min./voz]} \quad (2.9)$$

gde je  $N$  broj svih vozova koji su saobraćali u vremenu  $T$ .

Sada se mogu definisati veličine neophodne za proračun propusne moći. Srednji interval dolaska, polaska, odnosno, prolaska vozova na kritičnom međustaničnom rastojanju dobija se kao:

$$\bar{a} = \frac{T}{N}. \quad (2.10)$$

Srednja vremenska rezerva između vozova, koja pripada jednom vozu, nalazi se iz:

$$\bar{r} = \frac{R}{N} = \frac{T - Z}{N} = \bar{a} - \bar{z}. \quad (2.11)$$

Stepen iskorišćenja posmatranog međustaničnog rastojanja dobija se kao:

$$\rho = \frac{Z}{T} = \frac{\bar{z}}{\bar{a}} \quad (2.12)$$

dok se propusna moć nalazi iz jednačine:

$$N_{st} = \frac{T}{\bar{z} + \bar{r}} [vozova].^4 \quad (2.13)$$

Za razliku od klasične metode, ova se oslanja na potpuno izrađen, postojeći ili pretpostavljeni red vožnje. Međutim, upotreboom statistike i teorije verovatnoće mogu se dobiti rezultati u granicama prihvatljivih odstupanja. Sa druge strane, posebna prednost ove metode je što se kao izlazni rezultat ne dobija samo vrednost propusne moći, već i parametri koji omogućuju ocenu kvaliteta korišćenja posmatrane pruge.

### 2.2.3 UIC metoda za proračun propusne moći

Međunarodna železnička unija, UIC, je 1979. godine uvela kvalitet prevozne usluge kao element za proračun propusne moći pruga. Tako je propusna moć definisana kao broj vozova koji se može propustiti po svakom koloseku pod određenim saobraćajnim i tehničkim uslovima, uzimajući u obzir zahteve kvaliteta prevozne usluge.

Ovom metodom propusna moć se proračunava za pojedine deonice pruge, pri čemu se dužina deonice određuje tako da se broj vozova po međustaničnim rastojanjima sme razlikovati za najviše 10% i da se heterogenost saobraćaja ne sme menjati na posmatranoj deonici. I ovde se najpre određuje ograničavajući međustanični razmak, a zatim se za njega utvrđuje prosečno zauzeće jednim vozom<sup>5</sup>. Ovo vreme određuje se tako što se u obzir uzimaju svi vozovi po hronološkom redu, a zatim se formiraju klase vremena vožnje i za njih se utvrđuje matrica slučajeva sastajanja i/ili

<sup>4</sup> Ako broj vozova  $N$ , iz jednačina (2.9) – (2.11) izrazimo kao „pari vozova”, i propusna moć će biti izražena kao „pari vozova”.

<sup>5</sup> Negde u literaturi, uključujući propise Železnica Srbije, ovo vreme se naziva i prosečno vreme minimalnog uzastopnog sleđenja vozova

sleđenja vozova sa intenzitetom. Zatim se proračunavaju elementi pojedinih staničnih intervala i intervala sleđenja uzastopnih vozova, za date ili predviđene uslove organizacije saobraćaja, a nakon toga se sastavlja matrica sa minimalnim vrednostima tih intervala, za svaku od mogućih kombinacija klasa vremena vožnje. Uzimajući u obzir ukupnu zauzetost odseka svim vozovima sabijenim na minimalne stanične intervale, odnosno intervale sleđenja uzastopnih vozova, dobija se prosečno vreme zauzeća ograničavajućeg MSR-a jednim vozom:

$$\tau = \frac{\sum_i \sum_j n_{ij} \cdot t_{ij}}{\sum_i \sum_j n_{ij}} \text{ [min./voz]} \quad (2.14)$$

gde je:

- $\tau$  - prosečno vreme zauzeća ograničavajućeg MSR-a jednim vozom,
- $n_{ij}$  - broj slučajeva ukrštavanja ili sleđenja vozova između dve klase vremena vožnje,
- $t_{ij}$  - minimalni interval između dve klase vremena vožnje,
- $i$  i  $j$  - klase vremena vožnje.

Nakon toga, propusna moć deonice pruge računa se iz osnovnog obrasca:

$$N_{st} = \frac{T}{\tau + t_r + t_d} \text{ [vozova]} \quad (2.15)$$

gde je  $t_r$  rezervno vreme, koje se najčešće uzima kao  $2/3$  prosečnog vremena zauzeća MSR-a jednim vozom, a koje se uračunava da bi se smanjio ili neutralisao uticaj lančanog kašnjenja vozova, a  $t_d$  dodatno vreme, koje uzima u obzir uticaj ostalih međustaničnih rastojanja na ograničavajuće, jer nisu sve deonice sa istim brojem međustaničnih rastojanja. Upravo ova dva vremena, rezervno i dodatno vreme,

imala su za cilj uvođenje elemenata kvaliteta prevoza u način proračuna propusne moći.

Ovo je prva metoda koja za analizu kapaciteta pruge koristi metod kompresije reda vožnje, za slučaj kada je on izrađen. Međutim, kako je ova metoda i dalje bazirana na posmatranju ograničavajućeg međustaničnog rastojanja, bitno je istaći da se u ovoj metodi kompresija vrši samo na tom ograničavajućem međustaničnom rastojanju, praktično odsecajući ostala međustanična rastojanja iz grafikona reda vožnje. Najpre se trasa prvog voza translatorno pomeri, i to tako što se otprema ili prolazak prvog voza, na posmatranom međustaničnom rastojanju i u posmatranom vremenskom intervalu postave u nulti minut, a nakon toga se svaka naredna trasa, prema redosledu saobraćaja, postavlja najbliže moguće prethodnoj, razdvajajući ih samo minimalnim tehnološkim intervalima, koji važe za datu deonicu pruge. Na taj način dobija se kompresovani red vožnje za posmatrano međustanično rastojanje i jednostavno se određuje ukupno vreme njegovog zauzeća. Prosečno vreme zauzeća sada se može odrediti i kao odnos ukupnog vremena zauzeća ograničavajućeg međustaničnog rastojanja i broja vozova na njemu.

Više je nedostataka ove metode. Najpre se mora istaći činjenica da navedeni način kompresije reda vožnje ponekad može stvoriti tehnološke intervale koji se u praksi ne mogu realizovati na posmatranom međustaničnom rastojanju. Drugo, nedostatkom se može smatrati činjenica da red vožnje mora biti potpuno izrađen, da bi se mogla koristiti ova metoda, iako to nije sasvim tačno jer je dovoljno poznavati obim saobraćaja vozova po kategorijama, pa se statističkom obradom mogu dobiti prihvatljivi rezultati. Na kraju treba izneti nedostatake koji prate sve metode UIC-a za analizu kapaciteta. Najveći nedostatak predstavlja to što se, za deonice pruga sa sličnim tehničkim karakteristikama i sa sličnim, gotovo identičnim obimom saobraćaja, mogu dobiti drastično različiti rezultati, pogotovu što se, usled

neracionalnog korišćenja vremena koja se koriste zbog želje za obezbeđenjem višeg nivoa kvaliteta prevozne usluge, često dobijaju iskorišćenja deonica pruga veća od 100%, što dovodi u pitanje njenu valjanost i naučnu zasnovanost.

#### 2.2.4 Metoda za utvrđivanje kapaciteta definisana objavom UIC-a 406

Uvidevši nedostatke prethodno opisane metode, kao i promene koje su se dogodile unutar železnica Evrope, Međunarodna železnička unija je najpre definisala metodu koju je preporučila svim svojim članicama (UIC, 2004), a zatim i nju redefinisala (UIC, 2013), pa se na taj način došlo do metode koja je u primeni i danas, na većini železnica. U ovoj tezi, samo će redefinisan metod biti prikazan, s obzirom da osnovni metod više nije u upotrebi.

Model polazi od prepostavke da je upotreba tzv. „statičkih“ modela zadovoljavajuće precizna, osim za potrebe analiza međusobnih odnosa između elemenata infrastrukture, samog reda vožnje i tačnosti vozova u njemu, a za te slučajeve stohastički modeli se nameću kao neophodni. Najefikasniji su simulacioni modeli, s obzirom na različite varijante poremećaja koje mogu biti unete u model. Za analitičke modele, metod kompresije reda vožnje ostaje u upotrebi, jer je izuzetno jednostavan za upotrebu, iako zahteva izrađen red vožnje (UIC, 2013). Posebno se naglašava da je metod kompresije pogodan za korišćenje i za koridore koji povezuju deonice više različitih upravljača infrastrukturom, s obzirom da upotreba drugih modela zahteva koordinisan rad tih upravljača infrastrukturom, koje posmatrani koridor povezuje.

Metod kompresije predstavlja generalizovani model za utvrđivanje kapaciteta, sagledavajući međustanična rastojanja jedno po jedno (UIC, 2013).

Metod kompresije se sprovodi kroz pet koraka.

Prvi korak predstavlja definisanje granica. Podrazumeva se da se granice infrastrukturnih delova mreže, na kojima će se analiza sprovoditi, i granice primjenjenog reda vožnje, koji će se koristiti u analizi, moraju poklopiti. Nakon definisanja dela mreže, na kome će se sprovesti analiza, definišu se koridori na toj mreži. Koridori predstavljaju veoma dugačke segmente pruge sa ustaljenim prevozima duž njih. Mogu se u potpunosti nalaziti na mreži jednog upravljača infrastrukturom, a, češće, mogu biti međunarodni. Svrha ovog pristupa je da se obezbedi korišćenje istog modela, sa istim transportnim parametrima, i na segmentima koji pripadaju drugom upravljaču infrastrukture. Izbor i definicija koridora nemaju direktnog uticaja na rezultate proračuna i analize, pa je moguće da se, na posmatranoj mreži, preklapa više koridora. Nakon definisanja koridora, određuju se deonice na njima. S obzirom da ove deonice treba odrediti tako da svaka od njih povezuje dva značajna službena mesta, jasno je da je ovaj korak neophodan samo u slučaju primene metoda na izuzetno razgranatim mrežama. Službena mesta duž deonica, koja se uzimaju u obzir, su stanice, rasputnice, raskrsnice i mesta prelaza<sup>6</sup>.

Drugi korak podrazumeva definisanje sekcija na kome će proračun iskorišćenja kapaciteta biti sproveden. U početku, definišu se sekcije na kojima su zahtevi za prevozom takvi da se u bliskoj mogućnosti može pojaviti potreba za uvođenjem dodatnih trasa u red vožnje. Ove, tzv. rizične sekcije, predstavljaju bazu i među njima treba tražiti tzv. reprezentativne sekcije, na kojima će se sprovesti proračun. Da bi se to sprovele, neophodno je definisane deonice dalje podeliti, i to na mestima gde je ispunjen bilo koji od sledećih zahteva:

---

<sup>6</sup> U samoj objavi 406 стоји да се у обзир узимају и чворови, међутим, то nije definicija жељезничког чвора, када га ми познајемо, већ чворовима називају велике, обавезно одвојне, станице

1. utvrditi tačke u kojima se drastično menjaju karakteristike infrastrukture:
  - gde se menja signalno-sigurnosni sistem,
  - gde se menja broj koloseka na pruzi,
  - gde se odvaja (priključuje) druga pruga i
2. utvrditi tačke na kojima se značajno menja red vožnje ili operativni zahtevi:
  - gde počinje ili se ukida neka od transportnih usluga,
  - gde se značajno menja broj vozova,
  - gde se menja raznorodnost kategorija vozova, tj. heterogenost, itd.

Ono što je karakteristično, Objavom UIC-a 406 (UIC, 2013) je definisano da određene sekcije mogu sadržati više međustaničnih rastojanja, a metod kompresije bi trebalo primeniti na onom sa najvećim brojem vozova! Međutim, kao što je prethodno objašnjeno, dve susedne sekcije će se dodirivati u tačkama značajnije razlike u broju vozova, pa će se retko broj trasa na celoj sekciji razlikovati od jednog do drugog međustaničnog rastojanja. Zbog toga, neophodno je, u okviru jedne sekcije, odrediti ograničavajuće međustanično rastojanje, i na njemu primeniti metod kompresije.

Treći korak koristi kompresovan red vožnje na najrizičnijem međustaničnom rastojanju da bi se utvrdio potrošeni kapacitet, kao stepen iskorišćenja kapaciteta izražen u procentima. Treba naglasiti da je reč o vremenskom iskorišćenju kapaciteta. Sabijanje reda vožnje obavlja se na isti način kao i u prvoj metodi koju je UIC preporučio, tj. translatornim pomeranjem prve trase na međustaničnom rastojanju u početni (multi) minut, a zatim približavanjem svake naredne trase prethodnoj, ostavljajući između njih minimalni tehnološki interval. Bitno je napomenuti da metod ovakvo sabijanje zahteva samo na jednokolosečnim prugama, dok se na dvokolosečnim i višekolosečnim prugama sa definisanim smerovima saobraćaja po kolosecima, kompresija obavlja na celoj sekciji, a ne na

ograničavajućem, međustaničnom rastojanju. Ipak, pri određivanju vremena zauzeća, u obzir se uzima samo zauzeće ograničavajućeg međustaničnog rastojanja. Obično, bez obzira na broj koloseka, redosled trasa u redu vožnje se ne menja. Specijalne slučajeve predstavljaju situacije kada je redom vožnje predviđeno takvo bavljenje vozova u jednoj od stanica ograničavajućeg međustaničnog rastojanja, da dolazi do preticanja voza, od strane nekog drugog. U tim specijalnim slučajevima, na jednokolosečnim prugama se predlaže tzv. „produženje“ ograničavajućeg međustaničnog rastojanja, posmatrajući uz njega i susedno međustanično rastojanje, sa koga dolazi voz sa bavljenjem, a kompresiju treba vršiti od momenta pojavljivanja te trase na susednom međustaničnom rastojanju, do momenta fiktivne otpreme tog voza iz stanice bavljenja, nakon izvršenog sabijanja. Na dvokolosečnim prugama, jednostavno se podeli trasa voza koji ima predviđeno dugačko bavljenje u nekoj od stanica, pa se kompresija vrši kao da je reč o nezavisnim trasama, poštujući redosled trasa vozova.

Iako prepostavlja da je za analizu dovoljno posmatrati međustanično rastojanje i glavne prolazne koloseke u pripadajućim stanicama, metod dozvoljava mogućnost analize kapaciteta skretničkih područja velikih stanica, posebno odvojnih stanica, pa je zato moguće izvršiti kompresiju reda vožnje trasa vozova na takvim skretničkim područjima.

Poslednja dva koraka su ključni za analizu iskorišćenja kapaciteta pruge. Četvrti korak predstavlja evaluaciju iskorišćenja kapaciteta. Nakon kompresije, najpre se utvrđuje koeficijent iskorišćenja:

$$\eta [\%] = \frac{A + t_{res}}{T} \cdot 100 \quad (2.16)$$

gde je:

- $\eta$  - koeficijent iskorišćenja kapaciteta,
- $A$  – vreme zauzeća,
- $t_{res}$  – suma vremenskih rezervi, bez obzira na njihov tip i
- $T$  – vreme posmatranja.

Pri definisanju vremena posmatranja, vrlo je važno odabrati odgovarajući period, prema zahtevima analize koja će se vršiti. Iako Objava UIC-a preporučuje da se u obzir uzme „reprezentativan” period prosečnog dana, u pogledu heterogenosti, kako brzina vozova, tako i njihovih kategorija, najviše smisla ima posmatrati vršni period prosečnog dana. Međutim, period posmatranja ne bi trebalo da bude kraći od dva sata.

Metoda prepostavlja da je svrha utvrđivanja vrednosti zauzeća infrastrukture provera da li se samo zauzeće nalazi unutar definisanih granica, koje su iskustveno definisane (UIC, 2013). Zato, koeficijent zauzeća infrastrukture,  $\alpha$ , određuje se kao:

$$\alpha [\%] = \frac{A}{T} \cdot 100. \quad (2.17)$$

Preporučene vrednosti koeficijenta zauzeća pruge date su u tabeli 2.1. Pomalo zbunjuje činjenica da u tabeli nisu date vrednosti za periode od dva, tri, pa i četiri sata, već samo za jedan (vršni) sat i za dnevni period, iako Objava 406 naglašava da period posmatranja ne sme biti manji od dva sata.

Uzimajući u obzir preporučene vrednosti koeficijenta zauzeća, metoda definiše preporučene vrednosti koeficijenta vremenskih rezervi, koje bi trebalo dodati

vremenu zauzeća, kako bi se postigao zadovoljavajući nivo kvaliteta prevozne usluge (UIC, 2013):

$$\theta_{res}[\%] = \left( \frac{100}{\alpha} - 1 \right) \cdot 100. \quad (2.18)$$

gde  $\theta_{res}$  predstavlja koeficijent vremenskih rezervi.

*Tabela 2.1 Preporučene vrednosti iskorišćenja kapaciteta prema objavi UIC-a 406*

Namena pruge	Iskorišćenje u vršnom satu	Iskorišćenje u celom danu	Napomena
Pruga namenjena gradskom i prigradskom saobraćaju	85%	70%	Mogućnost otkazivanja pojedinih vozova usled kašnjenja dozvoljava veće iskorišćenje kapaciteta <sup>7</sup>
Pruga za saobraćaj vozova velikih brzina	75%	60%	
Pruga za mešoviti saobraćaj	75%	60%	U slučaju malog broja vozova sa velikom heterogenošću, može se dopustiti veće iskorišćenje kapaciteta

U tabeli 2.2 date su preporučene vrednosti koeficijenta vremenskih rezervi, predstavljene kao pretpostavljeno procentualno učešće vremenskih rezervi u vremenu zauzeća ograničavajućeg međustaničnog rastojanja.

---

<sup>7</sup> S obzirom da je reč o takvoj vrsti saobraćaja gde je izuzetno velika frekvencija polazaka, kao i često moguća zamena jedne linije kombinacijom nekih drugih, moguće je pojedine polaske otkazati, a opet zadovoljiti potrebe za prevozom

Tabela 2.2 Preporučene vrednosti koeficijenta vremenskih rezervi prema objavi UIC-a 406

Namena pruge	Za vršni sat	Za ceo dan
Pruga namenjena gradskom i prigradskom saobraćaju	18%	43%
Pruga za saobraćaj vozova velikih brzina	33%	67%
Pruga za mešoviti saobraćaj	33%	67%

S obzirom da metoda daje minimalne preporučene vrednosti za koeficijent vremenskih rezervi, a ne implementira ih direktno u kompresovani red vožnje, jednačina (2.16) postaje:

$$\eta = \frac{A \cdot (1 + \theta_{res})}{T} \cdot 100 \quad (2.19)$$

pri čemu je bitno naglasiti da se u jednačini (2.19) koeficijent vremenskih rezervi uzima iz Tabele 2.2 u decimalnoj formi, a ne u obliku procenta.

U poslednjem, petom, koraku vrši se evaluacija i analiza zauzeća infrastrukture. Prvo, kao međustanično rastojanje koje će se koristiti za evaluaciju, uzima se ono međustanično rastojanje sa najvećim koeficijentom iskorišćenja kapaciteta, na svakoj od definisanih deonica, iz prvog koraka. Zatim se vrši evaluacija po tzv. Generalnom kriterijumu, pri čemu metod definiše sledeće slučajeve (UIC, 2013):

- zadovoljavajući nivo kvaliteta moguć je na deonicama čiji je koeficijent iskorišćenja kapaciteta manji od, ili jednak, 100%;
- međustanična rastojanja sa koeficijentom iskorišćenja većim od 100%, zajedno sa sekcijama kojima pripadaju, predstavljaju uska grla, na kojima nije moguće ostvariti zadovoljavajući nivo kvaliteta, pa na njima treba primeniti mere za povećanje propusne moći;

- na deonicama na kojima su maksimalni koeficijenti iskorišćenja kapaciteta manji od 100%, predstavljaju mesta sa raspoloživim kapacetetom i na njima treba razmotriti uvođenje novih trasa;

Iako polazi od toga da nove trase mogu biti dodata u red vožnje, za slučajeve manjeg koeficijenta iskorišćenja, metoda ne definiše kategoriju vozova čije trase treba dodati, već samo predlaže da se u red vožnje dodaju trase sa „prosečnim“ karakteristikama, za svaku od kategorija (UIC, 2013). Takođe, metoda ignoriše relativno jednostavan analitički proračun za utvrđivanje maksimalnog broja trasa koji može postojati u posmatranom redu vožnje. Naime, sa zadovoljavajućom tačnošću se može prepostaviti da, ukoliko je ucrtanih  $y$  trasa zauzelo infrastrukturu sa  $x\%$  vrednosti koeficijenta iskorišćenja, tada se koeficijent iskorišćenja može povećati na 100%, vodeći računa da će sve ubaćene trase zadržati istu raznorodnost trasa po kategorijama i tehničkim karakteristikama, a ukupan broj trasa biće dobijen iz jednostavne proporcije:

$$y:x[\%] = Y:100[\%] \Rightarrow Y = \frac{100 \cdot y}{x} \quad (2.20)$$

gde je sa  $Y$  označen ukupan broj trasa koji se može uneti u red vožnje, a da koeficijent iskorišćenja ne pređe 100%.

Na kraju, mora se konstatovati da, iako je metodom koju Objavom 406 preporučuje UIC, učinjeno dosta da se kvalitet prevozne usluge predstavi kao značajan parametar kapaciteta železničke infrastrukture, sve je ostalo samo na pokušaju. Naime, metoda koja je trebala da otkloni nedostatke svojih prethodnika, zadržava osnovne nedostatke iz prethodnih metoda. Prvo, sama činjenica da, pod bilo kojim uslovima, iskorišćenje kapaciteta može preći 100%, logički je nedostatak, bez obzira

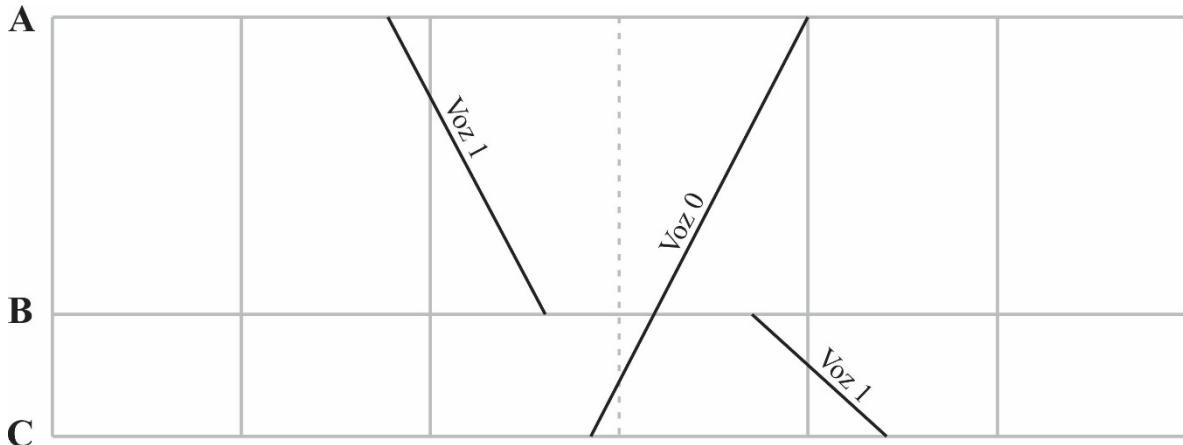
što se radi o vremenskom iskorišćenju kapaciteta. Naime, iako je u teoriji sistema moguće, pa čak i relativno često, iskorišćenje pojedinih sklopova koje prelazi 100%, ono je moguće samo kada nije unapred zadat period posmatranja, što ovde nije slučaj. Drugo, metoda ne definiše precizan i pouzdan način utvđivanja koji je maksimalan broj trasa čiji se saobraćaj može realizovati na ograničavajućem međustaničnom rastojanju, već zahteva da se svaka od dodatih trasa unosi u red vožnje jedna po jedna, a odmah nakon unošenja trase neophodno je ponoviti korake od 3 do 5. Ovo značajno komplikuje način oderđivanja maksimalnog kapaciteta i poništava prednost jednostavnosti metode, tj. njenog osnovnog oblika. Na kraju, metoda zahteva red vožnje, makar u inicijalnoj verziji, a nakon toga ga menja uvođenjem trasa u njega. Iako ovo samo po sebi ne treba posmatrati kao veliki nedostatak, činjenica je da redosled trasa u redu vožnje, kao i redosled unošenja novih trasa u njega, za pruge približno istih tehničkih karakteristika, sa sličnim, pa i potpuno istim obimom rada, može dati veoma različite rezultate iskorišćenja kapaciteta. Mada ovo, zapravo, pojačava stanovište da je red vožnje značajan parametar pri određivanju kapaciteta pruge i ističe značaj reda vožnje, ova karakteristika, primenu metode za pruge na kojima nema saobraćaja, ili će se obim prevoza na njima značajno menjati, čini nemogućom. Ova činjenica je praktično isključuje iz svih probabilističkih modela i studija izvodljivosti.

### 3 ROBUSNOST REDA VOŽNJE ŽELEZNICE I KAŠNJENJA VOZAVA

Kao što je već rečeno, robusnost reda vožnje predstavlja njegovu sposobnost da se odupre manjim poremećajima u hodu vozova. Praktično, robusnost reda vožnje se oslikava kroz umanjenje ili potpuno neutralisanje manjih kašnjenja, kako bi se onemogućio transfer kašnjenja sa zakasnelog voza, na vozove sa čijim trasama je u interakciji, duž prevoznog puta.

Stabilnost reda vožnje predstavlja sposobnost reda vožnje da se, nakon pojave poremećaja u njemu, vrati u projektovano stanje, tj. da se efekat nastalog kašnjenja potpuno anulira.

Iako su veoma slični, ova dva pojma ne treba izjednačavati, iako se često ukazuje potreba da se u analizama koriste zajedno. Da bi se jasnije uočila razlika između njih, iskorišćen je primer prikazan na slici 3.1<sup>8</sup>.



Slika 3.1 Ukrštanje trasa vozova

<sup>8</sup> Tek kada se definiju tipovi kašnjenja vozova, u ovom, i tipovi vremenskih rezervi, u narednom poglavlju, biće objašnjen način prikazivanja grafikona reda vožnje kao orijentisanog grafa

U stanici B dolazi do jednostavnog ukrštanja trasa vozova. Pretpostavimo da dolazi do manjeg kašnjenja voza 0, na deonici između stanica C i B, tako da kašnjenje ne može biti neutralisano pre njegovog prolaska kroz stanicu B. Red vožnje se može smatrati robusnim sve dok je vremenska rezerva u stanicu B, između događaja prolaska voza 0 i otpreme voza 1 iz stanice B, veća od nastalog kašnjenja, jer će postojeća vremenska rezerva biti dovoljna da spreči transfer nastalog kašnjenja sa zakasnele trase na drugu. Međutim, sa stanovišta stabilnosti, kašnjenje će postojati sve do dolaska voza 0 u stanicu A, pod uslovom da u vremenu vožnje voza 0 između stanica B i A ne postoji vremenska rezerva. Tek dolaskom voza u stanicu A može se smatrati da se red vožnje vratio u projektovano stanje. U slučaju da postoji vremenska rezerva u vremenu vožnje voza 0 između stanica B i A, takva da može neutralisati nastalo kašnjenje, red vožnje bi se smatrao stabilnijim, ali to ne bi imalo efekta na robusnost reda vožnje.

Jedini pokazatelji, kako robusnosti, tako i stabilnosti reda vožnje, su kašnjenja koja se u redu vožnje javljaju. Kašnjenje predstavlja vremensku razliku od planiranog do stvarnog vremena realizacije nekog događaja. Bez obzira na kvalitet izrade reda vožnje, broj vozova u njemu, itd., uzimajući u obzir činjenicu da je red vožnje jedinstveni dokument koji važi na celoj železničkoj mreži, ne postoji red vožnje u kome se neće pojaviti kašnjenja.

S obzirom na veliki broj parametara koji utiču na nastanak i intenzitet kašnjenja, izuzetno ih je teško prognozirati. Ipak, poslednjih godina su razvijeni brojni modeli za predikciju kašnjenja. Stohastički modeli uzimaju u obzir ranije relizovane redove vožnje, a svakako najznačajniji je model prostiranja kašnjenja u stanicama (Yuan, 2006). Analitički modeli se odlikuju jednostavnosću pri upotrebi, ali je za njihovi primenu neophodno usvajanje polaznih prepostavki, u cilju relaksacije modela (Carey & Kwiecinski, 1995). Sa razvojem digitalnih računara u prvi plan izlaze

simulacioni modeli, pre svega zahvaljujući razvoju modernih softvera za simulaciju železničkog saobraćaja.

Primarna kašnjenja su devijacije, tj. poremećaji reda vožnje, izazvani nepravilnostima unutar samog procesa saobraćaja odnosnog voza.

Sekundarna kašnjenja (knock-on delays), su poremećaji u redu vožnje voza koji nastaju interakcijom sa trasama drugih vozova na pruzi. Sekundarna kašnjenja nastaju „prostiranjem“ primarnih kašnjenja vozova kroz red vožnje, tj. prenošenjem sa zakasnelog voza na naredne.

Već prema definicijama primarnih i sekundarnih kašnjenja, očigledna je bitna razlika između njih. Naime, primarna kašnjenja nije uvek moguće izbeći. Takođe, očigledno je da primarna kašnjenja uglavnom nisu zavisna od iskorišćenja kapaciteta! Za razliku od primarnih, sekundarna kašnjenja su zavisna od razgranatosti železničke mreže i sinhronizacije saobraćaja vozova na njoj. Sekundarna kašnjenja predstavljaju veliki problem na vrlo razgranatim mrežama, kao i na delovima mreže koji funkcionišu blizu maksimalnog kapaciteta, tj. sa velikim procentom iskorišćenja propusne moći pruge, jer su sekundarna kašnjenja direktna posledica korišćenja infrastrukture od strane više vozila (vozova) i bezbednosnih zahteva.

Uzroci nastanka primarnih kašnjenja su brojni (Goverde, 2005):

1. Stanje infrastrukture:

- otkazi na pruzi i pružnim postrojenjima,
- kvarovi na kontaktnoj mreži, ili prestanak napajanja od strane elektroprivrede,

- kvarovi na signalima, sistemu daljinskog upravljanja ili telekomunikacionim uređajima.

2. Poremećaji u radu prevoznika:

- kvarovi na vozilima (kvarovi vučnih vozila, kočionog sistema, itd.),
- vozno i vozopratno osoblje (ponašanje i iskustvo mašinovođe, rutina, bolest...),
- prekoračenje normi na utovaru ili istovaru,
- pripremne radnje za saobraćaj (manevrisanje sastavom, vremenski produžena proba kočnica, itd.),

3. Problemi pri upravljanju saobraćajnim procesima:

- problemi ili kvarovi na uređajima upravljanja,
- rad dispečerskog osoblja (iskustvo i ponašanje dispečera, rutina, itd.),
- loše izrađeni planovi za saobraćaj (neuočena uska grla u redu vožnje, loše proračunat radni park kola i lokomotiva, loše proračunato osoblje, itd.),

4. Spoljni uticaji:

- vremenski uslovi (sneg, magla, velike vrućine...),
- krađe na vozilima i pružnoj opremi, itd.

Sekundarna kašnjenja nastaju usled:

1. Karakteristika tehnološkog procesa:

- sustizanje prethodnog voza,
- neplanirana ili produžena ukrštavanja sa drugim vozovima,
- zauzetost prijemnog koloseka u stanici, itd.

2. Sinhronizacija pri izvršenju reda vožnje:

- transfer, odnosno prelaz putnika pri ostvarivanju veza (najčešće čekanje na drugi voz sa kojim treba ostvariti vezu),

- dodavanje kursnih kola, tj. čekanje na njihov dolazak drugim vozom,
- čekanje na ostvarenje turnusa osoblja, produženog kašnjenjem dolazećeg voza, itd.

Iako su brojnija, i postoji više razloga njihovog nastanka, primarna kašnjenja je lakše prognozirati, posebno analitičkim i stohastičkim modelima, dok kod simulacionih modela primarna kašnjenja treba iskoristiti kao ulazni podatak, a sekundarna kašnjenja će se dobiti kao jedan od izlaznih rezultata simulacije. Posebno mesto u skorijim istraživanjima zauzimaju radovi sa stohastičkim pristupom utvrđivanju kašnjenja, posebno primarnih kašnjenja vozova, iako se mora naglasiti da je prvi značajniji rad (Schwanhäusser, 1974), pri čemu se stohastički posmatraju i sekundarna kašnjenja. Istu, negativnu eksponencijalnu, raspodelu verovatnoća su kasnije iskoristili (Wendler & Naehrig, 2003), dok uz nju, Erlangovu raspodelu verovatnoća za modelovanje primarnih kašnjenja, koriste (Higgins & Kozan, 1998). Za razliku od prethodno navedenih, Yuan (Yuan, 2006) u svom radu, kašnjenja određuje koristeći Vejbulovu raspodelu verovatnoća. Sve ovo ukazuje da, iako je razvijen veliki broj modela, ni jedan od njih ne može se smatrati standardnim, koji bi se uvek mogao upotrebiti. Razlog za ovo treba tražiti u činjenici da je pojava kašnjenja uslovljena mnogim činiocima, između ostalog i topologijom mreže, kao i kolosečnim vezama u stanicama, pa, kako su navedeni autori svoja istraživanja vršili na različitim mrežama i sa različitim ulaznim podacima, dobijeni rezultati se ne mogu smatrati univerzalnim.

Modeli koji su razvijeni u okviru ove teze ne vrše predikciju kašnjenja, već se poređenje redova vožnje vrši poređenjem ukupnih kašnjenja nakon velikog broja simulacija, pri čemu se u svim slučajevima koriste samo jednom generisana slučajna kašnjenja. Ograničenje je, da inicijalna kašnjenja u procesu realizacije redova vožnje mogu biti samo primarna kašnjenja.

## 4 PARAMETRI ROBUSNOSTI I CENA ROBUSNOSTI REDA VOŽNJE

Iz svega što je do sada rečeno nedvosmisleno sledi da su kašnjenja koja nastaju pri realizaciji reda vožnje, pokazatelji kvaliteta. Robusnost i stabilnost predstavljaju osnovne pokazatelje kvaliteta prevozne usluge, pa je jasno da su kašnjenja, pokazatelji i robusnosti i stabilnosti.

Imajući sve to u vidu, kao i definicije pojmove robusnosti i stabilnosti, jasno je da su vremenske rezerve u redu vožnje jedini parametri robusnosti i stabilnosti. Naime, samo implementacijom vremenskih rezervi možemo uticati na robusnost i stabilnost reda vožnje, odnosno, ukoliko posmatramo sumu vrednosti vremenskih rezervi, samo promenom mesta vremenskih rezervi u redu vožnje, može se povećati, ili umanjiti robusnost.

Vremenske rezerve koje se unose u red vožnje dele se u tri grupe:

- vremenske rezerve koje se dodaju minimalnim voznim vremenima, koja će u daljem tekstu biti označena, odnosno opisana, kao **dopunska vremena vožnje**,
- vremenske rezerve koje se dodaju tehnološkim intervalima, u daljem tekstu **pufer vremena i**
- vremenske rezerve koje se dodaju vremenima bavljenja zbog operacija sa putnicima – **dopunska vremena bavljenja**.

Funkcija dopunskih vremena vožnje je da omoguće smanjenje, ili potpuno neutralisanje, već nastalog kašnjenja voza. Ova vrsta vremenskih rezervi prvenstveno predstavlja parametar stabilnosti reda vožnje, jer im je osnovni zadatak

smanjenje eventualnog primarnog kašnjenja voza. Međutim, ne može se reći da dopunska vozna vremena ne utiču na robusnost reda vožnje, s obzirom da, štiteći događaje dolaska ili prolaska voza kroz naredno službeno mesto, umanjuju mogućnost kašnjenja trasa vozova koji u tom službenom mestu imaju interakciju sa posmatranom trasom. Njihov značaj je veći sa stanovišta stabilnosti, jer ove vremenske rezerve služe i da umanje eventualna kašnjenja nastala u ranijim segmentima vožnje, omogućujuvajući da se, skraćenjem vremena vožnje, red vožnje „brže“ dovede u projektovano stanje.

Pufer vremena nastaju „proširivanjem“ minimalnih tehnoloških intervala, a funkcija im je da se umanji mogućnost nastanka sekundarnog kašnjenja, odnosno transfera kašnjenja sa zakasnelog voza na drugi. Sa te strane, ovo su osnovni parametri robusnosti u jednom redu vožnje. Međutim, u određenim situacijama, njihova primena može dovesti do trenutnog povratka reda vožnje u projektovano stanje, npr. za slučajeve manjeg kašnjenja kada zakasneli voz završava vožnju, a transfer kašnjenja je onemogućen pufer vremenom između njegove i prve naredne trase, pa se pufer vremena smatraju i parametrom stabilnosti reda vožnje.

Vremenske rezerve kojima se produžava planirano bavljenje voza u stanicu pri „komercijalnim operacijama“ implementira se samo u većim stanicama, i to obično samo u vršnim periodima dana, jer im je svrha sprečavanje zakasnele otpreme voza usled produženog ulaska ili izlaska putnika. Ove vremenske rezerve se često, kod redova vožnje sa velikim brojem vozova, preklapaju sa pufer vremenima i tada u obzir treba uzeti samo jednu vremensku rezervu, i to uvek onu veću.

## 4.1 Kriterijumi za definisanje značaja pokazatelja robusnosti

U fazi projektovanja reda vožnje ne raspolaže se preciznim podacima o iskorišćenju kapaciteta. Problem predstavlja činjenica da, u najčešćem broju slučajeva, nije moguće svaku trasu zaštititi vremenskom rezervom. Tada konstruktor mora odlučiti koju trasu i na kom mestu treba zaštititi. Da bi ovo bilo moguće, u okviru ove disertacije, definisani su kriterijumi na osnovu kojih će biti moguće ustanoviti prioritet pojedinih događaja u redu vožnje.

Ideja za utvrđivanje prioritetnih mesta za lociranje vremenskih rezervi je zapravo nastala kao proširenje pristupa (Andersson et al., 2013), u kome su kao kritične tačke definisana mesta preticanja vozova. U ovoj tezi, svaka interakcija dve trase predstavlja potencijalno mesto za implementaciju vremenskih rezervi. Takođe, u navedenom radu, jedini kriterijum za donošenje odluke predstavlja iznos već implementiranih dopunskih voznih vremena, dok se u ovoj tezi posmatra veći broj kriterijuma, što povećava kompleksnost problema. Ideja za razvoj kompleksnijih kriterijuma za utvrđivanje prioriteta zaštite, nastala je iz ocena grupe eksperata pri definisanju i ocenjivanju tehnoloških kriterijuma u radu (Mandic et al., 2014), a prvi put su kriterijumi formalno definisani u (Jovanović et al., 2014).

Posmatrano intuitivno, u slučaju sastajanja vozova različitih rangova trebalo bi u većoj meri štititi trasu voza većeg ranga. Međutim, ovo ne sme biti jedini kriterijum, jer bi bilo nemoguće doneti odluku kada su trase istog ranga. Takođe, značaj zaštite trase od propagacije kašnjenja zavisi i od drugih faktora, pre svega od dužine relacije, kako dela koji prethodi posmatranoj stanci, tako i onog dela nakon nje.

Kako se pufer vremena u tehnološkim intervalima pri sastajanu vozova mogu implementirati isključivo u stanicama sastajanja, pri određivanju mesta

implementacije vremenske rezerve u red vožnje, u obzir treba uzeti i vrednost već lociranih vremenski rezervi u prethodnom delu prevoznog puta vozova, za svaku trasu pojednično.

Radi još preciznijeg određivanja koliko je značajno svako pojedinačno mesto implementacije pufer vremena, u slučaju vozova za prevoz putnika u obzir treba uzeti broj većih železničkih čvorova kroz koje voz prolazi, jer je u njima znatno izraženija mogućnost pojave kašnjenja. U slučaju teretnog saobraćaja u obzir treba uzeti mesto i broj preostalih tehnoloških operacija sa vozom, posebno u velikim tehničkim stanicama. U stanicama gde se obavlja veliki broj operacija sa velikim brojem vozova, osim mogućnosti nastanka primarnih kašnjenja, izraženija je mogućnost prenošenja kašnjenja sa jednog voza na drugi. Sa druge strane, treba imati u vidu i činjenicu je da trasa samog voza, ukoliko su sa njim planirane veće tehnološke operacije, već „zaštićena“ značajnim vremenskim rezervama unutar tih operacija.

Bez obzira na vrstu i kategoriju voza, u obzir bi trebalo uzeti posebne operacije na preostalom putu, kao što su zamene vučnih vozila, smene osoblja i sl.

#### 4.1.1 Kriterijum modifikovanog ranga vozova

Rang voza, u smislu regulisanja saobraćaja, precizno definiše prioritet jedne trase u odnosu na drugu. Međutim, u fazi projektovanja reda vožnje, a sa aspekta robusnosti, samo rang voza ne sme *a priori* davati prednost, jednoj trasi u odnosu na drugu.

#### *4.1.1.1 Kriterijum zaštite trasa vozova većeg ranga*

Rang vozova je uveden zbog povećanja kvaliteta prevozne usluge, u smislu povećanja ponude. S obzirom na veći broj rangova vozova, kako u putničkom, tako i u teretnom prevozu, logično je da se vozovima većeg ranga, kao trasama sa većim ponuđenim kvalitetom, daje prednost u odnosu na ostale trase. Sa te strane, u procesu upravljanja saobraćajem vozova, rang voza ima i funkciju utvrđivanja kom vozu treba dati prednost, kako u procesu konstrukcije reda vožnje, tako u procesu regulisanja saobraćaja, kada usled poremećaja, dođe do interakcije dve trase. Međutim, ovo je značajnije sa aspekta upravljanja hodom vozova u realnom vremenu i, obično, nema veze sa robusnošću i stabilnošću reda vožnje. Akcije dispečera, ili otpravnika vozova, najčešće ne uzimaju u obzir stabilnost reda vožnje, već se deluje prevashodno dajući prednost vozu većeg ranga.

Kada je sastajanje takvo da u stanicu sastajanja najpre stiže voz manjeg ranga, pufer vremenom, većim od prosečnog, treba zaštititi trasu voza većeg ranga, od eventualnog prenošenja kašnjenja. Na taj način, rang vozova utiče na vrednost pufer vremena. Međutim, kada postoji više od jednog ovakvog slučaja, i u slučaju kada je raspoloživo pufer vreme koje se može implementirati ograničeno i manje od sume svih potrebnih pufer vremena, mora se izabrati trasa koja će se vremenskom rezervom zaštiti. Isključivo na osnovu ranga vozova takvu odluku nije moguće doneti.

Jedino što ovaj kriterijum dozvoljava, jeste princip zadovoljenja zahteva „u dubinu”, tj. prvenstva zaštite trasa najvišeg ranga sve dok je to moguće, pa, ukoliko je preostalo resursa, tj. kapaciteta, vrši se zaštita trasa prvog nižeg ranga, itd.

Zbog navedenih nedostataka, u modelima koji su razvijeni u okviru teze, rang voza nije posmatran kao nezavisan kriterijum, već je uveden modifikovani pokazatelj,

koji omogućuje direktno poređenje dva rizična mesta u redu vožnje, sa aspekta utvrđivanja prioriteta zaštite od eventualne pojave kašnjenja.

#### 4.1.1.2 Kriterijum preostalog prevoznog puta

Pri razmatranju preostalog prevoznog puta voza čiju trasu pufer vreme treba da zaštititi, treba se voditi sa dve osnovne, a opet prirodno suprotne ideje. Naime, što je veći prevozni put koji, nakon planiranog sastajanja, voz treba da pređe, veća je mogućnost da voz zakasni u krajnju stanicu, bilo zbog pojave primarnog kašnjenja, bilo usled transfera kašnjenja sa nekog drugog voza, jednostavno zbog toga što je pred njim više mesta na kojima se kašnjenja mogu pojaviti. Sa druge strane, što je duži preostali deo trase putovanja, veće su mogućnosti za dalju implementaciju vremenskih rezervi, i u vozna vremena i u tehnološke intervale, koje bi mogле omogućiti neutralisanje nastalih kašnjenja.

Kombinacijom dva navedena kriterijuma, sa dovoljnim nivoom preciznosti, značaj pojedinih tehnoloških intervala za implementaciju pufer vremena između trasa vozova u stanicu S trebalo bi određivati iz pokazatelja „*modifikovani rang voza*”, koji uzima u obzir izmenjeni rang voza u odnosu na dužinu preostalog dela relacije, odnosno iz odnosa ranga voza broj  $N_V$ , čiju trasu treba zaštititi, i preostale dužine relacije saobraćaja tog voza:

$$\rho = \frac{r_t \cdot 10^3}{\sum_{msr=1}^{MSR} l_{msr}}, \text{ za slučaj kada je } (N_V \bmod 2 \neq 0) \quad (4.1)$$

Odnosno

$$\rho = \frac{r_t \cdot 10^3}{\sum_{msr=1}^{S-1} l_{msr}}, \text{ za slučaj kada je } (N_V \bmod 2 = 0) \quad (4.2)$$

gde je:

- $MSR$  – ukupan broj međustaničnih rastojanja na posmatranoj pruzi ili deonici pruge, pri čemu važi  $MSR = NS - 1$ ,
- $NS$  – ukupan broj stanica na posmatranoj pruzi ili deonici pruge,
- $S$  – stanica u kojoj je formiran tehnološki interval čiji prioritet zaštite se utvrđuje,
- $msr$  – međustanično rastojanje kojem pripada stanica  $S$ ,
- $\rho$  – koeficijent modifikovanog ranga voza,
- $r_t$  – rang voza čiju trasu pufer vreme treba da štiti i
- $\sum_{msr=S}^{MSR} l_{msr}$  ili  $\sum_{msr=1}^{S-1} l_{msr}$  – preostala dužina relacije posmatranog voza, u zavisnosti od smera saobraćaja.

Rang voza,  $r_t$ , može uzeti vrednosti od 1, koju uzimaju vozovi najnižeg ranga, do ukupnog broja različitih kategorija vozova, koji saobraćaju kroz posmatranu stanicu.

Važno je objasniti koja od dve pripadajuće stanice na međustaničnom rastojanju, se razmatra. U slučajevima sastajanja vozova suprotnih smerova, posmatra se stanica sastajanja. Međutim, u slučaju sleđenja vozova, pufer vreme se može implementirati samo u tehnološki interval koji se formira u stanicu otpreme oba voza na pripadajuće međustanično rastojanje, pa se ta stаница mora uzeti u razmatranje. Sa aspekta intervala sleđenja vozova ovo nije značajno, s obzirom na njegovu prirodu i način utvrđivanja, međutim, ovo je neophodno zbog mogućnosti postojanja dopunskih voznih vremena i na posmatranom međustaničnom rastojanju.

Što je veći koeficijent modifikovanog ranga voza, biće veći i prioritet njegove zaštite, odnosno prioritet alokacije pufer vremena u posmatrani tehnološki interval. Kako

ovaj koeficijent opada sa povećanjem preostale dužine relacije, jasno je da se na ovaj način favorizuje mogućnost da se i na preostalom delu relacije istoj trasi doda još vremenskih rezervi.

#### 4.1.2 Kriterijum ranije lociranih vremenskih rezervi

Pri dolasku voza u stanicu sastajanja, mogu nastati samo dva slučaja: da voz saobraća po redu vožnje ili da voz kasni. U momentu konstrukcije reda vožnje nemoguće je znati koji slučaj će u kom danu nastati, a čak nije moguće ni znati koji će slučaj biti učestaliji za vreme važenja reda vožnje. Jednostavno je poći od pretpostavke da će slučaj kada voz sa zakašnjnjem dolazi na sastajanje biti manje verovatan ukoliko je trasa voza, od polazne stanice do stanice sastajanja, zaštićena većim vrednostima vremenskih rezervi<sup>9</sup>. Drugim rečima, veći prioritet bi trebalo dati lociranju pufer vremena u one tehnološke intervale kod kojih prvi voz u intervalu ima manje vremenskih rezervi u, do tada, predđenom putu.

Vremenske rezerve možemo posmatrati i kao specifičan tip zaliha. Njihova specifičnost se ogleda u tome što je vremenska rezerva nakon dolaska voza na predviđeno sastajanje, obavezno potrošena, bez obzira da li je iskorišćena ili ne. Zato se može pretpostaviti da je ispravnije u obzir uzimati samo vremenske rezerve za svaku trasu od poslednjeg redovnog (predviđenog) zaustavljanja voza do stanice  $S$ , za koju se prioritet alokacije vremenskih rezervi utvrđuje. Međutim, na taj način bi se favorizovale trase onih vozova koji imaju češća predviđena stajanja, a to su obično vozovi nižeg ranga. Zato se od toga odustalo i posmatraju se sve vremenske rezerve trase voza, od stanice pokretanja, do stanice  $S$ .

---

<sup>9</sup>kada se razmatra suma vremenskih rezervi u obzir treba uzeti sve vremenske rezerve, bez obzira da li su kao takve unete u red vožnje ili su rezultat položaja trasa u njemu

Bitno je istaći da se u ovom slučaju uvek posmatraju vremenske rezerve u trasi voza koji prvi dolazi na sastajanje (njegov broj će biti označen sa  $N_V$ ), jer se pufer vremenom druga trasa štiti od, eventualnog, njegovog kašnjenja. Kako relacije saobraćaja nisu za sve vozove iste, ne smeju se u razmatranje uzimati proste sume vremenskih rezervi. Da bi se ovo prevazišlo, uveden je pokazatelj „*gustina alokacije vremenskih rezervi*“. Sam po sebi, pokazatelj se može definisati na više načina, s obzirom na rezerve u pređenom putu i s obzirom na rezerve u vremenu puta. Na osnovu svega ovoga praktično su definisana tri kriterijuma za utvrđivanje prioriteta zaštite trasa.

Kao i u prethodnom slučaju, stanica  $S$  koja se posmatra zavisi od tipa interakcije trasa vozova, tj. od toga da li su smerovi posmatranih vozova isti ili suprotni.

#### 4.1.2.1 *Kriterijum vremenskih rezervi u prethodnom prevoznom putu*

U ovom slučaju pokazatelj gustina alokacije vremenskih rezervi je definisan kao odnos ukupne sume vremenskih rezervi i rastojanja, koje je voz prešao do posmatrane tačke:

$$\gamma_1 = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{buff} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=1}^{S-1} l_{msr}}, \text{ i } (N_V \bmod 2) \neq 0 \quad (4.3)$$

Odnosno

$$\gamma_1 = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{buff} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=S}^{MSR} l_{msr}}, \text{ i } (N_V \bmod 2) = 0 \quad (4.4)$$

gde je:

- $\gamma_1$  – gustina alokacije vremenskih rezervi,
- $\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res}$  ili  $\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res}$  – suma dopunskih vremena vožnje na svakom od međustaničnih rastojanja, u zavisnosti od smera saobraćaja voza,
- $\sum_{s=2}^S t_s^{buff}$  ili  $\sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{buff}$  – suma pufer vremena u svim stanicama do stanice S, u zavisnosti od smera saobraćaja,
- $\sum_{s=2}^S t_s^{dw-buffer}$  ili  $\sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buffer}$  – suma rezervi u vremenima bavljenja u svim stanicama do stanica S, u zavisnosti od smera saobraćaja i
- $\sum_{msr=1}^{S-1} l_{msr}$  ili  $\sum_{msr=S}^{MSR} l_{msr}$  – dužina relacije posmatrane trase od prve stanice do stanice S, u zavisnosti od smera saobraćaja voza.

Ovako definisana, gustina alokacije vremenskih rezervi predstavlja prosečan iznos vremenskih rezervi, raspoređenih po jednom kilometru pređenog puta.

Ukoliko je gustina alokacije vremenskih rezervi veća, znači da je trasa voza, na prethodnom prevoznom putu bolje zaštićena od eventualnih poremećaja, te da je smanjena mogućnost zakasnelog dolaska voza u stanicu S, gde je planirano sastajanje koje se razmatra.

U ekstremnim situacijama, kada se pokazatelj utvrđuje za početno međustanično rastojanje nekog voza, za eventualno postojeći interval sleđenja uzastopnih vozova u početnoj stаници voza, za vrednost pokazatelja se usvaja vrednost 0, jer posmatrani voz nema pređeni deo relacije. Ovo se moglo preduprediti dodavanjem jedinice ispred pređenog rastojanja u imenici, ali to nije urađeno da bi se očuvala fizička interpretacija pokazatelja, kao odnos [min/km].

Jedan od modela koji je u tezi razvijen koristi princip maksimizacije, pa su u njemu, umesto gustine alokacije vremenskih rezervi koristi pokazatelj „*brzina potrošnje vremenskih rezervi*”, izведен kao recipročna vrednost gustine alokacije:

$$V = \frac{1}{\gamma_1} = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} l_{msr}}{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{res}^{msr} + \sum_{s=2}^S t_s^{buff} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buffer}}, (N_V \bmod 2 \neq 0) \quad (4.5)$$

odnosno

$$V = \frac{1}{\gamma_1} = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} l_{msr}}{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{res}^{msr} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{buff} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buffer}}, (N_V \bmod 2 = 0). \quad (4.6)$$

Ukoliko određena trasa nema absolutno nikakvih vremenskih rezervi, od početne stanice do stanice  $S$ , za koju prioritet alokacije vremenskih rezervi utvrđujemo, „brzini potrošnje vremenskih rezervi“ treba dodeliti neku vrednost, da bi se onemogućilo deljenje nulom. Takva vrednost treba da je dovoljno velika da onim trasama koje nemaju vremenskih rezervi omogući veći prioritet od onih koje su zaštićene vremenskim rezervama. U razvijenim modelima, za one slučajevе kada određene trase nemaju absolutno nikakve vremenske rezerve, recipročna vrednost pokazatelja „gustina alokacije vremenskih rezervi“ utvrđuje se tako što se najpre izračunaju recipročne vrednosti ovog pokazatelja za ostale tehnološke intervale, tj. za one koji su zaštićeni nekim vremenskim rezervama, a zatim se maksimalnoj vrednosti koja je dobijena doda vrednost  $r_t$ , definisana za potrebe prethodnog kriterijuma, i to za onaj voz čiju trasu vremenska rezerva treba da zaštiti. Na taj način je obezbeđeno da trase koje do stanice  $S$  nisu bile zaštićene vremenskim rezervama dobiju veći prioritet od trase koje su zaštićene vremenskim rezervama, kao i da se, u situacijama sa više ovakvih slučajeva, prioritet daje zaštiti trasa većeg ranga. Ipak, važno je istaći da je ovakva situacija isključivo teoretska, jer će se retko dogoditi da neka trasa nema nikakvih vremenskih rezervi.

Modeli razvijeni u disertaciji polaze od prepostavke da u fazi konstrukcije reda vožnje iznos i položaj pufer vremena nije potpuno poznat, jer se vremenske rezerve

u tehnološkim intervalima mogu unositi sa namerom, a mogu se pojaviti i kao posledica položaja trasa u redu vožnje. Takođe, modeli su projektovani tako da se mogu primeniti i u slučajevima kada ne postoje pufer vremena u redu vožnje, upravo u cilju optimalne alokacije tih rezervi. U takvim slučajevima, jednačine (4.3)-(4.6) treba modifikovati izostavljanjem članova koji u obzir uzimaju postojeća pufer vremena. Sa druge strane, dopunska vremena vožnje, kao i željena vremena bavljenja predstavljaju ulazne elemente za izradu reda vožnje, pa se ovi članovi ne izostavljaju, tako da će navedene jednačine postati:

$$\gamma_1 = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=1}^{S-1} l_{msr}}, \text{ i } (N_V \bmod 2) \neq 0 \quad (4.7)$$

$$\gamma_1 = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=S}^{MSR} l_{msr}}, \text{ i } (N_V \bmod 2) = 0 \quad (4.8)$$

$$V = \frac{1}{\gamma_1} = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} l_{msr}}{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}, \text{ i } (N_V \bmod 2 \neq 0) \quad (4.9)$$

$$V = \frac{1}{\gamma_1} = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} l_{msr}}{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}, \text{ i } (N_V \bmod 2 = 0). \quad (4.10)$$

#### 4.1.2.2 Kriterijum vremenskih rezervi s obzirom na minimalno vreme putovanja

Analogno prethodnom kriterijumu pokazatelj „gustina alokacije vremenskih rezervi“ se može konstruisati i u odnosu na minimalno vreme putovanja voza koji prvi pristiže na sastajanje, od njegove početne stanice do tačke za koju se prioritet zaštite utvrđuje. Motiv za ovaj način definisanja ovog pokazatelja nastaje iz činjenice da je planirano vreme putovanja vozova direktno srazmerno dužini relacije, a na ovaj način se povećava mogućnost da se zaštite i trase vozova nižih kategorija.

Naime, planirana vremena putovanja su najduža kod teretnih vozova, čije bi trase imale male prioritete zaštite kada bi se model oslanjao samo na kriterijume proizašle iz ranga vozova, bilo da je reč o pokazatelju „modifikovani rang voza”, bilo o rangu voza u osnovnom obliku.

Prema ovom kriterijumu pokazatelj „gustina alokacije vremenskih rezervi“ definišemo kao odnos minimalnog vremena putovanja dolazećeg voza i sume vremenskih rezervi koje su posmatranoj trasi već dodeljene. Bitno je istaći da se u ovom slučaju u obzir posebno uzimaju minimalna vremena vožnje, kao i planirana vremena bavljenja odnosnog voza, a posebno rezerve koje se ovim vremenima dodaju, pa pokazatelj „gustina alokacije vremenskih rezervi“ određujemo kao:

$$\gamma_2 = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=2}^S t_s^{dwell}}{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{buff} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}, \text{ i } (N_V \bmod 2) \neq 0 \quad (4.11)$$

odnosno

$$\gamma_2 = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dwell}}{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{buff} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}, \text{ i } (N_V \bmod 2) = 0 \quad (4.12)$$

gde je:

- $\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{travel}$  ili  $\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{travel}$  – suma voznih vremena, čistih i dodatnih za polazak i zaustavljanje, na pređenim međustaničnim rastojanjima i
- $\sum_{s=2}^S t_s^{dwell}$  ili  $\sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dwell}$  – suma planiranih vremena bavljenja, od stanice pokretanja voza do stanice  $S$ .

Kao i do sada, ukoliko trasa nije obezbeđena vremenskim rezervama, vrednosti parametra treba dodeliti maksimalnu vrednost dobijenu za trase sa vremenskim

rezervama, uvećanu za vrednost  $r_t$ . Takođe, za primenu u situacijama kada pufer vremena nisu poznata, ili kada se model upotrebljava za određivanje mesta alokacije svih raspoloživih pufer vremena, članovi koji sumiraju pufer vremena se izostavljaju iz jednačina, pa jednačine (4.11) i (4.12) postaju:

$$\gamma_2 = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=2}^S t_s^{dwell}}{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}, \text{ i } (N_V \bmod 2) \neq 0 \quad (4.13)$$

i

$$\gamma_2 = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dwell}}{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}, \text{ i } (N_V \bmod 2) = 0. \quad (4.14)$$

#### 4.1.2.3 Kriterijum učešća vremenskih rezervi u vremenu putovanja

Prema ovom kriterijumu razmatra se procentualno učešće vremenskih rezervi u vremenu putovanja voza koji prvi pristiže na sastajanje. Veći prioritet zaštite treba da imaju oni događaji koji tehnološke intervale grade sa dolazećim vozovima u čijim je ukupnim vremenima putovanja procentualno manje vremenskih rezervi, tj. pokazatelj „**procenat vremenskih rezervi**“ definišemo kao:

$$\gamma_3 = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{buff} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=2}^S t_s^{dwell} + \sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{buff} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}} \cdot 100[\%] \quad (4.15)$$

za slučaj kada je  $(N_V \bmod 2) \neq 0$ , odnosno

$$\gamma_3 = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{buff} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dwell} + \sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{buff} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}} \cdot 100[\%] \quad (4.16)$$

za saobraćaj voza suprotnog smera, tj. kada je  $(N_V \bmod 2) = 0$ .

Procenat vremenskih rezervi nije pogodan za primenu u svim razvijenim modelima, usled prirode modela definisanih na principu maksimizacije, pa se kao kriterijum za utvrđivanje prioritetnih mesta za zaštitu reda vožnje u modelima koristi recipročna vrednost ovog pokazatelja, tj.:

$$\frac{1}{\gamma_3} = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=2}^S t_s^{dwell} + \sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{buff} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{buff} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}} \quad (4.17)$$

za vozove iz neparnog smera, kada je  $(N_V \ mod \ 2) \neq 0$ , odnosno

$$\frac{1}{\gamma_3} = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dwell} + \sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{buff} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{buff} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}} \quad (4.18)$$

za vozove iz suprotnog smera.

S obzirom da se polazi od prepostavke da će vozovi sa većom rezervom verovatnije na sastajanje stići na vreme, za svaki pojedinačni tehnološki interval pokazatelj određujemo prema vrednostima voza čija je trasa prva u posmatranom intervalu ili za voz čija je trasa prva pri sleđenju vozova.

Kao i ranije, u ekstremnim slučajevima kada se posmatra tehnološki interval u polaznoj stanici voza, pokazatelj će imati vrednost nula. Takođe, ukoliko je suma vremenskih rezervi nula, recipročnu vrednost pokazatelja određujemo na način koji je opisan za prethodna dva slučaja.

Kada se ne raspolaže potpunim podacima o iznosu i položaju pufer vremena, članovi koji ih sumiraju se izostavljaju, pa jednačine (4.15) – (4.18) postaju:

$$\gamma_3 = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=2}^S t_s^{dwell} + \sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}} \cdot 100[\%] \quad (4.19)$$

$$\gamma_3 = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dwell} + \sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}} \cdot 100[\%] \quad (4.20)$$

$$\frac{1}{\gamma_3} = \frac{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=2}^S t_s^{dwell} + \sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=1}^{S-1} t_{msr}^{res} + \sum_{s=2}^S t_s^{dw-buff}} \quad (4.21)$$

$$\frac{1}{\gamma_3} = \frac{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{travel} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dwell} + \sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}{\sum_{msr=S}^{MSR} t_{msr}^{res} + \sum_{s=S}^{NS-1} t_s^{dw-buff}}. \quad (4.22)$$

#### 4.1.3 Kriterijum uticaja velikih železničkih čvorova na prevoznom putu voza

Kriterijum uticaja velikih čvorova, kroz koje bi voz na preostalom delu svoje trase trebao da prođe, ne zahteva posebno definisanje, jer je jednoznačan: ukoliko je predviđeno da na preostalom delu svoje relacije voz prođe kroz velike čvorove, sa velikim obimom saobraćaja na mestima gde se pruge u čvor uključuju, postoji veća mogućnost da voz zakasni. Zato je važno da se vozovima koji u čvor ulaze obezbedi dovoljno rezervi, kako bi u čvor pristizali bez kašnjenja i, na taj način, omogućiti nastanak minimalnih poremećaja reda vožnje, ili, u idealnom slučaju, odsustvo poremećaja. Za redove vožnje sa velikim brojem trasa, preporučljivo je izvršiti rangiranje stanica na preostalom delu relacije prema obimu rada u njima i time proširiti ovaj kriterijum.

Imajući ovo u vidu, veći prioritet za zaštitu imaju trase kojima predstoji prolazak kroz više čvorova i stanica sa velikim obimom saobraćaja u njima.

Prioritet za alokaciju vremenskih rezervi, po ovom kriterijumu, određuje se tako što se broj većih čvorova kroz koje prolazi posmatrana trasa uveća za 1. Ovo se radi da prioritet bilo koje vremenske rezerve ne bi imalo vrednost nula, jer bi, na taj način, posmatrani tehnološki interval bio potpuno izostavljen iz modela. Takođe, ističe se da se pri ovom kriterijumu posmatra trasa voza koji kasnije dolazi na sastajanje, tj. ona trasa koju pufer vreme treba da zaštiti, odnosno prioritet zaštite intervala određujemo prema broju velikih čvorova kroz koje ova trasa prolazi.

#### 4.1.4 Kriterijum predviđenih tehnoloških operacija na preostalom prevoznom putu

Prema ovom kriterijumu, razmatra se broj većih, tj. vremenski zahtevnijih, tehnoloških operacija sa vozom, koje su predviđene u tehničkim stanicama na preostalom delu relacije saobraćaja. Ovde se podrazumevaju operacije kao što su zamena vučnog vozila ili promena sastava voza.

Za razliku od prethodnih kriterijuma, gde je veća vrednost kriterijuma značila i veći prioritet tehnološkog intervala koji treba zaštiti, ovde je situacija suprotna. Naime, kod svake planirane promene sastava voza, bez obzira da li se kola samo dodaju, izbacuju ili i jedno i drugo, uvek postoje vremenske rezerve, i to obično većih vrednosti. One su obično dovoljne, ne samo za osiguranje tačnosti završetka tih procesa, već i za smanjenje, a neretko i neutralisanje, već nastalih kašnjenja. Međutim, s obzirom na mesto tih vremenskih rezervi, jasno je da se one ne mogu koristiti za smanjenje verovatnoće nastanka sekundarnih kašnjenja, pa se sa te strane, vremenske rezerve u tehnološkim operacijama mogu smatrati parametrima stabilnosti, ali ne i robustnosti. Međutim, kriterijum je naveden jer se, zaštitom događaja otpreme vozova nakon tehnoloških operacija u tehničkim stanicama, zapravo obezbeđuje pouzdaniji saobraćaj vozova na pripadajućim deonicama.

Prioritet zaštite svakog pojedinačnog tehnološkog intervala, opada sa povećanjem broja operacija u tehničkim stanicama, koje su planirane za posmatrani voz. Kao i u prethodnom slučaju, i ovde se razmatra trasa voza koju vremenska rezerva treba da zaštiti.

Da bi se omogućila primena ovog kriterijuma u modelima, neophodno bi bilo da se koristi recipročna vrednost pokazatelja koji bi se njime definisao. Međutim, u tom slučaju, karakter ovog kriterijuma bi se u potpunosti izjednačio sa kriterijumom uticaja velikih čvorova, pa pri utvrđivanju prioriteta alokacije vremenskih rezervi ova dva kriterijuma ne treba istovremeno implementirati. Zbog svega navedenog, pri testiranju modela u ovom istraživanju, ovaj pokazatelj je isključen iz modela, ali treba imati u vidu da donosilac odluke može dati prednost ovom ili prethodnom kriterijumu.

Iako su suštinski ovi kriterijumi veoma bliski, treba naglasiti da kriterijum uticaja velikih čvorova proizilazi iz karakteristika mreže i gustine mreže pruga, dok bi vrednosti eventualnog parametra nastalog iz kriterijuma tehnoloških operacija, pre svega bile uslovljene tehnološkim procesom rada stanica i redom vožnje, u smislu plana prevoženja.

## 4.2 Cena robusnosti reda vožnje

Ono što za jedan voz, jednu trasu, predstavlja vremensku rezervu, za posmatrano međustanično rastojanje predstavlja vremenski gubitak, jer vremenske rezerve konzumiraju kapacitet, a sa stanovišta propusne moći predstavljaju neproduktivno vreme – kapacitet je zauzet bez saobraćaja vozova. Drugim rečima, povećavajući

minimalna vremena operacija, povećavamo robusnost reda vožnje, istovremeno trošeći raspoloživi kapacitet infrastrukture. Sumiranjem vremenskih rezervi u svim stanicama, u svim tehnološkim intervalima i u svim vremenima bavljenja svih vozova, i na svim međustaničnim rastojanjima, u svim vremenima vožnje svih vozova, definišemo sumu vremenskih gubitaka u celom redu vožnje:

$$T_{losses} = \sum_{msr=1}^{MSR} \sum_{i=1}^N t_{msr,i}^{res} + \sum_{s=2}^S \sum_{i=1}^N t_{s,i}^{buff} + \sum_{s=2}^S \sum_{i=1}^N t_{s,i}^{dw-buff} \quad (4.23)$$

pri čemu je:

- $T_{losses}$  – vremenski gubici u celom redu vožnje,
- $NS$  – broj stanica na posmatranoj pruzi ili deonici pruge,
- $N$  – ukupan broj vozova koji saobraćaju kroz stanicu  $s$ ,
- $MSR$  – ukupan broj međustaničnih rastojanja na posmatranoj pruzi (deonici),
- $t_{msr,i}^{res}$  – dopunsko vreme vožnje voza  $i$ , na međustaničnom rastojanju  $msr$ ,
- $t_{s,i}^{buff}$  – pufer vreme koje u stanicu s štiti trasu voza  $i$  i
- $t_{s,i}^{dw-buff}$  – dopunsko vreme bavljenja voza  $i$  u stanicu  $s$ .

Ako pretpostavimo da je moguće konstruisati red vožnje sa minimalnim vremenima vožnje svih vozova, u kome će sva vremena bavljenja, svih vozova, biti minimalna i isključivo iz komercijalnih razloga, tj. da u njemu nema predviđenih sastajanja vozova<sup>10</sup>, tada kao cenu robusnosti reda vožnje,  $PR$ , definišemo odnos sume vremena putovanja svih vozova iz reda vožnje i sume vremena putovanja istih vozova u inicijalnom redu vožnje, onom sa minimalnim vremenima putovanja:

---

<sup>10</sup>Hipotetički red vožnje sa minimalnim vremenima putovanja i bavljenja svih vozova ćemo nazvati inicijalni red vožnje

$$PR = \frac{\sum_{msr=1}^{MSR} \sum_{i=1}^N t_{msr,i}^{travel} + \sum_{s=2}^S \sum_{i=1}^N t_{s,i}^{dwell} + T_{losses}}{\sum_{msr=1}^{MSR} \sum_{i=1}^N t_{msr,i}^{travel} + \sum_{s=2}^S \sum_{i=1}^N t_{s,i}^{dwell}} \quad (4.24)$$

gde je:

- $\sum_{msr=1}^{MSR} \sum_{i=1}^N t_{msr,i}^{travel}$  – suma najkraćih vremena putovanja svih vozova, na svim međustaničnim rastojanjima i
- $\sum_{s=2}^S \sum_{i=1}^N t_{s,i}^{dwell}$  – suma minimalnih planiranih vremena bavljenja, svih vozova u svim stanicama.

Ovako definisana, cena robusnosti reda vožnje ima minimalnu vrednost 1 (jedan) za inicijalni red vožnje, u kome nema vremenskih rezervi, i raste sa uvođenjem svake vremenske rezerve u red vožnje. Iako je ovo jedini način da se analitički utvrди cena robusnosti u fazi izrade reda vožnje, nije najprikladniji metod, jer ne uzima u obzir efekte implementacije vremenskih rezervi. Poželjno je utvrditi te efekte, određivanjem pokazatelja kvaliteta, a kako je već rečeno, sa aspekta robusnosti to su kašnjenja vozova. U fazi izrade reda vožnje jedini načina za to predstavlja simulacija realizacije reda vožnje, sa unapred zadatim kašnjenjima, posebno za inicijalni, a posebno za red vožnje sa implementiranim vremenskim rezervama. Ovaj postupak je korišćen i za utvrđivanje cene robusnosti pri primeni modela u ovoj disertaciji.

Utvrđivanje cene robusnosti nije uslovljeno korišćenjem inicijalnog reda vožnje, bez ikakvih vremenskih rezervi, već se mogu porediti i redovi vožnje sa istim rasporedom trasa, ali sa različitim sumama vremenskih rezervi koje sadrže u sebi. Na taj način, cenu robusnosti možemo definisati kao:

$$PR = k \cdot \frac{\Delta\tau}{\Delta D}. \quad (4.25)$$

$\Delta\tau$  predstavlja razliku sume vremenskih rezervi iz reda vožnje u koji su one naknadno unete i iz polaznog, najčešće inicijalnog, reda vožnje.

$\Delta D$  predstavlja razliku suma kašnjenja vozova pri realizaciji reda vožnje i definiše se kao:

$$\Delta D = \begin{cases} Delay - Delay', & \text{za } Delay > Delay' \\ 0, & \text{za } Delay \leq Delay' \end{cases} \quad (4.26)$$

gde je:

- $Delay$  – suma kašnjenja vozova u početnom redu vožnje, a
- $Delay'$  – suma kašnjenja vozova nakon unosa vremenskih rezervi u red vožnje.

$\Delta D$  je moralo da se definiše na ovaj način jer je, iako samo teorijski, moguće da se kašnjenja povećaju ili ostanu nepromenjena nakon implementacije dodatnih vremenskih rezervi. U praksi, posebno za redove vožnje sa velikim brojem trasa i velikim koeficijentom iskorišćenja kapaciteta infrastrukture, ovo nije moguće. Takođe, ukoliko bi došlo do ovakvog slučaja, cena robusnosti bi zaista težila beskonačnosti, s obzirom da bi implementirane vremenskih rezervi uvećale kašnjenja, pa time gube svoju osnovnu funkciju.

Koeficijent  $k$  je uveden samo da bi se dobile vrednosti bliske jedinici i da bi se omogućilo poređenje sa vrednostima ovog pokazatelja kada se koristi jednačina (4.24). Međutim, sada je izuzetno bitno napomenuti da pokazatelj „cena robusnosti“ definisan jednačinom (4.25) može uzeti i vrednosti manje od jedinice, jer sada zavisi i od „brzine“ promene kašnjenja, odnosno za koliko se kašnjenja smanjuju implementacijom novih vremenskih rezervi, bez obzira na vrednost koeficijenta. Takođe, za koeficijent  $k$  se ne može dati univerzalna vrednost.

Analogno opisanom načinu, cenu robusnosti je moguće definisati i kroz posmatranje koeficijenta iskorišćenja kapaciteta, umesto razlike u sumi vremenskih rezervi, odnosno posmatrajući odnos broja zaštićenih događaja i broja događaja koji su kasnili. Međutim, dobijeni rezultati bi bili u apsolutnoj korelaciji, pa je u ovoj disertaciji cena robusnosti definisana i korišćena na izloženi način.

## 5 DIMENZIONISANJE VREMENSKIH REZERVI

Kao što je već rečeno, vremenske rezerve koje se dodaju vremenima vožnje vozova, u ovom radu će biti nazivane dopunskim voznim vremenima. Ova dopunska vremena su definisana objavom UIC-a 451-1 za sve međunarodne vozove. Prema ovom dokumentu, vreme vožnje voza između dve tačke, koje se unosi u red vožnje, predstavlja zbir vremena vožnje tehničkom brzinom na posmatranom delu pruge, dodatka za održanje voznog vremena i dodatka „za veće stanice“ (UIC, 2000). Ovo, drugim rečima znači da se dopunsko vozno vreme sastoji iz dva dela. Prvi deo, dodatak za održanje voznog vremena, prevashodno ima za cilj da umanji, ili potpuno spreči, primarno kašnjenje posmatranog voza.

Vrednost dodatka za održanje vremena vožnje može se odrediti na više načina, a metode za određivanje definisane su iskustveno. Definisana su tri načina za određivanje, i to:

- dodatak voznom vremenu na osnovu kilometraže (minuta/kilometru),
- dodatak voznom vremenu na osnovu vremena putovanja (%) i
- regularan dodatak voznom vremenu (minuta/stanici koju voz tranzitira).

Rezultat dobijen po prva dva metoda, za unapred definisanu brzinu voza, je praktično identičan. Kod taktnih redova vožnje i kada su brzine vozova gotovo identične, preporučuje se upotreba samo jedne od navedenih metoda, za sve vozove.

Drugi deo dopunskih voznih vremena, koji je ovde definisan kao dodatak „za veće stanice“, upotrebljava se iz dva razloga: prvi je da bi se neutralisao uticaj nemogućnosti simultanih vožnji vozova i manevarskih sastava zbog konfiguracije infrastrukture, u većim stanicama gde se vrši sastavljanje i rastavljanje vozova, a

drugi razlog je uvećanje voznog vremena na deonicama za koje je poznato da će u toku važenja reda vožnje biti pod planiranim radovima na održanju koloseka pod saobraćajem. Pri primeni iz prvog razloga, ovaj deo dopunskih vremena ne sme da bude veći od 3 minuta, i ne mora se dodati na vozno vreme, već je moguće produžiti bavljenje u stanici. Ipak, ukoliko se koristi kao uvećanje voznog vremena, to se mora učiniti na prvom međustaničnom rastojanju iza posmatrane stanice. U drugom slučaju, veličina vremena koje dodajemo na vreme vožnje mora odgovarati stvarnom uvećanju vremena putovanja usled ograničenja brzine na pruzi.

Osim brzine, na vrednost dopunskih voznih vremena uticaj ima i masa vozova, kao i, u slučaju vozova za prevoz putnika, da li se radi o motornim ili klasičnim garniturama. U slučaju klasičnih garnitura, dopunsko vozno vreme predstavlja najmanje 1,5 minuta na 100 kilometara. Uvećano za:

- procenat uvećanja vremena putovanja, dat u tabeli 5.1.:

*Tabela 5.1 Procentualno uvećanje vremena putovanja za klasične garniture*

Brzina	$\leq 140 \text{ km/h}$	141-160 km/h	161-200 km/h	$> 200 \text{ km/h}$
Masa				
$\leq 300 \text{ t}$	3 %	3 %	4 %	5 %
301-500 t	4 %	4 %	5 %	6 %
501-700 t	4 %	5 %	6 %	7 %
$> 700 \text{ t}$	5 %	5 %	6 %	7 %

ili

- za najmanje 2 minuta na 100 kilometara.

U slučaju motornih garnitura, zbog njihovih karakteristika, kao što su relativno mala vremena za polazak i zaustavljanje, usled velikih ubrzanja i usporenja, kao i mase znatno manje u odnosu na klasične garniture sa lokomotivskom vučom, ove

vrednosti se nešto razlikuju, pa dopunsko vozno vreme predstavlja najmanje 1 minut na 100 kilometara, uvećan za odgovarajuću vrednost, iz tabele 5.2.:

*Tabela 5.2 Procentualno uvećanje vremena putovanja za motorne garniture*

Brzina ≤ 140 km/h	Brzina 141-160 km/h	Brzina 161-200 km/h	Brzina 201-250 km/h	Brzina >250 km/h
3 %	4 %	5 %	6 %	7 %

Za vozove za prevoz putnika, na deonicama kraćim od 30 kilometara, fiksni deo dopunskih voznih vremena se izostavlja, a dopunsko vreme se određuje samo na osnovu procentualnog uvećanja vremena putovanja.

Kod teretnih vozova, ukoliko je reč o teretnim vozovima maksimalne brzine veće od 120 km/h, dopunska vozna vremena se određuju kao i za vozove za prevoz putnika sa klasičnim garniturama, dok se kod ostalih teretnih vozova dopunsko vreme određuje kao:

- 1 minut na 100 kilometara uvećan za 3% vremena putovanja, ili
- 3 minuta na 100 kilometara, ili
- vreme putovanja uvećano za 4%.

Vremenske rezerve koje se dodaju minimalnim tehnološkim intervalima prvenstveno imaju za cilj da spreče prostiranje manjih kašnjenja kroz red vožnje, tj. da umanje ili neutrališu sekundarna kašnjenja. Ova dodatna vremena, tj. pufer vremena, treba da apsorbuju deo ili celo primarno kašnjenje zakasnelog voza, da bi se sprečio nastanak domino efekta, posebno na delovima infrastrukture sa velikim iskorišćenjem.

Vrednosti ovih pufer vremena su danas samo deterministički određena, i to od železničke uprave do uprave, na taj način što je unapred određena minimalna vrednost pufer vremena koje treba da se doda u zavisnosti od različitih kombinacija sastajanja vozova u službenim mestima. Većina uprava se rukovodi sledećim principom:

- „velika“ vrednost pufer vremena kada je uzastopni<sup>11</sup> voz većeg ranga od prethodnog,
- „srednja“ vrednost pufer vremena kada su vozovi istog ranga i
- „mala“ vrednost pufer vremena kada je uzastopni voz manjeg ranga od prethodnog.

Tačne, pa čak ni približne vrednosti malog, srednjeg ili velikog pufer vremena nisu propisane, već je na svakoj železničkoj upravi da ih definiše prema svojim potrebama (željenom kvalitetu prevozne usluge) i karakteristikama.

Profesor Švanhojzer (Schwanhäusser, 1974) sa Univerziteta u Ahenu, postavio je metod za određivanje prosečnog pufer vremena u tehnološkim intervalima, u skladu sa zahtevanim, unapred definisanim kvalitetom prevozne usluge, koji se koristi na železnicama Nemačke (DB). Ovo je danas poznato kao Švanhojzerov, ili STRELE metod<sup>12</sup>.

U modelima koji su razvijeni u okviru ove teze korišćene su sledeće vrednosti pufer vremena:

- kao „velika“ vrednost pufer vremena usvojena su 3 minuta,
- „srednja“ vrednost pufer vremena iznosi 2 minuta,

---

<sup>11</sup> Ne misli se samo na uzastopni voz pri sleđenju vozova, već na svaki voz koji u službeno mesto ulazi nakon prethodnog, posmatranog voza

<sup>12</sup> Naziv STRELE potiče iz činjenice da je metod ugrađen u istoimeni softverski paket.

- „mala“ vrednost pufer vremena predstavljena je jednim minutom.

Bitno je istaći da primena modela nije uslovljena ovim vrednostima, te da je moguće usvojiti proizvoljne vrednosti za „veliku”, „srednju” i „malu” vrednost pufer vremena. Takođe, jedan od razvijenih modela dozvoljava određivanje, pored mesta implementacije, i vrednosti potrebnog pufer vremena. Međutim, model ne dozvoljava izbor proizvoljnih vrednosti, već samo vrednosti niže i jednake onoj koje bi posmatrano pufer vreme smelo da ima, tj. ako je položaj pufer kandidata takav da se tu sme iskoristiti srednja vrednost pufer vremena, dozvoljeno je da se izaberu vrednosti od jednog i dva minuta, ali ne preko te vrednosti.

## 6 MODELI ZA IMPLEMENTACIJU VREMENSKIH REZERVI U CILJU POVEĆANJA ROBUSNOSTI

U ovom poglavlju najpre će biti objašnjen način predstavljanja reda vožnje, kao i postavka problema, a zatim će biti dat detaljan opis modela za alokaciju vremenskih rezervi, koji su razvijeni u okviru teze. Takođe, ovde će biti data i objašnjenja za sva ograničenja koja su uvedena u modele.

### 6.1 Model reda vožnje i postavka problema

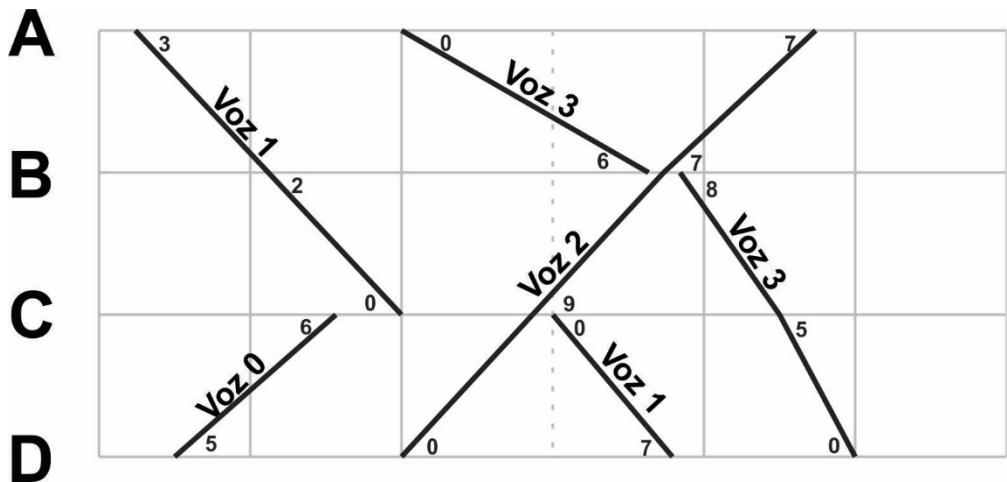
Red vožnje je predstavljen kao acikličan orijentisan graf. Ovo je urađeno da bi se u fazi verifikacije rezultata mogao iskoristiti model za simulaciju linearnih sistema koji je razvio Goverde (Goverde, 2005), ali su u matematičkim formulacijama modela iskorišćeni principi i oznake, pripoznati iz ovakvog načina predstavljanja reda vožnje.

Kao događaj u redu vožnje, definisan je svaki pojedinačni dolazak, prolazak ili otprema voza, za svako službeno mesto u grafikonu reda vožnje. Svaki događaj je predstavljen kao čvor orijentisanog grafa.

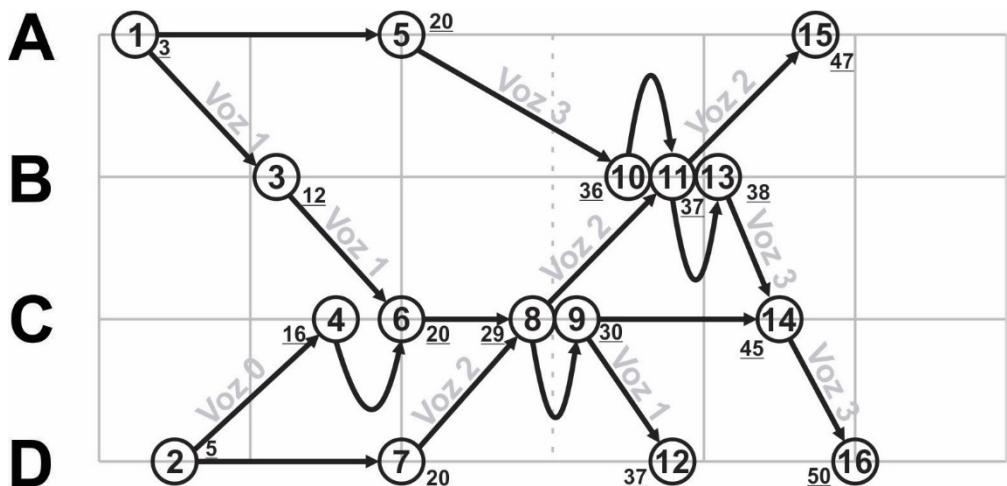
Ukoliko postoji operacija koja povezuje dva događaja u redu vožnje, predstavljena je granom grafa. Operacije se još nazivaju i aktivnostima.

Imajući sve ovo u vidu, graf reda vožnje definišemo kao skup čvorova i grana, tj. događaja i aktivnosti koje ih povezuju, i označavamo kao  $G = (E, A)$ .

Primer jednostavnog reda vožnje dat je na slici 6.1, dok je na slici 6.2 isti segment reda vožnje predstavljen kao odgovarajući orijentisani graf.



Slika 6.1 Jednostavni segment reda vožnje



Slika 6.2 Orijentisani graf kojim se može modelirati prikazani primer reda vožnje

Na slici 6.2 vreme realizacije svakog događaja je naznačeno pored odgovarajućeg čvora.

Svaki događaj  $i$ ,  $i \in E$ , definisan je uređenom petorkom,  $(N^o_i, St_i, Type_i, d_i, t_i)$ , što označava broj voza, stanicu, tip događaja, redom vožnje predviđeno vreme realizacije i stvarno vreme realizacije, respektivno. Sa druge strane, uređena petorka  $(i, j, Type_{i,j}, a_{ij}, a^{min}_{i,j})$  predstavlja definiciju svake pojedinačne grane, pri čemu oznake predstavljaju početni događaj aktivnosti, završni događaj aktivnosti, tip aktivnosti, vreme trajanja

aktivnosti i minimalno vreme trajanja aktivnosti, respektivno, pri čemu je minimalno vreme trajanja uvedeno u cilju definisanja vremenske rezerve unutar aktivnosti.

Uvodeći ograničenja koja proizilaze iz reda vožnje, može se odrediti vreme realizacije svakog događaja,  $j$ , kao:

$$t_j \geq t_i + a_{i,j}^{\min}, \forall i, j \in E, \forall (i, j) \in A \quad (6.1)$$

$$t_i \geq d_i, \forall i \in E. \quad (6.2)$$

Eventualnu vremensku rezervu koja štiti događaj  $j$  možemo definisati kao:

$$b_{i,j} = a_{i,j} - a_{i,j}^{\min}, \forall (i, j) \in A. \quad (6.3)$$

Sada se problem može formalno definisati: cilj je, produženjem trajanja aktivnosti, konstruisati robusniji red vožnje, koji će, na već opisani način, biti predstavljen orijentisanim grafom  $G'(E, A')$ , u kome će, praktično, grane koje omogućuju povećanje robusnosti biti zamenjene. Kako se sve operacije sastoje od minimalnog vremena trajanja operacije i vremenske rezerve u posmatranoj operaciji, što je definisano jednačinom (6.3), ideja je da se odrede nove vrednosti vremenskih rezervi,  $b'_{i,j}$ , koje će graf reda vožnje  $G'$  učiniti robusnijim od reda vožnje predstavljenim grafom  $G$ .

Ovde je bitno napomenuti da modeli prepostavljaju da su dopunska vremena vožnje ulazni podaci i da su, pri konstrukciji, već uneta u red vožnje. Ovo praktično znači da će se modeli u ovoj disertaciji koristiti za pronalaženje optimalnih mesta za implementaciju pufer vremena, tj. vremenskih rezervi u tehnološkim intervalima,

ali se naglašava da se, u slučajevima kada se u red vožnje unose samo minimalna vremena vožnje, model može u celosti primenti za implementaciju svih vremenskih rezervi. Imajući ovo u vidu, sve aktivnosti u redu vožnje možemo grupisati u podskupove, takve da skup aktivnosti postaje:

$$A = A_{travel} \cup A_{dwell} \cup A_{headway} \quad (6.4)$$

pri čemu se skup aktivnosti u redu vožnje sastoji od unije skupova aktivnosti u vremenima vožnje vozova, komercijalnim bavljenjima u stanicama i aktivnosti u tehnološkim intervalima, respektivno. Sada jednačina (6.3) postaje:

$$b_{i,j} = a_{i,j} - a_{i,j}^{min}, \forall (i,j) \in A_{headway} \quad (6.5)$$

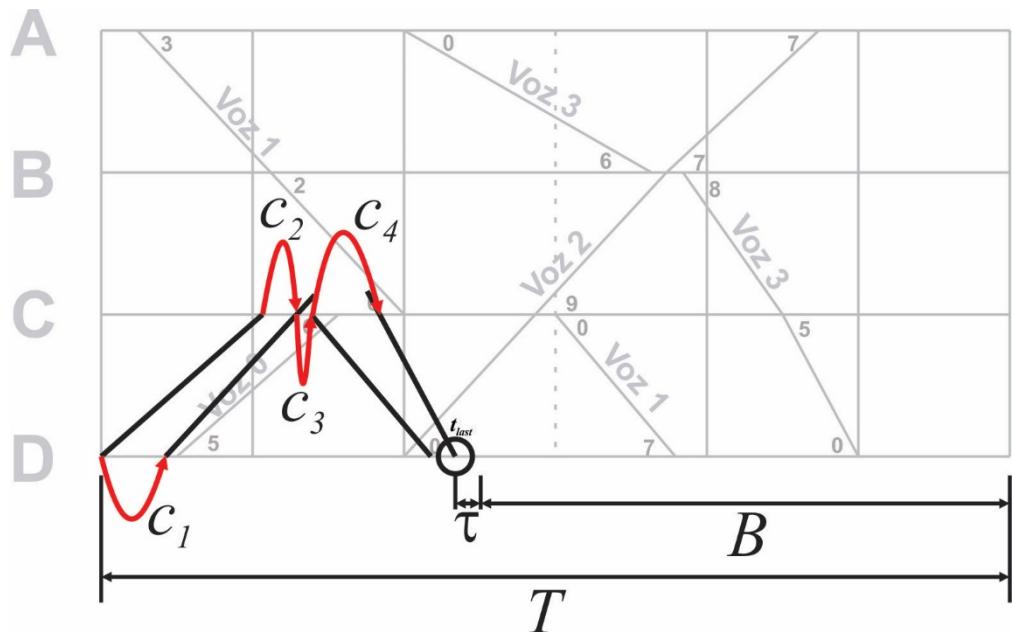
a istom skupu će pripadati i novoodređene vrednosti  $b'_{i,j}$ .

Da bi se omogućila preraspodela pufer vremena, neophodno je definisati vreme posmatranja sistema, na osnovu čega se definiše preostalo vreme koje možemo iskoristiti za povećanje robusnosti reda vožnje. Modeli razvijeni u disertaciji ne postavljaju nikakva formalna ograničenja po ovom pitanju, međutim mora se naglasiti da se u slučaju primene modela za široke vremenske intervale, kada postoje periodi sa malim obimom saobraćaja, neće dobiti kvalitetni rezultati. Najbolje rezultate modeli će dati za vršne periode saobraćaja. U slučaju primene u cikličnim i taktnim redovima vožnje, neophodno je primeniti modele na jedan potpuni ciklus. Ukoliko je reč o redovima vožnje sa visokim koeficijentom iskorišćenja kapaciteta infrastrukture na dnevnom nivou, modeli mogu biti primenjeni sa zadovoljavajućim nivoom tačnosti.

Nakon definisanja perioda posmatranja mora se izvršiti kompresija reda vožnje. Polazna ideja pri izradi teze bila je da se kompresija izvrši na ograničavajućem međustaničnom rastojanju, da se na tom međustaničnom rastojanju primene modeli, uz logičnu pretpostavku da će implementacija pufer vremena na njemu dovesti do povećanja robusnosti celog reda vožnje, kao sistema međusobno povezanih elemenata.

## 6.2 Modeli za povećanje robusnosti reda vožnje, sa mogućnosti primene na ograničavajućem međustaničnom rastojanju

Pošto se na međustaničnom rastojanju kompresija vrši po preporuci UIC-a (UIC, 2013), svi tehnološki intervali u komprimovanom redu vožnje su minimalni, a samim tim i kandidati za implementaciju pufer vremena. Na primeru reda vožnje koji je prethodno dat, kompresija reda vožnje na ograničavajućem međustaničnom rastojanju prikazana je na slici 6.3.



*Slika 6.3 Kompresija reda vožnje na ograničavajućem međustaničnom rastojanju i definisanje raspoloživog vremena za vremenske rezerve*

Nakon izvršene kompresije reda vožnje, raspoloživo vreme,  $B$ , koje možemo iskoristiti za povećanje robusnosti dobijamo na osnovu razlike dužine trajanja perioda posmatranja,  $T$ , i trenutka realizacije poslednjeg događaja na ograničavajućem međustaničnom rastojanju,  $t_{last}$ . Od ove vrednosti treba oduzeti i minimalnu vrednost tehnološkog intervala,  $\tau$ , koji poslednji događaj potencijalno može da gradi sa prvim događajem iz narednog perioda (kada se posmatra vršni period), iz narednog ciklusa (kada se posmatra ciklični red vožnje) ili sa prvim događajem iz narednog dana (kada se posmatra ceo dan). Raspoloživo vreme dobijamo kao:

$$B = T - t_{last} - \tau. \quad (6.6)$$

Kandidati za implementaciju pufer vremena su na slici prikazani crvenom bojom.

U svrhu odabira mesta na kojima treba implementirati pufer vremena razvijeni su model koji koristi višekriterijumsко odlučivanje i model kombinatorne optimizacije, koji koristi problem ranca, tzv. „Knapsack problem“.

### 6.2.1 Model višekriterijumskog odlučivanja za implementaciju pufer vremena na ograničavajućem međustaničnom rastojanju

Model višekriterijumskog odlučivanja je u osnovi dosta pravolinijski, u smislu logike koju sledi. Naime, na osnovu kriterijuma za utvrđivanje značaja pojedinih vremenskih rezervi, koji su definisani u poglavlju 4., moguća je primena, praktično, bilo koje od brojnih metoda višekriterijumske analize i odlučivanja. Ipak, u ovom modelu je iskorišćena metoda Analitičkog Hijerarhijskog Procesa, AHP, koju je utemeljio Thomas Saaty (Saaty, 1980). Razlozi za ovakvu odluku su, pre svega,

jednostavnost primene metode, ali i činjenica da donosilac odluke može primeniti metodu i bez potpunog znanja svih vrednosti parametara robusnosti, tj. veličina neophodnih za proračun vrednosti kriterijuma za određivanje značaja pojedinih vremenskih rezervi.

AHP predstavlja jednu od najpoznatijih metoda za višekriterijumsко odlučivanje. Spada u tzv. grupu mekih metoda odlučivanja. Metodološki gledano, AHP je tehnika razlaganja složenog problema višekriterijumske analize u hijerarhiju, na čijem je vrhu cilj koji treba postići. Na najnižem nivou nalaze se alternative koje se razmatraju, na sledećim nivoima se nalaze kriterijumi, a ukoliko je potrebno, oni se, kroz različite podkriterijume, mogu smestiti u više nivoa.

Za primenu AHP metode u ovom modelu, svaki kandidat za implementaciju pufer vremena predstavlja jednu alternativu.

Drugu fazu metode predstavlja prikupljanje podataka i njihovo merenje. Donosilac odluke dodeljuje relativne ocene atributa, koje se u parovima atributa, svako sa svakim porede u odnosu na neposredno nadređeni element narednog nivoa. Kada je ovo završeno omogućeno je formiranje matrice upoređivanja po parovima koji odgovaraju svakom nivou hijerarhije. Ukoliko ne postoji mogućnost preciznog međusobnog poređenja, prema realnim vrednostima pojedinih atributa, za poređenje se koristi tzv. Satijeva skala. U modelu koji je ovde prikazan, na osnovu kriterijuma iz poglavlja 4., mogu se dobiti precizne vrednosti za svaku od alternativa, a samim tim i njihov relativni odnos, po svakom od kriterijuma. Međutim, ukoliko nedostaju precizni podaci, ali se raspolaže približnim, ili čak prepostavljenim međusobnim odnosom alternativa po kriterijumima, Satijeva skala će omogućiti primenu metode. Matematički osnovi ove metode dati su u Prilogu 1.

U trećem koraku mora se izvršiti procena relativnih težina, tj. određivanje normalizovanih vrednosti vektora težina za sve atribute na svakom hijerarhijskom nivou.

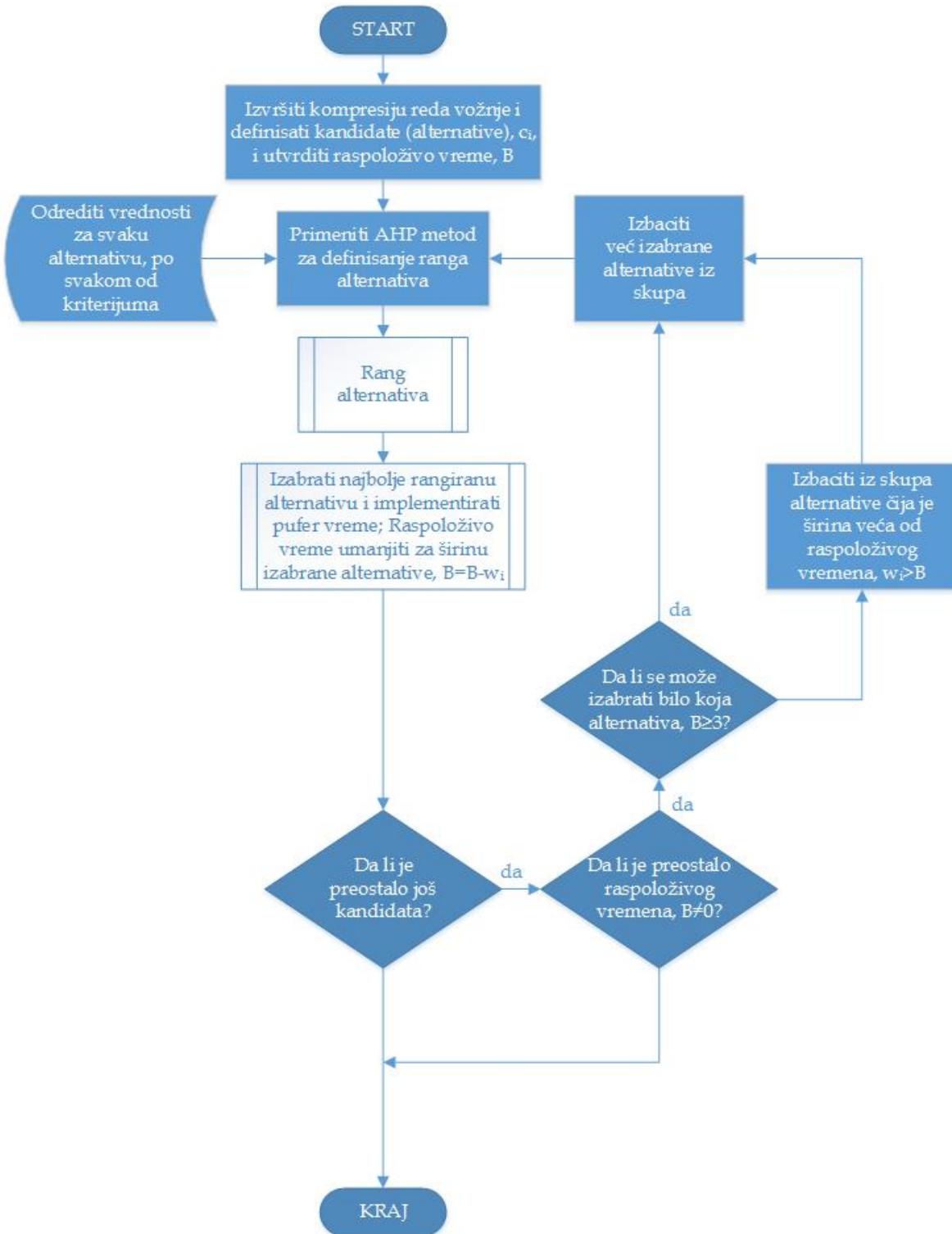
Poslednja faza, određivanje rešenja problema, podrazumeva određivanje „kompozitnog normalizovanog vektora“. Pošto se odredi vektor redosleda aktivnosti kriterijuma u modelu, određuje se važnost alternativa u okviru svakog pojedinačnog kriterijuma. Na kraju se učešće svake alternative množi sa težinom posmatranog kriterijuma i te se vrednosti sumiraju za svaku alternativu posebno, a sam taj podatak predstavlja težinu posmatrane alternative u modelu.

Definisana su četiri aksioma na kojima se AHP metoda zasniva:

- *Aksiom reciprociteta*; Ako je element  $A$   $n$  puta značajniji od elementa  $B$ , tada je element  $B$   $1/n$  puta značajniji od elementa  $A$ ;
- *Aksiom homogenosti*; Poređenje ima smisla samo ako su elementi uporedivi;
- *Aksiom zavisnosti*; Dozvoljava se poređenje među grupom elemenata jednog nivoa u odnosu na element višeg nivoa, tj. poređenja na nižem nivou zavise od elemenata višeg nivoa;
- *Aksiom očekivanja*; Svaka promena u strukturi hijerarhije zahteva ponovno računanje prioriteta u novoj hijerarhiji;

AHP metoda je veoma fleksibilna, i omogućava da se kod složenijih problema, sa velikim brojem kriterijuma i alternativa, relativno lako nađu veze i relacije između uticajnih faktora, odredi njihov značaj u realnim uslovima, kao i eventualna dominantnost jednog faktora u odnosu na drugi.

Kao cilj postavlja se rang ponuđenih alternativa. Kompletan algoritam primene modela prikazan je na slici 6.4.



Slika 6.4 Algoritam primene modela višekriterijumskog odlučivanja za implementaciju vremenskih rezervi na ograničavajućem međustaničnom rastojanju

Kao što je već rečeno, sam algoritam je vrlo jednostavan, a jedina kompleksnost proizilazi iz činjenice da se, kao posledica aksioma očekivanja u AHP metodi, nakon implementacije prvorangiranog kandidata, proces AHP metode mora ponoviti, jer dolazi do promene strukture. Naravno, ovo usložnjava samu primenu definisanog modela, ali, zbog jednostavnosti AHP metode, ne predstavlja posebnu teškoću.

Iz algoritma se vidi da se proces ponavlja sve dok se ne iscrpi sav raspoloživi kapacitet, ili dok se ne implementiraju svi kandidati.

Slučaj kada je moguće zaštititi sve događaje nastupa veoma retko, čak ne zahteva primenu bilo kakvog modela, a ovde je naveden samo da bi se sačuvala logika algoritma.

#### 6.2.2 Model kombinatorne optimizacije za implementaciju pufer vremena na ograničavajućem međustaničnom rastojanju

„Knapsack“ problem (KP), ili problem ranca, predstavlja jedan od poznatijih, i verovatno najstarijih, problema kombinatorne optimizacije. Neka je dat skup od  $n$  predmeta, pri čemu su poznati težina i vrednost svakog od njih. Problem se svodi na izbor određenog broja predmeta, tako da ukupna masa ne pređe limitirani težinski kapacitet (ranca) i to tako da se maksimizira ukupna vrednost izabranih predmeta.

Problem može imati neku od osnovnih formi:

- neograničenu, kada postoji neograničen broj jednoobraznih predmeta i svaki od njih može biti izabran,

- ograničenu formu, kada se ne sme izabrati više od  $n_i^{max}$  jednoobraznih predmeta ili
- formu 0-1, koja dozvoljava potpunu različitost predmeta, ali je striktno ne zahteva.

Osim ovih osnovnih, problem je definisan i u mnogo podvarijanti (Martello & Toth, 1990).

Skup raspoloživih predmeta u modelu predstavlja skup tehnoloških intervala koji su definisani kao kandidati za povećanje, implementacijom pufer vremena u njih. „Težine“ predmeta su predstavljene potrebnim vremenom pufer vremena koje bi trebalo implementirati u interval. Ove vrednosti zavise od ranga vozova čije trase grade posmatrani tehnološki interval, i date su na kraju poglavlja 5., a kako će se puferima povećavati vreme trajanja tehnoloških intervala, često će biti nazivani i „širinama“. „Vrednosti predmeta“ utvrđene su preko kriterijuma za određivanje prioriteta zaštite događaja iz poglavlja 4., dok ukupni kapacitet „ranca“ predstavlja preostalo vreme koje se može iskoristiti za povećanje robusnosti,  $B$ .

Ako definisani skup kandidata za implementaciju označimo sa  $C$ ,  $c=1,\dots,C$ , pri čemu je svaki pojedinačni kandidat okarakterisan sopstvenom vrednošću,  $p_c$ , i „širinom“ pufer vremena koje bi trebalo implementirati,  $w_c$ , matematička formulacija problema ranca se može predstaviti kao:

$$\max \sum_{c \in C} p_c \cdot x_c \quad (6.7)$$

uz ograničenje:

$$\sum_{c \in C} w_c \cdot x_c \leq B \quad (6.8)$$

pri čemu  $x_c$  uzima vrednost 0 ili 1, i to:

- 1, ako je posmatrana vremenska rezerva izabrana za implementaciju,
- 0, u suprotnom.

Na ovaj način, model će dozvoliti alokaciju onih vremenskih rezervi koje najbolje zadovoljavaju postavljeni kriterijum, ali tako da se ne pređe gornja granica optimalnog intervala koeficijenta iskorišćenja kapaciteta. Iz ovoga proizilazi da se problem ranca treba primeniti nezavisno, na svaki pojedinačni kriterijum. Ovo predstavlja nedostatak, jer sa aspekta vremena potrebnog za pronalaženje rešenja, problemi ranca pripadaju grupi, tzv. NP-complete problema, u domenu donošenja odluke, odnosno NP-hard problema, u domenu optimizacije. To praktično znači da će pronalaženje optimalnog rešenja za „velike“, obimne, probleme biti znatno otežano, ponekad i nemoguće. Iz tog razloga, pri rešavanju problema alokacije vremenskih rezervi, treba uvesti ograničenja koja će omogućiti iznalaženje rešenja sa dovoljnom tačnošću. Prvo, ne treba razmatrati povećanje već postojećih pufer vremena<sup>13</sup>, bez obzira da li su ona nastala iz želje konstruktora za povećanjem robusnosti ili kao posledica vremenskog rasporeda trasa vozova. Drugo, nije preporučljivo posmatrati široke vremenske intervale, npr. ceo dan, već vršni sat ili vršni period. Naravno, vrednosti kriterijuma ne utiču na vreme za donošenje odluke, pa ih je moguće utvrditi na osnovu bilo kog vremenskog perioda.

Takođe, modeli višekriterijmskog odlučivanja i kombinatorne optimizacije su u tezi paralelno razvijeni da bi se mogla izvršiti verifikacija i oceniti kvalitet dobijenih

---

<sup>13</sup> Ovo se, naravno, odnosi samo na pufer vremena koja već imaju dovoljnu, predviđenu „širinu“

rezultata, što ne bi bilo moguće ukoliko bi se model koji koristi problem ranca koristio za pojedinačne kriterijume. Na vrednosti kandidata za implementaciju pufer vremena, dobijenih po različitim kriterijumima, stoga je primenjen metod entropije, i na taj način su definisane vrednosti po „objedinjenom“ kriterijumu, a zatim te vrednosti primenjene u problemu ranca.

Za primenu metoda entropije, najpre je neophodno sastaviti matricu odlučivanja, predstavljanjem kriterijuma preko kolona, a alternativa kao redova. Element matrice,  $a_{cj}$ , predstavlja vrednost kandidata za implementaciju pufer vremena  $c$ , po kriterijumu  $j$ .

Normalizacija kriterijumskih vrednosti vrši se tako što se svaka pojedinačna kriterijumska vrednost podeli sumom vrednosti svih alternativa po posmatranom kriterijumu:

$$r_{cj} = \frac{a_{cj}}{\sum_{c \in C} a_{cj}}. \quad (6.9)$$

Nakon normalizacije, entropija, po svakom kriterijumu, odeđuje se prema obrascu:

$$e_j = -k \cdot \sum_{c \in C} r_{cj} \cdot \ln r_{cj} \quad (6.10)$$

gde je:

- $e_j$  entropija po kriterijumu  $j$ ,
- $k$  konstanta, koju određujemo kao:

$$k = \frac{1}{\ln C} \quad (6.11)$$

čime se obezbeđuje da  $e_j$  uzima vrednosti iz intervala  $[0, 1]$ .

U drugom koraku određuje je tzv. stepen divergencije za svaki od kriterijuma, koji definiše značaj pojedinih kriterijuma,  $d_j$ , kao:

$$d_j = 1 - e_j. \quad (6.12)$$

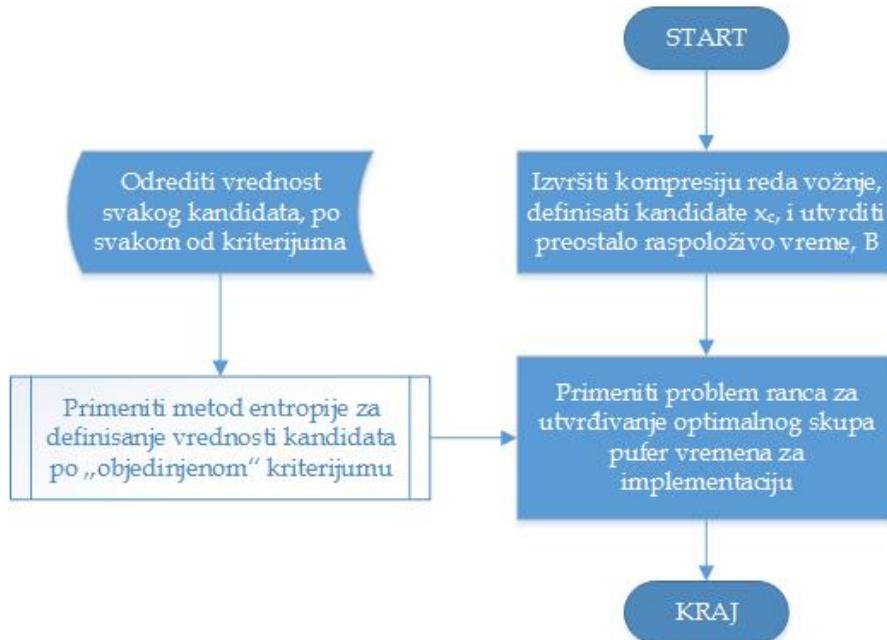
Što je veći stepen divergencije nekog kriterijuma, to je veći značaj kriterijuma.

Kako stepen divergencije predstavlja specifičnu meru važnosti kriterijuma, konačne relativne težine kriterijuma se dobijaju normalizacijom ovih vrednosti, pa se relativne težine kriterijuma određuju kao:

$$weight_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^J d_j}, \quad (6.13)$$

gde  $J$  predstavlja ukupan broj kriterijuma, odnosno u predloženom modelu pet, kao što je prikazano u poglavlju 4.

Algoritam za primenu modela kombinatorne optimizacije za alokaciju pufer vremena na ograničavajućem međustaničnom rastojanju, dat je na slici 6.5. Kao što iz matematičke formulacije problema ranca prizilazi, ovaj model iznalaže optimalan skup rešenja, pa nema povratnih sprega, kao u prethodnom modelu.



*Slika 6.5 Algoritam primene modela kombinatorne optimizacije za implementaciju vremenskih rezervi na ograničavajućem međustaničnom rastojanju*

U nastavku je razvijen model koji počiva na KP problemu, proširen modifikacijom ograničenog KP problema, u literaturi nazvanog Bounded Knapsack Problem (BKP). BKP prepostavlja da postoji  $T$  tipova predmeta, pa je, matematički, problem formulisan kao (Martello & Toth, 1990):

$$\max \sum_{t=1}^T p_t \cdot x_t \quad (6.14)$$

uz ograničenja:

$$\sum_{t=1}^T w_t \cdot x_t \leq B, \quad (6.15)$$

$$0 \leq x_t \leq g_t \text{ i celobrojno, } t \in T = \{1, \dots, T\}, \quad (6.16)$$

gde je:

- $p_t$  – vrednost (profit) predmeta tipa  $t$ ,
- $w_t$  – predviđena vrednost, tj. „širina“ pufera, predmeta tipa  $t$ , a
- $g_t$  – broj predmeta tipa  $t$ .

Primenom ograničenog problema ranca omogućava se finija granulacija primjenjenog pufer vremena. Na ovaj način svako pufer vreme će biti podeljeno na onoliko jednominutnih intervala koliko bi pufer vreme trebalo da sadrži minuta, na osnovu odnosa trasa vozova koje grade tehnološki interval, kako je izloženo u poglavlju 5. Praktično, to znači da će u modelu postojati onoliko „grupa predmeta“ koliko model ima tehnoloških intervala – kandidata za uvećanje, a svaka grupa može sadržati tri, dva ili jedan predmet, u zavisnosti od odnosa rangova trasa.

Direktna primena BKP modela nije moguća, jer on prepostavlja da svi predmeti u okviru iste grupe imaju iste vrednosti, a to ne prati logiku implementacije vremenskih rezervi uspostavljenu u poglavlju 5., pri definisanju kriterijuma za utvrđivanje prioriteta zaštite pojedinih tehnoloških intervala. Naime, ako, npr. posmatramo jedno trominutno pufer vreme, ono će biti podeljeno na tri jednominutna segmenta, ali izbor nekog jednominutnog segmenta mora zavisiti od toga da li su pre njega već izabrani neki „predmeti“ iz posmatrane grupe: nijedan segment ne može biti izabran ukoliko nije izabran njemu prethodni segment, a profit svakog pojedinačnog segmenta opada u zavisnosti od broja jednominutnih delova iz njegove grupe, koji su već izabrani. Takođe, suma profita jednominutnih segmenata unutar jedne grupe mora odgovarati profitu tehnološkog intervala – kandidata, utvrđenom definisanim kriterijumima u pripremi osnovnog KP modela. Ovaj nedostatak BKP problema poznat je od ranije (Martello & Toth, 1990), a u literaturi se može pronaći više radova u kojima se kao zamena, za modeliranje problema ove klase, koristi tzv. kvadratni problem ranca (Pisinger, 2007).

Imajući sve ovo u vidu, BKP problem je modifikovan tako što je definisana funkcija koja omogućava zadovoljenje postavljenih kriterijuma, a zatim je ta funkcija iskorišćena kao modifikator „profita“ za svaki od predmeta, iz svake od grupa. Mora se naglasiti da je u okviru ove teze iskorišćena eksponencijalna funkcija, ali je moguća primena bilo koje funkcije koja zadovoljava postavljena ograničenja, pod uslovom da je moguće izvršiti njenu normalizaciju. Korišćena funkcija u modelu je oblika:

$$f(x_{sel}) = \frac{e^{-\frac{x_{sel}}{w_t}}}{\sum_{sel=1}^{g_t} e^{-\frac{x_{sel}}{w_t}}} \quad (6.17)$$

gde je  $x_{sel}$  broj izabralih jednominutnih segmenata iz grupe jednominutnih segmenata pufer vremena. Na ovaj način, problem ranca koji zadovoljava uslove za upotrebu u modelu definišemo kao:

$$\max \sum_{c \in C} \sum_{t=1}^T p_{c,t} \cdot x_{c,t} \quad (6.18)$$

uz sledeća ograničenja:

$$\sum_{c \in C} \sum_{t=1}^T w_{c,t} \cdot x_{c,t} \leq B \quad (6.19)$$

$$\sum_{t=1}^T w_{c,t} \cdot x_{c,t} \leq w_c \quad \forall c \in C \quad (6.20)$$

$$x_{c,t} \leq x_{c,t-1}, \forall t = 2, \dots, w_c. \quad (6.21)$$

Profit svakog jednominutnog segmenta, za svaku grupu, određujemo kao:

$$p_{c,t} = f(x_{sel}) \cdot p_c, \quad (6.22)$$

a, u zavisnosti da li je kandidat izabran ili ne,  $x_{c,t}$  uzima vrednosti 0, ukoliko posmatrani kandidat nije izabran i 1, u suprotnom.

Na ovaj način je potpuno definisan model koji će omogućiti rafiniranu alokaciju pufer vremena, ispunjeni su svi zahtevi i uzeta u obzir sva ograničenja tehnološkog procesa.

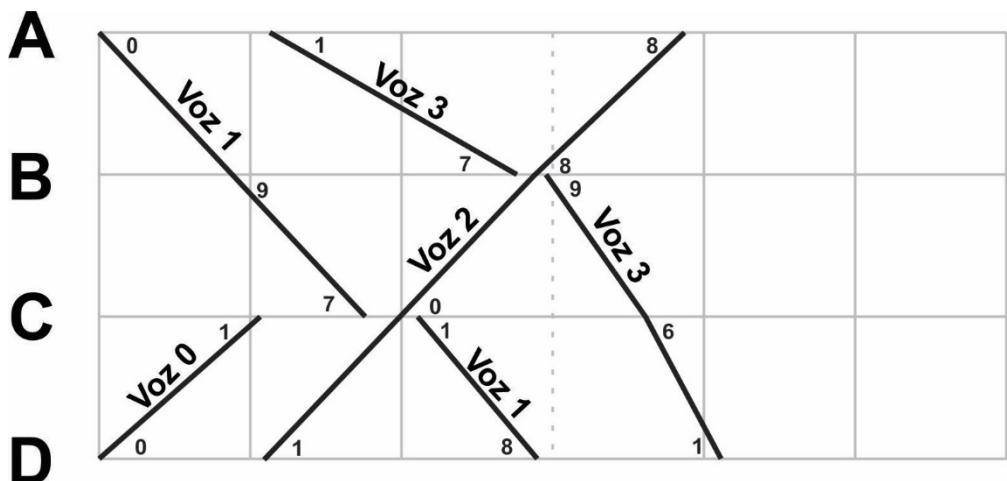
### 6.3 Modeli za povećanje robusnosti reda vožnje primenljivi na celoj pruzi ili deonici pruge

Postoji više praktičnih nedostataka modela razvijenih u prethodna dva slučaja. Svakako najveću manjkavost predstavlja to da se kompresija reda vožnje vrši na samo jednom međustaničnom rastojanju, što može dovesti do toga da, nakon implementacije pufer vremena, tj. proširenja vremenskim rezervama, red vožnje postane neodrživ. Naime, modeli koriste ukupno raspoloživo vreme na međustaničnom rastojanju, ne razmatrajući da li je poslednji događaj u periodu posmatranja njegov deo. Kada to nije slučaj, proširenje reda vožnje vremenskim rezervama bi dovelo do toga da poslednji događaj u periodu posmatranja „iskoci“ i pređe u naredni period, tj. u naredni ciklus ili dan, što bi dovelo do nemogućnosti realizacije reda vožnje, usled preklapanja više događaja koji se ne smeju izvršiti istovremeno. Drugi problem je da saobraćaj nekog voza po nekom međustaničnom rastojanju je nezavisan u odnosu na događaje sa ostalih međustaničnih rastojanja. To praktično znači da unošenje vremenskih rezervi ne mora imati nikakav uticaj na

događaje na drugim međustaničnim rastojanjima, a u ekstremnim slučajevima može dovesti do smanjenja robusnosti na njima. Može se naime dogoditi da pomeranje neke trase „u desno“ na ograničavajućem međustaničnom rastojanju, umanji, ili čak potpuno izbriše vremenske rezerve između dva proizvoljna događaja, na delu između nekih drugih stanica. Na kraju, potrebno je istaći da opisani modeli nisu pogodni za korišćenje na deonicama na kojima dva ili više međustaničnih ograničenja imaju jednak, ili približno jednak, zauzeće, a slučajni izbor nekog od njih na kojima bi se model primenio, ne može garantovati kvalitet dobijenih rezultata.

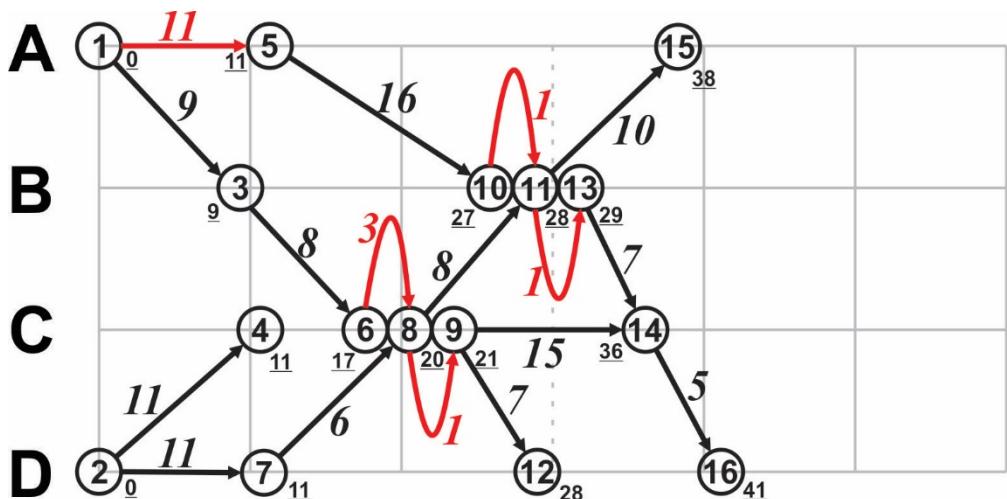
Zbog svega ovoga, u disertaciji se odustalo od primene modela u osnovnoj formi, već su na osnovu njih, razvijeni modeli koji su omogućili prevazilaženje nabrojanih praktičnih problema. Najpre je promenjen način sabijanja reda vožnje i usvojeno je sabijanje na celoj pruzi, tako što se događaj koji prvi nastupa pomera u nulti minut, a zatim se kompletne trase približavaju pomerenoj, tako da svaka sledeća sa sebi prethodnom trasom i na bilo kom mestu na pruzi gradi minimalni tehnološki interval. Ovaj princip kompresije reda vožnje odstupa od načina koji je preporučen od strani UIC-a (UIC, 2013), ali ga je moguće primeniti, jer se model ne koristi za određivanje kapaciteta pruge, već u cilju izbora mesta za alokaciju vremenskih rezervi. Jednostavni primer reda vožnje koji je prethodno prikazan u ovom poglavlju, kompresovan je kao što je prikazano na slici 6.6.

Na slici 6.7, podvučeni brojevi predstavljaju najranija moguća vremena realizacije događaja, a trajanja aktivnosti su prikazana velikim brojevima u italik stilu. Svi tehnološki intervali, koji su kandidati za proširenje implementacijom pufer vremena, prikazani su u crvenoj boji.



Slika 6.6 Kompresija reda vožnje na celoj pruzi

Isti segment reda vožnje se može prikazati kao usmereni graf, sa slike 6.7.



Slika 6.7 Orijentisani graf formiran nakon kompresije reda vožnje na celoj pruzi

Iz ovoga navedenog proističe i osnovni problem koji se postavlja u fazi projektovanja modela za primenu na čitavoj pruzi. Naime, osnovni izazov se sastoji u tome da je neophodno utvrditi uticaj svakog pojedinačnog, dodeljenog pufer vremena na poslednje događaje na svakom od međustaničnih rastojanja, u celom periodu posmatranja.

Sa druge strane, proširenjem modela na celu prugu broj tehnoloških intervala koji postaju kandidati za implementaciju pufer vremena se drastično povećava. Sa aspekta modela višekriterijumskog odlučivanja, ovo je nepovoljno zbog povratne sprege u njemu, koji zahteva višestruko ponavljanje primene AHP metode višekriterijumskog odlučivanja. Sa aspekta modela koji primenjuje problem ranca, ovo je nepovoljno zbog kompleksnosti proračuna samog ranca, koji, kako je naglašeno, u procesu nalaženja optimizalnog rešenja, predstavlja NP-težak problem. Bez obzira na veliki broj razvijenih algoritama za rešavanje problema ranca u osnovnom obliku, povećanje broja „predmeta“ koji egzistiraju u problemu, značajno povećava vreme računanja.

Da bi se primena modela omogućila na celoj pruzi uprkos znatnom uvećanju problema, neophodno je izvršiti relaksaciju modela.

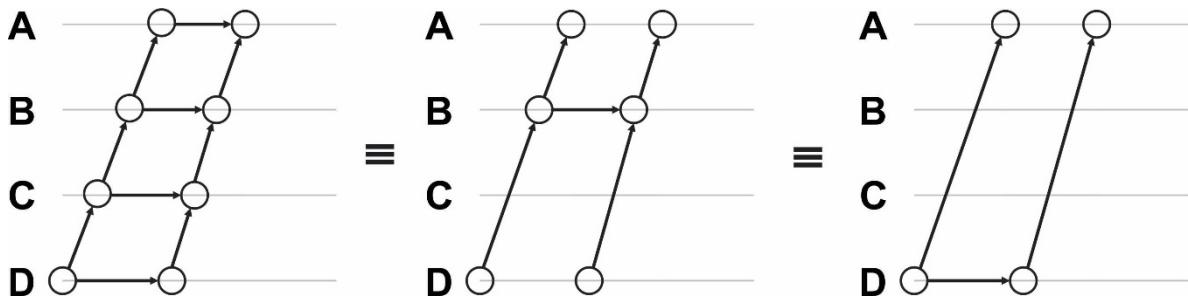
### 6.3.1 Relaksacija modela smanjenjem broja kandidata za implementaciju pufera

Posmatrajući minimalne tehnološke intervale, očigledno je da, kada se implementira pufer vreme, koje štiti neki događaj neke trase, dolazi do pomeranja cele te trase „u desno“. Tada istovremeno dolazi do zaštite svih ostalih događaja duž posmatrane trase, u izvesnoj meri. Postoji više načina na koje možemo relaksirati model za implementaciju pufer vremena.

#### 6.3.1.1 Relaksacija modela redukcijom broja kandidata pri sleđenju uzastopnih vozova

Posmatrajući sleđenje uzastopnih vozova na nekoj deonici pruge, kao i događaje koji se realizuju u službenim mestima duž njihovog prevoznog puta, aktivnosti se mogu pojaviti, tj. definisati, između svaka dva događaja koji se pojavljuju u istoj stanici. Međutim, metod proračuna minimalnog intervala sleđenja između dve trase, već

uzima u obzir sleđenje na svakom segmentu pruge posebno, uzimajući u obzir minimalne intervale sleđenja na svakom od međustaničnih rastojanja. Ovo znači da se, pri formiranju grafa za modeliranje reda vožnje, u slučajevima kada interval sleđenja uzastopnih vozova nije zaštićen vremenskom rezervom, mogu izostaviti sve aktivnosti, osim jedne, što je prikazano na slici 6.8.



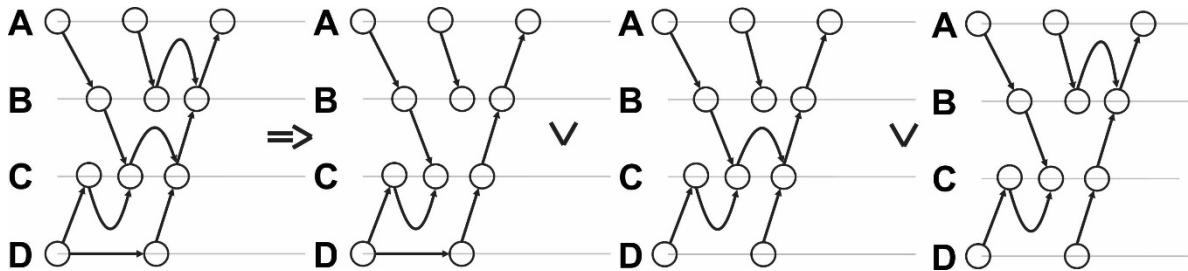
Slika 6.8 Redukcija kandidata pri sleđenju uzastopnih vozova

Očigledno, svejedno je u kom službenom mestu će postojati grana koja predstavlja vezu između dve trase, jer nikada ne može biti manja od minimalnog intervala sleđenja uzastopnih vozova. Takođe, „širina“ pufer vremena kojim bi trebalo zaštititi trasu uzastopnog voza uvek je ista, jer je ona definisana prema odnosu rangova vozova, što je konstanta na celom prevoznom putu. Sa druge strane, vrednosti pojedinih kandidata, prema kriterijumima iz poglavlja 4., će se neznatno menjati, ali će postojati promene i za jednu i za drugu trasu, pa se može reći da će se međusobno neutralisati. Ipak, da bi se održao princip najveće tačnosti, usvojeno da se aktivnost koja predstavlja interval sleđenja uzastopnih vozova uvek postavlja u prvu stanicu po nastupanju slučaja sleđenja, kao na krajnjem desnom primeru sa slike 6.8. Na ovaj način, osim same relaksacije modela umanjenjem broja kandidata, relaksira se i graf za modeliranje reda vožnje, smanjenjem broja čvorova u njemu.

### 6.3.1.2 Relaksacija modela ograničenjem izbora kandidata

U ovom slučaju, model relaksiramo samo ograničenjem mogućnosti izbora kandidata koji štite istu trasu, a ne njihovim potpunim uklanjanjem iz modela. Skup

kandidata koji štite događaje jedne trase,  $\xi=1,\dots,\Xi$ , predstavlja podskup svih tehnoloških intervala koje bi trebalo zaštitići pufer vremenima,  $C$ , tj.  $\Xi \subset C$ . Model možemo relaksirati tako što dozvolimo izbor samo jednog kandidata iz skupa  $\Xi$ , što je prikazano na slici 6.9, pri čemu treba naglasiti da bilo koji od relaksiranih slučajeva sa slike nastupa kao izlaz iz modela, s obzirom da se matematičko ograničenje u model uvodi pre njegovog korišćenja.



Slika 6.9 Relaksacija modela ograničenjem mogućnosti izbora kandidata

Matematički, ograničenje definišemo kao:

$$\sum_{\xi=1}^{\Xi} x_{\xi} \leq 1, \quad (6.23)$$

pri čemu  $x_{\xi}$  uzima vrednost 0 ili 1, i to:

- 1, ako je posmatrana vremenska rezerva izabrana za implementaciju,
- 0, u suprotnom,

jer takođe pripada i skupu svih kandidata, pa dele iste karakteristike.

Pri upotrebi ovog ograničenja u modifikovanom ograničenom problemu ranca, ograničenje treba detaljnije formulisati. S obzirom da su kandidati koji štite istu trasu već svrstani u istu podgrupu, najpre treba definisati da prvi jednominutni segment, samo jednog pufera može biti izabran:

$$\sum_{\xi=1}^{\Xi} x_{\xi,1} \leq 1 \quad (6.24)$$

a zatim ograničiti i da samo jednominutni segmenti iz iste grupe iz koje je već izabran prvi segment mogu biti izabrani:

$$x_{\xi,1} + \sum_{\varsigma=2}^{\Xi} \sum_{t=2}^T x_{t,\varsigma} \wedge \varsigma \neq \xi. \quad (6.25)$$

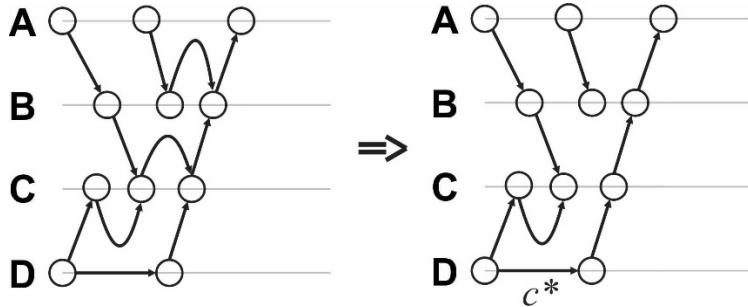
Mora se naglasiti da je ovo ograničenje samo formalno, jer funkcija koja je definisana za određivanje „profita“ kandidata, jednačinama (6.17) i (6.22), neće dozvoliti izbor nekog drugog jednominutnog segmenta, s obzirom da će prvi izabrani jednominutni segment biti iz grupe sa najvećom vrednošću.

Uz ovako definisana ograničenja, model će težiti da implementira onaj pufer, čiji tehnološki interval – kandidat, ostvaruje najbolje vrednosti prema definisanim kriterijumima. Nedostatak je to što neće umanjiti kompleksnost proračuna, jer ne uklanja kandidate iz modela, kao što neće doći ni do relaksacije acikličnog usmerenog grafa koji predstavlja red vožnje.

#### *6.3.1.3 Relaksacija modela objedinjavanjem kandidata*

Ovde se zadržava ideja relaksacije iz prethodnog slučaja, u smislu da će svi tehnološki intervali – kandidati biti predstavljeni jedinstvenim kandidatom, ali se sada relaksacija vrši pre primene samog modela, pa relaksirani graf reda vožnje predstavlja ulaz u model, a ne njegov rezultat, kao u prethodnom slučaju. Neka su svi minimalni tehnološki intervali koje jedna trasa gradi sa drugima svrstani u podskup  $\Xi$ ,  $\Xi \subset C$ . U cilju relaksacije modela, odbacuju se svi kandidati, osim

prvog<sup>14</sup>, a njegove karakteristike se menjaju dodeljujući mu maksimalnu vrednost i „širinu“, s obzirom na vrednosti po kriterijumima iz poglavlja 4. i „širine“ prema odnosu rangova trasa, svih kandidata iz podskupa  $\Xi$ . Princip relaksacije modela je prikazan na slici 6.10, a matematička definicija preostalog kandidata,  $c^* = f(p^*, w^*)$ , data je jednačinama (6.26) i (6.27).



Slika 6.10 Relaksacija modela objedinjavanjem kandidata

$$p^* = \max_{\xi=1,\dots,\Xi} (p_\xi), \quad (6.26)$$

$$w^* = \max_{\xi=1,\dots,\Xi} (w_\xi). \quad (6.27)$$

Osnovni nedostatak ovog načina relaksacije je što favorizuje one kandidate koji „zahtevaju“ najveću „širinu“ pufer vremena. U praksi ovo često dovodi do toga da svi tehnoliški intervali koji figurišu kao kandidati za povećanje, imaju maksimalnu „širinu“ koju odnos dve trase može da prepostavlja, tj. 3 minuta, u ovom radu.

Pozitivnu činjenicu da se na ovaj način obezbeđuju maksimalne vremenske rezerve neutrališe to što često trase ne mogu biti zaštićene, jer je preostalo raspoloživo vreme manje od zahtevane maksimalne „širine“ pufer vremena, najčešće u kasnijim iteracijama modela. Međutim, pri upotrebi modela za povećanje robusnosti na celoj pruzi, smanjenje kompleksnosti proračuna se postavlja kao prioritet, pa se ovom

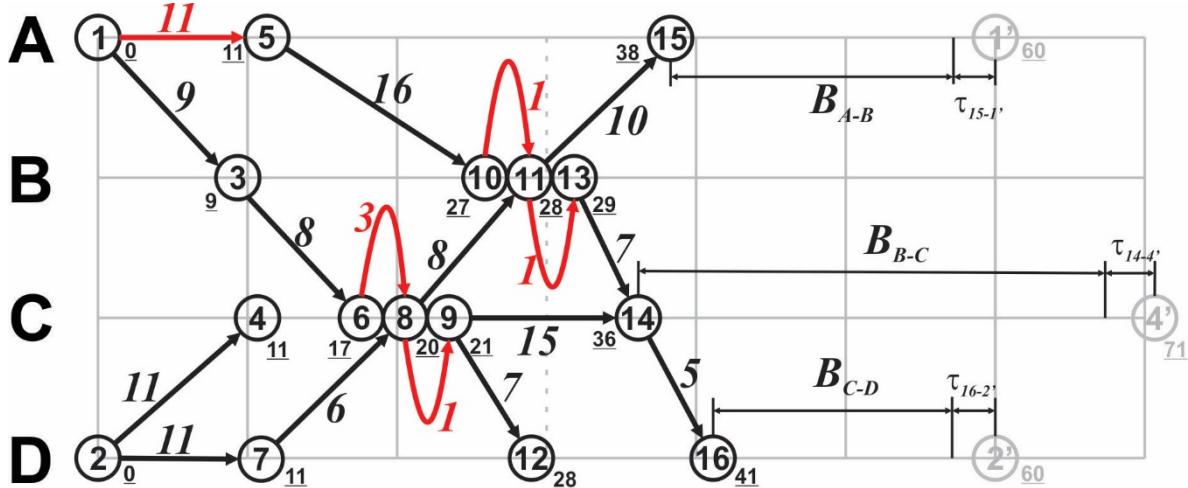
---

<sup>14</sup> Onog tehnološkog intervala – kandidata koji nastupa prvi po vremenu

načinu relaksacije daje prednost u odnosu na relaksaciju modela ograničavanjem mogućnosti izbora kandidata. Relaksacija modela redukcijom kandidata pri sleđenju vozova se uvek primenjuje, s obzirom da nastaje iz logike tehnologije železničkog saobraćaja i da umanjuje kompleksnost proračuna.

### 6.3.2 Raspoloživi kapacitet u modelima za povećanje robusnosti na celoj pruzi

Nakon što se izvrši kompresija reda vožnje duž cele deonice pruge i nakon relaksacije modela, postavlja se pitanje koliko je raspoloživog vremena preostalo za povećanje robusnosti. Već je naglašeno da se ne sme dopustiti da bilo koji događaj „pređe“ iz perioda posmatranja u naredni period. Međutim, s obzirom na opisani način kompresije reda vožnje, koji sada pomera kompletne trase, a ne samo njihove segmente na jednom međustaničnom rastojanju, može se dogoditi da implementacija neke vremenske rezerve ne izazove pomeranje ni jednog od poslednjih događaja, po međustaničnim rastojanjima. Na primeru sa slika 6.6 i 6.7, u slučaju umetanja pufer vremena između događaja 8 i 9, ne bi došlo do pomeranja ni jednog od događaja 14, 15 i 16, koji predstavljaju poslednje događaje na svim međustaničnim rastojanjima, jer se u intervalu sleđenja vozova 1 i 3, na međustaničnom rastojanju C-D, već nalazi više vremenske rezerve nego što je potrebno. Ovakvi kandidati su definisani kao „besplatni puferi“, jer ne crpe kapacitet, čak ni na međustaničnom rastojanju na kome se implementiraju. Zato, se u modelima za povećanje robusnosti koji se mogu primeniti na celoj pruzi raspoloživi kapacitet definiše posebno, za svako međustanično rastojanje, i to tako što se najpre odrede fiktivni tehnološki intervali koje bi poslednji događaji u periodu posmatranja, na međustaničnim rastojanjima, gradili sa početnim događajima iz narednog perioda, a zatim se za tu vrednost umanji vremenski interval između njih. Za već navedeni primer, određivanje preostalog vremena za povećanje robusnosti prikazano je na slici 6.11.



Slika 6.11 Određivanje preostalog vremena koje se može iskoristiti za povećanje robusnosti reda vožnje, na celoj deonici pruge

Kao što se može dogoditi da neki od kandidata ne pomera ni jedan od poslednjih događaja na međustaničnom rastojanju, može se dogoditi da neki od njih izaziva pomeranje poslednjih događaja na nekim, ali ne na svim međustaničnim rastojanjima. Takođe, može se razlikovati vrednost, za koliko će doći do pomeranja poslednjih događaja, po međustaničnim rastojanjima. Zbog toga, pri definisanju ulaznih parametara, mora se utvrditi za koliko će, potencijalna implementacija pufer vremena u svaki od kandidata, pomeriti poslednje događaje, po rastojanjima.

### 6.3.3 Model višekriterijumskog odlučivanja za implementaciju pufer vremena na celoj pruzi, ili deonici pruge

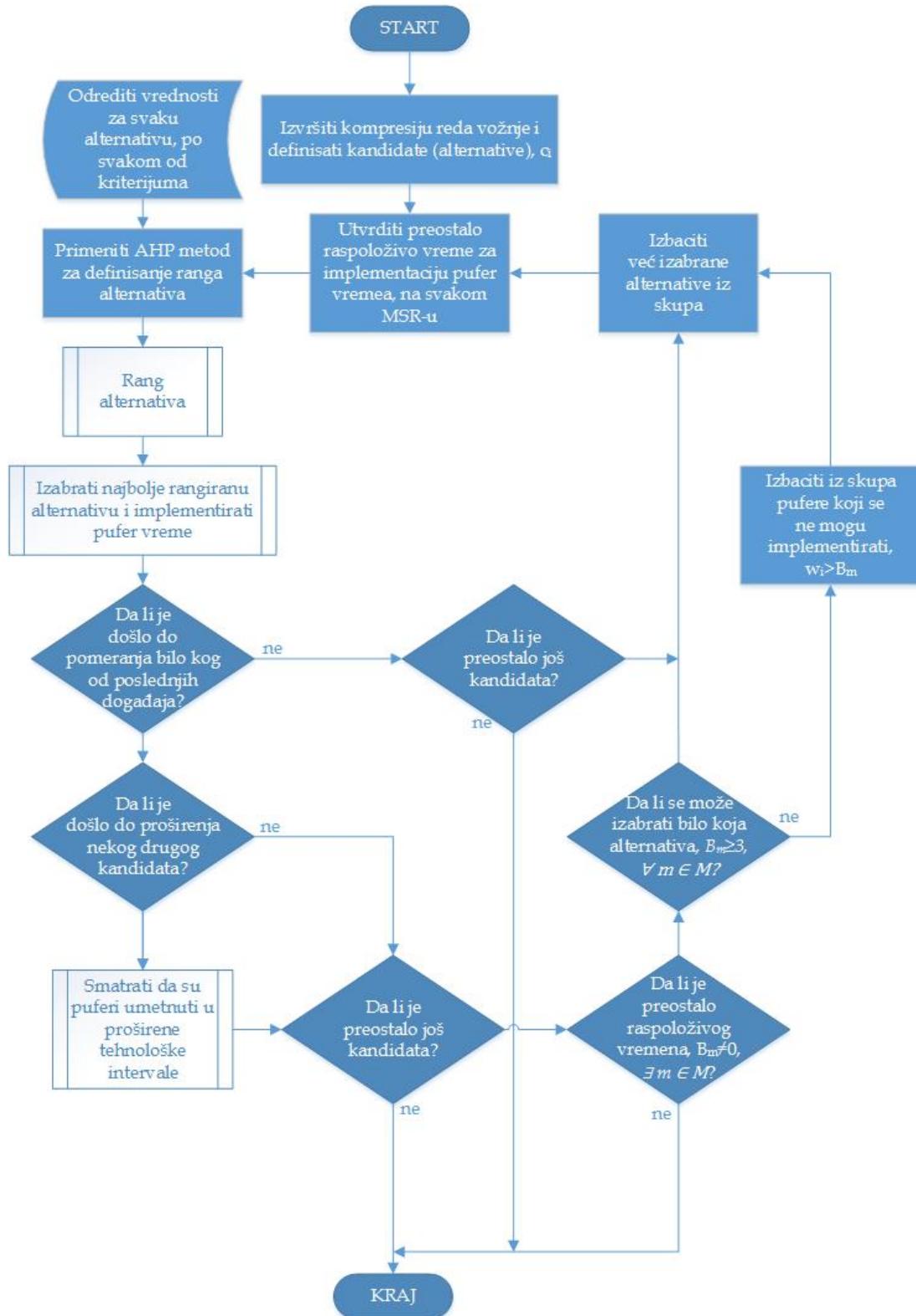
Iako primena modela na celoj pruzi značajno usložnjava problem, sam model višekriterijumskog odlučivanja nije podvrgnut značajnijim promenama. Kako model koji počiva na višekriterijumskoj prirodi već u svom osnovnom obliku sadrži povratne sprege, one će biti modifikovane, u skladu sa zahtevima modela za

primenu na celoj pruzi. Algoritam predloženog modela za povećanje robusnosti reda vožnje primenom višekriterijumskog odlučivanja, prikazan je na slici 6.12.

Kao i u modelu višekriterijumskog odlučivanja koji se može primeniti samo na ograničavajućem međustaničnom rastojanju, i ovde se u početnim koracima vrši kompresija reda vožnje, ali sada na celoj deonici pruge, definišu tehnološki intervali koji su kandidati za proširenja kao alternative u modelu višekriterijumskog odlučivanja i, na osnovu kriterijuma diferenciranih u poglavlju 4., utvrđuju vrednosti za svaku od alternativa. Nakon toga se primenjuje AHP metoda i formira rang lista alternativa. Zatim se najbolje rangirani tehnološki interval – kandidat, zaštićuje adekvatnim pufer vremenom, prema vrednostima elaboriranim u poglavlju 5.

Sada se uvodi prva povratna sprega: ukoliko je implementirano pufer vreme „besplatno“, ono se primenjuje, a ceo postupak odlučivanja se ponavlja, kao posledica aksioma očekivanja AHP metode. Ukoliko je implementacija pufer vremena dovela do pomeranja nekog od poslednjih događaja, na nekom od posmatranih međustaničnih rastojanja, postupak će se ponoviti, pod uslovom da prvi nije ujedno i jedini kandidat. Jasno je da je ovde uveden korak odlučivanja samo da bi se i formalno ispoštovala logika proceduralnog algoritma, jer ukoliko postoji samo jedan kandidat, on bi trebalo da bezuslovno bude implementiran.

Sledeća povratna sprega je uvedena da bi se utvrdilo da li implementacija nekog pufer vremena, sa sobom povlači nemerno proširivanje još nekog tehnološkog intervala – kandidata, osim onog čije je pufer vreme uneto u red vožnje.



Slika 6.12 Algoritam modela za povećanje robusnosti na celoj pruzi primenom AHP metode

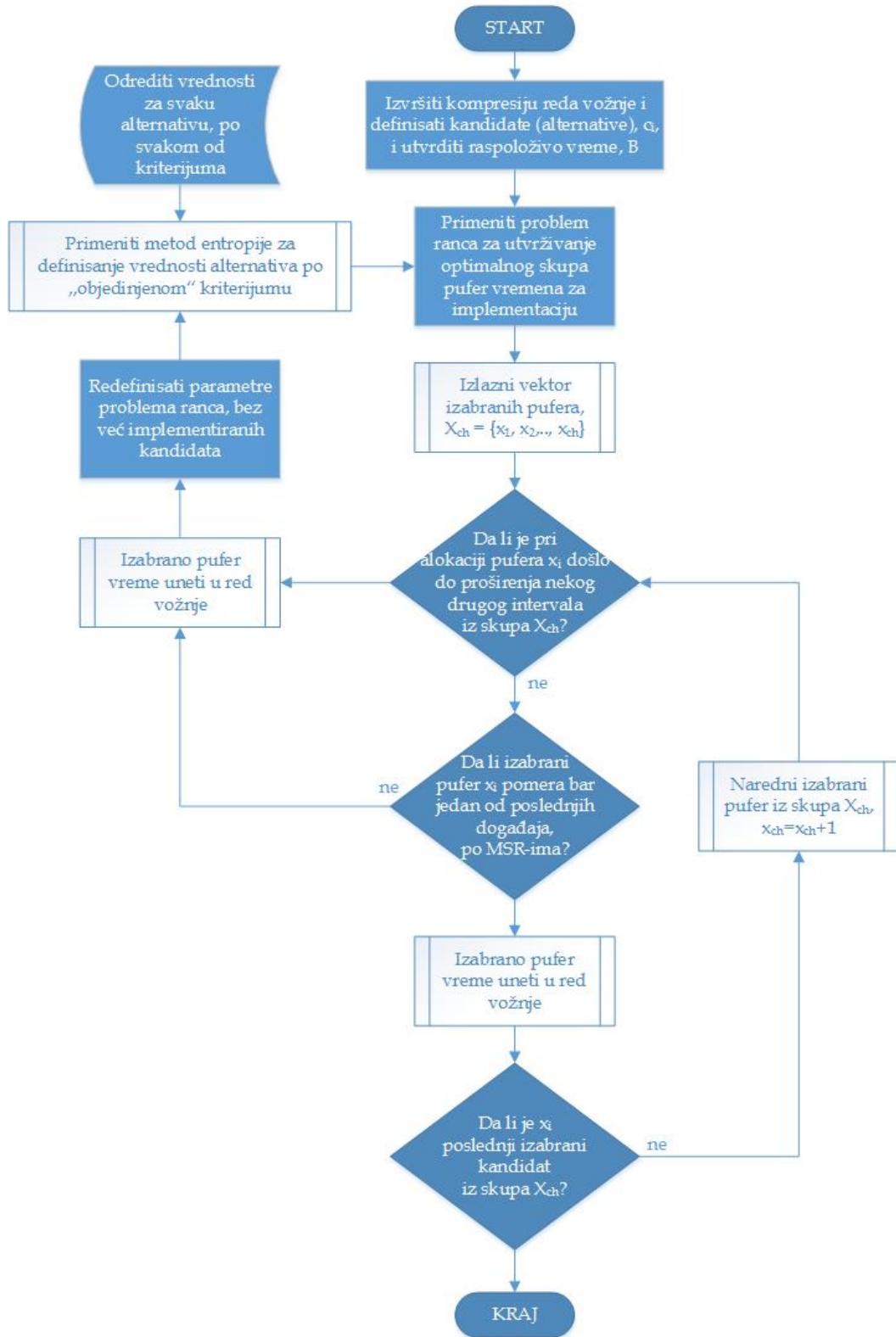
Ovo je uvedeno, pre svega, da bi se model ostavio funkcionalnim i kada se kao kandidati razmatraju sve vremenske rezerve, uključujući i one u vremenima vožnje vozova, jer one ne mogu biti relaksirane na već opisane načine. Za primenu u modelima u ovoj tezi, ovaj korak odlučivanja je mogao biti izostavljen.

Ostali segmenti algoritma su praktično isti kao kod modela čija je primena ograničena na jednom međustaničnom rastojanju, s tim da je ovog puta neophodno u svakoj iteraciji redefinisati preostalo raspoloživo vreme, po svim međustaničnim rastojanjima. Ovo je posledica već opisanog uticaja svakog potencijalnog pufer vremena na pomeranje trasa na međustaničnim rastojanjima. Ukupan broj međustaničnih rastojanja je označen sa  $M$ , pa su toj oznaci prilagođene i oznake u algoritmu.

#### 6.3.4 Model kombinatorne optimizacije za implementaciju pufer vremena na celoj pruzi, ili deonici pruge

Za razliku od prethodnog modela, model koji primenjuje problem ranca zahteva značajne promene, ukoliko se integriše u model koji posmatra celu prugu. Algoritam koji bi se morao iskoristiti u tom slučaju prikazan je na slici 6.13.

Model definisan na ovaj način zahtevao bi uvođenje povratnih sprega nakon implementacije svakog pufer vremena iz skupa izabranih. Pri tome, ukoliko bi se dogodilo da alocirano pufer vreme pripada grupi „besplatnih pufera“, kao i ako dođe do nemernog proširenja nekog drugog tehnološkog intervala, proces iznalaženja optimalnog rešenja problema ranca bi se morao ponavljati.



Slika 6.13 Algoritam primene problema ranca za povećanje robusnosti reda vožnje

Kao što se sa slike 6.13 može videti, model prepostavlja višestruko ponavljanje problema ranca, a imajući u vidu da bi se model koristio na celoj pruzi, sa izuzetno velikim brojem tehnoloških intervala – kandidata, kao i već naglašenu kompleksnost problema ranca u domenu iznalaženja optimalnog rešenja, ovakav način određivanja prioritetnih tehnoloških intervala koje bi trebalo zaštititi je neprihvatljiv. Pošto nije moguće projektovati model koji će koristiti problem ranca u osnovnoj formi da bi se odredio optimalan način povećanja robusnosti reda vožnje, umesto problema ranca u osnovnoj formi, korišćen je tzv. problem višedimenzionog ranca, iako se u literaturi može naći mnogo drugih naziva (Fréville, 2004).

Problem višedimenzionog ranca (MDKP) prepostavlja da ranac poseduje ograničenja po više dimenzija. Na niskom nivou, kao u primeru datom pri opisivanju osnovne forme KP problema, to bi značilo da je dat skup od  $n$  predmeta, pri čemu su poznati težina, zapremina<sup>15</sup>, kao i vrednost svakog od njih. Problem se svodi na izbor određenog broja predmeta, tako da ukupna masa i ukupna zapremina ne pređu limitirani kapacitet ranca, ni po jednoj dimenziji, i tako da se maksimizira ukupna vrednost izabranih predmeta. Uopšteno, svaki predmet može biti okarakterisan sa  $m$  dimenzija, dok ranac poseduje definisana ograničenja, za svaku od njih.

MDKP problem predstavlja blok za odlučivanje u modelu i definisan je na sledeći način: neka je na pruzi  $M$  međustaničnih rastojanja. Nakon kompresije reda vožnje, posmatrajući delu deonicu pruge, raspoloživi kapacitet se određuje kao na slici 6.11. Raspoloživi kapacitet za svako međustanično rastojanje predstavlja ograničenje

---

<sup>15</sup> Ovde su se mogle predstaviti i veličine poput širine, visine, itd., zapremina je data samo kao primer da bi se prikazala višedimenzionalnost predmeta i ranca

kapaciteta ranca, tj. ranac ima ograničenja po onoliko dimenzija koliko je međustaničnih rastojanja na posmatranoj deonici pruge.

Svaki tehnološki interval – kandidat za zaštitu vremenskom rezervom, ima definisanu vrednost (profit), prema kriterijumima definisanim u poglavlju 4. i sa te strane se ne razlikuje od kandidata definisanih u osnovnim modelima, čija je primena ograničena na jedno međustanično rastojanje. Međutim, svaki predmet ima definisane i karakteristike po svakoj dimenziji, pri čemu se misli na vremenski period za koji alokacija svakog pojedinačnog pufer – kandidata pomera poslednji događaj na međustaničnom rastojanju koje definiše posmatranu dimenziju. Drugim rečima, onoliko minuta za koliko bi implementacija nekog pufera vremena pomerila poslednji događaj na prvom međustaničnom rastojanju predstavlja karakteristiku posmatranog pufera po prvoj dimenziji. Na taj način, umesto jednoznačne karakteristike „širine“ svakog kandidata, koje su određene iz odnosa rangova trasa koje grade interval,  $w_c$ , karakteristika svakog kandidata je definisana vektorom,  $w_{c,m}$ , sa  $M$  elemenata. Pri tome, važi ograničenje:

$$0 \leq w_{c,m} \leq w_c, \forall m \in M \quad (6.28)$$

odnosno, najveća vrednost po bilo kojoj od dimenzija ne može preći maksimalnu vrednost potencijalnog pufera, kada dodeljeni pufer za isti iznos vremena pomera i događaj koji štiti i neki od poslednjih događaja, a sa druge strane, uzima vrednost 0 za ona međustanična rastojanja na kojima nema uticaj na poslednje događaje na njima.

Proces određivanja karakteristika kandidata po dimenzijama mora se obaviti u više koraka. Najpre se izvrši sabiranje reda vožnje, na celoj deonici pruge. Zatim se, pojedinačno, proširuje jedan po jedan tehnološki interval – kandidat i za svaki od  $C$

kandidata se određuje vektor karakteristike  $w_{c,m}$ . Sada se može matematički definisati MDKP problem koji se koristi u modelu:

$$\max \sum_{c \in C} p_c \cdot x_c \quad (6.29)$$

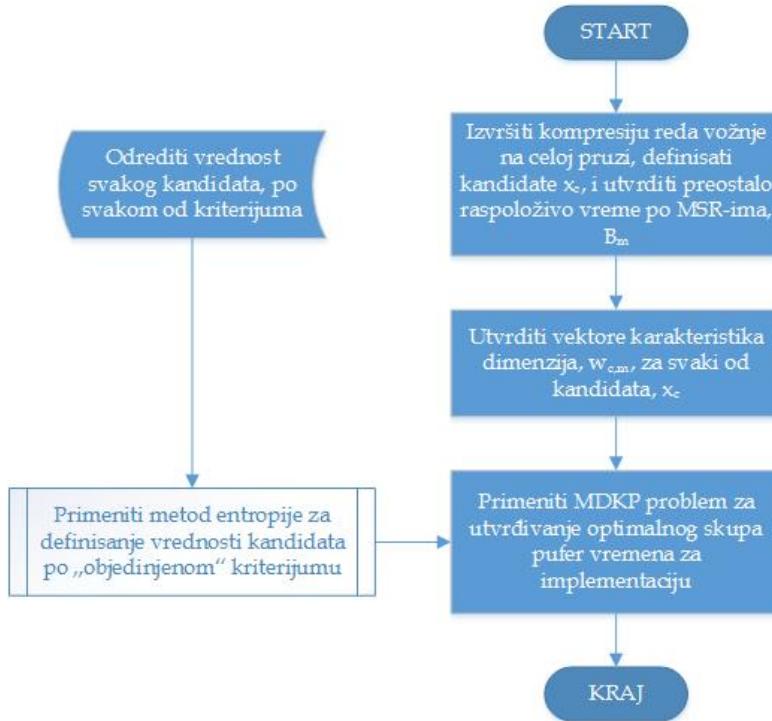
pri sledećim ograničenjima:

$$\sum_{c \in C} w_{c,m} \cdot x_c \leq B_m, \forall m \in M \quad (6.30)$$

gde kao i do sada,  $x_c$  uzima vrednost 1, ukoliko je posmatrani kandidat izabran u modelu, odnosno 0, u suprotnom.

Ovako definisan model nema potrebu za korišćenjem bilo kakvih povratnih sprega, pa će optimalno rešenje biti određeno samo jednom, sa direktnom mogućnošću primene. Razlog je činjenica da MDKP već ima definisane zahteve za uvažavanjem dimenzija ranca, koji su ugrađeni u algoritam samog problema ranca, pa nema potrebe za naknadnim proveravanjem da li je došlo do pomeranja bilo kog od događaja iz modela. Algoritam za primenu MDKP problema u modelu za povećanje robusnosti na celoj pruzi, prikazan je na slici 6.14.

MDKP problem, u svojoj formi, bez obzira na multidimenzionalnost, prepostavlja da predmet može da bude izabran u ranac, ili da ne bude izabran. Međutim, ovako definisan model, kao i modifikacije u ograničeni problem ranca (BKP), definisane jednačinama 6.17-6.22 dozvoljavaju direktnu primenu te modifikacije na MDKP problem, čime se omogućuje pronalaženje kvalitetnijeg rešenja, ukoliko ono postoji.



Slika 6.14 Algoritam za primenu MDKP problema za implementaciju pufer vremena

Kao i za slučaj problema ranca u osnovnom obliku, i ovde se prepostavlja da svaki kandidat uzima celobrojne vrednosti, do maksimuma predviđenog odnosom među rangovima vozova. Suštinski se ne menja ništa osim činjenice da se svi kandidati, sada kao jednominutni segmenti smešteni u tipove, ili grupe, definišu vektorom karakteristike dimenzija sa  $M$  članova,  $w_{c,t,m}$ . Ukupan broj različitih tipova, odnosno grupa kandidata, odgovara ukupnom broju kandidata,  $C$ , a unutar svake grupe se nalazi  $T$  kandidata, u zavisnosti od odnosa rangova trasa. Tako definišemo problem „modifikovanog ograničenog višedimenzionog ranca“ (MBMDKP), sa sledećom matematičkom formulacijom:

$$\max \sum_{c \in C} \sum_{t=1}^T p_{c,t} \cdot x_{c,t} \quad (6.31)$$

uz ograničenja:

$$\sum_{c \in C} \sum_{t=1}^T w_{c,t,m} \cdot x_{c,t} \leq B_m, \forall m \in M \quad (6.32)$$

$$\sum_{t=1}^T w_{c,t} \cdot x_{c,t} \leq w_c \quad \forall c \in C \quad (6.33)$$

$$x_{c,t} \leq x_{c,t-1}, \forall t = 2, \dots, w_c \quad (6.34)$$

i  $x_{c,t}$  uzima vrednost 1 kada je kandidat izabran, odnosno 0, kada nije. U jednačini (6.33), element  $w_{c,t}$  zapravo predstavlja redni broj jednominutnog segmenta unutar grupe  $t$ , dok su dimenzijske kandidata predstavljene članom  $w_{c,t,m}$  i predstavljaju vektor. Na ovaj način potpuno su definisani modeli za povećanje robusnosti implementacijom pufer vremena, na celoj pruzi.

Opisani model je, sa relativno uprošćenim skupom kriterijuma uspešno primenjen u (Jovanović et al., 2016).

## 7 PRIMENA MODELA ZA POVEĆANJE ROBUSNOSTI REDA VOŽNJE

Modeli definisani u prethodnim poglavljima ove teze, kao analitičko oruđe čija primena treba da poveća robusnost reda vožnje, značajno poboljšanje performansi će dati u uslovima primene na prugama čiji je koeficijent iskorišćenja blizu preporučenih vrednosti, prikazanim u tabeli 2.1. Naime, ukoliko je red vožnje slabo iskorišćen, sa malim brojem trasa koje su u njega ucrtane, vremenske rezerve je moguće implementirati gotovo u svim tehnološkim intervalima, pa nema potrebe za primenom modela. Sa druge strane, u redovima vožnje koji, izuzetno velikim brojem ucrtacih trasa, iskorišćenje kapaciteta podižu do gornje moguće granice, ne postoji raspoloživi kapacitet koji bi se mogao iskoristiti za implementaciju vremenskih rezervi. Isti je slučaj kada je broj vozova mali, ali su niske i brzine vozova, pa je koeficijent iskorišćenja kapaciteta blizu 100%.

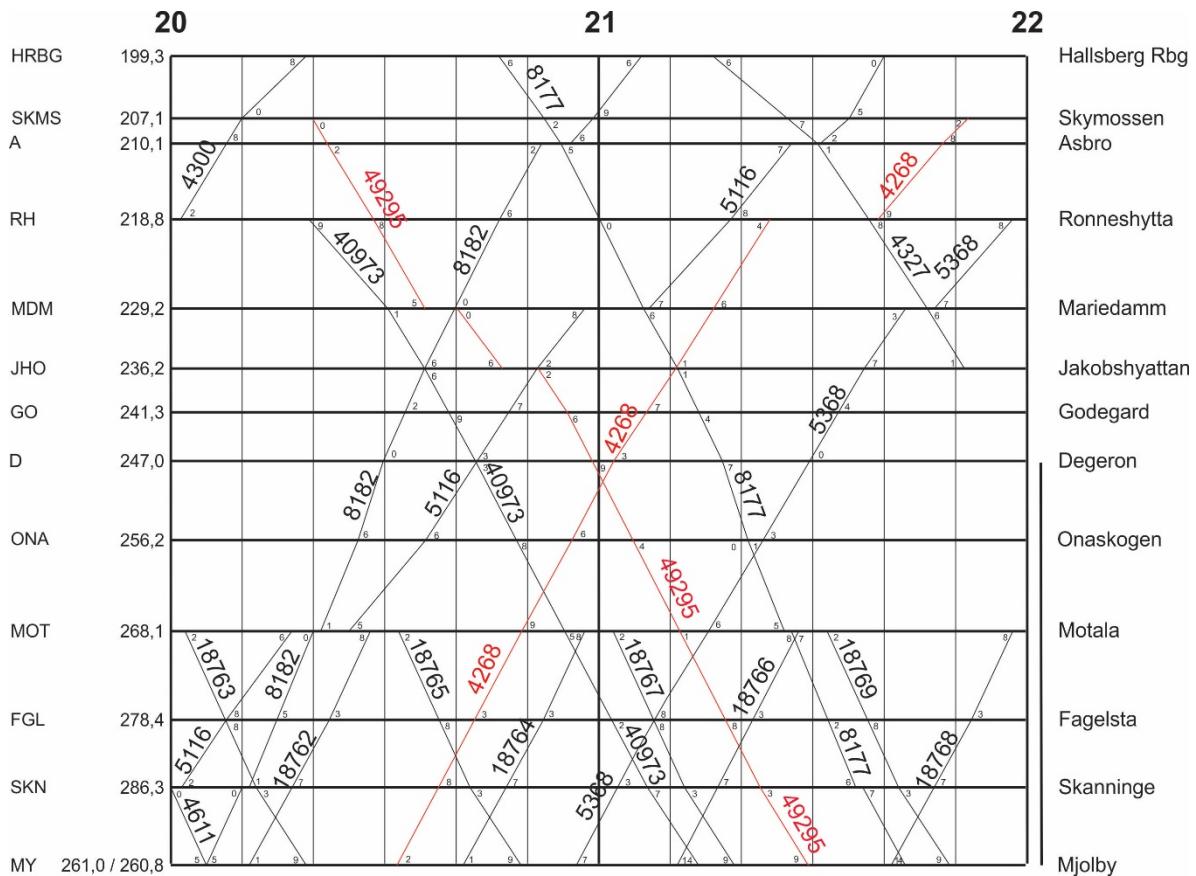
Železnice Srbije su trenutno u veoma lošem stanju, što sa sobom povlači bezbroj problema, u svim delovima planiranja i funkcionisanja železničkog sistema, pa tako i u segmentu izrade i izvršenja reda vožnje. Uzroci ovakvog stanja su brojni, ali uglavnom kompleksni i zahtevaju brojne investicione i organizacione zahvate. Zbog svega toga, teško je pronaći adekvatan grafikon reda vožnje Železnica Srbije na kome bi bilo moguće primeniti i testirati definisane modele.

Iako grafikoni reda vožnje Železnica Srbije ne zadovoljavaju uslove za testiranje modela, pri izboru grafikona na kojima će modeli biti primenjeni se vodilo računa o tome da se izaberu grafikoni kojima će, po svojim karakteristikama unetih trasa, kao i građevinskim elementima pruga, grafikoni reda vožnje Železnica Srbije biti slični

u uslovima normalnog funkcionisanja, tj. takvi grafikoni koji će ukazati na mogućnost primene modela na Železnicama Srbije u budućnosti.

Za primenu modela za povećanje robusnosti implementacijom pufer vremena izabran je deo opterećenog koridora švedskih železnica, između ranžirne stanice Hallsberg i stanice Mjölby. U pitanju je deo koridora kojim se velike količine rude dopremaju sa severa Švedske na jug, dalje do Göteborg-a, Helsingborg-a i Malmö-a. Izabran je segment od 95,3 kilometara, pri čemu je pruga u dužini od 47,7 km, do stanice Dagerön, jednokolosečna, a od Dagerön-a do Mjölby-ja, dvokolosečan.

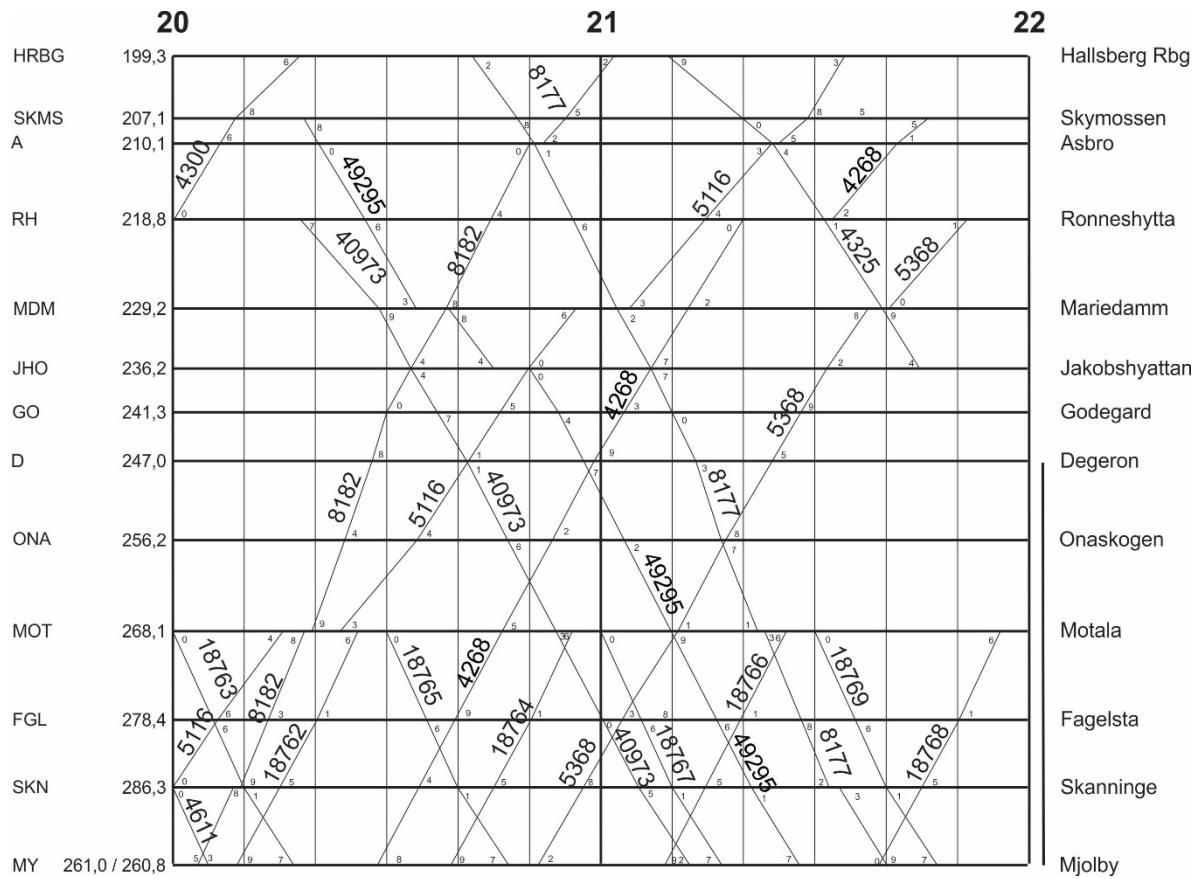
Izabran je red vožnje iz 2015-te godine, i to vršni period od dva sata, između 20 i 22 časa. Odabrani segment reda vožnje prikazan je na slici 7.1.



Slika 7.1 Red vožnje za testiranje modela za povećanje robusnosti na deonici pruge

Deonica je podeljena na dvanaest međustaničnih rastojanja, od toga se sedam međustaničnih rastojanja nalazi na jednokolosečnoj deonici. U vršnom periodu prugom saobraća 18 vozova. Iako red vožnje nije cikličan, dvočasovni vršni period je posmatran kao jedan ciklus.

U početku, bez obzira izbor modela, neophodno je izvršiti kompresiju reda vožnje, na celoj deonici. Kompresovani red vožnje je prikazan na slici 7.2.



Slika 7.2 Izgled sabijenog reda vožnje na posmatranoj deonici pruge

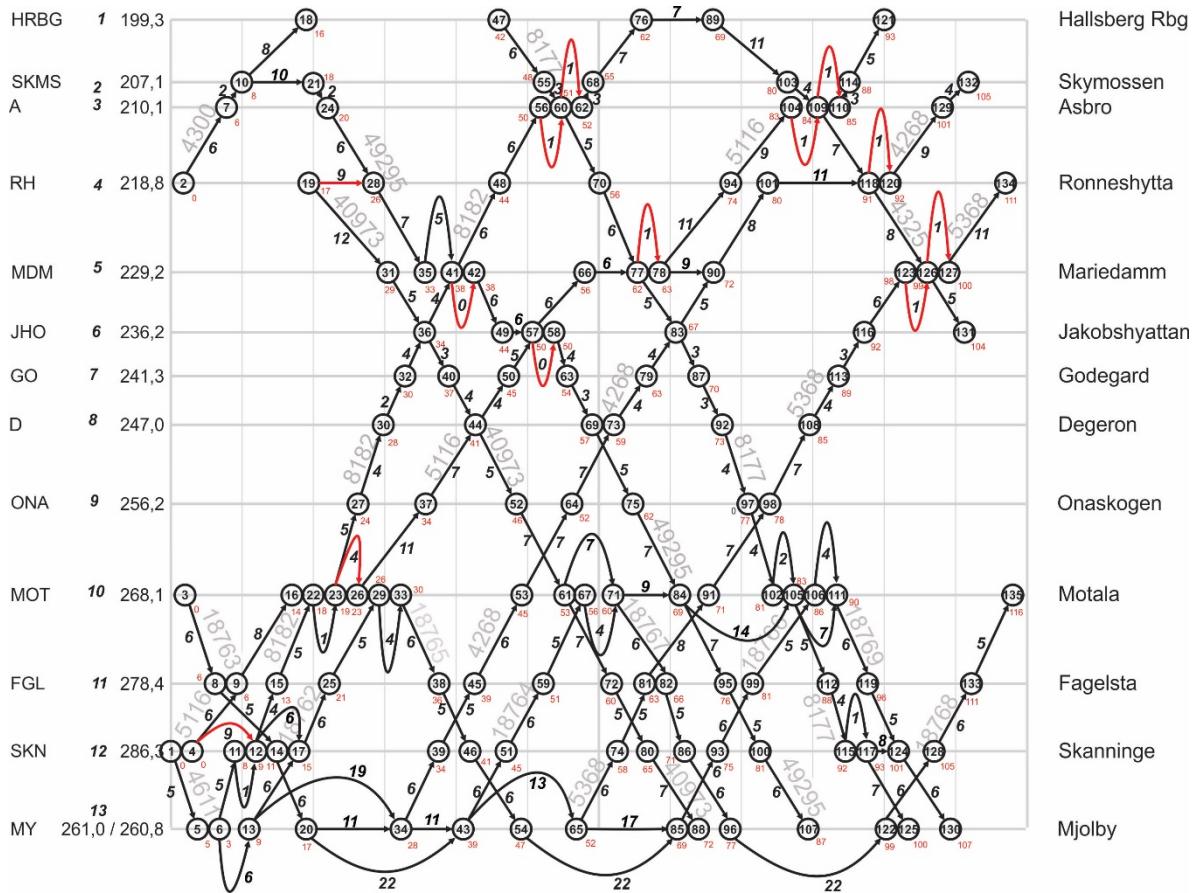
Sabijanje je izvršeno na način opisan u poglavljju 6.3, odnosno najpre su trase sa početka perioda posmatranja premeštene u nulti trenutak. To su trase 4300, 5116, 4611 i 18763. Zatim se svaka naredna trasa pomera u levo koliko je moguće, vodeći računa o očuvanju minimalnih tehnoloških intervala između trasa, kao i o očuvanju

redosleda trasa u redu vožnje. Tako je trasa voza 8182 približena pomerenoj trasi 5116, ali uz očuvanje minimalnog intervala sleđenja između vozova 5116 i 8182. Pomeranje trase voza 8182 je izazvalo pomeranje trase 40973, jer službeno mesto Jakobshyattan ne predstavlja stanicu već kratki deo drugog koloseka, na kome je moguće izvršiti ukrštavanje vozova bez zaustavljanja, što je prilično uobičajeno na železničkoj infrastrukturi u Švedskoj. Navedeni princip se dalje primenjuje do kraja posmatranog perioda, sa izuzetkom trasa 18763 – 18764 – 18767 – 18768 u jednom, odnosno trasa 18762 – 18765 – 18766 – 18769 u drugom delu. Ovde je prva trasa, trasa voza 18763 pomerena u nulti trenutak, a zatim su sve navedene trase pomerene za istu vrednost u levo, da bi se očuvala zahtevana taknost polazaka ovih vozova za prevoz putnika, koju švedski upravljač infrastrukturom, Trafikverket, zahteva od svih potencijalnih operatora. Iako je u okviru ove teze ovaj princip mogao biti narušen, zadržan je da bi se istakla mogućnosti prilagodljivosti modela različitim zahtevima koje donosilac odluke može nametnuti.

Kompresija reda vožnje je izvršena da bi se utvrdio preostali raspoloživi kapacitet po međustaničnim rastojanjima. Način definisanja preostalog raspoloživog kapaciteta je opisan u poglavlju 6.3.2. U praksi, preostali raspoloživi kapacitet se za svako međustanično rastojanje određuje tako što se utvrdi vremenski interval između nastupanja poslednjeg događaja i nastupanja prvog događaja iz narednog ciklusa na njemu, pa se od te vrednosti odbije vrednost hipotetičkog minimalnog tehnološkog intervala, koji bi ta dva događaja gradila. Na taj način definisan je vektor preostalog raspoloživog rastojanja,  $B=\{19, 19, 7, 7, 46, 46, 57, 59, 14, 14, 11, 14\}$ , sa istim brojem elemenata koliko ima i međustaničnih rastojanja. Iako se čini da bi najmanji preostali raspoloživi kapacitet trebalo da ima međustanično rastojanje Motala – Fagelsta, s obzirom na vreme nastupanja poslednjeg događaja, treba napomenuti da su dolazak voza 18768 u stanicu Motala i otprema voza 18763 iz stanice Motala povezani zahtevanom taktnošću, pa se preostali raspoloživi kapacitet

utvrđuje u odnosu na događaje trase 5116. Na taj način, međustanična rastojanja sa najmanjim raspoloživim kapacitetom su Asbro – Ronneshytta i Ronneshytta – Mariedamm, sa po sedam minuta.

Grafikon reda vožnje je transformisan u aciklični usmereni graf, koji je prikazan na slici 7.3, i definisani su tehnološki intervali – kandidati za proširivanje, u cilju povećanja robusnosti reda vožnje. Bitno je napomenuti da, iako je slika grafa nadograđena na stvarni red vožnje, u pitanju je graf kompresovanog reda vožnje, što se može videti prema vremenima realizacije događaja. Graf je jednostavno prikazan na ovaj način zbog veće preglednosti.



Slika 7.3 Aciklični usmereni graf i kandidati za implementaciju pufer vremena

Graf je relaksiran redukcijom grana (aktivnosti) pri sleđenju uzastopnih vozova i objedinjavanjem pojedinih kandidata, na način kao što je opisano u poglavljima 6.3.1.1 i 6.3.1.3. Od preostalih tehnoloških intervala formiran je skup kandidata, takav da mu pripadaju sve aktivnosti koje predstavljaju minimalne tehnološke intervale. Kao kandidati nisu kvalifikovani minimalni tehnološki intervali između trasa čija se taktnost unapred zahtevala. Na slici su tehnološki intervali – kandidati predstavljeni crvenom bojom.

Bitno je skrenuti pažnju na specifične događaje 36, 44 i 83. Događaji predstavljaju specifična ukrštavanja vozova, bez zaustavljanja, praktično mimoilaženja, ali na vrlo kratkim kolosecima. Iako ovo nije neuobičajeno na mreži pruga Švedske, činjenica je da se ovakva ukrštavanja mogu realizovati samo kada oba voza saobraćaju prema redu vožnje. Iz ovog razloga, ovakvi specifični događaji su predstavljeni kao jedinstveni, iako su, teoretski, mogli biti rastavljeni na događaje vezane isključivo za jednu trasu. I u tom slučaju, s obzirom na neophodno jednovremeno izvršenje događaja, implementacija pufer vremena ne bi dolazila u obzir, tj. ne bi mogli da formiraju tehnološke intervale – kandidate za proširenje.

Nakon sabijanja trasa u redu vožnje i formiranja usmerenog grafa za kompresovani red vožnje, određeni su vektori kriterijumskih dimenzija za svaki od kandidata. Praktično, određen je za koliko se umanjuje kapacitet ranca pri proširenju tehnoloških intervala – kandidata, po svakoj dimenziji. Kao što je već opisano, ovo je postignuto nezavisnom implementacijom svakog od predloženih pufer vremena, jedno po jedno, i određivanjem koliko je svaki od njih iscrpeo preostalog raspoloživog vremena, na svakom od međustaničnih rastojanja. Prikaz karakteristika svakog potencijalnog kandidata, događaji između kojih bi trebalo pufer vreme implementirati, trase koje grade tehnološki interval – kandidat, stanica

u kojoj je interval formiran, preporučen iznos pufer vremena i vektor dimenzija kandidata, prikazani su u tabeli 7.1.

*Tabela 7.1 Karakteristike tehnoloških intervala – kandidata za implementaciju pufer vremena*

Nº	Između događaja	Interval između trasa	Stanica implementacije	Preporučeno pufer vreme	Vektor dimenzija kandidata
1	4-12	5116-8182	Skäninge	3	{3,3,3,3,3,0,0,3,3,3}
2	19-28	40973-49295	Ronneshytta	2	{2,2,2,2,2,0,0,0,0,0,0,
3	23-26	8182-5116	Motala	1	{1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,0}
4	41-42	8182-49295	Mariedamm	1	{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}
5	56-60	8182-8177	Asbro	2	{2,2,2,2,2,0,0,0,0,0,0}
6	57-58	5116-49295	Jakobshyttan	2	{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}
7	60-62	8177-8182	Asbro	2	{2,2,2,2,2,0,0,0,0,0,0}
8	77-78	8177-5116	Mariedamm	1	{1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0}
9	104-109	5116-4325	Asbro	2	{2,2,2,2,2,0,0,0,0,0,0}
10	109-110	4325-5116	Asbro	2	{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}
11	118-120	4325-4268	Ronneshytta	2	{2,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0}
12	123-126	5368-4325	Mariedamm	2	{0,0,2,2,2,0,0,0,0,0,0}
13	126-127	4325-5368	Mariedamm	2	{0,0,2,2,0,0,0,0,0,0,0}

Iz tabele se može uočiti da pufer vremena kojima bi trebalo zaštитiti događaje 42, 58 i 110, tj. tehnološki intervali – kandidati 4, 6 i 10, pripadaju tzv. „besplatnim puferima“ i da će biti izabrani za primenu u svakom modelu. Ovo praktično znači da već sada mogu biti izbačeni iz skupa kandidata i implementirani u red vožnje, bez posledica po izlazne rezultate modela. Ovo nije urađeno jer je razmatrani problem srednje veličine, ali bi, u slučaju primene modela na velikim i ekstremno velikim problemima, sa izuzetno velikim brojem kandidata, to obavezno trebalo učiniti, kako bi se skratilo vreme za iznalaženje optimalnog rešenja.

Nakon određivanja ograničenja za svaki od kandidata, određene su vrednosti, tj. „profitti“ za svakog od njih. Kriterijumi za utvrđivanje vrednosti svakog od kandidata definisani su u poglavljju 4., a u samom modelu iskorišćeni su:

- kriterijum modifikovanog ranga voza,
- kriterijum vremenskih rezervi u prethodnom delu prevoznog puta,

- kriterijum odnosa vremenskih rezervi i minimalnog vremena putovanja,
- kriterijum učešća vremenskih rezervi u ukupnom vremenu putovanja i
- kriterijum uticaja velikih čvorova na preostalom prevoznom putu.

Kriterijumi su iznačeni rimskim brojevima od I do V, prema gore navedenom redosledu, a vrednosti, tj. „profiti“ za sve kandidate, po svakom od kriterijuma, prikazane su u tabeli 7.2. U poslednjoj koloni tabele, italik stilom, prikazane su vrednosti tzv. „objedinjenog“ kriterijuma, koje su iskorišćene za primenu modela kombinatorne optimizacije. Te vrednosti su dobijene primenom metode entropije na vrednosti po svim ostalim kriterijumima, kao što je opisano u poglavlju 6.2.2.

*Tabela 7.2 Vrednosti kandidata, po svim primenjenim kriterijumima*

Nº	Između događaja	Kriterijum I	Kriterijum II	Kriterijum III	Kriterijum IV	Kriterijum V	Objedinjeni kriterijum
1	4-12	34.48	1.00	11.60	5.80	4.00	11.44
2	19-28	13.19	20.50	7.48	30.93	3.00	19.74
3	23-26	14.53	14.50	4.30	3.93	3.00	8.80
4	41-42	15.29	11.77	6.42	27.47	3.00	16.65
5	56-60	40.27	12.69	9.95	12.69	4.00	17.66
6	57-58	17.12	7.54	8.12	25.13	3.00	15.45
7	60-62	100.67	1.35	12.47	1.35	4.00	23.99
8	77-78	33.44	5.53	5.22	3.52	3.00	10.53
9	104-109	27.10	3.91	3.13	3.73	2.00	8.49
10	109-110	92.59	3.60	5.78	10.80	3.00	24.99
11	118-120	85.47	3.90	1.00	4.88	3.00	20.79
12	123-126	56.18	16.48	4.22	8.90	2.00	19.65
13	126-127	96.15	4.27	1.13	2.60	1.00	22.28

Za primenu modifikovanog ograničenog višedimenzionalno ranca (MBMDKP) neophodno je bilo prilagoditi vrednosti kriterijuma, prema zahtevima koji su definisani u poglavljima 6.2.2, odnosno 6.3.4. Ovo je postignuto primenom funkcije iz jednačine (6.17). Kao što je već naglašeno, umesto ove funkcije moguće je iskoristiti bilo koju normalizovanu funkciju. U okviru ove teze prepostavljeno je da vrednost izbora svakog jednominutnog segmenta iz grupe kandidata

eksponencijalno opada sa brojem prethodno izabranih segmenata iz iste grupe, ali u samom modelu to ne predstavlja ograničenje. Jedini princip koji ne bi trebalo prekršiti je da funkcija bude opadajuća. Vrednosti kandidata za MBMDKP problem prikazane su u tabeli 7.3.

*Tabela 7.3 Vrednosti kandidata po objedinjenom kriterijumu, za primenu u modifikovanom ograničenom višedimenzionom problemu ranca*

№	Između događaja	Trase vozova	Predviđena vrednost pufera	Vrednost po objedinjenom kriterijumu	Broj izabranih jednominutnih kandidata iz grupe		
					1	2	3
1	4-12	5116-8182	3	11.44	5.13	3.68	2.63
2	19-28	40973-49295	2	19.74	12.29	7.45	
3	23-26	8182-5116	1	8.80	8.80		
4	41-42	8182-49295	1	16.65	16.65		
5	56-60	8182-8177	2	17.66	10.99	6.67	
6	57-58	5116-49295	2	15.45	9.62	5.83	
7	60-62	8177-8182	2	23.99	14.93	9.06	
8	77-78	8177-5116	1	10.53	10.53		
9	104-109	5116-4325	2	8.49	5.29	3.21	
10	109-110	4325-5116	2	24.99	15.55	9.43	
11	118-120	4325-4268	2	20.79	12.94	7.85	
12	123-126	5368-4325	2	19.65	12.23	7.42	
13	126-127	4325-5368	2	22.28	13.87	8.41	

Nakon definisanja svih parametra pristupa se utvrđivanju prioriteta zaštite tehnoloških intervala definisanih kao kandidati za povećanje, da bi se omogućilo povećanje robusnosti reda vožnje.

Za primenu AHP metode iskorišćen je softverski paket Priority Estimation Tool - PriEsT. Metoda je ponavljana kroz ukupno sedam iteracija. Izbor alternativa je izvršen prema algoritmu datom na slici 6.12, i to prema sledećem redosledu iteracija:

- u prvoj iteraciji kao najboja alternativa izabran je kandidat između događaja 19 i 28, odnosno interval sleđenja između vozova 40973 i 49295 u stanici Ronneshytta;

- u drugoj iteraciji izabran kandidat između događaja 41 i 42, tj. stanični interval ukrštanja između vozova 8182 i 49295 u stanici Mariedamm;
- u trećoj iteraciji najbolji kandidat je bio između događaja 57 i 58, odnosno stanični interval ukrštanja između vozova 5116 i 49295 u stanici Jakobshyattan;
- u četvrtoj iteraciji izabran je kandidat između događaja 56 i 60, tj. stanični interval nejednovremenog dolaska između vozova 8182 i 8177 u stanici Asbro;
- u petoj iteraciji izabran je interval između događaja 123 i 126, tj. stanični interval nejednovremenog dolaska između vozova 5368 i 4325 u stanici Mariedamm;
- u šestoj iteraciji izabran je kandidat između događaja 109 i 110, tj. Stanični interval ukrštanja vozova 4325 i 5116, u stanici Asbro;
- u sedmoj iteraciji najbolji kandidat je bio onaj između događaja 60 i 62, međutim njegov izbor bi prevazišao preostali kapacitet pomeranjem događaja 134, koji predstavlja poslednji događaj na međustaničnom rastojanju Ronneshytta – Mariedamm. Iz tog razloga, izabran je prvi naredni kandidat, koji ne prelazi ograničenje kapaciteta, a to je bio kandidat između događaja 23 i 26, tj. interval sleđenja vozova 8182 i 5116 u stanici Motala. Nakon izbora ovog kandidata, preostao je još samo jedan kandidat koji neće povrediti ograničenje kapaciteta, kandidat između događaja 118 i 120, pa je on automatski izabran i time je okončan proces. Na taj način uvećan je i stanični interval ukrštanja vozova 4325 i 4268 u stanici Ronneshytta;

Bitno je istaći da su koeficijenti nekonzistentnosti mali, i kreću se od 0,001 u prvoj iteraciji do 0,019 u četvrtoj, kada je i bio maksimalan. Ovo je pokazatelj da su odnosi između kriterijuma, kao i između pojedinih alternativa prema svakom od njih,

dobro definisani, ali ne predstavlja iznenađenje, s obzirom da su ti odnosi u razvijenom modelu određeni prema realnim vrednostima. U slučajevima kada donosilac odluke ne raspolaže realnim i preciznim vrednostima, Satijeva skala će se koristiti za definisanje svih navedenih međusobnih odnosa, a u zavisnosti od veštine i iskustva donosioca odluke, kao i od kvaliteta informacija kojima bude raspolagao, verovatno će doći do uvećanja ovog koeficijenta. Ukoliko koeficijent nekonzistentnosti prelazi 0,1, tj. 10%, kvalitet rezultata se neće smatrati dobrim, pa proces treba ponoviti, sa drugačije definisanim međusobnim odnosima, po nivoima.

Za primenu ovih modela iskorišćen je softverski paket MiniZinc, verzija 2.0.10. U oba slučaja, softver je pronašao optimalno rešenje, za manje od pola sekunde. U tabeli 7.4 prikazani su izabrani kandidati za svaki od modela.

U tabeli je iskorišćena oznaka za polovinu predloženog pufer vremena jer izlazni rezultati modela predviđaju da se iskoriste jednominutni segmenti isključivo dvominutnih pufera, dok jednini trominutni kandidat, interval između događaja 4 i 12, nije izabran ni u jednoj varijanti.

U tabeli 7.4 je takođe prikazan i ukupan broj izabranih kandidata, bez obzira na to da li od njega treba uzeti samo deo ili ga implementirati celog, kao i ukupno dodatih minuta, pojedinačno, svakom od kandidata, a u poslednjem redu tabele su date vrednosti funkcije cilja za modele kombinatorne optimizacije.

Oznake u tabeli 7.4 predstavljaju:

- ✓ - pokazuje da je kandidat izabran za implementaciju,
- ✓½ - pokazuje da je treba implementirati polovinu puffer vremena i
- ✗ - pokazuje da je kandidat odbačen u celosti.

*Tabela 7.4 Izabrani kandidati za implementaciju vremenskih rezervi, za svaki od primenjenih modela*

Nº	Između događaja	Trase vozova	Model višekriterijumskog odlučivanja	Model kombinatorne optimizacije, MDKP	Model kombinatorne optimizacije, MBMDKP
1	4-12	5116-8182	✗	✗	✗
2	19-28	40973-49295	✓	✓	✓½
3	23-26	8182-5116	✓	✗	✗
4	41-42	8182-49295	✓	✓	✓
5	56-60	8182-8177	✓	✗	✓½
6	57-58	5116-49295	✓	✓	✓
7	60-62	8177-8182	✗	✓	✓
8	77-78	8177-5116	✗	✓	✓
9	104-109	5116-4325	✗	✗	✗
10	109-110	4325-5116	✓	✓	✓
11	118-120	4325-4268	✓	✓	✓
12	123-126	5368-4325	✓	✗	✓½
13	126-127	4325-5368	✗	✓	✓½
Broj izabranih kandidata		8	8	10	
Ukupno dodata rezerve		14	14	14	
Vrednost funkcije cilja			154,42	161,78	

U tabeli 7.5 prikazan je utrošak raspoloživog kapaciteta, za svaki od primenjenih modela.

*Tabela 7.5 Vektori preostalog kapaciteta nakon upotrebe modela za povećanje robusnosti reda vožnje*

Vektor raspoloživog kapaciteta	{19,19,7,7,46,46,57,59,14,14,11,14}
	Vektor preostalog kapaciteta
Model višekriterijumskog odlučivanja	{12,12,0,0,39,39,57,59,13,13,10,14}
Model kombinatorne optimizacije, MDKP	{12,12,0,0,41,41,57,59,14,14,11,14}
Model kombinatorne optimizacije, MBMDKP	{12,12,0,0,39,39,57,59,14,14,11,14}

Iz tabele 7.5 je očigledno da ograničenje kapaciteta uvek predstavlja raspoloživi kapacitet na međustaničnim rastojanjima Asbro - Ronneshytta i Ronneshytta - Mariedamm. Nakon primene modela, na njima nije ostalo raspoloživog kapaciteta, a kako su treći i četvrti članovi vektora svih neizabranih kandidata veći od nule, jasno je da je raspoloživi kapacitet u potpunosti iscrpljen.

## 8 ANALIZA DOBIJENIH REZULTATA

Nakon primene modela, izvršene su izmene u redu vožnje, u skladu sa dobijenim rezultatima. Drugim rečima, u sabijeni red vožnje su uneta pufer vremena, proširujući izabrane tehnološke intervale – kandidate i, na taj način su formirani redovi vožnje sa realnom mogućnošću primene. Da bi bilo moguće poređiti dobijene rezultate izvršen je skup nezavisnih simulacija, posebno za svaki od redova vožnje. U tu svrhu je iskorišćen model za simulaciju linearnih sistema primenom max-plus algebre (Goverde, 2005), a simulacije su izvršene koristeći programski paket MATLAB. Model je veoma dobro poznat iz literature i danas je u primeni, kako na železnicama, tako i na mnogim Univerzitetima i Institutima u Evropi, a detaljan opis modela dat je u Prilogu 2.

Da bi se simularao uticaj različitih kašnjenja na red vožnje, realizacija svakog reda vožnje je simulirana 500 puta. Realizacija svakog reda vožnje je simulirana kroz zajednička, prethodno generisana kašnjenja, da bi se utvrdilo kakav efekat ona imaju na pojedine redove vožnje. Kašnjenja su generisana uz nekoliko ograničenja:

- samo događaji koji predstavljaju otpreme vozova iz stanica mogu imati inicijalno kašnjenje,
- iznos kašnjenja pripada srednjim kašnjenjima, tj. kašnjenja inicijalno zakasnelyih događaja iznose između jednog i deset minuta i
- inicijalna kašnjenja su generisana sa ravnomernom raspodelom u navedenom intervalu.

Ograničenje da samo otpremni događaji mogu imati inicijalno kašnjenje je uvedeno iz potrebe da se što bolje utvrdi uticaj kašnjenja na tehnološke intervale, tj. na iznose pufer vremena u njima. Opseg inicijalnih kašnjenja je prilagođen potrebi modela, jer, kao što je rečeno, u slučajevima većih kašnjenja nikakve vremenske rezerve ne bi

mogle da ih neutrališu, a, sa druge strane, za suviše mala kašnjenja, bilo bi moguće da sva kašnjenja budu neutralisana unutar svih modela, pa se ne bi moglo izvršiti poređenje po njima. Funkcija raspodele verovatnoća za generisanje kašnjenja je izabrana u nedostatku potpunih informacija o kašnjenjima vozova na posmatranoj pruzi, te nemogućnosti da se utvrdi realna funkcija raspodele. Smatrano je da će ravnomerna raspodela verovatnoća dati rezultate sa prihvatljivim nivoom tačnosti.

Simulacija je izvršena i za sabijeni red vožnje, ali samo da bi se razlika nastalih kašnjenja iskoristila za utvrđivanje cene robusnosti, definisane jednačinom (4.25). Naime, poređenje rezultata dobijenih primenom razvijenih modela i onih koji se dobijaju kao rezultat primene sabijenog reda vožnje, nije moguće, jer je jasno da će red vožnje bez ikakvih vremenskih rezervi uvek imati veća kašnjenja od onog u kome je makar jedan događaj zaštićen vremenskom rezervom. Zato su rezultati testirani poređenjem rezultata dobijenih simulacijom realizacije svakog od novodobijenih redova vožnje i onih dobijenih simulacijom realizacije originalnog reda vožnje, preuzetog od švedskih železnica.

Poređenja su najpre izvršena prema kašnjenjima. U obzir su uzeta ukupna kašnjenja po jednoj simulaciji, prosečna kašnjenja po jednom događaju i po jednoj simulaciji, prosečna kašnjenja po jednom minutu inicijalnog kašnjenja po simulaciji i prosečna kašnjenja po jednom inicijalno zakasnelom događaju. Rezultati su prikazani u tabeli 8.1. Zbog jednostavnijeg prikazivanja rezultata, uvedene su oznake za simulirane redove vožnje:

- Orig – oznaka za originalni red vožnje švedskih železnica,
- MCDM – red vožnje dobijen primenom modela višekriterijumske optimizacije,
- MDKP – red vožnje dobijen primenom modela kombinatorne optimizacije, sa primenom problema višedimenzionog ranca i

- BMDKP – red vožnje dobijen kao izlaz iz modela kombinatorne optimizacije, sa primenom modifikovanog problema ograničenog višedimenzionog ranca.

*Tabela 8.1 Prosečna kašnjenja po jednoj izvršenoj simulaciji, za sve redove vožnje*

	Prosečno ukupno kašnjenje, po simulaciji [min.]	Prosečno kašnjenje po jednom događaju, po simulaciji [min.]	Prosečno kašnjenje po 1 minuti inicijalnog kašnjenja [min.]	Prosečno kašnjenje po jednom inicijalno zakasnelom događaju [min.]
Orig.	1184,970	8,78	9,16	50,41
MCDM	1114,282	8,25	8,61	47,41
MDKP	1102,930	8,17	8,52	46,92
BMDKP	1054,932	7,81	8,15	44,88

Iz tabele je očigledno da sva tri predložena modela daju bolje rezultate od originalnog reda vožnje, pri čemu su najbolji rezultati postignuti primenom reda vožnje dobijenim iz modela višekriterijumske optimizacije, koji koristi problem modifikovanog ograničenog višedimenzionog ranca. Procentualna poboljšanja, u odnosu na originalni red vožnje, data su u tabeli 8.2.

*Tabela 8.2 Smanjenja kašnjenja primenom predloženih modela, s obzirom na originalni red vožnje, u procentima*

	Umanjenje ukupnih kašnjenja [%]	Umanjenje kašnjenja po 1 minuti inicijalnog kašnjenja [%]	Umanjenje kašnjenja po jednom inicijalno zakasnelom događaju [%]
MCDM	5,97	6,01	5,95
MDKP	6,92	7,02	6,92
BMDKP	10,97	11,05	10,96

Umanjenja prosečnih kašnjenja po jednom događaju i po jednoj izvršenoj simulaciji nisu prikazana u tabeli, jer su u apsolutnoj korelaciji sa ukupnim kašnjenjima po simulaciji, pa su procenti identični.

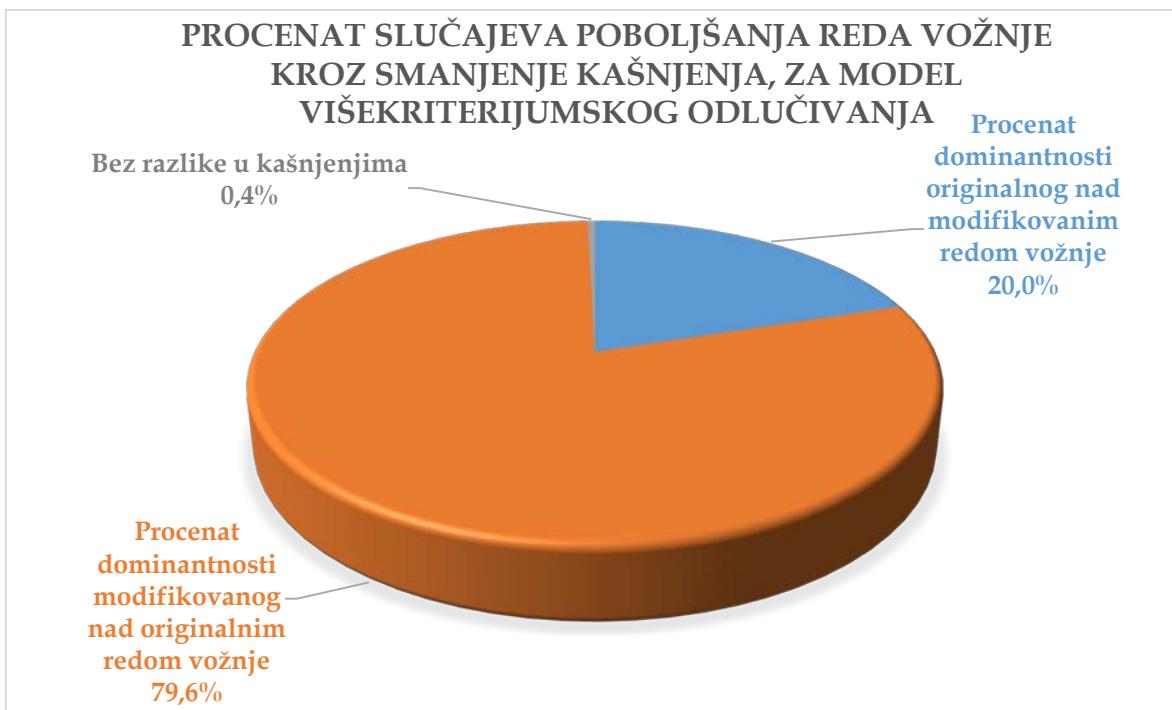
Uz pregled koji je dat u tabeli 8.2, treba naglasiti da su i ove procentualne vrednosti prosečne, prema realizovanim simulacijama. U svojim najboljim iteracijama, model višekriterijumskog odlučivanja smanjuje kašnjenja u odnosu na originalni red vožnje za 25,13%, model sa višedimenzionim rancem za 27,85%, dok model sa modifikovanim ograničenim višedimenzionim rancem umanjuje kašnjenja iz osnovnog reda vožnje za čak 30,66%. U najgorim iteracijama, kada je originalni red vožnje prikazao bolje rezultate, model višekriterijumskog odlučivanja je uvećao kašnjenja za 12,46%, model sa primenom višedimenzionog ranca za 12,12%, a model sa modifikovanim ograničenim višedimenzionim rancem za 9,85%.

Baš iz razloga što, u nekim izvršenim simulacijama, originalni red vožnje prikazuje bolje rezultate, za poređenje kvaliteta dobijenih rezultata neophodno je utvrditi i odnose kada koji red vožnje dominira, odnosno kada koji red vožnje postiže bolje rezultate. U tabeli 8.3 je prikazan broj slučajeva dominacije svakog od redova vožnje dobijenih primenom predloženih modela, u odnosu na originalni red vožnje.

*Tabela 8.3 Broj slučajeva dominacije (od 500 simulacija) redova vožnje dobijenih predloženim modelima prema originalnom redu vožnje*

	Broj slučajeva kada je red vožnje smanjio kašnjenja originalnog	Broj slučajeva kada nije bilo razlike u kašnjenju događaja	Broj slučajeva kada je red vožnje povećao kašnjenja originalnog
MCDM	398	2	100
MDKP	395	1	104
BMDKP	447	2	51

Iz tabele se može uočiti da redovi vožnje dobijeni predloženim modelima dominiraju nad originalnim redom vožnje, u velikom broju slučajeva. Na slikama 8.1 – 8.3 grafički je prikazano u kolikom procentu slučajeva pojedini redovi vožnje iz predloženih modela dominiraju nad originalnim redom vožnje.



*Slika 8.1 Procenat slučajeva poboljšanja reda vožnje primenom modela višekriterijumskog odlučivanja*



*Slika 8.2 Procenat slučajeva poboljšanja reda vožnje primenom modela kombinatorne optimizacije sa višedimenzionim rancem*



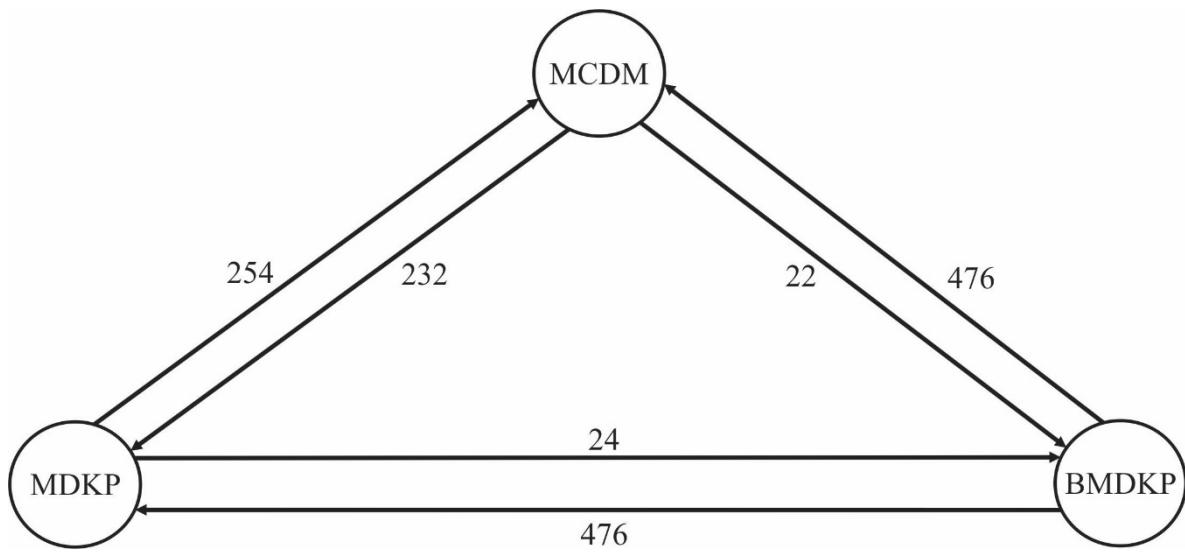
*Slika 8.3 Procenat slučajeva poboljšanja reda vožnje primenom modela kombinatorne optimizacije i modifikovanim problemom ograničenog višedimenzionog ranca*

Iz tabele 8.3 se takođe uočava da model kombinatorne optimizacije sa primenom višedimenzionog ranca dominira nad originalnim redom vožnje u manjem broju slučajeva nego model višekriterijumske optimizacije.

Manja dominacija modela sa kombinatornom optimizacijom i višedimenzionim rancem čini se statističkom greškom, s obzirom da je razlika svega 0,6% i s obzirom da, prema prosečnim vrednostima kašnjenja iz tabela 8.1 i 8.2, taj model uvek daje bolje rezultate od modela višekriterijumskog odlučivanja.

Ipak, neophodno je analizirati dobijene rezultate i međusobnim poređenjem redova vožnje koji predstavljaju izlaze iz razvijenih modela. Na slici 8.4 prikazan je odnos dominantnosti između tri modela, pri čemu odlazna strelica prikazuje dominantnost jednog reda vožnje nad drugim. Očigledno je da model kombinatorne

optimizacije, sa primenom modifikovanog problema ograničenog višedimenzionog ranca u znatnoj meri dominira nad preostalim modelima. Međutim, razlika između brojeva slučajeva dominacije preostala dva modela je vrlo mala, uz četrnaest slučajeva kada nema razlika u kašnjenju među njima. Imajući ovo u vidu, kao i njihovu dominaciju nad originalnim redom vožnje, jasno je da se ne može nedvosmisleno tvrditi koji je od dva modela bolji. Ipak, uzimajući u obzir prosečna kašnjenja može se neznatna prednost dati modelu sa kombinatornom optimizacijom i primenom višedimenzionog ranca.



*Slika 8.4 Broj slučajeva međusobne dominacije rezultata modela, za izvršenih 500 simulacija realizacija redova vožnje*

Na kraju, poređeno je izvršeno i kroz cenu robusnosti. Ranije definisan pokazatelj, cena robusnosti, treba da da odgovor na pitanje koliko zaista dobijamo, povećavajući koeficijent iskorišćenja infrastrukture. Pokazatelj je definisan jednačinom (4.25) i predstavlja odnos razlika vremenskih rezervi i kašnjenja, za dva reda vožnje koji se porede. Kao što je već rečeno, u cilju utvrđivanja cene robusnosti izvršene su simulacije realizovanja i sabijenog reda vožnje, jer se smatra da je on inicijalni i da u njemu ne postoji pufer vremena. Treba istaći da originalni red vožnje, primenjen na železnicama Švedske u sebi sadrži određena pufer vremena,

pa je cena robusnosti utvrđena i za njega. S obzirom da kašnjenja varijaju od simulacije do simulacije, i ovo je prosečna vrednost, s obzirom na 500 simuliranih slučajeva realizacije. U tabeli 8.4 date su prosečne vrednosti pokazatelja „cena robusnosti“ za sve redove vožnje, prema sabijenom redu vožnje.

*Tabela 8.4 Cena robusnosti s obzirom na inicijalni red vožnje*

	Prosečna cena robusnosti prema sabijenom (inicijalnom) redu vožnje
Orig.	1,76
MCDM	1,42
MDKP	1,26
BMDKP	1,10

Ovaj pokazatelj potvrđuje da je red vožnje dobijen primenom modela kombinatorne optimizacije sa modifikovanim problemom ograničenog višedimenzionog ranca ubedljivo ispred ostalih po pitanju robusnosti, odnosno prema otpornosti na generisana kašnjenja. Naime, u svaki od redova vožnje, nakon primene modela, dodata je ista suma vremenskih rezervi, što se može videti i iz tabele 7.4, ali je vrednost pokazatelja „cena robusnosti“ značajno povoljniji kod primene ovog modela.

## 9 ZAKLJUČAK I DALJI PRAVCI ISTRAŽIVANJA

U disertaciji su razvijeni modeli koji omogućavaju povećanje robusnosti reda vožnje kroz efekasnu implementaciju vremenskih rezervi u tehnološke intervale. Najpre su, na osnovu neiskorišćenog kapaciteta, definisani tehnološki intervali – kandidati, koje bi trebalo proširiti vremenskim rezervama, kako bi se umanjila mogućnost njihovog kašnjenja. Kao kandidati, definisani su svi tehnološki intervali koji, nakon izvršenog sabijanja reda vožnje, u sebi ne sadrže nikakve vremenske rezerve, ili ne sadrže dovoljno vremenskih rezervi, shodno odnosu između rangova trasa vozova, koji je preuzet iz modela (Schwanhäusser, 1974). Ovakve „preporučene“ vrednosti pufera vremena mogu biti modifikovane i prilagođene potrebama železničke uprave koja bi modele koristila, pri čemu je u disertaciji iskorišćen njihov opšti oblik.

Primena modela u disertaciji fokusirana je na određivanje optimalnih mesta za alokaciju vremenskih rezervi u tehnološke intervale, ali je navedeno da se modeli mogu iskoristiti i za alokaciju vremenskih rezervi u vozna vremena. Posebnu pogodnost u tom slučaju bi predstavljala činjenica da su „preporučeni“ iznosi vremenskih rezervi za vozna vremena predloženi od strane UIC-a. Međutim, tada treba voditi računa o mestima primene tih rezervi, tj. one mogu biti implementirane na delovima deonice gde su trase ucrtane sa minimalnim voznim vremenima, ili sa vremenskim rezervama manjim od predloženih.

Nakon toga je definisan niz kriterijuma kojima se definišu prioritetna mesta koja bi trebalo zaštитiti vremenskim rezervama, i pomoću njih umanjili negativne posledice koje bi mogле nastati kašnjenjem najosetljivijih događaja. Kriterijumi su definisani tako da ni na koji način ne ograničavaju primenu modela prema vrsti vremenskih rezervi, tj. da li su u pitanju dopunska vremena vožnje ili pufer vremena, a data je i

mogućnost primene i u slučajevima kada su svi događaji nezaštićeni vremenskim rezervama, kandidati za zaštitu. Pošlo se od definisanja parametara koji utiču na povećanje verovatnoće da pojedini događaji zakasne, ali nije primjenjen potpuno heuristički pristup, jer bi on zahtevaо izuzetno mnogo realnih podataka, do kojih je gotovo nemoguće doći u fazi projektovanja i izrade reda vožnje. Iako se do vrednosti pojedinih zahtevanih parametara moglo doći višestrukim simulacijama realizacije reda vožnje, definisani kriterijumi, a kasnije i razvijeni modeli, su više okrenuti analitičkom pristupu, jer to omogućava primenu razvijenih modela i na srednjim i nižim nivoima. Sami kriterijumi su definisani na osnovu onih parametara čije su vrednosti uvek poznate, ili se jednostavno mogu odrediti iz predloženog reda vožnje.

Kako bi kriterijumi mogli biti primenjeni u svim razvijenim modelima, primenjena je metoda entropije na skup kriterijuma. Ova metoda, uzimajući u obzir vrednosti pojedinih tehnoloških intervala – kandidata po svim definisanim kriterijumima, prikazuje indirektni značaj svakog od kriterijuma. Metoda je dala sledeći indirektni pojedinačni značaj kriterijuma:

- kriterijum I – kriterijum preostalog prevoznog puta s obzirom na rang voza je imao koeficijent indirektnog značaja 0,209,
- kriterijum II – kriterijum dodeljenih rezervi u prethodnom prevoznom putu je imao koeficijent 0,250,
- kriterijum III – kriterijum dodeljenih vremenskih rezervi s obzirom na minimalno vreme putovanja je određen koeficijentom 0,158,
- kriterijum IV – kriterijum učešća vremenskih rezervi u ukupnom vremenu putovanja je određen koeficijentom 0,341 i
- kriterijum V – kriterijum uticaja velikih železničkih čvorova na preostalom prevoznom putu je imao koeficijent 0,042.

Može se zaključiti da je značaj kriterijuma II nešto manji nego što se očekivalo, a da je kriterijum V imao izuzetno mali uticaj na ukupni prioritet zaštite pojedinih kandidata. Ovako mali uticaj poslednjeg kriterijuma nije neočekivan, s obzirom da je na jednoj pruzi broj većih čvorova i stanica prilično ograničen, a vozovi saobraćaju uglavnom između nekih od tih čvorova. Međutim, kriterijum ne bi trebalo *a priori* izbaciti iz razmatranja, jer će njegov uticaj značajno porasti za eventualnu primenu na celoj mreži pruga.

U disertaciji su razvijeni modeli koji omogućavaju iznalaženje rešenja prema svim definisanim kriterijumima. Razvijen je model višekriterijumskega odlučivanja, koji formira rang listu događaja koje bi trebalo prioritetsko zaštititi, kroz nekoliko iteracija. Izborom prvorangiranog kandidata nakon svake iteracije dobija se skup tehnoloških intervala – kandidata, prema redosledu prioriteta zaštite. Preostala dva modela koriste probleme iz grupe „problema ranca“ za iznalaženje optimalnog rešenja, u smislu definisanja skupa kandidata koje bi trebalo zaštititi, kako bi se maksimizirale vrednosti dobijene po definisanim kriterijumima. U jednom slučaju, koristi se problem višedimenzionog ranca, koji pronalazi optimalno rešenje u formi 0 – 1, tj. određuje koje kandidate izabrati, a koje odbaciti, kako bi se maksimizirale vrednosti iz definisanih kriterijumima, a prema ograničenju preostalog kapaciteta posmatrane pruge. U drugom slučaju, prethodni model je modifikovan kako bi se omogućio izbor pojedinih jednominutnih segmenata predloženih vrednosti vremenskih rezervi. Ovaj pristup je moguće još detaljnije iskoristiti, jer je danas moguće, uz upotrebu savremenih softverskih paketa napustiti celominutni oblik reda vožnje, pa je, shodno tome, moguće preporučene vrednosti vremenskih rezervi podeliti na još manje delove, npr. poluminutne.

Testiranje rezultata modela je izvršeno pomoću modela za simulaciju linearnih sistema, ponavljajući realizaciju svakog od novih redova vožnje pet stotina puta. U

svakom ponavljanju simulacije, za svaki red vožnje je iskorišćeno jedinstveno generisano kašnjenje, da bi se omogućilo poređenje redova vožnje prema prosečnom kašnjenju vozova. Kašnjenja vozova pri svakoj realizaciji redova vožnje koji su dobijeni primenom modela, upoređena su sa simuliranim realizacijama originalnog reda vožnje, da bi se utvrdilo da li postoji povećanje robusnosti reda vožnje. Bitno je istaći da je posebno izvršeno pet stotina simulacija, pri kojima je dozvoljeno nezavisno generisanje kašnjenja za svaku pojedinačnu realizaciju reda vožnje, tj. simulirano je pet stotina realizacija sva četiri reda vožnje sa međusobno različitim kašnjenjima. Dobijeni rezultati, ne samo da zadržavaju iste međusobne odnose redova vožnje, već su promene prosečnih vrednosti minimalne i kreću se od 2,50% do 3,37%.

Osnovni naučni doprinosi ove disertacije su:

- definisanje nezavisnih kriterijuma, na osnovu kojih je moguće brzo i lako utvrditi kritična mesta u grafikonu reda vožnje, s obzirom na rizik prostiranja kašnjenja kroz red vožnje,
- razvoj originalnih modela za povećanje robusnosti reda vožnje, sa relativno jednostavnim ograničenjima, koja garantuju mogućnost primene na svim nivoima odlučivanja i
- objedinjeni način posmatranja zahteva za povećanjem kvaliteta reda vožnje, koji dozvoljava širinu donosiocu odluke, prema lokalnim i globalnim sistemskim potrebama, kao i prema ličnoj preferenciji pojedinih parametara.

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da sva tri razvijena modela smanjuju kašnjenja vozova u odnosu na originalni red vožnje, tj. povećavaju robusnost originalnog reda vožnje. Modeli su se pokazali pouzdani i kvalitetni, s obzirom na veliki broj slučajeva u kojima dominiraju nad originalnim redom vožnje.

Najbolji rezultati su postignuti primenom modela kombinatorne optimizacije, sa modifikovanim problemom ograničenog višedimenzionog ranca, koji umanjuje prosečno kašnjenje događaja u redu vožnje za više od 10 procenata.

Imajući u vidu sve nabrojano, može se konstatovati da je praktičan značaj razvijenih modela očigledan, a mogućnost primene trenutna, jer ne zavisi od lokalnih karakteristika infrastrukture ni operatera koji na njoj obavljaju prevoz.

U budućnosti, pažnju treba posvetiti poboljšanju predloženih modela, pre svega u sledećem:

- definisati kvalitetnije „preporučene“ vrednosti vremenskih rezervi, jer od njih, generalno, može zavisiti kvalitet dobijenih rezultata. Kao sastavni deo modela treba formirati podsistem za definisanje ovih vrednosti prema karakteristikama mreže pruga na kojima će se model koristiti;
- formirati sistem za podršku odlučivanju (Decision Support System), objedinjen u jedinstveni softverski paket, koji će jednovremeno nalaziti rešenja za izabrane modele, kao i poređenje dobijenih rezultata, u cilju daljeg pojednostavljenja primene modela. Ovo podrazumeva formiranje jedinstvenog podsistema za formiranje vrednosti pojedinih kandidata, prema izabranim kriterijumima;
- iako po svojim karakteristikama modeli već sada imaju mogućnost primene na više pruga istovremeno, testirati ponašanje svakog od razvijenih modela u slučajevima primene na delove mreže i čitavu železničku mrežu;
- proširiti modele za više ciljeva, što bi omogućilo primenu višeciljne optimizacije, kako bi se još kvalitetniji rezultati mogli ostvariti. Takođe, moguće je model implementirati u sistem koji bi koristio tzv. *Constraint Programming* metode, jer to omogućava različite definicije prirode pojedinih ograničenja iz modela;

## LITERATURA

- Abril, M., Barber, F., Ingolotti, L., Salido, M. A., Tormos, P., & Lova, A. (2008). An assessment of railway capacity. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 44(5), 774–806.
- Andersson, E. V. (2014). *Assessment of Robustness in Railway Traffic Timetables* (PhD thesis). Norrköping, Sweden: Linköping University, Department of Science and Technology.
- Andersson, E. V., Peterson, A., & Törnquist Krasemann, J. (2013). Quantifying railway timetable robustness in critical points. *Journal of Rail Transport Planning and Management*, 3(3), 95–110.
- Büker, T., & Seybold, B. (2012). Stochastic modelling of delay propagation in large networks. *Journal of Rail Transport Planning & Management*, 2(1-2), 34–50.
- Carey, M. (1999). Ex ante heuristic measures of schedule reliability. *Transportation Research Part B: Methodological*, 33(7), 473–494.
- Carey, M., & Kwiecinski, A. (1995). Properties of expected costs and performance measures in stochastic models of scheduled transport. *European Journal of Operational Research*, 83(1), 182–199.
- Čičak, M., Vesović, S., & Mladenović, S. (2002). *Modeli za utvrđivanje kapaciteta železnice*. Beograd: Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu i ŽELNID - Preduzeće za železničku izdavačko-novinsku delatnost d.o.o.
- Cicerone, S., D'Angelo, G., Stefano, G., Frigioni, D., & Navarra, A. (2009). Recoverable robust timetabling for single delay: Complexity and polynomial algorithms for special cases. *Journal of Combinatorial Optimization*, 18(3), 229–257.
- D'Ariano, A., Pacciarelli, D., & Pranzo, M. (2008). Assessment of flexible timetables in real-time traffic management of a railway bottleneck. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 16(2), 232–245.
- Delorme, X., Gandibleux, X., & Rodriguez, J. (2009). Stability evaluation of a railway timetable at station level. *European Journal of Operational Research*, 195(3), 780–790.
- De-Los-Santos, A., Laporte, G., Mesa, J. A., & Perea, F. (2012). Evaluating passenger robustness in a rail transit network. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 20(1), 34–46.
- Eror, S. (1988). *Upravljanje železničkim saobraćajem*. Beograd: Želnid - Zavod za novinsko-izdavačku i propagandnu delatnost JŽ.
- Fischetti, M., Salvagnin, D., & Zanette, A. (2009). Fast Approaches to Improve the Robustness of a Railway Timetable. *Transportation Science*, 43(3), 321–335.
- Fréville, A. (2004). The multidimensional 0–1 knapsack problem: An overview. *European Journal of Operational Research*, 155(1), 1–21.

- Goverde, R. M. P. (2005). *Punctuality of Railway Operations and Timetable Stability Analysis* (PhD Thesis). Delft University of Technology, The Nederlands
- Goverde, R. M. P. (2007). Railway timetable stability analysis using max-plus system theory. *Transportation Research Part B: Methodological*, 41(2), 179–201.
- Goverde, R. M. P. (2010). A delay propagation algorithm for large-scale railway traffic networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 18(3), 269–287.
- Goverde, R. M. P., & Odijk, M. A. (2002). *Performance evaluation of network timetables using PETER*. Computers in Railways VIII. WIT Press Ashurst Lodge Ashurst, Southampton SO40 7AA United Kingdom.
- Hansen, I. A.; Goverde, R. P. M.; Van der Meer, D. J. . (2010). Online train delay recognition and running time prediction. In *2010 13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, (pp. 1783–1788). IEEE.
- Higgins, A., & Kozan, E. (1998). Modeling Train Delays in Urban Networks. *Transportation Science*, 32(4), 346–357.
- Jovanović, P., Kecman, P., Bojović, N., & Mandić, D. (2016). Optimal allocation of buffer times to increase train schedule robustness. *European Journal of Operational Research*, doi: 10.1016/j.ejor.2016.05.013
- Jovanović, P., Mandić, D., & Ivanović, D. (2014). Ranking of Headways Priority in Railway Timetable. In *Proceedings of XVI International Scientific-expert Conference on Railways, RAILCON '14* (pp. 101–105), Niš.
- Kecman, P. (2014). *Models for Predictive Railway Traffic Management* (PhD Thesis). Delft University of Technology, The Nederlands.
- Kecman, P., Corman, F., D'Ariano, A., & Goverde, R. M. P. (2013). Rescheduling models for railway traffic management in large-scale networks. *Public Transport*, 5(1-2), 95–123.
- Kecman, P., & Goverde, R. M. P. (2014). Online data-driven adaptive prediction of train event times. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 16(1), 465–474.
- Kecman, P., & Goverde, R. M. P. (2015). Predictive modelling of running and dwell times in railway traffic. *Public Transport*, 7(3), 295–319.
- Khan, M. B., & Zhou, X. (2010). Stochastic optimization model and solution algorithm for robust double-track train-timetabling problem. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 11(1), 81–89.
- Kovačević, P. (1976). *Eksplatacija železnica - Knjiga I*. Beograd: Želnid - Zavod za novinsko-izdavačku i propagandnu delatnost JŽ.
- Kroon, L., Maróti, G., Helmrich, M. R., Vromans, M., & Dekker, R. (2008). Stochastic improvement of cyclic railway timetables. *Transportation Research Part B: Methodological*, 42(6), 553–570.
- Landex, A. (2007). Capacity Statement for Railways. *Annual Transport Conference at Aalborg University*, 1–19.

- Landex, A. (2008). *Methods to estimate railway capacity and passenger delays*. PhD Thesis. Technikal University of Danmark, Department of Transport.
- Landex, A. (2011). Capacity at Railway Stations. *9th World Congress on Railway Research*.
- Landex, A. (2012). *Reliability of Railway Operation*. Annual Transport Conference at Aalborg University.
- Landex, A., Kaas, A. H., & Hansen, S. (2006). Railway Operation. Technical University of Danmark, Department of Transport.
- Larsen, R., Pranzo, M., D'Ariano, A., Corman, F., & Pacciarelli, D. (2013). Susceptibility of optimal train schedules to stochastic disturbances of process times. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 26(4), 466-489.
- Liebchen, C., Schachtebeck, M., Schöbel, A., Stiller, S., & Prigge, A. (2010). Computing delay resistant railway timetables. *Computers & Operations Research*, 37(5), 857-868.
- Mandić, D., Jovanović, P., & Bugarinović, M. (2014). Two-phase model for multi-criteria project ranking : Serbian Railways case study. *Transport Policy*, 36, 88-104.
- Martello, S., & Toth, P. (1990). *Knapsack Problems*. Chichester, West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd.
- MATLAB - <http://www.mathworks.com/products/matlab/>
- Mattsson, L.-G. (2007). Railway capacity and train delay relationships. In A. Murray (Ed.), *Critical Infrastructure* (pp. 129-150). Berlin/Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- MiniZinc - <http://www.minizinc.org/>
- Medeossi, G., Longo, G., & de Fabris, S. (2011). A method for using stochastic blocking times to improve timetable planning. *Journal of Rail Transport Planning & Management*, 1(1), 1-13.
- Nie, L., & Hansen, I. A. (2005). System analysis of train operations and track occupancy at railway stations. *European Journal of Transport and Infrastructure Research, EJTIR*, 5, 31-54.
- Olsson, N. O. E.; Haugland, H. (2004). Influencing factors on train punctuality – results from some Norwegian studies. *Transport Policy*, 11(4), 387-397.
- Pisinger, D. (2007). The quadratic knapsack problem—a survey. *Discrete Applied Mathematics*, 155(5), 623-648.
- Priority Estimation Tool - PriEsT - <https://sourceforge.net/projects/priority/>
- Saaty, T. L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. New York, USA: McGraw-Hill.
- Salido, M. A., Barber, F., & Ingolotti, L. (2008). Robustness in Railway Transportation Scheduling. *7th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, 2880-2885.
- Schöbel, A., & Kratz, A. (2009). A bicriteria approach for robust timetabling. *Lecture*

- Notes in Computer Science (including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 5868 LNCS, 119–144.*
- Schwanhäusser, W. (1974). *Die Bemessung der Pufferzeiten im Fahrplangefüge der Eisenbahn* (PhD thesis). Aachen: Veröffentlichungen des verkehrswissenschaftlichen Instituts RWTH Aachen.
- Shafia, M. A., & Jamili, A. (2009). Measuring the train timetables robustness. In *Proceedings of 2nd International Conference on Recent Advances in Railway Engineering*. Tehran - I.R. Iran: Iran university of science and Technology.
- Tomii, N. (2005). Robustness indices for train rescheduling. In *Proceedings of 1st International Seminar on Railway Operations Modelling and Analysis*.
- Union International des Chemins de Fer - UIC. (2000). *UIC Code 451-1 - Timetable recovery margins to guarantee timekeeping - Recovery margins*. Paris.
- Union International des Chemins de Fer - UIC. (2004). *UIC Code 406 - Capacity*. Paris.
- Union International des Chemins de Fer - UIC. (2013). *UIC Code 406 - Capacity, 2nd edition*. Paris: UIC.
- Vansteenwegen, P., & van Oudheusden, D. (2006). Developing railway timetables which guarantee a better service. *European Journal of Operational Research*, 173(1), 337–350.
- Vekas, P., Vlerk, M. H. Van Der, & Haneveld, W. K. K. (2012). Optimizing existing railway timetables by means of stochastic programming, 1–17.
- Vromans, M. J. C. M. (2005). *Reliability of Railway Systems*. Erasmus University Rotterdam.
- Vromans, M. J. C. M., Dekker, R., & Kroon, L. G. (2006). Reliability and heterogeneity of railway services. *European Journal of Operational Research*, 172(2), 647–665.
- Wendler, E. (2007). The scheduled waiting time on railway lines. *Transportation Research Part B: Methodological*, 41(2), 148–158.
- Wendler, E., & Naehrig, M. (2003). Statistische Auswertung von Verspätungsdaten. In *Eisenbahn-Ingenieur-Kalender* (pp. 321–331). Hamburg, Germany: Tetzlaff - Verlag.
- Yuan, J. (2006). *Stochastic Modelling of Train Delays and Delay Propagation in Stations* (PhD Thesis). Delft University of Technology, The Netherlands
- Yuan, J., & Hansen, I. A. (2008, October). Closed Form Expressions of Optimal Buffer Times between Scheduled Trains at Railway Bottlenecks. *2008 11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*. Ieee.
- Zajednica Jugoslovenskih železnica. (1989). *Uputstvo 52 o tehničkim normativima i podacima za izradu i izvršenje reda vožnje*. Beograd: Želnid - Zavod za novinsko-izdavačku i propagandnu delatnost JŽ.
- Železnice Srbije. (1980a). *Pravilnik 4 o izradi reda vožnje*. Beograd: Želnid - Preduzeće za železničku izdavačko-novinsku delatnost d.o.o.
- Železnice Srbije. (1980b). *Uputstvo 49 za izradu reda vožnje*. Beograd: Želnid - Preduzeće za železničku izdavačko-novinsku delatnost d.o.o.

## **PRILOG**

## Prilog I – opis AHP metode višekriterijumskog odlučivanja

Analitički hijerarhijski proces (AHP) predstavlja jednu od najpoznatijih metoda višekriterijumskog odlučivanja, čije elemente čine ciljevi, kriterijumi, podkriterijumi i alternative. Metodu je postavio i definisao Thomas Saaty.

AHP spada u klasu metoda za tzv. muku optimizaciju. Metoda omogućava interaktivno kreiranje hijerarhije problema, a zatim vrednovanje u parovima elemenata hijerarhije, odozgo na dole. Na kraju se vrši sinteza svih vrednovanja i po matematičkom modelu se određuju težinski koeficijenti svih elemenata hijerarhije. Svako poredjenje dva elementa hijerarhije vrši se korišćenjem Satijeve skale. Rezultati poređenja elemenata na svakom nivou hijerarhije smeštaju se u odgovarajuće matrice poređenja. Ako poredimo  $n$  elemenata u odnosu na neki element na neposredno višem nivou, tada se pri poredjenju elementa  $i$  u odnosu na element  $j$  putem Satijeve skale određuje numerički koeficijent  $a_{ij}$  i smesta na odgovarajuću poziciju u matrici  $A$ :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Element  $a_{ji}$  dobija recipročnu vrednost elementa  $a_{ij}$ , da bi se očuvala konzistentnost modela. Kako je svako  $a_{ij}$  zapravo informacija o odnosu težina elemenata  $i$  i  $j$ , trebalo bi da važi:

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}. \quad (2)$$

Gde su  $w_i$  i  $w_j$  tzv. lokalne težine elemenata  $i$  i  $j$ , u odnosu na neposredno nadređeni element u hijerarhiji. Naravno, ovo važi za svaki element vektora težina, koji odgovara matrici (1),  $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Pošto je vektor  $w$  nepoznat, poređenje matrice  $A$  i korespondentne matrice  $C$ , kojom definišemo lokalne težine, predstavljaće pokazatelj konzistentnosti primene metode:

$$C = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & \dots & w_1/w_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Da bi smo odredili stepen konzistentnosti (CR), najpre se mora utvrditi vrednost tzv. indeksa konzistentnosti (CI):

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (4)$$

gde je  $\lambda_{max}$  maksimalna sopstvena vrednost matrice poređenja i što je bliža vrednosti  $n$ , manja je nekonzistentnost.

Da bi se utvrdila vrednost  $\lambda_{max}$ , najpre matricu poređenja množimo sa vektorom lokalnih težina:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Deljenjem odgovarajućih vrednosti vektora  $b$  i  $w$ , dobijamo vektor  $\lambda$ :

$$\begin{bmatrix} b_1/w_1 \\ \vdots \\ b_n/w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}, \quad (6)$$

a zatim:

$$\lambda_{max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i. \quad (7)$$

Ubacivanjem vrednosti iz prethodne jednačine u jednačinu (4) izračunava se indeks konzistentnosti, a stepen konzistentnosti (CR) predstavlja odnos dobijenog indeksa i slučajnog indeksa (RI):

$$CR = \frac{CI}{RI}. \quad (8)$$

Sličajni indeks (RI) zavisi od reda matrice poređenja, a detaljan način njegovog generisanja je postavio sam Saaty.

Ako je stepen konzistentnosti manji ili jednak 0,10, rezultat je dovoljno tačan i nema potrebe za izmenama. Ukoliko je stepen konzistentosti veći od 0,10, trebalo bi ustanoviti razloge nekonzistentnosti, i ukloniti ih delimičnim ponavljanjem poređenja u matrici A, a ako ni ponovljena poređenja u nekoliko koraka ne dovedu do smanjenja stepena konzistentnosti, sve rezultate treba odbaciti i ponoviti kompletan proces.

## Prilog II – model za simulaciju linearnih sistema zasnovan na max-plus algebri

Osnovna karakteristika železničkog saobraćaja, nastala usled nemogućnosti da više vozova koristi istu infrastrukturu istovremeno, a zbog potrebne bezbednosti odvijanja saobraćaja, je sinhronizacija saobraćaja vozova i vremensko razdvajanje trasa vozova, kako bi se onemogućili konflikti. Ovo može biti predstavljeno ograničenjima između nastupanja dva događaja, gde jedan događaj može nastati ukoliko su završeni svi prethodno neophodni događaji. Rezultat ovakvog posmatranja železničkog sistema je sistem sa diskretnim vremenom, kako između samih događaja, tako i u pogledu trajanja samog jednog događaja.

U okviru max-plus algebре, karakteristike reda vožnje mogu biti efikasno ocenjivane. Tako, na primer, stabilnost se može ocenjivati proračunavanjem *svojstvenog vektora* matrice stanja kojom je opisan redom vožnje predviđeni saobraćaj. Možda još važnije, ovaj pristup ne samo da daje odgovor na pitanje da li je red vožnje stabilan ili ne, već precizno identificuje kritične procese u sistemu.

Osnovni nedostatak ovog modela za ocenu stabilnosti reda vožnje je taj što podrazumeva cikličnost reda vožnje, ali u smislu taktnih redova vožnje. Cikličnost na dnevnom nivou (trajanje ciklusa odgovara periodu od 1440 minuta) bi imala smisla samo za izuzetno zasićene delove infrastrukture, kada bi se saobraćaj svih vozova odvija na minimalnim, ili približno minimalnim intervalima između njih. Ovaj problem je moguće prevazići usvajanjem ograničenja da vršni period u toku dana predstavlja potencijalni ciklus, te za njega određivati stabilnost, uz

prepostavku da će red vožnje, ako je stabilan u vršnom periodu, biti stabilan i van njega.

S obzirom da se sama max-plus algebra koristi za analizu vremenski diskretnih sistema, i sama stabilnost mora biti posmatrana sa sistemskog stanovišta. Posmatrajući ceo sistem, dve vrste, tj. dva tipa stabilnosti se međusobno razlikuju: *lokalna stabilnost* otvorenih sistema i *globalna stabilnost* zatvorenih sistema. Otvorenim sistemom možemo smatrati deo železničke mreže, npr. deonicu pruge, na koju vozovi ulaze i koju napuštaju. Posmatrani deo infrastrukture je lokalno stabilan ako je suma kašnjenja vozova na izlazu manja od sume kašnjenja vozova na ulazu. Kašnjenjima na ulazu podrazumevamo kašnjenja vozova koji pristižu sa susednih delova mreže, ali i kašnjenja vozova koji otpočinju vožnju na posmatranom delu infrastrukture. Slično, u kašnjenja na izlazu spadaju i kašnjenja vozova koji su na posmatranom delu mreže završili vožnju. Pod zatvorenim sistemom posmatramo potpuno zatvorenu železničku mrežu, ali možemo posmatrati i celu železničku mrežu koja ima dodira sa drugim mrežama, uz to da se smatra da vozovi sa susednih mreža izviru u našim pograničnim stanicama, odnosno da vozovi koji našu mrežu napuštaju u njima uviru. Zatvoreni sistem smatramo globalno stabilnim ako se neko inicijalno kašnjenje može potpuno neutralisati u konačnom vremenu. Takođe, zatvoreni sistemi mogu biti i lokalno stabilni, kada sva inicijalna kašnjenja nastaju u sistemu, i sva moraju biti neutralisana u njemu: u ovom slučaju lokalna i globalna stabilnost su izjednačene.

## Max-plus algebra

Max-plus algebra je algebra nad skupom prirodnih brojeva, koji je proširen za  $-\infty$ , koja raspolaže sa operatorima sabiranja i množenja, u oznaci  $\oplus$  i  $\otimes$  respektivno, koje definišu sledeće operacije nad parom brojeva:

$$\begin{aligned} a \oplus b &= \max(a, b) \quad \text{i} \\ a \otimes b &= a + b. \end{aligned} \tag{9}$$

Takozvano „sabiranje”, tj. operacija određivanje maksimuma, je komutativna, asocijativna i važi da je  $a \oplus a = a$ , a takođe poseduje tzv. nula-element ( $\varepsilon = -\infty$ ). Operacija tzv. „množenja” je asocijativna i poseduje element (0), i „množenje” je distributivno nad „sabiranjem”. Takođe, prethodno definisani nula-element je absorbujući:

$$a \otimes \varepsilon = \varepsilon \otimes a = \varepsilon. \tag{10}$$

Ove skalarne operacije u max-plus algebri su proširene i na matrice, na način vrlo sličan konvencionalnoj algebri. Neka su  $A=(a_{ij})$  i  $B=(b_{ij})$  dve  $n \times n$  kvadratne matrice čiji su elementi realni brojevi prošireni za  $\varepsilon = -\infty$ . Tada važi:

$$(A \oplus B) = a_{ij} \oplus b_{ij} = \max(a_{ij}, b_{ij}) \tag{11}$$

$$(A \otimes B) = \bigoplus_{k=1}^n (a_{ik} \otimes b_{kj}) = \max_{k=1..n} (a_{ik} + b_{kj}). \tag{12}$$

Nula matrica, u max-plus algebri, je matrica čiji su svi elementi jednaki  $\varepsilon$ . Matrica identiteta,  $E=(e_{ij})$ , je dijagonalna matrica, čiji elementi na glavnoj dijagonali imaju vrednost 0, dok su ostali elementi jednaki  $\varepsilon: e_{ii}=0$  i  $e_{ij}=\varepsilon, \forall i \neq j$ . Množenje matrice skalarom definisano je kao:

$$(c \otimes A)_{ij} = c \otimes a_{ij} - c + a_{ij}. \tag{13}$$

Sam razvoj max-plus algebre potekao je zbog bliske veze između stepenovanja matrica u max-plus algebri sa problemima kritičnog puta u grafovima. Stepenovanje matrica u max-plus algebri je rekurentno i definisano je na sledeći način:

$$A^{\otimes 0} = E \quad (14)$$

$$A^{\otimes I} = A^{\otimes(I-1)} \otimes A \quad (15)$$

za svaki pozitivan ceo broj  $I$ . Sa druge strane, svaka kvadratna matrica  $A$ ,  $n \times n$ , odgovara orijentisanom grafu  $G(A)$ , sa  $n$  čvorova. Ovakav orijentisani graf naziva se graf prioriteta, a matrica  $A$  je takva da su njeni članovi sa konačnom vrednošću, vrednosti dužina grana u grafu prioriteta  $G(A)$ . Pod putem, u ovom grafu, podrazumevamo određenu sekvencu grana u njemu između dva čvora, a dužina puta predstavlja sumu dužina grana u njemu.

Stepen matrice  $A^{\otimes 2}$  po definiciji je jednak:

$$(A^{\otimes 2})_{ij} = \bigoplus_{k=1}^n (a_{ik} \otimes b_{kj}) = \max_{k=1..n} (a_{ik} + a_{kj}), \quad (16)$$

a zapravo predstavlja maksimalnu dužinu puta, posmatrajući sve puteve sačinjene od tačno dve grane, od čvora  $j$ , preko bilo kog čvora  $k$ , do čvora  $i$ . Uopšteno gledano, matrica  $A^{\otimes I}$  je matrica maksimalnih dužina puteva u grafu, sastavljenih od tačno  $I$  grana. Matrica kritičnog puta je matrica dužina grana kritičnog puta, uopšteno, maksimalnih dužina svih puteva u grafu, i definisana je kao:

$$A^+ = \bigoplus_{I=1}^{\infty} A^{\otimes I} = A \oplus A^{\otimes 2} \oplus A^{\otimes 3} \oplus \dots \quad (17)$$

Ukoliko se u grafu prioriteta  $G(A)$  ne nalazi ni jednan ciklus sa pozitivnom vrednošću dužine puta, tada je svaki kritični put, u grafu od  $n$  čvorova, sastavljen od najviše  $n$  grana, i takav kritični put je definisan konačnom sumom prvih  $n$  stepena matrice  $A$ , odnosno:

$$A^+ = \bigoplus_{l=1}^n A^{\otimes l}. \quad (18)$$

Matrica kritičnog puta predstavlja osnovni element u max-plus teoriji linearnih sistema. Danas se, naravno, u praksi, za određivanje matrice kritičnog puta koriste vrlo efikasni algoritmi i savremeni softverski paketi, umesto kompleksnog proračuna stepenovanja matrica.

### Modeliranje max-plus sistema

Pri modeliranju max-plus sistema, promenljive značajne za model predstavljaju vremena nastanka pojedinih događaja koji se javljaju usled saobraćaja vozova na posmatranom delu pruge. Ove promenljive su međusobno povezane ograničenjima, koja su nazvana ograničenja prioriteta zbog činjenice da se određeni događaji mogu realizovati tek nakon realizacije nekog drugog, prethodnog događaja.

Primena modela na red vožnje podrazumeva njegovu taktnost, odnosno cikličnost. Neka je  $x_i(k)$  k-ti polazak voza na liniji  $L_i$  iz stanice  $S_i$ . Voz se ne može otpremiti pre vremena koje je predviđeno redom vožnje, što nam daje ograničenje:

$$x_i(k) \geq d_i(k) \quad (19)$$

gde je  $d_i(k)$  vreme k-tog polaska voza na liniji  $L_i$  iz stanice  $S_i$ . Sa vremenom ciklusa  $T$  to će vreme k-tog polaska biti jednako:

$$d_i(k) = d_i(0) + k \cdot T, \quad (20)$$

gde je  $d_i(0)$  vreme inicijalnog polaska na posmatranoj liniji, iz posmatrane stanice.

Na potpuno isti način formiraju se sva ograničenja prioriteta, bez obzira na razlog zbog koga nastaju:

$$x_i(k) = \max \left( \max_j (a_{ij} + x_j(k - \mu_{ij})), d_i(k) \right), \quad (21)$$

gde  $j$  u indeksu označava događaje koji nastupaju pre događaja  $i$ . Prethodna jednačina može se zapisati u max-plus algebri kao:

$$x_i(k) = \bigoplus_{j=1}^n (a_{ij} \otimes x_j(k - \mu_{ij})) \oplus d_i(k), \quad (22)$$

gde je  $n$  ukupan broj događaja, dok je  $a_{ij} = \varepsilon$  za svaki međusobno neuslovjen par događaja  $i$  i  $j$ . Da bi se prethodna jednačina predstavila u matričnoj formi, neophodno je grupisati sva vremena trajanja aktivnosti povezana sa događajima u kašnjenju perioda  $\mu_{ij} = I$  u matricu  $A_I$ , pri čemu je  $(A_I)_{ij} = \varepsilon$  ukoliko ne postoje, a zatim formirati vektore, ili matrice redove,  $X(k) = (x_1(k), \dots, x_n(k))$  i  $D(k) = (d_1(k), \dots, d_n(k))$ .  $D(k)$  nazivamo vektor reda vožnje. Tada je:

$$X(k) = \bigoplus_{I=0}^p (A_I \otimes X(k-1)) \oplus D(k), \quad (23)$$

gde je sa  $p$  označeno maksimalno kašnjenje perioda, i naziva se **red** max-plus sistema.

### Analiza kritičnih ciklusa u max-plus sistemima

Problem analize kritičnih ciklusa u max-plus linearnim sistemima bazira se na ponašanju max-plus sistema kada svi događaji nastupaju najranije moguće, ali samo s obzirom na ograničenja prioriteta, a odbacujući vektor reda vožnje.

Neka se posmatra sistem jednačina:

$$X(0) = x_0 \quad (24)$$

$$X(k) = A \otimes X(k - 1) \quad (25)$$

i neka je poznata inicijalna vrednost  $x_0$ . Pošto je jednačina (17) rekurentna, rešenje može biti jednostavno određeno za svaku vrednost  $k \geq 1$ , u zavisnosti od inicijalne vrednosti, što rezultuje jednačinom za opšti slučaj:

$$X(k) = A^{\otimes k} x_0. \quad (26)$$

Kako su nezavisna od inicijalnog uslova  $x_0$ , vremena nekog događaja  $X(k)$  približavaju se periodičnom režimu i važi:

$$X(k + 1) - X(k) = \lambda_i, \forall i, k \geq K \text{ za neko } K, \quad (27)$$

gde  $\lambda_i$  predstavlja vreme ciklusa posmatranog događaja, i zadovoljava jednačinu:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x_i(k)}{k} = \lambda_i. \quad (28)$$

Ukoliko je graf prioriteta posmatranog max-plus sistema jako povezan<sup>16</sup>, tada svi događaji u posmatranom sistemu imaju zajedničko i jedinstveno vreme ciklusa  $\lambda_i$ .

Analiza i definisanje stabilnosti jednog vremenski diskretnog max-plus sistema zavisi od definisanja **jedinstvene max-plus vrednosti**. Po definiciji, vreme ciklusa  $\lambda$  predstavlja jedinstvenu max-plus vrednost matrice sistema  $A$ . Posmatrano u okvima problema reda vožnje, ovo se može tumačiti na sledeći način: neka je vreme ciklusa  $\lambda$  minimalno vreme u kome se mogu realizovati svi događaji i procesi, tj. sve predviđene vožnje vozova mogu biti ostvarene, uzimajući u obzir sva ograničenja prioriteta između događaja; neka je  $V$  pridruženi vektor, čiji elementi predstavljaju vrednosti najranijih vremena nastupanja događaja, takvi da važi  $0 \leq v_i \leq \lambda$  za svaki događaj  $i$ . Tada, problem određivanja  $\lambda$  i pridruženog vektora  $V$  se može izraziti kao problem jedinstvene max-plus vrednosti:

$$A \otimes v = \lambda \otimes v, \quad (29)$$

a ista jednačina, prikazana u skalarном obliku:

$$\max_j (a_{ij} + v_{ij}) = \lambda + v_i, \forall 1 \leq i \leq n, \quad (30)$$

---

<sup>16</sup> Pod jako povezanim grafom podrazumeva se onaj graf u kome postoje grane između bilo koja dva različita čvora.

gde se operacija maksimuma preduzima nad svim događajima  $j$  koji prethode događaju  $i$ . Rešenje ove jednačine po  $\lambda$  se naziva jedinstvena vrednost, dok se vektor  $V$ , koji je toj vrednosti pridružen, naziva jedinstveni vektor.

Osnovna teorema max-plus algebre izjednačava jedinstvenu vrednost  $\lambda$  i maksimum srednjih vrednosti vremena ciklusa:

$$\lambda = \max_c \frac{W(C)}{I(C)} \quad (31)$$

gde je:

- $W(C)$  - težina ciklusa (kružnog puta), a to je zapravo aritmetička sredina dužine ciklusa,
- $I(C)$  - dužina ciklusa, što predstavlja broj čvorova u kružnom putu.

Operacija maksimuma se preduzima na svim elementarnim kružnim putevima koji postoje u grafu prioriteta  $G(A)$ . Ciklus, odnosno kružni put, kome pripada maksimalna vrednost naziva se kritični ciklus. Iz ovoga direktno proizilazi interpretacija kriterijuma stabilnosti, pošto  $\lambda$  definiše donju granicu vremena ciklusa za sve događaje u posmatranom max-plus sistemu: **za vremenski diskretan max-plus sistem kažemo da je stabilan, ako i samo ako važi  $\lambda < T$** , **kažemo da je kritičan, ako i samo ako važi  $\lambda = T$** , **odnosno max-plus sistem je nestabilan ako i samo ako važi  $\lambda > T$** .

## Biografski podaci o kandidatu

Predrag R. Jovanović je rođen u Beogradu 31.8.1973. godine, gde je završio osnovnu i srednju školu. Diplomirao je na Saobraćajnom fakultetu 2000. godine na Odseku za železnički saobraćaj i transport na temu „Istraživanje potreba i mogućnosti za uvođenje teških teretnih vozova na pruzi Beograd-Bar” sa ocenom 10 (deset) na diplomskom ispitu i prosečnom ocenom 8,00 (osam) u toku studija. Nakon završetka studija zaposlio se u ŽTP-u Beograd, na radnom mestu vodeći inženjer-tehnolog, u Sekciji za STP Beograd. Položio je stručni ispit za samostalni rad na železnici.

Poslediplomske studije je upisao 2001. godine na Saobraćajnom fakultetu, smer „Upravljanje razvojem i tehnološkim procesima na železnici” i položio sve ispite na poslediplomskim studijama sa prosečnom ocenom 10,00 (deset). Magistarski rad, pod nazivom „Istraživanje mogućnosti povećanja tehnoloških intervala s obzirom na iskorišćenje kapaciteta i stabilnost reda vožnje”, odbranio je 10.01.2011. godine.

Zaposlen je na Saobraćajnom fakultetu u Beogradu kao asistent i angažovan je na izvođenju nastave na predmetima „Teorija vuče vozova”, „Organizacija železničkog saobraćaja” i „Primena telematike i automatizacija procesa na železnici”, na Združenoj Katedri za upravljanje na železnici, vuču i vozna sredstva.

Kao autor ili koautor, do sada je učestvovao u izradi dva rada u međunarodnim časopisima sa SCI liste, kao i 14 radova na domaćim i međunarodnim načnim skupovima i konferencijama. Koautor je dve zbirke zadataka iz oblasti Vuče vozova. Bio je član autorskog tima pri izradi 18 naučno-istraživačkih i stručnih projekata.

Aktivno se služi engleskim jezikom.