

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ



Јелена С. Лукић

**ОДРЕЂИВАЊЕ НИВОА РИЗИКА  
ПОТЕНЦИЈАЛНО КРИТИЧНИХ  
ПОСЛОВНИХ ПРОЦЕСА У УСЛОВИМА  
ФАЗИ ОКРУЖЕЊА**

-докторска дисертација-

Београд, 2024.

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING



Jelena S. Lukić

**DETERMINATION OF RISK LEVELS OF  
POTENTIALLY CRITICAL BUSINESS  
PROCESSES IN THE FUZZY  
ENVIRONMENTAL**

-Doctoral Dissertation-

Belgrade, 2024.



**Комисија за преглед и одбрану**

**Ментор:**

**др Мирјана Мисита**

редовни професор, Универзитет у Београду,  
Машински факултет

**Чланови комисије:**

**др Весна Спасојевић-Бркић**

редовни професор, Универзитет у Београду,  
Машински факултет

**др Драган Д. Милановић**

редовни професор, Универзитет у Београду,  
Машински факултет

**др Угљеша Бугарић**

редовни професор, Универзитет у Београду,  
Машински факултет

**др Иван Михајловић**

редовни професор, Универзитет у Београду,  
Машински факултет

**др Данијела Тадић**

редовни професор, Универзитет у Крагујевцу,  
Факултет инжењерских наука

Датум одбране:

2024. године

## РЕЗИМЕ

Истраживање могућности одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса у условима фази неизвесног окружења има за циљ да се на егзактан начин одреди ниво ризика на основу којег доносилац одлуке може да рационалније дефинише стратегију управљања портфељом. Пројектовани модел за одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса у условима фази окружења интегрише процесни приступ, теорију фази скупова и вишеатрибутну анализу за одређивање тежине фактора ризика. Предложени модел је заснован на: (1) процесном приступу за идентификацију потенцијалног критичног пословног процеса као и фактора ризика (ФР), (2) моделирању неизвесних и непрецизних података у релативној важности и вредности ФР применом теорије фази скупова, (3) одређивању тежина ФР применом фази аналитичког хијерархијског процеса (ФАХП) и (4) одређивању нивоа ризика применом фази АКО-ОНДА правила.

У експерименталном делу истраживања примењена је предложена методологија за анализу ризика пословних процеса у условима неизвесности у осигуравајућој компанији где је од великог значаја да се одреди у којој мери ниво ризичности пословања осигураника може утицати на ниво ризика осигуравајуће компаније. У конкретном предузећу идентификована су три ФР за критичан пословни процес. Релативна важност идентификованих ФР је описана помоћу три лингвистичка исказа која су моделирана троугаоним фази бројевима. Вредности ФР на нивоу сваког разматраног клијента су такође моделирани троугаоним фази бројевима чији домени су дефинисани на унапред одређеним мерним скалама. Ове мерне скале су засноване на подацима из евиденције. Вектор тежине ФР-а је одређен применом ФАХП, тако да су тежине ФР-а описане прецизним бројевима. Конструисана је матрица ризика заснована на фази АКО-ОНДА правилима. Добијени резултати након примене пројектованог модела су омогућили прецизнију процену нивоа ризика на нивоу појединачног клијента уз брзину извештавања у току реалног времена.

Значај ове докторске дисертације је у унапређењу модела за анализу ризика пословних процеса у условима неизвесности на основу кога би се одлуке менаџмента доносиле на основу егзактног решења чиме би се добила објективност у одлучивању и умањио ризик од неликвидности предузећа. Формирани математички модел је универзалан и вешезначан јер се може модификовати у различитим областима за анализу проблема управљања.



**Кључне речи:** ризик, пословни процеси, неизвесни подаци, теорија фази скупова

**Научна област:** Машинство

**Ужа научна област:** Индустрijско инжењерство

## SUMMARY

The research on determining the risk levels of potentially critical business processes in conditions of uncertain environments aims to precisely assess the level of risk, allowing decision-makers to define portfolio management strategies more rationally. The proposed model for determining the risk levels of potentially critical business processes in uncertain environments integrates a process-oriented approach, fuzzy set theory, and multi-attribute analysis to determine the weight of risk factors. The suggested model is based on: (1) A process-oriented approach to identify potential critical business processes and risk factors (RF); (2) Modeling uncertain and imprecise data in terms of the relative importance and values of RF using fuzzy set theory; (3) Determining the weights of RF using the Fuzzy Analytic Hierarchy Process (FAHP); (4) Assessing the risk level using the Fuzzy IF-THEN rules.

In the experimental part of the research, the proposed methodology was applied to analyze the risk of business processes in an insurance company operating under uncertain conditions. It was essential to determine the extent to which the risk level of policyholders' operations could impact the risk level of the insurance company. In this specific company, three RFs for a critical business process were identified. The relative importance of these identified RFs was described using three linguistic expressions modeled with triangular fuzzy numbers. The values of RFs for each considered client were also modeled with triangular fuzzy numbers, with domains defined on pre-defined measurement scales based on empirical data.

The weight vector of RFs was determined using FAHP, resulting in precise numerical values for RF weights. A risk matrix was constructed based on Fuzzy IF-THEN rules. The obtained results, after applying the designed model, enabled a more accurate assessment of the risk level at the individual client level with real-time reporting.

The significance of this doctoral dissertation lies in enhancing models for analyzing the risk of business processes under uncertain conditions, enabling management decisions based on exact solutions, thereby enhancing objectivity in decision-making and reducing the risk of corporate illiquidity. The developed mathematical model is universal and versatile, as it can be adapted to various domains for problem analysis in management.



**Key words:** risk, business processes, uncertain data, fuzzy set theory

**Scientific discipline:** Mechanical engineering

**Scientific subdiscipline:** Industrial engineering

## НОМЕНКЛАТУРА

БМ – Бајесове мреже

BPM – Business Process Management

GIRA – General Model for Incident Risk Analysis

ФР – фактор ризика

ДО – доносиоци одлука

АХП – Аналитички Хијерархијски Процес

ФАХП – Фази Аналитички Хијерархијски Процес

$\mu_A(x)$  – карактеристична функција припадности фази скупа  $A$

$\{(x, \mu_A(x)) | x \in X, 0 \leq \mu_A(x) \leq 1\}$  – фази скуп  $A$

$hgt(A)$  – висина фази скупа  $A$

$core(A)$  – језгро фази скупа  $A$

$supp(A)$  – носач фази скупа  $A$

$A^c$  – комплемент фази скупа  $A$

$A^\alpha$  –  $\alpha$ -пресек фази скупа  $A$

$\bar{x}$  – модална вредност фази скупа  $A$

ТрФН – Трапезоидни фази број

ТФН – Троугаони фази број

CI – индекс конзистентности (Consistency Index)

CR – рацио конзистентности (Consistency Ratio)

RI – случајни индекс конзистентности (Random Index of Consistency)

$A = [a_{ij}]_{n \times n}$  – матрица поређења

$a_{ij}$  – елемент матрице  $A$  представља однос тежина елемената  $i$  и  $j$

$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  – вектор тежина који одговара матрици  $A$

$\lambda_{max}$  – максимална сопствена вредност матрице  $A$

АМП – аналитички мрежни процес (Analytic Network Process - ANP)

$(l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$  – троугаони фази број

$M_g^j, j = 1, \dots, m$  – троугаони фази број



$S_a, S_b$  – фази троугаони бројеви

COG – Центар масе (*Center of Gravity Approach - COG*)

ИСО 31000 – Међународна организација за стандардизацију, 2018 б

I –укупан број ФР

$i$  –индекс ФР  $i=1, \dots, I$

E –укупан број експерата (ДО)

$e$  –индекс ДО  $e=1, \dots, E$

$\tilde{v}_{ij}, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J$  –троугани фази бројеви

$\tilde{\rho}_n, n = 1, \dots, I$  –укупни фази индекс ризика

M3 –мали значај (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР)

S3 –средњи значај (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР)

V3 –велики значај (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР)

$\{I_1, I_2, I_3, I_4\}$  –гранични износ штета домена ФР износа штета

L1 –мала штета (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР износа штета)

L2 –средња штета (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР износа штета)

L3 –велика штета (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР износа штета)

L4 –тотална штета (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР износа штета)

M1 – занемарљива учесталост (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР фреквентности штета)

M2 – средња учесталост (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР фреквентности штета)

M3 – велика учесталост (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР фреквентности штета)

M4 –изразито велика учесталост (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР фреквентности штета)

K1 – оптималан (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР рачија штета)

K2 – веома добар (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР рачија штета)

K3 –условно прихватљив (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР рачија штета)

K4 –неприхватљив (лингвистички исказ за описивање релативног значаја ФР рачија штета)

Q1 – прихватљив (лингвистички исказ за описивање релативног значаја нивоа ризика)

Q2 – умерен (лингвистички исказ за описивање релативног значаја нивоа ризика)

Q3 – висок (лингвистички исказ за описивање релативног значаја нивоа ризика)

Q4 – екстремно висок (лингвистички исказ за описивање релативног значаја нивоа ризика)

$\tilde{W}_{ii'}^e$ ,  $i, i' = 1, \dots, I; i \neq i'$  – фази оцене релативне важности сваког пара ФР

$[\tilde{W}_{ii'}]_{I \times I}$  – агрегирана фази матрица поређења по паровима

$[\theta_{ii'}]_{I \times I}$  – матрица поређења по паровима релативних важности ФР

$[\omega_i]_{I \times 1}$  – нормализовани вектор тежина ФР

$\tilde{r}_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$  – нормализоване вредности ФР

$\tilde{z}_{ij}$  – нормализоване тежинске вредности ФР

$\tilde{\rho}_n$  – укупни фази индекс ризика

$\rho_n$  – репрезентативни скалар ТФБ

$\tilde{S}_q$ ,  $q = 1, \dots, 4$  – правила одлучивања

## САДРЖАЈ

1	УВОД.....	1
1.1	Научни циљ докторске дисертације.....	3
1.2	Полазне хипотезе.....	4
2	ПРИКАЗ ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА У ОБЛАСТИ АНАЛИЗЕ РИЗИКА ПОСЛОВНИХ ПРОЦЕСА.....	5
3	ТЕОРИЈСКИ ОКВИР ЗА МОДЕЛИРАЊЕ И ОБРАДУ НЕИЗВЕСНОСТИ.....	20
3.1	Моделирање неизвесности.....	20
3.1.1	Основна разматрања о теорији фази скупова.....	22
3.1.2	Основне особине фази скупова.....	24
3.2	Основне операције над фази скуповима.....	27
3.2.1	Лингвистичке променљиве и фази бројеви.....	29
3.2.2	Фази релације.....	33
3.3	Аналитички Хијерархијски Процес.....	36
3.3.1	Стандардни АХП.....	37
3.3.2	Фази АХП.....	45
3.4	Фази логичка правила.....	54
4	МОДЕЛ ЗА ПРОЦЕНУ НИВОА РИЗИКА У УСЛОВИМА НЕИЗВЕСНОСТИ.....	69
4.1	Моделирање релативног значаја ФР.....	77
4.1.1	ФР - Износ настале штете.....	79
4.1.2	ФР - Учесталост штета.....	84
4.1.3	ФР - Рацио штета.....	88
4.1.4	ФР - Ниво ризика.....	91
4.2	Предложени алгоритам.....	95
5	ВЕРИФИКАЦИЈА РАЗВИЈЕНОГ МОДЕЛА.....	99
5.1	Анализа резултата.....	117
5.2	Дискусија.....	125
5.3	Допринос.....	129
6	ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА.....	134
7	ЛИТЕРАТУРА.....	140
8	ПРИЛОГ 1.....	147



Биографија .....	164
Изјава о ауторству .....	165
Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада .....	166
Изјава о коришћењу .....	167

## СПИСАК СЛИКА

Слика 2.1 Фундаментални ГИРА модел, [18] .....	12
Слика 3.1 Графички приказ разлика између класичних и фази скупова .....	23
Слика 3.2 Графички приказ дискретног (лево) и континуалног (десно) фази скупа .....	24
Слика 3.3 Висина фази скупа $A$ .....	25
Слика 3.4 Графички приказ нормализованог (лево) и субнормализованог фази скупа (десно) .....	25
Слика 3.5 Конвексан (лево) и неконвексан (десно) фази скуп .....	26
Слика 3.6 Језгро и носач фази скупа $A$ .....	27
Слика 3.7 Графички приказ уније и пресека два фази скупа .....	28
Слика 3.8 Функција припадности симетричног фази броја .....	30
Слика 3.9 Трапезоидни фази број .....	31
Слика 3.10 Тростраони фази број .....	31
Слика 3.11 Гаусов фази број .....	32
Слика 3.12 Пример хијерархије са три нивоа .....	37
Слика 3.13 Пресек између $S_a$ и $S_b$ [13] .....	49
Слика 3.14 Фази логички оператори [76] .....	55
Слика 3.15 Графички приказ фазификовања реалне улазне променљиве $a$ .....	56
Слика 3.16 Метода одсецања .....	58
Слика 3.17 Метода скалирања .....	58
Слика 3.18 Дефазификација методом центар масе .....	63
Слика 3.19а График излазне функције припадности .....	63
Слика 3.19б Површ испод графика излазне функције припадности након дељења на подобласти .....	64
Слика 4.1 Дијаграм тока методологије истраживања .....	76
Слика 4.2 ТФБ који описују релативну важност ФР .....	78
Слика 4.3 Лингвистичке променљиве а) вредност ликвидираних штета и б) одговарајући нормализовани ТФБ .....	83
Слика 4.4 Лингвистички изрази за описивање: а) учесталост штета и б) одговарајућих нормализованих ТФБ .....	87

Слика 4.5. Лингвистички изрази за описивање: а) рација штета и б) одговарајућих нормализованих ТФБ .....	90
Слика 4.6 Језички изрази и одговарајући ТрФБ за описивање нивоа ризика.....	94
Слика 5.1 Пондерисане нормализоване вредности лингвистичких променљивих L2, M3 и K4 .....	113
Слика 5.2 Кретање броја и износа штета по годинама настанка на нивоу узорка .....	120
Слика 5.3 Бројно стање осигураника који су у посматраном периоду од 10 година у најмање 7 година имали пријављених штета .....	121
Слика 5.4 Кретање просечног броја и износа насталих штета по осигураницима у периоду од 2010. до 2019. године .....	122
Слика 5.5 Просечне вредности рација штета осигураника на нивоу узорка.....	123
Слика 5.6 Подаци о просечним вредностима рација штета, прогнози, горњим и доњим вредностима прогнозе рација за наредни период од 3 године .....	124
Слика 5.7 Процентуално учешће нивоа ризика клијената.....	125

## СПИСАК ТАБЕЛА

<i>Табела 2.1 Резиме 10 најважнијих достигнућа у анализи ризика, у периоду од 1980. до 2010. године</i> .....	17
<i>Табела 3.1 Фази импликације</i> .....	34
<i>Табела 3.2 Вредности случајног индекса RI [53]</i> .....	44
<i>Табела 3.3 Троугаона фази скала [34]</i> .....	47
<i>Табела 3.4 Кратак преглед литературе у вези са ФАХП методе</i> .....	51
<i>Табела 3.5 Фази АКО-ОНДА правила</i> .....	65
<i>Табела 4.1 Домен ФР износ насталих штета</i> .....	82
<i>Табела 4.2 Домен ФР број насталих штета</i> .....	85
<i>Табела 5.1 Анкета</i> .....	105
<i>Табела 5.2 Фази матрица ризика</i> .....	114
<i>Табела 5.3 Ниво ризика сваког осигураника</i> .....	116
<i>Табела 5.4 Укупан број и износ насталих штета по годинама, у посматарном периоду, за све осигуранике</i> .....	119



## ЗАХВАЛНОСТ АУТОРА

*Ова докторска дисертација представља резултат вишегодишњег истраживања у области индустријског инжењерства. Користим ову прилику да изразим своју захвалност и поштовање свима који су, на било који начин, допринели да ова дисертација буде што квалитетније урађена.*

*Са посебним задовољством желим да изразим највећу захвалност ментору, др Мирјани Мисити, редовном професору Машинског факултета у Београду, за свестрану и несебичну помоћ, истраживачку слободу и корисне савете током израде ове дисертације. Искрену захвалност дугујем свим члановима комисије за оцену и одбрану докторске дисертације за драгоцене сугестије и савете за време израде докторске дисертације.*

*Посебну захвалност желим да искажем професорки др Данијели Тадић, редовном професору Универзитета у Крагујевцу, Факултет инжењерских наука, од које сам много тога научила и чији су ми савети значајно олакшали рад на изради докторске дисертације.*

*Нарочито сам захвална мом супругу, Ивану, као и мојим родитељима, на стрпљењу и разумевању, што су ме подржавали, веровали и били уз мене свих ових година. Захваљујем се и драгим пријатељима који су имали разумевање за моју посвећеност изради дисертације.*

*У Београду, 2024. године*

*Јелена Лукић*





*Посвећујем ову докторску дисертацију у знак сећања на мог ДЕДУ, Лазара Русова, знајући колико би био поносан на овај моменат и који би, да је са нама, делио моју радост и понос.*

*Посвећујем ову докторску дисертацију и својим синовима Илији и Петру у нади да ће наставити стопама свога прадеде.*

# 1 УВОД

Повећање ефективности пословања представља један од најважнијих задатака како оперативног тако и стратегијског менаџмента. Један од начина остварења овог циља је смањење нивоа ризика реализације пословних процеса у условима неизвесности.

Глобална финансијска кретања као и начин на који се она одражавају на српском тржишту, несумњиво са собом носе одређене ризике пословних процеса. Све учесталији катастрофални догађаји прете да угрозе стабилност тржишта, могу да доведу до појаве нових фактора ризика или до повећања вредности постојећих фактора ризика што за последицу може имати смањење ефективности пословања и може угрозити дугорочну стабилност предузећа. Да би се дејство фактора ризика на остварење пословних циљева елиминисало или смањило, неопходно је да се изврши њихова идентификација, анализа и у складу са добијеним резултатима, промена стратегије пословања.

Предмет истраживања дисертације представља: (1) одређивање потенцијално критичних пословних процеса у условима фази окружења; (2) развој модела који интегрише теорију фази скупова и вишекритеријумску анализу за одређивање тежине фактора ризика; (3) у експерименталном делу истраживања одређује се скуп фактора ризика према којима се оцењују клијенти у осигуравајућој компанији; (4) развој модела за одређивање нивоа ризика на нивоу сваког клијента који је заснован на фази логичким правилима.

Опсег истраживачког проблема реализује се кроз кораке који су надаље приказани.

У првом кораку се врши идентификовање фактора ризика. Суштина пословања осигуравајућих компанија је мерење ризика у глобалном процесу управљања ризицима на тржишту. Оцена ризика, осигуравајућих компанија, је у основи функција две променљиве интензитета и бројности штета. У овом раду уведен је и трећи фактор ризика, рацио штета, који по мишљењу аутора има значајан утицај за одређивање нивоа ризика на нивоу сваког клијента. Рацио штета је основни показатељ суштине осигурања, као први показатељ довољности наплаћене премије и укупном агрегатном износу штета, као однос насталих осигураних штета и зарађене премије. Па се самим тим могу сматрати репрезентативним. Према искуству најбоље праксе изабрани ФР су адекватни улазни параметри модела, јер се

профитабилност осигуравајуће компаније мери основним показатељима: фреквенцијом и финансијским ефектима штета, зарађеном премијом и рациом штета.

У другом кораку дефинишу се лингвистички искази и њима коресподентни фази бројеви којима се описују релативне важности фактора ризика. Процена релативне важности фактора ризика постављена је као фази групни проблем одлучивања. Агрегирање процена доносилаца одлука у јединствену оцену, извршено је применом развијене процедуре. Вектор тежина је добијен применом Фази Аналитичког Хијерархијског процеса у којем је обрада неизвесности заснована на проширеној анализи.

У трећем кораку вредности разматраних фактора ризика описане су помоћу унапред дефинисаних лингвистичких исказа. Треба подвући, да су лингвистички искази дефинисани за сваки фактор ризика, посебно, према искуству најбоље праксе. Домени фази бројева којима се моделирају унапред дефинисани лингвистички искази су дефинисани на скупу реалних бројева на основу података из евиденције. Да би вредности фактора ризика биле упоредиве, неопходно је било извршити нормализацију.

У четвртом кораку одређује се укупни фактор ризика на нивоу сваког клијента применом правила фази алгебре. Применом методе момента добија се прецизна вредност укупног фактора ризика на нивоу сваког клијента.

У петом кораку дефинишу се лингвистички искази којима се описује ризик пословања који је придружен сваком клијенту са респектовањем свих разматраних фактора ризика као и њихових тежина. Треба напоменути да се домени фази бројева којима се моделирају нивои ризика преклапају, јер не постоји довољно знања нити података из евиденције како диференцирати нивое ризика.

У шестом кораку конструише се матрица ризика која је заснована на фази АКО-ОНДА правилима. На овај начин, планирање у осигуравајућој компанији се значајно побољшава чиме се обезбеђује остварење постављених циљева а самим тим и опстанак осигуравајуће компаније.

Практична корист од истраживања биће доказана кроз примену модела на реалним подацима добијеним из осигуравајуће компаније која послује на територији Републике Србије.

**Опсег истраживачког проблема** обухвата примену предложеног модела за утврђивање потенцијално критичних процеса у условима фази окружења са примером примене у којој мери ниво ризика осигураника, може утицати на ниво ризика осигуравајуће компаније.

Експериментални део ће бити реализован на подацима добијеним из осигуравајуће компаније која послује на територији Републике Србије. Планира се и истраживање резултата пословања осигуравајуће компаније после примене предложеног модела.

*Значај истраживања* је унапређење и имплементација модела за анализу ризика пословних процеса у условима неизвесности. Применом модела могу се одредити клијенти који имају највећи утицај на повећање нивоа ризика пословања. Пројектовање новог модела за управљање ризицима у условима неизвесности представља основу за рационалније одлуке од стране менаџера за управљање пословним процесима. Теоријски допринос се мери у погледу развоја области индустријског инжењерства.

## 1.1 НАУЧНИ ЦИЉ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

Научни циљ докторске дисертације је успостављање модела за анализу ризика реализације дефинисаних циљева пословних процеса. Циљ рада је утврдити ниво ризика на основу кога ће се донети одговарајуће одлуке, које ће утицати како на повећање ефикасности пословања тако и на дугорочну одрживост пословних процеса. Предложено решење, као резултат овог истраживања, је универзално и може се прилагодити за анализу других проблема управљања у различитим областима.

Подциљеви (парцијални циљеви) разматраног циља су:

- Одређивање скупа фактора ризика који се разматрају у проблему анализе ризика пословања пословних процеса;
- Описивање неизвесности које егзистирају у моделу, у смислу релативне важности и вредности фактора ризика као и нивоа ризика, лингвистичким променљивама које су моделиране коришћењем теорије фази скупова;
- Одређивање тежине фактора ризика, који је постављен као задатак фази групног одлучивања. Одређивање вектора тежина фактора ризика применом ФАХП;
- Описивање вредности фактора ризика лингвистичким терминима; Број и домени фази бројева, којима се квантитативно представљају вредности фактора ризика, одређени су од стране доносиоца одлука који своје процене заснивају на искуству и подацима из евиденције;

- Одређивање нивоа ризика на нивоу сваког клијента, које је одређено применом модификованог модела, који је заснован на фази логичким правилима;
- Редесинисање планова, које треба да доведе до повећања ефикасности пословања.

Реализација дефинисаног циља у овој докторској дисертацији оствариће се кроз реализацију његових парцијалних циљева.

## 1.2 ПОЛАЗНЕ ХИПОТЕЗЕ

У овој докторској дисертацији полази се од следећих основних хипотеза:

- Неизвесности у погледу релативног значаја фактора ризика, њихове вредности и нивои ризика могу се описати лингвистичким исказима који се моделирају коришћењем теорије фази скупова.
- Вектор тежина фактора ризика може да се одреди на егзактан начин коришћењем фази аналитичког хијерархијског процеса
- Нивои ризика пословних процеса, респектујући више фактора ризика као и њихове тежине, могу се одредити на егзактан начин коришћењем фази логичких АКО-ОНДА правила.

У дисертацији ће бити пројектован математички модел за утврђивање нивоа ризика пословних процеса. Модел је заснован на фази логици за одређивање матрице ризика потенцијално критичног пословања. Резултати добијени применом овог модела омогућиће менаџменту да редесиниса процес планирања што ће довести до смањења ризика пословања, а истовремено до повећања ефикасности планирања.

## **2 ПРИКАЗ ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА У ОБЛАСТИ АНАЛИЗЕ РИЗИКА ПОСЛОВНИХ ПРОЦЕСА**

За савремено управљање организацијама, у динамичном пословном окружењу, главни аспект чини анализа ризика пословних процеса. Брз и огроман развој светског економског тржишта често има за последицу усложњавање и раст пословних процеса, као и неретко супротстављене захтеве и потребе корисника. С обзиром на то да су све захтевнији и комплекснији захтеви са којима се суочавају организације, неопходно је ефикасно уочавање, процена и управљање ризицима да би се одржала предност и постигли пословни циљеви. С тим у вези, суштина је дефинисати критичне факторе успеха за управљање и унапређивање самих пословних процеса на основу којих би се побољшало што је могуће више сегмената пословних организација. Да би се ризици избегли, предупредили, смањили или ублажили, неопходно је да руководствени систем предузећа изврши њихову идентификацију, анализу и процену. У вези са тим, непрестано се развијају и напредују истраживања на пољу анализе ризика пословних процеса да би се развиле нове методологије и приступи за идентификацију и минимизацију ризика за евалуацију будуће финансијске ефикасности пословних процеса.

Анализа, моделовање и управљање ризиком један су од приоритетних сегмената пословних процеса. Због свеобухватне примене, теорија ризика захтева иновативне приступе, технологије и теорије на основу којих би се смањио ризик сложених система управљања. Овакав вид развоја, кроз ефикасне системе високих перформанси за управљање ризицима, омогућава даљи економски раст.

Кључни изазов са којим се суочавају аналитичари и доносиоци одлука је третман неизвесности у моделима ризика. Овај изазов је остао једно од водећих питања науке о ризику и може се пратити уназад до раних покушаја квантификације ризика [31]. С тим у вези, аналитичари ризика су током времена користили све комплексније методе за процену и описивање величине ризика и неизвесности. Доста истраживачких напора уложено је у изучавање

предиктивног моделирања ради прецизнијег предвиђања и мерења ризика. Међутим, упркос великим количинама доступних података, остаје недостатак прецизности у карактеризацији величине, корисности и робусности података [43]. Упркос значајном напретку у дугој историји науке о ризику, неизвесност је и даље део сложеног и динамичког окружење ризика. Зато се аналитичари ризика и даље улажу своје напоре у решавање питања укључивања неизвесности у динамичке моделе ризика, док се доносиоци одлука стално суочавају са еволуирајућим и високо изазовним условима.

Анализа ризика или процена ризика у ИСО терминима (Међународна Организација за стандардизацију 2009), има за циљ да идентификује негативне сценарије који могу да се десе, њихову вероватноћу, начин на који се могу проценити и шта се може учинити да би се ублажили или зауставили. Термин „ризик“ је кључна реч у контексту управљања ризиком, који се обрађује у многим ИСО стандардима. Индустијски стандарди, посебно ИСО стандарди, су алати које користе организације/менаџери за управљање својим ризицима, пратећи њихова упутства у складу са њиховим захтевима. Према ИСО 31000 (Међународна организација за стандардизацију, 2018 б) ризик је дефинисан као „Утицај неизвесности на циљеве“ а управљање ризиком се дефинише као „Координисане активности за усмеравање и контролу организације у погледу ризика“ [9]. ИСО 31000 даље дефинише управљање ризиком као процес који се састоји од шест главних активности: (1) комуникације и консалтинга; (2) утврђивања контекста; (3) процене ризика; (4) третмана ризика; (5) праћења и прегледа; и (6) евидентирања и извештавања [9]. Процена ризика се даље дели на идентификацију ризика, анализу ризика и процену ризика. Анализа ризика укључује разумевање ризика, разматрање узрока и извора ризика, описивање позитивних и негативних последица и процену вероватноће да до тих последица може доћи. Анализа ризика је стога критичан део управљања ризиком, ако се ризик третира тако да се њиме може управљати на одговарајући начин. Препорука ИСО 31000 је да се, на систематичан, транспарентан и веродостојан начин, у управљање, стратегију и процесе предузећа интегришу поступци за управљање ризиком [9].

Досадашња истраживања, модели и приступи у области анализе ризика пословних процеса значајно су допринела њиховом разумевању као и омогућили организацијама да једноставније и боље разумеју како различите фазе њихових процеса могу бити изложене ризицима као и да ефикасно одговоре на те ризике. Мада, уз више него значајан досадашњи напредак остаје велики изазов и мноштво неразјашњених питања анализе ризика пословних процеса.

Циљ и делокруг овог одељка је да се представе доприноси, теоријска достигнућа и концепти, квантификације, управљање и моделирање несигурности у вези са анализом ризика. Следи преглед научних радова у оквиру актуелних истраживачких трендова у анализи ризика пословних процеса.

У истраживању [66], Thabet и аутори обрађују концептуализацију, имплементацију и емпиријску евалуацију е-БПРИМ-а, који је проширење методе интегрисаног управљања пословним процесима-управљање ризиком (Business Process -Risk Management-Integrated Method-BPRIM). Овај рад има велики теоријски допринос јер показује да је вишевидно моделирање надмашује дијаграмски приступ употребљивости и ефикасности моделирања, као и квалитета модела. Уз то је направљени алат за моделирање јавно доступан, чиме се постиже његова употреба у пракси Р-БПМ (Risk-aware Business Process Management R-BPM). Детаљна концептуализација која је приказана у раду, може служити као упутство за примену вишевидног моделирања.

Adelsberger [1] указује да на сигурност функционисања пословних процеса у великој мери утичу проблеми управљања ризицима. За управљање и функционисање система, менаџерима је неопходно да знају са којом сигурношћу и до ког нивоа ће се неки процес одвијати према плану, као и када и како може доћи до угрожавања континуитета и самосталности одвијања процеса. Такође, аутор наводи да управљањем ризицима као засебним процесом, се може постићи сигурније реализовање пословних процеса у складу са планом. Adelsberger сматра да се променом било ког елемента који утиче на величину процене ризика мења и величина самог ризика, па је из тог разлога неопходно формирати процес за управљање ризицима који ће бити у складу са ISO 9001:2000.

Vjörnsdóttir је у оквиру студије [9] спровео истраживање колико су добро ИСО стандарди усклађени са најсавременијом литературом о управљању ризицима и које су смернице дате о кључним елементима управљања ризиком. Осамнаест ИСО стандарда који се односе на управљање ризиком, у погледу терминологија и упутства за управљање ризиком, обрађени су у оквиру ове студије. Ревидиране су све промене и истраживања о ИСО стандардима за управљање ризицима у периоду од 2014. до 2020. године. Резултати студије потврђују да је за само пословање од све већег значаја менаџмент ризиком, као и да је велика мана индустријских стандарда недостатак смерница о предузимању анализа ризика. ИСО стандарди система менаџмента и смернице нису усклађени са научном литературом о ризику и нису



прикладне за управљање ризиком који произилази из сложених интеракција и појавног понашања које је инхерентно у данашњим социотехничким системима. Установљено је да је термин ризик, у ИСО стандардима, описан на 44 различита начина што представља проблем, јер да би концепт стандардизације добро функционисао терминологија мора бити јасна и разумљива. Такође је показано да у ИСО стандардима не постоји јединствена дефиниција/опис анализе ризика, као и да се у већини испитаних стандарда мало пажње посвећује моделима за управљање ризицима (осим у ИЕЦ 31010). У раду је уочена контрадикција између тога да постоје општи и практични стандарди о управљању ризиком, као и да се у сложеној интеракцији човека и система истовремено покушавају дати детаљна упутства, о одговарајућим методама и пружи подршка у идентификацији и анализи ризика. Само се у ИСО 31000 директно третира ова врста ризика, наглашавајући важност идентификације ризика и стављајући акценат на узимање у обзир фактора попут величине, сложености и повезаности ризика. Резултати ИСО истраживања показују смањење сертификације (и употребе) неких ИСО стандарда што указује на неопходност прилагођавања ИСО стандарда пословним потребама.

Камил је са сарадницима у раду [30] предложио вероватносни модел заснован на Бајесовим мрежама за утврђивање неизвесности у динамичкој анализи ризика. Овај модел за решавање недоследности, конфликтности и недоречености стручних мишљења, је спој теорије доказа са Бајесовим мрежама. У моделу се комбинује стечено знање из различитих субјективних извора, као и пружање тачности у процени вероватноће настанка ризико-сценарија. Теорија доказа се користи у решавању несигурности која настаје услед нејасноће и делимичног непознавања вероватноћа претходно стечених основних догађаја. Процена вероватноће коришћењем Бајесових мрежа, захтева тачне основне вероватноће догађаја, које су често добијене из мишљења стручњака. Таква субјективна мишљења су често недоследна, а понекад и конфликтна и/или непотпуна. Предложеном методологијом приказано је у којој мери би процена ризика могла бити спроведена када није доступно довољно информација о процесном систему. Коришћена је студија случаја из стварног живота за валидацију предложеног модела и резултати упоређени са онима који су добијени коришћењем детерминистичког приступа.

Лукас сматра да је менаџерима ризика широм света потребан концепт за евалуацију и управљање ризицима, који с једне стране обезбеђује интеграцију друштвених различитости и мултидисциплинарних приступа, а са друге стране, институционалне рутине и

стандардизоване праксе [46]. Овај нови изазов управљања ризиком је праћен појавом новог концепта ризика, под називом системски ризици. У периоду од 2000. до 2003. године спроведен је међународни пројекат о новим системским ризицима чији су закључци сублимирани у књизи о међусекторској анализи управљања ризицима у 21. веку [37]. Овај термин означава уграђивање било каквог ризика у шири контекст друштвених, финансијских и економских ризика и могућности. Системски ризици су производ дубоких и брзих технолошких, економских и друштвених промена. Одликују их висока сложеност, прекогранични ефекти, стохастички односи и нелинеарни узрочно-последични обрасци и често им се не посвећује довољно пажње. Постоји цео спектар системских ризика од природних опасности до сајбер безбедности. Њихови негативни ефекти су често распрострањени и ван поља очигледних примарних области штета. Ortwin Renn се бави интегративним концептом ризика укључујући критеријуме евалуације, различите класе ризика и одговарајуће стратегије управљања системским ризицима [47]. У раду се тврди да је потребан делиберативни приступ за управљање ризиком и креирање политике у управљању ризиком за спречавање, ублажавање и контролисање системских ризика.

У пракси, на проблем који се разматра обично утиче неколико различитих ризика и углавном, доносиоци одлука више брину о укупном ризику него о појединачним ризицима. Уместо да се ризици агрегирају, врше се мерења или рангирања различитих појединачних ризика. Постојећа истраживања су се фокусирали на процену појединачних ризика уз помоћ матрица ризика и истраживачи су приметили неке препреке у агрегирању ризика матрицама ризика. Иако је агрегација ризика важно питање у управљању ризиком, агрегација ризика применом матрица ризика, остаје нерешена упркос њиховој широкој употреби. Chunbing уводи методу за превазилажење ових препрека коришћењем квантитативне и нормализоване матрице ризика [17]. Фази теорија је коришћена за агрегацију различитих ризика. Велика је пажња посвећена припадностима у матрицама ризика, што је уједно и важан сегмент фази скупова. Слично фази скуповима, матрице ризика се користе у фази окружењима где не постоје прецизни подаци о последицама и вероватноћи и ослањају се на субјективну процену доносиоца одлука [40]. У матрици ризика мапирања две улазне променљиве су у суштини АКО-ОНДА правила, што је слично фази АКО-ОНДА правилима, која су основ фази логике. Предложен је метод којим се мери припадност било ког квантитативног ризика у оквиру рејтинга тог ризика. У овом раду ризик се посматра као производ последице и вероватноће. Овде уведена метода не служи само у сврху добијања укупног ризика сценарија, већ је применљива у случајевима када је потребна

општа процена ризика када неколико стручњака даје своја индивидуална мишљења о ризику. У раду се полази од два појма неагрегираности матрице ризика (квалитативни опис улаза) и неупоредивости различитих врста ризика. Прво питање је у ствари тачност дизајна матрица ризика. Очигледно, резултати агрегације неколико ризика ослањају се на тачну дефиницију појединачних ризика. Међутим, чак и у квалитативној матрици ризика, доносиоци одлука не класификују произвољно последице или вероватноћу у одређеном опсегу. Они то раде на основу когнитивног критеријума који се ослања на искуство или знање. Да би проценили озбиљност ризика применом матрице ризика, доносиоци одлука субјективно процењују последице и вероватноћу настанка ризика, а матрица ризика даје оцену ризика означену одређеном бојом. Пошто су матрице ризика у суштини квалитативни алати за управљање ризиком, аутори су мишљења да би требало усвојити неке друге алате који би помогли у дизајнирању прецизније матрице уместо да се само ослањају на субјективне судове. Аутори сматрају да је кључни корак агрегације матрице ризика трансформација матрице ризика у фази скупове. Конкретно, предложен је нормативни оквир који се састоји од анализе припадности, композиције и дефазификације. Главно питање, и основа других корака, је како добити функцију припадности удела одређеног ризика у матрици ризика. Предложеном трансформацијом матрице ризика у фази скупове, отклониле би се неке забуне на које се наилази у процесу агрегације. Агрегација је одрађена уз помоћ Монте Карло симулације, након које се сваком сценарију различитих ризика додељује фази скуп. Дефазификација затим трансформише фази бројеве у крисп вредности које представљају величину агрегације ризика у различитим сценаријима. Коначно рангирање крисп вредности ризика одражава релативну озбиљност сценарија где су агрегирани различити ризици. Друго питање у раду је разматрано кроз односе између различитих ризика и претпоставка је да су сви ризици независни (што некада у пракси и није случај). Корелације између различитих ризика се требају изражавати квантитативно јер је проблем постављен у фази окружењу. У раду је представљен и илустративни пример на коме је показана изводљивост методеза извештавања о рангирању агрегираних ризика различитих сценарија.

Требало би да анализа ризика буде симетрична, у смислу да се приликом доношења одлука процењује који се ризици могу повећати, а који смањити. Понекад ће мера осмишљена да смањи један ризик повећати друге ризике до те мере да ће укупан ефекат бити мање повољан од предвиђеног. Да би се избегле овакве реакције, требало би да проценитељи и менаџери ризика што је могуће уједначеније процењују различите ризике. Међутим, није увек

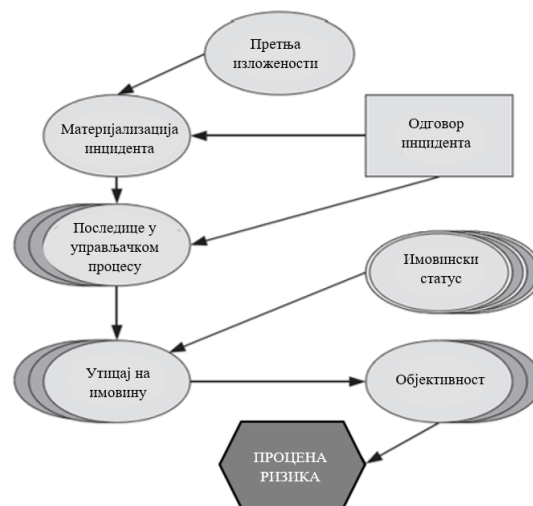
једноставна имплементација такве симетрије. Hansson наводи и разматра пет значајних проблематика о процени доношења одлука, као и ризика на које ће и на који начин та одлука утицати [24]. Закључна разматрања овог рада су:

- могуће је уједначеније проценити различите ризике;
- потребно је уз ризике у разматрањима укључити различите бенефите и недостатке (поређење ризика уз занемаривање повезаних користи може довести до озбиљних грешака);
- доносиоци одлука могу легитимно приоритетизовати ризике који су под њиховом контролом и директном одговорношћу;
- тражити решења која чине непотребним штетне компромисе између ризика;
- проблем несамерљивости се не решава искључивањем финансија из анализа.

Seno-Alday истражује различите начине на које су људи (тј. људски фактори) укључени у постојећим студијама о ризицима [55]. Прелиминарни преглед литературе показује да процес анализе ризика подлеже пристрасности и људској грешци. У раду је објашњено да аналитичари ризика не треба само да развијају моделе који могу боље да обухвате несигурност, већ да управљају сопственим хеуристикама и предрасудама уместо што их одбацују, узимајући у обзир и неочекиване резултате. Овакав приступ признаје неизвесност својствене самом процесу анализе ризика и погрешивости људи као аналитичара ризика. Студија наглашава потребу за примену више различитих приступа у анализи ризика који су дизајнирани тако да се супротставе пристрасности аналитичара ризика, као и да се развију модели који се боље носе са неизвесношћу у процесу анализе ризика. Овај рад је сублимација истраживања научника и студената Друштва за анализу ризика Аустралије и Новог Зеланда (SRA-ANZ) о утицају и улози људи у анализи ризика у пракси.

Већина постојећих метода које се баве анализом ризика имају фокус само на ризицима са којима се процес/систем суочава у току свог „животног века“. Међутим, не постоји експлицитна метода за анализу ризика током трајања инцидента. Приступ попут лептир машине (bow-ties) и анализе стабло грешака (Fault tree analysis) пружају поуздане информације о покретачима и ескалацији инцидента, али не покривају процену ризика. Матрице ризика обухватају целокупан процес анализе ризика; међутим, превише им је поједностављен приступ процени ризика. Соусе-Виеира је у раду представио Општи модел инцидентне анализе ризика (General Model for Incident Risk Analysis-GIRA), који формализује процес анализе ризика од

инцидената кроз дијаграм утицаја [18]. Циљ је да се обезбеди модел подршке одлучивању који генерише поуздане информације о ризику и побољшава процену ризика од инцидената. На Слици 2.1 приказан је ГИРА фундаментални модел кроз дијаграм утицаја који обухвата процес анализе ризика за цео ланац инцидента. Посебности чворова зависе од њиховог типа, и с тим у вези може се десити да постоји неколико (у нумеричком смислу) чворова за један тип чворова. На пример, материјализација инцидента може довести до неколико истовремених последица и стога је неопходно креирати један чвор по сваком типу последице. Поред тога, светлији чворови представљају део описа ризика у анализи ризика од инцидената, док тамнији представљају део процене ризика. Модел се може поделити на поједностављене међусобно повезане подмоделе.



Слика 2.1 Фундаментални ГИРА модел, [18]

ГИРА, као дијаграм утицаја, пружа графички приказ који олакшава разумевање узрочно-последичних односа у анализи ризика од инцидената. Веома је погодан за анализу осетљивости, параметара и шта-ако анализу. Поред тога, ГИРА модел омогућава да се утврде ризици који могу настати на основу информација о претњама, одговорима, рањивости, статусу имовине и изведених ескалирајућих догађаја. Укључивањем времена истека, овај модел чини делотворним у реалном времену без непотребне сложености. ГИРА, не користи само један циљ, али помаже у смањењу елемената које заинтересоване стране треба да упореде, користећи објективне чворове који синтетишу вероватноћу и озбиљност ризика. Ово је еквивалентно ономе што матрице ризика обезбеђују још у вишеструком циљу мода. Поред тога, ГИРА обезбеђује чвор за евалуацију који подржава употребу одлуке по више критеријума

и методе оптимизације. ГИРА се може поједноставити на верзије које личе на комуникацијску једноставност матрица ризика без губитка било које од аналитичких способности комплетног ГИРА модела.

Бајесове мреже (БМ) могу синтетизовати различите врсте знања и експлицитно узети у обзир вероватноће различитих сценарија, стога се могу разматрати као користан алат за анализу ризика. Успостављање обима, контекста и критеријума је једнако кључно у процесу управљања ризиком као и у развоју БМ модела у анализи ризика за подршку одлучивању. Бајесове мреже су свестран и моћан оквир за моделирање сложених система као и за доношење одлука под неизвесношћу. Процес развоја БМ модела за анализу ризика и подршку одлучивању је добро усклађен са ИСО (2018) за процес управљања ризиком, са комуникацијом, праћењем и прегледом као својим саставним деловима. Иако живимо у добу богатом подацима, у анализи ризика, немамо и никада нећемо имати довољно података да проценимо све потенцијалне будуће догађаје, ризике или прилике. Стога ће развој модела ризика увек захтевати како податке тако и стручне уносе. Структура и параметри БМ могу се добити на основу података или од стручњака, а најчешће су комбинација једног и другог. Бајесове мреже су тип вероватносног модела који се састоји од 1) усмереног ацикличног графа који дефинише условне зависности између варијабли (често званих чворовима) и 2) јачина и облик ових зависности квантификованих условним вероватноћама. Напеал је указано на значај и могућност примене БМ у анализи ризика, као потенцијалан алат за моделирање у условима неизвесности [23]. Изградња модела БМ у раду је поједностављена кроз два итеративна корака: (1) развој структуре и (2) параметризација. Такође су у чланку идентификоване студије у којима су БМ коришћени у разним контекстима анализе ризика као и обим, технички аспекти и употреба модела и њихових резултата. Показано је да последњих година велика примена БМ у анализи ризика, као и да постоји простор за развој и имплементацију модела и праксе партиципативног моделирања.

Аутсорсовање пословних процеса (Business process outsourcing-БПО) омогућава организацијама да побољшају оперативне способности, скрате време одговора и омогуће стратешку вредност. У студији [36] је извршена идентификација и рангирање фактора ризика БПО из перспективе добављача и клијената (ради поређења), коришћењем Делфи методе. Истраживање идентификује листу од 68 фактора ризика за БПО које опажају продавци и клијенти, као и факторе ризика на првом месту које опажају продавци. Ови фактори су

категоризовани у шест димензија ризика (организационо окружење, клијент, сложеност, уговор, извршење и добављач). Налази указују да су продавци забринути не само за ризике који утичу на њихов посао, већ и за оне који могу утицати на посао клијената. Међутим, продавци се више фокусирају на клијенте и ризике извршења, док клијенти више обраћају пажњу на ризике добављача и организационо окружење. Ово истраживање доприноси постојећој литератури не само истраживањем најбоље ранжираних ризика из перспективе продаваца, већ и откривањем сличности и разлика у перцепцији продаваца и клијената у вези са ризицима БПО.

Са клауд рачунарством, интернетом, друштвеним медијима, брзим складиштењем и претрагом, итд, предузећа имају приступ невиђеном броју и разноврсности података. У финансијским, корпоративним и другим системима доношење одлука појединац/регулатор може се заснивати на анализи ризика великих база података чиме се могу постићи изванредни резултати. Choi је испитао различите области у којима је разматрано значење великих база података као подршка анализи ризика [16]. Дискусија о анализи ризика помоћу великих база података је класификована у неколико тематских области: транспорт, логистика и инфраструктура, временске прилике и природни ресурси, економија и индустријски системи и безбедносни и социјални проблеми. За сваку област, представљени су истакнути научни радови и испитане различите предложене будуће смернице истраживања.

Камерон [12] наводи метод који има за циљ тумачење и примену принципа предострожности у смањењу ризика. Принцип предострожности даје смернице за бављење неизвесностима које утичу на ризик као процену, када се морају предузети одлуке о управљању ризиком. Постоји више начина дефинисања принципа, као што је у потенцијално опасним ситуацијама када се идентификују ефекти који настају из појава, производа или процеса. Потребно је усвојити мере за њихово спречавање, чак и тамо где научна евалуација не дозвољава да се са довољном сигурношћу утврди ризик; мере треба да буду сразмерне величини ризика и жељеним нивоом заштите (Commission of the European Communities, 2000). Информације које произилазе из анализе ризика и концепата као што су несигурност, довољна сигурност, превенције и жељеног нивоа заштите, представљени су као фази скупови који се користе у оквиру стратегије чији је циљ да се изабере предострожна вредност вероватноће која смањује могућност потцењивања ризика. Процес је добро дефинисан, субјективност се може кодирати фази скуповима, а сви резултати су квантификовани тако да чине лакше поређење између



различитих опција. Широко спектар различитих критеријума оптимизације, укључујући само превенцију, могу бити употребљени. У овом раду принцип предострожности је имплементиран у оквиру стратегије за смањење могућности потцењивања непознатог ефективног ризика, због неизвесности у процени вероватноће. Описана стратегија може се посматрати као поједностављени пример процеса одлучивања из предострожности, квантификујући његове примене и формални приступ таквим проблемима. Нумеричке вредности вероватноћа су приказане фази скуповима чије су функције припадности Гаусове криве. Такође је оптимизована функција доносиоца одлука, којом се показује да доносиоц одлуке сматра потпуно оптимизованим све вредности које су ниже или једнаке израчунатој вероватноћи за коју се сматра да је ризик прихватљив. Изнад те добијене вредности могући избори су мање оптимални и иде се до тога док не буду потпуно неприхватљиви.

Данашњи процесни приступ се темељи на применама контроле квалитета, потребом за што ефективнијим и ефикаснијим начином управљања, сагледавањем самог пословног процеса као и енормном развоју информационих технологија. Moradi-Moghadam и остали [42] сматрају да се коришћење процесних приступа повећало због све већег броја предузећа која су усвојила ИСО 9001 и TQM. Такође истичу да је ефикасност процеса ниво до ког је постигнут циљ и утврђује се поређењем постигнутих и планираних вредности процеса и остварених резултата.

Jeston и остали [27] наводе да је стратешки циљ сваког предузећа је управљање пословним процесима (Business Process Management-BPM) које се постиже анализом, контролом, праћењем, мерењем како резултата тако и перформанси процеса, у складу са захтевима менаџмента и окружења. Све то има за циљ дефинисање кључних индикатора успеха за побољшање пословања у оквиру различитих сегмената предузећа.

Процена и управљање ризицима као научна област успостављена је пре 30–40 година. Развијени су принципи и методе за концептуализацију, процену и управљање ризиком. Ови принципи и методе и данас у великој мери представљају темељ ове области. У раду [4] је дат преглед свих теоријских напредака, као и приказ практичних модела и процедура управљања ризицима, са посебним фокусом на основне идеје на којима се они заснивају. Посебан акценат је на трендовима у перспективама и приступима. Такође су дате смернице о томе где је потребан даљи развој поља ризика. Рад је пријемљив широком спектру читалаца, од оних са (ни)мало искуства у анализи ризика до стручњака из те области.



Greenberg [21] је приказао преглед најважнијих достигнућа у анализи ризика за два временска раздобља, од 1980. до 2010. године и од 2011. до 2019. године. Такође је идентификовао 10 потенцијалних изазова у анализи ризика за период од 2020. до 2030. године, Табела 2.1.

Табела 2.1 Резиме 10 најважнијих достигнућа у анализи ризика, у периоду од 1980. до 2010. године

Постигнућа	Објашњења
<i>Теорија:</i> Какав је ефекат утицаја и поверења на понашање и перцепцију ризика	Иницијални одговори су вођени емоцијама и искуствима, а не детаљном делиберативном проценом. Утицај на перцепцију јавности, понашање и преференције је дубок и задржава се чак и када се суочи са делиберативном проценом.
<i>Теорија:</i> Личне одлуке одражавају различите процесе вредновања и одмеравања очекиваних и стварних губитака, добитака, кашњења и изненађења	Тенденција људи је да придају већи значај блиској будућности и губицима него даљој будућности и потенцијалним добицима. Теорија перспективе се широко користи за предвиђање јавних и институционалних одговора на опасности високог и ниског ризика.
<i>Теорија:</i> Развој етике еколошке правде и оквири	Несразмерни су утицаји на сиромашне и угрожене; теорије животних средина са применама повезују анализу ризика са социјалном правдом и многим предложеним акцијама владе и бизниса
<i>Метод:</i> Формалне анализе несигурности у ризику процена	Примена Бајесових метода у процени ризика омогућава аналитичарима да више разумеју импликације предложених акција управљања ризиком у виду смањења опасности, на примеру нуклеарних електрана, подземних нуклеарних складишта и других питања.
<i>Метод:</i> Изградња капацитета и оквира за примену вишеобјектног одлучивања за доношење сложених одлука	Одлуке треба да узму у обзир економске, социјалне утицаје, као и утицаје на животну средину. Долази до генерисања аналитичке хијерархије, развоја података, вишеструких атрибута и неколико других алата за управљање вишеструким ризицима.
<i>Метод:</i> Измена постојећих регионалних и економских утицаја на алата за процену	Експанзија локалних, регионалних, националних и међународних скупова података (мерено радним местима, домаћим производом, порезима и другим економским метрикама) омогућава аналитичарима да процене економске последице спречавања опасних догађаја и опоравак од њих
<i>Примене:</i> Процена вероватноће догађаја спектром реалних опасности од могућих догађаја	Показало се да су пречесто једноставни одговори уједно и погрешни одговори. Јасан правац у коме треба ићи је да се доносиоцима одлука у области јавног здравља и унутрашње безбедности омогуће реалније процене ризика физичких, биолошких, нуклеарних и хемијских опасности према различитим околностима, уграђивањем неизвесности у симулације.
<i>Примене:</i> Интелигентни агентски модели у тероризму	За доносиоце одлука, који су задужени за заштиту људи и њихових средстава, изазов су информисани противници. Користећи стручне процене, аналитичари

ризика су изградили моделе који повезују претње, рањивости и последице могућих терористичких претњи.

*Примене:*

Комуникациони ризик

Само објашњање јавности о ризицима неће нужно променити колективне или појединачне ставове. Зато је фокус на развијању порука које нуде практичне савете о томе шта је ризик, шта може да се уради у случају опасности која се догодила или би могла да се догоди.

*Примене:* Правне и регулаторне одлуке о ризику

Анализа ризика се одвија у свету где су различита приватна и јавна регулаторна тела овлашћена да делују у своје или име шире јавности. Зато је за аналитичаре важно наглашавање тежине доказа и формирање науке о ризику.

Други део рада се односи на неизвесност, анализу ризика великих база података, дубље понирање у хазарде и брзо настајућих питања у вези са анализом ризика. Злоупотребом великог броја података могу се обманути доносиоци одлука. Да би се избегли обмањујући исходи, морају се разумети ограничења великих података и основне анализе ризика. У раду се наводи да ће у перспективи анализе ризика бити најзаступљеније следеће теме: пандемије, ратови, климатске промене, инфраструктурни системи; економски, друштвени и политички диспаритети; ментално здравље омладине; пораст популације; глобализација, дигитализација; аутоматизација која утиче на становништво у индустријском и постиндустријском смислу; повећање отпорности биолошких агенаса на пестициде, отпорност на антибиотике... Закључак аутора је да ће наредна деценија бити посвећана ризицима и њиховима анализама, уопште.

Да би се обавили пословни процеси, неопходно је да организације обраде велику количину података чиме се повећава њихова зависност од информационих технологија. Огромна количина информација које организације обрађују учинила је управљање безбедношћу информација сложеним задатком. Оквири за безбедност информација пружају смернице, стандарде и захтеве за успостављање процедура, политика и процеса за сваку организацију. Ово може помоћи у смањењу сложености управљања безбедношћу информација. Рад [7] пружа општи увид у најновије верзије оквира NIST CSF, ISO/IEC 27001:2022 и MAGERIT као и упоређивање њихових карактеристика за идентификовање, процену и третман ризика. Рад такође анализира и дискутује о кључним карактеристикама сваког оквира, што треба да олакша разматрање било ког од ових оквира за управљање ризиком сложених производних организација.



Светска глобализација доводи и до глобализације ризика, њихове дистрибуције као и до сумирања ризика и хазарда, са последицама које нису до краја предвидиве. Упркос развоју вештачке интелигенције, чија је главна примена предвиђање будућих догађаја, на дневној бази се појављују непредвиђене ситуације и догађаји, које за појединца или пословни процес, имају више или мање штетних ефеката. Нови савремени ризици су последице напретка науке, технике, индустрије, миграција, климатских промена, итд. Због тога би нови ризици требало да имају највећи приоритет јер за њих не постоје адекватне и ефикасне мере контроле.

## **3 ТЕОРИЈСКИ ОКВИР ЗА МОДЕЛИРАЊЕ И ОБРАДУ НЕИЗВЕСНОСТИ**

У овој глави дата су: (1) објашњења појма неизвесност, (2) основна разматрања о теорији фази скупова, (3) проширење АХП са типом 1 фази бројева и (4) фази логичка правила закључивања.

### **3.1 МОДЕЛИРАЊЕ НЕИЗВЕСНОСТИ**

Повећање ефективности пословања представља један од најважнијих задатака како оперативног тако и стратегијског менаџмента. Један од начина да се то оствари је смањење нивоа ризика пословања. У условима сталних промена није могуће прецизно одредити вредности фактора ризика, па стога проблем процене ризика постаје знатно сложенији. Промене у пословном свету, пре свега у домену политике и економије, доводе до повећања неизвесности у пословању свих организација, а посебно у области осигурања.

Пословне организације и сви који су заинтересовани за развој услуга настоје да користе савремене математичке и статистичке методе за проучавање и анализу интерних и екстерних индикатора ризика пословних процеса. Коефицијент губитка је витални индикатор који се користи за мерење учинка и предвиђање будућих пословних губитака и многи кључни процеси, попут цене коштања, зависе од тога. Стога, што прецизнија одређивања нивоа ризика омогућавају доношење што је могуће исправнијих одлука. Сама категоризација и процена нивоа ризика је основ будућег преузимања ризика у пословним процесима и зато је неопходна његова правилна идентификација и класификација.

Велики је акценат на проблемима процене нивоа ризика у условима неизвесности. Проблематика је углавном у исправности избора модела и субјективним проценама. У пословним процесима, попут осигурања, присутни су проблеми велике сложености који су засновани на експертској процени на основу искуства, уместо на прецизним обрачунима.

Оцена ризика је сложен процес који је не тако ретко, заснован на индивидуалним проценама и закључцима. Пречесто су подаци на основу којих је потребно предвидети неке показатеље у пословним процесима непрецизни и непотпуни, што има за последицу да су сами показатељи засновани на интуицији и експертским знањима. За потребе обраде неизвесних, непоузданих, вишезначних и неодређених података неопходних за поуздану квантификацију ризика, фази логика и фази скупови дају математички приступ за моделовања таквих података приликом подршке у одлучивању. Како многобројне неизвесности егзистирају у одређивању нивоа ризика, многи експерти сугеришу да је неопходно комбиновати методе за процену нивоа ризика са теоријом фази скупова. Потенцијали, подстицаји и бенефити фази логике су бројни поготово за одређивање нивоа ризика пословних процеса у условима неизвесности. Фази окружење пружа могућност управљања ризицима који немају квантитативан модел као и дефинисање улазних нумеричких параметара на основу знања експерата. Експертска искуства дефинишу методе за одређивање фази модела као и фази правила.

Вођен идејом да су људи способни за доношење одлука без прецизних и нумерички тачних информација, Задех, је пре више од три деценије, развио концепт фази логике [67, 68]. С тим у вези, приказао је фази логику као начин обраде података уз појам делимичног припадања скупу. Прави значај и примена фази логике у одлучивању и управљању системима, постигнут је тек са развојем рачунарских алата. Теорија фази логике се показала корисном када је потребно донети одлуку на основу искуства, интуиције и субјективне процене од стране доносиоца одлука. Једноставна примена фази логике је управо у коришћењу квалитативних описа из свакодневног говора. Различити типови нејасноћа, непрецизности и неизвесности се довољно добро описују лингвистичким променљивим којима се додељују различите нумеричке вредности са одређеним степеном припадања [44, 67, 68, 69].

Приближно резонување су управо омогућили фази скупови и фази логика. Припадање фази скупу дефинисано је са одређеним степеном сигурности. Односно, на основу нејасних чињеница могу се донети нове чињенице, са одређеним степеном извесности. Са друге стране, неке променљиве са одређеним степеном неодређености могу се моделирати применом теорије вероватноће. Због тога постоји честа забуна између фази концепта и вероватноће. Вероватноћа, у смислу неизвесности у фази системима се назива нестатистичка неизвесност и не треба је мешати са статистичком вероватноћом. Статистичка неизвесност је заснована на законима вероватноће, док је нестатистичка неизвесност заснована на неодређености,

непрецизности и/или двосмислености. Статистичка вероватноћа се односи на посматрање догађаја који тек треба да се деси, као и на доношење закључака о томе колика је шанса да ће се исти и десити. Степени извесности, код статистичке вероватноће, имају смисла само пре него што се реализује догађај. Уколико се десио догађај са познатим исходом онда више нема смисла говорити о вероватноћи, јер она више не постоји.

Значај теорије фази скупова и фази логике може омогућити ефикасан процес доношења мање ризичних одлука. Односно, обезбедити апарат за утврђивање нивоа ризика за доношење одлука у условима неизвесности према чему би се планирали пословни процеси.

### 3.1.1 Основна разматрања о теорији фази скупова

Појам фази скупа је уведен као генерализација класичних скупова, проширивањем кодомена карактеристичне функције припадности (eng. *membership function*). Код класичних скупова припадање елемента неком класичном скупу

$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid \forall x \in U\}$  је прецизно дефинисано. Функција припадности  $\mu_A(x)$  којом се описује степен припадности неког елемента  $x$  класичном скупу  $A$ , над универзалним скупом  $U$ , је прецизно дефинисано и узима само једну од две вредности, 0 или 1 [8]:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (3.1)$$

Уколико скуп  $\{0, 1\}$  заменимо интервалом  $[0, 1]$ , тада функција припадности  $\mu_A(x)$  постаје „расплинута“. Ако се дефинише да карактеристична функција узима вредности из интервала  $[0,1]$  онда концепт припадности више није обичан већ постаје фази (у смислу делимичног припадања), на основу чега се долази до дефиниције функције припадности фази скупа.

**Дефиниција 1.** [8] Функција припадности фази скупа, у ознаци  $\mu$  је пресликавање  $\mu: U \rightarrow [0,1]$ , где је  $U$  универзални скуп.

Класични скупови представљају скупове елемената истих својстава, док су фази скупови, скупови елемената сличних својстава. Код фази скупова неки елемент може делимично да припада скупу.

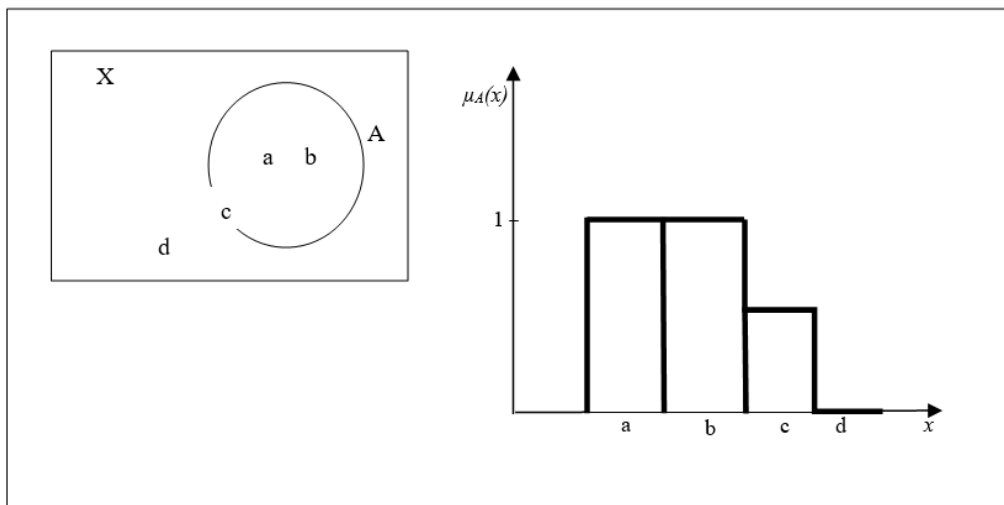
**Дефиниција 2.** [8] Нека је  $X$  класичан подскуп универзалног скупа  $U$ , који може бити коначан или бесконачан. Фази скуп  $A$  је дефинисан са:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, 0 \leq \mu_A(x) \leq 1\} \quad (3.2)$$

где је  $\mu_A(x)$  карактеристична функција припадности фази скупа  $A$ , која додељује елементу  $x$  степен припадности скупу  $A$ .

Дакле, из приложеног се види да је фази скуп  $A$  скуп уређених парова  $(x, \mu_A(x))$ , где је  $x \in A$ , а  $\mu_A(x)$  вредност карактеристичне функције за елемент  $x$ . Сваки фази скуп је у потпуности и на јединствен начин одређен својом функцијом припадности. Основна карактеристика фази скупова је што функција припадности није строго дефинисана и њена формулација и улазни параметри зависе од искуства доносиоца одлука. Доносиоци одлука дефинишу начин на који функција припадности пресликава неки простор у интервал. Већа вредност  $\mu_A(x)$  представља већи степен припадности.

На Слици 3.1 приказана је разлика између класичних и фази скупова.



Слика 3.1 Графички приказ разлика између класичних и фази скупова

Фази скуп може бити дефинисан над дискретним или реалним доменом. С тим у вези, дискретан фази скуп је када је скуп над којим је дефинисан универзалан, коначан, у супротном је континуалан. Ако је универзални скуп  $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  дискретан, онда је запис фази скупа над тим простором следећи:

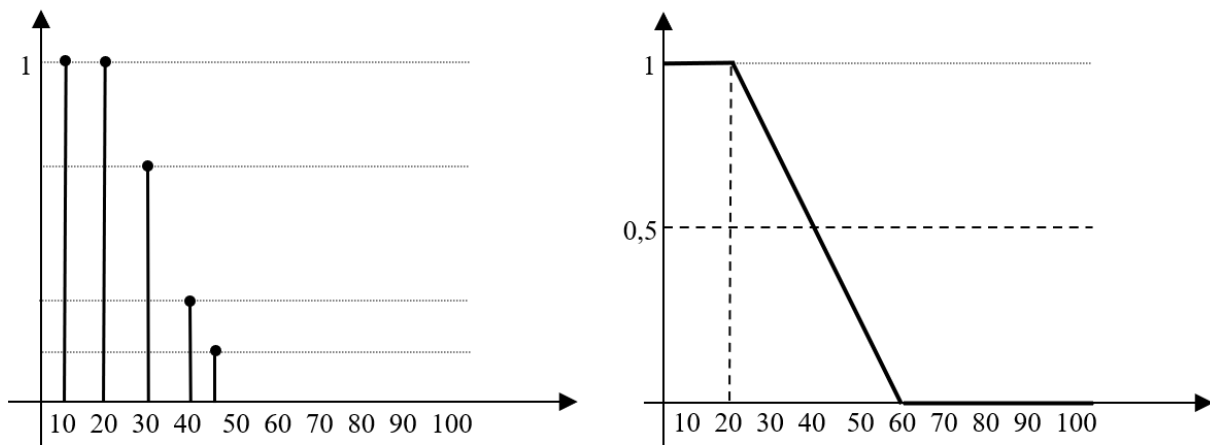
$$A = \left\{ \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} \right\} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}. \quad (3.3)$$



Запис континуалне репрезентације фази скупа  $A$  који је дефинисан над реалним доменом  $U$ , је:

$$A = \left\{ \int_{x \in U}^a \frac{\mu_A(x)}{x} \right\}. \quad (3.4)$$

Математички записи (3.3) и (3.4) представљају унију или набрајање пребројиво/непребројиво много елемената са својствима: елемент  $x_1$  припада фази скуп  $A$  са мером  $\mu_A(x_1)$ , елемент  $x_2$  припада фази скуп  $A$  са мером  $\mu_A(x_2)$ , итд. С тим у вези симболи „+“,  $\Sigma$ , „-“,  $\int$  не представљају математичке операције.



Слика 3.2 Графички приказ дискретног (лево) и континуалног (десно) фази скупа

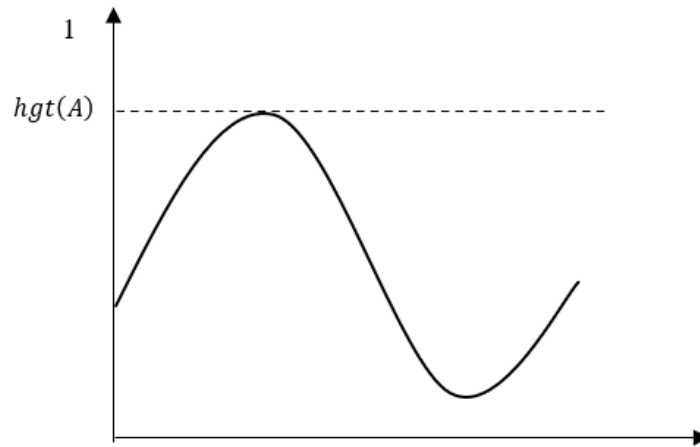
### 3.1.2 Основне особине фази скупова

**Дефиниција 3.** [67, 73] Висина  $hgt(A)$  фази скупа  $A$  је супремум функције припадности

$$hgt(A) = \sup_{x \in U} \mu_A(x). \quad (3.5)$$

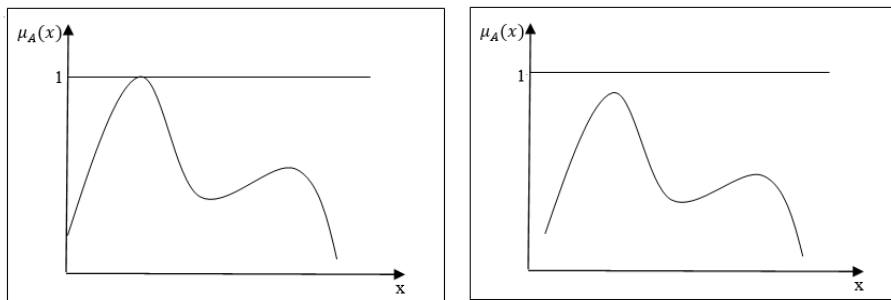
Ако фази скуп  $A$  има коначно много елемената, висина фази скупа је максимум функције припадности

$$hgt(A) = \max_{x \in U} \mu_A(x). \quad (3.6)$$



Слика 3.3 Висина фази скупа  $A$

**Дефиниција 4.** [67, 73] Фази скуп је нормализован ако постоји барем један елемент такав да је вредност карактеристичне функције за тај елемент једнака јединици. У супротном фази скуп се назива субнормализован.

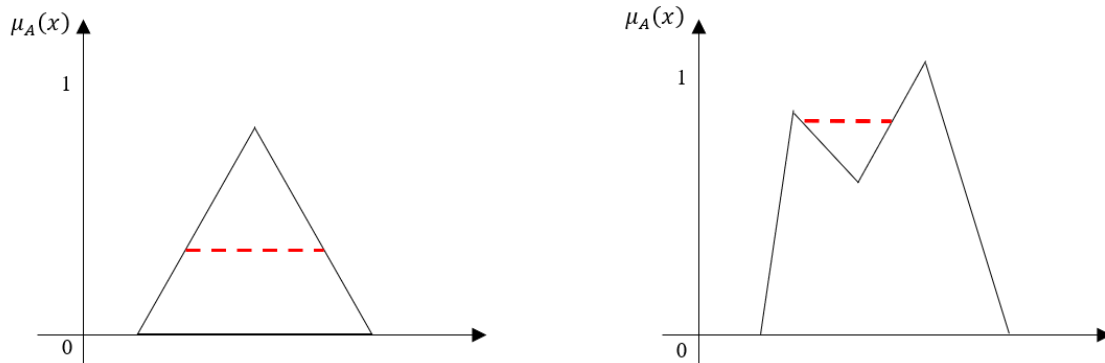


Слика 3.4 Графички приказ нормализованог (лево) и субнормализованог фази скупа (десно)

Субнормализован фази скуп се може једноставним процесом, операцијом нормализације, трансформисати у нормализован скуп. Операција нормализације подразумева да се све вредности степена припадности, поделе највећим степеном припадности за тај скуп.

**Дефиниција 5.** [67, 73] За фази скуп кажемо да је конвексан, ако за било које  $\lambda \in [0,1]$  важи:

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)), x_1, x_2 \in U \} \quad (3.7)$$



Слика 3.5 Конвексан (лево) и неконвексан (десно) фази скуп

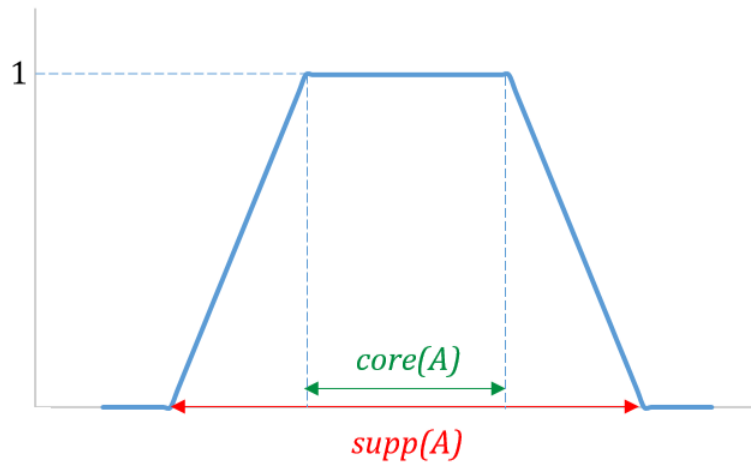
Из дефиниције 5 и са Сlike 3.5 се види да ако узмемо два елемента  $x$  и  $y$  из конвексног фази скупа, и спојимо их једном дужи, вредност функције припадности за ма коју тачку те дужи мора бити већа или једнака минимуму функција припадности елемената  $x$  и  $y$ . Интуитивно, конвексност значи да дуж која спаја било које две тачке неког скупа мора у целости да припада посматраном скупу. На слици 3.5 десно, се јасно види да то својство не важи, док је на графику са леве стране наведено својство испуњено.

**Дефиниција 6.** [67, 73] Језгро  $core(A)$  фази скупа  $A$  је класичан скуп свих елемената  $x \in U$  таквих да је вредност функције припадности једнака 1, односно

$$core(A) = \{ x \in A \mid \mu_A(x) = 1 \}. \quad (3.8)$$

**Дефиниција 7.** [67, 73] Носач  $supp(A)$  фази скупа  $A$  је класичан скуп свих елемената  $x \in U$  чије су вредности функције припадности веће од нуле, односно

$$supp(A) = \{ x \in A \mid \mu_A(x) > 0 \}. \quad (3.9)$$

Слика 3.6 Језгро и носач фази скупа  $A$ 

### 3.2 ОСНОВНЕ ОПЕРАЦИЈЕ НАД ФАЗИ СКУПОВИМА

Операције над фази скуповима су уопштење операција над класичним скуповима и њихове формулације су дефинисане преко функција припадања. Следи преглед основних операција над фази скуповима, с тим у вези нека је  $U$  универзални скуп, а скупови  $A$  и  $B$  фази скупови дефинисани са

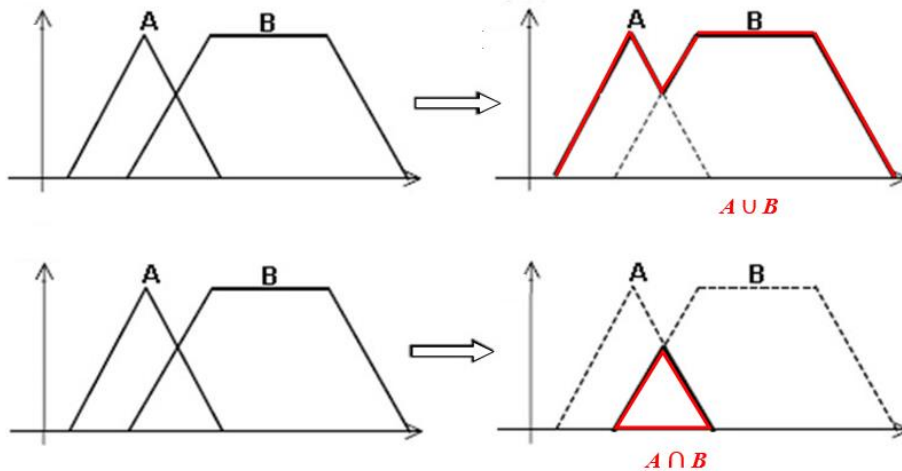
$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \}, \quad \mu_A(x) \in [0,1]$$

$$B = \{ (x, \mu_B(x)) \}, \quad \mu_B(x) \in [0,1].$$

**Дефиниција 8.** [67, 73] За фази скупове  $A$  и  $B$ , унија и пресек су дефинисани на следећи начин:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{ (\mu_A(x), \mu_B(x)), \forall x \in U \} \quad (3.10)$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{ (\mu_A(x), \mu_B(x)), \forall x \in U \}. \quad (3.11)$$



Слика 3.7 Графички приказ уније и пресека два фази скупа

**Дефиниција 9.** [67, 73] Кажемо да су фази скупови  $A$  и  $B$  једнаки, ако и само ако за  $\forall x \in U$  важи:

$$\mu_A(x) = \mu_B(x). \quad (3.12)$$

**Дефиниција 10.** [67, 72, 73] Фази скуп  $A$  је подскуп фази скупа  $B$ , ако за  $\forall x \in U$  важи:

$\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ . Фази скуп  $A$  је прави подскуп фази скупа  $B$ , ако за  $\forall x \in U$  важи:

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \text{ за } \forall x \in U$$

$$\mu_A(x) < \mu_B(x), \text{ за бар једно } x \in U. \quad (3.13)$$

**Дефиниција 11.** [67, 73] За дати фази скуп  $A$ , функција припадности за комплемент  $A^c$  скупа  $A$  дефинише се као:

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x), \text{ за } \forall x \in U. \quad (3.14)$$

**Дефиниција 12.** [67, 73] За фази скуп  $A$  његов  $\alpha$ -пресек,  $A^\alpha$ , је класичан скуп елемената  $x$  који припадају фази скупу  $A$  са степеном припадности барем  $\alpha$ :

$$A^\alpha = \{ x \mid x \in X, \mu_A(x) \geq \alpha, \alpha \in [0,1] \}. \quad (3.15)$$

На овај начин се дефинише граница степена припадности, односно не узимају се у разматрање елементи чији је степен припадности строго мањи од  $\alpha$ .

### 3.2.1 Лингвистичке променљиве и фази бројеви

Лингвистичке променљиве представљају речи говорног језика као што су веома мало, мало, средње итд и управо се теоријом фази скупова могу дефинисати на егзактан начин. Њихово прецизно представљање се постиже дефинисањем фази скупова, односно одговарајућих функција припадности.

Свака лингвистичка променљива се интерпретира као фази број и дефинисана је основном променљивом чије су вредности реални бројеви. Лингвистичка променљива узима вредност из скупа термина који чини скуп ознака којима се додељују фази скупови над истим доменом, фази релацијом са карактеристичном функцијом  $\mu_A(x)$ . Свака лингвистичка вредност се може интерпретирати као ознака фази подскупа свеукупног говора чија је основна променљива нумеричка вредност. Односно, потребно је применити одговарајуће скале за трансформацију лингвистичких израза у реалне бројеви. Свака језичка променљива је дефинисана епитетима, а епитети нумеричком вредношћу елемената и степеном припадања [8, 67]. Лингвистички термини, чије дефинисање није једнозначно јер зависи од субјективности експерата, разликују се по типу и облику функције припадности. Функција припадности је функција једне променљиве, једноставног је облика и њоме се рачуна мера припадности фази скупу. Тип карактеристичне функције дефинише врсту фази скупа. У вези са тим, општа подела карактеристичних функција је на линеарне и нелинеарне.

**Дефиниција 13.** [72] Лингвистичка променљива је променљива чије вредности нису бројеви већ фразе говорног језика.

**Дефиниција 14.** [72, 73] Фази број  $A$  је конвексан нормализован фази скуп  $A$  реалне праве  $\mathbb{R}$ . Тада функција припадности фази броја  $A$  има следеће карактеристике:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \mu_L(x) & x_L \leq x \leq x' \\ 1 & x' \leq x \leq x'' \\ \mu_R(x) & x'' \leq x \leq x_R \\ 0 & \text{остало} \end{cases} \quad (3.16)$$

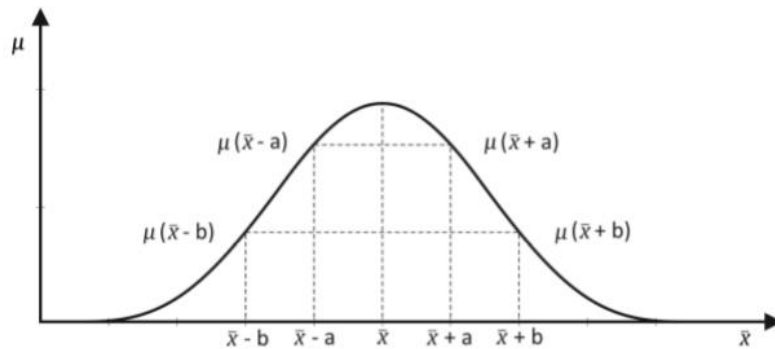
где:

$x \in \mathbb{R}, -\infty \leq x_L \leq x' \leq x'' \leq x_R \leq \infty, \mu_L(x): [x_L, x'] \rightarrow [0,1]$  је непрекидно растућа функција и  $\mu_R(x): [x'', x_R] \rightarrow [0,1]$  је континуално опадајућа функција.

**Дефиниција 15.** [72, 73] Вредност  $\bar{x}$  која показује максималан степен припадности  $\mu_A(\bar{x}) = 1$  се назива модална вредност фази броја  $A$ .

**Дефиниција 16.** [72, 73] Фази број је симетричан ако његова функција припадности задовољава

$$\mu_A(\bar{x} + x) = \mu_A(\bar{x} - x) \text{ за } \forall x \in \mathbb{R}. \quad (3.17)$$



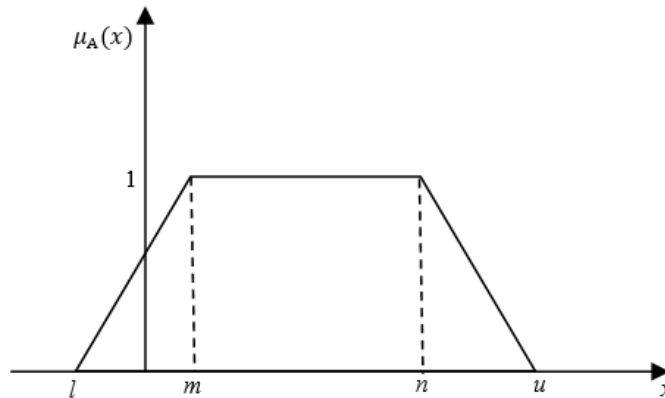
Слика 3.8 Функција припадности симетричног фази броја

Следи преглед неких основних типова фази бројева.

**Дефиниција 17.** [16] **Трапезоидни фази број**  $A$  на  $\mathbb{R}$  у ознаци ТрФН (Trapezoidal fuzzy number - TrFN) има линеарну функцију припадности  $\mu_A(x): \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$  која је дефинисана на следећи начин:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq l \\ \frac{x-m}{m-l} & l \leq x \leq m \\ 1 & m \leq x \leq n \\ \frac{u-x}{u-n} & n \leq x \leq u \\ 0 & u \leq x \end{cases} \quad (3.18)$$

где је  $l \leq m \leq n \leq u$ ,  $m$  и  $n$  представљају модалне вредности, а интервал  $[l, u]$  носач трапезоидног фази броја. Сваки трапезоидни фази број је потпуно одређен са четири параметара  $A = (l, m, n, u)$ . Графички приказ функције припадности трапезоидног фази броја је на слици 3.9.



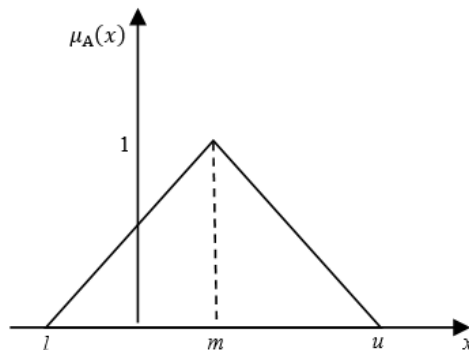
Слика 3.9 Трапезоидни фази број

Троугаони фази број  $A$  се може посматрати и као специјалан случај трапезоидног фази броја када је  $m=n$ .

**Дефиниција 18.** [15] **Троугаони фази број**  $A$  на  $\mathbb{R}$  у ознаци ТФН (Triangular fuzzy number-TFN) има линеарну функцију припадности  $\mu_A(x): \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$  која је дефинисана на следећи начин:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq l \\ \frac{x-m}{m-l} & l \leq x \leq m \\ \frac{u-x}{u-m} & m \leq x \leq u \\ 0 & x \geq u \end{cases} \quad (3.19)$$

Сваки троугаони фази број је потпуно одређен са три параметара  $A = (l, m, u)$ . Графички приказ функције припадности троугаоног фази броја је на слици 3.10.



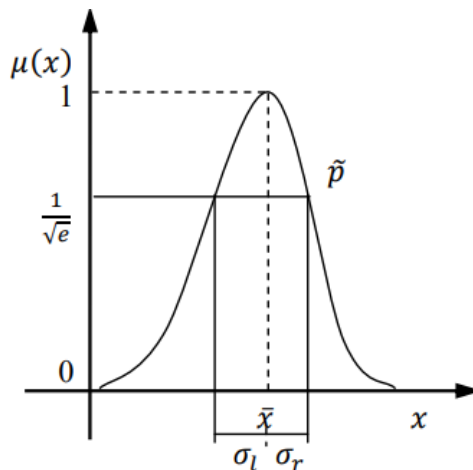
Слика 3.10 Троугаони фази број



Функција припадности троугаоног фази броја се састоји од два линеарна дела који се спајају у тачки максимума  $(m, 1)$ . Према томе, може се дефинисати леви, у ознаци  $A^l = (l, m, m)$ , и десни троугаони фази број  $A^r = (m, m, u)$ . Леви фази број описује појаве попут великог профита, великог ризика док десни фази број описује појаве попут малог профита, малог ризика итд.

**Дефиниција 19.** [15]: Гаусов фази број  $A$  на  $\mathbb{R}$  има функцију припадности,  $\mu_A(x)$ , облика Гаусове криве која је дефинисана на следећи начин:

$$\mu_{\tilde{p}}(x) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_l^2}} & x < \bar{x} \\ e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_r^2}} & x \geq \bar{x} \end{cases}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (3.20)$$



Слика 3.11 Гаусов фази број

Фази Гаусова крива је потпуно одређена параметрима  $(\bar{x}, \sigma_l, \sigma_r)$ , где је  $\bar{x}$  модална вредност фази броја, а  $\sigma_l$  и  $\sigma_r$  одступања са леве и десне стране која код Гаусове расподеле представљају стандардну девијацију. Са слике 3.11 се види да је функција припадности асиметрична, то се може сматрати недостатком јер је у неким системима симетричност од пресудног значаја.

На основу експертских искустава потребно је дефинисати и квази-Гаусов број, који се добија одсецањем Гаусовог фази броја за  $x \leq \bar{x} - 3\sigma_l$  и  $x \geq \bar{x} + 3\sigma_r$ . Ван тог интервала вредности

функције припадности  $\mu_{\tilde{p}}(x)$  фази броја  $\tilde{p}$  универзалног скупа  $\mathbb{R}$  су мање од 0,01 па се могу занемарити.

### 3.2.2 Фази релације

Релација у класичном смислу је веза елемената, док се под фази релацијом подразумева однос између елемената који важе у извесном степену. Код класичне релације акценат је на томе да ли постоји веза посматраних елемената, за разлику од фази релације, где је омогућено да елементи буду у релацији у одређеној мери. Фази релација се може сматрати уопштењем релације у класичном смислу, јер се темељи на идеји да је све повезано у одређеној мери.

Фази релација  $R$  је пресликавање Декартовог производа  $R \subseteq A \times B$  у интервал  $[0, 1]$ , где се јачина пресликавања изражава функцијом припадности релације  $\mu_R: A \times B \rightarrow [0, 1]$ .

**Дефиниција 20.** [8] Фази релација у форми  $R: A \Rightarrow B$ , се може дефинисати као бинарна релација два фази скупа  $A \in X$  и  $B \in Y$  као фази подскуп Декартовог производа  $X * Y$ . За коначне скупове релација  $R$  је описана биваријантном функцијом припадности  $\mu_R(x, y)$ :

$$R = A * B = \sum_{x,y} \frac{\mu_R(x, y)}{(x, y)}. \quad (3.21)$$

Функција припадности  $\mu_R(x, y)$  уређеном пару  $(x, y)$  додељује степен припадности, реалан број из  $[0, 1]$ , који показује у ком је степену релације  $x$  са  $y$ . Треба напоменути да  $\Sigma$  није математички оператор сумирања, већ представља све комбинације свих елемената. За разлику од класичне релације где је припадност број из скупа  $\{0, 1\}$ , фази релација се одређује мером припадности односно бројем из интервала  $[0, 1]$ .

**Дефиниција 21.** [8] (Уопштење дефиниције 21) Ако су  $A_1, A_2, \dots, A_n$  фази скупови дефинисани на универзалним скуповима  $X_1, X_2, \dots, X_n$  онда је Декартов производ фази скупова  $A_1 * A_2 * \dots * A_n$  фази релација у простору  $X_1 * X_2 * \dots * X_n$  са функцијом припадности  $\mu_{A_1 * \dots * A_n}(x_1, \dots, x_n) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{A_2}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(x_n)$  (3.22)

где симбол  $\wedge$  означава оператор минимума.

Функције припадности  $\mu_R(x, y)$  релације  $A \rightarrow B$  се могу дефинисати разним методама импликација у зависности од оператора који се користи. С тим у вези, у Табели 3.1 наведене су најзаступљеније импликације [32, 37, 59].

Табела 3.1 Фази импликације

Назив	Дефиниција
Минимум (Мамдани) импликација	$\min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$
Производ (Ларсен) импликација	$\mu_A(x) \mu_B(y)$
Dienes импликација	$\max(1 - \mu_A(x), \mu_B(x))$
Лукашевић (Lukasiewicz) импликација	$\max(1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(x))$
Задехова (Zadeh) импликација	$\max(\min(\mu_A(x), \mu_B(x), 1 - \mu_A(x)))$
Godel импликација	$\begin{cases} 1, & \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \\ \mu_B(x), & \text{иначе} \end{cases}$

Фази релације се могу комбиновати оператором композиције фази релација. Једна од значајнијих композиција фази релација код дискретних универзалних скупова над којима су дефинисани фази скупови је Задехова *max-min* композиција.

**Дефиниција 22.** [8] **Максимум-минимум композиција**

Ако су  $R$  и  $S$  фази релације у Декартовом простору респективно, композиција релација  $R$  и  $S$  је такође фази релација која је задата са *max-min* композицијом:

$$\mu_{R*S} = \left\{ \left[ \max_{y \in Y} (\mu_R(x, y) \wedge \mu_S(y, z)) \right], x \in X, y \in Y, z \in Z \right\}. \quad (3.23)$$

Израз (3.23) се може посматрати као производ две матрице, с тим да се под производом подразумева оператор минимума, а под појмом збира оператор максимума. Максимум-минимум композиција је најчешће коришћена композиција у фази системима закључивања.

У реалним проблемима неопходно је познавање фази релације, односно фази правило трансформисати у фази релацију. С тим у вези, нека су  $A$  и  $B$  фази скупови дефинисани над  $X$ ,  $Y$ , редом. Фази правило  $A \rightarrow B$  треба изразити помоћу фази релације између  $X$  и  $Y$ , односно треба интегрисати ове фази скупове у фази скуп који је дефинисан релацијом над  $X * Y$ . Ова релација зависи од тумачења импликације *АКО-ОНДА* (*If-Then*), а најзаступљеније тумачење је Мамданијевом методом која гласи:

**Дефиниција 23.** [50] Нека су  $a, b \in [0,1]$ ,  $A$  и  $B$  фази скупови дефинисани над  $X$  и  $Y$  онда је  $a \xrightarrow{R} b = a \wedge b = \min(a, b)$ , односно  $\mu_R(x, y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$ . (3.24)

У пракси се фази закључивање изводи са већим бројем правила која се паралелно извршавају. С тим у вези уопштење дефиниције 24 је:

**Дефиниција 24.** [50] За  $n$  паралелних правила која се тумаче помоћу везника „или”, њихове фази релације су дате са  $\tilde{R} = \cup_{i=1}^n R_i$ . Функција припадности ове фази релације је  $\mu_R = \max_i (\mu_{R_i}(x, y)) = \max_i (\min(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)))$ . (3.25)

Ово је *max-min* композиција, која је најчешћа за примену фази теорије на практичним проблемима.

Задех је дефинисао принцип проширења (*Extension principle*) који чини базни концепт теорије фази скопова и којим се модификује класична математичка релација тако да буде применљива на фази бројеве. Такође је показао да се принципом проширења могу дефинисати основне аритметичке операције са фази бројевима.

**Теорема - Задехов принцип проширења** [22]

Нека су  $A_1, A_2, \dots, A_n$  фази подскупови класичних скупова  $X_1, X_2, \dots, X_n$  са функцијама припадности  $\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)$  респективно. Нека је задато пресликавање  $f: X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \rightarrow Y$  такво да за  $\forall (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  важи  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \in Y$ . Тада је  $B = f(A_1, A_2, \dots, A_n)$  фази подскуп од  $Y$  чија је функција припадности

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_y \min \{ (\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)) \}, & \text{ако постоји } y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3.26)$$

Односно, слика неког фази скупа такође је фази скуп са функцијом припадности која се рачуна према принципу проширења (3.26)

Значај Задеховог принципа проширења је у могућности да се израчунају вредности свих функција чији су аргументи фази бројеви. Најприменљивије функције са фази бројевима су у ствари основне аритметичке операције. Принцип проширења се јавља када на основу задате неке функције и конкретне вредности из домена те функције помоћу пресликавања треба израчунати вредност функције из кодомена.

Нека су  $A = (l_1, m_1, u_1)$  и  $B = (l_2, m_2, u_2)$  задата два троугаона фази броја. Тада су основне алгебарске операције за ова два фази броја [29]:

$$1. (l_1, m_1, u_1) + (l_2, m_2, u_2) = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2) \quad (3.27)$$

$$2. (l_1, m_1, u_1) - (l_2, m_2, u_2) = (l_1 - u_2, m_1 - m_2, u_1 - l_2) \quad (3.28)$$

$$3. (l_1, m_1, u_1) : (l_2, m_2, u_2) = (l_1 : u_2, m_1 : m_2, u_1 : l_2) \quad (3.29)$$

$$4. \lambda \cdot (l_1, m_1, u_1) = (\lambda \cdot l_1, \lambda \cdot m_1, \lambda \cdot u_1) \quad (3.30)$$

$$5. (l_1, m_1, u_1)^{-1} = \left( \frac{1}{u_1}, \frac{1}{m_1}, \frac{1}{l_1} \right). \quad (3.31)$$

### 3.3 АНАЛИТИЧКИ ХИЈЕРАРХИЈСКИ ПРОЦЕС

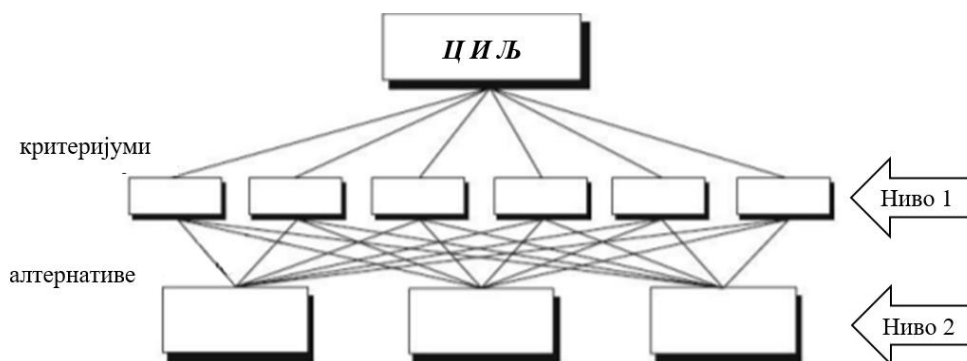
При сваком одлучивању, у условима неизвесности, неопходно је процес доношења одлука базирати на неизвесности без обзира на сложеност проблема. У том случају, доносилац одлука (ДО) треба да претпостави све могуће сценарије будућих догађаја. На основу прикупљених података врше се предвиђања која би требало да су временски независна и што је могуће тачнија. Одлука као резултат полазног проблема има за циљ постизања одређене финансијске добити. Доносиоци одлука могу бити појединци (инжењер, менаџер...) или група, са надлежношћу и одговорношћу за донешену одлуку. У зависности од сложености проблема који се решава, процес доношења одлука је низ радњи које захтевају анализу, припреме и

одређене активности од стране доносиоца одлука. Сама одлука, у смислу избора крајњег решења, не представља максимизацију постављених циљева, већ задовољавајуће решење.

У пракси, избор оптималног решења углавном не зависи само од једног критеријума. Стога, реални проблеми се могу реално представити као задаци више-критеријумског одлучивања. Оптималано решење је оно решење које на најбољи начин задовољава све постављене критеријуме. Усложњавање проблема настаје уколико су вредности критеријума изражени квантитативно и квалитативно. У литератури постоје бројни развијени модели више-критеријумске оптимизације. Један од најшеће коришћених је Аналитички Хијерархијски Процес (АХП) коју је развио [54].

### 3.3.1 Стандардни АХП

Решавања сложених модела одлучивања коришћењем АХП подразумева декомпозицију проблема у хијерархијску структуру која се састоји од циља, који је на врху, критеријума који су на нижим нивоима и алтернатива које се налазе на најнижем нивоу. Сваки ниво хијерархије се састоји од елемената који се међусобно пореде под утицајем нивоа изнад. Најчешће се формира хијерархија са три нивоа (Слика 3.12), а сама комплексност модела расте са порастом броја критеријума и алтернатива.



Слика 3.12 Пример хијерархије са три нивоа

АХП методом се полазни проблем може декомпоновати и решити парцијално, а уједињавањем добијених парцијалних решења се добија решење полазног проблема. Суштина процеса одлучивања методом АХП је да се за постављени проблем изабере најбоља алтернатива из

скупа унапред познатих алтернатива. Сам поступак доношења одлука састоји се од дефинисања проблема, утврђивање критеријума, формулисање веза модела и критеријума и избор алтернатива. Циљ методе је утврдити преферентност елемената најнижег нивоа (алтернатива) у односу на циљ, на основу чега се врши одабир најбоље алтернативе као решења полазног проблема.

Најзначајнији део формирања хијерархије одлучивања је одређивање фактора који ће чинити хијерархију и вредновање елемената хијерархије. Сви елементи се по паровима међусобно пореде у односу на сваки елемент из хијерархије на вишем нивоу. Степен поређења елемената истог нивоа хијерархије доносиоци одлука оцењују нумеричким вредностима које су елементи матрице. Матрица поређења, у оквиру истог нивоа хијерархије, има колико и доносиоца одлука и сматрају се подршком доносиоцима одлука јер омогућавају јаснији приказ проблема.

Донесиоци одлука пореде по паровима елементе истог нивоа хијерархије да би се:

- упоређивањем критеријума утврдило колико је један, у односу на други критеријум важнији за постизање циља
- упоређивањем алтернатива у односу на сваки критеријум проценило у којој мери је једна алтернатива у предности у односу на другу.

Свака матрица поређења генерише вектор тежина елемената тог нивоа хијерархије у односу на елемент вишег нивоа. Синтезом локалних тежинских фактора, од циља ка алтернативама, добија се вектор преферентности алтернатива у односу на циљ чиме се метода завршава, односно добија се предлог за избор најприкладније алтернативе.

Провера конзистентности, односно индекс конзистентности (Consistency Ratio - CR) рачуна се за сваку матрицу парова како би се утврдило да ли грешке доносиоца одлука утичу на решење проблема.

Процес решавања проблема АХП методом је заснован на аксиомама [25, 50]:

- *Аксиом реципрочности*

Ако је елемент  $i$ ,  $k$  пута значајнији од елемента  $j$ , тада је  $\frac{1}{k}$  пута елемент  $j$  значајнији од елемента  $i$ .

- *Аксиом хомогености*

Поређење има смисла само за упоредиве елементе.

- *Аксиом зависности*

Поређење се врши међу елементима једног нивоа у односу на елемент вишег нивоа (поређења зависе од елемента вишег нивоа).

- *Аксиом очекивања*

Било какава промена хијерархије повлачи поновно рачунање приоритета за нову хијерархију.

За  $n$  елемената истог нивоа, који се међусобно пореде у односу на један хијерархијски виши елемент, општи облик матрице поређења је [25, 50, 51]:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

где сваки елемент матрице  $a_{ij}$  представља однос тежина елемената  $i$  и  $j$  (односно значај поређења критеријума/алтернативе  $i$  у односу на критеријум/алтернативу  $j$ ). При томе је матрица реципрочна, важи да је  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$ , и  $a_{ij} = 1$ , за  $i = j$ , чиме се чува њена конзистентност.

Нека су са  $w_i$  и  $w_j$  означене локалне тежине елемената  $i$  и  $j$  у односу на надређени елемент, тада је вектор тежина који одговара матрици  $A$  облика  $w^T = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Суштина методе је утврђивање вектора  $w$ , за шта је неопходно дефинисати метрику поређења матрице  $A$  и њој коресподентне матрице  $W$  [25, 50, 51]:

$$W = \begin{bmatrix} w_i \\ w_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Елементи вектора  $w$  су релативне тежине оцењиваних критеријума/алтернатива у односу на циљ/критеријуме ( $w_i$  представља релативни тежинки коефицијент елемента  $i$ ), уз услов да је



$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$  за свако  $i$  и  $j$ . Вредности  $w_i$  и  $w_j$  су непознате тежине у односу на циљ које треба одредити, тако да матрица  $A$  представља најбољу могућу апроксимацију матрице  $W$ .

Saaty [54] је предложио да се за одређивање елемената вектора тежина  $w$  из матрице  $A$ , израчуна максимална сопствена вредност  $\lambda_{max}$  матрице  $A$ , где је  $n$  број критеријума.

$$\lambda_{max} = \sum_{i=1}^n \left( w_i \cdot \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} \right) \right). \quad (3.34)$$

Матрица  $A$  поређења критеријума  $\{K_1, K_2, \dots, K_n\}$  у односу на циљ се попуњава на основу препорука експерата [25, 50, 51, 54]:

$$A = \begin{matrix} & K_1 & K_2 & \dots & K_n \\ \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \frac{1}{a_{12}} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & 1 & \dots \\ \frac{1}{a_{1n}} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.35)$$

након чега се врши нормализација матрице поређења, односно

$$A' = \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \dots & \dots & a'_{ij} & \dots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots & a'_{nn} \end{bmatrix}; \quad a'_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}. \quad (3.36)$$

На основу познатих вредности  $a_{ij}$  треба за задатих  $n$  критеријума израчунати њихове тежине  $w_i, i = 1, \dots, n$  на основу познатог односа  $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$ . Припадајуће тежине, које треба израчунати, чине тежински вектор  $w$  (вектор приоритета), који је у ствари сопствени вектор матрице  $A$  [25, 50, 51, 54]:

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_i \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}; w_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}, \text{ за свако } j=1, \dots, n. \quad (3.37)$$

Након што се одреде матрице поређења критеријума у односу на циљ, потребно је одредити и матрице поређења алтернатива у односу на селектоване критеријуме као и њихове припадајуће тежинске векторе. Нека су дате алтернативе  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ . Квантитативне процене парова алтернатива у односу на одабрани критеријум могу се приказати матрицом  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ . Циљ методе је да се свакој од  $n$  алтернатива  $A_1, A_2, \dots, A_n$  придруже тежине  $w_1, w_2, \dots, w_n$  које су у ствари квантитативне процене. Поређењем парова алтернатива доносиоци одлука формирају матрице поређења, проценом релативне важности елемената истог нивоа рачунају се локалне тежине критеријума као и приоритети алтернатива. Укупни приоритети алтернатива су збир пондерисања локалних приоритета с тежинама свих чворова којима припадају. За сваку матрицу поређења у хијерархији одлучивања рачуна се параметар CR. Алтернатива која се узима као решење проблема је она којој CR не одступа од дефинисане границе и која је рангирана као прва односно, она којој одговара највећа вредност вектора приоритета.

Из матрица поређења се одређују локални вектори тежина елемената истог нивоа хијерархије у односу на надређени елемент из горњег нивоа помоћу неког од метода приоритизације. Постоји неколико метода за добијање вектора тежина [59]:

- Метод сопствених вредности (*Eigenvector Method*– EVM)
- Метод адитивне нормализације (*Additive Normalization Method*)
- Метод отежаних најмањих квадрата (*The Weighted Least Squares Method*)
- Логаритамски метод најмањих квадрата (*The Logarithmic Least Squares Method*)
- Логаритамски метод циљног програмирања (*Logarithmic Goal Programming Method*)
- Метод фази програмирања приоритета (*The fuzzy Preference Programming Method*).

У докторској дисертацији је примењен метод сопствених вредности за екстраховање вектора тежина из формираних матрица поређења [52]. Тражени вектор  $w$  се добија решавањем линеарног система

$$Aw = nw, w \neq 0,$$

у расписаној форми је:

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \frac{w_3}{w_1} & \frac{w_3}{w_2} & \dots & \frac{w_3}{w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}, \quad (3.38)$$

где је  $A$  матрица поређења,  $w$  њен вектор сопствених вредности,  $n$  број критеријума који се користи за израчунавање индекса конзистентности.

Како је матрица  $A$  реципрочна, позитивна и  $\text{rang}(A)=1$ , последица тога је да је само једна сопствена вредност матрице  $A$  различита од 0. С обзиром на то да су једнаке сума сопствених вредности матрице и сума вредности на дијагонали, максимална сопствена вредност матрице је  $\lambda_{\max}=n$  (услов конзистентности матрице  $A$ ). Имајући у виду ову чињеницу, једначина (3.39) постаје [52]

$$Aw = \lambda_{\max} w, \quad w \neq 0. \quad (3.39)$$

Вектор  $w$  је сопствени вектор придружен сопственој вредности  $\lambda_{\max}$ . Фактор  $\lambda_{\max}$ , где је  $n$  број критеријума се користи за израчунавање индекса конзистентности.

Израз (3.39) може се записати и

$$(A - \lambda_{\max} I) \cdot w = 0. \quad (3.40)$$

По дефиницији важи да је  $w \neq 0$  и према (3.40) следи да је  $A - \lambda_{\max} I$  сингуларна односно

$$\det(A - \lambda_{\max} I) = 0. \quad (3.41)$$

Према томе, тражење сопствене вредности матрице  $A$  своди се на налажење нула карактеристичног полинома матрице  $A$ .

Ако матрица  $A$  садржи неконзистентне процене, вектор тежина се добија решавањем једначине [52]

$$(A - \lambda_{\max} I)w = 0, \quad \text{уз услов } \sum w_i = 1, \quad \Rightarrow \quad (3.42)$$

$$Aw = nw \Rightarrow \sum_j a_{ij} w_j = n w_i, \Rightarrow w_i = \frac{1}{n} \sum_j a_{ij} w_j, \text{ за } i = \overline{1, n} \quad (3.43)$$

Како је [52]:

$$\sum_i a_{ij} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{w_j} \Rightarrow w_j = \frac{1}{\sum_i a_{ij}}. \quad (3.44)$$

Односно, тежина  $w_i$  сваке алтернативе понаособ је [52]:

$$w_i = \frac{1}{n} \sum_j \frac{a_{ij}}{\sum_i a_{ij}}. \quad (3.45)$$

Под неконзистентношћу се подразумевају разлике у одговарајућим елементима матрица  $A$  и  $W$ , односно одступање матрице  $W$  од матрице  $A$ , које се мери степеном конзистентности. Мерењем степена конзистентности прати се колико је субјективни утицај доносиоца одлука за свако поређење елемената у паровима.

Потребан услов конзистентности матрице је да су елементи матрице реципрочни у односу на главну дијагоналу, а довољан услов је да је сопствени вектор  $\lambda_{max}$  једнак димензији матрице [51]. Сопствени вектор је природна мера неконзистентности.

Сопствени вектор матрице  $A$  у ознаци  $\lambda_{max}$  се рачуна из матричне једначине [52]

$$A^{nor} \cdot \lambda = \lambda \cdot w, \quad (3.46)$$

где су елементи матрице  $A^{nor}$  добијени поступком линеарне нормализације матрице  $A$ , а  $w$  представља вектор тежина који одговара матрици  $A$  [49]. У расписаној форми, поступак за одређивање сопствених вредности је следећи.

Прво је потребно измножити матрицу поређења са тежинским коефицијентима, резултат производа означимо са вектором  $b$ , [52]:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Дељењем коресподентних елемената вектора  $b$  и  $w$  добија се сопствени вектор матрице [52]:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{b_1} \\ \frac{w_2}{b_2} \\ \vdots \\ \frac{w_n}{b_n} \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda_{max} = \max_{i=1, \dots, n} \lambda_i. \quad (3.48)$$

Степен конзистентности се рачуна на следећи начин [53]:

1. Прво се рачуна индекс конзистентности (Consistency Index - CI)

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n-1}, \quad (3.49)$$

где је  $\lambda_{max}$  максимална вредност матрице поређења  $A$  (3.32). Што је  $\lambda_{max}$  ближе  $n$  то је неконзистентност мања.

2. Затим се одређује случајни индекс конзистентности (Random Index of Consistency - RI) који зависи од реда матрице  $n$ , табела 3.2

Табела 3.2 Вредности случајног индекса RI [53]

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0,0	0,0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Из табеле се види да се индекс конзистентности примењује само за матрице генерисаних поређења реда  $n \geq 3$ .

3. На крају се радио конзистентности (Consistency Ratio - CR) рачуна користећи једначину

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (3.50)$$

Резултати су валидни уколико је CR до 0,10 (толерантни лимит), односно нема потребе за поновним прорачунима. За израчунати CR који није у опсегу, неопходно је поново извршити поређење [52]. Уколико матрица није конзистентна доносиоци одлука поново врше процене, односно доносе нове одлуке. Узима се да је максимални дозвољени степен конзистентности

за матрице 3x3, 0.05, за матрице 4x4 0.08, а за веће матрице 0,1 [50]. Међутим, у пракси се често дешава да је  $CR > 0.1$ , а да се изабрана алтернатива ипак задржи као најбоља одлука [32].

Велика популарност у примени АХП методе је због:

- редундантности поређења у паровима је чини слабо осетљивом на грешке расуђивања
- праћење конзистентности процена доносиоца одлука кроз цео поступак
- мања осетљивост на грешке у процењивању (функционално поређење у паровима)
- мерење грешке расуђивања (рачунањем индекса конзистентности матрице поређења и степена конзистентности)
- могућност комбиновања са другим методама.

Могућа неконзистентност матрице процене и велики број оцена доносиоца одлука (за  $m$  критеријума и  $n$  алтернатива има  $m \cdot \frac{n(n-1)}{2} + \frac{m(m-1)}{2}$  процена) сматра се значајним недостатком АХП методе.

Уколико постоје међусобно корелисани критеријуми може доћи до дуплирања информација. Отклањање проблема зависности међу критеријумима примењује се аналитички мрежни процес који је развио Томас Сати [53, 54] (Analytic Network Process - ANP) и сматра се генерализованом АХП методом. Често се сложени проблеми одлучивања са међузависностима међу критеријумима не могу моделирати линеарном хијерархијом, па се приступа мрежним системима. Управо се применом АМП може формирати модел одлучивања за сложене међузависности кластера.

Систем за подршку одлучивању коришћен је у циљу генерисања хијерархије утицајних критеријума и алтернатива у моделу за оцену ризика код испитаних осигураника у оквиру једне осигуравајуће компаније. Директно оцењивање критеријума може представљати велики проблем у доношењу одлука јер су веома осетљиве на промене и због тога нису прецизне.

### 3.3.2 Фази АХП

За решавање менаџмент проблема у условима неизвесности често се користи АХП метода проширена теоријом фази скупова, фази аналитички хијерархијски процес (ФАХП). Један од најшире коришћених ФАХП је метода коју је предложио Chang [13]. Главна претпоставка

методе је да су елементи матрице релативне важности критеријума као и елементи матрице преферентности алтернатива унутар сваког критеријума, троугаони фази бројеви. Иако је критикована од стране појединих аутора, Changova проширена анализа је ипак једна од најзаступљенијих вишекритеријумских оптимизационих метода са применом у различитим областима одлучивања.

У овој докторској дисертацији одређивање нивоа ризика пословања због продужења уговора са клијентима, је спроведено коришћењем ФАХП методе. Поступак методе је да се прво конструишу фази матрице поређења релативних важности, чији су елементи троугаони фази бројеви. Након тога се проверава конзистентност сваке фази матрице, па се фази матрица поређења по паровима методом дефазификације трансформише у матрицу парова поређења. Затим се методом сопственог вектора провера степен конзистентности доносиоца одлука. Екстракција неизвесности у фази АХП методи је одрађена методом проширене анализе [13].

Применом фази АХП методе умањује се суштински недостатак класичне АХП методе, а то је недовољно велика скала поређења. У вези са тим, усавршене су разне скале поређења које омогућавају доносиоцима одлука да прецизније и једноставније оцене значај критеријума и алтернатива, а самим тим субјективност, која је неминовна приликом оцена, сведу на минимум. Крисп АХП скала поређења је дефинисана на скупу реалних бројева у оквиру интервала [1, 9]. Оваква скала је једноставна за коришћење, међутим у пракси се показало да је за доносиоце одлука често веома тешко да своје мишљење, које је углавном непрецизно и неизвесно, пресликају у конкретан број [33]. С тим у вези, омогућавање доносиоцима одлука да своје оцене искажу лингвистичким исказима представља могуће решење овог проблема.

У конвенционалној АХП методи скупом реалних бројева  $\{1, \dots, 9\}$  дефинише се Saaty-jeva скала. Овакава скала мера је једноставна за коришћење с тим да није увек могуће да ДО своју експертизу, која се базира на неизвесности и непрецизности, представе конкретним бројем. Применом фази бројева у основној скали мера, побољшало би тачност процене. С тим у вези, на два начина је могуће фазификовати Saaty-jevu скалу. Први приступ је „оштра“ фазификација која подразумева да је интервал фази броја унапред дефинисан. Односно, експертско поређење парова не утиче на унапред дефинисану вредност фази броја. Са друге

стране, „мека“ фазификација подразумева да од експертског мишљења зависе и поређење по паровима као и вредности фази бројева.

Табела 3.3 Троугаона фази скала [34]

Лингвистичка скала	Saaty-јева оцена	Троугаона фази скала	Инверзна троугаона фази скала
Подједнако значајно	1	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
Међувредност	2	(1, 2, 3)	$(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1)$
Незнатно значајно	3	(2, 3, 4)	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$
Међувредност	4	(3, 4, 5)	$(\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3})$
Јако значајно	5	(4, 5, 6)	$(\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4})$
Међувредност	6	(5, 6, 7)	$(\frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5})$
Веома значајно	7	(6, 7, 8)	$(\frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6})$
Међувредност	8	(7, 8, 9)	$(\frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7})$
Веома значајно	9	(9, 9, 9)	$(\frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9})$

Процена вредности променљивих и њихове релативне важности су описане лингвистичким терминима који су за потребе овог модела моделирани троугаоним фази бројевима у ознаци  $(l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$ , са параметрима, респективно, најмања могућа вредност, најперспективнија и највећа могућа вредност које описују неки фази догађај. Нека је  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  скуп објеката, а  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  скуп циљева. За сваки узети објекат врши се проширена анализа циља  $u_j$ . Нека су за сваки објекат  $t$  вредности проширене анализе представљене са  $M_{gi}^1, M_{gi}^2, \dots, M_{gi}^m, i = 1, \dots, n$ , где су  $M_g^j, j = 1, \dots, m$  троугаони фази бројеви.



Методологија проширене анализе коју је дефинисао Chang садржи следеће кораке [13]:

**Корак 1** Формирање хијерархије

**Корак 2** Дефинисање фази бројева за поређење у паровима

**Корак 3** Креирање фази матрице поређења у паровима

**Корак 4** Вредности фази проширења  $i$ -тог објекта су:

$$S_i = \sum_{j=1}^n M_{gi}^j \cdot \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} \quad (3.51)$$

Како је

$$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \left( \sum_{j=1}^m l_j, \sum_{j=1}^m m_j, \sum_{j=1}^m u_j \right) \quad (3.52)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \left( \sum_{i=1}^n l_i, \sum_{i=1}^n m_i, \sum_{i=1}^n u_i \right) \quad (3.53)$$

Тада је инверзни вектор

$$\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left[ \frac{1}{\sum_{i=1}^n u_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n l_i} \right]. \quad (3.54)$$

**Корак 5** Рачунање величине  $S_a$  и  $S_b$  у односу једна на другу

Степен вероватноће да је троугаони фази број  $S_a \geq S_b$  дефинише се са

$$V(S_a \geq S_b) = \sup_{x \geq y} [\min(\mu_{S_a}(x), \mu_{S_b}(y))] . \quad (3.55)$$

Уколико за посматрани пар  $(x, y)$  важи да  $x \geq y$  и  $\mu_{S_a}(x) = \mu_{S_b}(y) = 1$ , тада је  $V(S_a \geq S_b) = 1$ .

Како су  $S_a$  и  $S_b$  конвексни фази бројеви важи:

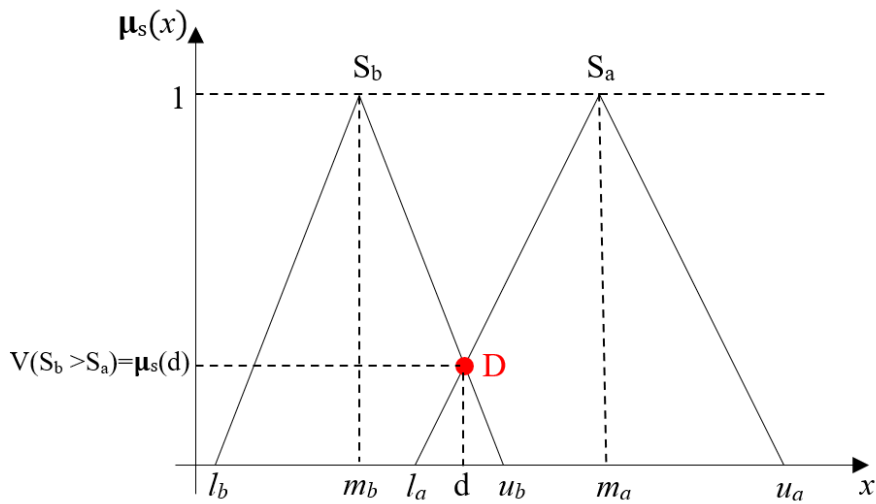
$$V(S_a \geq S_b) = 1 \text{ ако и само ако је } m_a \geq m_b, \quad (3.56)$$

$$V(S_b \geq S_a) = hgt(S_a \cap S_b) = \mu_{S_a}(d), \quad (3.57)$$

где је  $d$  ордината највећег пресека у тачки  $D$  између функција припадности  $\mu_{S_a}$  и  $\mu_{S_b}$  фази троуганих бројева  $S_a, S_b$  као што је приказано на слици 3.13.

С обзиром на то да су троугани фази бројеви задати са  $S_a = (l_a, m_a, u_a), S_b = (l_b, m_b, u_b)$ , тада израз (3.57) постаје

$$V(S_b \geq S_a) = \begin{cases} 1, & \text{ако је } m_b \geq m_a \\ 0, & \text{ако је } l_a \geq u_b \\ \frac{l_a - u_b}{(m_b - u_b) - (m_a - l_a)}, & \text{остало} \end{cases} \quad (3.58)$$



Слика 3.13 Пресек између  $S_a$  и  $S_b$  [13]

За поређење  $S_a$  и  $S_b$  потребне су обе вредности  $V(S_a \geq S_b)$  и  $V(S_b \geq S_a)$ .

**Корак 6** Израчунавање тежина критеријума и алтернатива у матрици поређења

Степен могућности да конвексни фази број буде већи од  $k$  конвексних бројева  $S_i, i=1, \dots, k$  дефинише се као

$$V(S_i \geq S_1, S_2, \dots, S_k) = \min V(S_i \geq S_k) = w'(S_i), \text{ где је} \quad (3.59)$$

$$d'(A_i) = \min V(S_i \geq S_k), k \neq i, k = 1, \dots, n \quad (3.60)$$

Онда се тежински вектор може одредити са

$$W' = \left( d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n) \right)^T \quad (3.61)$$

**Корак 7** Израчунавање коначног вектора тежина

Вектор тежина  $W'$  се нормализацијом своди на

$$W = \left( d(A_1), d(A_2), \dots, d(A_n) \right)^T, \quad (3.62)$$

чије вредности нису фази бројеви.

Један од главних недостатака Changove проширене АХП анализе сматра се нерачунање степена конзистентности [75]. Такође, нормализовани степени вероватноћа показују до ког је степена троугаони фази број већи од других, с тим да се не може искористити за представљање њиховог релативног значаја. Овај проблем може се решити применом методе интегралне вредности са индексом оптимизма [35].

За разлику од класичне АХП, у фази АХП методи, базираној на Changovoј анализи, ставља се акценат на најважније критеријуме. Односно, у стандардној АХП методи тежинска вредност критеријума не може да буде 0, за разлику од фази АХП где је то могуће што значи да ти критеријуми немају никакав значај приликом доношења одлука.

Постоје многе процедуре за руковање ФАХП-ом, а његове предности и мане су анализиране у [28].

Надаље је приказан кратак преглед литературе у вези са ФАХП методом, Табела 3.4.

Табела 3.4 Кратак преглед литературе у вези са ФАХП методе

Аутори	Тип променљиве/ Грануларност/ Домен	Проблем групног одлучивања/ метода агрегације	Матрица поређења у паровима / Провера конзистентности	Руковање неизвесностима у ФАХП	Тежински вектор	Област примене
Chen и др. [14]	ТФБ/5/[1-3.5]	Да/ предложени поступак	Концепт једнаких могућности/ Сопствени вектор [54]	Проширена анализа [13]	крисп	Учинак евалуације у области образовања
Sultana и др. [60]	ТФБ/5/[1-9]	-	Да	Проширена анализа [13]	крисп	
Sirisawat и Kiatcharoenpol [58]	ТФБ/9/[1-10]	-	-	Проширена анализа [13]	крисп	
Јакшић и др. [26]	ТФБ/5/[1-5]	-	-	Проширена анализа [13]	крисп	Рангирање банака
Тодић и др. [64]	ТФБ/5/[1-5]	-	-			Оцена задовољства купаца
Тодић и др. [63]	ТФБ/5/[1-5]	Да/FOWA [60]	Максималне могућности и сопствени вектор [54]	Геометријска средина [10]/ТФБ	неизвестан број	Оцена и побољшање перформанси квалитета у лукама
Banduka и др. [6]	ТФБ/5/[1-5]	-	-	Проширена анализа [13]	крисп	Проширење ФМЕА у аутомобилској индустрији



Луу и др. [38]	Дефинисана процедура за одређивање фази елемената фази матрице поређења у паровима /елементи матрице поређења су добијени рангирањем фази бројева (ЛИТ [70])	-	Сопствени вектор [50]	Конвекционални АХП [54]	крисп	Процена ризика у грађевинарству
Вакиг и Atalık [5]	ТФБ/9/[1-9]	Да/фази геометријска средина	-	Поступка који је предложио Buckley [10]	Крисп је добијен методом центар површи [19] и линеарном нормализацијом ТФБ/5 [49]	Оцена квалитета у ваздухопловној индустрији
Calabrese и др. [11]	ТФБ/5/[1-3.5]	-	Дефазификација ТФБ [77]/ Сопствени вектор [54]	Проширена анализа [13]	крисп	Рангирање ИСО субјеката одрживости
Модел који је предложен у докторском раду	ТФБ/3/[1-5]	Да/предложени поступак	Метод центар површи [19] / Сопствени вектор [50]	Проширена анализа [13]	крисп	Процена ФР у области осигурања

Постоје одређене сличности у радовима који се баве тематиком ФАХП методе. У анализираним радовима из Табеле 3.4, као и у овом докторском раду, елементи фази матрице поређења по паровима су описани помоћу ТФБ. С тим да гранулација фази бројева зависи од величине и комплексности разматраног проблема и не постоје препоруке за утврђивање нивоа гранулације. Скала од девет поена је предложена од стране аутора [5, 58], с тим да највећи број аутора сугерише на петостепену скалу [6, 11, 14, 26, 60, 63, 64]. Једна од разлика анализираних рукописа из Табеле 3.4 и овог докторског рада је што је за гранулацију фази бројева у тези уведена тростепенa скала.

У оквиру обрађене литературе, као и у овој докторској дисертацији, многи аутори одређују релативни значај ФР као фази проблем групног одлучивања [5, 14]. Аутори су мишљења да прецизнија процена релативног значаја може тачније да се одреди ако у процесу одлучивања учествује више ДО. Обједињавањем мишљења ДО у јединствену оцену може се извршити применом различитих оператора агрегације попут фази геометријске средине [5] и поступка предложеног у овој дисертацији [14].

Наглашено је да у конвенционалном АХП-у [54] неопходно да се провери конзистентност процена ДО. Сматра се да је фази матрица поређења у паровима конзистентна, ако је одговарајућа крисп матрица конзистентна. Фази матрица поређења по паровима може се трансформисати у коресподентну матрицу поређења по паровима коришћењем различитих поступака дефазификације, као што су: (1) једноставна дефазификација примењена у [11], (2)  $\alpha$  ниво одсецања примењен у [14] и (3) метода центар површи која је примењена у овом истраживању. Постоје многе развијене методе за проверу конзистенције матрице поређења по паровима [54]. Једна од најзаступљенијих је метода сопственог вектора која је коришћена у анализираним радовима [11, 14, 38, 63], као у овој докторској дисертацији.

Помоћу методе (1) коју је предложио Buskey [10] и (2) проширене анализе [13] може се одредити тежински вектор. Неки аутори Vakır и Atalık [5] сматрају да метода коју је предложио Buckley [10] има извесне предности у односу на методу проширене анализе. Са друге стране, метода проширене анализе [13] је једноставна за разумевање и не захтева додатне операције, и као таква има велику примену у руковању ФАХП [6, 11, 14, 26, 58, 60], као и у овом истраживању.

### 3.4 ФАЗИ ЛОГИЧКА ПРАВИЛА

Фази моделирање зависи од скупа лингвистичких правила, која се заснивају на знању и искуству експерата. У фази моделима, експертско знање се приказује лингвистичким правилима облика

*АКО пропозиција ОНДА је консенквент.*

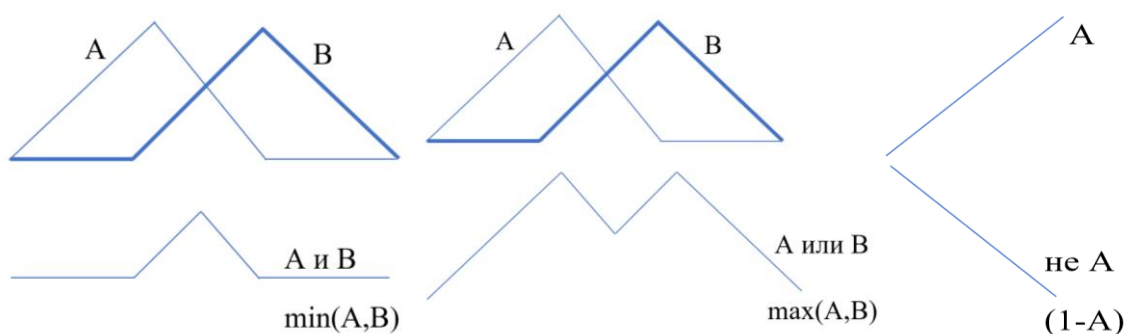
Експертска правила се састоје од премисе као улазног стања које чине АКО део правила и фази пропозиција. Уколико модел има више улазних променљивих, онда се премиса састоји од више једноставнијих фази пропозиција. Излазно стање се односи на ОНДА део правила. Фази консенквент је у ствари закључак, који може бити сложен што индукује да систем има више излазних променљивих.

Након што се дефинишу улазне вредности, потребно је применити *АКО-ОНДА (If-Then)* правила на лингвистичке променљиве. Блок тих правила служи за дефинисање веза између улаза и излаза система. Основу тих правила чине експертска искуства о могућим вредностима варијабли које дефинишу анализирани систем, а њихова формулација се добија коришћењем фази исказа.

Исказима се у класичној логици додељује истинита или неистинита вредност, док се у фази логици исказима придружује мера истинитости из интервала  $[0, 1]$ . Оваквим приступом, уз то што је много ближи људском размишљању, за разлику од класичне логике, се са већом тачношћу могу приказати непрецизни подаци. За разлику од логичких оператора у класичној логици, фази логички оператори не могу имати таблични приказ.

Апроксимативно фази логичко закључивање омогућава да се непрецизни описи неког реалног модела одлучивања представе једноставним правилима. Примена фази логике је обезбедила ефикасно коришћење експертских знања у одлучивању. Фази закључивање је приближније људском резонувању за разлику од традиционалног логичког закључивања и заснива се на концепту лингвистичких променљивих, фази

правила и фази закључку [45]. Модел закључивања у фази логици обухвата: а) фази улазне и излазне променљиве дефинисане фази вредностима; б) скуп фази правила; в) механизам фази закључивања. Фази правила се примењују на фази вредностима, користећи фази логичке операције, а закључивањем се уз помоћ фази правила процењује која контролна правила су релевантна за модел. Најприменљивије су логичке операције И, ИЛИ и НЕ оператори. За разлику од стандардних логичких оператора, фази логички оператори су у ствари вредности функција припадности из интервала  $[0, 1]$ . Логички оператор И је приказан функцијом минимума, логичко ИЛИ је представљено функцијом максимума, док је оператор НЕ А, представљен операцијом  $1-A$ , Слика 3.14.



Слика 3.14 Фази логички оператори [76]

Улазне променљиве реалних модела из праксе су најчешће нумеричке вредности, и углавном се захтева да и излаз буде приказан као нумеричка вредност. С тим у вези први корак примене фази модела је превођење реалних у одговарајуће фази вредности. Након фазификовања улаза неопходно је трансформисати фази вредности поступком који се састоји од: импликације (активација), агрегације и акумулације. Коначна излазна акумулирана фази вредност се дефазификацијом преводи у нумеричку вредност.

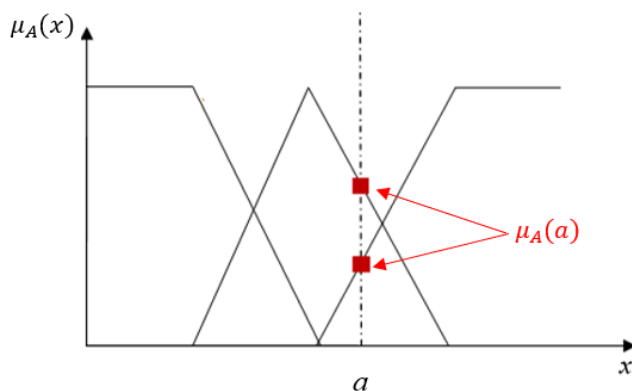
### **Фазификација улаза**

Улазне променљиве реалних модела у већини случајева су реални бројеви, зато је неопходно извршити конвертовање улаза. Први корак је фазификација, односно конверзија улазних нумеричких променљивих у одговарајуће фази репрезентације.



Заменом реалних вредности у одговарајуће функције припадности добијају се фази улазне вредности. Улазне варијабле се преводе у одговарајуће лингвистичке променљиве, којима се након тога придружују лингвистичке вредности, односно вредности њихових функција припадања. Другим речима, улазним вредностима се додељују вредности одговарајуће функције припадности. Значи, фазификација је процес којим се утврђује којим степеном припадности улазна променљива припада одређеном фази скупу.

Нека је  $A$  фази скуп, подскуп универзалног скупа  $X$ , са одговарајућом функцијом припадности  $\mu_A(x)$ . Процес фазификације, графички је приказан на Слици 3.15, и представља превођење елемената  $a \in X$  у вредности одговарајуће функције припадности  $\mu_A(a)$ . Улазна реална вредност  $a$  на Слици 3.15 представљена је испрекиданом линијом. Одговарајуће фази вредности (вредности функције припадности  $\mu_A(x)$  у тачки  $a$ ) реалне улазне променљиве  $a$ , се добијају у пресеку испрекидане линије и графика функције припадности  $\mu_A(x)$ .



Слика 3.15 Графички приказ фазификовања реалне улазне променљиве  $a$

### Активација/Импликација

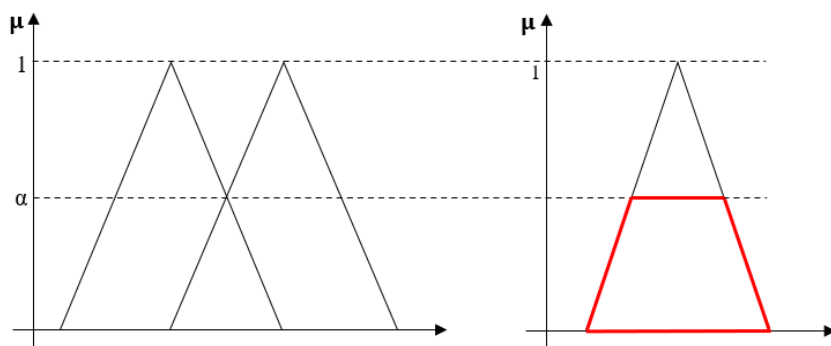
Активација је закључак из ОНДА дела правила, изводи се за свако правило и представља меру колико улазне променљиве припадају улазним фази скуповима који учествују у датом правилу. Након што су дефинисане фази улазне променљиве следећи корак је формирање АКО-ОНДА правила одлучивања. Основу ових правила чине експертска

искуства о могућим вредностима варијабли анализираниог модела. Потребно је одредити ниво активације сваког појединачног правила одлучивања. Ниво имплементације сваког правила се посматра према степену припадности улазних променљивих одговарајућим улазним фази скуповима чији су елементи вредности добијене фазификацијом. Степен припадности фази излаза одговарајућим излазним фази скуповима утврђује се на основу степена припадности улазних променљивих својим фази скуповима.

На основу логичких оператора који се користе у правилима одлучивања активација правила се рачуна на два начина. Први начин рачунања активације је да се узима најмањи степен припадности од свих функција припадности и променљивих тог правила, уколико је правило дефинисано оператором  $\wedge$ . Други начин рачунања активације правила је методом производа где се рачуна производ свих степена припадности свих функција припадности и променљивих тог правила.

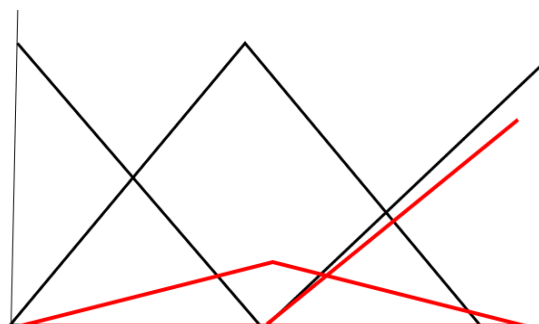
Процес примене правила одлучивања на лингвистичке променљиве подразумева мапирање улазних фазификованих вредности у фази правила и генерисање фази излаза сваког фази правила. Следећи корак је импликација, која подразумева да се за сваку излазну променљиву сваког фази правила формира тачно једна вредност. Значи резултат импликације је једна излазна фази вредност за свако фази правило. Импликација се примењује на свако правило појединачно и резултира фази променљивим којих има онолико колико је активних правила одлучивања.

Најзаступљеније методе импликације су метода одсецања и метода производа. Метод одсецања који се заснива на минимуму је базиран на Мамдани импликацији и њоме се одсеца врх излазног фази скупа ( $\alpha$ -пресек), Слика 3.16 [39].



Слика 3.16 Метода одсецања

Друга метода, метода производа, подразумева да се све вредности степена припадности множе добијеним скаларом, Слика 3.17, [39]. Са слика 3.16 и 3.17 се види да се методом минимума врши одсецање, док методом производа скалирање.



Слика 3.17 Метода скалирања

На основу степена припадности рачуна се степен активације сваког појединачног правила. На тај начин се утврђује који и колико ће излазни фази скупови учествовати у наредном кораку. Релације међу улазним фази скуповима су дефинисане логичким операторима који комбинују скупове премиса у фази правилима. Излазни фази скупови се затим комбинују у један сумарни излаз.

### Агрегација (акумулација)

Све излазне вредности функција припадности које су добијене применом правила одлучивања морају се комбиновати и усагласити да би се добила једна вредност излазне променљиве. Овај поступак је познат као агрегација. Агрегација је процес којим се фази сетови који представљају излазне променљиве сваког правила комбинују у један фази сет. Процес агрегације се примењује само једном за сваку излазну променљиву понаособ и њоме се формира збирни закључак. Резултат процеса агрегације је јединствена излазна променљива која је добијена акумулацијом свих излазних променљивих које су резултати правила одлучивања. Значи резултати свих правила бивају агрегирани тако да је на излазу збирни закључак.

Метода максимума се дефинише унијом фази скупова, док се метода суме заснива на суми свих степени припадности у свакој тачки. Често се у пракси комбинују метода импликације и методе агрегације као што су MIN-MAX (метода минимума у фази импликације и метода максимума у фази агрегације) или PROD-SUM (метод производа у фази импликације и метода суме у фази агрегације).

Нека су  $A$  и  $B$  улазни фази скупови над  $X$ , а  $C$  излазни фази скуп над универзалним скупом  $Y$  и нека је дефинисано правило одлучивања:

АКО  $A$  је  $a \wedge B$  је  $b$  ОНДА  $C$  је  $c$ .

Из процеса фазификације добијене су вредности  $\mu_A(a)$  и  $\mu_B(b)$ . Први корак процеса закључивања је израчунавање јачине сваког правила одлучивања (активација правила), и нека је за свако  $k$ -то правило  $\alpha_k$  његова јачина. Следећи корак је акумулација добијених излаза. У овом кораку се рачуна једна фази вредност за свако  $c_i \in C$ . Углавном је крајња фази вредност  $\beta_i$  повезана са сваким излазом  $c_i$  и рачуна се коришћењем оператора максимума

$$\beta_i = \max_{\forall k} \{\alpha_{k_i}\} \quad (3.63)$$

где је  $\alpha_{k_i}$  јачина  $k$ -тог правила исхода  $c_i$ . Метод максимума подразумева да се излазна функција припадности формира тако што се за сваку вредност излазне променљиве степен припадности рачуна као максимална вредност свих степени припадности.

Крајњи резултат процеса закључивања је скуп фазификованих излазних вредности. Јачина неактивних правила је 0. Сваком правилу се *a priori* може придружити тежински фактор у опсегу  $[0, 1]$  који представља степен поузданости. Ови степени поузданости сваког правила зависе од експертских искустава посматраног модела.

### Дефазификација

Дефазификација фази скупа је трансформисања фази скупа у прецизан број. Интуитивно је јасно да је процес дефазификације реверзибилан процесу фазификације. Другим речима, ако се фазификује број у фази скуп и одмах након тога дефазификује, треба да се поново добије исти број с почетка. Последњи корак апроксимативног закључивања је дефазификација, односно добијање нумеричке вредности излаза.

Агрегацијом се добија јединствен резултат, фази излазна променљива. Међутим, за експертска одлучивања било ког модела потребно је да резултат има своју реалну интерпретацију, односно реалну вредност. Тада је потребно извршити дефазификацију резултата, тако да се добије скаларна излазна променљива. Дефазификација је пресликавање вектора вредности лингвистичких променљивих у реалан број, у оквиру чега долази до редуковања информација.

Постоји много метода дефазификације и може се било која применити, а избор методе углавном може да се посматра као проблем сам за себе. Неке од најзаступљенијих метода дефазификације у пракси су [14, 65]: *Центар масе (Center of Gravity Approach - COG)*, *Mean of maxima (MOM)*, *Центар површи - медиан (Centar of area)*, *Center of largest area – CLA*, *Најмањи, средњи и највећи максимум (First, Middle, Last of Maxima)*.

Постоје зависни критеријуми који утичу на избор методе дефазификације [14, 65]:

- Континуалност (Мала промена улазних фази вредности не би требало да резултира великом променом излазних вредности. Метода центар масе је континуална.)
- Једнозначност (Метода дефазификације би требало да функционише у свакој ситуацији, што у пракси често није случај; нпр. CLA метода дефазификације не може да направи избор уколико постоје две области.)
- Тачност (Вредност дефазификације би са великом тачношћу требало да се налази у средини домена излазне функције припадности; међутим дешава се да код методе Центар масе излазна вредност, која иако лежи у средини површи, има најмањи степен припадности.)
- Рачунска сложеност (Велики значај има у практичној примени; методе које се баве максималном тачком су у принципу веома брзе методе док је метода центра знатно спорија. Брзина израчунавања зависи и од облика излазне функције припадности)

У случају финансијских модела битна је велика флексибилност приликом конструисања правила, с тим да се не посвећује пажња софистицираности саме технике дефазификације. Док на пример у системима аутоматског управљања, пресудну улогу игра брзина израчунавања резултата. Такође, у неким моделима је важно да постоји континуитет дефазификације, односно да се добије резултат који је осетљив на промене улазних вредности, тако да мале промене улаза резултирају малом променом излаза.

С тим у вези Центар масе је континуална, док су методе најмање средњег и највећег максимума дисконтинуалне. Такође, центар масе захтева велико време израчунавања за разлику од методе средњег максимума. Показано је да центар масе најбоље компромисно решење и има велику примену јер је континуалан и недвосмислен, док средина максимума даје највероватније решење. Сам избор методе дефазификације зависиће од области њене примене.

С обзиром на то да је Центар масе метода дефазификације која је примења у докторском раду следи детаљан опис саме методе.

*Центар масе или центар гравитације (Center of Gravity Approach - COG)*

Ова метода се заснива на тежинском просеку, најприменљивија је у пракси и у случају непрекидне функције дата је алгебарским изразом [65]:

$$x^* = \frac{\int x \cdot \mu_C(x) dx}{\int \mu_C(x) dx} \quad (3.64)$$

где су  $\int$  класичан интеграл,  $C$  фази скуп, а  $\mu$  одговарајућа функција припадности. Резултат методе,  $x^*$ , представља центар површи испод графика функције припадности фази скупа  $C$ .

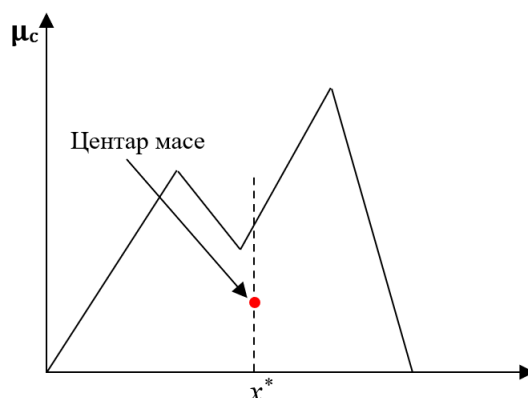
Углавном су у пракси функције припадности дискретног типа па се користи модификована верзија (3.64), која је облика:

$$x^* = \sum_{i=1}^n w_i x_i, \quad (3.65)$$

где су

$$w_i = \frac{\mu_C(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_C(x_i)} \quad (3.66)$$

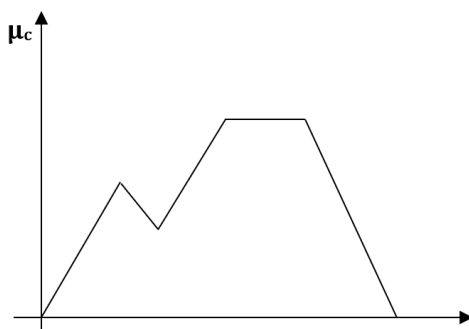
тежински фактори функције припадности у тачкама  $x_i$ . Резултат COG методе дефазификације је нумеричка вредност излазне променљиве која представља апсцису центра гравитације скупа. Ова метода дефазификације је најзаступљенија и најпријемљивија за практичну примену и с обзиром на то да су улазне променљиве у овом докторском раду дискретног типа, значајно је напоменути да је примењен овај модел дефазификације.



Слика 3.18 Дефазификација методом центар масе

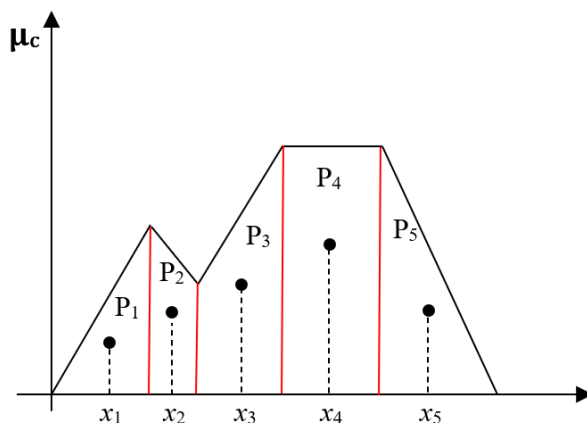
Идеја методе центар масе је пронаћи тачку  $x^*$ , тако да вертикала повучена у њеној апсциси дели површ испод графика функције припадности на две подобласти једнаких површина (маса), Слика 3.18. Ова метода враћа прецизну вредност у зависности од центра гравитације фази скупа.

Даље следи графички приказ корака методе центар масе. Укупна површина дистрибуције функције се подели у низ подобласти, Слика 3.19 а) и Слика 3.19 б). Рачуна се површина и центар гравитације (тежиште) сваке подобласти, након чега се узима сума тежина свих подрегија да би се добила дефазификована вредност дискретног фази скупа.



Слика 3.19 а) График излазне функције припадности





Слика 3.19 б) Површ испод графика излазне функције припадности након дељења на подобласти

Нека су  $P_i$  и  $x_i$ , редом, површ и центар  $i$ -те подрегије, где је  $i$  број подобласти, у овом примеру је то  $i=5$ , Слика 3.18б, тада је вредност дефазификације  $x^*$

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^5 P_i * x_i}{\sum_{i=1}^5 P_i}. \quad (3.67)$$

Успешно решавање сложених проблема може се постићи коришћењем искуства и знања ДО, која су имплементирана фази АКО-ОНДА правилима (видети табелу 3.5).

Према укупној вредности индекса могу се дефинисати продукциона правила. На овај начин се значајно смањује број продукционих правила, док се истовремено значајно повећава ефикасност решавања сложених проблема. Ретроспектива ових радова дата је у наставку.

Сличности и разлике између предложених фази АКО-ОНДА правила представљене су у Табели 3.5.

Табела 3.5 Фази АКО-ОНДА правила

Аутори	Број улазних променљивих	Број, тип и домен лингвистичких променљивих	Нормализоване вредности улазних променљивих/вектор тежине улазних променљивих/пондерисане вредности улазних променљивих	Укупан индекс/дефазификација	Број и типови правила одлучивања	Област примене
Sii и др. [57]	2	X/ТрФБ/[0-10]	-	-	4 фази правила која су дефинисали експерти	Безбедност морског система
Gentile и др. [20]	3	X/Гаусови и ТФБ/[100-500] и [0-1]	-	Фази унија/момент метод	5/ТФВ и ТрФБ	Принципи безбедности за пројектовање и рад постројења
Тадић и др. [64]	15	X/ТФБ/[0-1]	Не	Фази унија/момент метод	4/ТрФБ	Задовољство клијената квалитетом банкарских услуга



Алексић и др. [2]	7	5/ТФБ/[0-1]	Поступак линеарне нормализације/ФАХП комбинован са FOWA и фази унијом/производ фази бројева	Аритметичка средина	5/ ТрФБ	Процена рањивости организације
Тадић и др. [61]	3	5/ТФБ/[0-1]	-/ФАХП/оператор дилатације	Фази пресек/момент метод	5/ТФБ	Инхерентни индекс безбедности прехранбене индустрије
Предложени модел у докторском раду	3	Х/ТФБ/ различите скеале мерења	Да/поступак линеарне нормализације	Фази унија ТФБ који описују пондерисане нормализоване вредности улазних променљивих/момент метод	4/ ТрФБ	Процена нивоа ризика у осигуравајућим компанијама

Из анализираних радова се јасно види да су аутори користили различити број улазних променљивих чије су функције припадности различитог облика. Такође су претпоставке аутора да су улазне и излазне променљиве описане фази бројевима чији су домени дефинисани на реалној правој у интервалима [0-1]. Уколико су вредности улазних променљивих дефинисане различитим мерним скалама (као што је случај у овој дисертацији) неопходно је извршити њихову нормализацију. У овој докторској дисертацији је спроведен поступак линеарне нормализације.

Постоји много радова у којима укупан индекс зависи од вредности и тежина улазних променљивих [61, 71]. На основу публикованих резултата у домену анализе ризика, може се закључити да се ниво ризика сасвим добро може описати са не мање од 3 и не више од 5 лингвистичких термина. Већина аутора (видети Табелу 3.5) предлаже да се лингвистички изрази, којима се описују вредности излазних променљивих, могу са довољно тачности моделирати коришћењем ТрФБ, као што је коришћено и у овој дисертацији. Познато је да ТрФБ боље хватају неизвесности од ТФБ. У том случају потребно је нормализовати вредности улазних променљивих. У раду [2] је развијен поступак за одређивање укупног индекса којим се описује прецизним бројевима. Вредност фази укупног индекса може се добити коришћењем оператора фази пресека [61] или фази уније која је примењена у већини анализираних радова [20, 64] као и овој дисертацији. Применом поступка дефазификације, фази вредност укупног индекса је приказана крисп вредношћу. Постоји много поступака дефазификације који се могу наћи у релевантној литератури [74]. Широко коришћена процедура дефазификације је момент метода, која је примењена у овој докторској дисертацији.

За сваку финансијску институцију постоје специфични фактори ризика. Осигуравајуће компаније имају другачије политике и стратегије пословања, што се темељи на високом нивоу управљања и преносу ризика. Резултати добијени анализом релевантне литературе показују да се одређивање нивоа ризика за продужење уговора постојећим клијентима у области осигурања, заснива на: (1) два значајна ФР-а који су исте релативне важности (број и износ насталих штета) и (2) субјективној процени ДО. Рацио штета је уведен као трећи фактор ризика у овој дисертацији јер, на основу резултата најбоље праксе, може значајно утицати на пословне процесе осигуравајуће компаније.



Претпоставка је да разматрани ФР немају исти значај, и да је значај сваког фактора ризика тачно одређен. У анализираној литератури, вредности ФР су крисп. Због значајних економских и политичких промена које се дешавају у региону, може се рећи да описивање вредности ФР прецизним бројевима, а посебно износа насталих штета, није прикладно. То значајно отежава ДО да процене ризик од продужења уговора са клијентима. У овом истраживању, вредности ФР су моделоване коришћењем теорије фази скупова која им омогућава да се описују на довољан начин. Одређивање нивоа ризика се заснива на предложеном моделу који значајно смањује субјективност ДО. Може се користити као модел прогнозе потенцијалних критичних осигураника, односно носилаца највећих ризика. На овај начин, одлуке су засноване на егзактним решењима, и као такве мање оптерећене субјективним ставовима доносиоца одлука и ризик пословања се смањује.

## 4 МОДЕЛ ЗА ПРОЦЕНУ НИВОА РИЗИКА У УСЛОВИМА НЕИЗВЕСНОСТИ

Осигуравајуће компаније представљају институционалне инвеститоре у финансијском систему земље. Растућа интернационализација и концентрација послова осигурања, појава нових и дисперзија постојећих ризика намеће потребу за јасним дефинисањем политике управљања ризицима у свакој осигуравајућој компанији. Све сложенији услови пословања захтевају објективне вишекритеријумске моделе за утврђивање нивоа ризика и доношење одлука.

Суштина осигурања је контрола и заштита од ризика. По дефиницији осигурање је пружање правно-економске заштите од одређених опасности које угрожавају имовину и лица [3]. Односно, склапањем уговора (полисе) између осигуравача и осигураника, осигуравач преузима ризик осигураника на себе у замену за износ премије који наплаћује од осигураника. Са стране осигуравача, уговор о осигурању подразумева да ће осигуравач сносити последице остварења ризика, односно надокнадити осигуранику насталу штету. Ризик представља вероватноћу настанка негативних ефеката на пословни и финансијски резултат и положај осигуравајуће компаније, док се управљање ризиком дефинише као процес његове идентификације, мерења, процењивања и контроле [48].

Да би се обезбедио осигурљив ризик, односно остварило осигурање, неопходно је да ризик буде неизвесан. Осигурање постоји за све догађаје чија штетност није катастрофална, који су прихватљиве учесталости и који су неизвесни по питању времена настајања и места догађања. Постоје ризици који су у потпуности неизвесни, али су због малог износа премија неосигурљиви. Насупротно њима, ризик може бити осигурљив и ако се унапред зна када ће се десити, али се не зна колики ће бити износ настале штете. Код таквих ризика, случајност је само по питању висине износа штете, а не настанка осигураног ризика. Ризик представља вероватноћу реализације неког

догађаја, док упоредно уз ризик, неизвесност је непоузданост и недовољност информација за доношење одлука. Ризик као објективна и мерљива категорија, и неизвесност као субјективна немерљива категорија, могу се посматрати као да су уско повезани и као да су две одвојене категорије. Управо је то један од главних разлога све веће примене фази логике у процени нивоа ризика у осигурању. У докторској дисертацији, коришћени су фази логички процеси како би се утврдило у којој мери пословање осигураника као појединца, може утицати на утврђивање нивоа ризика пословних процеса осигуравајуће компаније.

Један од значајнијих проблема у сваком осигуравајућем друштву је утврђивање нивоа ризика услед продужења уговора постојећим клијентима. Решење овог проблема може бити подршка менаџерима за утврђивање најприхватљивијег нивоа ризика, па све до одлуке да ли да се са појединим осигураницима настави сарадња. Такве одлуке у великој мери могу утицати на пословне циљеве, као и на опстанак и развој осигуравајућег друштва.

Премија, као довољност за покриће ризика које осигуравач преузима у сопствено покриће, битан је део капитала за обезбеђивање солвентности осигуравача. Неопходно је утврдити праву меру довољности премије, јер како је са једно стране ниска премија штетна за пословање јер се не могу измирити настале обавезе осигуравача, са друге стране превисока премија такође има негативан утицај јер доводи до одлива осигураника. Веродостојност ликвидности осигуравача условљена је адекватношћу основних величина, попут: премије, стварног броја и износа насталих штета. Показатељи финансијске стабилности осигуравајуће компаније су зарађена премија и трошкови пословања. Један део укупних трошкова осигуравача чине финансијски ефекти насталих осигураних штета. С тим у вези, основни показатељ профитабилности осигуравача је рацио штета, као однос насталих осигураних штета и зарађене премије. Прецизније, овај количник указује на то да ли је премија исувише ниска, односно да ли су трошкови пословања превисоки. С тим у вези, потребно је утврдити неопходне инструменте за мерење трошковних ризика јер од њих директно зависи пословна политика осигуравајуће компаније.

Нарушавање пословања, како на нивоу целокупног сектора осигурања Републике Србије или на нивоу појединачне компаније, постављено је на равнотежи наплаћене премије и трошкова пословања. Неопходно је уз последице које могу бити глобалних размера пратити и ризичне пословне процесе микро односа, односно на нивоу сваког закљученог уговора о осигурању. Управо због тога је потребно испратити историјска кретања премије и насталих осигураних штетних догађаја (њихову бројност и финансијски карактер) за сваког појединачног клијента у тренуцима када је потребно одлучити да ли да му се за наредни период продужи уговор.

Најважнији и најопсежнији критеријум за класификацију осигурања зависи од врсте ризика која се осигурава. На основу тога, осигурање се основно дели на две главне линије пословања: животна и неживотна (или имовинска) осигурања. Основна подела је према предмету осигурања, па се тако животна осигурања, или осигурања лица, односе на осигурање живота, рентно, допунско осигурање уз осигурање живота добровољно пензијско осигурање, док се све остале врсте осигурања сврставају у неживотна. Према подацима Народне банке Србије, у протеклих 10 година, неживотна осигурања су доминантнија у односу на животна осигурања, са просечним уделом од око 67% од укупне премије осигурања у Србији. Осигурање имовине (ствари) је заузело око четвртину од укупног портфеља неживотних осигурања у Србији и може се сматрати једном од водећих врста неживотних осигурања. Такође, имовинско осигурање омогућава велики број разноврсних података о реализованим штетама и наплаћене премије за дужи временски период. Односно, постоји значајан узорак премије и насталих штета осигурања имовине, што је валидан извор података на основу кога би се извршила процена ФР. Такође, код имовинских осигурања осигурава се предмет чија се финансијска вредност лако може утврдити због чега је ова врста осигурања једна од најједноставнијих врста осигурања за утврђивање нивоа ризика.

Након процене значаја ризика за све врсте осигурања, као и анализе пословања посматране осигуравајуће компаније, имовинско осигурање се надаље посматра као критичан пословни процес.

Познато је да бројни фактори ризика утичу на утврђивање нивоа ризика приликом продужења уговора о осигурању, који се формално могу представити скупом индекса  $i$



$= \{1, \dots, i, \dots, I\}$  где је  $I$  укупан број ФР а  $i, i=1, \dots, I$  индекс ФР. Број и врсту ФР одређују ДО на основу свог искуства и знања, резултата најбоље праксе и делатности пословања. За сваку финансијску институцију постоје специфични фактори ризика. Осигуравајуће компаније имају другачије политике и стратегије пословања, што се темељи на високом нивоу управљања и преносу ризика. У тренутку закључења уговора о осигурању, непознат је како број штета који може настати у току трајања осигурања, тако и новчани износ сваке од њих. Премија је једини унапред познати податак у тренутку потписивања уговора и као таква, требало би да буде довољна за финансијску надокнаду осигуранику у случају настанка штете. Главни индикатори „риличног понашања“ осигураника су (не)уплаћене премије осигуравачу, учесталост штета и однос насталих штета и наплаћене премије (рацио штета). Резултати добијени комбинацијом искуства и анализе релевантне литературе, показују да се одређивање нивоа ризика за продужење уговора постојећим клијентима у области осигурања, заснива на: (1) два значајна ФР-а који су нису исте релативне важности (број и износ насталих штета) и (2) субјективној процени ДО. Рацио штета је уведен као трећи фактор ризика у овој дисертацији јер, на основу резултата најбоље праксе, може значајно утицати на пословне процесе осигуравајуће компаније. У анализираној литератури, вредности ФР су крисп. Због значајних економских и политичких промена које се дешавају у региону, може се рећи да описивање вредности ФР прецизним бројевима, а посебно износа рация штета, није прикладно. То значајно отежава ДО да процене ризик код продужења уговора са клијентима. С тим у вези за процену нивоа ризика пословних процеса у овој докторској дисертацији изабрана су три ФР ( $I=3$ ):

1. *износ насталих штета* ( $i=1$ ),
2. *број насталих штета* ( $i=2$ )
3. *рацио штета* ( $i=3$ ).

У овом истраживању на основу резултата најуспешнијих осигуравајућих компанија у Републици Србији, уведено је да ФР нису истог релативног значаја и да је значај сваког фактора ризика тачно одређен. Релативне важности фактора ризика одређују доносиоци одлука који су представљени скупом индекса  $\varepsilon = \{1, \dots, e, \dots, E\}$ . Укупан број експерата је

$E$ , а  $e$  је индекс ДО. Претпоставка је да сви експерти имају једнаку важност у односу на разматрани проблем.

Један од важнијих проблема у свакој осигуравајућој компанији је анализа нивоа ризика пословања услед продужетка уговора са осигураницима. Експерти, на основу искуства и знања, као резултата најбоље праксе, одлучују о ФР који су најзначајнији за одређивање нивоа ризика пословних процеса. Анализом ризика пословања утврђено је да су на тржишту осигурања Републике Србије најдоминантнији ризици одлучивања, од којих су најприсутнији ризици андерајтинга и актуарства. Менаџмент ризицима у осигуравајућим кућама је у надлежности актуарства и андерајтера. Актуарство обухвата сагледавање, дефинисање и формулацију свих потребних активности у циљу покрића будућих финансијских обавеза из закључених уговора осигурања, применом актуарских техника, метода или модела. Актуари дефинишу и предлажу менаџменту интерни модел мерења ризика довољности премије и резерви за штете, као и њихове међузависности при одређивању солвентности. Мерењем појединих ризика може да се прати колики је њихов утицај на финансијску моћ осигуравача, на основу које се одређује положај осигуравача на тржишту осигурања Републике Србије.

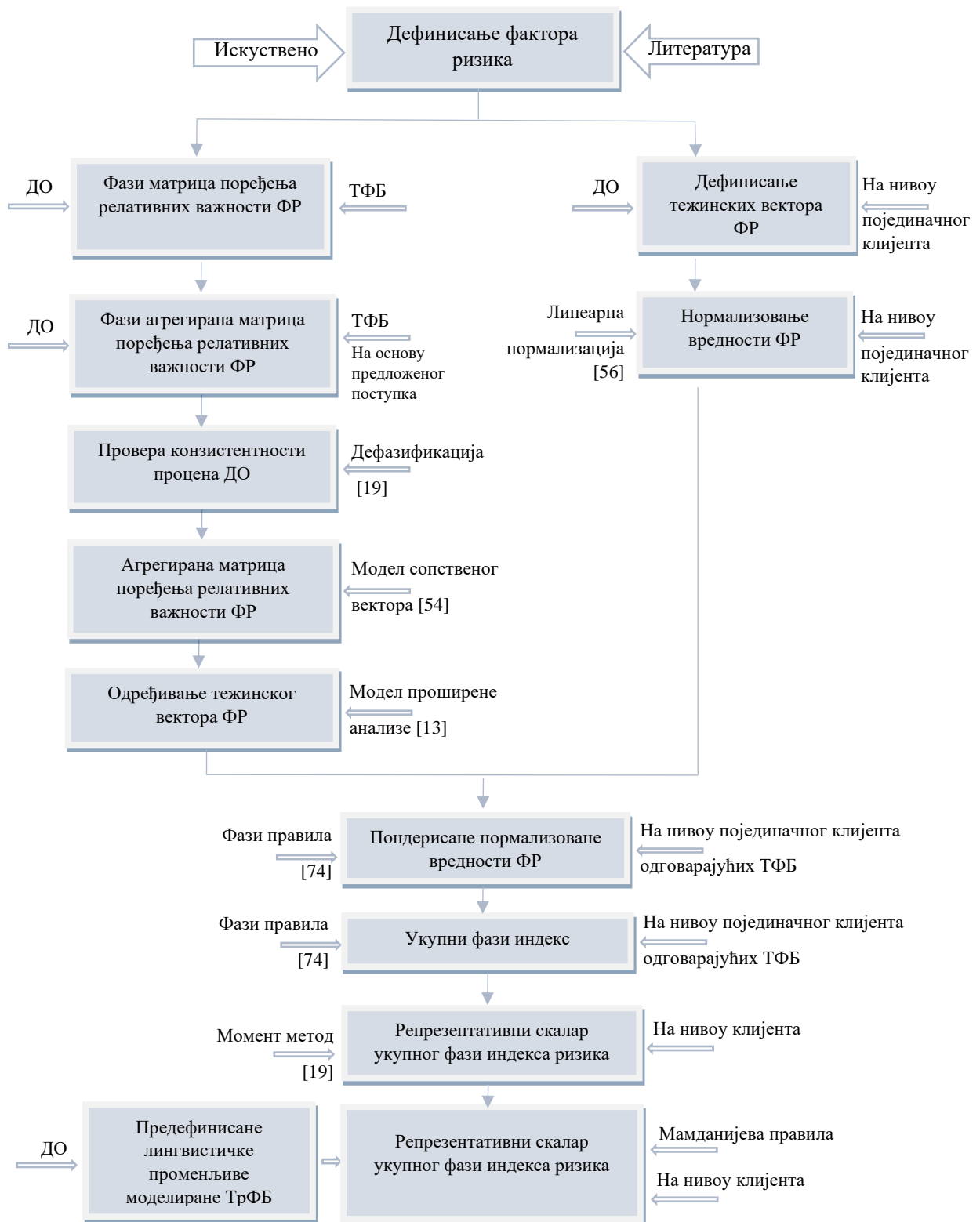
Андерајтери усклађују исплативост наплаћене премије и исплаћених штета. Уколико је премија недовољна за покриће штета, са великом вероватноћом ће осигуравач пословати са губитком, што доводи до ризика преузимања. Овај ризик може да укључи, на пример, потцењене обавезе из претходних година. Андерајтинг има значајану улогу у процесу одлучивања у осигуравајућим компанијама. Последице погрешних одлука андерајтера могу бити у преузетим ризицима, што може проузроковати нове директне и индиректне ризике са финансијским губицима. Андерајтинг је веома сложен процес којим се омогућава прецизније сагледавање физичко-техничког аспекта ризика. Суштина деловања андерајтера је у разврставању клијената на добре, просечне и лоше осигуранике у зависности од полазних критеријума. Андерајтинг у осигурању обухвата активно и практично учешће у свим процесима управљања и процене ризика као што су преглед и процена ризика портфеља, процена потенцијалних ризика за преузимање у осигурање (пресудни су у одлучивању да ли да се закључи нови или обнови постојећи уговор о осигурању).

Актуарске анализе зависе од довољности, тачности, стабилности и поузданости доступних података у потребном историјском раздобљу. Разним статистичким методама, као и субјективним проценама у случају недовољности расположивих података, актуари пројектују и оцењују будуће финансијске токове, висине будућих премија, износе будућих потенцијалних штета и друге финансијске показатеље. Када су расположиви подаци недовољне поузданости и немогуће је применити актуарске методе, тада је неопходна експертска, индивидуална, оцена ризика. Те експертизе ће урадити андерајтери као, стручна лица са неопходним знањем и искуством у вези са ризицима у осигурању и као такви, често су специјализовани само за поједине врсте осигурања. У овој дисертацији за ДО су изабрани актуари и андерајтери јер имају једне од најважнијих улога у процесима доношења одлука у вези са одређивањем нивоа ризика пословних процеса у осигуравајућим компанијама.

Уопштено, фактори ризика адекватно се могу описати са  $K$  различитих лингвистичких израза који су моделирани троуганим фази бројевима  $\tilde{v}_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J$ . Домени ових троугаоних фази бројева су различитих мерних јединица и припадају различитим интервалима реалне праве. Границе домена дефинишу експерти на основу искуства и података из евиденције. Да би вредности ФР биле упоредиве неопходно је извршити нормализацију њихових домена. Нормализацијом се вредности променљивих пресликавају у скуп реалних бројева из интервала  $[0, 1]$ . Вредност 0 означава најмању, а вредност 1 највећу вредност променљиве. Нормализација ТФН је извршена применом методе линеарне нормализације [56]. Пондерисане нормализоване вредности ФР су добијене коришћењем правила фази алгебре.

Надаље је описан поступак одређивања нивоа ризика приликом обнове уговора за сваког клијента, узимајући у обзир вредности ФР као и њихове тежине. Прво, укупни фази индекс ризика  $\tilde{\rho}_n$ ,  $n = 1, \dots, I$ , као и њихови репрезентативни скалари, се рачунају коришћењем правила фази алгебре [19, 74]. Припадајући репрезентативни скалар ТФБ,  $\tilde{\rho}_n$ , се добија методом максималне веродостојности [19]. Укупан број излазних правила  $N$ , рачуна се према логистичком правилу  $N = J^K$ . У овом рукопису, на основу уведених претпоставки  $J = 3$  и  $K = 4$  добија се да је укупан број излазних правила  $N = 3^4 = 81$ . Јасан је закључак да коришћење принципа апроксимативног резоновања није оправдано

у пракси. Смањење броја излазних променљивих, што истовремено доводи до повећања ефикасности доношења одлука, постиже се применом фази АКО-ОНДА правила заснованих на Мамданијевој методи [39, 58, 76]. Овај метод је широко прихваћен за идентификацију нивоа ризика у осигурању за прикупљање експертског знања јер омогућава експертизу на интуитивнији начин. Свако правило се може приказати класичном импликацијом где је логички оператор пресека  $\wedge$  у фази логици замењен минималном вредношћу под одређеним условима. Због тога се може закључити да је систем поједностављен одбацивањем мање значајних правила. На овај начин се значајно повећава практична примена развијеног модела и постиже довољна тачност закључивања. Дијаграм тока методологије истраживања је приказан на Слици 4.1.



Слика 4.1 Дијаграм тока методологије истраживања

## 4.1 МОДЕЛИРАЊЕ РЕЛАТИВНОГ ЗНАЧАЈА ФР

Доносиоци одлука дефинишу лингвистичке променљиве помоћу којих се описује значај сваког фактора ризика. Моделирање дефинисаних лингвистичких исказа је применом фази логике због високог степена неизвесности и непрецизности у процесу доношења одлука. Применом описних и интервалних оцена могуће је прецизније и једноставније одредити односе фактора ризика. Све лингвистичке променљиве су моделиране троугаоним фази бројевима јер се њима постиже задовољавајућа тачност резултата и не захтевају сложена математичка израчунавања.

Доносиоци одлука дефинишу лингвистичке променљиве помоћу којих се описују вредности посматраних ФР. Претпоставља се да ДО много боље процењују релативну важност фактора ризика када се разматра сваки пар фактора ризика понаособ. Такође су њихове процене боље исказане лингвистичким изразима него нумеричким вредностима. Пре примене саме методе потребно је дефинисати критеријуме на основу којих се врши процена ризика.

Реално је увести претпоставку да променљиве имају различиту релативну важност. С тим у вези, сматра се да ФР немају исте релативне важности и да се оне не мењају током одређеног временског периода. Они укључују висок степен субјективних процена, знања и искуства ДО.

ДО користе унапред дефинисане језичке изразе који су моделовани ТФБ

$$\tilde{W}_{ii'}^e = (l_{ii'}^e, m_{ii'}^e, u_{ii'}^e), \quad (4.1)$$

где параметри  $l_{ii'}^e$ ,  $m_{ii'}^e$ ,  $u_{ii'}^e$  представљају најмању могућу вредност, најперспективнију вредност и највећу могућу вредност, модалну вредност  $m_{ii'}^e$ , која описује неки фази догађај, респективно. Вредности домена ТФБ припадају интервалу  $[1, 5]$ . Вредност 1 означава да променљиве  $i$  и  $i'$ , имају једнаку релативну важност. Док вредност 5 представља да  $i$  према  $i'$  има екстремно већу релативну важност.

Ако ФР  $i$  има јачи релативни значај у односу на ФР  $i'$ , онда се скала поређења у паровима може приказати троуганим фази бројем

$$\tilde{W}_{ii'}^e = \left( \tilde{W}_{i'i}^e \right)^{-1} = \left( \frac{1}{u_{i'i}^e}, \frac{1}{m_{i'i}^e}, \frac{1}{l_{i'i}^e} \right). \quad (4.2)$$

Ако је  $i = i'$ , тада је релативни значај ФР  $i$  у односу на ФР  $i'$  представљен бројем 1 који је ТФБ (1, 1, 1).

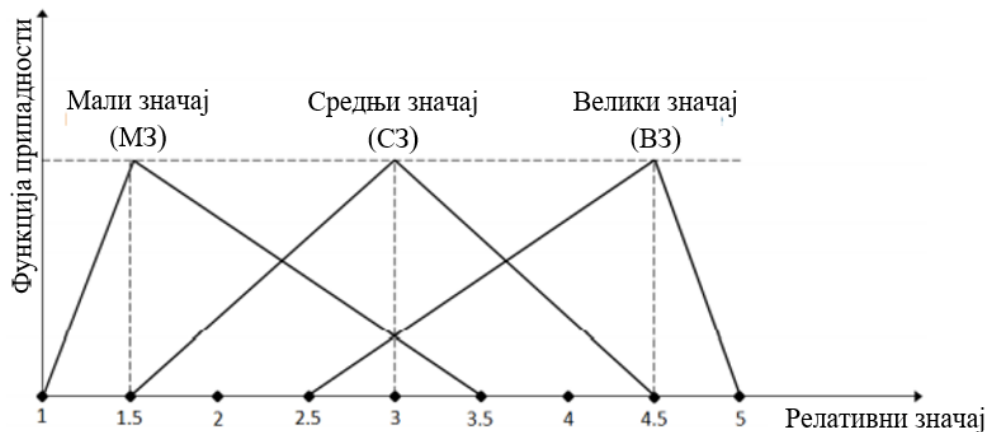
У овој докторској дисертацији коришћени су следећи лингвистички искази за описивање релативног значаја третираних ФР:

*мали значај* (МЗ) – (1, 1.5, 3.5)

*средњи значај* (СЗ) – (1.5, 3, 4.5)

*велики значај* (ВЗ) – (2.5, 4.5, 5)

а графички приказ одговарајућих ТФБ је на Слици 4.2.



Слика 4.2 ТФБ који описују релативну важност ФР

Грануларност се дефинише као број ТФБ којима се описује релативни значај ФР. У овој дисертацији, с обзиром на врсту и величину разматраног проблема, као и експертско мишљење, узето је да су лингвистичким варијаблама додељена три језичка израза. Тада су домени ових ТФБ реални подскупови интервала [1-5].

#### 4.1.1 ФР - Износ настале штете

Да би се приоритетизовали ризици, неопходно је да се изврши њихова класификација према начину на који угрожавају солвентност осигуравајуће компаније. Свака осигуравајућа компанија се, између осталог, суочава са ризицима флукуације и фреквенције штета, што спада у категорију ризика обавеза осигуравача (они произилазе из саме природе пословања). Основ сваког уговора чини конкретан осигураник, па с тим у вези и кретање његових насталих штетних догађаја које директно утиче на ризик пословног одлучивања као и на ризике грешака преузимања и вредновања осигураних ризика.

Просечна вредност финансијског износа настале штете и учесталост штета су повезане категорије. Осигуравајуће компаније треба да ускладе портфељ по броју и износу насталих осигураних случајева као и по временском периоду настајања. Недостатак прихода за покриће штета, се може компензовати већим приходима или мањем броју насталих штета у наредној години. Међутим тај тренд не мора да се настави и у наредним обрачунским периодима. С тим у вези, за осигуравача су најприхватљивији учестали ризици слабог интензитета, јер су трошкови задовољавајући због очекиваних финансијских ефеката осигураних случајева. Формирање статистике је веома значајно за будућа пословања осигуравача, с тим у вези, још један значај учесталијих штета је што се на основу њих могу формирати статистичке базе података. Ретки штетни догађаји не обезбеђују рационалне податке који утичу на будуће обрачуне. Подједнак значај на пословну политику осигуравача имају штете велике бројности а малог финансијског издатка, као и штете мале бројности али великог интензитета, са великим утицајем индивидуалних (катастрофалних) штета.

Оцена ризика се формира на основу интензитета и фреквенције штета које настају остваривањем ризика. Интензитет штете је економски издатак као последица реализације осигураног догађаја. Просечан износ настале штете се рачуна на основу историјских података, у виду количника финансијског износа и броја насталих осигураних догађаја у посматраном период. Износ и бројност штета су категорије у осигурању које нису константног типа. Наиме оне су подложне утицајима разних чиниоца попут природних, политичких, економских, технолошких и других фактора.



Износ штете припада класичном скупу  $A$  који задовољава неку особину  $P$ , а одговарајућа функција припадности је број из интервала  $[0, 1]$ . Носач је универзални скуп  $U$  који је у општем случају интервал  $U = [0, +\infty)$ , јер се унапред не зна колики ће бити износ настале штете. Међутим, у осигуравајућим друштвима у зависности од висине самопридржаја сваке компаније дефинише се износ максималне могуће штете коју осигуравач може да преузме у покриће. С тим у вези, неопходно је дефинисати границу скупа  $U$  да би се осигурана средства ускладила са обавезама јер су осигуравачи носиоци ризика. С тим у вези, универзални скуп  $U$ , па самим тим и скуп  $A$ , је коначан интервал, јер због солвентности  $a$  и самог опстанка осигуравача, није могуће узети у покриће неограничен број насталих штета.

Штете обухваћене осигурањем имовине (ствари) су по правилу само материјалне штете настале на осигураном предмету или објекту, које су с обзиром на то колики је интензитет оштећења делимичне или тоталне. Оцене граница домена су утврђене интуитивно и то помоћу експертског искуства према стварном кретању износа штета на примеру осигурања имовине по свим клијентима у пилот осигуравајућој компанији. За доносиоце одлука за продужење уговора значајну улогу има структура портфеља као и историјски подаци осигураника. На основу реалне базе података дефинише се ток расподела износа и броја штета клијента, да би се установило хронолошко „понашање“ осигураника. Уколико постоје непотпуни подаци тада је потребно формирати хипотетичке сценарије тока кретање броја и износа штета за примену модела.

Просечна висина штете је основ за израчунавања висине премије. То је главни разлог зашто је домен овог ФР дефинисан на основу историјског кретања упросечених износа штета. У случају мале базе података просечан износ штете није релевантан, због тога је веома важно за експерименталну примену модела изабрати врсту осигурања која има репрезентативну базу података.

За овај фактор ризика разматрани су просечни износи штета по свим извдојеним осигураницима, јер упросечивањем се постиже тренд нормалне расподеле. С теоријске стране, домен променљиве интензитет штета је  $(0, +\infty]$ , али је у пракси скуп могућих вредности ограничен. Разматрањем просечних износа насталих штета добијених на основу података из реалне базе штета пилот осигуравајуће компаније за имовинско осигурање, за потребе докторске дисертације, одлучено је штете чији износ премашује

300.000 рсд сматрају тоталним, а све испод тог износа делимичним штетама. Сматраћемо да износ штете (приказан у 000 РСД) није мањи од 0 и већи од 300.

Велику улогу за ДО у осигуравајућој компанији има структура портфеља као и историјски подаци. Да би се утврдило историјско понашање осигураника потребно је на основу реалне базе података дефинисати ток расподела износа и броја штета. За разматране осигуранике одређено је њихово учешће просечних ликвидираних износа у просеку ликвидације на нивоу компаније за имовинско осигурање.

Домен променљиве износ настале штете се одређује експертским утврђивањем граничних износа штета  $\{I_1, I_2, I_3, I_4\}$ , којима је домен издељен на подинтервале припадности. Граничне износе дефинишу експерти на основу историјског тока кретања износа штета из реалне базе података за осигурање имовине по свим клијентима у осигуравајућој компанији. Због квантификовања ризика, да би се резултати могли исказати финансијском терминологијом, величина ризика се традиционално, утврђује просечним интензитетом насталих штетних догађаја. Посматрају се просечни износи штета клијента по годинама у односу на укупан број штета у посматраној години, за имовинско осигурање у осигуравајућој компанији. Анализом постојеће базе података добијена је по годинама настанка штета, расподела процентуалног учешћа износа ликвидације штета једног клијента у укупном износу ликвидираних штета. Оцена параметра је дефинисана на основу експертског искуства и анализе појединачног учешћа клијената у укупном износу насталих штета по години настанка у пилот осигуравајућој компанији за осигурање имовине. На основу тога су дефинисане граничне вредности  $\{I_1=10.000, I_2=100.000, I_3=200.000, I_4=300.000\}$ .

На основу износа и квалитативног описа последице, уводе се четири језичке променљиве за описивање вредности овог фактора ризика:

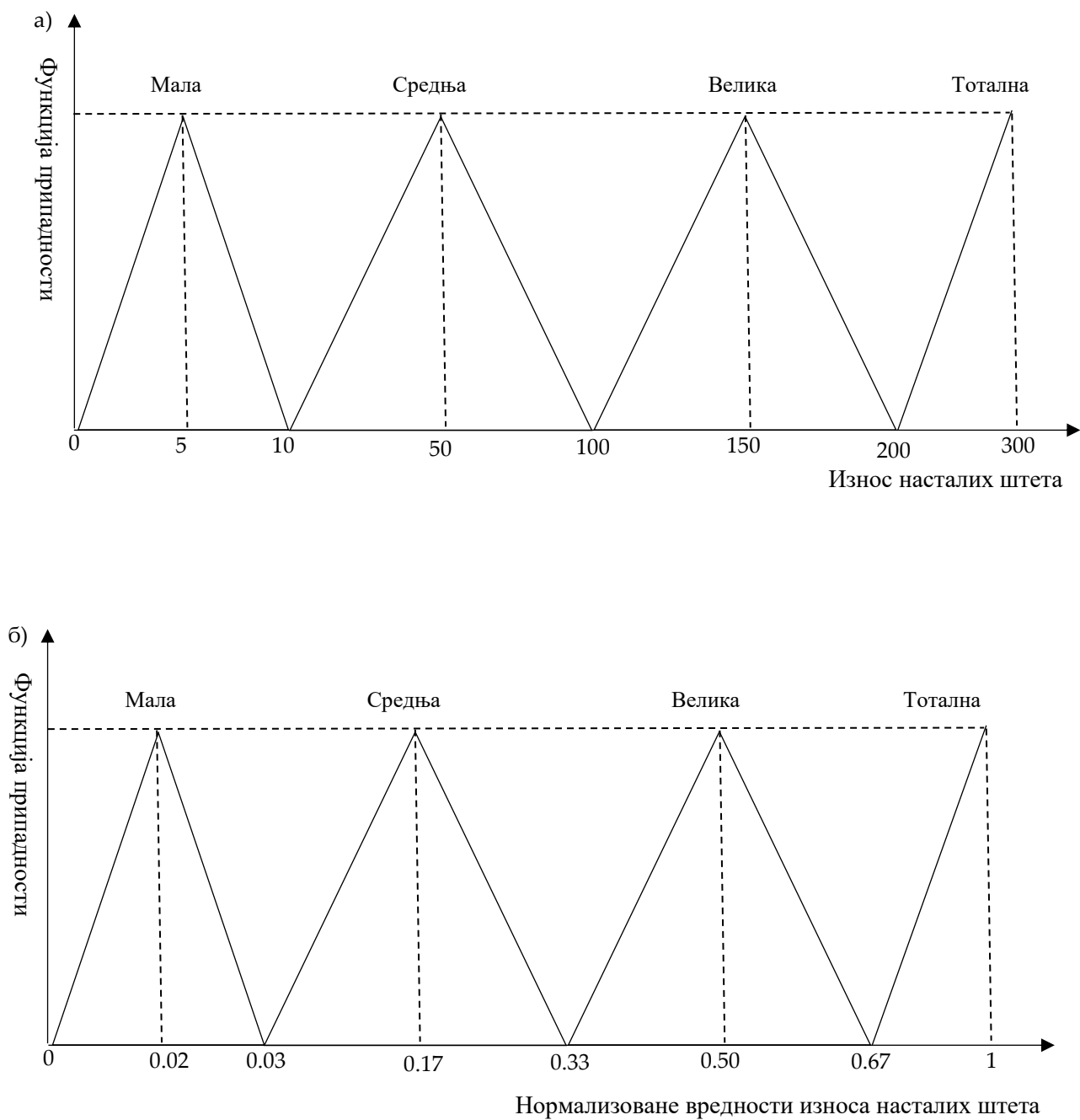
1. *мала штета* (Л1)
2. *средња штета* (Л2)
3. *велика штета* (Л3)
4. *тотална штета* (Л4).

Ови лингвистички искази су моделирани помоћу ТФБ (видети слику 4.3а), чији су домени одређени на основу искуства ДО. Слика 4.3б приказује одговарајуће нормализоване вредности ТФБ.

Рангирање износа штета дефинише се према интервалу ком припада. Домени функција припадности су изабрани тако да највише одговарају дескриптивним подацима, Табела 4.1.

Табела 4.1 Домен ФР износ насталих штета

Лингвистичка карактеризација износа штете	Домен ТФБ (у 000 РСД)
<i>мала</i>	износ ликвидације до 10
<i>средња</i>	износ ликвидације од 10 до 100
<i>велика</i>	износ ликвидације од 100 до 200
<i>тотална</i>	износ ликвидације преко 300



Слика 4.3 Лингвистичке променљиве а) вредност ликвидираних штета и б) одговарајући нормализовани ТФБ

#### 4.1.2 ФР - Учесталост штета

Учесталост штета је уско повезана са износом штета и треба их посматрати заједно. Осигуравач као носилац ризика мора уједначити портфељ осигурања како по броју тако и по износу насталих штета. Вероватноћа догађаја да ће пословање бити изложено ризицима се оцењује на основу искуства, историјских показатеља као и предвиђања учесталости. Утицај вероватноће у овој дисертацији се посматра у контексту учесталости штета посматраног клијента. Учесталост штета, се дефинише као број насталих штета једног клијента у посматраном периоду за изабрану врсту осигурања.

Да би се се утврдили историјски показатељи „понашања“ клијента, неопходно је да се на основу реалне базе података о штетама дефинишу расподеле износа и броја штета сваког осигураника. Вршена је анализа постојеће реалне базе података по свим осигураницима на примеру осигурања имовине у изабраној осигуравајућој компанији која послује на територији Републике Србије. Анализа података је вршена према броју насталих штетних догађаја једног клијента, посматраних кроз све његове уговоре о осигурању имовине у оквиру стварне базе података о броју насталих штета сваког клијента понаособ у осигуравајућој компанији. Због могућности настанка више од једне штете у току трајања уговора о осигурању имовине, потребно је посматрати број штета клијената по сваком уговору, као и однос тога и укупног броја насталих штета тог клијента. Ова променљива има понашање по Поасоновој расподели, која захтева оцену само једног параметра, који може бити оцењен на основу просечне фреквенције штета.

Учесталост штета као ФР је дискретна, ненегативна случајна променљива, чији је домен, уопштено гледано,  $[0, +\infty)$ , с тим да је скуп могућих исхода реално ограничен. Разматрањем реалних података у периоду од 10 година, за потребе докторске дисертације, одлучено је да број насталих штета једног клијента није мањи од 0 и није већи од 10.000. Према томе сматра се да осигураник не може имати реализованих више од 10.000 одштетних захтева. Домен за ову улазну променљиву је подскуп скупа  $[0, 10.000]$  и у општем случају ће зависити од врсте осигурања која је изабрана за експерименталну примену модела.

Вредности овог ФР зависе од фреквентности штета једног клијента. Улазна променљива учесталост штета се односи на број насталих штета једног клијента у посматраном

периоду. Као и код прве улазне променљиве, неопходно је одредити домен, који се одређује дефинисањем граничних бројева чиме се формирају интервали припадности. Гранични бројеви се дефинишу помоћу експертског искуства према стварном кретању броја штета на примеру осигурања имовине по свим клијентима у осигуравајућој компанији. Посматра се засебно број штета клијента по сваком уговору у односу на укупан број штета насталих на примеру осигурања имовине у оквиру осигуравајуће компаније. Оцена параметра је дефинисана на основу експертског искуства и поменуте анализе учешћа и на основу тога су дефинисане граничне вредности  $\{10, 30, 100, 150\}$  домена ТФБ.

Домен је на основу експертизе издељен на 4 интервала припадности, и сваком од њих одговара једна лингвистичка променљива. Вредности овог ФР се адекватно могу описати коришћењем 4 лингвистичке променљиве:

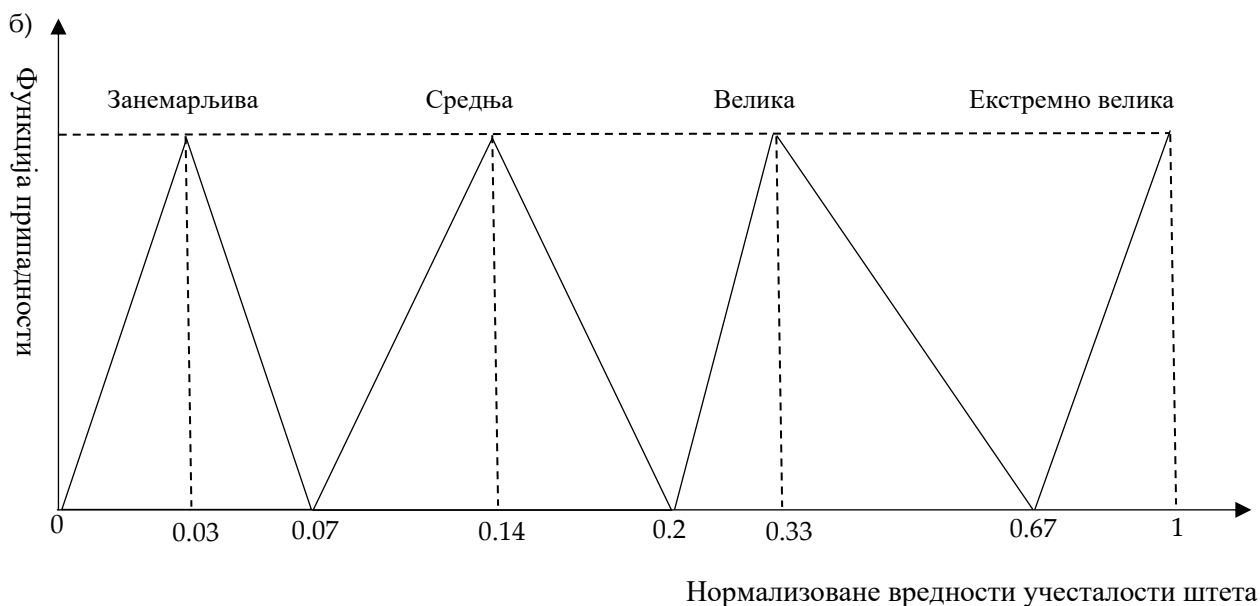
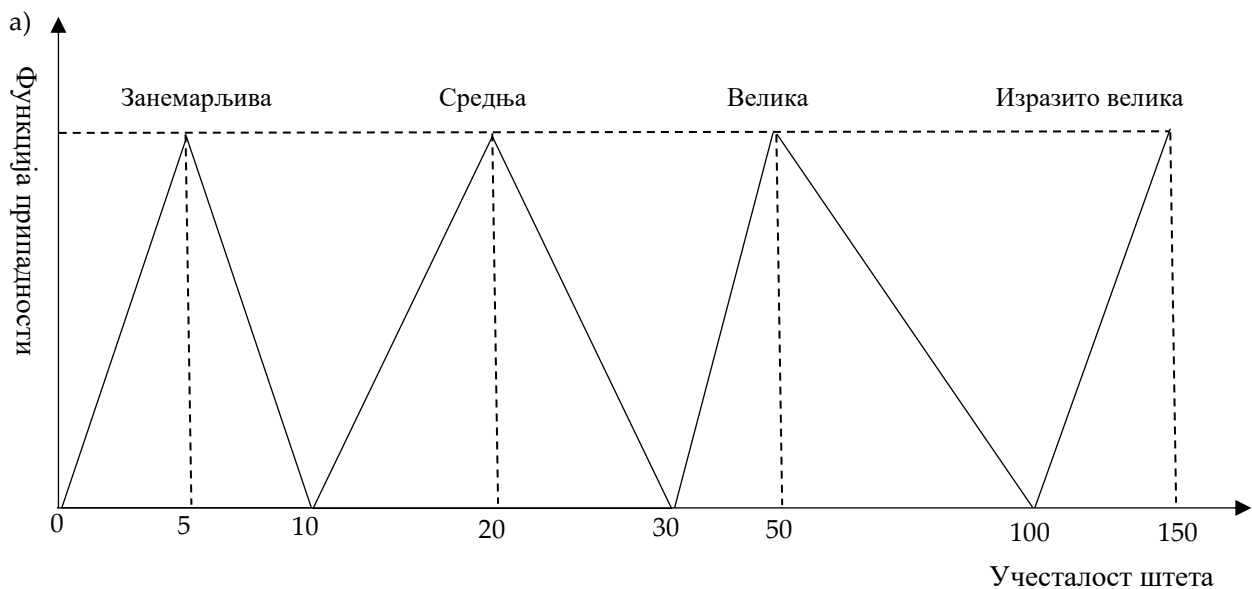
1. занемарљива учесталост (M1)
2. средња учесталост (M2)
3. велика учесталост (M3)
4. изразито велика учесталост (M4).

Рангирање фреквентности штета дефинише се према интервалу ком припада. Домени функција припадности су изабрани тако да највише одговарају дескриптивним подацима, Табела 4.2.

Табела 4.2 Домен ФР број насталих штета

Лингвистичка карактеризација фреквентности штета	Домен ТФБ
<i>занемарљива учесталост</i>	до 10 штета
<i>средња учесталост</i>	од 10 до 30 штета
<i>велика учесталост</i>	од 30 до 100 штета
<i>изразито велика учесталост</i>	више од 100 штета

Вредности у домену ових језичких израза одређују се уважавајући број насталих нежељених догађаја сваког клијента по сваком уговору. Ова улазна променљива се може приказати преко 4 фази скупа који непокривају једнаке интервале. Функције расподеле су одређене на основу субјективних процена ДО и приказују знање експерата о разматраном ФР. Исказне вредности посматраних улазних лингвистичких променљивих дате су у виду троугаоних фази бројева, који су приказани на слици 4.4 а). Коришћењем процедуре нормализације, на слици 4.4 б) су приказани ТФН са нормализованим доменима.



Слика 4.4 Лингвистички изрази за описивање: а) учесталост штета и б) одговарајућих нормализованих ТФБ



### 4.1.3 ФР - Рацио штета

Рацио штета, као однос насталих осигураних штета и зарађене премије у посматраном периоду (години), сматра се најједноставнијом мером адекватности премије у области неживотног осигурања. Рацио штета, је процентуално учешће насталих штета у оствареној премији и сматра се показатељем да ли је премија довољна да покрије обавезе из осигурања. Може се рећи да је рацио штета мера перформанси јер представља профитабилност компаније за целокупан период осигурања посматраног клијента. Као процентуално учешће насталих штета у зарађеној премији, рацио штета се може користити као алат за управљање ризицима у компанији. Он је показатељ профитабилности, довољности премије да се покрију обавезе из осигурања и као проценат може бити већи од 100%.

На основу анализе реалне базе података и оцене експерата, у пракси се показало да је рацио:

- *оптималан* ако је у опсегу од 0-35% (сматра се оптималним односом премије и штета);
- *веома добар* ако су му вредности у интервалу од 35% до 60%;
- *условно прихватљив* ако је у опсегу од 60% до 100% (однос је далеко од прихватљивог (знатно је лошији од оптималног) али с обзиром на то да је и даље мањи од 100%, може се сматрати мером позитивног пословања јер постоји остварена зарада, колико год она била минорна);
- *неприхватљив* ако је већи од 100%, (финансијска вредност штета је знатно премашила премију и сматра се да осигуравач послује са губитком и може да се угрози финансијско здравље осигуравајуће компаније).

С тим у вези вредности овог ФР се адекватно могу описати коришћењем 4 лингвистичке променљиве:

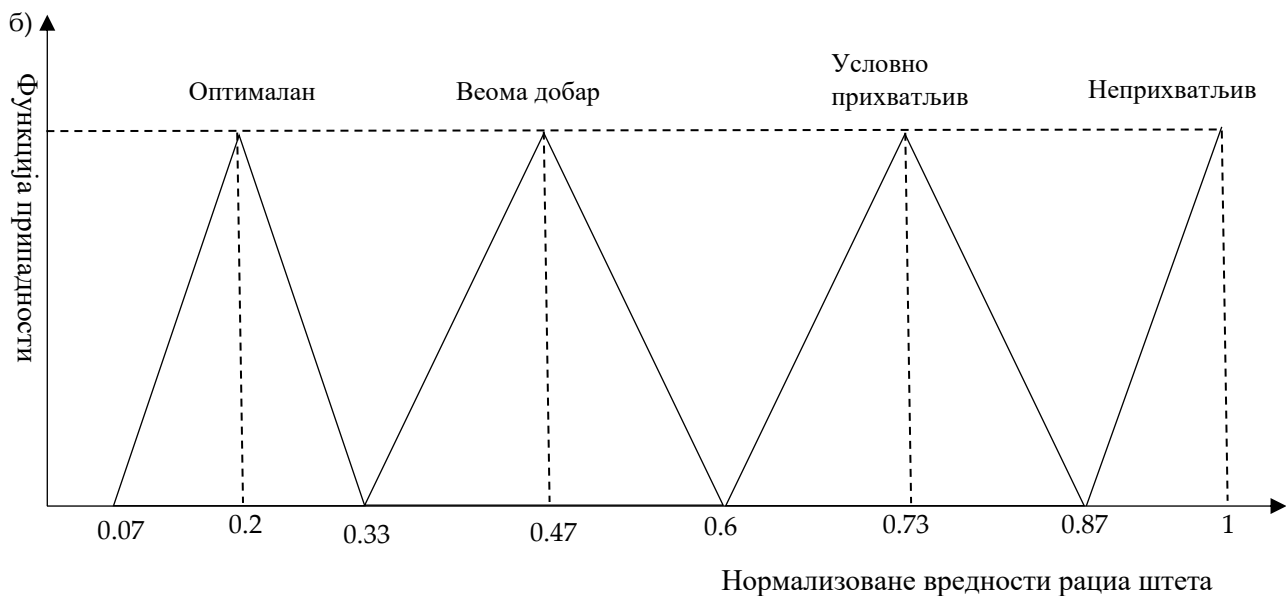
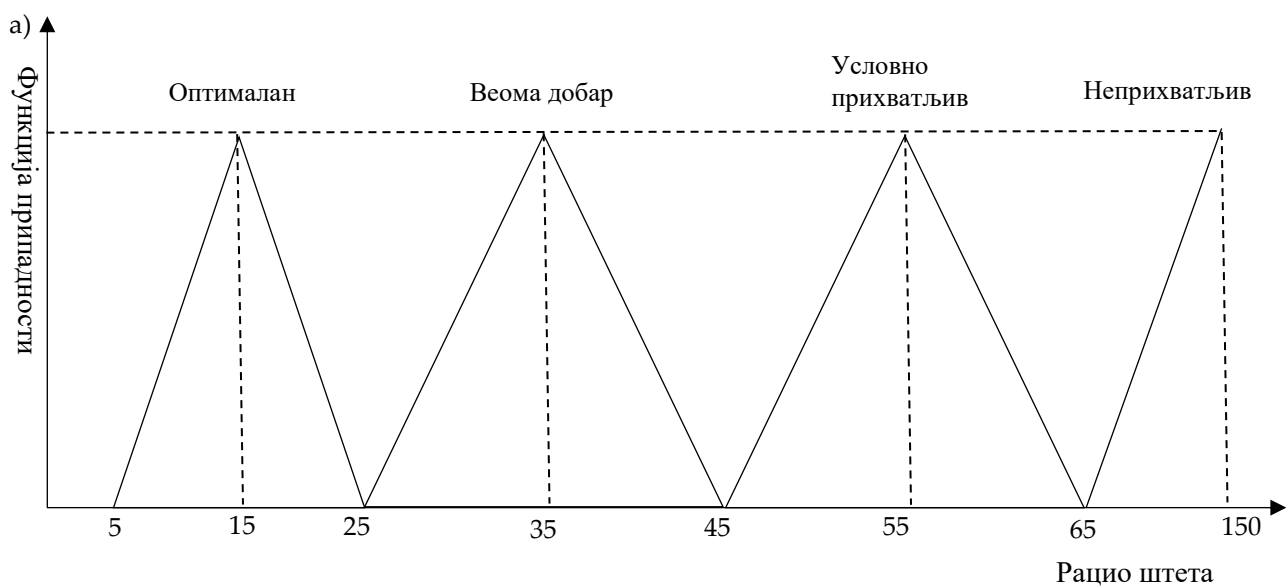
- *оптималан* (К1)
- *веома добар* (К2)
- *условно прихватљив* (К3)

- *неприхватљив* (K4).

Праћење тока насталих одштетних захтева као и тока наплаћене премије, чини основ за предвиђање будућих финансијских резултата. Настале штете су класичан трошак осигуравача и зато је важно добро формирати и дефинисати пословне циљеве. Од износа премије осигурања зависи финансијски положај осигуравача, његова солвентност и средстава за покриће ризика, подмирење трошкова и остварење зараде. Основни циљеви осигуравача је ускађивање пословних процеса на основу односа вредности прихода, расхода и добити. Управо је рацио штета категорија која на најједноставнији начин кроз количник обједињује основне приходе, премију, и највећи део расхода, настале штете, осигуравача. Као процентуално учешће насталих штета у зарађеној премији, потребно је узети у обзир рацио штета приликом утврђивања нивоа ризика у друштву за осигурање. То је показатељ довољности премије за покриће обавеза из осигурања.

Овај ФР је значајан параметар коректности пословне политике цена и обавеза и показује у којој мери је осигуравач у стању да приходима од премије измири настале штете. Високе вредности овог ФР могу указивати на то да осигуравач не може да измири своје обавезе по одштетним захтевима.

На основу резултата најбоље праксе, вредности ФР су описане са четири лингвистичке променљиве које су моделоване ТФБ и приказане на Слици 4.5.



Слика 4.5. Лингвистички изрази за описивање: а) рача штета и б) одговарајућих нормализованих ТФБ

#### 4.1.4 ФР - Ниво ризика

Уопштено гледајући ризици могу бити финансијски и нефинансијски. Финансијски ризици су они ризици чији исход подразумева финансијски губитак што их ставља у фокус осигуравајућих компанија јер су потенцијални предмет осигурања. Адекватно утврђен ниво ризика будућих пословних процеса у условима неизвесности утиче на профитабилност. Профит је директно пропорционалан премији, која се потражује од осигураника, и која се зарачунава на основу историјских показатеља и будућих предвиђања штетних догађаја. Уколико је наплаћен одговарајући износ премије за осигурани ризик, тиме би се сачували осигураници, јер би превисоки износ премије довео до губитка како старих тако и потенцијалних клијената. Адекватном проценом ризика пословних процеса може се умањити износ премије чиме би осигуравач постигао већи удео у тржишту осигурања. Утврђивањем нивоа ризика извршила би се селекција ризици по приоритетима, на основу чега би се умањила нестабилност, односно ризик портфолиа и тако смањили капитални трошкови.

Делатност осигурања је преузимање ризика, у сопствено покриће, којима су изложени корисници осигурања у замену за премију осигурања. Због тога је неопходна континуираност у исплати штета насталих осигураних случајева, као и праћење ризика који угрожавају пословање. Уз типичне ризике пословања на тржишту осигурања (као што су: тржишни ризик, кредитни ризик, ризик ликвидности, итд) постоје врсте ризика које су карактеристичне за поједине врсте осигурања или су у вези са самом делатношћу осигурања. Због неизвесности која прати тренутак настанка и износа штете неопходно је осигурати довољно средстава за покриће ризика. Према томе, у овом раду анализиран је механизам утврђивања нивоа ризика критичних пословних процеса применом фази модела. Један од суштинских проблема осигуравајућих компанија је одређивање нивоа ризика пословања услед продужења уговора са корисницима осигурања, што утиче на постизање пословних циљева као и опстанак предузећа.

Кључне категорије у овом докторском раду и за примену дефинисаног модела су ризици осигурања јер су то природни ризици којима је осигуравајућа компанија изложена по самој природи делатности. Учестала изложеност деловању ових ризика услед велике фреквентности и финансијске последице насталих штета може довести до немогућности

измирења насталих обавеза осигуравача. Ризик осигурања се може поделити на чисте ризике осигурања (који настају из флукуација броја и износа штета), и на оперативне ризике у пословима осигурања (који се односе на погрешне процене и одлуке менаџера у процесу селекције ризика). Фактори ризика који су коришћени за модел утврђивања нивоа ризика, у овој докторској тези, дефинисани су на основу ризика осигурања јер су они сублимација трошкова, зараде и показатеља (не)адекватности премије. Постоје још и тржишни и кредитни ризици као финансијски ризици којима се излаже осигуравач, као финансијска институција, као и оперативни ризици који погађају апсолутно сва предузећа.

Многобројни су како ризици тако и нивои ризика у осигурању, који могу ићи до мера катастрофалних. Код катастрофалних ризика, реализација догађаја доводи до штете које су са становишта осигураника, изразито великог економског издатка. За настале катастрофалне догађаје карактеристично је да уз велику финансијску штету, као последицу њиховог дешавања, долази до дугорочних последица попут уништења инфраструктуре, прекида у раду итд. Уз финансијски сегмент, последице катастрофалних ризика имају и социјални аспект, јер ризике великих размера, на жалост, углавном прати и губитак живота, нарушавање здравља, губитак прихода итд.

Да је ризик осигурања најутицајнији и најнеадекватнији за примену модела могло се закључити и интуитивно јер основу ризика осигурања чине зарађена премија и трошкови пословања чији највећи део су управо финансијски ефекти насталих осигураних штета. Значај овог ризика за модел из дисертације је у томе што се профитабилност осигуравајуће компаније мери основним показатељима као што су: фреквенције и финансијски ефекти штета, зарађеном премијом и основни показатељ пословања осигуравача- рациом штета.

Перцепција осигурања је преузимање ризика, самим тим финансијски положај осигуравача почива на управљању ризицима. Да би се приоритетизовали ризици, неопходно је да се изврши њихова класификација у односу на то како угрожавају солвентност осигуравајуће компаније. Свака осигуравајућа компанија се, између осталог, суочава са ризицима флукуације и фреквенције штета, што спада у категорију ризика обавеза осигуравача (који произилазе из саме природе пословања). Основ сваког уговора чини конкретан осигураник, па с тим у вези, кретање његових насталих штетних

догађаја директно утиче на ризик пословног одлучивања, ризик грешака преузимања и вредновања осигураних ризика. Обнова уговора са појединим клијентом се може посматрати као вид инвестирања. Лоше вођена инвестициона политика дате компаније може довести до неповољног положаја на финансијском тржишту. Селекцијом ризика које осигуравач преузима у сопствено покриће, уколико се не испрати интензитет фреквенције и финансијски ефекти штета, може довести до превазилажења очекиваних фактора ризика. Што даље може узроковати немогућност извршења обавеза осигуравача чиме се може нарушити његова ликвидност. Због могућег акумулирања штета сличног или истог узрока код појединачног осигураника у оквиру једног периода покрића осигурања, циљ овог рада је праћење истих што је веома значајно јер припадају ризицима трошкова.

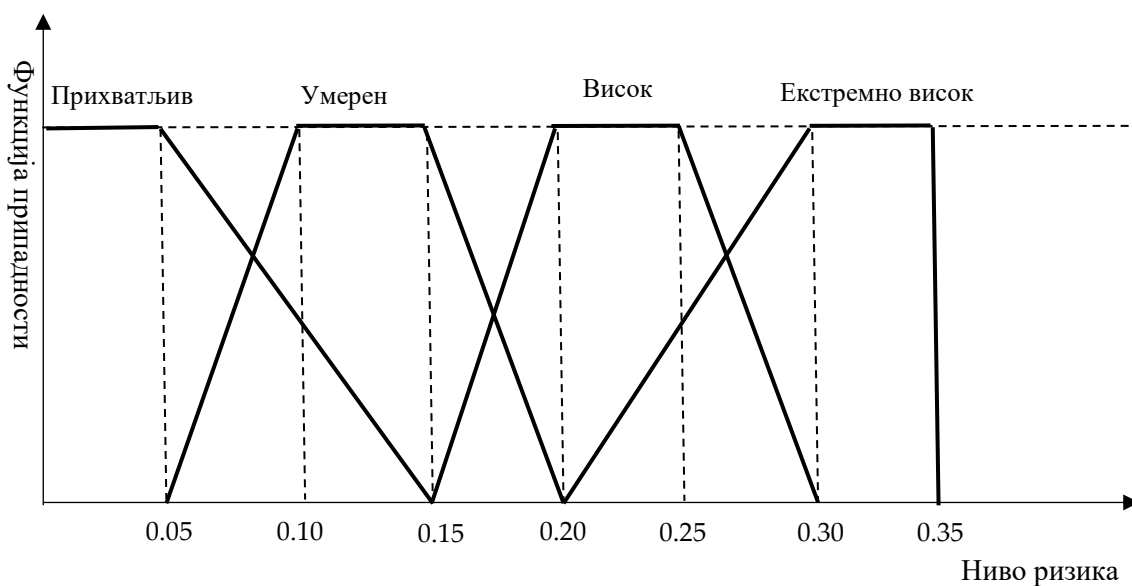
Осигуравачи би требали сами да препознају ризике пословања, као и да обезбеде капитал за покриће истих. С тим у вези, потребно је пратити ризике по линијама пословања. Ризици којима су изложене осигуравајуће компаније захтевају квантитативно и квалитативно мерење због своје природе као и због недовољности поузданих података.

Мерење, односно процену ризика, осигуравач врши кроз квалитативну и квантитативну процену идентификованих ризика и догађаја, класификујући ризике према нивоу њиховог утицаја на укупан ризик. Преузимање ризика, односно продајом полисе, осигуравајућа компанија својим техничким и финансијским капацитетима гарантује да може да поднесе преузете ризике, односно исплати уколико се десе, осигуране штетне догађаје.

Интензитет ризика може бити дефинисан као нумеричка или лингвистичка променљива. Искуства експерата из области осигурања су показала да се ризик описује лингвистичким променљивим, односно терминима низак, средњи, висок итд.

Руководство осигуравајуће компаније може дефинисати различите нивое ризика. На пример, ниво ризика се може односити на максимални проценат промене у односу на најгори ниво ризика. Уважавајући резултате најбоље праксе из домена осигурања, ниво ризика се може моделовати помоћу једног од четири унапред одређена лингвистичка термина који су моделовани трапезоидним фази бројевима који су представљени на слици 4.6:

- Прихватљив (Q1) – (0, 0, 0.05, 0.15)
- Умерен (Q2) – (0.05, 0.1, 0.15, 0.2)
- Висок (Q3) – (0.15, 0.2, 0.25, 0.3)
- Екстремно висок (Q4) – (0.2, 0.3, 0.35, 0.35)



Слика 4.6 Језички изрази и одговарајући ТрФБ за описивање нивоа ризика

Интензитет ризика се може приказати помоћу 4 фази скупа и њихових функција припадности као, а ТрФБ тип функције припадности се показао најприроднијим избором, Слика 4.6. Фази скупови који описују овај ФР углавном покривају једнаке интервале, сем Q4 који и у емпиријском узорку представља врло ретку појаву.

Домени ових ТрФБ су дефинисани у интервалу  $[0, 0.35]$ . Горња граница овог интервала одређена је претпоставком да разматрани ФР имају различите тежине. Ако је преклапање од једног ТрФБ до другог ТрФБ веома велико, то очигледно указује да постоји недостатак знања о нивоу ризика или недостатак довољног партиционисања. Предложене вредности дефинисаног нивоа ризика представљају почетни нацрт оцењен мишљењем ДО у осигуравајућим друштвима у Републици Србији.

## 4.2 ПРЕДЛОЖЕНИ АЛГОРИТАМ

За савремену пословну праксу резултати предвиђања пословних процеса су од суштинског значаја за евалуацију будуће финансијске ефикасности предузећа. Поступак планирања и предвиђања нарочито је значајан за предузећа која послују у условима неизвесности. Према томе, у овом раду анализиран је механизам предвиђања и управљања ризиком применом фази модела за утврђивање критичних пословних процеса. Теорија фази логике се показала корисном када је потребно донети одлуку на основу искуства, интуиције и субјективне процене појединих параметара од стране доносиоца одлуке. У докторској дисертацији је представљен поједностављен алгоритам доношења одлука на бази фази логичког одлучивања на нивоу менџмента.

Модел приказан у докторском раду се бави прогнозом потенцијално највећих носиоца ризика међу постојећим осигураницима. На основу дефинисаног модела и изабраних критеријума, утврђивао би се ниво ризичности досадашњег „понашања“ осигураника што би утицало на одлуку о продужењу уговорне обавезе са постојећим осигураником. Неопходно је утврђивање и управљање ризицима на начин којим би се трајно одржавао степен изложености ризицима на нивоу који не угрожава имовину и пословање. Овиме се обезбеђује солвентност компаније, чиме се гарантује осигураницима адекватна накнада по свим одштетним захтевима.

У овом одељку предложени алгоритам је представљен и спроведен у следећим корацима:

### **Корак 1**

Сваки ДО даје фази оцене релативне важности сваког пара ФР  $i, i=1, \dots, I$

$$\tilde{W}_{ii'}^e = (l_{ii'}^e, m_{ii'}^e, u_{ii'}^e); i, i' = 1, \dots, I; i \neq i'. \quad (4.3)$$

На основу оцена важности на нивоу сваког ДО конструишу се фази матрице поређења по паровима.

### **Корак 2**

Фази матрице поређења по паровима релативних важности фактора ризика на нивоу сваког ДО, сублимиране су у једну агрегирану фази матрицу поређења по паровима:



$$[\tilde{W}_{ii'}]_{I \times I} \quad (4.4)$$

где је:

$$l_{ii'} = \min_{e=1, \dots, E} l_{ii'}^e, \quad (4.5)$$

$$m_{ii'} = \sqrt[E]{\prod_{e=1, \dots, E} m_{ii'}^e}, \quad (4.6)$$

$$u_{ii'} = \max_{e=1, \dots, E} u_{ii'}^e. \quad (4.7)$$

Агрегирани фази рејтинг дефинисан изразима (4.5, 4.6, 4.7) представља агрегацију тежина чиме се постижу стабилнији подаци и редукује њихов број.

Израз (4.6) је модел умноженог рангирања који рачуна геометријску средину рангова критеријума. С обзиром на то да је геометријска средина увек мања или једнака аритметичкој средини, њеном применом се постиже елиминисање екстремно лоших вредности.

### **Корак 3**

Потребно је трансформисати фази матрицу поређења по паровима у матрицу поређења по паровима релативних важности ФР

$$[\theta_{ii'}]_{I \times I} \quad (4.8)$$

где је  $\theta_{ii'}$  репрезентативна скаларна вредност ТФБ  $\tilde{W}_{ii'}$ ,  $i, i' = 1, \dots, I$ ;  $i \neq i'$ , добијена момент методом [19].

Конзистетност матрице поређења по паровима, утврђује се методом сопственог вектора [54].

### **Корак 4**

Методом проширене анализе [13] добијен је нормализовани вектор тежина ФР  $[\omega_i]_{I \times 1}$ ,  $i = 1, \dots, I$ .

**Корак 5**

Сваки ФР се може описати помоћу  $K_j$  предефинисаних лингвистичких израза којима се придружују коресподентни ТФБ

$$\tilde{v}_{ji}, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J. \quad (4.9)$$

**Корак 6**

Нормализоване вредности ФР  $\tilde{r}_{ji}, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$  добијене су применом поступка линеарне нормализације [56].

$$\tilde{r}_{ji}, i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J. \quad (4.10)$$

**Корак 7**

Коришћењем правила фази алгебре добијене су нормализоване тежинске вредности ФР [19]:

$$\tilde{z}_{ji} = \omega_i \cdot \tilde{r}_{ji} = (\omega_i \cdot l_{ji}, \omega_i \cdot m_{ji}, \omega_i \cdot u_{ji}). \quad (4.11)$$

**Корак 8**

Укупни фази индекс ризика  $\tilde{\rho}_n$  се рачуна као унија пондерисаних вредности ризика:

$$\tilde{\rho}_n = \bigcup_{j=1}^J \tilde{z}_{ji}, n = 1, \dots, N, \quad (4.12)$$

где је  $N$  укупан број излазних променљивих (у овом докторском раду је то укупан број одлучивања).

**Корак 9**

Репрезентативни скалар ТФБ  $\tilde{\rho}_n, \rho_n$  се рачуна момент методом [19] која је приказана са:

$$\rho_n = defuzz \tilde{\rho}_n. \quad (4.13)$$

**Корак 10**

Постоји много начина за формирање АКО-ОНДА правила одлучивања. У овој докторској дисертацији правила одлучивања су дефинисана на основу експертизе и

искуства ДО по аналогији на Мамданијева правила закључивања. Постоје четири правила одлучивања која су моделирана ТФБ  $\tilde{S}_q$ ,  $q = 1, \dots, 4$ .

Регион нивоа ризика за посматране ФР дефинише се према правилу:

АКО је вредност „укупног индекса ризика” једнака  $\rho_j$ , ОНДА је регион нивоа ризика описан језичким изразом, где је

$$\max_{q=1, \dots, 4} \mu_{\tilde{S}_q}(\rho_j) = \mu_{\tilde{S}_{q^*}} \quad (4.14)$$

Овиме је дефинисана фази матрица одлучивања.

### **Корак 11**

Предложени модел је верификован на реалним подацима.

## 5 ВЕРИФИКАЦИЈА РАЗВИЈЕНОГ МОДЕЛА

У пословним организацијама, посебно осигуравајућим компанијама, примарно је да се утврди да ли је изводљиво да се осигурају сви могући ризици. Са теоријске стране одговор је потврдан, али из реалних и практичних разлога осигуравајуће компаније нису спремне да прихвате све ризике. С тим у вези, потребно је да се, уз економску и правну сигурност, јасно одреде који су ризици прихватљиви за осигуравача.

Осигуравајуће компаније имају различите политике и стратегије, које су последица тога колико је менаџмент спреман да прихвати одређени ризик у осигурање. С тим у вези, неопходно је да се изврши анализа сваког конкретног захтева, у оквиру узорка, да би се проценила колика би била изложеност компаније ризику у случају продужења уговора о осигурању, на нивоу сваког осигураника.

Оцена ризика у осигурању је сложен процес који је не тако ретко, заснован на индивидуалним проценама и закључцима. Веома често су подаци на основу којих је потребно предвидети вредности неких показатеља у пословним процесима осигуравача непрецизни и непотпуни. Стога, вредности показатеља су засновани на интуицији и експертским знањима.

Развијени модел је тестиран и верификован на подацима који су добијени из осигуравајуће компаније која екзистира у Републици Србији. Ова компанија дуго послује на тржишту осигурања Републике Србије и бави се пружањем услуга свих животних и неживотних осигурања. Ова осигуравајућа компанија је једно од најстаријих друштава за осигурање које послује на српском тржишту, са развијеном инфраструктуром и традицијом у области осигурања. Позиционирано је као друштво за осигурање са највећим тржишним учешћем и са добро организованом мрежом продаје. Као једно од најстаријих друштава за осигурање поседује велики број података чијим укрштањем се може добити кредибилна процена ризика пословања. Још један разлог за одабир ове компаније је што су тешкоће у које је запала, последњих година, последица

политичког утицаја на формирање и рад менаџмента компаније што је довело до губитака у пословању.

Постоје различити критеријуми за класификацију осигурања. Најзначајнији и најсвеобухватнији критеријум је према предмету осигурања, па с тим у вези основна подела осигурања је на животне и неживотне врсте осигурања. Животна осигурања подразумевају осигурање лица, рентно, осигурање живота и добровољно пензионо осигурање, док неживотна осигурања покривају штете настале на материјалним стварима. У оквиру неживотних осигурања према предмету осигурања могу се издвојити: осигурање ствари, осигурање од одговорности и здравствено осигурање. Детаљнија класификација свих врста осигурања прописана је Законом о осигурању Републике Србије [78].

Неживотна осигурања се насупрот животних, називају још и ризичним осигурањима јер је код неживотних осигурања могуће предвиђање настанка штетног догађаја и његовог финансијског губитка. Висина накнаде која се исплаћује осигураницима у неживотним осигурањима није унапред позната и тешко се може предвидети њен финансијски ефекат, с тим да је директно пропорционална вредности настале штете. Такође се у току трајања уговора неживотног осигурања може реализовати више штетних догађаја. За разлику од вишегодишњих уговора животних осигурања, уговори неживотних осигурања се закључују углавном на годину дана са могућношћу обнове уговора при истеку периода покрића осигурања. Након завршетка трајања осигурања, осигураници нису у обавези да код истог осигуравача занове уговор. Из тог разлога неживотни осигуравачи морају да прате токове тржишта и у не малом броју случајева да праве одређене уступке да би задржали клијенте. Тиме осигуравајуће компаније могу да угрозе своју солвентност и тржишну позицију и више је него неопходна идентификација и мерење актуарских ризика.

Анализом функционисања животних и неживотних осигурања, може се закључити да на солвентност осигуравајуће компаније актуарски ризици неживотних осигурања, у односу на животна осигурања, имају доминантан утицај. На укупном тржишту осигурања у Републици Србији, неживотна осигурања у односу на животна имају много веће учешће, од тога, осигурање имовине (ствари) заузима око 25% од укупног портфеља

неживотних осигурања. Емпиријска потврда овог закључка произилази из истраживања тржишта осигурања у Републици Србији.

Осигуравајуће компаније прате ризике по својим линијама пословања, односно по врстама осигурања које имају у портфељу.

Од посебног значаја за осигурање ствари је временска динамика решавања штета у оквиру које су штете кратког репа (период од настанка до решавања штета је до 2 године) и дугог репа (потребно је вишегодишњи период да би се испојили штетни догађаји).

Осигурање имовине је осигурање које је доминантно над осталим врстама осигурања, односно највећи број ризика осигурања има највише утицаја управо на ту врсту осигурања. Такође је значајан узорак насталих штета осигурања имовине, што се може сматрати валидним извором података на основу кога се врши процена значаја третираних фактора ризика. Велики значај имовинских осигурања се огледа у ублажавању и превазилажењу последица катастрофалних штета чије финансијске последице надмашују средства осигуравајуће компаније. Такође, осигурање имовине је значајно на нивоу појединца и на нивоу националне економије. Накнадом за уништену имовину штите се индивидуални интереси, а са друге стране се омогућава континуитет у развоју националне економије. Такође, умањује се несигурност осигураника и повећава финансијска стабилност земље.

Код имовинског осигурања предмет осигурања су ствари чије се вредности лако могу утврдити проценитељским методама, зато је код ове врсте осигурања једноставније утврдити ниво ризика него код осталих врста осигурања. Осигурање имовине, једно од најзаступљеније врсте неживотног осигурања, као такво омогућава велики број података, њихову разноврсност о реализованим штетама за дужи временски период (период од минимум 10 година). Вредновањем значаја ризика у осигурању по свим врстама осигурања, сагледавањем и анализом пословања посматране осигуравајуће компаније као и српског тржишта осигурања у целости профилисано је да је имовинско осигурање најадекватнија врста за експерименталну примену модела за продужење уговора о осигурању, на основу изабраних критеријума.

Поузданост резултата је условљена адекватношћу изабране врсте осигурања за примену модела, фактора ризика као и њиховом тачношћу са којом су оцењени и њихових

међусобних корелација. Извесни степен произвољности је и избор нивоа поверења и временског раздобља које ће се користити за обраду података. Укључивање већег броја података који се односе на дефинисани модел обезбедиће релативно бољу обраду података и бољу прилагођеност резултата за оцењивање ризичности. За будуће пословне процесе осигуравача битна је структура историјских података о насталим осигураним случајевима. Резултати модела ће зависити од довољности, тачности, стабилности и поузданости доступних података у потребном историјском раздобљу. Проблем је уколико не постоји довољно дуга серија података о насталим штетама, на пример недовољно развијена тржишта осигурања или у случају нових врста осигурања где су портфељи малог обима.

Вредновањем значаја ризика по свим врстама осигурања, сагледавањем и анализом пословања посматране осигуравајуће компаније као и српског тржишта осигурања у целисти, профилисано је имовинско осигурање као најадекватнија врста за експерименталну примену модела.

У овој докторској дисертацији разматрани су најзаступљенији ризици осигурања имовине. На ниво ризика осигурања имовине утичу три фактора ризика: број насталих штета, износ насталих штета и рацио штета. Учесталост штета је очекивани број негативних економских догађаја који ће се десити у посматраном временском периоду, а величина штета финансијски губитак. Као однос насталих осигураних штета и зарађене премије, рацио штета је финансијски показатељ профитабилности осигуравајуће компаније. Због неизвесности која прати тренутак настанка и износа штете неопходно је осигурати довољно средстава за покриће ризика. Управо су рацио штета, који се сматра првим показатељем довољности наплаћене премије и укупни агрегатни износ штета коју чине број и износ насталих штета, основни показатељи пословања осигуравача. Кључни узрок за несолвентност осигуравајућих компанија је неадекватност премије и финансијски ефекти насталих штета.

Вредности разматраних ФР су преузети из велике базе података осигуравајуће компаније која је стварана у дужем временском периоду. На основу велике кардиналности базе може се генерисати одговарајући скуп података на којима би се извршила експериментална примена модела и добили реални и применљиви резултати. Изабрани осигуравач нема према професионалним, друштвеним или било којим другим

критеријумима, посебну изложеност према било којој групи осигураника, чиме се обезбеђује реална и објективна база података. За експерименталну процену модела коришћени су реални подаци о насталим штетама, у периоду од 2010. до 2019. године, за имовинско осигурање. Сви уговори имовинских осигурања су једногодишњи и осигуравач по правилу може да одбије обнављање уговора.

Да би се утврдило да ли да се изврши раскид (или продужи) уговор о осигурању, са осигураницима из дефинисаног узорка неопходно је утврдити да ли би његово даље важење нанело штету осигуравајућој компанији.

Процедура предложеног алгоритма је приказана у наставку.

Предложени алгоритам је развијен на претпоставци да ФР-а немају једнаку тежину. На основу експертских процена дефинисани су релативни значаји фактора ризика. У овој дисертацији ДО су актуари и андерајтери јер чине једну од најважнијих улога у процесима доношења одлука у осигуравајућим компанијама. Актуари пројектују и оцењују будуће финансијске токове, висине будућих премија или друге финансијске показатеље на основу доступних података. Са друге стране, уколико су подаци непоздани тада се захтева експертска, искуствена, процена ризика коју одрађују андерајтери. Андерајтери, су стручна лица са неопходним знањем и искуством у вези са ризицима у осигурањау и често су специјализовани само за поједине врсте осигурања. С тим у вези релативна важност разматраних ФР-а је процењена од стране три експерта, актуара и два андерајтера.

Процена експерата су добијене коришћењем анкете. Сваки експерт је мејлом добијао анкету, и попуњену анкету такође слао мејлом.

Анкета је била у облику дијалога. Аутор ове докторске дисертације сматра да експерти из осигуравајућих компанија на овај начин значајно прецизније могу да искажу своје ставове о релативној важности ФР-а. Они не морају, углавном и немају довољно знања о вишеатрибутивним методама помоћу којих на егзактан начин могу да се добију тежине ФР-а. На основу резултата анкете одређиване су вредности елемената фази матрице парова упоређења релативне важности ФР-а на нивоу сваког експерта,  $\tilde{W}_{ii'}^e$ .



Садржај анкете се састојао од три питања. Обрадом резултата добијених анкетом се одређивала вредност сваког елемента фази матрице парова упоређења релативне важности ФР-а. Надаље је приказан садржај анкете.

Табела 5.1 Анкета

<b>Питање 1:</b> Да ли сматрате да је износ настале штете важнији од учесталости насталих штета? (заокружите одговор)	
<b>ДА</b>	<b>НЕ</b>
Молимо процените колико је важнији износ настале штете од учесталости насталих штета (заокружите одговор)	Молимо процените колико је важнија учесталост насталих штета од износа настале штете (заокружите одговор)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Једнако важан (EW)</li> <li>• Мало важнији (LW)</li> <li>• Средње важнији (MW)</li> <li>• Веома важнији (HW)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Једнако важан (EW)</li> <li>• Мало важнији (LW)</li> <li>• Средње важнији (MW)</li> <li>• Веома важнији (HW)</li> </ul>
<b>Питање 2:</b> Да ли сматрате да је износ штете важнији од односа потраживања? (заокружите одговор)	
<b>ДА</b>	<b>НЕ</b>
Молимо процените колико је важнији износ настале штете од рачица штете (заокружите одговор)	Молимо процените колико је важнији рачио штете од износа настале штете (заокружите одговор)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Једнако важан (EW)</li> <li>• Мало важнији (LW)</li> <li>• Средње важнији (MW)</li> <li>• Веома важнији (HW)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Једнако важан (EW)</li> <li>• Мало важнији (LW)</li> <li>• Средње важнији (MW)</li> <li>• Веома важнији (HW)</li> </ul>
<b>Питање 3:</b> Да ли сматрате да је учесталост насталих штета важнији од рачио штете? (заокружите одговор)?	
<b>ДА</b>	<b>НЕ</b>
Молимо процените колико је важнија учесталост насталих штета од рачица штете (заокружите одговор)	Молимо процените колико је важнији рачио штете од учесталости насталих штета (заокружите одговор)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Једнако важан (EW)</li> <li>• Мало важнији (LW)</li> <li>• Средње важнији (MW)</li> <li>• Веома важнији (HW)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Једнако важан (EW)</li> <li>• Мало важнији (LW)</li> <li>• Средње важнији (MW)</li> <li>• Веома важнији (HW)</li> </ul>

Обрадом резултата анкете, конструисане су фази матрице парова упоређења на нивоу сва три екперта као што је надаље приказано (**Корак 1**):

$$DO_1: \begin{bmatrix} (1,1,1) & LW & HW \\ & (1,1,1) & MW \\ & & (1,1,1) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$DO_2: \begin{bmatrix} (1,1,1) & \frac{1}{MW} & MW \\ & (1,1,1) & HW \\ & & (1,1,1) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$DO_3: \begin{bmatrix} (1,1,1) & (1,1,1) & MW \\ & (1,1,1) & LW \\ & & (1,1,1) \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Заменимо лингвистичке исказе коресподентним ТФБ-а тако да фази матрице парова упоређења релативне важности ФР-а су:

$$e^1: \begin{bmatrix} (1,1,1) & (1, 1.5, 3.5) & (2.5, 4.5, 5) \\ & (1,1,1) & (1.5, 3, 4.5) \\ & & (1,1,1) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$e^2: \begin{bmatrix} (1,1,1) & \left(\frac{1}{4.5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{1.5}\right) & (1.5, 3, 4.5) \\ & (1,1,1) & (2.5, 4.5, 5) \\ & & (1,1,1) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$e^3: \begin{bmatrix} (1,1,1) & (1,1,1) & (1.5, 3, 4.5) \\ & (1,1,1) & (1, 1.5, 3.5) \\ & & (1,1,1) \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Поступак агрегације је илустрован на следећем примеру (**Корак 2** алгоритма):

$$\begin{aligned}
 l_{12} &= \min\{e_{12}^1, e_{12}^2, e_{12}^3\} \\
 &= \min\left\{(1, 1.5, 3.5); \left(\frac{1}{4.5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{1.5}\right); (1, 1, 1)\right\} = \\
 &= \min\{(1, 1.5, 3.5); (0.22, 0.33, 0.67); (1, 1, 1)\} \\
 &= \min_{e=1, \dots, 3} (1, 0.22, 1) = 0.22 \\
 \hline
 m_{12} &= \sqrt[3]{(1.5 \cdot 0.33 \cdot 1)} = 0.79 \\
 \hline
 u_{12} &= \max\{e_{12}^1, e_{12}^2, e_{12}^3\} \\
 &= \max\left\{(1, 1.5, 3.5); \left(\frac{1}{4.5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{1.5}\right); (1, 1, 1)\right\} = \\
 &= \max\{(1, 1.5, 3.5); (0.22, 0.33, 0.67); (1, 1, 1)\} \\
 &= \max_{e=1, \dots, 3} (3.5, 0.67, 1) = 3.5
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} l_{12} \\ m_{12} \\ u_{12} \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \tilde{w}_{12} = (0.22, 0.79, 3.5)$$

$$\begin{aligned}
 l_{13} &= \min\{e_{13}^1, e_{13}^2, e_{13}^3\} \\
 &= \min\{(2.5, 4.5, 5); (1.5, 3, 4.5); (1.5, 3, 4.5)\} = \\
 &= \min_{e=1, \dots, 3} (2.5, 1.5, 1.5) = 1.5 \\
 \hline
 m_{13} &= \sqrt[3]{(4.5 \cdot 3 \cdot 3)} = 3.43 \\
 \hline
 u_{13} &= \max\{e_{13}^1, e_{13}^2, e_{13}^3\} \\
 &= \max\{(2.5, 4.5, 5); (1.5, 3, 4.5); (1.5, 3, 4.5)\} \\
 &= \max_{e=1, \dots, 3} (5, 4.5, 4.5) = 5
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} l_{13} \\ m_{13} \\ u_{13} \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \tilde{w}_{13} = (1.5, 3.43, 5)$$

$$\left. \begin{aligned}
 l_{23} &= \min\{e_{23}^1, e_{23}^2, e_{23}^3\} \\
 &= \min\{(1.5, 3, 4.5); (2.5, 4.5, 5); (1, 1.5, 3.5)\} = \\
 &= \min_{e=1,\dots,3} (1.5, 2.5, 1) = 1 \\
 \hline
 m_{23} &= \sqrt[3]{(3 \cdot 4.5 \cdot 1.5)} = 2.73 \\
 \hline
 u_{23} &= \max\{e_{23}^1, e_{23}^2, e_{23}^3\} \\
 &= \max\{(1.5, 3, 4.5); (2.5, 4.5, 5); (1, 1.5, 3.5)\} \\
 &= \max_{e=1,\dots,3} (4.5, 5, 3.5) = 5
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tilde{w}_{23} = (1, 2.73, 5)$$

Агрегиране вредности осталих елемената фази матрице поређења агрегата одређују се на сличан начин (корак 2 предложеног алгоритма), тако да је агрегирана матрица поређења по паровима:

$$[\tilde{W}_{ii'}]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} (1,1,1) & (0.22, 0.79, 3.5) & (1.5, 3.43, 5) \\ (0.29, 1.27, 4.55) & (1,1,1) & (1, 2.69, 5) \\ (0.2, 0.29, 0.67) & (0.2, 0.37, 1) & (1,1,1) \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Применом алгоритма (**Корак 3**) фази матрица парова упоређења релативне важности ФР-а је трансформисана у матрицу парова упоређења релативне важности ФР-а:

$$[\theta_{ii'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0,79 & 3,43 \\ 1,27 & 1 & 2,69 \\ 0,29 & 0,37 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Следећи корак је испитивање конзистентности ове матрице (5.8).

Применом поступка линеарне нормализације [49] добија се нормализована агрегирана матрица парова упоређења релативне важности ФР-а као што је надаље приказано:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,79 & 3,43 \\ 1,27 & 1 & 2,69 \\ 0,29 & 0,37 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hline \Sigma \quad 2,56 \quad 2,16 \quad 7,12$$

линеарна нормализација

$$\begin{bmatrix} 0,391(=\frac{1}{2,56}) & 0,366(=\frac{0,79}{2,16}) & 0,479(=\frac{3,39}{7,08}) \\ 0,496 & 0,463 & 0,380 \\ 0,113 & 0,171 & 0,141 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Применом једначине (3.45), односно нормализовањем суме врста матрице (5.9) добија се вектор приоритета (5.8).

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0,391 + 0,366 + 0,479 \\ 0,496 + 0,463 + 0,380 \\ 0,113 + 0,171 + 0,141 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,41 \\ 0,45 \\ 0,14 \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

На основу резултата (5.10) сваки ФР добија одређени тежински фактор,  $w_1 = 0,41$ ;  $w_2 = 0,45$ ;  $w_3 = 0,14$ .

Максимална сопствена вредност  $\lambda_{max}$  матрице поређења добија се решавањем матричне једначине (3.46, 3.48):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,79 & 3,43 \\ 1,27 & 1 & 2,69 \\ 0,29 & 0,37 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,41 \\ 0,44 \\ 0,14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \cdot 0,41 \\ \lambda_2 \cdot 0,44 \\ \lambda_3 \cdot 0,14 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1,24 \\ 1,35 \\ 0,43 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \cdot 0,41 \\ \lambda_2 \cdot 0,45 \\ \lambda_3 \cdot 0,14 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1,24}{0,41} \\ \frac{1,35}{0,45} \\ \frac{0,43}{0,14} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,024 \\ 3,000 \\ 3,071 \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda_{max} = 3,071.$$

На крају се рачуна степен конзистентснот према једначини (3.50) и Табели 3.2:

$$CI = \frac{0,036}{0,58} = 0,062 < 0,10.$$

Степен конзистентности задовољава јер је мањи од 0,10 па се може сматрати да је матрица парова упоређења релативне важности ФР-а конзистентна.

За израчунавање тежинског вектора примењује се концепт проширене анализе (**Корак 4** алгоритма):

Да би се одредило фази проширење комбинација за сваки критеријум потребно је израчунати  $\sum_{j=1}^n M_{gi}^j$  за сваки ред матрице. Коришћењем формуле за збир два фази броја као и применом (51-1), (51-2) и (51-3) израчунате су следеће вредности

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \frac{1+0,22+1,5+0,29+1+1+0,2+0,2+1=6,41}{1+0,79+3,39+1,27+1+2,69+0,29+0,37+1=11,8} = (6.41, 11.8, 22.72)$$

$$\frac{1+3,5+5+4,55+1+5+0,67+1+1=22,72}{}$$

$$\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left( \frac{1}{22.72}, \frac{1}{11.8}, \frac{1}{6.41} \right)$$

$$i = 1: \sum_{j=1}^n M_{g1}^j = (1 + 0.22 + 1.5, 1 + 0.79 + 3.39, 1 + 3.5 + 5) = (2.72, 5.18, 9.5)$$

$$i = 2: \sum_{j=1}^n M_{g2}^j = (0,29 + 1 + 1, 1,27 + 1 + 2,69, 4,55 + 1 + 5) = (2.29, 4.96, 10.55)$$

$$i = 3: \sum_{j=1}^n M_{g3}^j = (0.2 + 0.2 + 1, 0.29 + 0.37 + 1, 0.67 + 1 + 1) = (1.4, 1.66, 2.67)$$

Према (51-0) вредности фази синтетичких мера са респектовањем  $j$ -тог објекта ФР,  $\tilde{S}_j$  су израчунати:

$$\tilde{S}_1 = (2.72, 5.18, 9.5) \cdot \left( \frac{1}{22.67}, \frac{1}{11.8}, \frac{1}{6.41} \right) = (0.12, 0.44, 1.48)$$

$$\tilde{S}_2 = (2.29, 4.96, 10.5) \cdot \left( \frac{1}{22.67}, \frac{1}{11.8}, \frac{1}{6.41} \right) = (0.10, 0.39, 1.64)$$

$$\tilde{S}_3 = (1.40, 1.66, 2.67) \cdot \left( \frac{1}{22.67}, \frac{1}{11.8}, \frac{1}{6.41} \right) = (0.06, 0.14, 0.42)$$

Сада се вредности  $V$  (одређивање приоритета) добијају на следећи начин:

$$V(\tilde{S}_1 \geq \tilde{S}_2) = Bel(\tilde{S}_1 \geq \tilde{S}_2) = 1, \text{ јер је } m_1 \geq m_2$$

$$V(\tilde{S}_1 \geq \tilde{S}_3) = Bel(\tilde{S}_1 \geq \tilde{S}_3) = 1, \text{ јер је } m_1 \geq m_3$$

$$V(\tilde{S}_2 \geq \tilde{S}_1) = Bel(\tilde{S}_2 \geq \tilde{S}_1) = \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)} = \frac{0.12 - 1.64}{(0.39 - 1.64) - (0.44 - 0.12)} = \frac{-1.52}{-1.57} = 0.97$$

$$V(\tilde{S}_2 \geq \tilde{S}_3) = Bel(\tilde{S}_2 \geq \tilde{S}_3) = 1, \text{ јер је } m_2 \geq m_3$$

$$V(\tilde{S}_3 \geq \tilde{S}_1) = Bel(\tilde{S}_3 \geq \tilde{S}_1) = \frac{l_1 - u_3}{(m_3 - u_3) - (m_1 - l_1)} = \frac{0.12 - 0.42}{(0.14 - 0.42) - (0.44 - 0.12)} = \frac{-0.3}{-0.6} = 0.5$$

$$V(\tilde{S}_3 \geq \tilde{S}_2) = Bel(\tilde{S}_3 \geq \tilde{S}_2) = \frac{l_2 - u_3}{(m_3 - u_3) - (m_2 - l_2)} = \frac{0.1 - 0.42}{(0.14 - 0.42) - (0.39 - 0.1)} = \frac{-0.32}{-0.57} = 0.56$$

Тежине приоритета су израчунате: Вероватноћа да је ТФБ  $\tilde{S}_j$  већи или једнак од другог ТФБ  $\tilde{S}_{j'}$  ( $j, j' = 1, \dots, J; j \neq j'$ ) се рачуна на основу израза:

$$Bel(\tilde{S}_1 \geq (\tilde{S}_2, \tilde{S}_3)) = \min\{Bel(\tilde{S}_1 \geq \tilde{S}_2), Bel(\tilde{S}_1 \geq \tilde{S}_3)\} = \min(1, 1) = 1$$

$$Bel(\tilde{S}_2 \geq (\tilde{S}_1, \tilde{S}_3)) = \min\{Bel(\tilde{S}_2 \geq \tilde{S}_1), Bel(\tilde{S}_2 \geq \tilde{S}_3)\} = \min(0.97, 1) = 0.97$$

$$Bel(\tilde{S}_3 \geq (\tilde{S}_1, \tilde{S}_2)) = \min\{Bel(\tilde{S}_3 \geq \tilde{S}_1), Bel(\tilde{S}_3 \geq \tilde{S}_2)\} = \min(0.5, 0.56) = 0.5$$

По даљој аналогiji **Корак 4** алгоритма добија се да је тежински вектор:

$$W_I = (1, 0.97, 0.5).$$

Нормализована вредност тежинског вектора који одговара дефинисаним критеријумима је:

$$\omega = \left( \frac{\omega_1}{\sum_{i=1}^3 \omega_i}, \frac{\omega_2}{\sum_{i=1}^3 \omega_i}, \frac{\omega_3}{\sum_{i=1}^3 \omega_i} \right) = (0.41, 0.39, 0.2).$$

Из нормализованог тежинског вектора се види да је први критеријум, износ насталих штета, има највећи приоритет и представља најзначајнији критеријум за вредновање постављеног циља.



Према корацима 5 и 6 дефинисаног алгоритма сваки ФР се описује унапред дефинисаним лингвистичким изразима који су моделовани ТФБ.

Предложени поступак (*Корак 5* до *Корак 9* предложеног алгоритма) илустрован је на следећем примеру једног случајно изабраног клијента.

Нека разматрани ФР буду описани лингвистичком карактеризацијом: средња вредност износа настале штете (*L2*), велика учесталост насталих штета (*M3*) и екстремна вредност рацио штета (*K4*).

Први фактор ризика, износ настале штете, описан је лингвистичком променљивом *средњи* ( $L2 = (10, 50, 100)$ ) чији је коресподентни нормализовани ТФБ

$$\tilde{r}_{12} = (0.03, 0.17, 0.33).$$

Други фактор ризика, фреквенција насталих штета, описан је лингвистичком променљивом *велика учесталост* ( $M3 = (30, 50, 100)$ ) чији је коресподентни нормализовани ТФБ

$$\tilde{r}_{23} = (0.2, 0.33, 0.67).$$

Трећи фактор ризика, рацио штета, описан је лингвистичком променљивом *екстреман* ( $K4 = (65, 150, 150)$ ) чији је коресподентни нормализовани ТФБ

$$\tilde{r}_{34} = (0.87, 1, 1).$$

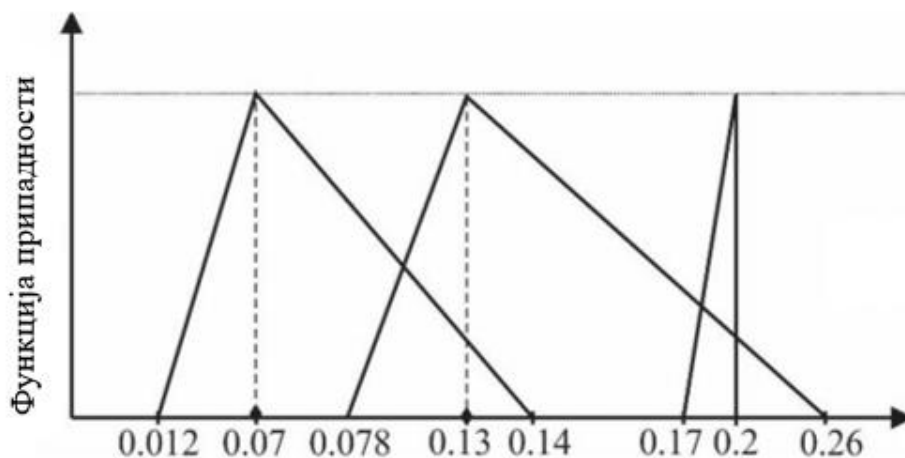
Према Кораку 7 отежане нормализоване вредности ФР за разматраног клијента су:

$$\tilde{z}_{12} = 0.41 \cdot [0.03, 0.17, 0.33] = [0.012, 0.07, 0.14]$$

$$\tilde{z}_{23} = 0.39 \cdot [0.2, 0.33, 0.67] = [0.078, 0.14, 0.26]$$

$$\tilde{z}_{34} = 0.20 \cdot [0.87, 1, 1] = [0.17, 0.2, 0.2],$$

које су приказане на Слици 5.1.



Слика 5.1 Пондерисане нормализоване вредности лингвистичких променљивих L2, M3 и K4

Применом развијеног поступка (Корак 8 и Корак 9) добија се прецизна вредност укупног фази индекса:

$$\rho = \frac{0,07 \cdot 1 + 0,104 \cdot 0,508 + 0,13 \cdot 1 + 0,187 \cdot 0,561 + 0,2 \cdot 1}{1 + 0,508 + 1 + 0,561 + 1} = 0,135.$$

Предложена фази АКО-ОНДА правила (Корак 10 предложеног Алгоритма) су илустрована на следећем примеру:

$$\mu_{S_1}^{\sim}(\rho = 0,135) = 0,15$$

$$\mu_{S_2}^{\sim}(\rho = 0,135) = 1$$

$$\mu_{S_3}^{\sim}(\rho = 0,135) = 0$$

$$\mu_{S_4}^{\sim}(\rho = 0,135) = 0$$

$$\max_{1,2,3,4}(0,15, 1, 0, 0) = 1 \rightarrow Q_2.$$

Одавде следи да ниво ризика за разматраног клијента може да се опише као умерен.

На сличан начин су израчунати нивои ризица за све остале кориснике осигурања као што је приказано у Табели 5.2.

Табела 5.2 Фази матрица ризика

	Ниво ризика		Ниво ризика		Ниво ризика		Ниво ризика	
L1-M1-K1	Q1	L2-M1-K1	Q2	L3-M1-K1	Q2	L4-M1-K1	Q2	
L1-M1-K2	Q1	L2-M1-K2	Q2	L3-M1-K2	Q2	L4-M1-K2	Q2	
L1-M1-K3	Q2	L2-M1-K3	Q2	L3-M1-K3	Q2	L4-M1-K3	Q3	
L1-M1-K4	Q2	L2-M1-K4	Q2	L3-M1-K4	Q2	L4-M1-K4	Q3	
L1-M2-K1	Q2	L2-M2-K1	Q2	L3-M2-K1	Q2	L4-M2-K1	Q3	
L1-M2-K2	Q2	L2-M2-K2	Q2	L3-M2-K2	Q2	L4-M2-K2	Q3	
L1-M2-K3	Q2	L2-M2-K3	Q2	L3-M2-K3	Q2	L4-M2-K3	Q3	
L1-M2-K4	Q2	L2-M2-K4	Q2	L3-M2-K4	Q2	L4-M2-K4	Q3	
L1-M3-K1	Q1	L2-M3-K1	Q2	L3-M3-K1	Q2	L4-M3-K1	Q3	
L1-M3-K2	Q2	L2-M3-K2	Q2	L3-M3-K2	Q2	L4-M3-K2	Q3	
L1-M3-K3	Q2	L2-M3-K3	Q2	L3-M3-K3	Q2	L4-M3-K3	Q3	
L1-M3-K4	Q2	L2-M3-K4	Q2	L3-M3-K4	Q3	L4-M3-K4	Q4	
L1-M4-K1	Q2	L2-M4-K1	Q3	L3-M4-K1	Q3	L4-M4-K1	Q4	
L1-M4-K2	Q2	L2-M4-K2	Q3	L3-M4-K2	Q3	L4-M4-K2	Q3	
L1-M4-K3	Q3	L2-M4-K3	Q3	L3-M4-K3	Q3	L4-M4-K3	Q4	
L1-M4-K4	Q3	L2-M4-K4	Q3	L3-M4-K4	Q3	L4-M4-K4	Q4	

Вредности ФР су израчунате коришћењем оператора аритметичке средине. На основу тако добијених вредности, сваком ФР, на нивоу сваког клијента, придружени су одговарајући лингвистички искази. Уважавајући конструисану фази матрицу ризика, ниво ризика продужења уговора је одређен и приказан у Табели 5.3. Ниво ризика који је одређен на основу процене ДО друштва за осигурање приказан је у Табели 5.3.

Табела 5.3 Ниво ризика сваког осигураника

	$j=1 \cdot 10^3$	$j=2$	$j=3$	Ниво ризика		$j=1 \cdot 10^3$	$j=2$	$j=3$	Ниво ризика
i=1	13.4 □ L2	122.4 □ M4	39.9 □ K2	Q3	i=51	1923.7 □ L4	440.3 □ M4	71.3 □ K4	Q4
i=2	60 □ L2	83.1 □ M3	57.5 □ K3	Q2	i=52	11.7 □ L1	66.5 □ M3	111.1 □ K4	Q2
i=3	85.8 □ L2	101.5 □ M4	57 □ K3	Q3	i=53	821.1 □ L4	124.3 □ M4	85.4 □ K4	Q4
i=4	298.6 □ L4	88.7 □ M3	66.4 □ K4	Q4	i=54	60.6 □ L2	64.1 □ M3	61.7 □ K3	Q2
i=5	1070.9 □ L4	1720.6 □ M4	25.6 □ K2	Q3	i=55	14 □ L2	66.6 □ M3	100.1 □ K4	Q2
i=6	206.4 □ L4	125.4 □ M4	23.3 □ K1	Q4	i=56	83.7 □ L2	297 □ M4	28.3 □ K2	Q3
i=7	668.6 □ L4	51.9 □ M3	84.3 □ K4	Q4	i=57	110.4 □ L3	376.3 □ M4	54.5 □ K3	Q3
i=8	848.1 □ L4	603.6 □ M4	111.1 □ K4	Q4	i=58	105.9 □ L3	155.6 □ M4	95.3 □ K4	Q3
i=9	94.7 □ L2	139.9 □ M4	45.5 □ K3	Q3	i=59	273.4 □ L4	396.6 □ M4	32.9 □ K2	Q3
i=10	80.1 □ L2	119.2 □ M4	33.9 □ K2	Q3	i=60	85.5 □ L2	53.2 □ M3	114.8 □ K4	Q2
i=11	202.9 □ L4	371.9 □ M4	56.1 □ K3	Q4	i=61	61 □ L2	96.1 □ M3	78 □ K4	Q2
i=12	97.6 □ L2	141.7 □ M4	73.8 □ K4	Q3	i=62	21.6 □ L2	53.8 □ M3	45.3 □ K3	Q2
i=13	110.8 □ L3	73.1 □ M3	32.9 □ K2	Q2	i=63	28 □ L2	91.8 □ M3	113.5 □ K4	Q2
i=14	174.6 □ L3	442.8 □ M4	67.3 □ K4	Q3	i=64	39.7 □ L2	46.3 □ M3	34 □ K2	Q2
i=15	675.7 □ L4	377.4 □ M4	36.6 □ K2	Q3	i=65	103.9 □ L3	57.6 □ M3	24.4 □ K1	Q2
i=16	11.6 □ L2	70.6 □ M3	36.4 □ K2	Q2	i=66	33.2 □ L2	410.4 □ M4	81.5 □ K4	Q3
i=17	23.8 □ L2	59 □ M3	45.3 □ K3	Q2	i=67	97.8 □ L2	117.2 □ M4	49.2 □ K3	Q3
i=18	8.5 □ L1	39.9 □ M3	47 □ K3	Q2	i=68	69.6 □ L2	116.5 □ M4	47.6 □ K3	Q3
i=19	5.8 □ L1	37 □ M3	86.7 □ K4	Q2	i=69	46.7 □ L2	392.3 □ M4	54.9 □ K3	Q3
i=20	25.7 □ L2	92.6 □ M3	26 □ K2	Q2	i=70	7.5 □ L1	66.3 □ M3	20.2 □ K1	Q1
i=21	51.9 □ L2	42.9 □ M3	63.2 □ K3	Q2	i=71	28.9 □ L2	69.5 □ M3	29.5 □ K2	Q2
i=22	47 □ L2	293.7 □ M4	107 □ K4	Q3	i=72	30.9 □ L2	40.5 □ M3	13.7 □ K1	Q2
i=23	34.8 □ L2	258.7 □ M4	33.6 □ K2	Q3	i=73	44.2 □ L2	53.4 □ M3	36.3 □ K2	Q2
i=24	30.3 □ L2	54 □ M3	23.6 □ K2	Q2	i=74	569.8 □ L4	3055.3 □ M4	27.9 □ K2	Q3
i=25	9.9 □ L1	36.6 □ M3	102.4 □ K4	Q2	i=75	101.9 □ L3	77.4 □ M3	97.2 □ K4	Q3
i=26	158.8 □ L3	190.4 □ M4	18.8 □ K1	Q3	i=76	33.1 □ L2	120.8 □ M4	56.9 □ K3	Q2
i=27	134.3 □ L3	123.3 □ M4	35.7 □ K2	Q3	i=77	64.7 □ L2	103.4 □ M4	26.2 □ K2	Q3

i=28	15.7 □ L2	120.6 □ M4	37.2 □ K2	Q3	i=78	256.2 □ L4	575.7 □ M4	38.4 □ K2	Q3
i=29	98.5 □ L2	64.6 □ M3	56.4 □ K3	Q2	i=79	595.6 □ L4	425.4 □ M4	51.3 □ K2	Q3
i=30	17.1 □ L2	53.6 □ M3	27.1 □ K2	Q2	i=80	31.2 □ L2	79.6 □ M3	34.9 □ K2	Q2
i=31	9 □ L1	108.4 □ M4	128.5 □ K4	Q3	i=81	283.4 □ L4	318.9 □ M4	93.5 □ K4	Q4
i=32	91.1 □ L2	74.8 □ M3	44.4 □ K2	Q2	i=82	52 □ L2	74.6 □ M3	105.2 □ K4	Q2
i=33	11.9 □ L2	45.6 □ M3	55.2 □ K3	Q2	i=83	3.3 □ L1	46.7 □ M3	31.8 □ K2	Q2
i=34	53.9 □ L2	42.3 □ M3	28 □ K2	Q2	i=84	59 □ L2	107.8 □ M4	107.2 □ K4	Q3
i=35	14.1 □ L2	50.1 □ M3	66.1 □ K4	Q2	i=85	282.3 □ L4	254.6 □ M4	39.8 □ K2	Q3
i=36	22 □ L2	160.8 □ M4	92.6 □ K4	Q3	i=86	167.4 □ L3	131.6 □ M4	50.8 □ K3	Q3
i=37	4.3 □ L1	38.6 □ M3	101.5 □ K4	Q2	i=87	181.4 □ L3	150 □ M4	44.9 □ K2	Q3
i=38	91.2 □ L2	66.6 □ M3	102.1 □ K4	Q2	i=88	214.5 □ L4	149.9 □ M4	20.8 □ K1	Q4
i=39	119.1 □ L3	57 □ M3	104.7 □ K4	Q2	i=89	34.4 □ L2	51 □ M3	52.7 □ K3	Q2
i=40	14.8 □ L2	92.8 □ M3	88.8 □ K4	Q2	i=90	499 □ L4	501.6 □ M4	73.8 □ K4	Q4
i=41	88 □ L2	77.8 □ M3	58.9 □ K3	Q2	i=91	131.6 □ L3	170.9 □ M4	90.7 □ K4	Q3
i=42	76 □ L2	116.9 □ M3	66.4 □ K4	Q2	i=92	72.5 □ L2	106 □ M4	106.3 □ K4	Q3
i=43	12.4 □ L2	67 □ M3	81.8 □ K4	Q2	i=93	162 □ L3	138.7 □ M4	26.4 □ K2	Q3
i=44	30.4 □ L2	93.3 □ M3	97.2 □ K4	Q2	i=94	109 □ L3	65.3 □ M3	32.9 □ K2	Q2
i=45	81.6 □ L2	71.2 □ M3	73.5 □ K4	Q2	i=95	174 □ L3	213.3 □ M4	44.8 □ K2	Q3
i=46	311.2 □ L4	414 □ M4	89.6 □ K4	Q4	i=96	32 □ L2	56 □ M3	114.5 □ K4	Q2
i=47	71.2 □ L2	377.3 □ M4	83.9 □ K4	Q3	i=97	96 □ L2	106.6 □ M4	81.3 □ K4	Q3
i=48	76.2 □ L2	64.2 □ M3	106.2 □ K4	Q2	i=98	293 □ L4	242.7 □ M4	34.7 □ K2	Q3
i=49	39.1 □ L2	84.6 □ M3	54.6 □ K3	Q2	i=99	5.9 □ L1	133.6 □ M4	86.7 □ K4	Q3
i=50	65.1 □ L2	102.2 □ M4	93.6 □ K4	Q3	i=100	21 □ L4	195.3 □ M4	48.7 □ K3	Q4

## 5.1 АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА

За потребе симулације модела, из постојеће базе података о штетама осигурања имовине генерисан је подскуп података, који се може табеларно приказати. У разматраном осигуравајућем друштву постоји добра евиденција вредности ФР на нивоу сваког клијента. У Прилогу 1 изложен је скуп података за експерименталну примену модела.

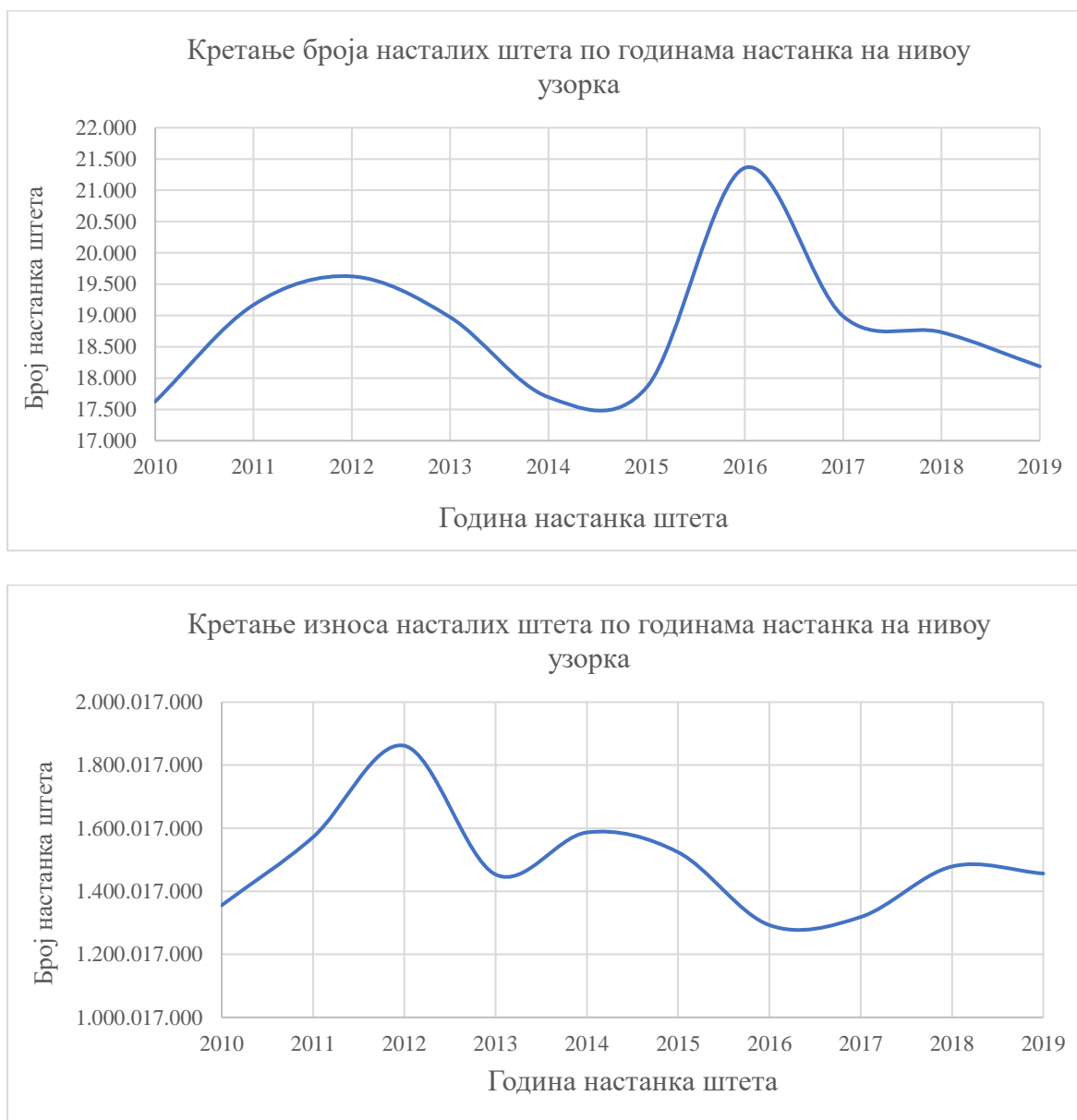
Валидација модела је извршена на узорку од 100 клијената из групе клијената који су посматрани у периоду од 10 година, који у најмање 7 година имају ликвидираних штета. Узорак је одређен насумично без понављања. Сваки појединачни податак састоји се од матичног броја осигураника (који због Закона о заштити података није приказан у целости, већ само прве 4 цифре матичног броја; разматрани су матични бројеви осигураника од 6812\* до 9900\*), број насталих штета по годинама у периоду од 2010. до 2019. године, кумулативни износ насталих штета по годинама у периоду од 2010. до 2019. године и рачуна штета по годинама у периоду од 2010. до 2019. године. Информације о броју и износу штета по клијентима су реални подаци из компанијске базе података а рачуна штета је израчунат на нивоу сваке године из посматраног периода и за сваког клијента. Број насталих штета клијената варира од године до године. Да би податак био репрезентативан за потребе ове дисертације одлучено је да се разматрају само они осигураници који у оквиру посматраног периода од 10 година, барем у 7 година имају насталих штета. На тај начин је формиран скуп података из кога је на основу искуства експерата, издвојен насумичан узорак од 100 клијената који су у посматраном периоду од 10 година у најмање 7 година имали ликвидираних штета. Тиме је добијен репрезентативни узорак јер бројност насталих штета указује на категорије ризика које имају велики, ако не и највећи, утицај на укупан ризик пословања осигуравајућих кућа. У Прилогу 1 приказане су вредности сва три ФР по годинама, на нивоу сваког изабраног осигураника, у периоду од 10 година.

Да би добијени резултати били веродостојни и репрезентативни, величина узорка треба да је 30-40 пута већа од независних улазних променљивих. На основу искуства добре праксе, довољан узорак за експерименталну примену модела би био од 60 до 80 података. У овој докторској дисертацији предложени модел је тестиран и верификован на основу података од 100 клијената, Прилог 1. Узорак је репрезентативан јер су осигураници бирани случајним избором и одговарајућег је обима што се може видети по укупном броју и износу штета по годинама настанка за период од 2010. до 2019. године у Табели 5.4 и Слици 5.2.

Табела 5.4 Укупан број и износ насталих штета по годинама, у посматарном периоду,  
за све осигуранике

Година настанка штета	Укупан број насталих штета за све осигуранике по години	Укупан износ насталих штета за све осигуранике по години
2010	17.626	1.355.845.349
2011	19.170	1.571.585.988
2012	19.625	1.861.681.652
2013	18.974	1.453.343.701
2014	17.696	1.586.593.429
2015	17.853	1.523.889.170
2016	21.359	1.292.711.790
2017	18.986	1.318.416.263
2018	18.733	1.478.649.169
2019	18.187	1.456.313.902





Слика 5.2 Кретање броја и износа штета по годинама настанка на нивоу узорка

Подаци који су табеларно приказани у Прилогу 1 служе за статистичку анализу с циљем истраживања правилности и законитости посматраних фактора ризика. За изабрани узорак осигураника важи да су у просеку имали по 8 година за разматрање, од тога 43% њих је у свакој години посматраног периода од 10 година имало насталих штета, 19% изабраних осигураника је имало штета у 9 од 10 година, 20% осигураника је имало насталих штета у 8 од 10 година, док је за 18% изабраних осигураника у 7 од 10 година

било насталих штета. На Слици 5.3 приказано је бројно стање осигураника који су у посматраном периоду од 10 година у најмање 7 година имали пријављених штета.



Слика 5.3 Бројно стање осигураника који су у посматраном периоду од 10 година у најмање 7 година имали пријављених штета

За изабрани период од 10 година, осигураници су просечно имали 193 настале штета и просечан износ ликвидације је око 15 милиона РСД. Кретање просечног броја и износа насталих штета сваког осигураника је графички приказано на Слици 5.4. Највећи број штета, 21.387, има осигураник са матичним бројем 0908\*, док најмањи број, 256, штета има осигураник са матичним бројем 0714\*, док најмањи ликвидирани износ, 143.664, има осигураник са матичним бројем 2019\* у 2011. години, а осигураник са матичним бројем 0778\* највећи ликвидираних износ, 393.430.261, у 2015. години.

Стандардна девијација, као мера варијације, даје информацију о расипању или варијабилности података око средње вредности. С обзиром на то да се изражава у истим мерним јединицама као и основни подаци, стандардна девијација за број насталих штета је 1.063, износ 156.285.175 а за рацио 30,77%.



Слика 5.4 Кретање просечног броја и износа насталих штета по осигураницима у периоду од 2010. до 2019. године

Рацио штета је процентуално учешће насталих осигураних штета у зарађеној премији за период од једне године. Уз рацио штета којим се мери успешност, неопходна је и анализа рациа као мере показатеља солвентности осигураваача. Сумарне вредности података из Прилога 1 могу бити значајан део процеса доношења одлука јер средња вредност је мера централне вредности ФР на елементима статистичког скупа. Средња вредност презентује средину статистичке серије, може се посматрати као равнотежна тачка скупа података посматраног ФР и најчешће се око ње групише највећи број података.

Коришћењем мере централне тенденције може се стећи глобални утисак о посматраном статистичком скупу података ФР. С тим у вези, за сваки матични број осигураника израчунате су просечне вредности рача штета и утврђено је да просечна вредност рача штета по осигуранику: *оптималан рачио* (рацио из опсега 0-35%) има 31 осигураник; *веома добар рачио* (рацио из опсега 35%-60%) има 30 осигураника; *условно прихватљив рачио* (рацио из опсега 60%-100%) има 32 осигураника; *неприхватљив рачио* (рацио из опсега већег од 100%) има 17 осигураника, Слика 5.5. На основу показатеља кретања средње вредности рача штета (просечан рачио на нивоу узорка је око 61%) може се закључити да око 85% осигураника има просечну вредност рача у границама прихватљивог док се за 15% сматра да имају неприхватљив просечан рачио. Осигураник са матичним бројем 0883\* има најбољи рачио штета 5,8%, док је бројчано највећи, а самим тим у категорији неприхватљивог, има осигураник са матичним бројем 0717\*. Средња вредност рачио као централна вредност узорка података које се односе на трећи ФР, и опсег рача штета у виду минималне и максималне вредности, указују на репрезентативност узорка.



Слика 5.5 Просечне вредности рача штета осигураника на нивоу узорка

На основу просечних вредности рачио на нивоу узорка по годинама настанка израчунате су будуће вредности рача штета за наредни период од 3 године, Слика 5.6. На основу историјских вредности рача штета за период од 2010. до 2019. године израчунате су

просечне вредности рачиа штета на нивоу свих осигураника по годинама настанка штета. Улазне вредности на основу којих се рачуна предвиђање просечне вредности рачиа су управо просечне вредности рачиа по годинама настанка штета за све осигуранике. На основу изабраних улазних података израчунате су прогнозе просечних вредности рачиа штета за наредне три године 2020, 2021. и 2022. годину и износе редом 63,5%, 63,9% и 64,3%. На основу ових обрачунатих вредности прогноза просечног рачиа штета израчунате су горње и доње границе прогнозе. Израчунате вредности предвиђања су са интервалом поузданости од 95%, што значи да се очекује да 95% будућих вредности рачиа буде унутар опсега предвиђених горњих и доњих граница поузданости, Слика 5.6.

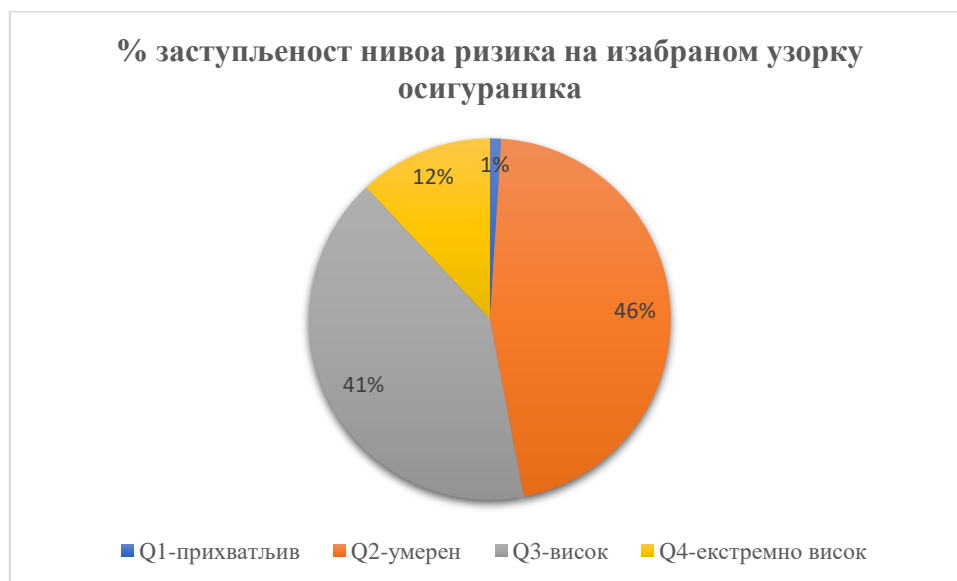


Слика 5.6 Подаци о просечним вредностима рачиа штета, прогнози, горњим и доњим вредностима прогнозе рачиа за наредни период од 3 године

Уз претходно урађену статистичку анализу података са циљем да се укаже на значај карактеристика ФР, ипак је за даљу и сврсисходнију анализу података из Прилога 1 примењена ФАХП метода којом је обрађен скуп података тако да постане употребљив у процесу доношење одлука. Пронађена је функционална веза између учесталости броја и износа насталих штета, рачиа штета и доношења одлука.

На основу добијених резултата може се закључити да 1% клијената има прихватљив ниво ризика. 46% клијената има умерени ниво ризика. На основу добијених резултата,

за око 50% осигураника, менаџмент компаније може закључити да би могао да продужи уговор. За 12% осигураника јавља се неприхватљив ниво ризика, што даље значи да продужење уговора са њима може проузроковати смањење ликвидности предузећа, Слика 5.7. Да би се уговор са овим осигураницима продужио, потребно је додатно истраживање.



Слика 5.7 Процентуално учешће нивоа ризика клијената

## 5.2 ДИСКУСИЈА

Предметна дисертација је била усмерена ка развијању модела за одређивање нивоа ризика критичних пословних процеса у условима неизвесности. Изложено је истраживање о могућности одређивања нивоа ризика на основу кога ће се донети одговарајуће одлуке које ће утицати како на повећање ефикасности пословања тако и на одрживост пословних процеса током времена. У овој дисертацији пошло се од претпоставке да организације послују у неизвесном окружењу које се брзо мења. Унутар ове претпоставке, са аспекта доносиоца одлука важно да се одреди ниво ризика критичних пословних процеса на основу кога би менаџмент могао да рedefинише стратегије управљања портфељом на егзатан начин. Узимајући горе изнете ставове, у овој докторској дисертацији је предложен математички модел за одређивање нивоа ризика.

Практични део истраживања је реализован на реалним подацима добијеним из осигуравајуће компаније која послује на територији Републике Србије. Изабрано је да тестирање и верификација предложеног модела буде управо на осигуравајућој компанији јер су пословни процеси осигуравајућих компанија базирани на високом нивоу управљања и преносу ризика, за разлику од већег дела финансијског сектора земље

Непознато је када и да ли ће нежељени догађај уопште и настати и које су његове финансијске последице. Неизвесност захтева идентификовање, мерење и праћење ризика. Стога је конкретизација предметног истраживања усмерена ка јединици ризика, осигуранику, у циљу што прецизније оптимизације ризика пословања. Посматрање појединачних ризика је примарно јер интеракција мањих ризика може довести до катастрофалних последица. Тестирање и верификовање предложеног модела је урађена на подацима из евиденције појединачних осигураника на основу кога се може добити прецизнија слика позиције и идентификација нивоа ризика. Резултати добијени спроведеном анализом требало би да имају употребну вредност у процесу одлучивања да ли да се за конкретног осигураника обнови уговор о осигурању.

Изазов у формирању модела је био у томе да се омогући процена нивоа ризичности профила индивидуалног осигураника (као критичног пословног процеса). Применљивост модела је управо у могућности његове имплементације на портфељ сваког појединачног осигураника. Широк спектар ризичних категорија у осигурању, мере ризика, ефекти диверзификације ризика и њихове последице на систем доношења одлука, су разлог због кога су у калкулације модела укључени само основни показатељи ризика. Тиме се постиже равнотежа између што веће прецизности и једноставности примене самог модела.

Менаџерска пракса је показала да оцењивање и унапређење ефективности пословања и домена осигурања представљају једно од најрелевантнијих питања конкурентности и одрживости у дужем временском периоду. Дефинисање стратегије побољшања треба да се заснива на процени нивоа ризика продужетка уговора на нивоу сваког осигураника. Осигуравајуће куће имају различите политике и стратегије, које су засноване на спремности менаџмента да прихватају одређени ниво ризика (тзв. апетит за ризик). Неопходно је утврдити досадашње „понашање” осигураника које подразумева

евиденцију свих штета по полиси (број и износ штете по годинама настанка), испуњавање финансијских обавеза из закључених досадашњих уговора (наплаћена премија), колико често је клијент прекршио закључене уговоре, однос наплаћене премије и исплаћених штета. Како осигураник плаћа премију унапред, а осигуравач исплаћује накнаду штета ако и када се деси осигурани штетни догађај, неопходно је испратити „понашање“ клијента током времена. Узимајући у обзир податке о реализованом броју и износу штета који су се десили у прошлости, потребно је проценити очекиване реализације ризика. На основу тога значај истраживања ове докторске дисертације је управо у томе што лоша процена ризичности појединог клијента у смислу одлуке да му се продужи уговор за наредни период, може довести до немогућности измирења обавеза према другим осигураницима. Што за последицу има угрожавање како ликвидности тако и опстанка саме компаније.

Важан елемент у одређивању да ли да се обнови уговор са појединим клијентом је методологија која може узети у обзир више фактора. Резултат примене предложене методологије је исправна одлука о продужетку уговора. Разматрана су три фактора ризика који утичу на анализу нивоа ризика пословања услед продужења уговора са осигураницима. Добијени резултати показују ефикасност модела у идентификовању нивоа ризика за пословање у условима неизвесности и може се користити као алат у осигуравајућим друштвима у процесу идентификације потенцијалних клијената. Избор осигураника је периодична активност и једна од најважнијих и стратешких одлука осигуравача узимајући у обзир одређена ограничења тако да не доведе до губитка средстава.

Процена релативног значаја и вредности ФР оптерећени су субјективним судовима доносиоца одлука. Респектовањем људског начина размишљања, може се рећи да доносиоци одлука своје процене боље исказују коришћењем речи природног језика него мерних скала. У овој докторској дисертацији све неизвесности и непрецизности су моделоване помоћу фази бројева типа 1 са троугаоним и трапезоидним функцијама припадности.

За одређивање тежина ФР предложен је фази АХП. Главне предности предложеног ФАХП је што се лако може имплементирати у осигуравајућим друштвима која послују



у неизвесном окружењу. Обрада неизвесности и непрецизности заснована је на предложеној анализи у [13].

Укупан индекс ризика зависи од вредности и тежина три разматрана ФР-а. У овој дисертацији, за одређивање укупног фактора ризика коришћен је оператор уније. Према правилима фази алгебре, укупан индекс ризика на нивоу сваког осигураника описује се ТФБ. Коришћењем поступка дефазификације, фази укупне вредности индекса ризика се трансформишу у прецизне бројеве. Ниво ризика сваког осигураника у односу на третиране ФР као и њихове тежине се одређују коришћењем фази АКО-ОНДА правила. На овај начин сваком осигураннику може да се придружи један од четири унапред дефинисана нивоа ризика и на основу тога, доносиоци одлука могу брзо да донесу одлуку. Истовремено је добијена одлука мање оптерећена субјективним ставовима доносиоца одлука, а самим тим би могла да буде тачнија.

На основу резултата верификационог модела предложене методе, доказане су полазне хипотезе:

---

**Хипотеза 1** Неизвесности у погледу релативног значаја фактора ризика, њихове вредности и нивои ризика могу се описати лингвистичким исказима који се моделирају коришћењем теорије фази скупова.

---

Ова хипотеза је потврђена на основу истраживања литературе и резултата добре праксе из области осигурања. Лингвистички искази којима су моделиране релативне важности и вредности разматраних фактора ризика су моделиране применом теорије фази скупова. Тестирањем предложеног модела на реалним подацима осигуравајуће компаније која послује на територији Републике Србије показано је да се теоријом фази скупова адекватно могу моделирати неизвесности у вези са релативним значајем фактора ризика, њиховим вредностима и нивоима ризика.

---

**Хипотеза 2** Вектор тежина фактора ризика може да се одреди на егзактан начин коришћењем фази Аналитичког Хијерархијског Процеса.

---

Ова хипотеза је доказана на основу публикованог рада „Determining the Risk Level in Client Analysis by Applying Fuzzy Logic in Insurance Sector“, у часопису Mathematics (M21a).

---

**Хипотеза 3** Нивои ризика пословних процеса, респектујући више фактора ризика као и њихове тежине, могу се одредити на егзактан начин коришћењем фази логичких АКО-ОНДА правила.

---

Применом дефинисаних фази логичких правила на стварним подацима одређени су нивои ризика за сваки критичан пословни процес. Односно, за сваког осигураника из изабране осигуравајуће компаније применом АКО-ОНДА правила на ФР и њихове тежине, одређен је ниво ризика.

Екперименталним истраживањем утврђено је да се нивои ризика критичних пословних процеса могу одредити на егзактан начин коришћењем фази АКО-ОНДА правила, што је и верификовано публикавањем рада „Determining the Risk Level in Client Analysis by Applying Fuzzy Logic in Insurance Sector“, у часопису Mathematics (M21a).

### 5.3 ДОПРИНОС

Развијањем новог математичког модела за одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса представља основу за рационалније дефинисање стратегије управљања портфељом.

Научни допринос као резултат истраживања у оквиру ове дисертације је:

- ❖ Моделирање релативне важности и вредности разматраних фактора ризика пословних процеса применом теорије фази скупова.
- ❖ Одређивање релативне важности разматраних фактора ризика је постављен као проблем фази групног одлучивања; вектор тежина фактора ризика је добијен на егзактан начин применом фази АХП методе.
- ❖ Одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса применом фази логичких правила.

Теоријски допринос предложене методологије за одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса у условима неизвесног окружења је што се све постојеће неизвесности могу описати помоћу лингвистичких исказа који су моделовани ТФБ-а.

Дефинисани математички модел је флексибилан јер свака промена броја ФР-а може лако да се укључи у модел за оцену нивоа ризика у условима неизвесности.

Практични допринос би се огледао у примени развијеног модела на реалним подацима из базе једне осигуравајуће компаније која послује на територији Републике Србије. Добијени резултати су значајни за одређивање прецизније стратегије што доводи до повећања ефикасности пословања. С тим у вези, постоји могућност примене овог модела јер се његов велики значај види у повећању објективности менаџмента за доношење одлука.

Развијени математички модел се може прилагодити за процену ризика управљачких проблема у различитим областима.

На основу реализованог истраживања у докторској дисертацији и према искуству најбоље праксе, изведен је закључак да одлуке о обновама уговора о осигурању постојећим клијентима, што се тиче објективности нису валидне. С тим у вези, примена предложеног модела могла би да повећа ниво објективности менаџмента приликом доношења одлука. Такође, многи експерти сматрају да је основ проблема несолвентности осигуравајућих компанија у некавалитетном и нестручном менаџменту док је недовољност премије крајња манифестација ове проблематике. Уз то, у последње време све већа конкуренција на тржишту осигурања ставља фокус на коришћење нових методологија за одређивање нивоа ризика, попут методологија које су засноване на фази

логици. То су кључни разлози за развијање овог математичког модела којим се на егзактан начин може одредити ниво ризика сваког клијента.

У пословању осигуравајућих друштава, често се користе матрице ризика као један од стандардних и најчешћих метода за процену нивоа ризика. Елементи матрица ризика чине процењени ризици на основу одговора запослених на питања која су устаљена и унапред дефинисана приручником. Оваква врста анализе користи неке просечне вредности које зависе од експертске процене и мишљења, што чини брзу индикацију ризика уместо његову процену.

Треба нагласти да применом развијеног математичког модела за процену нивоа ризика у осигуравајућим компанијама, добијају се значајно бољи резултати у односу на резултате који су добијени применом других модела који се примењују у пракси. Ово се може означити као практичан допринос.

Узимајући у обзир горе изнете чињенице, постоји реална могућност примене развијеног модела чиме се значајно може постићи повећање објективности менаџмента. С тим у вези, практична примена модела би омогућила више објективнијих управљачких одлука које би утицале на одлив ликвидних средстава.

На доношење одлука о продужењу уговора са постојећим клијентима у Републици Србији веома утичу промене у пословном свету, поготово у домену политике. Уз то доносиоце одлука, менаџере, за продужење уговорне обавезе са конкретним осигураником често карактерише недовољност искуства, компетентности, аутономије као и склоности ка ризицима. Слабости и пропусти менаџера могу довести до погрешних пословних одлука, услед чега може доћи до тренутних али и дугорочних последица на пословање и позиционираност осигуравача на тржишту.

Ово су кључне идеје и разлози за развијање математичког модела приказаног у докторској дисертацији помоћу кога би се на егзактан начин утврдио ниво ризика потенцијално критичних пословних процеса за сваког клијента. Резултат ове докторске дисертације је и формирање базе података о историјским нивоима ризичности осигураника која може бити од користи за даље доношење одлука како на оперативном тако и на стратегијском нивоу.

У оквиру области осигурања практична примена модела је могућа за било коју осигуравајућу компанију као и на свим врстама осигурања које постоје на тржишту Републике Србије. Такође, запослени у осигуравајућим компанијама могу добити нови научно утемељен приступ за одређивање нивоа ризика дефинисаних циљева пословних процеса, заснован на статистичким подацима и трендовима те осигуравајуће компаније.

Свака осигуравајућа компанија која послује на територији Републике Србије, самостално дефинише и одлучује о методама и критеријумима за процену нивоа ризика осигурања које треба узети у покриће. Не постоје универзалне методе и критеријуми за мерење и процену ризика у глобалном процесу управљања ризицима на тржишту. С тим у вези, овај модел може бити боље решење за одређивање нивоа ризика у условима неизвесности. Примена модела у осигуравајућим компанијама може бити кроз подршку менаџерима у одлучивању. Коришћењем предложеног модела обезбеђују се упоредиви резултати пословања осигуравајућих компанија на српском тржишту, чиме би се постигло благовремено преузимање корективних мера и активније управљање ризиком што би за последицу имало умањење трошкова осигуравача. Такође се применом модела може обезбеди одређена мера поверења према осигураницима и дефинисати баланс, односно избећи превисоки стандарди, чија последица може бити самостално повлачење осигураника па самим тим и ограничен раст осигуравача. Овим друштво добија у целости, јер се поређењем могу утврдити мањкавости система, олакшати надзорном органу спровођење контрола и смањити трошкови целог друштва.

Главно ограничење предложеног модела може бити брзина доношења одлука. Менаџерске позиције захтевају брзе и критичне одлуке као одговор на осетљиве догађаје.

Ограничењем предложеног модела може се сматрати што не постоји јасна препорука о избору ФР-а и субјективност у процени доносилаца одлука. Доносиоци одлука своје процене заснивају првенствено на подацима из евиденције готово не узимајући у обзир факторе утицаја из окружења. На доношење одлука о преузимању у осигурање појединих ризика, у Републици Србији веома утичу акционари и промене у пословном свету, поготово у домену политике.

Због преоптерећености информацијама у осигуравајућим друштвима све су теже ефикасне процене нивоа ризика у разумном року. Тиме се будућа истраживања могу усмерити ка формирању експертских система који су засновани на вештачкој интелигенцији, чиме би се олакшало одређивање нивоа ризика, па самим тим и убрзао процес преузимања нових ризика и коришћења нових потенцијала.

Предлог за даља истраживања би био и на развоју софтверског решења заснованог на предложеном моделу. Такође је могуће проширити модел преласком са линеарних на нелинеарне функције припадности.

## **6 ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА**

Предметна дисертација је била усмерена ка развоју модела за утврђивање нивоа ризика критичних пословних процеса у условима неизвесности. Изложено истраживање је о могућности утврђивања нивоа ризика на основу кога ће се донети одговарајуће одлуке које ће утицати како на повећање ефикасности пословања тако и на дугорочну одрживост пословних процеса. Кроз ово истраживање, проблем управљања у условима неизвесности, разматра се развијањем математичког модела помоћу кога би се на егзактан начин одредио ниво ризика на основу кога би менаџмент могао да редефинише стратегије управљања портфељом.

Структура рада обједињује шест логички повезаних целина. У првом делу докторске дисертације дат је детаљан преглед научних радова у којима се истражује идентификација критичних пословних процеса процесним приступом. Процесним приступом остварује се веродостојан квалитет услуга, унапређивање пословних перформанси, оптимизација трошкова и управљање ризицима. Такође се постиже уочљивост самог процеса и његових интерних веза, формирање јаснијих одговорности приликом деловања појединих активности и повећање продуктивности, на основу чега могу да се идентификују критични пословни процеси.

У другом поглављу дат је преглед научно стручне литературе у којој је примењен метод управљања ризицима у циљу идентификације критичних пословних процеса. Кључни изазов доносиоцима одлука је моделовање неизвесности у моделима ризика и као такав је и дан данас остао једно од водећих питања у науци о ризику. Неопходно је имати механизме за анализу ризика и методе чијом се применом у домену пословних процеса, могу умањити или у потпуности избећи, ризици који могу угрозити ликвидност предузећа. Да би се дејство фактора ризика на остварење пословних циљева елиминисало или смањило, неопходно је да се изврши њихова идентификација и анализа, а у складу са добијеним резултатима, по потреби и промена стратегије пословања.

У трећем делу докторске дисертације појашњени су појам неизвесности, основна разматрања о теорији фази скупова, фази АХП методе и фази логичка правила закључивања. Комплексни проблеми, попут одређивања нивоа ризика пословања у условима неизвесности, захтевају ангажовање експерата што има за последицу велики број различитих мишљења. Управо су та мишљења, на основу којих се мора донети коначна одлука, заснована на искуству, интуицији и субјективним проценама појединих параметара од стране доносиоца одлука. У овом делу докторске дисертације изложене су предности теорије фази логике, као што су: инкорпорирање искуства ДО у одлучивање заснованом на природном језику као најбољем начину комуникације, толерисање непрецизних података, ефикасан процес за доношење мање ризичних одлука, једноставан математички концепт, флексибилност [41]. За решавање менаџмент проблема у условима неизвесности често се користи АХП метода проширена теоријом фази скупова, од којих је најзаступљенија ФАХП који је предложио Chang [13]. Циљ методе је утврдити преферентност елемената најнижег нивоа (алтернатива) у односу на циљ, на основу којих се може изабрати једна алтернатива као решење полазног проблема. Применом фази АХП методе умањује се суштински недостатак класичне АХП методе. У вези са тим, усавршене су разне скале поређења које омогућавају доносиоцима одлука да прецизније и једноставније оцене значај критеријума и алтернатива, а самим тим субјективност сведу на минимум, као неизбежан фактор оцењивања одлуке о обновама уговора о осигурању постојећим клијентима.

У четвртој глави дат је модел за процену нивоа ризика у условима неизвесности. Овај модел интегрише теорију фази скупова и вишекритеријумску анализу за одређивање тежине фактора ризика и фази логичка правила за одређивање нивоа ризика на нивоу појединачног случаја.

У овом делу докторске дисертације одређени су фактори ризика према којима се оцењују клијенти у осигуравајућој компанији. Познато је да су бројни фактори ризика који утичу на одлуку о продужењу уговора о осигурању, као и то да је кључни узрок за несолвентност осигуравајућих компанија неадекватност премије и финансијски ефекти насталих штета. На основу експертског искуства, одређивање нивоа ризика за продужење уговора о осигурању разматра се на основу три фактора: износ насталих штета, број насталих штета и рачна штета. Следећи корак, након што су идентификовани



ФР, је дефинисање лингвистичких исказа и њима коресподентних троугаоних фази бројева којима се описују релативне важности фактора ризика. У трећем кораку су вредности разматраних фактора ризика описане помоћу унапред дефинисаних лингвистичких исказа. Четврти корак одређује укупни фактор ризика на нивоу сваког клијента применом правила фази алгебре. У петом кораку дефинишу се лингвистички искази којима се описује ризик пословања који је придружен сваком клијенту са респектовањем свих разматраних фактора ризика као и њихових тежина. У шестом кораку конструише се матрица ризика која је заснована на фази АКО-ОНДА правилима. На овај начин, се планирање у осигуравајућој компанији значајно побољшава чиме се обезбеђује остварење постављених циљева а самим тим и опстанак осигуравача.

Пре практичне примене модела неопходно је изабрати најрепрезентативнију врсту осигурања (критични пословни процес) за евалуацију самог модела у посматраној осигуравајућој компанији. Осигуравајуће компаније треба да прате ризике по линијама пословања, да их кроз квантитативну и квалитативну процену класификују према нивоу њиховог утицаја на укупан ризик. Заступљеност поједине врсте осигурања у укупном портфелу свих врста осигурања генерише степен ризичности те врсте у односу на друге врсте осигурања. На српском тржишту осигурања, неживотна осигурања имају много веће учешће у односу на животна осигурања, од чега осигурање имовине заузима око 25% укупног портфелја неживотних осигурања. Вредновањем значаја ризика по свим врстама осигурања, сагледавањем и анализом пословања посматране осигуравајуће компаније као и српског тржишта осигурања у целости, профилисано је имовинско осигурање као најадекватнија врста за експерименталну примену модела.

У практичном делу истраживања примењена је пројектована методологија за одређивање нивоа ризика пословних процеса у условима неизвесности на подацима из стварног живота из домена осигурања имовине једног од највећих осигуравајућих друштава у Републици Србији. Први корак тестирања предложеног модела односио се на спровођење истраживачке методе интервјуа која је интерпретирана најодговорнијим и најзначајнијим функцијама у осигурању за управљање ризицима, актуарима и андерајтерима. Оцене критеријума по важности дају експерти, давањем скаларних вредности ФР-а, према историјским показатељима понашања штета у пилот

осигуравајућој компанији за имовинско осигурање. На основу експертских процена дефинишу се релативни значаји ФР, односно фази рејтинг актуара и андерајтера.

Да би се добили адекватни ефекти и резултати били употребљиви, потребно је за вишегодишњи временски период анализирати податке. Због тога је истраживање реализовано на реалним подацима из временског раздобља од 10 година за имовинско осигурање у пилот осигуравајућој компанији. На основу искуства експерата, у оквиру посматране базе података издвојен је насумичан узорак од 100 клијената који су у посматраном периоду од 10 година у најмање 7 година имали ликвидираних штета. Ово је сматрано репрезентативним узорком, јер бројност насталих штета указује на категорије ризика које имају велики, ако не и највећи, утицај на укупан ризик пословања осигуравајућих кућа.

Истраживање у овој докторској дисертацији спроведено је у три фазе: идентификовање ФР, утврђивање тежине критеријума и коначно одређивање нивоа ризика на основу кога треба да се донесе одлука о продужењу уговора. У првој фази уз дефинисање ФР формиран је стручни тим од актуара и андерајтера за њихове оцене. У оквиру друге фазе извршена је агрегација процена доносилаца одлука, односно конструисана је агрегирана фази матрица упоређења релативне важности разматраних фактора ризика. Затим се применом ФАХП методе добија вектор тежина фактора ризика чији елементи су прецизни бројеви. Треба напоменути да у разматраној осигуравајућој компанији постоји добра евиденција вредности ФР на нивоу сваког клијента. За сваког клијента коришћењем оператора аритметичке средине израчунате су вредности ФР. Сваком ФР, на нивоу сваког клијента, додељене су одговарајући лингвистички искази нивоа ризика.

Питање избора осигураника је периодична активност у циљу одабира одговарајућег и оптималног портфолија којим би се, уз одређена ограничења, могли испунити пословни циљеви без расипања ресурса. Сходно томе, у дисертацији је представљен нови приступ за одабир најбољег портфолија, будућег клијента, утврђивањем нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса у условима неизвесности. Модел даје значајно боље резултате у односу на коришћене матрице ризика у осигуравајућим компанијама. С тим у вези, постоји могућност реалног апликовања овог модела јер се његов велики значај види у повећању објективности менаџмента за доношење одлука.

Добијени резултати су значајни за одређивање прецизније стратегије што доводи до повећања ефикасности пословања.

Резултати практичног дела истраживања потврдили су полазне хипотезе:

- Да се неизвесности у погледу релативног значаја фактора ризика, њихове вредности и нивои ризика могу описати лингвистичким исказима који се моделирају коришћењем теорије фази скупова
- Да се вектор тежина фактора ризика може одредити на егзактан начин коришћењем фази АХП
- Да се нивои ризика пословних процеса, респектујући више фактора ризика као и њихове тежине, могу одредити на егзактан начин коришћењем фази логичких АКО-ОНДА правила.

На основу свега приказаног у поглављима 2, 3 и 4, очекивани научни допринос, као резултат истраживања у оквиру ове дисертације, је:

- ❖ Моделирање релативне важности и вредности разматраних фактора ризика пословних процеса применом теорије фази скупова.
- ❖ Одређивање релативне важности разматраних фактора ризика је постављен као проблем фази групног одлучивања; вектор тежина фактора ризика је добијен на егзактан начин применом фази АХП методе.
- ❖ Одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса применом фази логичких правила.

Такође је на основу резултата тестирања модела потврђена могућност примене овог математичког модела за утврђивање нивоа ризика пословних процеса заснованог на фази логици.

Изазов у формирању модела био је у томе да се омогући што прецизнија процена нивоа ризичности профила сваког индивидуалног осигураника, уз што већу реалну применљивост самог модела. Практичан значај модела је управо у могућности његове примене на портфељ сваког појединачног осигураника уз брзину извршавања у току реалног времена. Широки спектар ризичних категорија у осигурању, мере ризика, ефекти диверзификације ризика и њихове последице на систем доношења одлука, су разлог због

кога су у калкулације модела укључени основни показатељи ризика. Тиме се постиже равнотежа између што веће прецизности, реалне имплементације и интуитивности самог модела.

Предлог за даља истраживања би био на развоју софтверског решења заснованог на предложеном моделу. Такође је могуће проширити модел преласком са линеарних на нелинеарне функција припадности. Будућа истраживања се могу проширити и на рангирање фактора ризика у складу са преференцијама запослених користећи непараметарске тестове.

Због преоптерећености информацијама у осигуравајућим друштвима све су теже ефикасне процене ризика у разумном року. Због тога би будућа истраживања могла ићи и у смеру развијања експертских система који су базирани на вештачкој интелигенцији, јер би се тиме олакшале процене у вези са нивоима ризика, па самим тим и убрзао процес преузимања и коришћења нових потенцијала.

## 7 ЛИТЕРАТУРА

- [1] Adelsberger Z, Upravljanje rizicima na poslovnim procesima za potrebe QMS, Festival kvaliteta 2007, 34. Nacionalna konferencija o kvalitetu, Kragujevac, 8-11. maj 2007.
- [2] Aleksić A, Stefanović M, Tadić D, Arsovski S, A fuzzy model for assessment of organization vulnerability, *Measurement*, 51, 214–223, 2014.
- [3] Avdalović V, Petrović E, Menadzment rizika i osiguranje, Univerzitet u Nišu, Ekonomski fakultet, 2011.
- [4] Aven T, Risk assessment and risk management: Review of recent advances on their foundation, *European Journal of Operational Research*, Volume 253, Issue 1, Pages 1-13, 2016.
- [5] Bakır M, Atalık Ö, Application of fuzzy AHP and fuzzy MARCOS approach for the evaluation of e-service quality in the airline industry. *Decis. Mak. Appl. Manag. Eng.*, Vol. 4, Issue 1, pp. 127–152, 2021.
- [6] Banduka N, Tadić D, Macuzic I, Crnjac Zizic M, Extended process failure mode and effect analysis (PFMEA) for the automotive industry: The FSQC-PFMEA. *Adv. Prod. Eng. Manag.*, 2, 206-215, 2018.
- [7] Barraza da le Paz J. V, Rodriguez-Picon L. A, Morales-Rocha V, Torres-Arguelles S. V, A Systematic Review of Risk Management Methodologies for Complex Organizations in Industry 4.0 and 5.0, *Systems*, 11(5), 218, 2023.
- [8] Bojadziev G, Bojadziev M, *Fuzzy sets, fuzzy logic, applications*, World Scientific, 1995.
- [9] Björnsdóttir S. H, Jensson P, Robert J. de Boer, Thorsteinsson S. E, The Importance of Risk Management: What is Missing in ISO Standards?, *Risk Analysis*, Vol. 42, No. 4, 2022.
- [10] Buckley J. J, Fuzzy hierarchical analysis, *Fuzzy Sets Syst*, 17, 233–247, 1985.

- [11] Calabrese A, Costa R, Levialdi N, Menichini T, Integrating sustainability into strategic decision-making: A fuzzy AHP method for the selection of relevant sustainability issues. *Technol. Forecast. Soc. Change*, 139, 155–168, 2019.
- [12] Cameron E, Francesco Peloso G, Risk Management and the Precautionary Principle: A Fuzzy Logic Model, *Risk Analysis*, Vol. 25, No. 4, 2005.
- [13] Chang D. Y, Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP, *Eur. J. Oper. Res.* 95, 649–655, 1996.
- [14] Chen F. J, Hsieh H-N, Do H.Q, Evaluating teaching performance based on fuzzy AHP and comprehensive evaluation approach, *Applied Soft Computing* 28, 100–108, 2015.
- [15] Cheng C. H, Evaluating weapon systems using ranking fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems*, 107(1), 25–35, 1999.
- [16] Choi T. M, Lambert J. H, Advances in Risk Analysis with Big Data, *Risk Analysis*, Vol. 37, No. 8, 2017.
- [17] Chunbing B, Jianping L, Dengsheng W, A fuzzy mapping framework for risk aggregation based on risk matrices, *Journal of risk research*, Vol. 21, No. 5, 539–561, 2018.
- [18] Couce-Vieiraa A, Insuab D. R, Houmbc S. H, GIRA: a general model for incident risk analysis, *Journal of risk research* 2019, Vol. 22, No. 2, 191–208, 2019.
- [19] Dubois D, Prade H, *Fuzzy sets and systems: Theory and application*, Academic press, Vol. 144, New York, 1980.
- [20] Gentile M, Rogers J.W, Mannan M.S, Development of a Fuzzy Logic-based Inherent Safety Index, *Process Safety and Environmental Protection*, 81 (6), 444-456, 2003.
- [21] Greenberg M, Cox A, Bier V, Lambert J, Lowrie K, North W, Siegrist M, Wu F, Risk Analysis: Celebrating the Accomplishments and Embracing Ongoing Challenges, *Risk Analysis*, Vol. 40, No. S1, 2113– 2127, 2020.
- [22] Haans M, *Applied fuzzy arithmetic – an introduction with engineering applications*, Springer, 2005.

- [23] Hanea1 A. M, Christophersen A, Alday S, Bayesian networks for risk analysis and decision support, *Risk Analysis*. 2022;42:1149–1154, DOI: 10.1111/risa.13938, 2022.
- [24] Hansson S. O, Five caveats for risk–risk analysis, *Journal of risk research*, Vol. 2017 Vol. 20, No. 8, 984–987, 2017.
- [25] Harker P, Vargas L, The Theory of Ratio Scale Estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process, *Management Science*, 33, (11), 1383-1403, 1987.
- [26] Jakšić M, Moljević S, Aleksić A, Misita M, Arsovski S, Tadić D, Mimović P, Fuzzy approach in ranking of banks according to financial performances. *Math. Probl. Eng*, 6169586, 2016.
- [27] Jeston J, Nelis J, *Business Process Managemen*. Amsterdam: Butterworth-Heinemmen, Elsevier, 2008.
- [28] Kahraman C, A brief literature review for fuzzy AHP, *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 10(2), 2018.
- [29] Kahraman C, Ruan D, Tolga E, Capital budgeting techniques using discounted fuzzy versus probabilistic cash flows. *Information sciences*, 142(1-4), 57-76, 2002.
- [30] Kamil M. Z, Khan F, Song G, Ahmed S, Dynamic Risk Analysis Using Imprecise and Incomplete Information, *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part B: Mechanical Engineering*, December 2019, Vol. 5, 2019.
- [31] Kaplan S, Garrick B, On the quantitative definition of risk, *Risk Analysis*, 1(1), 11–27, 1981.
- [32] Karlsson J, Wohlin C, Regnell B, An evaluation of methods for prioritizing software requirements. *Inf and Software Techn* 39:939– 947, 1998.
- [33] Kwon C. K, Bai H, Determining the importance weight for the customer requirements in QFD using a fuzzy AHP with an extent analysis approach, *11th Transaction*, 35(7), 619-626, 2003.
- [34] Lootsma F. A, *Fuzzy Logic for Planning and Decision making*, Kluwer Academic, Boston, USA, 1997.
- [35] Liou T. S, Wang M. J, Ranking fuzzy numbers with integral value, *Fuzzy Sets and Systems*, 50(2): 247-255, 1992.

- [36] Liu S, Keil M, Wang L, Lu Y, Understanding critical risks of business process outsourcing from the vendor perspective: A dyadic comparison Delphi study, *Information & Management*, 60 103837, 2023.
- [37] Lucas K, Renn O, Jaeger C, Systemic Risks: Theory and Mathematical Modeling, *Advanced Theory and Simulations*, 1 (11): 1800051, doi:10.1002/adts.201800051, 2018.
- [38] Lyu H. M, Sun W. J, Shen S. L, Zhou A. N, Risk assessment using a new consulting process in fuzzy AHP. *J. Constr. Eng. Manag*, 146 (3), 04019112, 2020.
- [39] Mamdani E. H, Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant, *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, Vol. 121, No. 12, pp. 1585-1588, 1974.
- [40] Markowski A. S, Mannan M. S, Fuzzy risk matrix. *J Hazard Mater*.11/15, 159(1), 152-7, 2008.
- [41] Merigó J. M, Fuzzy decision making with immediate probabilities, *Computers&Industrial Engineering*, 58 (4), 651-657, 2010.
- [42] Moradi-Moghadam M, Safari H, Maleki M, A novel model for business process maturity assessment through combining maturity models with EFQM and ISO 9004: 2009, *International Journal of Business Process Integration and Management*, Vol. 6, No. 2, pp.167–184, 2013.
- [43] Nateghi R, Aven T, Risk analysis in the age of big data: The promises and pitfalls, *Risk Analysis*, 41(10), 1751–1758, 2021.
- [44] Nestic S, Lampón J. F, Aleksic A, Cabanelas P, D. Tadic D, Ranking manufacturing processes from the quality management perspective in the automotive industry, *Expert Systems*, 36(6), e12451, 2019.
- [45] Nguyen H. T, Sugeno M, *Fuzzy Systems: Modeling and Control*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [46] OECD. 2003. *Emerging Systemic Risks. Final Report to the OECD Futures Project*. OECD: Paris. Accessed March 18, 2003.
- [47] Ortwin Renn O, New challenges for risk analysis: systemic risks, *Journal of risk research* 2021, Vol. 24, NO. 1, 127–133, 2021.
- [48] Ostojić S, *Osiguranje i upravljanje rizicima*. Data Status. Beograd, 2007.



- [49] Pomerol J. C, Barba-Romero S, *Multicriterion Decision in Management: Principles and Practice*; Springer Science & Business Media: Berlin/Heidelberg, Germany, Vol. 25, 2000.
- [50] Saaty T. L, Axiomatic foundation of the analytic hierarchy process, *Management science*, 32(7), 841-855, 1986.
- [51] Saaty T. L, How to make a decision: the analytic hierarchy process, *European journal of operational research*, 48(1), 9-26, 1990.
- [52] Saaty T. L, Decision-Making with the AHP: Why Is the Principal Eigenvector Necessary, *European Journal of Operational Research*, 145, 85-89, 2003.
- [53] Saaty T. L, Vargas L. G, *Models, methods, concepts & applications of the analytic hierarchy process*, Springer Science & Business Media, Vol. 175, 2012.
- [54] Saaty T. L, The modern science of multicriteria decision making and its practical applications: The AHP/ANP approach, *Operations Research*, 61(5), 1101- 1118, 2013.
- [55] Seno-Alday S, Bringing people (back) into risk analysis, *Journal of risk research*, Vol. 21, No. 9, 1069–1076, 2018.
- [56] Shih H. S, Shyur H. J, Lee E.S, An extension of TOPSIS for group decision making, *Science Direct, Mathematical and Computer Modelling*, 45 (7/8), 801–813, 2007.
- [57] Sii H. S, Ruxton T, Wang J, A fuzzy-logic-based approach to qualitative safety modelling for marine systems, *Reliability Engineering & System Safety*, 73(1), 19-34, 2001.
- [58] Sirisawat P, Kiatcharoenpol T, Fuzzy AHP-TOPSIS approaches to prioritizing solutions for reverse logistics barriers, *Computers & Industrial Engineering* 117, 303–318, 2018.
- [59] Subašić P, *Fazi logika i neuronske mreže*, Tehnička knjiga, Beograd, 1997.
- [60] Sultana I, Ahmed I, Azeem A, An integrated approach for multiple criteria supplier selection combining Fuzzy Delphi, Fuzzy AHP & Fuzzy TOPSIS, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* 29, 1273–1287, 2015.

- [61] Tadic D, Savovic I, Misita M, Arsovski S, Milanovic D. D, Development of a fuzzy logic-based inherent safety index for food industries. Proc. Inst. Mech. Eng. Part E J. Process Mech. Eng, 228, 3–13, 2014.
- [62] Tadić D, Arsovski S, Aleksić A, Stefanović M, Nestić S, A fuzzy evaluation of projects for business processes' quality improvement, In Intelligent Techniques in Engineering Management Springer, Cham, pp. 559-579, 2015.
- [63] Tadić D, Aleksić A, Popovic P, Arsovski S, Castelli A, Joksimović D, Stefanović M, The evaluation and enhancement of quality, environmental protection and seaport safety by using FAHP, Natural Hazards and Earth System Sciences, Vol. 17, No. 2, str. 261-275, 2017.
- [64] Tadic D, Aleksic A, Mimovic P, Puskaric H, Misita M, A model for evaluation of customer satisfaction with banking service quality in an uncertain environment, Total Quality Management & Business Excellence, Vol. 29, Issue 11-12, 1342-1361, 2018.
- [65] Takagi T, Sugeno M, Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modeling and Control. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-15, 116-132, 1985.
- [66] Thabet R, Bork D, Boufaied A, Lamine E, Korbaa O, Pingaud H, Risk-aware business process management using multi-view modeling: method and tool, Requirements Engineering, Springer, 2021. <https://link.springer.com/article/10.1007/s00766-021-00348-2>
- [67] Zadeh L. A, Fuzzy sets. Information and Control 8 (3), 338–353, 1965.
- [68] Zadeh L. A, A fuzzy–set–theoretic interpretation of linguistic hedges. Journal of Cybernetics 2, 4–34, 1972.
- [69] Zadeh L. A, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. Information sciences, 8(3), 199-249, 1975.
- [70] Zhu S, Huang, J, Xu Y, A consensus model for group decision making with self-confident linguistic preference relations. Int. J. Intell. Syst, 36, 6360-6386, 2021.
- [71] Zhou Q, Vinh V. V, Thai V, Fuzzy and grey theories in failure mode and effect analysis for tanker equipment failure prediction, Safety Science, 83, 74–79, 2016.

- [72] Zimmermann H. J, Fuzzy set, decision making and expert system, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1987.
- [73] Zimmermann H. J, Fuzzy set theory and its applications (2nd ed.), London: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [74] Zimmermann H. J, Fuzzy set theory, Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, 2(3), 317-332, 2010.
- [75] Xu Z, Liao H, Intuitionistic fuzzy analytic hierarchy process. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, Vol. 22, No. 4, pp. 749-761, 2014.
- [76] Wang C, A Study of Membership Functions on Mamdani-Type Fuzzy Inference System for Industrial Decision-Making, Lehigh University, Theses and Dissertations, 2015. <https://preserve.lehigh.edu/etd/1665>.
- [77] Wang Y. M, Elhag T. M, A fuzzy group decision making approach for bridge risk assessment, Comput. Ind. Eng, 53 (1), 137–148, 2007.
- [78] [https://www.nbs.rs/export/sites/NBS\\_site/documents/propisi/zakoni/osig\\_osiguranje.pdf](https://www.nbs.rs/export/sites/NBS_site/documents/propisi/zakoni/osig_osiguranje.pdf)

## 8 ПРИЛОГ 1

Креирани скуп података за експерименталну примену модела

Матични број осигураника	Година настанка штета	Бр. штета	Износ ликвидације	Радио штета
6812*	2014	91	1.033.859	40,1%
	2010	152	2.436.441	30,0%
	2011	134	1.535.545	36,5%
	2013	223	1.901.619	37,2%
	2015	99	764.145	50,1%
	2016	41	442.193	48,7%
	2012	117	2.318.195	36,7%
	0695*	2012	114	6.883.750
2011		131	12.359.680	55,4%
2010		93	6.693.544	55,1%
2013		91	7.656.164	59,5%
2014		80	6.896.734	59,7%
2015		58	6.583.650	59,8%
2016		56	3.887.772	57,0%
2017		75	5.305.905	57,3%
2018		75	4.120.529	57,8%
2019		58	8.615.004	58,0%
0700*	2019	117	12.842.515	89,7%
	2011	105	7.325.311	39,3%
	2012	41	1.688.674	47,3%
	2013	37	1.114.920	48,2%
	2016	49	6.066.611	59,7%
	2017	128	14.819.036	66,9%

	2018	133	13.024.147	71,0%
	2010	202	11.781.199	33,7%
0700*	2019	88	115.920.146	112,5%
	2013	82	3.853.377	44,3%
	2015	43	3.351.036	44,1%
	2017	124	28.281.921	72,0%
	2016	90	7.194.624	46,6%
	2011	90	10.093.629	46,9%
	2012	76	4.519.214	47,8%
	2018	106	54.658.135	97,3%
	2010	99	40.917.210	86,5%
	0700*	2012	2780	139.148.971
2017		160	20.584.951	25,9%
2018		30	4.847.705	23,7%
2016		1070	66.782.082	23,4%
2015		1763	123.552.098	26,7%
2014		3119	190.942.604	27,0%
2010		1429	75.156.104	26,6%
2011		2262	132.300.990	25,2%
2013		2872	210.461.097	25,9%
0701*		2017	127	24.678.488
	2011	81	13.404.987	23,5%
	2018	143	17.592.822	21,8%
	2013	155	18.719.891	22,9%

	2010	127	8.448.316	23,3%
	2016	121	17.953.788	22,6%
	2019	201	23.048.283	20,2%
	2015	119	18.248.399	26,1%
	2014	89	56.571.024	23,6%
	2012	91	7.704.472	24,4%
<b>0702*</b>	2019	760	72.492.356	86,4%
	2016	452	67.313.760	80,2%
	2018	930	128.044.552	82,3%
	2010	405	45.330.054	87,0%
	2011	510	60.466.073	84,2%
	2012	473	58.781.111	86,8%
	2013	364	51.066.039	84,1%
	2015	347	43.030.367	82,4%
	2017	613	90.324.491	85,8%
	2014	331	51.857.224	83,7%
<b>0702*</b>	2016	592	98.872.503	103,4 %
	2019	502	71.319.969	118,0 %
	2017	691	99.389.058	118,3 %
	2014	500	66.768.645	103,8 %
	2013	495	65.071.810	103,6 %
	2010	624	72.546.526	110,5 %
	2018	840	102.860.588	117,5 %
	2015	648	97.169.286	112,6 %
	2012	525	98.678.207	110,9 %
	2011	619	75.399.136	112,4 %
<b>0702*</b>	2012	62	2.046.887	46,2%
	2016	232	16.518.828	41,9%

	2015	173	11.921.000	43,2%
	2014	138	7.310.836	42,5%
	2019	124	10.787.042	46,9%
	2018	154	11.345.481	46,7%
	2017	256	19.088.210	45,7%
	2011	66	4.615.003	48,1%
	2013	47	5.674.575	49,1%
	2010	87	5.355.973	44,8%
<b>0703*</b>	2019	104	7.592.885	30,1%
	2011	96	5.847.652	33,5%
	2012	112	9.214.919	31,6%
	2013	108	9.532.162	34,2%
	2014	148	9.551.640	35,3%
	2015	155	8.793.888	32,5%
	2016	112	7.134.914	37,3%
	2018	129	7.243.512	35,9%
	2010	91	6.074.957	35,5%
	2017	137	9.093.138	33,0%
<b>0704*</b>	2012	274	13.401.287	55,8%
	2014	565	30.441.658	56,4%
	2019	36	3.838.772	57,8%
	2010	45	2.295.029	51,4%
	2011	44	1.957.195	53,7%
	2015	672	32.314.819	56,7%
	2016	639	30.100.994	57,7%
	2018	363	21.604.618	56,3%
	2013	582	31.903.065	55,9%
	2017	499	35.026.180	59,1%
<b>0704*</b>	2012	35	2.985.958	49,9%
	2011	34	2.786.650	45,4%
	2010	53	5.239.900	51,2%
	2017	344	23.059.752	98,6%

	2018	202	13.173.522	108,7 %	
	2019	268	16.418.484	104,9 %	
	2016	56	4.643.391	58,2%	
<b>0704*</b>	2010	55	44.037.718	34,1%	
	2019	106	7.649.687	32,4%	
	2018	73	9.870.184	38,4%	
	2017	105	12.657.220	31,8%	
	2016	38	6.108.066	30,8%	
	2015	86	7.308.911	31,6%	
	2014	70	5.643.262	30,4%	
	2013	70	6.206.361	31,6%	
	2012	62	6.083.525	34,7%	
	2011	66	5.275.009	33,8%	
	<b>0704*</b>	2013	224	12.064.205	67,1%
		2011	287	17.490.382	68,4%
2010		183	10.226.712	66,1%	
2014		117	9.891.792	68,8%	
2018		605	19.791.679	69,0%	
2017		699	21.253.937	69,5%	
2016		1207	40.130.084	66,9%	
2015		162	13.526.653	62,8%	
2012		285	16.543.404	68,3%	
2019	659	13.710.668	66,4%		
<b>0708*</b>	2012	437	51.621.236	35,2%	
	2014	348	76.796.848	36,4%	
	2015	423	70.126.414	34,4%	
	2016	426	65.418.745	39,5%	
	2013	375	62.916.656	38,7%	
	2010	277	35.898.296	37,8%	
	2019	363	90.319.772	37,0%	
	2011	303	56.466.586	34,9%	

	2018	414	85.145.567	32,6%
	2017	408	81.015.904	39,6%
<b>0709*</b>	2010	97	1.765.954	34,0%
	2012	53	913.078	34,9%
	2013	43	613.263	37,8%
	2019	58	1.187.173	36,1%
	2018	90	2.329.868	37,9%
	2017	72	1.030.379	32,3%
	2015	58	754.403	36,4%
	2014	83	899.620	38,4%
	2011	81	991.122	39,5%
	<b>0709*</b>	2015	39	2.221.220
2016		36	2.098.100	45,2%
2017		70	1.633.000	45,6%
2018		115	3.674.600	44,8%
2019		81	3.946.715	46,1%
2013		39	1.776.805	45,5%
<b>0709*</b>	2014	33	1.339.770	46,0%
	2011	46	1.418.420	47,8%
	2012	47	888.759	46,9%
	2019	33	517.100	47,6%
	2018	33	687.350	44,3%
	2017	38	754.200	49,2%
	2014	45	930.750	45,8%
	2013	40	781.037	47,3%
<b>0709*</b>	2013	39	727.400	68,4%
	2018	40	736.741	76,9%
	2017	39	407.000	68,7%
	2016	32	392.527	89,5%
	2014	40	628.500	85,0%
	2012	30	581.900	106,8 %

	2015	39	565.500	111,3 %
<b>0710*</b>	2017	113	3.522.786	25,2%
	2012	37	2.564.078	26,6%
	2016	65	1.864.238	28,7%
	2015	86	2.317.273	28,1%
	2014	82	1.965.904	25,9%
	2013	140	3.608.049	23,7%
	2019	124	3.713.835	25,8%
	2018	120	3.618.648	27,3%
	2010	79	1.392.858	24,9%
	2011	79	1.128.811	23,7%
<b>0710*</b>	2012	57	5.143.354	63,7%
	2011	43	3.797.746	65,2%
	2017	33	6.506.009	78,0%
	2016	31	4.023.592	76,5%
	2015	56	8.576.109	52,3%
	2014	36	5.995.590	65,1%
	2013	50	4.511.728	56,9%
	2010	37	3.015.200	48,3%
<b>0711*</b>	2018	273	4.891.656	108,6 %
	2017	264	3.645.567	109,1 %
	2019	198	3.247.496	101,2 %
	2014	258	4.073.518	104,8 %
	2016	273	4.684.315	106,7 %
	2012	355	4.713.975	109,9 %
	2011	378	7.710.772	110,1 %
	2015	251	4.260.195	106,2 %
	2013	404	5.266.765	105,7 %

	2010	283	4.500.006	108,0 %
<b>0711*</b>	2010	312	5.072.618	26,8%
	2012	373	4.937.531	34,9%
	2016	276	3.165.064	31,4%
	2014	198	2.357.770	40,2%
	2011	398	5.205.340	30,5%
	2013	219	3.249.446	33,5%
	2015	197	2.818.162	41,5%
	2017	97	1.026.449	30,2%
	<b>0713*</b>	2012	35	2.687.164
2019		63	4.684.062	27,2%
2018		49	4.259.165	23,7%
2011		37	2.698.864	26,5%
2015		62	1.943.607	20,4%
2017		83	2.602.449	23,8%
2010		45	1.840.420	22,8%
<b>0714*</b>	2016	58	4.495.894	23,1%
	2017	30	1.200.068	84,3%
	2011	43	1.246.773	99,7%
	2016	49	1.059.388	89,7%
	2015	31	847.989	102,1 %
<b>0715*</b>	2013	30	626.548	119,6 %
	2014	38	1.044.189	142,3 %
	2010	35	910.362	79,1%
	2016	77	7.907.707	14,2%
	2013	138	10.833.248	21,3%
	2014	119	9.463.604	12,2%
<b>0715*</b>	2011	303	15.493.111	19,3%
	2010	379	28.885.678	20,4%
	2015	194	17.837.969	21,7%

	2017	52	3.591.179	18,9%
	2012	261	33.006.066	22,0%
<b>0715*</b>	2017	100	8.594.743	34,9%
	2012	173	13.777.384	37,8%
	2011	178	17.948.055	36,8%
	2010	171	10.650.409	34,4%
	2013	109	11.707.795	36,2%
	2018	109	9.577.493	32,3%
	2016	150	13.543.839	38,6%
	2015	78	8.337.830	35,2%
	2014	87	29.784.954	34,9%
	2019	78	10.381.829	36,1%
<b>0715*</b>	2014	81	1.263.524	37,9%
	2010	197	544.772	34,4%
	2013	112	1.312.533	38,3%
	2012	182	1.354.142	39,6%
	2018	38	1.106.862	36,8%
	2015	51	4.039.432	34,9%
<b>0716*</b>	2011	183	1.403.043	38,5%
	2010	55	2.956.740	54,1%
	2016	82	8.920.723	52,9%
	2015	84	10.871.805	60,2%
	2012	65	27.036.572	44,5%
	2014	39	3.540.429	65,8%
	2011	45	3.564.664	64,4%
<b>0716*</b>	2017	82	12.039.965	52,9%
	2010	119	1.373.640	26,0%
	2013	45	1.277.814	28,2%
	2014	31	1.550.392	23,0%
	2015	45	2.556.686	20,5%
	2016	36	1.553.318	23,9%
	2019	34	1.796.174	31,6%

	2018	61	1.959.704	32,4%
	2017	58	1.643.535	31,5%
<b>0717*</b>	2012	123	1.043.490	127,6 %
	2019	109	870.242	117,3 %
	2011	94	720.572	126,9 %
	2013	134	1.277.600	151,2 %
	2014	127	974.134	154,2 %
	2015	99	703.628	121,8 %
	2016	67	310.296	134,2 %
	2018	142	1.437.899	109,2 %
	2010	99	646.628	133,8 %
	2017	90	999.065	108,7 %
<b>0717*</b>	2016	33	8.442.085	47,7%
	2017	49	12.987.485	46,5%
	2010	102	11.383.792	41,8%
	2014	30	6.906.860	43,8%
	2013	48	4.110.439	41,8%
	2018	141	12.996.205	42,0%
	2012	102	11.557.877	45,7%
	2011	117	8.940.963	47,6%
<b>0717*</b>	2019	81	4.652.588	43,0%
	2019	32	1.165.497	51,2%
	2016	51	1.049.019	59,1%
	2015	34	1.563.869	50,5%
	2014	31	1.802.773	58,7%
	2013	59	1.320.712	53,1%
	2012	59	748.124	58,4%
<b>0717*</b>	2010	62	825.311	54,4%



	2018	36	708.046	53,8%
	2011	46	1.526.370	57,4%
<b>0718*</b>	2016	33	2.408.297	21,9%
	2015	30	3.179.941	35,6%
	2014	41	5.122.745	23,3%
	2013	32	3.051.809	27,8%
	2012	49	6.313.098	25,5%
	2011	52	7.623.449	23,8%
	2019	59	10.034.114	38,4%
	<b>0719*</b>	2013	68	3.015.782
2018		57	2.297.468	65,9%
2017		41	952.214	63,0%
2016		49	918.813	62,7%
2014		38	735.462	65,8%
2012		54	1.516.765	68,9%
2011		47	1.242.449	64,2%
2019		55	1.325.145	68,3%
2015		42	685.632	67,2%
<b>0719*</b>	2012	78	1.781.930	79,6%
	2011	116	1.992.798	73,3%
	2013	51	1.529.847	84,5%
	2014	69	2.871.172	97,2%
	2015	54	1.183.765	109,2 %
	2016	249	2.024.452	86,9%
	2017	314	1.778.803	121,8 %
	2018	288	2.664.082	84,9%
	2019	275	2.975.885	88,8%
	2010	114	3.174.675	100,3 %
	<b>0720*</b>	2018	109	5.179.795
2011		60	45.559.829	110,9 %

	2019	116	5.257.722	112,4 %	
	2012	43	1.685.097	87,9%	
	2013	51	2.434.652	108,3 %	
	2015	37	1.306.531	89,4%	
	2016	66	5.115.459	106,2 %	
	2017	51	6.463.424	103,8 %	
<b>0722*</b>	2012	42	637.673	84,9%	
	2011	47	522.877	108,3 %	
	2010	37	204.149	91,3%	
	2019	37	337.015	139,6 %	
	2018	39	758.012	79,9%	
	2017	45	339.629	117,3 %	
	2016	33	217.301	95,8%	
	2015	37	157.755	107,5 %	
	2013	33	305.858	103,9 %	
	2014	36	821.721	86,9%	
<b>0725*</b>	2013	85	13.726.898	102,5 %	
	2010	43	8.513.362	101,8 %	
	2018	39	14.373.895	100,3 %	
	2017	44	7.085.560	135,7 %	
	2014	49	23.576.088	108,6 %	
	2012	104	6.544.049	91,3%	
	2016	35	9.546.809	92,7%	
	<b>0726*</b>	2016	87	975.052	81,7%
		2011	80	2.086.181	89,5%
		2012	98	2.017.337	84,6%

	2013	124	2.074.005	86,5%
	2015	80	1.365.421	92,5%
	2018	124	1.846.905	94,9%
	2017	82	874.346	96,6%
	2019	95	958.591	101,8 %
	2014	88	1.529.020	88,1%
	2010	70	1.081.147	71,4%
<b>0729*</b>	2014	82	9.260.547	51,4%
	2015	87	6.960.560	53,7%
	2016	74	5.857.077	33,6%
	2017	59	6.961.874	56,7%
	2018	111	11.068.993	88,3%
	2010	90	5.759.038	31,7%
	2011	83	8.452.204	59,2%
	2012	106	7.960.452	55,6%
	2013	89	7.576.918	60,1%
	2019	83	18.154.479	99,3%
<b>0734*</b>	2018	190	10.041.767	90,3%
	2016	134	13.345.287	77,3%
	2015	95	6.539.709	49,5%
	2013	62	4.018.918	58,2%
	2017	212	10.433.703	71,9%
	2019	118	6.140.408	89,8%
	2010	65	4.977.629	56,7%
	2012	67	6.727.645	51,5%
	2011	134	7.001.369	58,7%
	2014	92	6.812.564	60,3%
<b>0734*</b>	2012	87	1.776.226	80,3%
	2015	47	679.906	80,5%
	2017	62	764.511	79,5%
	2018	55	460.282	83,2%

	2010	76	1.881.493	83,6%
	2011	79	1.927.329	87,9%
	2019	51	929.480	79,3%
	2013	79	1.486.935	80,0%
<b>0738*</b>	2019	101	4.821.726	96,6%
	2012	72	1.383.666	88,6%
	2015	99	3.748.753	102,3 %
	2014	98	3.008.363	105,5 %
	2018	104	4.566.312	77,8%
	2017	102	2.696.939	98,2%
	2011	85	1.953.426	106,8 %
	2010	87	2.330.695	86,9%
	2013	86	2.789.592	109,6 %
	2016	99	3.122.912	100,1 %
<b>0741*</b>	2011	121	6.336.631	70,8%
	2019	60	5.628.600	71,2%
	2018	85	9.002.177	73,4%
	2017	70	5.940.278	77,2%
	2015	39	15.585.556	71,4%
	2014	58	11.634.681	72,9%
	2012	107	10.040.257	74,3%
	2010	56	4.603.637	76,8%
	2013	45	4.635.129	73,5%
<b>0746*</b>	2019	574	42.107.717	97,6%
	2010	636	56.095.601	97,2%
	2015	65	4.607.984	89,5%
	2016	286	21.680.633	99,7%
	2017	377	25.134.878	85,6%
	2018	394	23.013.129	81,3%
	2012	766	42.015.026	80,1%

	2011	775	70.053.751	65,2%
	2013	157	11.390.080	105,5 %
	2014	110	15.142.578	94,2%
<b>0752*</b>	2017	263	12.905.169	81,3%
	2012	292	4.926.095	84,2%
	2013	604	5.877.804	85,2%
	2014	764	3.987.860	84,6%
	2016	1178	13.952.340	86,3%
	2018	64	8.785.141	81,7%
	2019	49	3.246.000	86,5%
	2010	30	5.050.963	84,9%
	2015	152	5.348.564	81,0%
<b>0760*</b>	2010	133	4.823.873	101,2 %
	2012	78	8.589.412	109,1 %
	2013	31	918.290	108,2 %
	2014	36	2.634.503	103,3 %
	2015	36	3.511.958	106,7 %
	2016	43	16.008.553	105,8 %
	2017	54	11.763.062	102,8 %
	2018	42	12.746.298	108,7 %
	2011	125	7.618.068	109,7 %
<b>0772*</b>	2012	91	3.276.216	56,2%
	2011	87	2.470.704	63,2%
	2013	55	3.844.334	65,1%
	2010	89	2.599.233	62,3%
	2019	80	5.964.448	61,0%
	2018	55	2.853.324	47,6%
	2017	134	8.228.849	50,6%

	2016	97	5.041.908	60,3%
	2014	44	1.528.988	40,3%
	2015	114	3.321.213	39,8%
<b>0777*</b>	2016	159	16.991.477	89,4%
	2019	79	3.950.210	94,1%
	2010	46	2.235.008	98,5%
	2017	144	8.428.044	97,6%
	2015	131	6.409.993	82,1%
	2014	104	5.081.605	105,6 %
	2013	99	5.061.265	99,7%
	2012	99	6.318.245	82,7%
	2011	77	4.981.470	97,2%
	2018	84	5.650.183	89,0%
	<b>0778*</b>	2014	292	125.387.839
2015		453	393.430.261	71,2%
2010		677	134.363.704	77,2%
2013		359	115.875.921	73,4%
2011		672	152.893.162	67,2%
2012		529	305.831.658	73,7%
2016		100	118.815.063	65,9%
2019		33	1.364.109	105,3 %
<b>0779*</b>	2010	57	329.413	107,6 %
	2011	91	582.738	112,6 %
	2017	39	1.111.253	137,3 %
	2016	98	3.495.713	147,7 %
	2015	71	1.681.407	99,8%
	2014	55	345.459	100,0 %
	2013	81	539.170	103,0 %

	2012	95	482.800	108,3 %
	2018	45	1.718.876	89,5%
<b>0780*</b>	2011	171	142.426.808	84,6%
	2012	159	286.889.216	78,0%
	2013	116	15.889.637	86,5%
	2014	80	26.729.632	86,0%
	2015	107	11.554.332	84,7%
	2016	30	8.788.714	81,8%
	2010	207	82.517.665	96,4%
	<b>0783*</b>	2016	81	4.422.886
2015		52	3.403.971	68,2%
2017		88	7.217.628	58,4%
2018		98	7.253.976	54,4%
2019		70	11.381.252	58,5%
2013		59	3.637.726	65,9%
2014		61	5.109.255	59,0%
<b>0800*</b>	2019	112	1.064.828	113,2 %
	2018	76	1.776.440	121,7 %
	2017	60	1.517.457	109,2 %
	2016	56	2.064.969	100,3 %
	2014	71	1.052.773	86,9%
	2013	44	1.109.720	84,5%
	2015	47	1.236.540	84,9%
	<b>0803*</b>	2013	255	7.283.885
2014		498	6.912.386	27,8%
2015		353	5.917.249	31,0%
2016		290	3.855.746	31,9%
2011		217	13.783.725	23,6%
2010		243	8.886.877	27,8%
2012		223	11.971.982	24,4%

<b>0803*</b>	2010	228	12.267.456	46,9%	
	2013	376	6.518.284	46,4%	
	2012	352	10.758.665	54,3%	
	2011	400	6.044.805	48,6%	
	2015	429	9.144.898	47,3%	
	2016	349	7.776.634	63,8%	
	2017	508	7.853.242	62,6%	
	2014	387	31.102.460	59,8%	
	2019	270	7.427.043	54,9%	
	2018	464	11.493.104	60,6%	
	<b>0804*</b>	2015	188	14.309.301	94,9%
2010		288	11.074.617	96,6%	
2011		212	10.740.654	97,9%	
2014		145	12.545.166	94,7%	
2017		139	7.787.604	92,8%	
2013		116	10.842.748	91,3%	
2018		77	8.729.982	93,0%	
2016		164	9.441.055	98,9%	
2012		71	9.845.111	97,4%	
<b>0804*</b>		2019	234	34.444.178	29,9%
		2010	606	32.153.523	35,1%
	2011	595	30.495.444	31,7%	
	2012	581	30.229.418	33,2%	
	2018	246	32.180.390	30,1%	
	2017	191	30.986.871	36,3%	
	2016	124	19.666.542	37,7%	
	2015	264	13.818.196	38,0%	
	2014	488	27.406.527	24,8%	
	2013	637	22.062.100	32,4%	
	<b>0806*</b>	2015	42	5.269.493	118,2 %
2019		75	7.805.868	111,3 %	

	2010	44	11.444.585	117,1 %		2010	49	1.800.130	104,9 %
	2013	63	9.877.459	112,8 %		2013	234	4.629.643	130,8 %
	2011	44	14.923.370	109,2 %		2014	94	2.716.940	107,7 %
	2012	52	3.690.065	117,3 %		2015	94	2.689.241	103,1 %
	2018	62	8.385.076	116,2 %		2016	93	3.598.885	114,9 %
	2017	34	10.802.878	114,0 %		2013	41	2.691.852	32,3%
	2014	63	4.793.528	116,8 %		2017	42	4.181.216	36,4%
						2014	44	2.893.637	33,7%
<b>0806*</b>	2013	83	16.799.170	73,7%		2016	61	4.162.170	33,5%
	2012	83	2.364.946	84,9%	<b>0811*</b>	2015	65	3.023.229	30,7%
	2011	59	2.734.526	81,3%		2018	44	5.690.511	39,7%
	2014	129	3.746.786	70,9%		2019	39	4.868.127	33,5%
	2019	34	743.013	84,2%		2011	34	4.279.002	32,5%
	2016	131	2.571.753	85,2%		2013	32	4.464.259	27,7%
	2017	102	5.332.380	74,0%		2012	45	4.632.001	23,8%
	2015	138	3.306.693	77,2%		2011	67	33.135.628	22,8%
	2018	106	17.293.982	70,6%		2016	83	4.528.458	30,7%
						2010	69	11.541.100	22,6%
<b>0807*</b>	2018	40	1.894.790	41,0%		2015	53	6.648.607	22,8%
	2011	51	2.019.872	46,2%		2014	75	9.173.402	20,1%
	2012	54	2.548.271	43,2%		2019	37	8.972.539	24,6%
	2015	71	3.176.468	49,0%		2012	599	5.923.361	86,5%
	2010	36	437.167	42,5%		2011	491	3.870.678	84,7%
	2017	33	1.603.567	46,9%		2016	533	4.194.546	72,9%
	2019	90	3.476.059	48,0%		2015	300	3.027.116	82,6%
	2016	55	2.105.704	45,6%		2010	490	3.517.758	88,8%
						2017	70	760.211	86,7%
<b>0807*</b>	2017	42	1.818.098	101,0 %		2014	369	2.457.833	76,9%
	2011	36	2.415.790	125,3 %		2013	431	2.816.443	73,2%
	2012	92	2.727.196	120,4 %	<b>0837*</b>	2015	117	6.384.239	47,4%

	2011	68	7.497.341	53,1%
	2012	137	7.665.634	45,8%
	2014	116	7.360.583	51,2%
	2016	74	2.584.844	42,5%
	2017	106	4.295.933	50,2%
	2018	183	9.098.297	49,4%
	2019	100	8.155.921	48,6%
	2013	154	34.994.798	54,4%
<b>0848*</b>	2012	173	14.678.889	50,8%
	2016	86	3.702.398	47,8%
	2011	144	12.256.299	48,3%
	2013	100	3.615.552	42,5%
	2014	97	4.568.130	47,7%
	2015	98	3.079.941	49,5%
	2017	93	4.807.641	45,5%
	2010	141	8.936.451	48,7%
<b>0848*</b>	2013	435	4.718.874	51,4%
	2014	439	5.484.670	53,7%
	2012	434	5.265.301	59,1%
	2016	105	1.303.394	56,7%
	2011	498	6.075.817	58,7%
	2010	475	5.642.950	55,9%
	2015	360	4.178.640	49,1%
<b>0859*</b>	2015	69	382.748	20,2%
	2013	52	818.908	16,5%
	2011	92	734.608	11,4%
	2010	71	813.874	17,2%
	2014	72	1.466.207	23,3%
	2016	36	210.223	26,4%
	2012	72	832.993	26,7%
<b>0865*</b>	2010	84	2.504.389	25,9%
	2013	38	1.228.525	35,3%

	2019	91	7.396.926	25,6%
	2018	51	3.605.775	34,4%
	2017	66	1.675.008	25,0%
	2016	111	3.925.852	36,6%
	2015	71	2.230.638	24,9%
	2011	84	2.633.967	23,6%
	2014	30	1.090.641	34,4%
	2012	69	2.596.788	29,7%
<b>0883*</b>	2017	61	4.641.581	10,3%
	2016	39	3.783.444	5,8%
	2011	33	2.022.972	16,9%
	2015	35	2.341.841	8,7%
	2014	31	1.954.919	20,2%
	2018	37	3.439.918	20,4%
	2019	47	4.363.079	11,6%
	2012	41	2.194.495	15,9%
<b>0888*</b>	2013	49	5.000.182	36,7%
	2012	51	3.666.453	34,4%
	2015	42	5.968.834	39,5%
	2016	66	5.497.199	38,3%
	2017	42	8.190.620	32,3%
	2010	37	1.220.839	37,0%
	2011	107	2.587.744	34,0%
	2014	33	3.248.637	37,9%
<b>0908*</b>	2017	4284	80.219.217	33,5%
	2018	4382	102.047.754	22,7%
	2019	4421	102.298.847	22,8%
	2014	123	4.787.543	32,5%
	2013	32	475.792	23,9%
	2015	2492	19.044.750	32,3%
	2016	5653	89.979.807	27,7%

<b>1705*</b>	2019	91	10.814.581	101,3 %
	2017	66	23.305.929	92,7%
	2016	83	8.616.869	87,2%
	2011	50	4.262.795	108,6 %
	2018	105	14.807.236	83,8%
	2010	54	5.342.800	102,5 %
	2013	98	9.215.210	100,0 %
	2015	75	10.390.822	86,9%
	2012	97	9.921.062	97,4%
	2014	55	5.274.350	111,7 %
<b>1714*</b>	2011	153	2.334.653	55,6%
	2019	54	5.138.498	64,6%
	2014	133	3.105.002	68,7%
	2017	89	2.103.325	47,4%
	2016	107	3.288.281	66,8%
	2018	77	4.960.052	46,1%
	2010	199	3.271.705	45,6%
	2015	95	4.062.650	67,2%
	2013	152	2.819.051	52,9%
<b>1715*</b>	2012	149	2.044.209	54,2%
	2013	73	3.598.585	29,7%
	2014	53	2.797.622	33,7%
	2012	112	6.499.166	29,6%
	2016	88	5.206.711	26,2%
	2019	137	11.810.562	20,6%
	2018	109	8.961.946	23,8%
	2017	115	7.021.666	21,9%
	2015	53	2.751.731	23,3%
	2010	139	7.049.499	24,9%
2011	155	9.012.904	27,8%	

<b>1730*</b>	2011	77	2.104.129	34,4%
	2012	379	21.574.347	41,8%
	2015	116	13.430.144	37,6%
	2016	106	3.751.281	43,0%
	2017	787	30.354.665	36,4%
	2018	826	31.552.705	34,9%
	2019	1227	46.265.267	37,9%
	2013	965	43.002.910	39,2%
	2014	698	38.573.610	40,0%
	<b>1735*</b>	2015	139	16.858.997
2016		61	12.449.054	59,9%
2013		436	71.107.523	42,5%
2011		906	87.709.666	49,0%
2017		90	10.497.712	55,6%
2018		33	31.016.120	48,1%
2012		563	60.070.385	52,4%
2014		285	128.140.531	55,6%
<b>1738*</b>	2010	1316	118.170.033	51,6%
	2019	81	16.239.715	33,3%
	2013	52	1.482.938	34,7%
	2014	65	1.452.032	37,6%
	2015	88	1.409.482	32,8%
	2016	73	2.576.235	34,3%
	2017	155	1.335.686	36,2%
	2018	109	2.685.585	33,1%
	2011	45	486.879	34,4%
	2010	48	403.414	37,3%
<b>1741*</b>	2013	245	19.576.413	101,8 %
	2019	432	43.952.878	102,5 %
	2018	402	37.273.098	100,3 %

	2012	318	25.037.113	76,7%
	2014	282	30.559.864	83,8%
	2016	319	26.595.642	91,2%
	2017	356	30.884.398	97,4%
	2010	281	24.052.456	86,9%
	2011	223	15.188.530	101,4 %
	2015	331	30.271.651	92,8%
<b>1741*</b>	2012	43	3.115.462	114,8 %
	2011	47	2.536.874	115,4 %
	2016	66	4.791.384	109,5 %
	2010	59	2.950.355	110,2 %
	2013	35	2.836.273	94,4%
	2015	69	3.874.054	102,4 %
	2018	134	7.492.741	106,7 %
	2019	102	8.937.174	98,2%
	2017	116	10.243.807	95,1%
	<b>1743*</b>	2018	39	328.543
2019		68	447.628	36,2%
2014		43	367.643	26,8%
2011		41	167.741	24,3%
2010		48	246.371	26,7%
2013		42	418.066	35,3%
2017		48	388.428	33,3%
2016		54	296.115	29,8%
2015		31	203.859	31,0%
2012		53	466.271	34,6%
<b>1745*</b>	2019	131	7.542.645	109,4 %
	2018	153	8.497.126	119,6 %

	2017	118	7.788.013	102,3 %
	2016	73	3.643.726	103,3 %
	2015	88	6.727.341	104,2 %
	2013	93	3.287.795	108,5 %
	2014	77	4.293.751	105,9 %
	2012	106	5.677.800	103,5 %
	2011	131	5.653.882	108,4 %
<b>1745*</b>	2017	220	28.872.728	32,3%
	2019	310	52.458.904	32,0%
	2012	287	19.466.897	34,6%
	2011	329	20.022.103	31,9%
	2010	216	19.556.805	33,5%
	2018	302	40.849.144	37,8%
	2016	181	22.738.471	34,1%
	2013	194	22.115.906	31,6%
	2015	185	19.716.646	34,9%
	2014	155	18.554.005	37,6%
<b>1748*</b>	2014	167	17.936.783	57,6%
	2013	207	26.181.213	56,7%
	2019	35	5.661.188	48,4%
	2015	140	17.906.533	56,8%
	2016	134	22.463.257	58,7%
	2017	80	15.584.711	59,1%
	2018	63	9.878.414	53,7%
	2010	190	23.181.349	55,9%
	2012	245	26.137.502	57,7%
	2011	222	20.434.056	61,1%
<b>1748*</b>	2019	211	34.678.796	44,6%
	2015	79	18.905.841	42,1%



	2012	95	13.688.772	39,9%
	2011	244	21.412.945	49,3%
	2017	155	14.962.225	38,6%
	2010	266	24.250.038	45,6%
	2013	74	8.081.038	41,6%
	2014	72	8.931.863	51,1%
	2016	85	10.557.400	46,9%
	2018	219	25.883.213	49,6%
<b>1749*</b>	2010	67	6.436.896	21,1%
	2018	240	39.099.081	23,6%
	2012	110	10.693.549	24,4%
	2011	96	8.448.294	17,2%
	2013	112	14.238.150	21,8%
	2017	169	28.395.762	20,1%
	2014	120	27.045.718	16,5%
	2015	118	9.245.545	23,3%
	2016	85	9.783.671	19,2%
	2019	382	61.113.641	20,9%
<b>1749*</b>	2014	67	5.439.425	53,1%
	2015	74	4.254.441	54,4%
	2016	34	2.856.930	51,2%
	2017	38	1.557.628	49,4%
	2010	35	3.135.408	57,9%
	2011	37	3.001.108	59,0%
	2012	48	3.376.791	47,6%
	2013	75	3.904.943	49,2%
<b>1750*</b>	2012	784	54.841.698	76,7%
	2019	284	42.704.507	70,8%
	2014	508	64.758.572	71,2%
	2013	786	83.774.896	68,7%
	2015	174	27.091.266	73,4%
	2017	34	11.136.504	74,5%

	2010	720	53.969.549	73,7%
	2011	723	60.741.095	81,7%
<b>1751*</b>	2018	111	11.458.064	85,3%
	2014	102	11.825.101	98,2%
	2010	454	21.940.216	84,6%
	2017	59	4.995.358	96,5%
	2011	346	16.606.391	88,3%
	2015	71	9.246.107	86,5%
	2012	271	22.242.489	86,8%
	2016	60	8.370.985	96,5%
	2019	123	11.988.225	94,9%
	2013	112	12.946.433	89,5%
<b>1751*</b>	2016	82	5.928.054	104,8 %
	2017	31	2.889.664	108,2 %
	2015	89	7.220.367	105,4 %
	2011	130	8.510.239	106,7 %
	2013	100	6.813.993	109,2 %
	2010	232	9.369.467	101,2 %
	2014	86	9.012.041	108,6 %
	2012	98	8.259.840	106,2 %
<b>1751*</b>	2013	143	17.853.324	30,3%
	2012	112	19.107.848	28,5%
	2011	162	18.568.681	30,5%
	2016	130	16.713.496	21,7%
	2015	177	15.250.207	22,6%
	2019	121	19.338.475	28,9%
	2018	95	10.046.104	25,4%
	2014	103	11.072.449	26,2%

	2017	161	13.843.675	20,4%
	2010	183	20.162.057	29,3%
<b>1752*</b>	2010	39	5.453.888	33,0%
	2011	48	14.856.816	37,4%
	2019	106	14.653.799	32,2%
	2014	50	5.035.781	31,9%
	2012	66	12.121.386	34,3%
	2018	71	8.870.423	31,2%
	2017	86	17.675.392	32,3%
	2016	55	9.896.147	30,8%
	2015	67	9.330.814	33,4%
	<b>1752*</b>	2011	241	18.679.406
2010		88	7.481.584	45,7%
2019		131	14.436.527	42,5%
2018		155	12.126.256	34,9%
2017		245	23.210.626	49,7%
2016		296	29.078.913	48,1%
2015		273	22.006.539	49,0%
2014		236	18.319.929	49,6%
2012		242	13.038.772	44,7%
2013		226	15.528.251	42,9%
<b>1752*</b>	2015	34	2.606.789	101,0 %
	2013	48	1.772.159	125,3 %
	2016	39	3.178.187	120,4 %
	2017	54	2.783.208	104,9 %
	2018	72	5.287.883	107,7 %
	2019	92	3.422.397	138,8 %
	2012	53	3.277.467	103,1 %
<b>1753*</b>	2013	65	12.604.004	68,7%

	2010	117	8.787.148	88,8%
	2012	141	9.181.737	86,7%
	2014	133	16.462.189	71,4%
	2019	107	9.933.848	76,9%
	2018	117	10.529.053	73,2%
	2017	94	7.260.991	86,5%
	2016	92	8.479.817	83,9%
	2015	85	6.642.843	82,6%
	2011	115	6.486.759	94,5%
<b>1754*</b>	2011	296	24.290.390	34,8%
	2012	250	31.169.492	33,8%
	2017	193	32.697.159	33,0%
	2018	219	24.953.366	33,4%
	2016	218	23.243.459	34,8%
	2014	242	31.057.388	38,2%
	2010	306	26.507.013	39,8%
	2013	257	37.932.473	33,5%
	2015	255	26.331.209	32,5%
	2019	191	34.629.306	33,5%
<b>1754*</b>	2010	203	709.762	94,6%
	2018	127	335.000	86,0%
	2017	70	242.590	103,2 %
	2011	164	727.920	79,9%
	2012	125	799.583	72,1%
	2019	117	265.000	87,8%
	2016	170	612.500	81,1%
	2014	103	881.994	80,7%
<b>1754*</b>	2015	145	738.778	110,2 %
	2013	112	630.210	70,9%
	2010	254	15.881.286	54,8%
	2019	189	21.330.861	59,7%

	2013	191	15.776.160	46,6%
	2018	269	46.464.532	41,7%
	2017	273	22.599.757	43,3%
	2016	160	26.168.449	51,2%
	2015	97	16.353.537	38,7%
	2014	153	11.036.239	51,8%
	2011	130	10.269.268	50,9%
	2012	237	23.931.619	48,1%
<b>1756*</b>	2019	79	5.196.598	76,8%
	2017	92	3.820.311	70,8%
	2018	73	3.646.516	77,2%
	2013	66	1.398.708	73,7%
	2015	71	2.313.732	73,4%
	2010	62	1.963.826	71,2%
	2012	79	2.419.408	74,0%
	2011	101	2.735.304	75,9%
<b>1764*</b>	2017	54	4.400.000	38,3%
	2016	30	1.710.000	36,4%
	2012	43	4.537.000	39,5%
	2015	48	3.480.000	36,4%
	2014	39	4.079.000	38,7%
	2013	33	2.808.000	36,1%
	2011	44	4.120.000	36,8%
	2019	31	2.582.000	35,2%
<b>1764*</b>	2017	352	18.033.878	102,9 %
	2011	256	11.160.509	112,7 %
	2012	185	6.739.056	118,5 %
	2013	108	5.094.175	111,0 %
	2014	260	9.009.745	105,2 %

	2016	241	9.083.511	104,6 %
	2015	296	13.078.921	103,5 %
	2019	323	16.127.568	113,7 %
	2018	254	10.642.705	112,0 %
	2010	190	8.336.645	108,4 %
<b>2011*</b>	2015	94	2.953.037	68,7%
	2012	132	10.088.949	88,8%
	2011	96	6.982.545	86,7%
	2010	146	11.126.220	76,9%
	2014	250	4.243.201	82,0%
	2013	167	15.637.749	71,4%
	2016	47	3.879.045	78,8%
<b>2011*</b>	2018	505	96.620.076	39,8%
	2019	601	85.584.474	46,0%
	2013	102	9.372.648	25,9%
	2014	116	39.181.124	23,1%
	2015	150	18.187.865	31,1%
	2016	237	42.906.807	20,1%
	2017	368	48.981.539	26,9%
	2010	33	2.989.089	33,8%
	2012	77	13.301.830	34,8%
	2011	65	7.166.617	27,7%
<b>2012*</b>	2017	73	3.421.688	68,4%
	2018	113	8.110.104	86,9%
	2016	41	3.293.842	81,6%
	2015	246	7.197.292	80,8%
	2014	99	5.603.850	88,9%
	2013	134	9.166.280	76,2%
	2012	112	10.099.815	77,4%
	2011	129	8.538.610	71,6%

	2010	95	10.156.179	72,2%
	2019	150	7.755.789	77,8%
<b>2016*</b>	2019	170	20.705.530	19,7%
	2018	234	31.454.443	18,2%
	2017	236	21.641.754	24,8%
	2016	255	22.000.100	23,5%
	2015	354	35.461.417	21,8%
	2014	324	41.318.521	17,3%
	2013	376	45.505.331	20,2%
	2010	162	16.543.662	18,0%
	2011	208	23.561.188	11,8%
	2012	250	26.018.412	22,6%
	<b>2019*</b>	2018	44	1.208.338
2012		77	3.093.369	65,9%
2013		56	573.100	69,0%
2014		30	204.881	68,3%
2015		50	1.164.873	67,2%
2016		43	630.854	65,8%
2017		41	295.862	68,7%
2011		32	143.664	66,3%

	2018	234	36.802.204	22,4%	
	2011	48	8.818.058	24,0%	
<b>2031*</b>	2013	70	7.870.535	23,6%	
	2014	92	7.315.805	29,8%	
	2015	55	6.423.509	25,3%	
	2016	77	8.161.767	22,9%	
	2019	316	28.530.439	23,1%	
	2017	148	17.173.426	24,3%	
	2012	62	9.195.478	23,9%	
	<b>9900*</b>	2013	57	27.647.373	19,7%
		2018	34	25.585.186	18,2%
		2017	30	5.700.440	17,1%
2014		43	29.392.167	18,0%	
2019		33	5.755.458	18,0%	
2012		43	9.569.347	12,9%	
2011		47	10.750.036	20,2%	
2010		56	15.435.266	17,5%	
	2015	33	34.052.112	18,6%	

## БИОГРАФИЈА

Кандидаткиња Јелена (Срђан) Лукић, рођена је 21. децембра 1984. године у Београду, Република Србија. Завршила је Пету београдску гимназију у Београду, природно-математички смер, са одличним успехом. Универзитет у Београду - Математички факултет уписала је 2003. године, где је и дипломирала 2009. године на смеру Нумеричка математика и оптимизација са просечном оценом 8,50. Мастер академске студије на Универзитету у Београду- Математички факултет уписала је 2009. године на одсеку Нумеричка математика и оптимизација и завршила их 2011. године са просечном оценом 10 (десет). Мастер рад на тему „Преглед хаб локацијских проблема и метода за њихово решавање“ одбранила је код проф. др. Зорице Станимировић са оценом 10 (десет), чиме је стекла академски назив мастер математичар. Докторске академске студије на Универзитету у Београду – Машинском факултету, уписала је 2016. године и по плану и програму положила све обавезне и изборне предмете и одбранила Пројекат идеје докторске дисертације.

Кандидаткиња је у периоду од 2009. до 2022. године била запослена у Компанији Дунав осигурање а.д.о. У Сектору за капитал и инвестиције на пословима пласирање новчаних средстава (орочавање депозита, куповина хартија од вредности...) радила је у периоду од 2009. до 2011. године. Од 2011. године до октобра 2022. године радила је као актуар у Функцији за актуарство, статистику и управљање ризицима. Од октобра 2022. године запослена је у фирми Data Tech International, на пословима Data/Business Analyst.

Кандидаткиња активно користи и влада следећим програмским алатима: MATLAB Simulink, Python, AutoCad, SQL, C и C++. Говори енглески и руски језик. Кандидаткиња Јелена Лукић је удата и мајка двоје деце.

# ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Име и презиме аутора Јелена Лукић

Број индекса Д36/2016

## Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

**Одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса у  
условима фази окружења**

---

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

---

У Београду \_\_\_\_\_

# ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКОГ РАДА

Име и презиме аутора Јелена Лукић

Број индекса Д36/2016

Студијски програм докторске академске студије

Наслов рада

**Одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса у  
условима фази окружења**

Ментор др Мирјана Мисита, редовни професор

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањивања у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада. Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

---

У Београду \_\_\_\_\_

# ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

---

**Одређивање нивоа ризика потенцијално критичних пословних процеса у  
условима фази окружења**

---

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

---

У Београду \_\_\_\_\_



1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално–без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног.