

UNIVERZITET U BEOGRADU

EKONOMSKI FAKULTET

Branko R. Pavlović

**UPRAVLJANJE RIZIKOM
SOLVENTNOSTI ŽIVOTNIH
OSIGURAVAČA**

doktorska disertacija

Beograd, 2023.

UNIVERSITY OF BELGRADE

FACULTY OF ECONOMICS

Branko R. Pavlović

**SOLVENCY RISK MANAGEMENT
OF LIFE INSURERS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2023

Mentor:

dr Jelena Kočović
redovni profesor
Ekonomski fakultet
Univerzitet u Beogradu

Članovi komisije:

dr Miloš Božović,
redovni profesor
Ekonomski fakultet
Univerzitet u Beogradu

dr Vesna Rajić,
redovni profesor
Ekonomski fakultet
Univerzitet u Beogradu

dr Marija Koprivica
vanredni profesor
Ekonomski fakultet
Univerzitet u Beogradu

dr Evica Petrović
redovni profesor
Ekonomski fakultet
Univerzitet u Nišu

Datum odbrane doktorske disertacije _____

IZJAVA ZAHVALNOSTI

Zahvaljujem se svima koji su doprineli i podržali me tokom procesa istraživanja i pisanja ove doktorske disertacije.

Pre svega, želim da se zahvalim mom mentoru, dr Jeleni Kočović, na neizmernoj podršci, stručnosti i vođstvu koje mi je pružila tokom doktorskih studija. Njeno neprocenjivo znanje i vođenje bili su ključni za uspeh ove disertacije. Takođe, želim da zahvalim i svim članovima komisije, na njihovom vrednom vremenu, stručnim savetima i konstruktivnim kritikama koje su mi pomogle da unapredim svoj rad.

Zahvaljujem se svojoj supruzi Vesni i roditeljima Mileni i Radiši, koji su mi pružali kontinuiranu podršku i ohrabrenje tokom ovog dugog putovanja. Zahvaljujem se i deci Viktoru, Teodori, Mini i Maksimu na inspiraciji za ovaj poduhvat i pomoći koju su pružali svako na svoj način. Ljubav, podrška i razumevanje cele porodice, bili su mi neizmerna snaga tokom izazova s kojima sam se suočavao.

Izražavam zahvalnost i svojim kolegama iz Udruženja aktuara, Globos osiguranja i Ekonomskog fakulteta, kao i prijateljima koji su me podržavali i ohrabivali tokom rada na disertaciji.

Naposletku, želim da se zahvalim svim autorima čija su dela bila izvor za ovu disertaciju i čiji doprinosi su obogatili polje mog istraživanja.

S poštovanjem,

Branko Pavlović

UPRAVLJANJE RIZIKOM SOLVENTNOSTI ŽIVOTNIH OSIGURAVAČA

Sažetak

Sveobuhvatno sagledavanje rizika koji utiču na poslovanje kompanije za osiguranje je neophodno da bi se mogla oceniti sposobnost kompanije da dugoročno ispunjava obaveze po ugovorima o osiguranju. Predmet istraživanja doktorske disertacije je merenje rizika životnog osiguranja i analiza njihovog uticaja na solventnost osiguravajućih kompanija. Merenje rizika omogućava određivanje nivoa kapitala koji je potreban za apsorpciju potencijalnih gubitaka osiguravača, kao odgovarajućeg iznosa koji garantuje solventnost kompanije.

U režimu Solventnost II za određivanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti može da se koristi standardna formula, interni model i parcijalni interni model. Standardna formula za merenje rizika odgovara prosečnoj evropskoj kompaniji, dok je precizno određivanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti konkretne osiguravajuće kompanije moguće razvojem odgovarajućeg internog ili parcijalnog internog dinamičkog modela.

Cilj disertacije je razvoj parcijalnog internog modela za određivanje zahtevanog kapitala za pokriće rizika životnih osiguranja, uvažavajući profil rizika konkretnog osiguravača koji posluje na srpskom tržištu životnog osiguranja, što je postignuto modeliranjem rizika smrtnosti, dugovečnosti i prekida ugovora. Za konkretnu osiguravajuću kompaniju izmeren je zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti u režimu Solventnost I, zahtevani kapital za rizik životnog osiguranja prema standardnoj formuli u režimu Solventnost II i prema predloženom parcijalnom modelu uz uvažavanje i bez uvažavanja polne strukture osiguranika.

Dobijeni rezultati pokazuju da će uvođenje režima Solventnost II dovesti do rasta zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti kod domaćih osiguravača u odnosu na režim Solventnost I, dok će primena parcijalnog internog modela, zasnovanog na rizičnom profilu konkretne osiguravajuće kompanije, dovesti do smanjenja zahtevanog kapitala u odnosu na primenu standardne formule. Takođe, dokazano je da je adekvatna procena matematičke rezerve važan preduslov za obezbeđenje solventnosti životnih osiguravača.

Ključne reči: životno osiguranje, zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti, rizik smrtnosti, rizik dugovečnosti, rizik prekida ugovora o osiguranju, Solventnost II, parcijalni interni model, standardna formula

Naučna oblast: Ekonomske nauke

Uža naučna oblast: Osiguranje

JEL klasifikacija: G22, G28, G32

UDK broj: 368.811:332.88 368.025.3:347.8 368.52:608.4:517.35

SOLVENCY RISK MANAGEMENT OF LIFE INSURERS

Abstract

A comprehensive assessment of the risks that affect the business operations of an insurance company is essential to evaluate the company's ability to meet its long-term obligations under insurance contracts. The subject of the doctoral dissertation is the measurement of life insurance risks and the analysis of their impact on the solvency of insurance companies. Risk measurement enables the determination of the level of capital needed to absorb potential insurer losses, as an appropriate amount that guarantees the company's solvency.

Under the Solvency II regime, the solvency capital requirement can be determined using a standard formula, an internal model, and a partial internal model. The standard risk measurement formula corresponds to an average European company, while precise determination of the solvency capital requirement of a specific insurance company is possible by developing an appropriate internal or partial internal dynamic model.

The objective of the dissertation is to develop a partial internal model for determining the required capital to cover the solvency of life insurance risks, taking into account the risk profile of a specific insurer operating in the Serbian life insurance market, which has been achieved by modeling mortality risks, longevity, and contract lapses. For a specific insurance company, the solvency capital requirement under the Solvency I regime, the required capital for life insurance risk according to the standard formula under the Solvency II regime, and according to the proposed partial model, taking into account and without taking into account the gender structure of the insured, were measured.

The obtained results show that the introduction of the Solvency II regime will lead to an increase in the solvency capital requirement among domestic insurers compared to the Solvency I regime, while the application of a partial internal model, based on the risk profile of a specific insurance company, will lead to a reduction in the required capital compared to the application of the standard formula. Also, it has been proven that an adequate assessment of mathematical reserves is an important prerequisite for ensuring the solvency of life insurers.

Key words: life insurance, solvency capital requirement, mortality risk, longevity risk, insurance contract lapse risk, Solvency II, partial internal model, standard formula

Scientific field: Economic Sciences

Scientific subfield: Insurance

JEL classification: G22, G28, G32

UDC number: 368.811:332.88 368.025.3:347.8 368.52:608.4:517.35

SADRŽAJ

UVOD	1
1. ULOGA I ZNAČAJ ŽIVOTNIH OSIGURANJA	5
1.1. SAVREMENE KARAKTERISTIKE POSLOVANJA ŽIVOTNIH OSIGURAVAČA	7
1.1.1. Definicija i klasifikacija životnog osiguranja.....	9
1.1.2. Specifičnosti životnog osiguranja.....	12
1.1.3. Ekonomske vrednosti koje životno osiguranje donosi	13
1.1.4. Funkcije životnog osiguranja.....	14
1.2. AKTUARSKA ANALIZA TARIFA ŽIVOTNOG OSIGURANJA	16
1.2.1. Matematičko-statističke osnove tarifa životnog osiguranja.....	16
1.2.1.1. Tablice smrtnosti	16
1.2.1.2. Tehnička kamatna stopa.....	18
1.2.1.3. Komutativni brojevi	19
1.2.1.4. Troškovi sprovođenja osiguranja.....	22
1.2.2. Principi formiranja tarifa tradicionalnih proizvoda.....	22
1.2.2.1. Tarifa premije	23
1.2.2.2. Tarife u osiguranju života	24
1.2.3. Matematička rezerva	29
1.2.3.1. Prospektivna metoda obračuna neto matematičke rezerve	29
1.2.3.2. Prospektivna metoda obračuna neto matematičke rezerve za osiguranje kapitala za slučaj smrti.....	30
1.2.3.3. Prospektivna metoda obračuna neto matematičke rezerve za osiguranje kapitala za slučaj doživljenja	32
1.2.3.4. Prospektivna metoda obračuna neto matematičke rezerve za mešovito osiguranje kapitala za slučaj smrti i slučaj doživljenja.....	33
1.2.3.5. Prospektivna metoda obračuna bruto matematičke rezerve	34
1.2.4. Novi proizvodi životnog osiguranja.....	36
1.3. UPRAVLJANJE RIZICIMA U KOMPANIJAMA ZA ŽIVOTNO OSIGURANJE	39
1.3.1. Podela odgovornosti u osiguravajućoj kompaniji.....	39
1.3.2. Korporativno upravljanje kao osnov upravljanja rizicima	40
1.3.3. Upravljanje rizicima u osiguravajućim kompanijama kroz četiri ključne funkcije	42
1.3.3.1. Funkcija upravljanja rizicima	42
1.3.3.2. Funkcija usklađenosti poslovanja sa propisima.....	43
1.3.3.3. Funkcija interne revizije.....	43
1.3.3.4. Aktuarska funkcija	44
1.4. SAVREMENE TENDENCIJE NA TRŽIŠTU ŽIVOTNOG OSIGURANJA.....	46
1.4.1. Karakteristike svetskog tržišta životnog osiguranja.....	46
1.4.2. Osnovne odrednice tržišta životnog osiguranja u regionu	48
1.4.3. Tržište životnog osiguranja u Srbiji	49
2. SOLVENTNOST ŽIVOTNIH OSIGURAVAČA I RIZICI KOJI JE UGROŽAVAJU	51
2.1. RIZICI U ŽIVOTNOM OSIGURANJU	53
2.1.1. Regulativa Međunarodnog udruženja aktuara o rizicima	55
2.1.2. Rizici u propisima supervizora osiguranja u Srbiji.....	55
2.1.3. Međusobna povezanost rizika	59
2.1.3.1. Korelacija rizika.....	59
2.1.3.2. Koncentracija rizika	61
2.2. MODELI UTVRĐIVANJA SOLVENTNOSTI OSIGURAVAJUĆE KOMPANIJE	64
2.2.1. Karakteristike statičkih modela	64
2.2.1.1. Solventnost 0	65

2.2.1.2. Solventnost I.....	66
2.2.2. Osnove dinamičkih modela.....	67
2.2.3. Sinergija statičkog i dinamičkog modeliranja	69
2.2.4. Komparativna analiza modela za utvrđivanje margine solventnosti.....	71
2.2.4.1. Glavne osobine statičkih modela fiksnog koeficijenta	71
2.2.4.2. Najvažnije prednosti i mane dinamičkih modela	71
2.3. SOLVENTNOST KOMPANIJA ZA ŽIVOTNO OSIGURANJE	73
2.3.1. Vrednovanje imovine i obaveza.....	74
2.3.2. Obračun tehničkih rezervi.....	76
2.3.3. Obračun adekvatnosti kapitala	78
2.3.3.1. Obračun sopstvenih sredstava	78
2.3.3.2. Obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti	78
2.3.3.3. Obračun minimalnog kapitalnog zahteva.....	86
2.3.4. Procena sopstvenog rizika i solventnosti (ORSA)	88
2.3.4.1. ORSA u pripreмноj fazi	89
2.3.4.2. ORSA izveštaj	90
2.4. METODE UPRAVLJANJA RIZIKOM	92
2.4.1. Kontrola rizika pomoću preventivnih mera	92
2.4.2. Prenos viška rizika reosiguranjem.....	93
2.4.3. Diverzifikacija preuzetih rizika	93
2.4.4. Integrisano upravljanje imovinom i obavezama (ALM)	94
2.4.4.1. Usklađivanje duracije imovine i obaveza.....	94
2.4.4.2. Usklađivanje novčanog toka	96
2.4.5. Sveobuhvatno upravljanje rizikom u kompaniji (ERM).....	97
3. KONCEPT MERENJA RIZIKA KOJI UGROŽAVAJU SOLVENTNOST OSIGURAVAČA.....	99
3.1. METODE KVANTIFIKACIJE RIZIKA	100
3.1.1. Analiza vrednosti pod rizikom (VaR)	102
3.1.1.1. Metoda istorijske simulacije	103
3.1.1.2. Parametarske metode	103
3.1.1.3. Monte Carlo VaR metoda	104
3.1.1.4. TVaR metoda	105
3.1.2. Analiza scenarija	106
3.1.3. Stres testiranje.....	107
3.1.4. Utvrđivanje funkcije raspodele rizične varijable.....	109
3.2. OCENA TEHNIČKIH REZERVI ŽIVOTNIH OSIGURAVAČA	111
3.2.1. Matematička rezerva u uslovima neizvesnosti.....	111
3.2.2. Rezerva za prenosne premije.....	112
3.2.3. Ostala rezervisanja u životnom osiguranju.....	113
3.2.3.1. Rezervisane štete	113
3.2.3.2. Rezerva za osiguranja kod kojih su osiguranici prihvatili da učestvuju u investicionom riziku	113
3.2.4. Test adekvatnosti obaveza (LAT)	114
3.3. STOHAŠTIČKI PRISTUP MERENJU RIZIKA U ŽIVOTNOM OSIGURANJU	117
3.3.1. Koncept Monte Carlo metode	117
3.3.2. Gruba Monte Carlo metoda.....	118
3.3.3. Primena Monte Carlo metode u određivanju smrtnosti	119
3.3.4. Stohastički Gompertz-Makeham model mortaliteta.....	120
3.4. MERENJE ZAHTEVANOG KAPITALA ZA SOLVENTNOST II (SCR) U ŽIVOTNOM OSIGURANJU	124
3.4.1. Elementi kvantifikovanja solventnosti.....	124
3.4.2. Procena glavnih rizika životnog osiguranja (SCR_{life})	125
3.4.2.1. Rizik smrtnosti ($SCR_{mortality}$)	125
3.4.2.2. Rizik dugovečnosti ($SCR_{longevity}$)	127
3.4.2.3. Rizik troškova životnog osiguranja ($SCR_{expense}$)	128
3.4.2.4. Rizik prekida (SCR_{lapse}).....	129

3.4.3. Uticaj korelisanosti podrizika na procenu.....	131
3.4.4. Procena kamatnog rizika u okviru tržišnih rizika ($SCR_{interest\ rate}$)	132
4. PARCIJALNI INTERNI MODEL MERENJA RIZIKA SOLVENTNOSTI ŽIVOTNIH OSIGURAVAČA	135
4.1. INTERNI MODEL UPRAVLJANJA RIZIKOM.....	135
4.1.1. Primena internog modela u osiguravajućim kompanijama.....	136
4.1.2. Odobrenje supervizora delatnosti osiguranja za primenu internog modela.....	136
4.1.3. Testiranje internih modela	137
4.2. STOHAŠTIČKI PRISTUP U PARCIJALNOM INTERNOM MODELU	138
4.2.1. Pregled literature.....	138
4.2.2. Stohastički modeli projektovanja mortaliteta	141
4.2.3. Model Lee-Carter	143
4.2.3.1. Definicija modela	144
4.2.3.2. Ocenjivanje parametara modela a_x , b_x i k_t	146
4.2.3.3. Ponovno projektovanje indeksa smrtnosti k_t	147
4.2.3.4. Stohastičko projektovanje indeksa smrtnosti k_t	148
4.2.3.5. Projektovanje stope smrtnosti i tablica mortaliteta	150
4.2.4. Model Renshaw-Haberman	151
4.3. KONCEPT PARCIJALNOG INTERNOG MODELA	153
4.3.1. Stohastički model projektovanja smrtnosti stanovništva Srbije.....	153
4.3.1.1. Određivanje polazne populacije u odnosu na obeležja pola, starosti i geografske pripadnosti	154
4.3.1.2. Ocena internog modela na bazi Lee-Carter formule	158
4.3.1.3. Provera modela poređenjem posmatranih i procenjenih vrednosti stopa mortaliteta	161
4.3.1.4. Analiza vremenske serije indeksa mortaliteta k_t i projektovanje budućih vrednosti	162
4.3.1.5. Obelodanjivanje rezultata	171
4.3.2. Projekcija rizika mortaliteta i rizika dugovečnosti	178
4.3.2.1. Ocena tehničkih rezervi	178
4.3.2.2. Određivanje parametara za najbolju ocenu tehničkih rezervi	179
4.3.2.3. Grupisanje rizika u modelu	181
4.3.3. Projekcija rizika prekida ugovora životnog osiguranja	183
4.3.3.1. Faktori koji utiču na stopu prekida	184
4.3.3.2. Prediktivni model za stopu prekida ugovora	185
4.3.3.3. Generalizovani linearni model (GLM)	185
4.3.3.4. Korišćeni podaci.....	188
4.3.3.5. Rezultati zavisnosti stope prekida od pojedinačnih faktora	191
4.3.3.6. Model	195
5. STUDIJA SLUČAJA PRIMENE PARCIJALNOG INTERNOG MODELA	200
5.1. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA	200
5.1.1. Opis studije slučaja	200
5.1.1.1. Portfelj koji se modelira.....	200
5.1.1.2. Važnost adekvatnosti matematičke rezerve	201
5.1.1.3. Zahtevana margina solventnosti za životna osiguranja	201
5.1.2. Primena parcijalnog modela merenja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti na primeru konkretne osiguravajuće kompanije.....	203
5.1.2.1. Obračun matematičke rezerve za jednu polisnu metodom najbolje ocene i testiranje njene adekvatnosti	203
5.1.2.2. Obračun matematičke rezerve celog portfelja metodom najbolje ocene	212
5.1.2.3. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizike mortaliteta i dugovečnosti	214
5.1.3. Simulacija merenja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti standardnom formulom na primeru konkretne osiguravajuće kompanije.....	215
5.1.3.1. Obračun matematičke rezerve celog portfelja metodom najbolje ocene	215
5.1.3.2. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizike mortaliteta i dugovečnosti	216
5.1.3.3. Adekvatnost matematičke rezerve celog portfelja	217
5.1.3.4. Merenje rizika prekida prema standardnoj formuli Solventnosti II	218

5.1.3.5. Merenje korelisanosti izmerenih rizika životnog osiguranja u standardnoj formuli Solventnosti II ...	221
5.2. DISKUSIJA REZULTATA ISTRAŽIVANJA.....	223
5.2.1. Uporedna analiza primene standardne formule i parcijalnog internog modela.....	225
5.2.1.1. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti	225
5.2.1.2. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti	225
5.2.1.3. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida ugovora	226
5.2.2. Uticaj polne strukture osiguranika na parcijalni interni model	228
5.2.2.1. Obračun matematičke rezerve celog portfelja metodom najbolje ocene bez uvažavanja polne strukture.....	228
5.2.2.2. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti	229
5.2.2.3. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti	230
5.2.3. Mogući pravci daljeg istraživanja.....	231
ZAKLJUČAK	233
LITERATURA.....	237
BIOGRAFIJA AUTORA	246
<i>IZJAVA O AUTORSTVU.....</i>	<i>247</i>
<i>IZJAVA O ISTOVETNOSTI ŠTAMPANE I ELEKTRONSKE VERZIJE DOKTORSKOG RADA</i>	<i>248</i>
<i>IZJAVA O KORIŠĆENJU</i>	<i>249</i>

UVOD

Ocena solventnosti osiguravajućih kompanija, kao dugoročne sposobnosti za ispunjavanje obaveza prema osiguranicima, je veoma aktuelna oblast u teoriji i praksi. Regulisanje, kontrola i očuvanje solventnosti predstavlja osnovu uspešnog funkcionisanja delatnosti osiguranja, koja značajno doprinosi razvoju svih privrednih sektora i poboljšanju života stanovnika, iz čega proizilazi značaj teme ove disertacije. Dok nesolventnost kompanija u drugim sektorima privrede prvenstveno ugrožava njihove investitore, poslovne partnere i klijente, nesolventnost osiguravajućih kompanija ugrožava pre svega najranjiviju grupu, osiguranike koji su pretrpeli štetu. U skladu sa savremenim pristupima, ocena solventnosti osiguravača zasnovana je na rizicima koji ugrožavaju njegovo poslovanje.

Predmet istraživanja doktorske disertacije je identifikacija, klasifikacija, analiza i kvantifikacija finansijskog uticaja različitih rizika na solventnost osiguravajućih kompanija za životno osiguranje. Težište rada će biti na analizi i merenju rizika životnog osiguranja.

Sveobuhvatno sagledavanje rizika koji utiču na poslovanje kompanije za osiguranje je neophodno da bi se mogla oceniti sposobnost kompanije da dugoročno ispunjava svoje obaveze. Identifikacija i klasifikacija svih rizika, čija kompleksnost se stalno povećava, je početni korak u procesu upravljanja rizicima. Najznačajniji rizici koji utiču na poslovanje svih osiguravajućih kompanija su rizici osiguranja, tržišni, operativni, kreditni, kao i rizik likvidnosti. Za životna osiguranja su karakteristični rizici smrtnosti, dugovečnosti, invaliditeta/oboljevanja, prekida ugovora o osiguranju, previsokih troškova i katastrofalnih događaja.

Merenje rizika omogućava određivanje nivoa kapitala koji je potreban za apsorpciju potencijalnih gubitaka osiguravača, kao odgovarajućeg iznosa koji garantuje solventnost kompanije. Najvažniji pokazatelj za ocenu solventnosti osiguravača je zahtevana margina solventnosti, kao minimalni iznos kapitala koji osiguravač mora posedovati da bi bio u mogućnosti da ispuni sve obaveze prema osiguranicima u svakom trenutku. U Srbiji, kao zemlji izvan EU, margina solventnosti se još uvek određuje po statičkom modelu, u režimu Solventnost I, dok se u razvijenim zapadnim zemljama prešlo na dinamičke modele zasnovane na rizicima. U zemljama EU, u primeni je od 2016. godine, sofisticirani metodološki okvir Solventnost II, čijom primenom se mere i eksplicitno analiziraju pojedinačni ključni rizici i njihove interakcije. Konačna ocena solventnosti se dobija analizom racija solventnosti, kao odnosa raspoloživog i zahtevanog nivoa kapitala osiguravača. Sa prvom kvantitativnom studijom uticaja iz 2018. godine počele su konkretne aktivnosti na implementaciji režima Solventnost II, koji bi u Srbiji trebalo da bude implementiran prilikom njenog pridruživanja Evropskoj uniji. Do 2023. godine, u Srbiji su sprovedene tri kvantitativne studije.

U režimu Solventnost II za određivanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti može da se koristi standardna formula, interni model i parcijalni interni model. Interni modeli daju adekvatniju ocenu rizika konkretne kompanije, ali za njihov razvoj i primenu su potrebni značajni resursi.

Cilj disertacije je razvoj parcijalnog internog modela za određivanje zahtevanog kapitala za pokriće rizika životnih osiguranja, uvažavajući profil rizika konkretnog osiguravača koji posluje na srpskom tržištu životnog osiguranja, što je postignuto modeliranjem rizika smrtnosti, dugovečnosti i prekida ugovora.

U domaćoj literaturi nije do sada formulisan parcijalni interni model za životne osiguravače. U naučnim radovima stranih autora razvijani su stohastički modeli za pojedinačne podmodule rizika životnog osiguranja, bez celovitog parcijalnog internog modela koji bi obuhvatio podmodule rizika smrtnosti, rizika dugovečnosti i rizika prekida ugovora, kao što će biti urađeno u ovoj disertaciji. Obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za pokriće rizika, koji se sastoji od više podrizika, podrazumeva neku vrstu njihove agregacije, pri čemu se mora proceniti i efekat međusobne korelisanosti rizika, što će biti uključeno u predloženi parcijalni model. Mogu se izdvojiti dva ključna pravca u stranoj literaturi, koja su relevantna za razvoj predloženog parcijalnog internog modela za rizik životnog osiguranja. Prvi pravac se odnosi na radove u kojima se vrši stohastičko projektovanje smrtnosti, kao osnove za razvoj upravljanja rizikom smrtnosti i dugovečnosti, dok se drugi pravac literature odnosi na stohastičko projektovanje rizika prekida ugovora o osiguranju. U disertaciji su nastavljena istraživanja iz oba pravca i rezultat je integrisanje rizika smrtnosti, dugovečnosti i prekida ugovora u predloženi parcijalni model upravljanja rizikom životnih osiguravača.

U disertaciji će biti teorijski obrazložen i praktično razvijen parcijalni interni model za rizik životnog osiguranja koji obuhvata tri podmodula rizika (smrtnost, dugovečnost i prekid ugovora) i njihovu međusobnu korelaciju. Kao i svi drugi parcijalni interni modeli, i ovaj predloženi model je razvijen namenski za portfelj konkretne osiguravajuće kompanije. Pored teorijskog prikaza razvoja modela parcijalnog internog modela koji ima univerzalni značaj, predloženi model će biti primenjen na podacima konkretne osiguravajuće kompanije na tržištu osiguranja Srbije, koja po karakteristikama svog portfelja predstavlja prosečnu osiguravajuću kompaniju.

Hipoteze koje će biti teorijski argumentovane i empirijski potvrđene ili oborene u disertaciji su:

- 1) Solventnost II, kao sveobuhvatni, na merenju ključnih rizika zasnovani dinamički model, dovešće do rasta zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti osiguravača na tržištu osiguranja u Srbiji;
- 2) Primena parcijalnog internog modela, zasnovanog na rizičnom profilu konkretne osiguravajuće kompanije, dovodi do smanjenja zahtevanog kapitala u odnosu na primenu standardne formule;
- 3) Merenje rizika životnog osiguranja bez uvažavanja polne strukture osiguranika dovodi do povećanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti osiguravača;
- 4) Adekvatna procena matematičke rezerve je važan preduslov za obezbeđenje solventnosti životnih osiguravača.

Koristiće se odgovarajuća kvantitativna i kvalitativna metodologija, usklađena sa predmetom, ciljem i hipotezama doktorske disertacije.

Kabinetsko istraživanje će biti sprovedeno nad obimnom stranom i domaćom literaturom, kao i prikupljenim podacima iz velikog broja relevantnih izvora (statistički izveštaji nacionalnih, inostranih i internacionalnih organa, kao i aktuarski i finansijski izveštaji domaćih osiguravajućih kompanija), s ciljem uspostavljanja teorijske osnove za proveru postavljenih hipoteza. Takođe, biće korišćeni i podaci jedne osiguravajuće kompanije sa srpskog tržišta životnog osiguranja. Podaci će biti anonimizirani i skalirani u cilju zaštite poverljivosti podataka.

Metoda deskripcije će biti korišćena za objašnjenje principa na kojima funkcionišu kompanije za životno osiguranje, rizika sa kojima se susreću u svom poslovanju, načina za merenje i upravljanje tim rizicima i utvrđivanje solventnosti životnih osiguravača, s ciljem definisanja okvira predmeta istraživanja, kao i njegovog teorijskog i praktičnog značaja u oblasti osiguranja. Ova metoda će obezbediti i detaljno proučavanje karakteristika najpoznatijih metoda za merenje rizika kompanije za životno osiguranje, kao osnove za empirijsku analizu pomenutih rizika.

Metode indukcije i generalizacije će omogućiti donošenje zaključaka o predmetu disertacije. Metoda dedukcije će biti primenjena za prilagođavanje problema istraživanja tržištu osiguranja Srbije. Metoda komparativne analize će biti korišćena za poređenje modela za utvrđivanje margine solventnosti osiguravajućih kompanija za životno osiguranje, kao i rezultata merenja solventnosti koje daju standardna formula i parcijalni interni model.

Aktuarske metode za formiranje tarifa životnog osiguranja pomoću komutativnih brojeva, obračun matematičke rezerve, stohastičko modeliranje mortaliteta metodama Monte Carlo, Gompertz-Makeham, Lee-Carter, Renshaw-Haberman i sl. biće od suštinske važnosti za obradu problematike istraživanja.

Metode statističkog zaključivanja, kao što su metode statističkog testiranja hipoteza, ocenjivanja vrednosti parametara, VaR analize, uključujući stohastičke tehnike (analiza scenarija, stres test), itd. obezbediće bazu za diskusiju rezultata istraživanja i formulisanje zaključaka.

Metoda studije slučaja će biti korišćena za empirijsko testiranje pretpostavki iz modela razvijenih u ovom radu na reprezentativnom primeru, kao i ispitivanje efekata koje na zahtevani kapital za obezbeđenje solventnost imaju kako statički, tako i dinamički modeli njegovog merenja.

Disertacija se sastoji od pet delova, povezanih u jedinstvenu problemsku celinu. Predmet proučavanja prvog dela disertacije su pojam i osnovni principi funkcionisanja životnog osiguranja, koji će biti prikazani kroz ulogu i značaj kompanija za životno osiguranje, da bi se razumele njihove specifičnosti koje uslovljavaju izloženost odgovarajućim rizicima. Biće prikazane karakteristike i osnovne funkcije životnog osiguranja, kao i ekonomske koristi od životnog osiguranja, a zatim će biti posvećena pažnja aktuarskoj analizi tarifa osiguranja, u okviru koje će biti detaljno objašnjena uloga i izrada tablica smrtnosti, kao i svrha formiranja i obračuna matematičke rezerve proizvoda životnog osiguranja. U nastavku će biti objašnjeno upravljanje rizicima u kompaniji za životno osiguranje sa fokusom na korporativnom upravljanju kompanijom i četiri ključne funkcije (aktuarstvo, interna revizija, usklađenost sa zakonskom regulativom i funkcija upravljanja rizicima). Na kraju odeljka će biti analizirane karakteristike tržišta životnog osiguranja u svetu, regionu i Srbiji.

Predmet analize drugog dela rada je solventnost životnih osiguravača i rizici koji je ugrožavaju. Definisane i podela rizika u životnom osiguranju, kao i njihova međusobna korelisanost, biće analizirani kroz nekoliko različitih aktuelnih pristupa upravljanju rizicima predloženih od strane Međunarodnog udruženja aktuara, supervizora osiguranja u Srbiji i švajcarske Baloise grupe kojoj pripada Basler osiguranje koje je poslovalo na srpskom tržištu osiguranja. U nastavku će biti detaljno proučeni važeći modeli utvrđivanja solventnosti osiguravajuće kompanije u različitim delovima sveta: statički, dinamički modeli i hibridni modeli na primerima Solventnosti I, Solventnosti II i švajcarskog testa solventnosti. Njihova komparativna analiza će pokazati glavne prednosti režima Solventnost II za kompanije za životno osiguranje koji očekuje Srbiju u narednom periodu. U nastavku, će u okviru analize režima Solventnost II posebna pažnja biti posvećena vrednovanju imovine i obaveza, obračunu tehničkih rezervi i utvrđivanju adekvatnosti kapitala, kao i izveštavanju o rezultatima kroz izveštaj o proceni sopstvenog rizika i solventnosti (ORSA). Na kraju odeljka, biće opisane osnovne metode upravljanja rizikom: preventiva, reosiguranje, diverzifikacija i upravljanje imovinom i obavezama.

Treći deo rada će biti posvećen merenju rizika koji ugrožavaju solventnost životnih osiguravača. Prvo će biti opisane najpoznatije metode kvantifikacije rizika: analiza vrednosti pod rizikom, stres test i analiza scenarija. Zatim će biti analizirana adekvatnost tehničkih rezervi životnih osiguravača, sa akcentom na matematičkoj rezervi i testu za određivanje adekvatnosti obaveza poznatijem kao LAT test. U nastavku će biti posvećena pažnja stohastičkom pristupu merenju najvažnijih rizika u

životnom osiguranju, rizika smrtnosti i dugovečnosti, kroz Monte Carlo metode i Gompertz-Makeham model mortaliteta. Na kraju ovog odeljka će biti objašnjeno merenje zahtevanog kapitala po režimu Solventnost II u životnom osiguranju, sa fokusom na glavnim rizicima u modulu životnog osiguranja i uticaju njihove korelisanosti na procenu zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti rizika životnog osiguranja.

U četvrtom delu disertacije biće predloženi originalni parcijalni interni model merenja rizika solventnosti životnih osiguravača. Pored pregleda osnovnih informacija o internom modelu i njegovoj primeni u osiguravajućim kompanijama, biće detaljno opisan stohastički pristup merenja rizika u parcijalnom internom modelu. Zatim će biti dat pregled dosadašnjih radova autora koji se odnose na stohastičke modele projektovanja glavnih rizika životnog osiguranja (mortaliteta, dugovečnosti, prekida ugovora, itd.), kao što su modeli Lee-Carter, Renshaw-Haberman i slični. Na kraju četvrtog dela rada, biće predložen konkretan parcijalni interni model merenja rizika životnog osiguranja za Srbiju. Najpre će tablice smrtnosti u Srbiji za svaku pojedinačnu godinu u periodu 2011. – 2050. godine biti stohastički modelirane, a zatim će biti iskorišćene u merenju rizika smrtnosti i rizika dugovečnosti. Takođe, biće predložen i inovirani stohastički model merenja rizika prekida ugovora.

Peti deo disertacije je studija slučaja primene parcijalnog internog modela u kompaniji koja posluje na tržištu osiguranja u Srbiji. Nakon opisa studije slučaja, biće prikazano merenje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti u režimu Solventnost I, a zatim i u režimu Solventnost II primenom standardne formule i parcijalnog internog modela u dve varijante, sa i bez uvažavanja polne strukture osiguranika. Na kraju poslednjeg dela rada biće izvršena uporedna analiza merenja rizika primenom standardne formule i predloženog parcijalnog internog modela, na osnovu koje će biti preporučeni pravci istraživanja datog problema u budućnosti.

1. ULOGA I ZNAČAJ ŽIVOTNIH OSIGURANJA

Čovek je u savremenoj civilizaciji izložen različitim rizicima povreda, smrti, bolesti i gubitka posla. Da bi blagovremeno obezbedio sebe i svoju porodicu od gubitaka usled realizacije navedenih rizika najbolji način je svakako kupovina proizvoda životnog osiguranja. Zараđivačka sposobnost čoveka opada sa godinama i stoga na vreme treba da misli na svoju budućnost u starosti. Životno osiguranje omogućuje da se ugovaračevim uplatama osiguravaču u sadašnjem vremenu, obezbedi da on ili korisnik polise, imaju koristi od tih uplata u budućnosti.

Najzastupljenija vrsta osiguranja u svetu je životno osiguranje. U 2021. godini premija životnog osiguranja učestvovala je sa oko 44% u ukupnoj premiji osiguranja u svetu.¹ U Srbiji životno osiguranje u poslednjih nekoliko godina učestvuje sa oko 23% u ukupnoj premiji osiguranja, dok je pre dvadesetak godina, na primer 2004. godine, učešće ove vrste osiguranja bilo samo oko 6%.² Značaj životnog osiguranja u Srbiji raste i ima veliki potencijal da bude sve veći u budućnosti.

Posmatrano kroz istoriju, proizvodi neživotnih osiguranja su se pojavili mnogo pre životnih. Sa pojavom životnih osiguranja počinje i razvoj aktuarstva. Razvoj aktuarske matematike, kao naučne discipline, počinje izradom prvih tablica smrtnosti, koje je konstruisao Edmund Halley 1693. godine.³ Prva osiguravajuća organizacija, koja je obračunavala premiju tadašnjih proizvoda životnih osiguranja na aktuarskim osnovama, formirana je još 1762. godine u Velikoj Britaniji.⁴ Pravi razvoj aktuarske nauke je vezan za pojavu životnih osiguranja, jer se sa većom pouzdanošću može odrediti očekivano trajanje života, nego verovatnoća nastanka nezgode, požara, itd. kod neživotnog osiguranja.

Klasični proizvodi osiguranja života za slučaj smrti stari su oko 250 godina, ali se i danas koriste slični principi na kojima su oni od nastanka bili zasnovani. U međuvremenu, razvijen je veliki broj proizvoda životnog osiguranja i tendencija razvoja novih proizvoda se nastavlja.

Životno osiguranje pruža sigurnost u budućnosti. Pored zaštite od rizika prerane smrti, to je i način za kreiranje ušteđevine kojom se može kupiti kuća, obezbediti kredit ili omogućiti veći komfor u starijem dobu. Ono podstiče ekonomičnost i štednju. Jednom kada se ugovor zaključi, potrebno je kontinuirano plaćati premije da bi se izbegao gubitak beneficija koje su obezbedile ranije premije. Premija osiguranja samim tim, obezbeđuje pravo na buduće beneficije osiguranika koje na dugi rok mogu biti mnogo veće od troška za njihovo obezbeđivanje. U slučaju prerane smrti osiguranika isplaćena suma može biti neproporcionalno velika u odnosu na plaćenu premiju. Na taj način, kroz životno osiguranje, ostvaruje se određena finansijska potpora korisnicima ili to može biti vid štednje osiguranika kao investicija za budućnost. Polise mogu da pružaju finansijsku sigurnost korisnicima ili da budu tretirane kao čista investicija ili i jedno i drugo, što će kasnije detaljnije biti objašnjeno.

¹ Swiss Re Institute. (2022). World Insurance: inflation risks front and centre, *Sigma*, 4(2022), p. 35.

² www.nbs.rs

³ Halley, E. (1693). An Estimate of the Degrees of Mortality of Mankind. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 17, pp. 596-610.

⁴ Kočović, J. (2014). Aktuarske osnove formiranja tarifa u osiguranju lica. *Prezentacija za predmet Tarife u osiguranju*. Beograd: Ekonomski fakultet, str. 4.

Život je najveća vrednost svakog racionalnog bića.⁵ Smrt je izvesna pojava i protiv nje nije moguće pronaći lek. Čovek i društvo u celini se sreću sa 2 rizika koja su povezana sa vremenom smrti: preranom smrću i staračkom zavisnošću. Kada se dogodi prerana smrt, izostaje dalji prihod od zarade te osobe, što može ugroziti naslednike koji više nemaju druge prihode. Staračka zavisnost je rizik da se nadživi sopstvena ušteđevina, tj. rizik da osoba u starosti ostane bez sredstava za život. Životnim osiguranjem se može osigurati od ova dva rizika.

Plaćene premije životnog osiguranja momentalno pokreću ekonomsku aktivnost. Kakav god da je motiv za zaključenje ugovora o osiguranju, ono će osiguraniku pružiti izvesnu ekonomsku vrednost. U zavisnosti od tipa ugovora ekonomska vrednost može biti dostupna i korisniku osiguranja. U slučaju smrti, suma novca koja se daje korisnicima može bar na određeni rok da pokrije njihove potrebe. Ovo im pruža ekonomsku vrednost i podršku za neophodne životne potrebe. U zavisnosti od osigurane sume, njihova budućnost će biti osigurana nekoliko godina ili do kraja života.

Životno osiguranje podstiče nacionalni ekonomski razvoj kroz finansijsko-akumulatorsku i društveno-socijalnu funkciju.⁶ Ekonomski razvoj doprinosi stvaranju uslova za masovnije ugovaranje većih osiguranih suma što dovodi do znatno većih premija i isplata osiguravajućih kompanija za životno osiguranje. Upravljanjem rizikom pomoću životnog osiguranja ublažavaju se štetne posledice ostvarenja rizika i stvaraju se uslovi za nesmetano odvijanje procesa društvene reprodukcije i stvaranja ekonomskih vrednosti.

⁵ Pavlović, B. (2009). Novi proizvodi na tržištu životnog osiguranja. *Specijalistički rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 5.

⁶ Kočović, J., Rakonjac-Antić, T., Šulejić, P., Koprivica, M. (2021). *Osiguranje u teoriji i praksi*. Beograd: Ekonomski fakultet.

1.1. Savremene karakteristike poslovanja životnih osiguravača

Kompanije za osiguranje života funkcionišu po principu finansijske intermedijacije.⁷ Pojedini proizvodi, pored zaštite od rizika, imaju štedni karakter i obezbeđuju investicioni prinos za osiguranika. Najznačajniji izvor sredstava osiguravajuće kompanije je premija i kod svih vrsta osiguranja je poznata njena visina i dinamika plaćanja. Premija treba da bude određena na način da pokrije isplatu svih obaveza po ugovoru o osiguranju, odgovarajuću proviziju za prodavce osiguranja, troškove poslovanja kompanije, dividendu akcionarima, ali i da bude konkurentna na tržištu osiguranja. Osigurana suma, kao najznačajnija obaveza koja se isplaćuje kod životnog osiguranja, najčešće je unapred poznata, fiksna i ne zavisi potpuno od nastale štete kao kod neživotnog osiguranja. Takođe, mogućnost predviđanja trenutka isplate osigurane sume je veća kod životnog osiguranja.

Osiguravajuće kompanije koje obavljaju poslove životnog osiguranja su među najznačajnijim institucionalnim investitorima zbog karakteristika svog poslovanja kao što su: stabilni tokovi priliva od premija po dugoročnim ugovorima o životnom osiguranju, dugoročnost plasmana, protok značajnog vremenskog perioda između priliva po osnovu premija i isplata osiguranih suma, i sl.⁸ Osiguravači obezbeđuju veći prinos uz manji rizik u odnosu na samostalna ulaganja fizičkih lica na finansijskom tržištu. Investiranje osiguravajućih kompanija je strogo regulisano i kontrolisano od strane regulatora i supervizora delatnosti osiguranja, što obezbeđuje veću sigurnost ulaganja, jer ograničava mogućnost ulaganja sa visokim rizikom. Institucionalni investitori na savremenim finansijskim tržištima su vrlo značajni po obimu i strukturi ulaganja i u razvijenim zemljama često finansiraju različite državne i javne velike infrastrukturne projekte. Sredstva matematičke rezerve osiguravajuće kompanije ulažu u različite dugoročne finansijske instrumente, nekretnine i sl. Osiguravajuće kompanije manji deo sredstava matematičke rezerve ulažu u kratkoročne hartije od vrednosti, drže na tekućem računu i u kratkoročnim depozitima s ciljem obezbeđivanja tekuće likvidnosti.

Uspešna osiguravajuća kompanija mora da obezbedi likvidnost, solventnosti i profitabilnost i na taj način potvrdi sopstvenu finansijsku stabilnost. Osiguravači koji se bave životnim osiguranjem, s obzirom na dugoročnu prirodu ugovora o osiguranju, moraju posebnu pažnju da obrate na strukturu i kvalitet imovine i usklađenost ročnosti imovine i obaveza.

Narodna banka Srbije je uvela CARMEL pokazatelje za ocenjivanje i praćenje finansijskog položaja i stabilnosti osiguravajućih kompanija, po uzoru na metodologiju Međunarodnog monetarnog fonda.⁹ CARMEL pokazatelji su razvrstani u šest grupa, uključujući pokazatelje adekvatnosti kapitala, kvaliteta imovine, reosiguranja i aktuarskih pozicija, kvalitet upravljačke strukture, profitabilnosti i likvidnosti. U Tabeli 1.1.1. su prikazani CARMEL pokazatelji koji se odnose na poslovanje kompanija za životna osiguranja.

⁷ Jovović, M. (2015). Merenje rizika pri utvrđivanju solventnosti neživotnih osiguravača. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 13.

⁸ Andrijašević, S., Petranović, V. (1999). *Ekonomika osiguranja*. Zagreb: Alfa, str. 166.

⁹ Narodna banka Srbije. (2009). *CARMEL pokazatelji poslovanja društava za osiguranje sa okvirnim uputstvima za njihovo tumačenje*. Beograd, str. 3.

Tabela 1.1.1. Pregled CARMEL pokazatelja za životna osiguranja

Oznaka grupe	Pokazatelj	Oznaka podgrupe
C	Ukupan kapital umanjen za gubitak / Ukupna aktiva	C2
	Ukupan kapital umanjen za gubitak / Tehničke rezerve	C3
	Garantna rezerva / Margina solventnosti	C4
A	(Nematerijalna ulaganja + nekretnine + plasmani u HoV kojima se ne trguje na tržištu + potraživanja) / Ukupna aktiva	A1
	Potraživanja za premiju / Ukupna ugovorena premija	A2
	Učešća u kapitalu / Ukupna aktiva	A3
	Pokrivenost tehničkih rezervi propisanim oblicima aktive	A4
	Pokrivenost tehničkih rezervi propisanim oblicima aktive 1	A5
R	Merodavna premija u samopridržaju / Merodavna ukupna premija	R1
	Tehničke rezerve u samopridržaju / Prosečna premija u samopridržaju u poslednje 3 godine	R3
M	Ukupna ugovorena premija u hiljadama dinara / Broj zaposlenih	M1
	Ukupna aktiva u hiljadama dinara / Broj zaposlenih	M2
	Troškovi zarada / Premija u samopridržaju	M3
E	Troškovi sprovođenja osiguranja / Merodavna premija u samopridržaju	E2
	Troškovi izviđaja, procene, likvidacije i isplate šteta / Štete u samopridržaju	E6
	Investiciona dobit / Prosečno investirana sredstva	E7
	Neto rezultat / Prosečan ukupan kapital	E8
	Neto rezultat u hiljadama dinara / Broj zaposlenih	E9
	Neto rezultat / Ukupna aktiva	E10
L	Gotovina i gotovinski ekvivalenti / Kratkoročne obaveze	L1
	(Obrtna imovina – zalihe) / Kratkoročne obaveze	L2
	Likvidna aktiva / Kratkoročne obaveze	L3
	Likvidna aktiva 1 / Kratkoročne obaveze	L4

Izvor: Narodna banka Srbije. (2009). *CARMEL pokazatelji poslovanja društava za osiguranje sa okvirnim uputstvima za njihovo tumačenje*. Beograd, str. 4.

Likvidnost je sposobnost osiguravajuće kompanije da izmiri svoje obaveze u određenom vremenskom okviru, što zavisi od dostupnih likvidnih sredstava. Održavanje dnevne likvidnosti zahteva usklađivanje priliva i odliva gotovine, što je opredeljeno ročnom (ne)usklađenošću imovine

i obaveza osiguravača.¹⁰ Drugim rečima, likvidnost osiguravajuće kompanije zavisi od stepena u kojem je u mogućnosti da ispuni svoje obaveze, posedujući likvidna ili lako utrživa sredstva. Ukoliko su vrednosti pokazatelja likvidnosti (L1 - L4) visoke, to upućuje na sposobnost kompanije da reaguje na iznenadne potrebe za gotovinom bez unovčavanja dugoročnih plasmana. S druge strane, njihove previsoke vrednosti signaliziraju smanjenu sposobnost generisanja profita kroz plasmane sredstava kompanije.

Profitabilnost je izuzetno važna za rad osiguravajuće kompanije, jer se dobar poslovni rezultat povoljno odražava na poverenje klijenata, a profit može biti i dugoročni izvor kapitala. Nizak profit može ukazivati na ozbiljne probleme u kompaniji i može se smatrati potencijalnim pokazateljem budućih problema sa solventnošću.

Kvaliteta imovine meri se pokazateljima A1 - A5, koji omogućavaju procenu izloženosti osiguravajuće kompanije tržišnom, investicionom i kreditnom riziku. Diverzifikacija investicija i disperzija rizika kroz različite oblike sredstava doprinosi finansijskoj stabilnosti kompanije.

Kapital osiguravajuće kompanije i reosiguravajuće pokriće predstavljaju mehanizme za apsorpciju velikih šteta. Sposobnost kompanije da ispuni svoje obaveze po ugovorima o osiguranju uslovljena je adekvatnošću prenosa rizika u reosiguranje. Zadržavanje previše rizika u osiguravajućoj kompaniji može dovesti do nemogućnosti isplate velikih šteta.

Adekvatnost kapitala, koja se u kompanijama za životno osiguranje meri pokazateljima C2 - C4, ključni je pokazatelj stabilnosti kompanije. Funkcija kapitala je da apsorbuje neočekivane posledice rizika u krajnjoj instanci. Veći iznos kapitala kompanije u odnosu na preuzete rizike omogućava bolje podnošenje neočekivanih gubitaka, katastrofalnih šteta i promena u regulatornom okruženju.¹¹

Solventnost osiguravajuće kompanije označava da će postojeća novčana sredstva, zajedno sa budućim novčanim prilivima, pokriti buduće novčane odlive. Osnova za obezbeđenje solventnosti osiguravajuće kompanije su odgovarajuća sredstva za izmirenje obaveza i pokriće gubitaka. Solventnost se zasniva na dobrom menadžmentu, formiranju adekvatnih cena, balansiraju rizika, odgovarajućem portfoliju ugovora o osiguranju i kvalitetne aktive. Ocena solventnosti osiguravajuće kompanije je veoma kompleksna. Adekvatnost rezervisanih šteta i naplativost reosiguravajućeg pokrića nisu očigledni na bazi objavljenih finansijskih izveštaja. Pošto budući novčani prilivi i odlivi nisu izvesni, ispitivanje solventnosti se zasniva na proceni verovatnoće da će novčani prilivi biti dovoljni da pokriju novčane odlive.¹² U daljem tekstu će posebna pažnja biti posvećena solventnosti osiguravajućih kompanija.

1.1.1. Definicija i klasifikacija životnog osiguranja

Životno osiguranje je specifična vrsta osiguranja zasnovana na ugovoru između osiguravača i osiguranika. Po ovom ugovoru, osiguravač se obavezuje da će, nakon plaćenih premija osiguranja, isplatiti osiguraniku ili drugoj osobi koju osiguranik odredi, ugovorenu sumu. Isplata se vrši u slučaju smrti osiguranika ili nakon što prođe određeni broj godina, poznat kao period osiguranja.

¹⁰ Narodna banka Srbije. (2009). *CARMEL pokazatelji poslovanja društava za osiguranje sa okvirnim uputstvima za njihovo tumačenje*. Beograd, str. 14.

¹¹ Isto, str. 5.

¹² Mitrašević, M. (2010). *Aktuarska i finansijska analiza adekvatnosti kapitala kompanija za neživotna osiguranja. Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 31.

Životno osiguranje ne služi za zaštitu od smrti kao takve, jer je smrt neminovna. Umesto toga, cilj životnog osiguranja je da zaštiti pojedince i njihove porodice od finansijskih posledica prerane smrti.¹³ Rizik u kontekstu životnog osiguranja nije u tome da li će osiguranik umreti, već kada će umreti. Kako osiguranik stari, taj rizik se povećava.

Postoje tri ključna lica u životnom osiguranju: ugovarač osiguranja, osigurano lice i korisnik osiguranja. Ugovarač osiguranja je lice koje zaključuje ugovor o osiguranju i preuzima obavezu plaćanja premija. Ugovarač osiguranja ima sva prava iz ugovora, uključujući pravo određivanja korisnika i pravo promene prethodno određenog korisnika. Osigurano lice je osoba čija smrt ili doživljenje određenog vremena utiče na isplatu osigurane sume.¹⁴ Korisnik osiguranja je lice u čiju korist se zaključuje ugovor o osiguranju.

Životno osiguranje može se kategorizovati na osnovu načina isplate osigurane sume. Dve osnovne vrste su osiguranje života i osiguranje rente. Osiguranje života podrazumeva jednokratnu isplatu, bilo po isteku perioda osiguranja ili u slučaju osiguranikove smrti. S druge strane, osiguranje rente podrazumeva redovne isplate tokom određenog perioda ili doživotno.¹⁵

Izbor između ova dva tipa životnog osiguranja uglavnom zavisi od očekivanja trajanja života osiguranika. Ako osiguranik strahuje od prerane smrti, osiguranje života pruža finansijsku zaštitu za naslednike. S druge strane, ako osiguranik očekuje dug život, doživotno rentno osiguranje obezbeđuje finansijsku sigurnost do kraja života, pružajući redovne isplate koje mogu pomoći u pokrivanju troškova života.

¹³ Vaughan, E., Vaughan, T. (2000). *Osnove osiguranja – upravljanje rizicima*. Zagreb: Mate.

¹⁴ Ćurak, M., Jakovčević, D. (2007). *Osiguranje i rizici*. Zagreb: RRIF plus.

¹⁵ Marović, B. i Žarković, N. (2002). *Leksikon osiguranja*. Novi Sad: DDOR Novi Sad

Tabela 1.1.2. Razlike između osiguranja života i rente u razvijenim zemljama

Karakteristika	Osiguranje života		Rentno osiguranje	
	Osiguranje za slučaj smrti	Osiguranje za slučaj smrti i doživljenja	Odložena renta	Neposredna doživotna renta
Glavni razlog za kupovinu	Obezbeđenje prihoda naslednicima	Obezbeđenje prihoda naslednicima ili štednja	Štednja i obezbeđenje prihoda u određenom periodu	Obezbeđenje sigurnog prihoda do kraja života
Isplata	Za slučaj smrti osiguranika	Za slučaj smrti ili doživljenja osiguranika, zaloga polise ili otkup	Osiguranik bira trenutak početka isplate rente	Odmah po uplati premije i traje do smrti osiguranika
Tipični način isplate	Jednokratna isplata	Jednokratna isplata	Doživotna ili privremena renta	Doživotna renta
Tipična pristupna starost u godinama	25-50	30-60	40-65	55-80
Odlaganje plaćanja poreza na dohodak	Ne	Da	Da	Da
Isplata korisnicima u slučaju smrti	Da	Da	Da, ako je izabrana renta sa garantovanim periodom primanja	Da, ako je izabrana renta sa garantovanim periodom primanja
Da li se plaća porez na prihod od isplata	Ne	Ne	Da, na deo rente koji potiče od investiranja	Da, na deo rente koji potiče od investiranja

Izvor: Istraživanje autora

U Tabeli br. 1.1.2. su prikazane razlike između osiguranja života i rente po teoriji i praksi razvijenih zemalja.

1.1.2. Specifičnosti životnog osiguranja

Najznačajnije osobine životnog osiguranja su:¹⁶

- cena rizika prerane smrti zavisi od dva faktora, starosti i pola osiguranika,
- ugovor o osiguranju ima višegodišnje trajanje,
- premija je konstantna tokom trajanja osiguranja,
- postoji štedna komponenta u premiji mnogih proizvoda,
- uplata premije najčešće prethodi izdavanju polise i
- postoji mogućnost vinkulacije polise kojom se prenose prava na poverioca da umesto korisnika primi osiguranu sumu.

Načelo obeštećenja (naknade štete) primenjuje se drugačije u životnom osiguranju. Kod većine drugih vrsta osiguranja, primena ovog načela pokušava da pojedinca vrati u isto finansijsko stanje kao pre štetnog događaja. To nije moguće u životnom osiguranju, pošto nije moguće nadoknaditi gubitak voljene osobe. Mogu se samo nadoknaditi sredstva koja nestaju smrću osobe.

Kod životnog osiguranja važi načelo da za svaki ugovor o osiguranju mora postojati interes osiguranika za osiguranjem. Ovo načelo je lako potvrditi ako su ugovarač osiguranja i osiguranik ista osoba. Smatra se da svaka osoba ima neograničeni interes za osiguranjem svog života, kao i da taj interes može preneti na bilo koga, što znači da može odrediti korisnika po slobodnoj volji. U slučaju da su ugovarač i osiguranik različite osobe, zakonska regulativa najčešće traži utvrđivanje njihovog interesa za osiguranjem (bračni drugovi, roditeljski odnos, partneri u preduzetništvu, itd.), ili se zahteva da osiguranik svojim potpisom potvrdi da pristaje da neko drugi ugovara osiguranje za njegov život.¹⁷

Životno osiguranje je vrlo popularno u ekonomski razvijenim zemljama zbog prednosti koje ima u odnosu na štednju u bankama, berzansko investiranje i druge vrste ulaganja. U Srbiji je situacija drugačija, ali očekivani rast životnog standarda, razvoj finansijskog tržišta, finansijsko opismenjavanje stanovništva, jačanje poverenja u instituciju osiguranja i približavanje evropskom zakonodavstvu, sigurno će doprineti usklađivanju sa međunarodnom praksom.

Životno osiguranje u razvijenim zemljama ima brojne prednosti.¹⁸ Pojedine od njih su primenjive i na proizvode koji se sreću na tržištu osiguranja u Srbiji, dok se na uvođenje olakšica koje su povezane sa poreskim oslobođanjem mora još sačekati. Uplate premija životnog osiguranja su oslobođene poreza na dohodak građana. Osiguravajuće kompanije imaju veliki izbor mogućnosti za investiranje sredstava čiji su izvor naplaćene premije životnog osiguranja. Pored garantovanih osiguranih suma i renti, postoji i veliki broj proizvoda sa učešćem osiguranika u riziku investiranja, gde su potencijalni prinosi mnogo veća, ali postoji i realan rizik od gubitka. U slučaju doživotne rente, osiguranik će imati garantovan prihod do kraja života. To je moguće pošto se doživotna renta isplaćuje iz matematičke rezerve čiji je izvor naplaćena premija osiguranja i ostvareni prinos na uložena sredstva matematičke rezerve. Korisnici osiguranja u slučaju smrti osiguranika se definišu polisom i to ne moraju biti pravni naslednici, što omogućava osiguraniku da unapred odluči ko će raspolagati tim delom imovine posle njegove smrti.

¹⁶ Ćurak, M., Jakovčević, D. (2007). *Osiguranje i rizici*. Zagreb: RRIF plus.

¹⁷ Zakon o obligacionim odnosima. *Službeni list SFRJ*, br. 29/78, član 946.

¹⁸ Insurance Information Institute (2005). *What is an annuity?* New York (preuzeto sa www.iii.org).

1.1.3. Ekonomske vrednosti koje životno osiguranje donosi

Ekonomske koristi od životnog osiguranja imaju: osiguravači koji se bave poslovima osiguranja života, osiguravači koji osiguravaju nezgodu i zdravlje fizičkih lica uz osiguranje života, država, osiguranici koji se samostalno osiguravaju, kao i zaposleni za koje poslodavci ugovore osiguranje.

Poslovanje osiguravača obuhvata mnoštvo ekonomskih aktivnosti. Relativno veliki broj zaposlenih ima veoma širok asortiman zadataka. U centrali kompanije su uglavnom zaposleni koji su više specijalizovani u delatnosti osiguranja od drugih. To su menadžeri, preuzimači rizika (engl. underwriters), aktuari, portfolio menadžeri, menadžeri, itd. Obično postoji i sektor za informacione tehnologije u kome je zaposleno specijalizovano informatičko osoblje. Naravno, ima puno zastupnika i brokera na terenu koji prodaju polise po celoj zemlji i ovo iziskuje od eksperata da im budu dostupni kao podrška, pri zaključenju budućih ugovora. Kako se tržište životnog osiguranja širi, formira se mreža agenata i brokera, koja zastupa osiguravače širom zemlje prilikom prodaje osiguranja. Agenti zaključuju ugovore životnog osiguranja najčešće van prostorija osiguravajuće kompanije.

Osim zaposlene radne snage iz struke osiguranja, osiguravači takođe utiču na upošljavanje u drugim privrednim sektorima. Potrebne su zgrade koje neko treba da izgradi i održava. Kancelarijski nameštaj i oprema, olovke, papir, itd. treba da budu proizvedeni i distribuirani do kompanije. Štampanje raznih dokumenta otvara nova radna mesta. Korišćenje grejanja, osvetljenja, telefona, kompjutera i dr. znači dalje zapošljavanje u drugim sektorima privrede. Reklamiranje je neophodno u životnom osiguranju i to opet otvara nove mogućnosti za zapošljavanje. Veliki broj različitih privrednih subjekata je uključen u sve to, tako da bi bez životnog osiguranja cela ekonomska struktura zemlje bila manje razvijena. Sredstva matematičke rezerve se investiraju na tržištu kapitala i podstiču njegov razvoj a time i privrede u celini. Ovo omogućava privrednim subjektima da se razvijaju i samim tim stvaraju buduće ekonomske aktivnosti i podstiču razvoj nacionalne ekonomije i društva u celini. Širenje poslovanja osiguravajućih kompanija izaziva ekspanziju u drugim oblastima. Investiranje sredstava matematičke rezerve je od izuzetnog značaja pošto same premije nisu dovoljne da se pokriju sve isplate iz osiguranja. Osiguravači uvećavaju svoje prihode investiranjem. Osiguravači u životnom osiguranju donose odluke o investicijama kojima je potrebno više vremena za ostvarivanje zahtevanog povraćaja uložених sredstava.

U svim vrstama osiguranja od nezgode fizičkih lica, premija je mnogo niža nego kod životnog osiguranja. Iako je rizik od nesreće ili bolesti veoma realan, ljudi često ne smatraju za neophodno da kupe osiguranje.¹⁹ Zbog obaveznog zdravstvenog osiguranja, veliki broj ljudi ima osećaj da ih država štiti od tih rizika.

Osim koristi od povećanja zaposlenosti i bogatstva, država ima i druge benefite od delatnosti životnog osiguranja. Porodica koja je izgubila hranitelja može biti u velikim finansijskim poteškoćama i potražiti od države socijalnu pomoć. Zahvaljujući životnom osiguranju, država može da uštedi na isplatama socijalnog osiguranja. Većina država stimuliše razvoj životnog osiguranja, dozvoljavajući poreske olakšice za premije životnog osiguranja ili ne oporezujući isplatu osigurane sume. Država ima koristi od životnog osiguranja i kroz razne poreze koje plaćaju osiguravajuće kompanije. Vezano za polisnu životnog osiguranja, plaćaju se i takse na određena dokumenta koja je potrebno pribaviti i sve to predstavlja solidan izvor prihoda za državu.

¹⁹ Howe, J. (1989). *Insurance of a Life - Principles and Practice*. London: Witherby.

Osiguravajuće kompanije poboljšavaju balans prihoda i rashoda prekograničnim investicijama i preuzimanjem rizika iz inostranstva. Ovo je poznato kao „nevidljivi izvoz“. U jednom trenutku, britanski osiguravači životnog osiguranja su intenzivno prebacivali svoje poslovanje u inostranstvo. U današnje vreme, sve veći broj država postavlja barijere takvom ponašanju osiguravajućih kompanija, iz čega proizilazi otežana geografska diverzifikacija rizika. U skladu sa svojom političkom ideologijom, komunističke države su imale monopol u domaćem osiguranju. Alžir, Egipat, Indija i Irak su zemlje koje su nacionalizovale industrije osiguranja. Argentina, Brazil, Kenija i Nigerija su primeri zemalja koje su postavile barijere za ulazak stranih osiguravača na domaće tržište. Velika Britanija jedna je od retkih zemalja koja još uvek ima prihode od nevidljivog izvoza osiguranja. Godine 1978. 42% ukupne zarade od skrivenog izvoza je poteklo iz sektora osiguranja. Od ukupno 2.307 miliona funti zarade, 970 miliona funti je došlo iz osiguranja.²⁰

Ekonomska vrednost životnog osiguranja ima veći efekat na osiguranika nego što on može da proceni. Svrha životnog osiguranja je briga o budućnosti, a ne o sadašnjosti. Uz polisnu životnog osiguranja za doživljenje, od dana isteka osiguranja, osiguranik očekuje da može da uživa u isplati osigurane sume. Ukoliko se ostvari doživljenje ugovorom predviđenog broja godina, on ima mogućnost da iskoristi novac od isplate osigurane sume u skladu sa sopstvenim željama i potrebama. Fleksibilnost u korišćenju ostvarenog prihoda je jedinstvena u životnom osiguranju.

Osiguranje života ne podrazumeva samo naknadu štete, tako da nije jedina svrha zaključenja ugovora pokriće preciznog iznosa pretrpljenog finansijskog gubitka. Zbog toga životno osiguranje ima veliku ekonomsku vrednost za osiguranika. Polisa životnog osiguranja je svakom dostupna i iako pri njoj kupovini osiguranik ima na umu određenu svrhu zašto je uzima, on je može koristiti u potpuno druge svrhe. Ona mu, npr. može obezbediti kredit posle nekog vremena tako da se kupljena kuća može delom finansirati iz polise koju je osiguranik uzeo pre nego što je imao nameru da kupi kuću.²¹

Zaposleni, za koje poslodavci ugovore osiguranje, u slučaju svoje radne nesposobnosti i nemogućnosti za dalje privređivanje, na osnovu isplata iz osiguranja imaju mogućnost da održe isti nivo potrošnje, što takođe generiše povećanu ekonomsku aktivnost. Država je takođe na dobitku zbog toga što ne plaća dodatne naknade za radnike koji su usled nezgode privremeno nesposobni za rad i naplaćuje porez na dodatnu vrednost od robe koju oni kupuju. Poslodavci koji su ugovorili osiguranje za svoje zaposlene mogu da im obezbede naknade iznad zakonske obaveze kada su zaposleni bolesni ili su pretrpeli neku nezgodu. Ovo može da stvori dodatnu ekonomsku vrednost zaposlenima i dovede do privlačenja kvalifikovanog osoblja u kompaniju i povećanja zadovoljstva među zaposlenima.²²

1.1.4. Funkcije životnog osiguranja

Osiguranje se može definisati kao udruživanje lica koja su izložena istoj opasnosti, kako bi zajednički podneli štetu koju će pretrpeti samo neki od njih. Za razumevanje funkcionisanja osiguranja potrebno je objasniti osnovne elemente: rizik, premiju osiguranja i osigurani slučaj. Pretpostavka postojanja osiguranja je rizik.

²⁰ Pavlović, B. (2009). Novi proizvodi na tržištu životnog osiguranja. *Specijalistički rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 7.

²¹ Isto, str. 8.

²² Pavlović, B. (2009). Novi proizvodi na tržištu životnog osiguranja. *Specijalistički rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 9.

Funkcije osiguranja proizilaze iz zadataka sistema osiguranja.²³ Efikasnost sistema osiguranja meri se uspostavljenim kvalitetom sledećih funkcija: neposredna i posredna zaštita, finansijsko-akumulatorska i društveno-socijalna funkcija.

Funkcija neposredne zaštite se ostvaruje s ciljem očuvanja opstanka i razvoja ljudske zajednice. Danas je veliki deo naučnih istraživanja usmeren na tehnička, tehnološka i metodološka unapređenja koja poboljšavaju radne i životne uslove i uklanjaju rizike čije ostvarenje može ugroziti čovekov život ili imovinu. Pošto su materijalne štete, nezgode i prevremene smrti realnost, savremena društva pokušavaju uspostaviti efikasni sistem zaštite koji može smanjiti posledice štetnog događaja.

Funkcija posredne zaštite može da se uspostavi zahvaljujući ugovornima između osiguravača i osiguranika. Osnovni zadatak delatnosti osiguranja je ekonomska zaštita osiguranika, što podrazumeva da osiguravač isplati štetu ili osiguranu sumu kad nastupi osigurani slučaj. Ova funkcija obezbeđuje finansijsku sigurnost osiguraniku koji je zaključio ugovor o osiguranju. Takođe, osiguranje obezbeđuje i stabilnost osiguranika, jer njegova porodica ili kompanija mogu stabilno živeti i poslovati u okolnostima ekonomske zaštite. Na kraju, privredni i ekonomski tokovi u takvim okolnostima su stabilniji, čime se povećava i prosperitet društva u celini.

Finansijsko-akumulatorska funkcija predstavlja redistribuciju štednje iz suficitarnih sektora i njenu alokaciju u deficitarne sektore preko finansijskih tržišta. Kupujući sopstvenu sigurnost, osiguranici uplaćuju premiju osiguravajućoj kompaniji. Akumulirane neto premije kroz obimna sredstva matematičke rezerve osiguravajuće kompanije plasiraju na finansijskim tržištima i tako uvećavaju svoju imovinu. Osiguravajuće kompanije danas predstavljaju izuzetno značajne institucionalne investitore, pošto upravljaju veliki delom akumulirane štednje stanovništva i značajnim sredstvima privrede. Svakodnevnim donošenjem investicionih odluka, osiguravajuće kompanije utiču na smer i dinamiku razvoja lokalnog tržišta kapitala.

Ekonomska, zdravstvena i socijalna zaštita su osnova za društveno-socijalnu funkciju. Ekonomska zaštita podrazumeva isplatu osiguranih suma u životnom osiguranju. Ekonomska zaštita je osnova za napredak društva u celini. Kroz ekonomsku zaštitu pojedinca ostvaren je istovremeno i socijalni element, kroz stvarnu zaštitu ljudi od rizika smrti, gubitka radne sposobnosti i gubitka zdravlja. Osiguranicima životnog osiguranja omogućava se lakše održavanje životnog standarda u vremenu kad je najpotrebnije, u starosti, u slučaju narušenog zdravlja ili u slučaju gubitka hranioca porodice.

Država u funkciji regulatora delatnosti osiguranja obezbeđuje preventivne i represivne mehanizme koji doprinose institucionalnom rešavanju problema sigurnosti života i rada pojedinca, pa prema tome i isplatu naknada šteta i osiguranih suma. Udruživanjem u zajednicu rizika putem osiguranja, fizičko ili pravno lice povećava imovinski potencijal finansijskog tržišta u celini, a posebno celokupnog sistema osiguranja.

²³ Ćurak, M., Jakovčević, D. (2007). *Osiguranje i rizici*. Zagreb: RRIF plus.

1.2. Aktuarska analiza tarifa životnog osiguranja

Aktuari se, u životnom osiguranju, prvenstveno bave statističkim osnovama tarifa životnog osiguranja, principima formiranja tarifa i obračunom matematičke rezerve. Sve navedene aktivnosti će biti u objašnjene u ovom odeljku na primerima proizvoda i parametara koji će biti korišćeni u studiji slučaja u petom odeljku.

1.2.1. Matematičko-statističke osnove tarifa životnog osiguranja

Računske osnove obračuna premija u životnom osiguranju podrazumevaju: tablice smrtnosti, tehničku kamatnu stopu i troškove sprovođenja osiguranja.

1.2.1.1. Tablice smrtnosti

Tablice smrtnosti daju brožani prikaz izumiranja jedne generacija (kohorta) istovremeno rođenih lica tokom vremena do konačnog iščezavanja.²⁴

Prvu modernu tablicu smrtnosti, sa funkcijama koje se i danas nalaze u tablicama napravio je astronom Edmund Halej 1693. godine.²⁵ Prve tablice smrtnosti u Srbiji izradio je Savezni zavod za statistiku Jugoslavije na osnovu popisa stanovništva iz 1953. godine.

Tablice smrtnosti (engl. life table) se baziraju na aposteriornim verovatnoćama smrti i mogu se sistematizovati prema vremenu, zemlji, polu, klimi, profesiji, itd. Osnovna podela tablica smrtnosti je na kohortne ili generacijske i periodične ili trenutne. Obe vrste tablice imaju identičnu strukturu, ali se razlikuje način njihove izrade.

Kohortne tablice se baziraju na podacima o svim umrlim licima iz jedne ispitivane grupe (kohorte) rođenih u određenom periodu. Za formiranje kohortnih tablica, potrebni su podaci o smrti svih članova ispitivane kohorte. S obzirom da period do izumiranja jedne kohorte traje oko sto godina i da se neki od ispitanika ise, pa su podaci o njihovoj smrti nedostupni, veoma teško se u praksi može napraviti tablica ove vrste.

Periodične tablice se zasnivaju na specifičnim stopama smrtnosti za sve starosti u određenom periodu, od najčešće godinu dana, za koji se izrađuju. Uvodi se hipotetička kohorta od 100.000 ljudi i njoj se dodeljuje smrtnost po starosti realne populacije u ispitivanoj godini. Ova vrsta tablica se koristi skoro uvek u praksi.

Bez obzira na način izrade, tablice smrtnosti mogu biti potpune i skraćene. U potpunim tablicama, starost i sve funkcije date su po pojedinačnim godinama od 0 do 99 ili 100 godina, a sve češće i do 120 godina. U skraćenim tablicama starost i sve funkcije date su kao intervali, najčešće petogodišnji na sledeći način: 0, 1-4, 5-9, 10-14, ..., 80-84, 85+. Primer potpune tablice mortaliteta je dat u Tabeli 1.2.1.

²⁴ Radivojević, B. (2018). *Demografska analiza*. Beograd: Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta, str. 109.

²⁵ Chiang, C. L. (1984). *The Life Table and its Application*. Malabar: Krieger Publishing, p. 113.

Tablica smrtnosti se sastoji od prve kolone u kojoj je data starost i ostalih šest kolona u kojima se nalazi pet biometrijskih funkcija: verovatnoća umiranja, verovatnoća doživljenja, broj živih lica starih x godina, srednji broj živih lica, očekivano trajanje života lica starog x godina i jedna pomoćna kolona u kojoj se nalazi zbir brojeva živih lica.

Tabela 1.2.1. Deo tablice mortaliteta za muškarce za Republiku Srbiju po popisu iz 2012. godine

Starost	Verovatnoća umiranja	Verovatnoća doživljenja	Broj živih lica	Srednji broj živih lica	Zbir brojeva živih lica	Očekivano trajanje života
x	q_x	p_x	l_x	L_x	ΣL_x	e^0_x
0	0,00698	0,99302	100.000	99.651	7.196.319	71,96
1	0,00054	0,99946	99.302	99.275	7.096.668	71,47
2	0,00030	0,99970	99.248	99.233	6.997.393	70,50
...
40	0,00199	0,99801	96.556	96.460	3.256.090	33,72
...
50	0,00719	0,99281	92.849	92.515	2.305.255	24,83
...
98	0,55372	0,44628	121	88	136	1,12
99	0,61111	0,38889	54	38	48	0,89
100	1,00000	0,00000	21	11	11	0,50

Izvor: Republički zavod za statistiku. www.stat.gov.rs

Biometrijske funkcije se mogu računati na sledeći način:²⁶

- q_x – verovatnoća umiranja (smrti) – dobija se kao količnik broja umrlih starosti x i broja živih starosti x :

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}; \quad (1.2.0.)$$

- p_x – verovatnoća doživljenja – dobija se po formuli:

$$p_x = 1 - q_x; \quad (1.2.1.)$$

²⁶ Radivojević, B. (2018). *Demografska analiza*. Beograd: Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta, str. 110-118.

- l_x – broj živih lica starih tačno x godina – dobija se po formuli:

$$l_x = l_{x-1} \cdot p_{x-1}, \quad (1.2.2.)$$

gde je $l_0 = 100.000$;

- L_x – srednji broj živih lica – dobija se po formuli:

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}, \quad (1.2.3.)$$

- e_x^0 – očekivano trajanje života lica starog x godina – dobija se po sledećoj formuli, u kojoj je sa ω označena finalna (najdublja) starost za koju se konstruiše tablica smrtnosti (npr. u Tabeli 1.2.1. $\omega=100$):

$$e_x^0 = \frac{\sum_x^{\omega} L_x}{l_x}. \quad (1.2.4.)$$

Tablice smrtnosti su osnova za tarife životnog osiguranja, jer se premija utvrđuje pre svega prema verovatnoći smrti.

1.2.1.2. Tehnička kamatna stopa

Zbog izrazite dugoročnosti ugovora o životnom osiguranju, kamatnu stopu je potrebno sa velikom pažnjom proceniti i ukalkulisati u premiju. Treba uzeti u obzir onu kamatnu stopu za koju se sa visokom pouzdanošću može očekivati da će se u proseku održati tokom trajanja ugovora o osiguranju. Takva kamatna stopa se u aktuarstvu naziva tehnička kamatna stopa.

Tehnička kamatna stopa se koristi za formiranje diskontnog faktora na sledeći način:²⁷

$$v = (1+i)^{-n} \quad \text{ili} \quad v = r^{-n} \quad (1.2.5.)$$

gde su:

i – tehnička kamatna stopa,

n – broj godina,

$r = (1+i)$ – dekurzivni interesni činilac.

Upotreba diskontnog faktora u određivanju premije će biti pokazana u daljem tekstu o komutativnim brojevima. Važno je naglasiti da je tehnička kamatna stopa obrnuto srazmerna s premijom, što znači da rast kamatne stope dovodi do smanjenja premije za istu osiguranu sumu i obrnuto. Obično se bira tehnička kamatna stopa tako da bude malo niža od procenjene prosečne tržišne kamatne stope na dugi rok, i ona predstavlja najnižu garantovanu stopu po kojoj će se sredstva matematičke rezerve osiguranika uvećavati prilikom proračuna premije (cene) osiguranja. U slučaju da osiguravač ostvari viši prinos od ulaganja sredstava na finansijskom tržištu, osiguraniku se obično odobrava određeno učešće u ostvarenoj dobiti.

U današnje vreme, u evropskim zemljama, najčešća tehnička kamatna stopa po polisama koje imaju premije i osigurane sume izražene u evrima je između 0% i 1%. Na primer, početkom 2022. godine

²⁷ Kočović, J. (2004). *Finansijska matematika*. Beograd: Ekonomski fakultet, str. 78.

Savezno ministarstvo finansija Nemačke je smanjilo maksimalnu tehničku kamatnu stopu sa 0,9% na 0,25%.²⁸

1.2.1.3. Komutativni brojevi

Komutativni brojevi predstavljaju pomoćne veličine u aktuarskoj matematici koje pojednostavljuju primenu aktuarskih formula.

Osnovni brojevi za živa i umrla lica su:

- l_x – broj živih lica starih x godina. Ovaj podatak se dobija iz tablice smrtnosti, dok se ostali osnovni i izvedeni komutativni brojevi izračunavaju;
- d_x – broj umrlih lica između x -te i $(x+1)$ -ve godine ili drugim rečima broj lica koja su doživela starost x , a nisu doživela starost $x+1$. Izračunava se po sledećoj formuli:

$$d_x = l_x - l_{x+1}. \quad (1.2.6.)$$

Iz njih se izvode verovatnoće:

- q_x – verovatnoća da lice staro x godina neće doživeti $(x+1)$ -vu godinu. Izračunava se po sledećoj formuli:

$$q_x = d_x / l_x; \quad (1.2.7.)$$

- p_x – verovatnoća da će lice staro x godina doživeti $(x+1)$ -vu godinu. Izračunava se po jednoj od sledećih formula:

$$p_x = l_{x+1} / l_x \text{ ili} \quad (1.2.8.)$$

$$p_x = 1 - q_x. \quad (1.2.9.)$$

Izvedeni komutativni brojevi, koji se koriste u formulama osiguranja života su:

- 1) D_x – broj diskontovanih živih lica starih x godina i izračunava se na sledeći način:

$$D_x = \frac{l_x}{(1+i)^x}; \quad (1.2.10.)$$

- 2) N_x – zbir brojeva diskontovanih živih lica počev od starosti x do najdublje starosti ω i izračunava se na sledeći način:

$$N_x = \sum_{j=x}^{\omega} D_j; \quad (1.2.11.)$$

- 3) C_x – broj diskontovanih umrlih lica u toku $x+1$ godina i izračunava se na sledeći način:

$$C_x = \frac{d_x}{(1+i)^{x+1}}; \quad (1.2.12.)$$

²⁸ Hielkema, P. (2022). *Navigating low rates, the pandemic and inflation – shifting patterns in life insurance*. Düsseldorf: Handelsblatt's Strategiemeeting Lebensversicherung 2022, p. 1.

4) M_x – zbir brojeva diskontovanih umrlih lica počev od onih koja su umrla u toku $x+1$ godina i izračunava se na sledeći način:

$$M_x = \sum_{j=x}^{\omega-1} C_j. \quad (1.2.13.)$$

U svim formulama simbolom i je označena tehnička kamatna stopa. U Tabeli 1.2.2. je dat primer realnih komutativnih brojeva koji se koriste na srpskom tržištu osiguranja.

Tabela 1.2.2. Komutativni brojevi na osnovu Tablice mortaliteta za muškarce za Srbiju iz 2012. godine sa tehničkom kamatnom stopom od 2,5%

x_n	l_x	d_x	q_x	D_x	N_x	C_x	M_x
0	100.000	698	0,00698	100.000,00	3.353.090,18	680,98	18.217,31
1	99.302	54	0,00054	96.880,00	3.253.090,18	51,40	17.536,34
2	99.248	30	0,00030	94.465,68	3.156.210,18	27,86	17.484,94
3	99.218	19	0,00019	92.133,78	3.061.744,51	17,21	17.457,08
4	99.199	7	0,00007	89.869,40	2.969.610,73	6,19	17.439,87
5	99.192	10	0,00010	87.671,27	2.879.741,33	8,62	17.433,68
6	99.182	9	0,00009	85.524,33	2.792.070,06	7,57	17.425,06
7	99.173	9	0,00009	83.430,80	2.706.545,73	7,39	17.417,49
8	99.164	9	0,00009	81.388,51	2.623.114,93	7,21	17.410,10
9	99.155	11	0,00011	79.396,22	2.541.726,42	8,59	17.402,89
10	99.144	12	0,00012	77.451,13	2.462.330,20	9,15	17.394,30
11	99.132	13	0,00013	75.552,94	2.384.879,07	9,67	17.385,15
12	99.119	18	0,00018	73.700,52	2.309.326,13	13,06	17.375,49
13	99.101	21	0,00021	71.889,88	2.235.625,61	14,86	17.362,43
14	99.080	28	0,00028	70.121,61	2.163.735,73	19,33	17.347,57
15	99.052	34	0,00034	68.391,99	2.093.614,12	22,90	17.328,24
16	99.018	37	0,00037	66.700,99	2.025.222,13	24,32	17.305,33
17	98.981	47	0,00047	65.049,82	1.958.521,13	30,13	17.281,02
18	98.934	55	0,00056	63.433,11	1.893.471,31	34,40	17.250,88
19	98.879	65	0,00066	61.851,56	1.830.038,20	39,67	17.216,48
20	98.814	70	0,00071	60.303,31	1.768.186,64	41,68	17.176,81
21	98.744	70	0,00071	58.790,82	1.707.883,33	40,66	17.135,13
22	98.674	73	0,00074	57.316,24	1.649.092,51	41,37	17.094,47
23	98.601	74	0,00075	55.876,91	1.591.776,27	40,91	17.053,10
24	98.527	81	0,00082	54.473,15	1.535.899,35	43,69	17.012,19
25	98.446	87	0,00088	53.100,85	1.481.426,20	45,78	16.968,50
26	98.359	89	0,00090	51.759,92	1.428.325,36	45,69	16.922,72
27	98.270	91	0,00093	50.451,79	1.376.565,44	45,58	16.877,02
28	98.179	99	0,00101	49.175,68	1.326.113,65	48,38	16.831,44
29	98.080	100	0,00102	47.927,90	1.276.937,97	47,67	16.783,07
30	97.980	110	0,00112	46.711,25	1.229.010,07	51,16	16.735,39
31	97.870	117	0,00120	45.520,79	1.182.298,82	53,09	16.684,23
32	97.753	126	0,00129	44.357,43	1.136.778,03	55,78	16.631,14

x_n	l_x	d_x	q_x	D_x	N_x	C_x	M_x
33	97.627	135	0,00138	43.219,76	1.092.420,60	58,31	16.575,36
34	97.492	140	0,00144	42.107,32	1.049.200,84	58,99	16.517,05
35	97.352	144	0,00148	41.021,32	1.007.093,52	59,20	16.458,06
36	97.208	148	0,00152	39.961,60	966.072,21	59,36	16.398,86
37	97.060	156	0,00161	38.927,57	926.110,61	61,04	16.339,50
38	96.904	166	0,00171	37.917,07	887.183,04	63,37	16.278,46
39	96.738	182	0,00188	36.928,90	849.265,97	67,78	16.215,09
40	96.556	192	0,00199	35.960,41	812.337,07	69,76	16.147,31
41	96.364	222	0,00230	35.013,57	776.376,66	78,70	16.077,55
42	96.142	250	0,00260	34.080,88	741.363,09	86,46	15.998,85
43	95.892	288	0,00300	33.163,18	707.282,21	97,17	15.912,39
44	95.604	327	0,00342	32.257,15	674.119,03	107,64	15.815,22
45	95.277	373	0,00391	31.362,75	641.861,88	119,79	15.707,58
46	94.904	417	0,00439	30.478,02	610.499,13	130,65	15.587,79
47	94.487	481	0,00509	29.604,00	580.021,11	147,03	15.457,14
48	94.006	549	0,00584	28.734,92	550.417,11	163,72	15.310,12
49	93.457	608	0,00651	27.870,35	521.682,19	176,89	15.146,39
50	92.849	668	0,00719	27.013,69	493.811,84	189,61	14.969,50
51	92.181	739	0,00802	26.165,21	466.798,15	204,65	14.779,89
52	91.442	812	0,00888	25.322,39	440.632,93	219,38	14.575,25
53	90.630	891	0,00983	24.485,39	415.310,54	234,85	14.355,87
54	89.739	972	0,01083	23.653,34	390.825,15	249,95	14.121,02
55	88.767	1054	0,01187	22.826,48	367.171,81	264,43	13.871,07
56	87.713	1132	0,01291	22.005,31	344.345,33	277,07	13.606,64
57	86.581	1223	0,01413	21.191,53	322.340,02	292,04	13.329,58
58	85.358	1313	0,01538	20.382,62	301.148,49	305,88	13.037,54
59	84.045	1405	0,01672	19.579,60	280.765,87	319,33	12.731,65
60	82.640	1495	0,01809	18.782,72	261.186,27	331,50	12.412,32
61	81.145	1590	0,01959	17.993,10	242.403,55	343,97	12.080,82
62	79.555	1676	0,02107	17.210,28	224.410,45	353,73	11.736,85
63	77.879	1768	0,02270	16.436,78	207.200,18	364,04	11.383,12
64	76.111	1869	0,02456	15.671,84	190.763,39	375,46	11.019,08
65	74.242	1976	0,02662	14.914,15	175.091,55	387,27	10.643,62
66	72.266	2078	0,02875	14.163,12	160.177,40	397,33	10.256,35
67	70.188	2156	0,03072	13.420,35	146.014,29	402,19	9.859,03
68	68.032	2259	0,03320	12.690,84	132.593,93	411,12	9.456,84
69	65.773	2356	0,03582	11.970,19	119.903,09	418,32	9.045,72
70	63.417	2479	0,03909	11.259,92	107.932,91	429,42	8.627,41
71	60.938	2615	0,04291	10.555,86	96.672,99	441,93	8.197,99
72	58.323	2744	0,04705	9.856,47	86.117,13	452,42	7.756,06
73	55.579	2878	0,05178	9.163,65	76.260,65	462,94	7.303,64
74	52.701	3009	0,05710	8.477,21	67.097,00	472,21	6.840,70
75	49.692	3138	0,06315	7.798,24	58.619,80	480,44	6.368,49
76	46.554	3263	0,07009	7.127,60	50.821,56	487,39	5.888,05
77	43.291	3325	0,07681	6.466,36	43.693,96	484,54	5.400,66
78	39.966	3428	0,08577	5.824,10	37.227,60	487,37	4.916,11

x_n	l_x	d_x	q_x	D_x	N_x	C_x	M_x
79	36.538	3455	0,09456	5.194,69	31.403,49	479,22	4.428,75
80	33.083	3447	0,10419	4.588,76	26.208,80	466,45	3.949,52
81	29.636	3388	0,11432	4.010,39	21.620,04	447,29	3.483,07
82	26.248	3293	0,12546	3.465,29	17.609,65	424,14	3.035,78
83	22.955	3160	0,13766	2.956,63	14.144,36	397,08	2.611,64
84	19.795	2991	0,15110	2.487,43	11.187,74	366,68	2.214,56
85	16.804	2786	0,16579	2.060,08	8.700,31	333,22	1.847,88
86	14.018	2550	0,18191	1.676,62	6.640,23	297,55	1.514,66
87	11.468	2289	0,19960	1.338,17	4.963,61	260,58	1.217,11
88	9.179	2011	0,21909	1.044,95	3.625,44	223,35	956,52
89	7.168	1723	0,24037	796,11	2.580,49	186,70	733,17
90	5.445	1436	0,26373	590,00	1.784,38	151,80	546,48
91	4.009	1160	0,28935	423,80	1.194,38	119,64	394,67
92	2.849	905	0,31766	293,83	770,58	91,06	275,04
93	1.944	678	0,34877	195,60	476,75	66,56	183,98
94	1.266	484	0,38231	124,28	281,15	46,35	117,42
95	782	328	0,41944	74,89	156,87	30,65	71,07
96	454	209	0,46035	42,42	81,98	19,05	40,42
97	245	124	0,50612	22,33	39,56	11,03	21,37
98	121	67	0,55372	10,76	17,22	5,81	10,34
99	54	33	0,61111	4,69	6,46	2,79	4,53
100	21	21	1,00000	1,78	1,78	1,73	1,73

Izvor: Obračun autora

1.2.1.4. Troškovi sprovođenja osiguranja

Pribavljanje osiguranja, naplaćivanje premija, obračun i isplata šteta i naknada iz osiguranja, sa svim aktivnostima vezanim za navedeno, zahtevaju rad koji se, naravno, plaća. Organizacija osiguranja, ma koliko bila racionalna, košta. Zbog toga se na tehničku premiju, koja je namenjena pokriću šteta, moraju dodati izvesni iznosi na ime pokrića pomenutih troškova, i ti dodaci čine režijski dodatak.

U režijski dodatak treba da pokrije troškove sprovođenja osiguranja: akvizicione troškove (troškove pribave), troškove naplate premije i administrativne troškove.²⁹

1.2.2. Principi formiranja tarifa tradicionalnih proizvoda

Tarifa premija ili cenovnik osiguranja je dokument osiguravajuće kompanije pomoću koga se određuju premije, na osnovu istih pravila za sve osiguranike jedne vrste osiguranja. Za obračun tarifa koriste se metode aktuarske matematike. U životnom osiguranju premijske stope su predstavljene tabelarno u tarifi premija odnosno cenovniku.

²⁹ Kočović, J. (2012). *Aktuarske osnove formiranja tarifa u osiguranju lica*, Beograd: Ekonomski fakultet, str. 145.

1.2.2.1. Tarifa premije

Za svaku pristupnu starost x i ugovoreno trajanje osiguranja n , posebno za muška i ženska lica izračunava se osigurana suma za jedinicu premije u obliku tabelarnog pregleda. Realan primer jedne tarife mešovitog osiguranja sadržan je u Tabeli 1.2.3.

Tabela 1.2.3. Tarifa mešovitog osiguranja na osnovu Tablice mortaliteta za R. Srbiju iz 2012. godine sa tehničkom kamatnom stopom od 2,5% i režijskim dodatkom od 10%

Mešovito osiguranje za osobe muškog pola sa plaćanjem premije u jednakim god. ratama											
Osigurana suma za jedinicu godišnje premije											
n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x											
20	10,29	11,46	12,66	13,88	15,13	16,41	17,72	19,06	20,43	21,83	23,26
21	10,29	11,46	12,65	13,87	15,13	16,40	17,71	19,05	20,42	21,81	23,24
22	10,29	11,45	12,65	13,87	15,12	16,40	17,70	19,04	20,40	21,80	23,22
23	10,28	11,45	12,64	13,86	15,11	16,39	17,69	19,03	20,39	21,78	23,21
24	10,28	11,45	12,64	13,86	15,11	16,38	17,68	19,02	20,38	21,77	23,18
25	10,28	11,44	12,63	13,85	15,10	16,37	17,67	19,00	20,36	21,75	23,16
26	10,28	11,44	12,63	13,85	15,09	16,36	17,66	18,99	20,34	21,73	23,14
27	10,27	11,44	12,62	13,84	15,08	16,35	17,65	18,97	20,33	21,70	23,11
28	10,27	11,43	12,62	13,83	15,07	16,34	17,64	18,96	20,30	21,68	23,07
29	10,26	11,43	12,61	13,83	15,06	16,33	17,62	18,94	20,28	21,65	23,04
30	10,26	11,42	12,61	13,82	15,05	16,31	17,60	18,91	20,25	21,61	22,99
31	10,26	11,41	12,60	13,81	15,04	16,30	17,58	18,89	20,22	21,57	22,94
32	10,25	11,41	12,59	13,80	15,03	16,28	17,56	18,86	20,18	21,52	22,88
33	10,25	11,40	12,58	13,78	15,01	16,26	17,53	18,82	20,14	21,47	22,82
34	10,24	11,40	12,57	13,77	14,99	16,24	17,50	18,79	20,09	21,41	22,75
35	10,24	11,39	12,56	13,75	14,97	16,21	17,46	18,74	20,03	21,34	22,66
36	10,23	11,37	12,54	13,73	14,94	16,17	17,42	18,69	19,97	21,26	22,56
37	10,22	11,36	12,52	13,71	14,91	16,13	17,37	18,62	19,89	21,17	22,45
38	10,20	11,34	12,50	13,68	14,87	16,08	17,31	18,55	19,80	21,06	22,33
39	10,19	11,32	12,47	13,64	14,83	16,02	17,24	18,46	19,70	20,94	22,18
40	10,17	11,30	12,44	13,60	14,77	15,96	17,16	18,37	19,58	20,80	22,03
41	10,15	11,26	12,40	13,55	14,71	15,89	17,07	18,26	19,46	20,66	21,85
42	10,12	11,23	12,36	13,50	14,65	15,81	16,97	18,14	19,32	20,49	21,67
43	10,09	11,19	12,31	13,44	14,57	15,72	16,87	18,02	19,17	20,32	21,47
44	10,06	11,15	12,26	13,37	14,49	15,62	16,75	17,88	19,01	20,14	21,25
45	10,02	11,11	12,20	13,30	14,41	15,52	16,63	17,74	18,84	19,94	21,03
46	9,99	11,06	12,14	13,23	14,32	15,41	16,50	17,58	18,66	19,73	20,79
47	9,95	11,01	12,07	13,15	14,22	15,29	16,36	17,42	18,47	19,51	20,54
48	9,90	10,95	12,01	13,06	14,12	15,17	16,21	17,25	18,28	19,29	20,28
49	9,86	10,90	11,94	12,98	14,01	15,04	16,06	17,08	18,07	19,05	20,01
50	9,81	10,84	11,86	12,88	13,90	14,91	15,91	16,89	17,86	18,81	19,73
51	9,76	10,77	11,78	12,78	13,78	14,77	15,74	16,70	17,63	18,55	19,44
52	9,71	10,70	11,70	12,68	13,66	14,62	15,57	16,49	17,40	18,28	19,13
53	9,65	10,63	11,61	12,57	13,53	14,47	15,39	16,28	17,16	18,00	18,82
54	9,59	10,56	11,51	12,46	13,39	14,30	15,20	16,07	16,91	17,72	18,49
55	9,53	10,48	11,42	12,34	13,25	14,14	15,00	15,84	16,64	17,42	18,15

Napomena: U Tabeli x predstavlja pristupnu starost osiguranika, dok je sa n označen period osiguranja u godinama.

Izvor: Obračun autora

U nastavku će biti dat pregled formula za izračunavanje premija za proizvode osiguranja života i rentnog osiguranja koji se najčešće sreću na tržištu. U formulama će se koristiti sledeće oznake:

- x – pristupna starost osiguranika,
- n – period osiguranja,
- D_x, N_x, M_x – komutativni brojevi koji su prethodno definisani.

1.2.2.2. Tarife u osiguranju života

Ukupna (bruto) premija za jedinicu osigurane sume sastoji se od tehničke premije i režijskog dodatka i računa se na sledeći način kod svih vrsta osiguranja života, bez obzira na dinamiku plaćanja premije:

$$P_{ukupna} = P_{tehnicka} \frac{1}{1-RD}, \quad (1.2.14.)$$

gde su:

- $P_{tehnicka}$ – tehnička premija životnog osiguranja za jedinicu osigurane sume,
- RD – procenat režijskog dodatka koji sadrži akvizicione troškove (troškove pribave), troškove naplate premije i administrativne troškove.

Pomoću prethodnih relacija izračunavaju se osigurane sume za odgovarajuće iznose premije na sledeći način:

$$OS = Premija / P_{ukupna}, \quad (1.2.15.)$$

gde su:

- OS – osigurana suma izražena u novčanim jedinicama,
- $Premija$ – premija osiguranja izražena u novčanim jedinicama,
- P_{ukupna} – premijska stopa iz formule (1.2.14.).

Na tržištu se mnogo češće prodaju proizvodi sa plaćanjem premije u jednakim ratama nego jednokratno. Zbog toga je važno da se izvedu formule za premijske stope sa plaćanjem u godišnjim ratama. Kako osiguranik stari povećava se rizik od smrti. Zato bi premija osiguranja života za slučaj smrti trebalo da raste s vremenom u skladu sa verovatnoćom smrti osiguranika. Takva premija se naziva prirodna premija. Prirodna premija nije praktična za dugoročne ugovore o osiguranju, jer je znatno viša u kasnijim godinama, kada radna sposobnost i samim tim i mogućnost za plaćanje premije opadaju. Zbog toga je uvedena prosečna premija (engl. level premium) koja se plaća u jednakim ratama tokom važenja polise osiguranja.

Premija se naziva privremena u slučaju da osiguranik plaća premiju m godina od početka perioda osiguranja.³⁰ Broj godina plaćanja premije m , iako kod većine proizvoda jeste, ne mora da bude jednak trajanju ugovora o osiguranju u godinama n . Neka je sa ${}_mP(A)$ označena godišnja neto privremena premija za 1 dinar osigurane sume K određene vrste životnog osiguranja. Osiguravajuća kompanija će primiti početkom prve godine ugovora od l_x živih lica starih x godina $l_x \cdot {}_mP(A)$ dinara, početkom druge godine će primiti $l_{x+1} \cdot {}_mP(A)$ dinara, itd. sve do poslednje godišnje rate premije koju će kompanija primiti početkom m -te godine u iznosu $l_{x+m-1} \cdot {}_mP(A)$. Zbir diskontovanih uplata je jednak:

$$l_x \cdot {}_mP(A) + \frac{l_{x+1} \cdot {}_mP(A)}{(1+i)} + \dots + \frac{l_{x+m-1} \cdot {}_mP(A)}{(1+i)^{m-1}}. \quad (1.2.16.)$$

³⁰ Kočović, J. (2012). *Aktuarske osnove formiranja tarifa u osiguranju lica*. Beograd: Ekonomski fakultet, str. 142.

Prethodni izraz se može podeliti sa $(1+i)^x$ i transformisati na sledeći način:

$${}_mP(A) \left(\frac{l_x}{(1+i)^x} + \frac{l_{x+1}}{(1+i)^{x+1}} + \dots + \frac{l_{x+m-1}}{(1+i)^{x+m-1}} \right). \quad (1.2.17.)$$

Na osnovu formule (1.2.10.) prethodni izraz se može napisati:

$${}_mP(A)(D_x + D_{x+1} + \dots + D_{x+m-1}). \quad (1.2.18.)$$

Na osnovu formule (1.2.11.) prethodni izraz se može transformisati na sledeći način:

$${}_mP(A)(N_x - N_{x+m}). \quad (1.2.19.)$$

Za prikazivanje karakteristika proizvoda osiguranja života najbolje je koristiti podelu životnog osiguranja prema riziku koji je obuhvaćen osiguranjem.

Osiguranje za slučaj smrti

Postoje četiri vrste osiguranja života za slučaj smrti: doživotno, odloženo, privremeno i odloženo privremeno. Najčešće se u praksi sreću doživotno i privremeno osiguranje za slučaj smrti.

Kod doživotnog osiguranja za slučaj smrti, u slučaju smrti osiguranika, koji je zaključio polisu kada je imao x godina, osiguravač isplaćuje ugovorenu osiguranu sumu K neposredno posle smrti osiguranika. Osiguranje traje doživotno, što znači da će osigurana suma sigurno biti isplaćena.

Neka je sa A_x označena neto jednokratna premija (miza) za 1 dinar osigurane sume K . Od l_x živih lica starih x godina osiguravač će primiti $l_x \cdot A_x$ dinara premije. Za slučaj smrti u prvoj godini ugovora kompanija će isplatiti d_x dinara, u drugoj godini d_{x+1} dinara, itd. Na osnovu principa ekvivalencije uplata i isplata, koje se svode na isti datum obračuna diskontovanjem tehničkom kamatnom stopom i , važi sledeća jednakost:

$$l_x \cdot A_x = \frac{d_x}{(1+i)} + \frac{d_{x+1}}{(1+i)^2} + \dots \quad (1.2.20.)$$

Prethodna jednakost se može podeliti sa $(1+i)^x$ i dobija se:

$$\frac{l_x}{(1+i)^x} \cdot A_x = \frac{d_x}{(1+i)^{x+1}} + \frac{d_{x+1}}{(1+i)^{x+2}} + \dots \quad (1.2.21.)$$

Na osnovu formula (1.2.10.) i (1.2.12.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_x \cdot A_x = C_x + C_{x+1} + \dots \quad (1.2.22.)$$

Na osnovu formule (1.2.13.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_x \cdot A_x = M_x. \quad (1.2.23.)$$

Iz prethodne formule se može izvesti stopa jednokratne tehničke premije (neto mize) za doživotno osiguranje za slučaj smrti:

$$P = A_x = \frac{M_x}{D_x}. \quad (1.2.24.)$$

Ukoliko u formuli (1.2.23.) levu stranu jednakosti zamenimo odgovarajućim izrazom za plaćanje privremene premije u ratama iz formule (1.2.19.) dobija se:

$${}_mP(A_x)(N_x - N_{x+m}) = M_x. \quad (1.2.25.)$$

Stopa tehničke premije za plaćanje premije u m godišnjih rata za ovu vrstu osiguranja na osnovu prethodne jednakosti je:

$${}_mP(A_x) = \frac{M_x}{N_x - N_{x+m}}. \quad (1.2.26.)$$

Kod privremenog osiguranja za slučaj smrti, ukoliko nastupi smrt osiguranika, koji je zaključio polisu kada je imao x godina, u periodu osiguranja koje je zaključeno na n godina, osiguravač isplaćuje osiguranu sumu K ugovorenu na polisi neposredno posle smrti osiguranika. U slučaju da osiguranik doživi istek osiguranja, osiguravač nema nikakvu obavezu.

Neka je sa ${}_nA_x$ označena neto jednokratna premija (miza) za 1 dinar osigurane sume K . Od l_x živih lica starih x godina osiguravač će primiti $l_x \cdot {}_nA_x$ dinara premije. Za slučaj smrti u prvoj godini ugovora kompanija će isplatiti d_x dinara, u drugoj godini d_{x+1} dinara, itd. u n -toj godini isplatiće d_{x+n-1} dinara. Na osnovu svođenja uplata i isplata na isti vremenski trenutak diskontovanjem tehničkom kamatnom stopom i , važi sledeća jednakost:

$$l_x \cdot {}_nA_x = \frac{d_x}{(1+i)} + \frac{d_{x+1}}{(1+i)^2} + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{(1+i)^n}. \quad (1.2.27.)$$

Prethodna jednakost se može podeliti sa $(1+i)^x$ i dobija se:

$$\frac{l_x}{(1+i)^x} \cdot {}_nA_x = \frac{d_x}{(1+i)^{x+1}} + \frac{d_{x+1}}{(1+i)^{x+2}} + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{(1+i)^{x+n}}. \quad (1.2.28.)$$

Na osnovu formula (1.2.10.) i (1.2.12.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_x \cdot {}_nA_x = C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+n-1}. \quad (1.2.29.)$$

Na osnovu formule (1.2.13.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_x \cdot {}_nA_x = M_x - M_{x+n}. \quad (1.2.30.)$$

Iz prethodne formule se može izvesti stopa jednokratne tehničke premije (neto mize) za privremeno osiguranje za slučaj smrti:

$$P = {}_nA_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}. \quad (1.2.31.)$$

Ukoliko u formuli (1.2.30.) levu stranu jednakosti zamenimo odgovarajućim izrazom za plaćanje privremene premije u ratama iz formule (1.2.19.) dobija se:

$${}_mP({}_nA_x)(N_x - N_{x+m}) = M_x - M_{x+n}. \quad (1.2.32.)$$

Stopa tehničke premije za plaćanje premije u m godišnjih rata za ovu vrstu osiguranja na osnovu prethodne jednakosti je:

$${}_mP({}_nA_x) = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}. \quad (1.2.33.)$$

Osiguranje za slučaj doživljenja

Kod osiguranja za slučaj doživljenja, ukoliko osiguranik pristupne starosti x doživi istek osiguranja koje je ugovoreno na n godina, osiguravajuća kompanija će isplatiti ugovorenu osiguranu sumu K . U slučaju smrti osiguranika u periodu osiguranja, osiguravač nema nikakvu obavezu prema osiguraniku.

Neka je sa ${}_nE_x$ označena neto jednokratna premija za 1 dinar osigurane sume K . Od l_x živih lica starih x godina osiguravač će primiti $l_x \cdot {}_nE_x$ dinara premije, dok će za doživljenje isplatiti na kraju n -te godine iznos od l_{x+n} dinara. Na osnovu svođenja uplata i isplata na isti vremenski trenutak diskontovanjem tehničkom kamatnom stopom i , važi sledeća jednakost:

$$l_x \cdot {}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{(1+i)^n}. \quad (1.2.34.)$$

Prethodna jednakost se može podeliti sa $(1+i)^x$ i dobija se:

$$\frac{l_x}{(1+i)^x} \cdot {}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{(1+i)^{x+n}}. \quad (1.2.35.)$$

Na osnovu formule (1.2.10.) prethodna jednakost može biti zapisana kao:

$$D_x \cdot {}_nE_x = D_{x+n}. \quad (1.2.36.)$$

Iz prethodne formule se može izvesti stopa jednokratne tehničke premije (neto mize) za osiguranje za slučaj doživljenja:

$$P = {}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}. \quad (1.2.37.)$$

Ukoliko u formuli (1.2.36.) levu stranu jednakosti zamenimo odgovarajućim izrazom za plaćanje privremene premije u ratama iz formule (1.2.19.) dobija se:

$${}_mP({}_nE_x)(N_x - N_{x+m}) = D_{x+n}. \quad (1.2.38.)$$

Stopa tehničke premije za plaćanje premije u m godišnjih rata za ovu vrstu osiguranja na osnovu prethodne jednakosti je:

$${}_mP({}_nE_x) = \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}. \quad (1.2.39.)$$

Mešovito osiguranje

Kod mešovitog osiguranja, u slučaju smrti osiguranika, koji je zaključio polisu kada je imao x godina, u periodu osiguranja koje je zaključeno na n godina, osiguravač isplaćuje ugovorenu osiguranu sumu K neposredno posle smrti osiguranika. U slučaju da osiguranik doživi istek osiguranja osiguravač isplaćuje njemu osiguranu sumu K koja je ugovorena na polisi.

Neka je sa $A_{x,n}$ označena neto jednokratna premija (miza) za 1 dinar osigurane sume K mešovitog osiguranja. Od l_x živih lica starih x godina osiguravač će primiti $l_x \cdot A_{x,n}$ dinara premije. Za slučaj smrti u prvoj godini ugovora kompanija će isplatiti d_x dinara, u drugoj godini d_{x+1} dinara, itd. u n -toj godini isplatiće d_{x+n-1} dinara. Za slučaj doživljenja kompanija će isplatiti na kraju n -te godine iznos od l_{x+n} dinara. Na osnovu svođenja uplata i isplata na isti vremenski trenutak diskontovanjem tehničkom kamatnom stopom i , važi sledeća jednakost:

$$l_x \cdot A_{x,n} = \frac{d_x}{(1+i)} + \frac{d_{x+1}}{(1+i)^2} + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{(1+i)^n} + \frac{l_{x+n}}{(1+i)^n}. \quad (1.2.40.)$$

Prethodna jednakost se može podeliti sa $(1+i)^x$ i dobija se:

$$\frac{l_x}{(1+i)^x} \cdot A_{x,n} = \frac{d_x}{(1+i)^{x+1}} + \frac{d_{x+1}}{(1+i)^{x+2}} + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{(1+i)^{x+n}} + \frac{l_{x+n}}{(1+i)^{x+n}}. \quad (1.2.41.)$$

Na osnovu formula (1.2.10.) i (1.2.12.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_x \cdot A_{x,n} = C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+n-1} + D_{x+n}. \quad (1.2.42.)$$

Na osnovu formule (1.2.13.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_x \cdot A_{x,n} = M_x - M_{x+n} + D_{x+n}. \quad (1.2.43.)$$

Iz prethodne formule se može izvesti stopa jednokratne tehničke premije (neto mize) za mešovito osiguranje života:

$$P = A_{x,n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} = {}_1nA_x + {}_1nE_x. \quad (1.2.44.)$$

Ukoliko u formuli (1.2.43.) levu stranu jednakosti zamenimo odgovarajućim izrazom za plaćanje privremene premije u ratama iz formule (1.2.19.) dobija se:

$${}_mP(A_{x,n})(N_x - N_{x+m}) = M_x - M_{x+n} + D_{x+n}. \quad (1.2.45.)$$

Stopa tehničke premije za plaćanje premije u m godišnjih rata za ovu vrstu osiguranja na osnovu prethodne jednakosti je:

$${}_mP(A_{x,n}) = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}. \quad (1.2.46.)$$

1.2.3. Matematička rezerva

Najveći deo tehničkih rezervi životnih osiguranja čini matematička rezerva. Matematička rezerva, zajedno sa svim očekivanim premijama koje će platiti ugovarač osiguranja, omogućava osiguravajućoj kompaniji da izvrši sve buduće obaveze predviđene ugovorom o osiguranju. Pored matematičke rezerve, tehničke rezerve čine i prenosna premija, koja se u ovoj vrsti osiguranja uobičajeno pripisuje matematičkoj rezervi, rezervisane štete, rezerve za osiguranja kod kojih su osiguranici prihvatili da učestvuju u investicionom riziku, kao i rezerve za bonuse i popuste.

Kao što je objašnjeno u odeljku 1.2.2.2. da bi se izbeglo obračunavanje različite premije za svaku godinu, koja bi bila u skladu sa rizikom, uobičajeno je da se u svim godinama koristi ista prosečna premija. Prosečna premija je u prvim godinama ugovora o osiguranju veća u odnosu na preuzet rizik, dok je u završnim godinama manja od rizika. Taj početni višak premije se izdvaja, predstavlja izvor sredstava u matematičkoj rezervi i kasnije se koristi za isplate osiguranih suma.

Matematička rezerva se obračunava za svaki ugovor pojedinačno, aktuarskim formulama, koje su zasnovane na tablicama smrtnosti i tehničkoj kamatnoj stopi. Dve najzastupljenije metode³¹ za obračun matematičke rezerve su prospektivna i retrospektivna metoda. Takođe, svaka od njih može biti na bruto ili neto osnovi. Neto matematička rezerva se zasniva na obračunatoj tehničkoj premiji, bez troškova. Bruto matematička rezerva za obračun, pored tehničke premije, uključuje i deo troškova sprovođenja osiguranja.

Odlukom Narodne banke Srbije o tehničkim rezervama, data je smernica prema kojoj bi matematička rezerva trebalo da se obračunava „dovoljno opreznom aktuarski priznatom prospektivnom metodom – kao razlika sadašnje vrednosti budućih obaveza osiguravača utvrđenih ugovorom i sadašnje vrednosti budućih uplata premije“.³²

U praksi se najviše koristi prospektivna metoda, pa će ona biti detaljnije objašnjena u ovom odeljku za vrste osiguranja koje će biti korišćene za studiju slučaja u petom odeljku disertacije. Kod ovih vrsta osiguranja, za formiranje adekvatne matematičke rezerve potrebno je da osiguravači realno procene rizik smrtnosti primenom odgovarajuće tablice smrtnosti.

1.2.3.1. Prospektivna metoda obračuna neto matematičke rezerve

Neto matematička rezerva obračunata prospektivnom metodom je razlika između sadašnje (u trenutku obračuna matematičke rezerve) vrednosti budućih obaveza osiguravača i sadašnje vrednosti budućih obaveza ugovarača osiguranja i može se napisati na sledeći način:³³

$${}_tV_x = PVB - PVP, \quad (1.2.47.)$$

pri čemu su:

- ${}_tV_x$ – neto matematička rezerva u trenutku t za osobu staru x godina,
- PVB – sadašnja vrednost budućih obaveza iz ugovora o osiguranju,
- PVP – sadašnja vrednost budućih tehničkih premija iz ugovora o osiguranju.

³¹ Ralević, R. (1973). *Finansijska i aktuarska matematika*. Beograd: Savremena administracija.

³² Odluka o tehničkim rezervama, *Službeni glasnik RS*, br. 42/2015 i 36/2017, paragraf 49.

³³ Scott, W. F. (1999). *Life Assurance Mathematics*. Aberdeen: University of Aberdeen, p. 102.

1.2.3.2. Prospektivna metoda obračuna neto matematičke rezerve za osiguranje kapitala za slučaj smrti

Kod doživotnog osiguranja za slučaj smrti, u slučaju smrti osiguranika, koji je zaključio polisu kada je imao x godina, osiguravač isplaćuje ugovorenu osiguranu sumu K neposredno posle smrti osiguranika. Premije se plaćaju u jednakim godišnjim ratama do kraja života osiguranika.

Neka $P(A_x)$ označava godišnju neto premija za 1 dinar osigurane sume K . Osiguravajuća kompanija će primiti početkom prve godine ugovora od l_x živih lica starih x godina premiju od $l_x \cdot P(A)$ dinara, početkom druge godine će primiti $l_{x+1} \cdot P(A)$ dinara, itd. do kraja života osiguranika. Za slučaj smrti u prvoj godini ugovora kompanija će isplatiti d_x dinara, u drugoj godini d_{x+1} dinara, itd. Na osnovu (1.2.47.) važi sledeća jednakost:

$$l_{x+t} \cdot {}_tV_x = \frac{d_{x+t}}{(1+i)} + \frac{d_{x+t+1}}{(1+i)^2} + \dots - P(A_x) \cdot \left(l_{x+t} + \frac{l_{x+t+1}}{(1+i)} + \frac{l_{x+t+2}}{(1+i)^2} + \dots \right). \quad (1.2.48.)$$

Prethodna jednakost se može podeliti sa $(1+i)^{x+t}$ i dobija se:

$$\frac{l_{x+t}}{(1+i)^{x+t}} \cdot {}_tV_x = \frac{d_{x+t}}{(1+i)^{x+t+1}} + \frac{d_{x+t+1}}{(1+i)^{x+t+2}} + \dots - P(A_x) \cdot \left(\frac{l_{x+t}}{(1+i)^{x+t}} + \frac{l_{x+t+1}}{(1+i)^{x+t+1}} + \frac{l_{x+t+2}}{(1+i)^{x+t+2}} + \dots \right). \quad (1.2.49.)$$

Na osnovu formula (1.2.10.) i (1.2.12.) prethodna jednakost se može zapisati u obliku:

$$D_{x+t} \cdot {}_tV_x = C_{x+t} + C_{x+t+1} + \dots - P(A_x) \cdot (D_{x+t} + D_{x+t+1} + D_{x+t+2} + \dots). \quad (1.2.50.)$$

Na osnovu formula (1.2.11.) i (1.2.13.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_{x+t} \cdot {}_tV_x = M_{x+t} - P(A_x) \cdot N_{x+t}. \quad (1.2.51.)$$

Iz prethodne formule se može izvesti prospektivna neto matematička rezerva za jedinicu osigurane sume kod doživotnog osiguranja za slučaj smrti kod koga se plaćaju jednake godišnje premije za vreme trajanja osiguranja:

$${}_tV_x = \frac{M_{x+t}}{D_{x+t}} - P(A_x) \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}}. \quad (1.2.52.)$$

Ako je osiguranje za slučaj smrti privremeno, u slučaju smrti osiguranika, koji je zaključio polisu kada je imao x godina, u periodu osiguranja koje je zaključeno na n godina, osiguravač isplaćuje ugovorenu osiguranu sumu K neposredno posle smrti osiguranika. Premije se plaćaju u n jednakih godišnjih rata. U slučaju da osiguranik doživi istek osiguranja, osiguravač nema nikakvu obavezu.

Neka je sa ${}_n P({}_n A_x)$ označena godišnja neto premija za 1 dinar osigurane sume K . Osiguravajuća kompanija će primiti početkom prve godine ugovora od l_x živih lica starih x godina $l_x \cdot {}_n P({}_n A_x)$ dinara, početkom druge godine će primiti $l_{x+1} \cdot {}_n P({}_n A_x)$ dinara, itd. sve do poslednje godišnje rate premije koju će kompanija primiti početkom n -te godine u iznosu $l_{x+n-1} \cdot {}_n P({}_n A_x)$. Za slučaj smrti u prvoj godini ugovora kompanija će isplatiti d_x dinara, u drugoj godini d_{x+1} dinara, itd. u n -toj godini isplatiće d_{x+n-1} dinara. Na osnovu (1.2.47.) važi sledeća jednakost:

$$l_{x+t} \cdot {}_t V_x = \frac{d_{x+t}}{(1+i)} + \frac{d_{x+t+1}}{(1+i)^2} + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{(1+i)^{n-t}} - {}_n P({}_n A_x) \cdot \left(l_{x+t} + \frac{l_{x+t+1}}{(1+i)} + \dots + \frac{l_{x+n-1}}{(1+i)^{n-t-1}} \right). \quad (1.2.53.)$$

Prethodna jednakost se može podeliti sa $(1+i)^{x+t}$ i dobija se:

$$\frac{l_{x+t}}{(1+i)^{x+t}} \cdot {}_t V_x = \frac{d_{x+t}}{(1+i)^{x+t+1}} + \frac{d_{x+t+1}}{(1+i)^{x+t+2}} + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{(1+i)^{x+n}} - {}_n P({}_n A_x) \cdot \left(\frac{l_{x+t}}{(1+i)^{x+t}} + \frac{l_{x+t+1}}{(1+i)^{x+t+1}} + \dots + \frac{l_{x+n-1}}{(1+i)^{x+n-1}} \right). \quad (1.2.54.)$$

Na osnovu formula (1.2.10.) i (1.2.12.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_{x+t} \cdot {}_t V_x = C_{x+t} + C_{x+t+1} + \dots + C_{x+n-1} - {}_n P({}_n A_x) \cdot (D_{x+t} + D_{x+t+1} + \dots + D_{x+n-1}). \quad (1.2.55.)$$

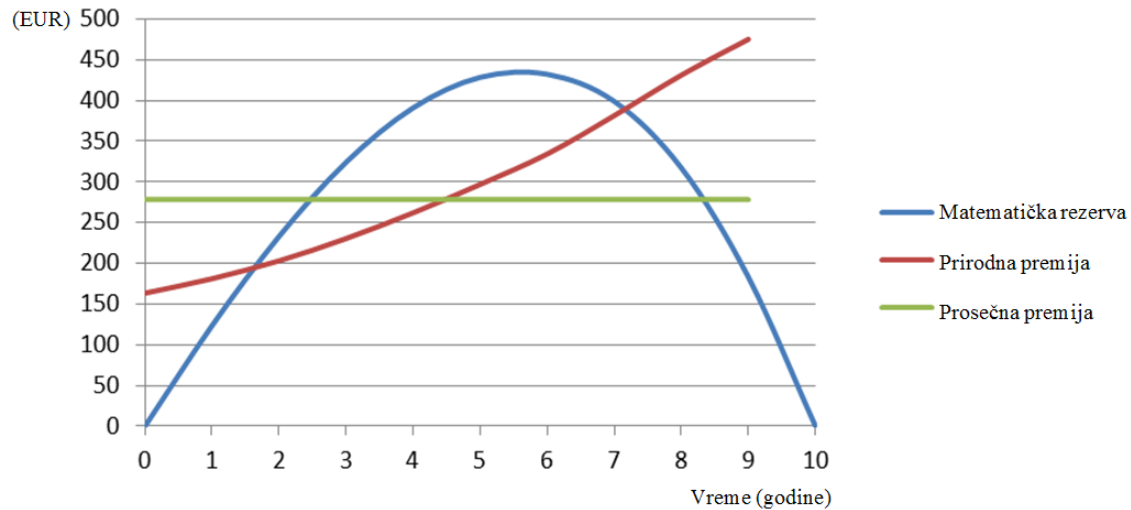
Na osnovu formula (1.2.11.) i (1.2.13.) prethodna jednakost se može zapisati u obliku:

$$D_{x+t} \cdot {}_t V_x = M_{x+t} - M_{x+n} - {}_n P({}_n A_x) \cdot (N_{x+t} - N_{x+n}). \quad (1.2.56.)$$

Iz prethodne formule se može izvesti prospektivna neto matematička rezerva za jedinicu osigurane sume za privremeno osiguranje za slučaj smrti kod koga se plaćaju jednake godišnje premije za vreme n godina trajanja osiguranja:

$${}_t V_x = \frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} - {}_n P({}_n A_x) \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}}. \quad (1.2.57.)$$

Na Slici 1.2.1. prikazan je razvoj matematičke rezerve za privremeno osiguranje kapitala za slučaj smrti po godinama, od početka do kraja osiguranja, kao i prirodna i prosečna premija osiguranja. Vidi se da je prosečna premija u početnim godinama osiguranja znatno viša od prirodne, i ta razlika se odvaja u matematičku rezervu. U kasnijim godinama, kada prosečna premija postaje niža od prirodne, matematička rezerva pada do nule.



Slika 1.2.1. Razvoj matematičke rezerve privremenog osiguranja kapitala za slučaj smrti uz prikaz prirodne i prosečne premije osiguranja

Izvor: Perišić, A. (2016). Ocena adekvatnosti tehničkih rezervi u osiguranju života. *Magistarski rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu

1.2.3.3. Prospektivna metoda obračuna neto matematičke rezerve za osiguranje kapitala za slučaj doživljenja

Kod osiguranja za slučaj doživljenja, u slučaju da osiguranik starosti x doživi istek osiguranja koje je ugovoreno na n godina, osiguravač mu isplaćuje ugovorenu osiguranu sumu K . Premije se plaćaju u n jednakih godišnjih rata. U slučaju smrti osiguranika u periodu osiguranja, osiguravač nema nikakvu obavezu prema osiguraniku.

Neka je sa ${}_n P({}_n E_x)$ označena godišnja neto premija za 1 dinar osigurane sume K . Osiguravajuća kompanija će primiti početkom prve godine ugovora od l_x živih lica starih x godina $l_x \cdot {}_n P({}_n E_x)$ dinara, početkom druge godine će primiti $l_{x+1} \cdot {}_n P({}_n E_x)$ dinara, itd. sve do poslednje godišnje rate premije koju će kompanija primiti početkom n -te godine u iznosu $l_{x+n-1} \cdot {}_n P({}_n E_x)$. U slučaju doživljenja kompanija će isplatiti na kraju n -te godine iznos od l_{x+n} dinara.

Na osnovu (1.2.47.) važi sledeća jednakost:

$$l_{x+t} \cdot {}_t V_x = \frac{l_{x+n}}{(1+i)^{n-t}} - {}_n P({}_n E_x) \cdot \left(l_{x+t} + \frac{l_{x+t+1}}{(1+i)} + \dots + \frac{l_{x+n-1}}{(1+i)^{n-t-1}} \right). \quad (1.2.58.)$$

Prethodna jednakost se može podeliti sa $(1+i)^{x+t}$ i dobija se:

$$\frac{l_{x+t}}{(1+i)^{x+t}} \cdot {}_t V_x = \frac{l_{x+n}}{(1+i)^{x+n}} - {}_n P({}_n E_x) \cdot \left(\frac{l_{x+t}}{(1+i)^{x+t}} + \frac{l_{x+t+1}}{(1+i)^{x+t+1}} + \dots + \frac{l_{x+n-1}}{(1+i)^{x+n-1}} \right). \quad (1.2.59.)$$

Na osnovu formule (1.2.10.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_{x+t} \cdot {}_t V_x = D_{x+n} - {}_n P({}_n E_x) \cdot (D_{x+t} + D_{x+t+1} + \dots + D_{x+n-1}). \quad (1.2.60.)$$

Na osnovu formule (1.2.13.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_{x+t} \cdot {}_tV_x = D_{x+n} - {}_n P({}_n E_x) \cdot (N_{x+t} - N_{x+n}). \quad (1.2.61.)$$

Iz prethodne formule se može izvesti prospektivna neto matematička rezerva za jedinicu osigurane sume za osiguranje za slučaj doživljenja kod koga se plaćaju jednake godišnje premije za vreme n godina trajanja osiguranja:

$${}_tV_x = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - {}_n P({}_n E_x) \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}}. \quad (1.2.62.)$$

1.2.3.4. Prospektivna metoda obračuna neto matematičke rezerve za mešovito osiguranje kapitala za slučaj smrti i slučaj doživljenja

Kod mešovitog osiguranja, u slučaju smrti osiguranika, koji je zaključio polisu kada je imao x godina, u periodu osiguranja koje je zaključeno na n godina, osiguravač isplaćuje ugovorenu osiguranu sumu K neposredno posle smrti osiguranika. U slučaju da osiguranik doživi istek osiguranja osiguravač isplaćuje njemu ugovorenu osiguranu sumu K . Premije se plaćaju u n jednakih godišnjih rata.

Neka je sa ${}_n P(A_{x,n})$ označena godišnja neto premija za 1 dinar osigurane sume K mešovitog osiguranja. Osiguravajuća kompanija će primiti početkom prve godine ugovora od l_x živih lica starih x godina $l_x \cdot {}_n P(A_{x,n})$ dinara, početkom druge godine će primiti $l_{x+1} \cdot {}_n P(A_{x,n})$ dinara, itd. sve do poslednje godišnje rate premije koju će kompanija primiti početkom n -te godine u iznosu $l_{x+n-1} \cdot {}_n P(A_{x,n})$. Za slučaj smrti u prvoj godini ugovora kompanija će isplatiti d_x dinara, u drugoj godini d_{x+1} dinara, itd. u n -toj godini isplatiće d_{x+n-1} dinara. Za slučaj doživljenja kompanija će isplatiti na kraju n -te godine iznos od l_{x+n} dinara. Na osnovu (1.2.47.) važi sledeća jednakost:

$$l_{x+t} \cdot {}_tV_x = \frac{d_{x+t}}{(1+i)} + \frac{d_{x+t+1}}{(1+i)^2} + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{(1+i)^{n-t}} + \frac{l_{x+n}}{(1+i)^{n-t}} - {}_n P(A_{x,n}) \cdot \left(l_{x+t} + \frac{l_{x+t+1}}{(1+i)} + \dots + \frac{l_{x+n-1}}{(1+i)^{n-t-1}} \right). \quad (1.2.63.)$$

Prethodna jednakost se može podeliti sa $(1+i)^{x+t}$ i dobija se:

$$\frac{l_{x+t}}{(1+i)^{x+t}} \cdot {}_tV_x = \frac{d_{x+t}}{(1+i)^{x+t+1}} + \frac{d_{x+t+1}}{(1+i)^{x+t+2}} + \dots + \frac{d_{x+n-1}}{(1+i)^{x+n}} + \frac{l_{x+n}}{(1+i)^{x+n}} - {}_n P(A_{x,n}) \cdot \left(\frac{l_{x+t}}{(1+i)^{x+t}} + \frac{l_{x+t+1}}{(1+i)^{x+t+1}} + \dots + \frac{l_{x+n-1}}{(1+i)^{x+n-1}} \right). \quad (1.2.64.)$$

Na osnovu formula (1.2.10.) i (1.2.12.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

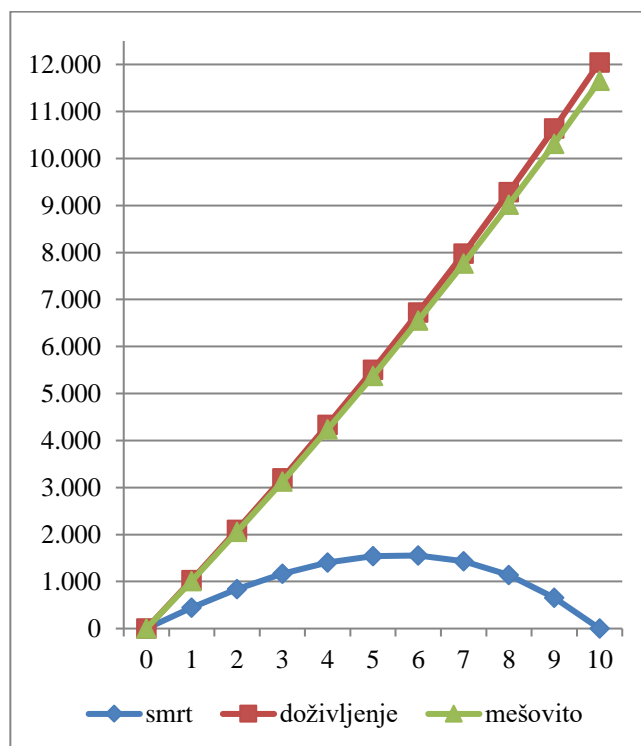
$$D_{x+t} \cdot {}_tV_x = C_{x+t} + C_{x+t+1} + \dots + C_{x+n-1} + D_{x+n} - {}_n P(A_{x,n}) \cdot (D_{x+t} + D_{x+t+1} + \dots + D_{x+n-1}). \quad (1.2.65.)$$

Na osnovu formula (1.2.11.) i (1.2.13.) prethodna jednakost se može napisati na sledeći način:

$$D_{x+t} \cdot {}_tV_x = M_{x+t} - M_{x+n} + D_{x+n} - {}_n P(A_{x,n}) \cdot (N_{x+t} - N_{x+n}). \quad (1.2.66.)$$

Iz prethodne formule se može izvesti prospektivna neto matematička rezerva za jedinicu osigurane sume za mešovito osiguranje kod koga se plaćaju jednake godišnje premije za vreme n godina trajanja osiguranja:

$${}_tV_x = \frac{M_{x+t} - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_{x+t}} - {}_n P(A_{x,n}) \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}}. \quad (1.2.67.)$$



Slika 1.2.2. Razvoj neto matematičke rezerve osiguranja života za privremeno osiguranje kapitala za slučaj smrti, osiguranje za slučaj doživljenja i mešovito osiguranje

Izvor: Obračun autora

Na Slici 1.2.2 prikazan je razvoj neto matematičke rezerve kod privremenog osiguranja kapitala za slučaj smrti, osiguranja za slučaj doživljenja i mešovitog osiguranja po godinama, od početka do kraja osiguranja za osiguranje koje traje deset godina. Sve tri vrste osiguranja imaju istu premiju. Na kraju perioda osiguranja, matematička rezerva je jednaka osiguranoj sumi kod osiguranja kapitala za slučaj doživljenja i mešovitog osiguranja. Matematička rezerva je jednaka nuli na kraju perioda osiguranja kod privremenog osiguranja kapitala za slučaj smrti.

1.2.3.5. Prospektivna metoda obračuna bruto matematičke rezerve

Neto metoda obračuna matematičke rezerve ne uzima u obzir troškove pribave, troškove naplate premije i administrativne troškove osiguranja. Osiguravajuće kompanije obično imaju veće troškove u prvih nekoliko godina trajanja ugovora o osiguranju u odnosu na troškove u narednim godinama. Najveći teret predstavljaju troškovi pribave, čiji najveći deo čine provizije zastupnicima, i oni su uglavnom koncentrisani u prvoj godini osiguranja. Troškovi pribave osiguranja u prvoj godini mogu dovesti u finansijski gubitak kompanije za osiguranje koje koriste neto metode obračuna matematičke rezerve.

Bruto obračun matematičke rezerve pored smrtnosti i kamatne stope u obračun uvodi i troškove sprovođenja osiguranja. Obračun matematičke rezerve po neto metodi daje veći iznos rezerve od obračuna po bruto metodi.

Prema prospektivnoj metodi obračuna bruto matematička rezerva predstavlja zbir sadašnje vrednosti (u trenutku obračuna rezerve) budućih obaveza i sadašnje vrednosti troškova sprovođenja osiguranja umanjen za sadašnju vrednost budućih premija. Može se napisati na sledeći način:³⁴

$${}_tV_x^* = PVB - PVP(1 - k), \quad (1.2.68.)$$

pri čemu su:

- ${}_tV_x^*$ – bruto matematička rezerva u trenutku t za osobu staru x godina,
- PVB – sadašnja vrednost budućih obaveza iz ugovora o osiguranju,
- PVP – sadašnja vrednost budućih premija iz ugovora o osiguranju,
- k – dodatak za buduće troškove osiguranja iskazan u procentima od premije.

Najpoznatija i najšire korišćena metoda obračuna bruto matematičke rezerve je Cilmerova metoda.³⁵ Pored Cilmerove metode, postoje druge bruto metode, a među najznačajnijim su Heknerova (metoda dovoljne premije), Tukerova (fiktivna metoda), Dasonova, itd.

Cilmerovu metodu je predložio August Zillmer 1863. godine sa ciljem da obezbedi usklađenost stvarnog stanja novčanih tokova između ugovarača i osiguravača. Prilikom obračuna matematičke rezerve uzimaju se u obzir stvarni troškovi pribave, tako što se odredi njihova diskontovana vrednost i oduzmu se od prvih nekoliko godišnjih premija, u skladu sa provizijskom šemom za konkretni proizvod. U kasnijim godinama, odgovarajući deo troškova pribave koji je oduzet u prvim godinama, dodaje se premijama u obračunu matematičke rezerve.

Razvojem izraza (1.2.67.) i (1.2.68.) dobija se formula za bruto matematičku rezervu mešovitog osiguranja kod koga se premija plaća u n jednakih godišnjih rata:

$${}_tV_x^* = A_{x+t, n-t} - {}_nP^*(A_{x, n}) \cdot {}_{|n-t}a_{x+t}, \quad (1.2.69.)$$

gde su:

- $A_{x+t, n-t}$ – sadašnja vrednost buduće isplate jedinice osigurane sume za mešovito osiguranje na kraju godine t (jednokratna neto premija),
- ${}_nP^*(A_{x, n})$ – modifikovana (Cilmerova) godišnja premija osiguranja,
- ${}_{|n-t}a_{x+t}$ – neto miza za 1 dinar osigurane neposredne privremene anticipativne rente,
- ${}_nP^*(A_{x, n}) \cdot {}_{|n-t}a_{x+t}$ – sadašnja vrednost budućih Cilmerovih godišnjih premija na kraju godine t .

Pošto ${}_nP^*(A_{x, n})$ predstavlja godišnju tehničku premiju za jedinicu osigurane sume mešovitog osiguranja kapitala, a α maksimalne troškove pribave, Cilmerova premija osiguranja je jednaka tehničkoj premiji uvećanoj za pokriće troškova pribave:

$${}_nP^*(A_{x, n}) = {}_nP(A_{x, n}) + \frac{\alpha}{{}_{|n}a_x}. \quad (1.2.70.)$$

³⁴ Scott, W. F. (1999). *Life Assurance Mathematics*. Aberdeen: University of Aberdeen, p. 102.

³⁵ Zillmer, A. (1863). *Contributions to the Theory of Life Insurance Premium Reserves*. Press of Theodore von der Nahmer.

Korišćenjem prethodnog izraza Cilmerova bruto matematička rezerva postaje:

$${}_tV_x^* = A_{x+t,n-t} - \left({}_nP(A_{x,n}) + \frac{\alpha}{{}_m a_x} \right) \cdot {}_{m-t}a_{x+t}. \quad (1.2.71.)$$

Prepoznavanjem formule za neto matematičku rezervu u gornjem izrazu, dobija se prospektivna bruto matematička rezerva u trenutku t za jedinicu osigurane sume za mešovito osiguranje kapitala kod koga se plaćaju jednake godišnje premije za vreme n godina trajanja osiguranja:

$${}_tV_x^* = {}_tV_x - \alpha \frac{{}_{m-t}a_{x+t}}{{}_m a_x}. \quad (1.2.72.)$$

Bruto matematička rezerva u prvoj godini trajanja osiguranja manja je od matematičke rezerve po neto metodi, dok je u kasnijim godinama veća od matematičke rezerve po neto metodi. Na isteku ugovora o osiguranju iznosi bruto i neto matematičke rezerve se izjednačavaju.

Cilmerova rezerva u prvim godinama osiguranja može biti negativna, ali se u tim slučajevima svodi na nulu.

U praksi se javlja izazov da se komplikovane provizijske šeme određenih osiguravajućih kompanija ne mogu u potpunosti aproksimirati kroz amortizaciju matematičke rezerve Cilmerovom metodom. Tada je potrebno naći drugi model obračuna bruto matematičke rezerve koji će biti odgovarajući u konkretnoj situaciji.

Odluka o tehničkim rezervama Narodne banke Srbije propisuje da maksimalna stopa za Cilmerovu metodu smanjenja bruto matematičke rezerve zbog troškova pribave, ne može da prevazilazi 3,5% ugovorene osigurane sume.³⁶ Ukoliko se pri obračunu bruto matematičke rezerve dobije negativan rezultat, ista Odluka u paragrafu 65 zahteva da se iznos matematičke rezerve svede na nulu.

1.2.4. Novi proizvodi životnog osiguranja

Uobičajena mudrost pri kupovini proizvoda tradicionalnog životnog osiguranja savetuje „kupite rizik osiguranja, a ostalo investirajte”, jer osiguravači nude garancije u kojima su kamatne stope na uložena sredstava procenjene na osnovu konzervativnih pretpostavki.³⁷ Ova preporuka znači da rizike treba prepustiti kompaniji koja se bavi životnim osiguranjem, dok unosna investiciona ulaganja treba da idu ka bankama, investicionim fondovima, zajedničkim fondovima, itd. Ponudom savremenih proizvoda, kompanija koja se bavi životnim osiguranjem je u stanju da se u pogledu ulaganja takmiči sa bankama, investicionim fondovima, itd. Praktično, klijenti i dalje kupuju rizik osiguranja, a ostalo investiraju, ali sve u okviru jedne zajedničke polise životnog osiguranja.

Na svetskom tržištu životnih osiguranja sreće se nekoliko osnovnih klasa savremenih proizvoda, od kojih je najpoznatiji unit linked osiguranje.³⁸ Ovi proizvodi objedinjuju životno osiguranje i ulaganje u investicione fondove. Ulaganje je vezano za kretanje vrednosti investicionih jedinica izabranih fondova, dok su istovremeno sačuvane sve osobine osiguranja života za slučaj smrti. Osiguranik preuzima na sebe upravljanje novčanim sredstvima i odlučuje o izboru investicionog fonda, ili

³⁶ Odluka o tehničkim rezervama, *Službeni glasnik RS*, br. 42/2015 i 36/2017, paragraf 62.

³⁷ Hewett, B. (1995). *Unit linked Business*. Zurich: Swiss Re Life & Health.

³⁸ Jovanović, M. (2009). Unit linked modeli u životnom osiguranju. *Master rad*. Novi Sad: Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu, str.5.

investicionih fondova u koje će biti uložena njegova sredstva od premije unit linked proizvoda. Osiguravajuće kompanije obično imaju ugovore sa više investicionih fondova sa različitim opcijama, troškovima i uslovima, čime se pruža veliki izbor osiguraniku.

Postoje i index linked proizvodi kod kojih je investiranje direktno povezano sa određenim berzanskim indeksom akcija i povraćaj investiranih sredstava je vezan za kretanje izabranog indeksa.³⁹

Sledeća klasa savremenih proizvoda su garantovani equity linked proizvodi, kod kojih je vrednost investicione jedinice jednaka indeksu akcija sa garantovanim minimalnim prinosom.⁴⁰

Najrasprostranjenija i najpopularnija klasa savremenih proizvoda životnog osiguranja je unit linked. Postoji veliki broj različito strukturiranih proizvoda koji spadaju u ovu klasu proizvoda. Posmatrajući zajedničke karakteristike ovih proizvoda, zaključuje se da je osnovni zahtev da osigurana suma, ili premija, ili oboje bude definisano u skladu sa referencama jedinice investicionog fonda, koja je teorijski u vlasništvu ugovarača polise. Rizik investiranja fonda se prebacuje na ugovarača sa kompanije koja se bavi životnim osiguranjem. Ukoliko je povraćaj od investiranja sredstava tehničkih rezervi manji od očekivanog, osiguranik dobija smanjenu osiguranu sumu, ili mu se uvećava premija. Ukoliko je povraćaj veći od očekivanog, osiguranik dobija uvećanu osiguranu sumu. Prebacujući rizik investiranja na osiguranika, kompanija koja se bavi životnim osiguranjem je u stanju da sa mnogo agresivnijim i smelijim kamatnim pretpostavkama određuje cenu unit linked proizvoda i u proseku donese veći povraćaj sredstava osiguraniku. U poređenju sa prodajom klasičnih proizvoda to bi trebalo i da rezultira povećanjem profita kompanije koja se bavi životnim osiguranjem.

Unit linked proizvodi se značajno razlikuju od tradicionalnih proizvoda.⁴¹ Osigurana suma za slučaj smrti kod unit linked proizvoda je veći iznos od vrednosti akumuliranih sredstava u pojedinačnom fondu i iznosa ugovorenog na polisi, dok je kod tradicionalnih proizvoda ona ugovorena na polisi. Osigurana suma za slučaj doživljenja kod unit linked proizvoda je vrednost akumuliranih sredstava na računima osiguranika u investicionim fondovima, dok je kod tradicionalnog osiguranja života to vrednost ugovorena na polisi uvećana za pripisanu negarantovanu dobit.

Otkupna vrednost kod tradicionalnih proizvoda je ugovorena na polisi prikazanim iznosima otkupa po godinama trajanja ugovora i uvećava se za do tada pripisanu negarantovanu dobit. Kod unit linked proizvoda to je vrednost akumuliranih sredstava na računima osiguranika u investicionim fondovima umanjena za troškove. Ulaganje sredstava je pod kontrolom osiguravajuće kompanije kod tradicionalnih, a pod kontrolom osiguranika kod unit linked proizvoda. Investicioni rizik preuzima osiguravač u visini garantovane tehničke kamatne stope kod tradicionalnih proizvoda, a osiguranik kod unit linked proizvoda.

Banke su jedan od kanala prodaje sa najvećim učešćem u ukupnoj premiji životnog osiguranja u razvijenim zemljama. Poznavanje finansijskog stanja klijenta omogućava bankarskom službeniku da ponudi odgovarajući proizvod osiguranja klijentu banke. Pored kanala prodaje, banke su i partner osiguravajućim kompanijama u unapređenju tradicionalnih proizvoda i formiranju novih proizvoda osiguranja čije karakteristike zadovoljavaju specifičnosti bankarskog poslovanja i koji se prodaju samo u bankama. Tipičan primer takvog proizvoda je osiguranje za slučaj smrti osiguranika, koji je dobio dugoročni kredit od banke, sa opadajućom osiguranom sumom, koja prati ostatak duga po

³⁹ Filipović, N. (2020). Osvrt na dva pitanja u vezi sa investicionim uslugama osiguranja. *Tokovi osiguranja 2020/3*, str. 31-43.

⁴⁰ Barigou, K., Delong, L. (2021). Pricing equity-linked life insurance contracts with multiple risk factors by neural networks. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2021, 404, p. 2.

⁴¹ Pavlović, B. (2009). Novi proizvodi na tržištu životnog osiguranja. *Specijalistički rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 114-115.

kreditu u anuitetskom planu. Pored toga, u bankama se prodaje mešovito osiguranje sa jednokratnom uplatom premije uz koje se često ugovara dopunsko osiguranje za slučaj smrti i invaliditeta usled nesrećnog slučaja. Tradicionalni proizvodi životnog osiguranja koji se nude u bankama su često fleksibilniji u smislu promene određenih karakteristika ugovora, kao što je osigurana suma, dinamika plaćanja premije, indeksacija premije i sl. Na taj način ovi tradicionalni proizvodi menjaju ključne karakteristike i praktično postaju novi proizvodi.

Novi proizvodi donose i nove rizike. Prvi od njih je rizik profitabilnosti uvođenja novih proizvoda. Bez obzira na istraživanje tržišta i pripremu proizvoda ne može se unapred proceniti koliko će prodaja novog proizvoda biti uspešna. Razvoj i implementaciju svakog novog proizvoda prate značajni troškovi i u slučaju da se ispostavi da nema dovoljno zainteresovanih klijenata za kupovinu, taj proizvod može da donese gubitak osiguravajućoj kompaniji.

Specifičan rizik za unit linked je rizik niskih kamatnih stopa u dužem periodu, koji dovodi do reputacionog rizika za osiguravajuće kompanije, jer one ne mogu da ostvare zadovoljavajući i kroz marketinške sadržaje nagovešteni prinos na uložena sredstva osiguranika. Rizik niskih kamatnih stopa u dužem periodu takođe prouzrokuje gubitak konkurentnosti proizvoda osiguranja u odnosu na bankarske proizvode u trenutku povećanja kamatnih stopa, jer su banke mnogo fleksibilnije u praćenju tržišnih kamatnih stopa od osiguravajućih kompanija.

Nove regulative donose nove rizike. Rizici neusklađenosti s novim zakonskim propisima kao što je npr. regulativa kojom se uređuje zaštita podataka - GDPR (skraćeno od engl. General Data Protection Regulation)⁴² u Evropskoj uniji, mogu prouzrokovati velike kazne za osiguravajuće kompanije.

Rizici koji prate digitalizaciju poslovanja takođe spadaju u nove rizike. Naročito su zastupljeni kod novih proizvoda, koji se prodaju ili je njihova prodaja podržana, pomoću savremenih tehnologija. Sve aplikacije i sajtovi koji su dostupni preko Interneta, u određenoj meri su ranjivi na zlonamerne softvere. Njihov rad može biti onemogućen ili čak u ekstremnim slučajevima i klijenti mogu biti dovedeni u opasnost korišćenjem napadnutih sajtova osiguravajućih kompanija.

⁴² Regulation (EU) 2016/679 of the European Parliament and of the Council of 27 April 2016 on the protection of natural persons with regard to the processing of personal data and on the free movement of such data, and repealing Directive 95/46/EC (General Data Protection Regulation). *Official Journal of the European Union* (2016/L 119).

1.3. Upravljanje rizicima u kompaniji za životno osiguranje

Kompanije za osiguranje imaju veliki značaj za stabilnost finansijskog sistema države. Ako jedan osiguravač ima problema u poslovanju i značajno uspori ili prestane da isplaćuje naknade za štete iz osiguranja, to može uticati na gubitak poverenja u sektor osiguranja u celosti. Usled mogućnosti nastanka kriznih situacija i eventualnog gubitka poverenja u ceo finansijski sistem, zakonom se uređuje stroga kontrola delatnosti osiguranja, čiji važan deo je kontrola rizika i solventnosti osiguravajućih kompanija. Zato zakonodavac insistira na transparentnosti poslovanja osiguravača, kao i sveobuhvatnom izveštavanju nadzornog organa da bi se obezbedila kontinuirana kontrola poslovanja osiguravača.

Prilikom oblikovanja organizacione strukture osiguravajuće kompanije, veoma je važno stvaranje uslova za prepoznavanje rizika kojima je osiguravač izložen, izvora i vrsta rizika, njihovih karakteristika, međusobne povezanosti i potencijalnog uticaja, kao i obaveza koje iz toga proističu. Zato je potrebno obezbediti mehanizme za identifikaciju, kvantifikaciju, kontrolu, ublažavanje i praćenje rizika, usklađenost poslovanja sa propisima, odgovarajuće interne kontrole i funkciju interne revizije za proveru sprovođenja internih kontrola. Preduslov za uspešno upravljanje rizikom je jasna i precizna podela odgovornosti između organa upravljanja kompanijom, ključnih funkcija, ali i ostalih zaposlenih.

1.3.1. Podela odgovornosti u osiguravajućoj kompaniji

Po Zakonu o osiguranju⁴³, organi upravljanja u osiguravajućoj kompaniji u Srbiji su nadzorni i izvršni odbor, i oni imaju najveću odgovornost u organizovanju adekvatnog sistema upravljanja rizicima.

Nadležnost nadzornog odbora osiguravajućih kompanija koje posluju na srpskom tržištu osiguranja regulisana je Zakonom o privrednim društvima⁴⁴ i Zakonom o osiguranju⁴⁵. Nadzorni odbor ima širok spektar nadležnosti koje obuhvataju različite aspekte upravljanja i nadzora poslovnih društava. Jedna od osnovnih nadležnosti nadzornog odbora je utvrđivanje poslovnih ciljeva, godišnjeg plana i strategije kompanije, kao i nadzor nad njihovim ostvarenjem. Takođe, nadzorni odbor ima ulogu imenovanja i nadzora članova izvršnog odbora, što uključuje ocenjivanje njihovog rada i rezultata. Uz to, nadzorni odbor ima odgovornost usvajanja politika kompanije, finansijskih izveštaja i sistema nagrađivanja zaposlenih, donosi odluke u vezi s akcijama i dividendama, informiše Narodnu banku Srbije o nepravilnostima u radu i razmatra njene nalaze iz postupka nadzora. Jedna važna nadležnost nadzornog odbora je obezbeđivanje uslova za ostvarenje poslovnih ciljeva akcionara i zadovoljstva klijenata. To podrazumeva vođenje računa o interesima akcionara i pružanje kvalitetnih usluga korisnicima. U okviru sistema upravljanja rizicima, nadzorni odbor uspostavlja sistem internih kontrola i donosi strategiju upravljanja rizicima. Takođe, uređuje pravilnikom nadležnosti interne revizije i usvaja plan njenog rada radi obezbeđivanja transparentnosti i efikasnosti internih procesa. Nadzorni odbor predlaže skupštini eksternog revizora i razmatra njegove izveštaje o obavljenoj

⁴³ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21, član 59.

⁴⁴ Zakon o privrednim društvima. *Službeni glasnik RS*, br. 36/2011, 99/2011, 83/2014 - dr. zakon, 5/2015, 44/2018, 95/2018, 91/2019 i 109/2021, član 232.

⁴⁵ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21, član 55.

reviziji finansijskih izveštaja. Takođe, razmatra i izveštaje interne revizije, što doprinosi celokupnoj transparentnosti i integritetu poslovanja. Ove nadležnosti nadzornog odbora čine ga ključnim organom u obavljanju nadzora i osiguranju efikasnog upravljanja poslovnim društvima u Srbiji.⁴⁶

Drugim rečima, nadzorni odbor obezbeđuje vršenje nadzora nad sistemom upravljanja rizicima. U saradnji sa izvršnim odborom definiše apetit za rizikom, što predstavlja nivo rizika koji je kompanija spremna da prihvati u ostvarivanju svojih poslovnih planova. Takođe, nadzorni odbor procenjuje da li osiguravač postupa na adekvatan način u odnosu na usvojeni apetit za rizikom.

Izvršni odbor ima krucijalnu ulogu u vođenju poslova osiguravača u skladu sa Zakonom⁴⁷ i obavlja dnevni nadzor nad aktivnostima zaposlenih. Njegove nadležnosti su širokog opsega i imaju za cilj zakonitost rada, tačnost finansijskih izveštaja i ostvarivanje poslovnih ciljeva i strategije kompanije. Jedna od glavnih nadležnosti izvršnog odbora je usmeravanje poslovnog planiranja i donošenje smernica za novo poslovno planiranje. Donosi akta koja se odnose na poslovnu i investicionu politiku kompanije i osigurava njihovu primenu u skladu s postavljenim ciljevima. Izvršni odbor ima odgovornost za usvajanje i sprovođenje procedura za rešavanje odštetnih zahteva, kako bi se obezbedio pravilan postupak i zadovoljstvo korisnika osiguranja. Obezbeđuje i uslove za sigurnost informacionog sistema kompanije kako bi se zaštitili podaci i očuvala pouzdanost operativnih sistema. Izvršni odbor obaveštava nadzorni odbor o svim nepravilnostima i podnosi odgovarajuće izveštaje o poslovanju i finansijske izveštaje prema propisanoj vremenskoj dinamici. Takođe, sprovodi odluke skupštine i nadzornog odbora kako bi se osigurala njihova efikasna implementacija. U okviru sistema upravljanja rizicima, izvršni odbor implementira sistem internih kontrola i strategiju za upravljanje rizicima. On usvaja procedure za identifikaciju i procenu rizika, praćenje rizika i upravljanje njima. Takođe, razmatra efikasnost primene tih procedura i redovno izveštava nadzorni odbor o tim aktivnostima. Jedna od ključnih odgovornosti izvršnog odbora je sprovođenje upravljanja rizicima u kompaniji. To uključuje razvoj strategija i procedura koje su potrebne za kontinuirano praćenje rizika, prepoznavanje njihove međusobne povezanosti, merenje i izveštavanje o rizicima. Takođe, izvršni odbor radi na implementaciji odgovarajuće kulture rizika u kompaniji i obezbeđuje uslove za rad direktora organizacionih celina i vrši svakodnevni nadzor nad aktivnostima zaposlenih koje su povezane sa rizicima. Ove nadležnosti izvršnog odbora imaju za cilj da se obezbedi odgovorno upravljanje poslovnim rizicima i postizanje poslovnih ciljeva kompanije, pridržavajući se zakonskih propisa i najboljih praksi u sektoru osiguranja.

U sistemu upravljanja rizicima direktori organizacionih celina imaju operativnu ulogu u sprovođenju svih pojedinačnih procedura. Identifikuju i procenjuju rizike i utvrđuju način reagovanja na rizike putem efektivnih internih kontrola, koje su opisane u procedurama za pojedinačne procese unutar kompanije za osiguranje.

1.3.2. Korporativno upravljanje kao osnov upravljanja rizicima

Upravljanje rizikom se može smatrati najvažnijim delom korporativnog upravljanja svake kompanije. Rizici u poslovanju kompanija za osiguranje su specifični, jer osiguravači dele opštu prirodu rizika sa kompanijama iz drugih delatnosti, ali postoji i poseban rizik preuzimanja u osiguranje. Korporativno upravljanje ne treba posmatrati kao poseban sistem koji obuhvata skup struktura i procesa koji su nezavisni od upravljanja rizicima i sistema internih kontrola, jer između njih postoje jake uzajamne veze. Razlozi za integrisani pristup su brojni: korporativno upravljanje pri utvrđivanju

⁴⁶ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21.

⁴⁷ Isto, član 58.

strategija i poslovnih ciljeva zasniva se na razmatranju rizika, sistem interne kontrole zasniva se na riziku, uspostavljanje kontrole ima za cilj upravljanje rizikom, te povećanje verovatnoće ostvarenja poslovnih planova, itd.

Vasiljević (2007) je dao opštu definiciju korporativnog upravljanja, koja se može koristiti i u delatnosti osiguranja: „U pravnom smislu, korporativno upravljanje moglo bi se definisati kao specifičan zastupnički odnos između uprave i akcionarskog društva, nastao na osnovu ugovora i zakona, u kom uprava preuzima obavezu upravljanja društvom putem donošenja poslovnih odluka u skladu sa standardom dobrog privrednika u najboljem interesu društva (a time i svih njegovih konstituenata, prvenstveno akcionara), postupajući pri tome po odlukama skupštine društva i uz njen nadzor i nadzor nezavisnih tela i lica, dok se to društvo obavezuje da joj isplati ugovorenu naknadu.”⁴⁸

Značaj korporativnog upravljanja za osiguravajuće kompanije se može se videti iz izveštaja Narodne banke Srbije o tržištu osiguranja, gde npr. u izveštaju za prvu polovinu 2015. godine, stoji i preporuka da je jedna od ključnih oblasti kojima bi osiguravači trebalo da se bave upravo korporativno upravljanje⁴⁹

Na korporativno upravljanje u kompaniji za osiguranje primenjuju se opšti principi korporativnog upravljanja, s obzirom da je u pitanju kompanija koja samostalno posluje na tržištu u cilju ostvarivanja profita. Istovremeno, primenjuje se i posebna regulativa koja se odnosi samo na kompanije za osiguranje, jer one posluju u oblasti finansijskih usluga, gde privredni subjekti nisu u slobodnom režimu osnivanja i obavljanja delatnosti. Na primer, osiguravači imaju obavezu dobijanja prethodne saglasnosti na izbor i imenovanje članova uprave. Takođe, Zakonom o osiguranju⁵⁰ uređen je kontinuiran pristup identifikovanju, praćenju i upravljanju rizicima, kojima je kompanija za osiguranje izložena. Ovakvim pristupom regulator pokušava da obezbedi zaštitu interesa korisnika usluga osiguranja, akcionara i drugih zainteresovanih lica. Pitanja korporativnog upravljanja u kompaniji za osiguranje koja reguliše Zakon o osiguranju su: osnivanje, pitanja sistema upravljanja i kontrole koji se zasnivaju na upravljanju rizicima i nadzor nad delatnošću osiguranja. Nov koncept korporativnog upravljanja zasnovan na rizicima, uređuje posebne dužnosti i odgovornosti organa osiguravača u vezi sa upravljanjem rizicima. Svaki od zakonom utvrđenih organa (skupština, nadzorni odbor, izvršni odbor) ima svoja ovlašćenja i jasno razgraničene uloge. Pri tome je važno da se pojedinačna ovlašćenja članova uprave urede kompanijskim aktima, kako bi svaki član uprave, a naročito izvršnog odbora, imao jasno definisana ovlašćenja i odgovornosti. Pored propisane strukture organa upravljanja od izuzetnog su značaja i dobra poslovna reputacija, stručnost i iskustvo svakog člana uprave. Prava, obaveze i odgovornosti organa upravljanja su takođe od velikog značaja, jer njihovo adekvatno definisanje, kao i jasno razgraničenje prava i obaveza između različitih organa obezbeđuje sprečavanje sukoba interesa između organa i utvrđivanje pojedinačne odgovornosti.

Zakon o osiguranju iz 2014. godine je prvi put uspostavio obavezan dvodomni sistem upravljanja koji je, kao jedan od dva sistema, predviđen Zakonom o privrednim društvima.⁵¹ Iz Zakona o osiguranju proizlazi veći broj osnovnih načela korporativnog upravljanja i to: načelo obaveznosti organa osiguravača, obavezne strukture organa, ispunjenosti strogih uslova za izbor članova organa,

⁴⁸ Vasiljević, M. (2007). *Korporativno upravljanje: pravni aspekti*. Beograd: Pravni fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 23.

⁴⁹ Narodna banka Srbije (2015). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji - Izveštaj za drugo tromesečje 2015. godine*. Beograd: Narodna banka Srbije, str. 12.

⁵⁰ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21, član 148.

⁵¹ Zakon o privrednim društvima. *Službeni glasnik RS*, br. 36/2011, 99/2011, 83/2014 - dr. zakon, 5/2015, 44/2018, 95/2018, 91/2019 i 109/2021, član 417.

nespojivosti članstva u izvršnom i nadzornom odboru i načelo o nezavisnim članovima nadzornog odbora.⁵²

1.3.3. Upravljanje rizicima u osiguravajućim kompanijama kroz četiri ključne funkcije

Četiri ključne funkcije su sledeće organizacione celine u osiguravajućoj kompaniji, koje su uključene u sistem upravljanja rizicima:

- funkcija upravljanja rizicima,
- funkcija usklađenosti sa propisima,
- funkcija interne revizije i
- aktuarska funkcija.

Zaposleni koji obavljaju ključne funkcije moraju ispunjavati određene kriterijume po pitanju sopstvene reputacije i integriteta i imati odgovarajuće profesionalne kvalifikacije i iskustvo. Pored izbora kvalitetnih zaposlenih u ključnim funkcijama potrebno je obezbediti i podršku odgovarajućeg integrisanog informacionog sistema za njihov rad.

Nije dovoljno samo formalno uspostavljanje funkcija koje će se baviti rizicima, neophodno je preciziranje uloge, delokruga rada i odgovornosti svake funkcije, kao i uspostavljanje koordinacije njihovog rada i njihove međusobne saradnje.

1.3.3.1. Funkcija upravljanja rizicima

Sistem upravljanja rizicima predstavlja neizostavnu komponentu kvalitetnog sistema upravljanja osiguravajućom kompanijom. Upravljanje rizicima omogućava osiguravaču da potpuno razume rizike kojima je izložen i kojima može biti izložen u budućnosti, kao i da njima upravlja na odgovarajući način. Uspostavljanje funkcije upravljanja rizicima u osiguravajućoj kompaniji se zahteva u zakonskim regulativama velikog broja zemalja.

Sistem upravljanja rizicima inkorporira strategije, procese i procedure izveštavanja koje identifikuju, procenjuju, kvantifikuju, kontrolišu, ublažavaju i nadgledaju rizike. Ovaj sistem bi trebalo da obezbedi kontinuirano obavljanje poslovnih aktivnosti i prepoznavanje međuzavisnosti rizika uzimajući u obzir prirodu, veličinu i kompleksnost poslovanja osiguravača.

Funkcija upravljanja rizicima je organizacioni deo osiguravajuće kompanije koji je zadužen za implementaciju strategija i politika nadzornog odbora. Najčešće je direktno potčinjena nadzornom odboru.

Može se sastojati od nekoliko organizacionih celina, npr. podfunkcija za svaku kategoriju rizika, ali tada je potrebno obezbediti i jednu centralnu funkciju koja će sakupljati i sistematizovati informacije od svih podfunkcija. Uvođenje podfunkcija upravljanja rizicima povećava troškove, otežava obezbeđenje nezavisnosti svih pojedinačnih podfunkcija i otežava zapošljavanje odgovarajućih stručnjaka, jer ih nema dovoljno na tržištu. Zato većina osiguravača centralizuje ovu funkciju.

⁵² Stojković, LJ. (2016). Pravni aspekti kontrole i upravljanja rizicima u akcionarskom društvu za osiguranje. *Doktorska disertacija*. Beograd: Pravni fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 69.

Funkcija upravljanja rizicima može biti kombinovana sa drugim funkcijama sve dok je obezbeđena njena nezavisnost. Potrebno je da osiguravač omogući ovoj funkciji pristup svim informacijama relevantnim za obavljanje zadataka.

Zadaci koje obavlja funkcija upravljanja rizikom su: pružanje pomoći nadzornom odboru u funkcionisanju sistema upravljanja rizicima izvođenjem određenih stručnih analiza i praćenjem kvaliteta rada ovog sistema; održavanje individualnog, grupnog i ukupnog profila rizika osiguravača; izveštavanje nadzornog odbora o izloženosti riziku i aktivnostima za upravljanje tom izloženošću; savetovanje nadzornog odbora po pitanjima upravljanja rizicima u delu korporativnih strategija, akvizicija, velikih projekata i investicija.⁵³

Uobičajene prepreke za uspešan rad ove funkcije su neadekvatni podaci, izazovi koje donosi nova tehnologija, kulturološke razlike i neadekvatna obuka zaposlenih.

1.3.3.2. Funkcija usklađenosti poslovanja sa propisima

Funkcija usklađenosti poslovanja sa propisima ima zadatak da obezbedi usklađenost poslovanja osiguravajuće kompanije sa zakonskom regulativom iz oblasti osiguranja, primenjujući odgovarajuće strategije, politike i procedure. Ova funkcija doprinosi smanjenju pravnog rizika za osiguravača. Nadzorni odbor treba da omogući da ova funkcija može samoinicijativno da istraži svako potencijalno kršenje usklađenosti poslovanja sa propisima. Ova funkcija može biti kombinovana sa drugim funkcijama sve dok je obezbeđena njena nezavisnost.

Osnovni zadaci funkcije usklađenosti poslovanja sa propisima su: identifikovanje i razumevanje zakonske regulative koja uređuje poslovanje osiguravajućih kompanija, kao i njenih izmena koje mogu imati uticaj na poslovanje osiguravača; sprovođenje raznih analiza rizika (ne)usklađenosti poslovanja sa propisima; priprema kodeksa ponašanja zaposlenih, upravljanje njegovom implementacijom i provera njegove primene u praksi; priprema i ažuriranje politika i procedura i kontrola usklađenosti poslovanja sa propisima; razvijanje svesti zaposlenih o važnosti usklađenosti poslovanja sa propisima, etičkom ponašanju i postojanju obaveza prema supervizoru delatnosti osiguranja, kao i drugih pravnih obaveza osiguravača, kroz komunikaciju, obuku i druge strategije; obezbeđenje mehanizama za ohrabrivanje zaposlenih i olakšavanje njihovog izveštavanja o potencijalnim neusklađenostima poslovanja sa propisima; kreiranje načina za otkrivanje, istraživanje i rešavanje bilo koje neusklađenosti sa propisima ili kršenja propisa i pružanje pomoći zaposlenima u ispunjavanju određenih obaveza definisanih zakonskim propisima i internim procedurama; redovna provera adekvatnosti sistema usklađenosti poslovanja sa propisima; redovno izveštavanje nadzornog odbora o stanju sistema usklađenosti poslovanja i eventualnim kršenjima propisa.⁵⁴

Pored navedenih zadataka postoje i propisane obaveze za ovu funkciju u okviru izveštavanja supervizora.

1.3.3.3. Funkcija interne revizije

Poslovi interne revizije su sledeći: obezbeđuje nadzornom odboru informaciju o adekvatnosti i efektivnosti internih kontrola, politika i procedura, kroz uspostavljanje i sprovođenje, na riziku zasnovanog, plana revizije, u kratkom i dugom roku, u skladu sa postojećim i planiranim aktivnostima

⁵³ IAIS & OECD. (2009). *Issues Paper on Corporate Governance*. Basel: International Association of Insurance Supervisors & Organisation for Economic Co-operation and Development, p. 32.

⁵⁴ Isto, p. 37.

osiguravajuće kompanije, vrši redovnu reviziju svih poslovnih aktivnosti osiguravača i iscrpno i redovno izveštava o svojim nalazima i preporukama.

Nezavisnost ove funkcije je veoma važna, pa zbog eventualnog konflikta interesa interni revizor ne može biti imenovan na, druge odgovorne pozicije u osiguravajućoj kompaniji.⁵⁵ Osiguravač treba da obezbedi da funkcija interne revizije radi samostalno, a ne po instrukcijama uprave, da se ne bi ugrozila nezavisnost i nepristrasnost revizije.

Interna revizija priprema svoju politiku, koja definiše uslove pod kojima funkcija interne revizije može biti pozvana da pripremi svoje mišljenje o određenom problemu ili izvrši specijalni zadatak, interne procedure po kojima rukovodilac funkcije interne revizije izveštava supervizora delatnosti osiguranja i kriterijum za dodeljivanje zadataka zaposlenima u internoj reviziji. Politiku interne revizije usvaja nadzorni odbor.

Funkcija interne revizije je dužna da dokumentuje svoj rad, u cilju omogućavanja eventualne buduće nezavisne provere. Preporuke ove funkcije moraju imati definisan rok za otklanjanje nedostataka, kao i lica koja će biti odgovorna za njihovo otklanjanje.

Funkcija interne revizije dostavlja nadzornom odboru izveštaj sa informacijama o izvršenju plana revizije i realizaciji otklanjanja nedostataka iz revizorskih preporuka, bar jednom godišnje.

1.3.3.4. Aktuarska funkcija

Aktuari imaju važnu ulogu u osiguravajućoj kompaniji. Najčešće se bave obračunom premije, obračunom tehničkih rezervi, razvojem proizvoda, izveštavanjem uprave, obračunom profitabilnosti, itd.

Ovlašćenog aktuara imenuje organ upravljanja osiguravača, u Srbiji je to nadzorni odbor, uz saglasnost supervizora delatnosti osiguranja. Za imenovanje, aktuar mora da ispuni i određene uslove, kao što je višegodišnje radno iskustvo na aktuarskim poslovima i posedovanje licence ovlašćenog aktuara. Imenovani ovlašćeni aktuar ima ključnu ulogu u osiguravajućoj kompaniji, jer proverava dovoljnost tehničkih rezervi za ispunjenje obaveza prema osiguranicima i adekvatnost kapitala i daje mišljenje na finansijske izveštaje i akta poslovne politike. Imenovani ovlašćeni aktuar je po Zakonu nezavisan, pa zbog eventualnog konflikta interesa ne može biti postavljen na još jednu odgovornu poziciju u osiguravajućoj kompaniji.

U režimu Solventnost II ulogu ovlašćenog aktuara u praksi preuzima aktuarska funkcija koja ima slične zadatke.⁵⁶ Aktuari identifikuju neusaglašenosti sa propisima u vezi obračuna tehničkih rezervi i pripremaju predloge upravi za sprovođenje korekcija. Izveštavaju upravu o svim materijalnim promenama u podacima, pretpostavkama i metodologiji za obračun tehničkih rezervi u odnosu na prethodni obračun. Oni procenjuju konzistentnost podataka na kojima se zasniva obračun tehničkih rezervi, njihovu usaglašenost sa standardima kvaliteta podataka i pripremaju predloge upravi za poboljšanje kvaliteta podataka. Izveštavaju upravu o eventualnim materijalnim neslaganjima realizovanog iskustva sa najboljom procenom i pripremaju predloge upravi za unapređenje modela za najbolju procenu. Takođe, aktuari razmatraju međuzavisnosti programa reosiguranja, politike preuzimanja rizika u osiguranje i tehničkih rezervi. Kreiraju interni model za merenje rizika u cilju određivanja potrebnog kapitala za solventnost.

⁵⁵ EIOPA. (2015). *Guidelines on System of Governance*. Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority, pp. 17-18.

⁵⁶ Isto, pp. 18-19.

Iako EIOPA to nije eksplicitno propisala, aktuarska funkcija ima važnu ulogu i u pripremi ORSA izveštaja, što će biti detaljnije obrazloženo u drugom delu ove disertacije.

1.4. Savremene tendencije na tržištu životnog osiguranja

Životno osiguranje ispoljava različite tendencije i trendove u različitim geografskim područjima. U ovom odeljku će biti analizirani poslednji javno dostupni podaci u trenutku pisanja disertacije o svetskom tržištu životnog osiguranja, tržištu regiona i srpskom tržištu za 2021. godinu.

1.4.1. Karakteristike svetskog tržišta životnog osiguranja

Ukupna premija osiguranja na svetskom tržištu, prešla je 5 biliona američkih dolara (USD) po prvi put u 2018. godini.⁵⁷ Posle samo 3 godine, u 2021. godini, dostigla je skoro 7 biliona USD (6.861 milijardi USD). Realni rast ukupne svetske premije u 2021. godini bio je 3,4%, dok je nominalni rast iznosio oko 9%.⁵⁸ Kao što se vidi u Tabeli 1.4.1, najveće tržište osiguranja u svetu i dalje je u SAD-u, sa sličnim učešćem u poslednjih tridesetak godina, dok je u tom periodu Kina krenula od nule i dostigla 10% učešća, sa trendom daljeg rasta. Najveći gubitnik u poslednjih tridesetak godina je Japan, čije se tržišno učešće mereno visinom ukupne premije smanjilo za skoro dve trećine. Najveći rast među prvih deset najvećih tržišta osiguranja na svetskom nivou u 2021. u odnosu na 2020. godinu imale su Francuska (oko 24%), Velika Britanija (oko 17%) i Kanada (oko 16%).

Tabela 1.4.1. Promena tržišnog učešća deset zemalja sa najvećom premijom u poslednjih tridesetak godina

	Zemlja	Tržišno učešće	
		2021. godine	1980. godine
1.	SAD	39,6%	42%
2.	Kina	10,1%	0%
3.	Japan	5,9%	16%
4.	Velika Britanija	5,8%	7,4%
5.	Francuska	4,3%	5,5%
6.	Nemačka	4,0%	8,6%
7.	Južna Koreja	2,8%	0,4%
8.	Italija	2,2%	0,3%
9.	Kanada	2,4%	1,8%
10.	Indija	1,9%	Tajvan 2,7%

Izvor: Swiss Re Institute. (2022). World Insurance: inflation risks front and centre, *Sigma*, 4(2022), p.15.

⁵⁷ Swiss Re Institute. (2019). World Insurance: the great pivot east continues, *Sigma*, 3(2019), p. 35.

⁵⁸ Swiss Re Institute. (2022). World Insurance: inflation risks front and centre, *Sigma*, 4(2022), p. 14.

Premija životnog osiguranja na svetskom tržištu u 2021. godini, iznosila je 2.998 milijardi USD, što je činilo 43,7% ukupne premije. Realna stopa rasta premije životnog osiguranja bila je 4,5%, što je veliki oporavak tržišta u odnosu na pad od 4,2% u 2020. godini usled pandemije COVID 19.⁵⁹ Premija u zemljama u razvoju je rasla za 1,5%, dok je u razvijenim zemljama porasla za 5,4%. Prvih deset zemalja po premiji životnog osiguranja zauzima preko 75% svetskog tržišta (videti Tabelu 1.4.2). Francuska je zabeležila izuzetan rast u 2021. godini zbog velikog rasta prodaje unit linked osiguranja.

Premija reosiguranja, koju su cedirali osiguravači u 2021. godini, na svetskom nivou je skoro dostigla 600 milijardi USD, od čega je oko 250 milijardi USD premija životnog reosiguranja.⁶⁰ Prirodne katastrofe, imale su za posledicu ukupne štete od oko 280 milijardi USD u 2021. godini, od čega su najveće pojedinačne štete izazvali: uragan Ida (65 mlrd. USD), poplave u Evropi (43 mlrd. USD) i snežna oluja u Teksasu (23 mlrd. USD). Samo oko 120 milijardi USD šteta, koje su izazvale prirodne katastrofe, bilo je pokriveno osiguranjem.

Takođe, po prvi put u istoriji, penetracija kao procentualno učešće ukupne premije osiguranja u bruto domaćem proizvodu na svetskom nivou, dostigla je 7% u 2021. godini, dok je u životnom osiguranju bila 3,2%.⁶¹ Najveću penetraciju imali su Kajmanska ostrva (21,0%), Hong Kong (19,6%) i Tajvan (14,8%). U životnom osiguranju najveću penetraciju u 2021. godini imali su Hong Kong (17,3%), Tajvan (11,6%) i Južnoafrička Republika (10,0%).

Tabela 1.4.2. Premija životnog osiguranja deset zemalja sa najvećim tržištem

	Zemlja	Premija 2021. godine	
		Iznos (mlrd. USD)	Rast u odnosu na 2020. god.
1.	SAD	609,6	7,5%
2.	Kina	365,5	5,2%
3.	Japan	295,8	-1,6%
4.	Velika Britanija	284,3	19,0%
5.	Francuska	185,4	34,9%
6.	Italija	146,0	13,0%
7.	Nemačka	110,0	3,0%
8.	Južna Koreja	101,9	-1,2%
9.	Indija	96,7	14,2%
10.	Tajvan	89,1	-2,3%

Izvor: Swiss Re Institute. (2022). World Insurance: inflation risks front and centre. *Sigma*, 4(2022), p. 39.

Najveću ukupnu gustinu osiguranja (ukupna premija po glavi stanovnika) imali su Kajmanska ostrva (19.177 USD), Hong Kong (9.556 USD) i SAD (8.193 USD). Najveću gustinu životnog osiguranja u 2021. godini imali su Hong Kong (8.433 USD), Makao (6.329 USD) i Danska (5.803 USD).

⁵⁹ Swiss Re Institute. (2022). World Insurance: inflation risks front and centre, *Sigma*, 4(2022), p. 13.

⁶⁰ International Association of Insurance Supervisors. (2022). *Global Insurance Market Report No 9*, Basel: IAIS, p. 48.

⁶¹ Swiss Re Institute. (2022). World Insurance: inflation risks front and centre, *Sigma*, 4(2022), p. 16.

Povećanje kamatnih stopa usled inflacije u drugoj polovini 2021. godine imalo je kontraefekat na profitabilnost investicija, jer veći prinosi smanjuju tržišnu vrednost postojećih obveznica u investicionim portfeljima. Međutim, ponovna procena vrednosti portfelja zbog promena kamatnih stopa obično nema značajan uticaj na ukupnu profitabilnost osiguravajućih kompanija, pošto osiguravajuće kompanije koje se bave životnim osiguranjem obično drže obveznice do dospeća zbog potrebe za usklađivanjem duracije imovine i obaveza, te se zato većina kapitalnih gubitaka ne priznaje u bilansima.

1.4.2. Osnovne odrednice tržišta životnog osiguranja u regionu

Ne postoji opšte prihvaćeni spisak zemalja koje pripadaju našem regionu, pa će se u ovoj disertaciji pod regionom podrazumevati države koje se graniče sa Srbijom. Među njima postoji velika razlika u razvijenosti tržišta osiguranja, naročito između zemalja članica Evropske unije (EU) i zemalja koje to nisu, pa će region u daljem razmatranju biti podeljen u dve grupe.

U grupi zemalja koje pripadaju EU, po ukupnoj premiji osiguranja u 2021. godini, izdvaja se Mađarska sa 4,3 milijarde USD, dok je u Rumuniji premija bila 3,2 milijarde, u Bugarskoj 1,9 i u Hrvatskoj 1,8 milijardi USD.⁶² Najveći rast ukupne premije u 2021. u poređenju sa prethodnom godinom, zabeležila je Rumunija (oko 15%), najmanji Mađarska (oko 10%), dok je prosečna stopa rasta u pomenute četiri zemlje EU bila oko 12%. Učešće životnog osiguranja u ukupnoj premiji je najveće u Mađarskoj i iznosi oko 45%, što je na nivou razvijenih zapadnih zemalja, dok u Hrvatskoj ono iznosi 25%. U Rumuniji i Bugarskoj ovo učešće je bilo 19% i 15% respektivno, što je na nivou većine zemalja regiona koje nisu u EU.⁶³

Najveća penetracija osiguranja, između posmatrane četiri zemlje u 2021. godini, bila je u Hrvatskoj i iznosila je oko 2,7%, malo manja je bila u Mađarskoj i Bugarskoj, oko 2,4%, dok je vrlo malu penetraciju zabeležila Rumunija, samo oko 1,1%, što je skoro duplo manje od proseka zemlja centralne i istočne Evrope, koji je iznosio oko 2%. Najveću gustinu osiguranja tj. premiju po stanovniku su imale su Hrvatska (oko 473 USD), i Mađarska (445 USD), dok je Rumunija i po ovom indikatoru daleko na začelju ove grupe, sa samo 166 USD po glavi stanovnika.

U grupi zemalja iz regiona koje nisu u Evropskoj uniji, po ukupnoj premiji osiguranja u 2021. godini, izdvaja se Bosna i Hercegovina sa 418 miliona evra (EUR), od čega je u Federaciji BiH premija bila 293 miliona EUR, a u Republici Srpskoj 125 miliona EUR. U ostale tri države ukupna premija je bila znatno manja, u Makedoniji oko 189 miliona EUR, Albaniji oko 160 miliona EUR i Crnoj Gori oko 99 miliona EUR. Najveći rast ukupne premije u 2021. godini u odnosu na prethodnu godinu, zabeležile su Makedonija i Albanija (oko 16%), dok je prosečni rast u pomenute četiri zemlje izvan EU bio oko 12%. Najveće učešće životnog osiguranja u ukupnoj premiji osiguranja je bilo u Bosni i Hercegovini (oko 21%), Crnoj Gori (oko 20%) i Severnoj Makedoniji (oko 17%) što je, kao što je već pomenuto, na nivou Rumunije i Bugarske, dok je u Albaniji ovo učešće bilo samo 7%.⁶⁴

⁶² Swiss Re Institute. (2022). World Insurance: inflation risks front and centre, *Sigma*, 4(2022), p. 37.

⁶³ Isto, p. 39.

⁶⁴ www.xprimm.com

1.4.3. Tržište životnog osiguranja u Srbiji

Tržište osiguranja u Srbiji je još uvek na niskom nivou razvijenosti, o čemu svedoči penetracija koja može da posluži kao pokazatelj razvijenosti tržišta osiguranja, tj. odnosa ukupne premije osiguranja i bruto domaćeg proizvoda. Ovaj pokazatelj je u Srbiji iznosio 1,9% u 2021. godini.⁶⁵ Taj rezultat je Srbiju svrstao na 64. mesto u svetu, daleko od većine članica EU, čiji prosek je iznosio 7,0%. Ipak, Srbija se plasirala znatno bolje od proseka zemalja u razvoju Evrope i centralne Azije, gde je navedeni pokazatelj iznosio 1,1%.

Premija po stanovniku u Srbiji se povećala 2021. godine sa 155 USD, koliko je iznosila u 2020. godini na 177 USD, što joj je obezbedilo 61. mesto u svetu. Prosek zemalja u razvoju Evrope i centralne Azije je iznosio 92 USD, a Evropske unije 2.670 USD.

Na srpskom tržištu osiguranja, 20 kompanija se bavilo osiguranjem i reosiguranjem u 2021. godini. Poslovima reosiguranja bavilo se 4, isključivo životnim osiguranjem 4, isključivo neživotnim 6 i životnim i neživotnim osiguranjem 6 osiguravajućih kompanija. Njihova ukupna bilansna suma iznosila je 2,8 milijardi EUR. Broj zaposlenih u svim osiguravajućim kompanijama u Srbiji bio je 11.244 na kraju 2021. godine.

Tabela 1.4.3. Struktura aktive svih osiguravajućih kompanija u Srbiji u 2021. godini

	Aktiva	Učešće
1.	Dužničke hartije od vrednosti raspoložive za prodaju	48,9%
2.	Dužničke hartije od vrednosti s fiksnim prinosom	11,0%
3.	Potraživanja	8,3%
4.	Nekretnine, postrojenja i oprema	7,9%
5.	Tehničke rezerve koje padaju na teret saosiguravača i reosiguravača	7,0%
6.	Gotovina i kratkoročni depoziti	6,6%
7.	Vlasničke hartije od vrednosti	0,6%
8.	Dužničke hartije od vrednosti koje se iskazuju po fer vrednosti kroz bilans uspeha	0,1%
9.	Ostalo	9,6%

Izvor: Narodna banka Srbije (2022). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji – Izveštaj za 2021. godinu*. Beograd, str. 16.

Ukupna premija osiguranja na srpskom tržištu iznosila je 1,02 milijarde EUR u 2021. godini, što je nominalni rast od 8,6% u odnosu na prethodnu godinu. Udeo premije neživotnog osiguranja je 77,3%, a životnog 22,7%. Premija autoodgovornosti imala je najveći pojedinačni udeo od 30,9% u ukupnoj premiji osiguranja, a zatim sledi životno sa 22,7% i imovinsko osiguranje sa 19,9%. Najveći broj polisa prodali su zaposleni u kompanijama za osiguranje (oko 61% ukupne premije tržišta), a zatim slede posrednici koji su prikupili oko 16% premije.

⁶⁵ Narodna banka Srbije (2022). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji – Izveštaj za 2021. godinu*. Beograd.

Ukupne tehničke rezerve dostigle su 1,86 milijardi EUR na kraju 2021. godine.⁶⁶

Struktura aktive svih kompanija za osiguranje prikazana je u Tabeli 1.4.3. dok je odgovarajuća struktura pasive prikazana u Tabeli 1.4.4.

Tabela 1.4.4. Struktura pasive svih osiguravajućih kompanija u Srbiji u 2021. godini

	Pasiva	Učešće
1.	Tehničke rezerve životnog osiguranja	36,0%
2.	Tehničke rezerve neživotnog osiguranja	29,6%
3.	Kapital	24,3%
4.	Ostalo	10,1%

Izvor: Narodna banka Srbije (2022). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji – Izveštaj za 2021. godinu*. Beograd, str. 16.

Solventnost kompanija za osiguranje u Srbiji se određivala po principima režima Solventnost I u 2021. godini. Raspoloživa margina solventnosti na nivou tržišta na dan 31. decembra 2021. bila je 441 miliona EUR, a zahtevana margina solventnosti 183 milion EUR, što daje zadovoljavajući osnovni pokazatelj adekvatnosti (odnos raspoložive margine solventnosti i zahtevane margine solventnosti) od preko 240%. Kod kompanija koje se pretežno bave neživotnim osiguranjima ovaj pokazatelj iznosio je 245%, a kod kompanija koje se pretežno bave životnim osiguranjima 225%.

Osiguravajuće kompanije su poslovale izuzetno profitabilno u 2021. godini i ostvarile su profit, koji je posle oporezivanja iznosio oko 95 miliona EUR.⁶⁷

⁶⁶ Narodna banka Srbije (2022). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji – Izveštaj za 2021. godinu*. Beograd, str. 16.

⁶⁷ Isto, str. 19.

2. SOLVENTNOST ŽIVOTNIH OSIGURAVAČA I RIZICI KOJI JE UGROŽAVAJU

Solventnost osiguravajuće kompanije je sposobnost da zahvaljujući postojećim novčanim sredstvima i budućim novčanim prilivima, pravovremeno, u potpunosti i na vreme ispunjava sve svoje finansijske obaveze u rokovima dospeća. Osiguravajuća kompanija je solventna kada je njena imovina veća od obaveza.⁶⁸

Solventnost je glavni pokazatelj stabilnosti finansijskog stanja kompanije i osnovni faktor sigurnosti osiguranika da će im naknade šteta i osigurane sume biti isplaćene. Ocena solventnosti osiguravača potrebna je i investitorima. Kao što pre odobravanja kredita banka proverava kreditnu sposobnost podnosioca zahteva, potencijalni investitori bi pre ulaganja u akcije osiguravajuće kompanije trebalo da provere njenu solventnost.

Moguća su tri koncepta u analizi solventnosti osiguravača:⁶⁹

- 1) Koncept kontinuiteta tekućeg poslovanja (engl. going concern) – osiguravač se smatra solventnim u slučaju da je u stanju da plaća sve svoje obaveze u trenucima njihovog dospeća;
- 2) Koncept prekida poslovanja (engl. break up) – osiguravač se smatra solventnim u slučaju da je u stanju da plati sve svoje obaveze u trenutku kada dođe do likvidacije kompanije;
- 3) Koncept prenosa (engl. run off) – osiguravač se smatra solventnim u slučaju da je u stanju da pronade drugog osiguravača koji bi pod tržišnim uslovima prihvatio njegov portfelj, ukoliko dođe u situaciju nemogućnosti ispunjavanja svojih obaveza po zaključenim polisama.

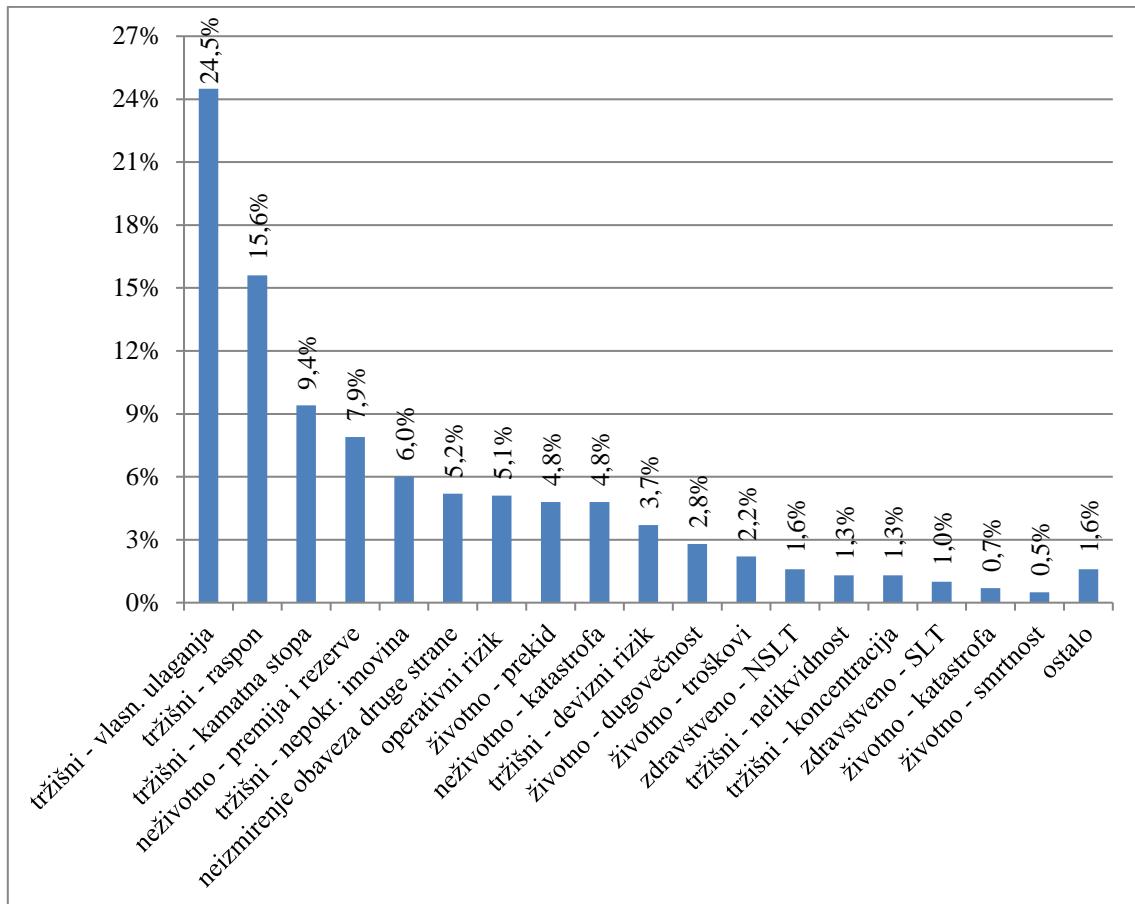
Margina solventnosti osiguravajuće kompanije je višak likvidne imovine u odnosu na obaveze. To je raspoloživi kapital koji služi kao zaštita od nepredviđenih događaja usled ostvarenja nekog od rizika koji se javljaju u poslovanju osiguravajuće kompanije. Raspoloživa margina solventnosti pokazuje kolikim sredstvima osiguravač stvarno raspolaže, dok je zahtevana margina solventnosti, aktuarskim metodama izračunata, donja granica ispod koje raspoloživa margina ne sme pasti. Ocena solventnosti osiguravača je odnos raspoložive i zahtevane margine solventnosti.

Rizici koji utiču na solventnost osiguravajuće kompanije su brojni i detaljno će biti objašnjeni u odeljku 2.1. disertacije. Ipak, dostupni rezultati pete studije kvantitativnog uticaja (QIS5 skraćeno od engl. Quantitative Impact Study) sprovedene na nivou sektora osiguranja zemalja članica Evropske unije, koji su prikazani u Tabeli 2.1. mogu da posluže za razumevanje veličine i značaja uticaja pojedinih rizika na solventnost osiguravajućih kompanija na evropskom tržištu. U QIS5 studiji učestvovalo je 2.520 osiguravajućih i reosiguravajućih kompanija iz svih 30 zemalja na koje je primenjen režim Solventnost II, sa tržišnim učešćem od 85%.⁷⁰

⁶⁸ Kočović, J. (2013). Koncept solventnosti osiguravajućih kompanija od Solventnosti 0 do Solventnosti II. *Prezentacija na V kursu za kontinuiranu edukaciju aktuara i drugih stručnjaka u osiguranju*. Beograd.

⁶⁹ Bernard, B. (1977). *General insurance*. London: Heinemann, p. 110.

⁷⁰ EIOPA. (2011). *Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II*. Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority.



Slika 2.1. Učešće pojedinačnih modula rizika u zahtevanom kapitalu za obezbeđenje solventnosti na osnovu studije QIS5

Izvor: EIOPA. (2011). *Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II*. Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority.

Ocena solventnosti osiguravajuće kompanije je veoma kompleksna, jer faktori od kojih ona zavisi nisu očigledni iz finansijskih izveštaja. Pošto su i prilivi i odlivi sredstava neizvesni, ispitivanje solventnosti se zasniva na proceni verovatnoće da će budući prilivi biti dovoljni da pokriju buduće odlive. Analiza solventnosti obuhvata većinu indikatora finansijskog poslovanja kompanije, kao što su vrednovanje obaveza, imovine, premije, programa reosiguranja i sl. U prošlom veku fokus analize solventnosti je bio na margini solventnosti, tj. višku imovine nad obavezama kompanije. Savremeni koncept solventnosti ne fokusira se samo na visinu margine solventnosti, nego na adekvatnost kapitala i tehničkih rezervi, kao i na izveštavanje supervizora i zainteresovane javnosti.

2.1. Rizici u životnom osiguranju

Ne postoji jedinstvena, opšteprihvaćena definicija rizika. Brown i Gottlieb⁷¹ definišu rizik kao meru mogućih odstupanja između stvarnih i očekivanih ekonomskih ishoda. Doff⁷² izjednačava rizik sa volatilnošću šteta u osiguranju, dok Rejda⁷³ posmatra rizik kao neizvesnost nastanka gubitka.

Prema jednoj od najčešće korišćenih definicija rizika u oblasti osiguranja: „Rizik predstavlja priliku da se desi nešto što će imati uticaj na objekat posmatranja. Meri se kroz posledice događaja i njegove verovatnoće nastanka.”⁷⁴

Sledeća definicija rizika može biti korisna prilikom analize solventnosti osiguravača: „Rizik predstavlja mogućnost nastupanja svakog događaja koji će ugroziti dugoročnu sposobnost osiguravajuće kompanije da raspoloživim novčanim sredstvima podmiri sve svoje obaveze u rokovima njihovog dospeća.”⁷⁵ Iako se iz prethodnih definicija može zaključiti da se posmatraju i pozitivna i negativna odstupanja ishoda, analiza solventnosti je fokusirana samo na negativne efekte realizacije rizika.

U životnom osiguranju osnovni rizik koji se proučavao i pre nekoliko stotina godina je rizik vezan za smrt osiguranika. Na tablicama smrtnosti se zasniva obračun tarifa, kao što je objašnjeno u prvom delu disertacije. Pošto će se smrt sigurno dogoditi, osnovni rizik vezan za smrt je rizik da se smrt neće dogoditi dinamikom kojom je predviđeno u tablicama smrtnosti. Ukoliko osiguranici u proseku žive kraće od očekivanog trajanja života, u osiguranju života se realizuje rizik smrtnosti tako što će osiguravač isplatiti korisnicima osiguranja više nego što je predvideo kroz tarife tj. više nego što može da plati iz matematičke rezerve, pa će se posle određenog vremena pojaviti problem sa likvidnošću i solventnošću. Ukoliko osiguranici u proseku žive duže od očekivanog trajanja života, u rentnom osiguranju se realizuje rizik dugovečnosti tako što će osiguravač plaćati rentu duže nego što je predvideo kroz tarife, tj. više nego što može da plati iz matematičke rezerve, pa će posle izvesnog vremena imati problem sa likvidnošću i solventnošću.

Postoji veliki broj rizika koji utiču na solventnost životnih osiguravača. Jedna od najvećih svetskih revizorskih kompanija, KPMG, je u svojoj analizi, čiji je rezultat prikazan u Tabeli 2.1.1, izdvojila rizike koji imaju značajan uticaj na poslovanje životnih osiguravača.

⁷¹ Brown, R. L., Gottlieb, L. R. (2001). *Introduction to Ratemaking and Loss Reserving for Property and Casualty Insurance*. Winsted: ACTEX Publication.

⁷² Doff, R. R. (2006). *Risk Management for Insurance Firms – A Framework for Fair and Economic Capital*. *PhD thesis*. Enschede: University of Twente.

⁷³ Rejda, G. E. (2011). *Principles of Risk Management and Insurance*. New York: Harper Collins College Publisher.

⁷⁴ Joint Technical Committee OB/7. (1995). *Australian / New Zealand Standard – Risk Management AS/NZS 4360:1995*. Homebush: Standards Australia & Wellington: Standards New Zealand.

⁷⁵ Jovović, M. (2009). *Aktuarske osnove utvrđivanja solventnosti osiguravajućih kompanija*. *Master teza*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.

Tabela 2.1.1. Komponente pojedinih rizika sa značajnim uticajem na solventnost osiguravajućih kompanija za životno osiguranje

Rizik	Značaj rizika
Rizici osiguranja	
Preuzimanje rizika	Veliki
Rizik inflacije	Srednji
Sudski i pravni rizik	Srednji
Rizik prekida ugovora o osiguranju	Srednji
Tržišni rizici	
Usaglašenost imovine i obaveza	Veliki
Rizik kamatne stope	Veliki
Rizik likvidnosti	Srednji
Cenovni rizik	Srednji
Kreditni rizik	
Po osnovu investicionih ulaganja	Veliki
Po osnovu reosiguranja	Srednji
Rizik koncentracije	Srednji
Operativni rizici	
Upravljanje pribavom osiguranja	Veliki
Rizik rezervisanja	Veliki
Rizik troškova	Srednji

Izvor: KPMG (2002). *Study into Methodologies to Assess the Overall Financial Position of an Insurance Undertaking from the Perspective of Prudential Supervision*. Brussels: European Commission, p. 28.

U modeliranju rizika posebnu pažnju zaslužuju sledeće tri ključne komponente rizika:⁷⁶

- 1) Nepostojanost (volatilnost) predstavlja rizik slučajnih fluktuacija, tj. odstupanja stvarnih događaja od očekivanih, bilo u frekvenciji šteta, bilo u veličini štete. Nepostojanost se može smanjiti diverzifikacijom rizika, koja se u praksi sprovodi povećanjem broja nezavisnih osiguranih rizika.
- 2) Neizvesnost je komponenta rizika kao mogućnost da se koriste neodgovarajući modeli za procenu šteta i slične procese ili da su parametri unutar modela neadekvatno procenjeni. Moguće su sledeće situacije:
 - a) model nije dobar, usled pogrešno izabrane raspodele verovatnoće,
 - b) model je tačan, ali parametri nisu dobro procenjeni,
 - c) model je odgovarajući i parametri su bili dobro procenjeni, ali se struktura rizika promenila tokom vremena, tj. parametri modela nisu ažurni.

⁷⁶ IAA Insurer Solvency Assessment Working Party. (2004). *A Global Framework for Insurer Solvency Assessment*. Ottawa: International Actuarial Association.

- 3) Ekstremni događaji, kao događaji male učestalosti, a velikog intenziteta imaju značajan uticaj na upravljanje rizikom. Jedan ili više ekstremnih događaja mogu dovesti do fluktuacije bilo kog rizika, koja je mnogo veća od očekivane. Ovakav događaj se naziva „šok“.

2.1.1. Regulatorna Međunarodnog udruženja aktuara o rizicima

Međunarodno udruženje aktuara je predložilo sledećih pet osnovnih kategorija rizika:⁷⁷

- 1) Rizik poslovanja osiguravača registrovanog za poslove životnog osiguranja odnosi se na probleme u procesu selekcije i odobravanja kod preuzimanja rizika, neadekvatno tarifiranje, loš dizajn proizvoda, dešavanje više šteta ili većih šteta nego što je očekivano, nepovoljne promene na tržištu, zadržavanje viška rizika preko samopridržaja, neočekivane promene ponašanja osiguranika i neadekvatno rezervisanje šteta;
- 2) Kreditni rizik je rizik promene kreditnog rejtinga ili bankrota izdavaoca hartija od vrednosti koje poseduje osiguravač, partnera (reosiguravajućih kompanija, banaka) ili zastupnika. Obuhvata: direktni rizik od bankrota, smanjenje kreditnog rejtinga, indirektni kreditni rizik, rizik od promene vrednosti hartija od vrednosti do dospeća, rizik koncentracije investicija i kreditni rizik;
- 3) Tržišni rizik potiče od volatilnosti tržišnih cena imovine osiguravača i obuhvata sledeće kategorije: rizik kamatne stope, rizike promene cene hartija od vrednosti, rizik deviznog kursa, nemogućnost povoljnog reinvestiranja, koncentraciju investicija, neusklađenost novčanih tokova imovine i obaveza, rizik promene vrednosti vanbilansnih kategorija kao što su svopovi, itd.
- 4) Operativni rizik podrazumeva gubitke koji potiču od: neadekvatnih internih procesa, slučajnih ili namernih grešaka zaposlenih, grešaka informacionih i drugih sistema ili eksternih događaja;
- 5) Rizik likvidnosti je izloženost gubitku u slučaju da je nedovoljno likvidnih sredstava dostupno osiguravaču za pokriće obaveza po polisama. Izuzetno je važno da osiguravači koji se bave životnim osiguranjem obrate pažnju na potencijalni problem sa likvidnošću usled masovnih prevremenih prekida ugovora zbog otkupa. Ovaj rizik se javlja u slučaju: katastrofalnih šteta, snižavanja kreditnog rejtinga, negativnog publiciteta osiguravača, pogoršanja ekonomske situacije u zemlji, pojave problema u poslovanju drugih osiguravajućih kompanija, itd.

2.1.2. Rizici u propisima supervizora osiguranja u Srbiji

Preuzimajući nadzor nad delatnošću osiguranja, Narodna banka Srbije je 2007. godine propisala sledeću podelu rizika:⁷⁸

- rizik osiguranja,
- tržišni rizik,
- operativni rizik,
- rizik od neusaglašenosti strukture imovine i sredstava,
- rizik ulaganja i investiranja sredstava osiguravajuće kompanije,
- pravni rizik i
- drugi rizici.

⁷⁷ IAA Insurer Solvency Assessment Working Party. (2004). *A Global Framework for Insurer Solvency Assessment*. Ottawa: International Actuarial Association.

⁷⁸ Odluka o sistemu internih kontrola i upravljanju rizicima u poslovanju društva za osiguranje. *Službeni glasnik RS*, br. 12/2007.

Unapređujući proces supervizije i prateći razvoj evropske regulative, Narodna banka Srbije je donela novu odluku⁷⁹ 2015. godine, a zatim je dopunila 2018. godine, kojom je propisala način uređivanja sistema upravljanja rizicima u osiguravajućoj kompaniji, kao i sledeću podelu rizika:

- rizik osiguranja,
- tržišni rizik,
- rizik neispunjenja obaveza druge ugovorne strane,
- rizik likvidnosti,
- operativni rizik,
- pravni rizik i
- drugi značajni rizici.

Rizik osiguranja je sveobuhvatni koncept koji se odnosi na mogućnost gubitka ili nepovoljne promene vrednosti obaveza iz osiguranja zbog nemogućnosti osiguravača da pokrije rizike koji su inherentni delatnosti osiguranja. Postoji nekoliko specifičnih rizika koji su deo ovog koncepta. Rizik neadekvatno određene premije odnosi se na mogućnost da premija koju osiguranik plaća nije dovoljna da pokrije potencijalne troškove šteta ili gubitaka koje osiguravač može preuzeti. Rizik neadekvatnog obrazovanja tehničkih rezervi osiguravajuće kompanije odnosi se na mogućnost da osiguravač nije pravilno procenio tehničke rezerve koje su potrebne za pokrivanje budućih obaveza iz osiguranja. Rizik osiguranja koji proizlazi iz katastrofalnih događaja odnosi se na mogućnost da se dogode nepredvidivi i izuzetno veliki događaji, kao što su prirodne katastrofe ili velike nesreće, koje mogu prouzrokovati značajne štete i gubitke za osiguravače. Rizik neadekvatne procene rizika koji se preuzima u osiguranje odnosi se na mogućnost da osiguravač nije pravilno procenio rizike koje preuzima od osiguranika, što može dovesti do nepredviđenih gubitaka ili neravnoteže u portfelju osiguranja. Pored navedenih, postoje i drugi rizici osiguranja koji se odnose na specifične aspekte osiguravajuće industrije. Na primer, rizik neadekvatnog određivanja nivoa samopridržaja, što se odnosi na mogućnost da osiguravač ne zadrži dovoljno kapitala za pokrivanje šteta ili preuzme rizik veći od svog kapitala, ili rizik karakterističan za životno osiguranje, kao što su rizici smrtnosti i dugovečnosti (povezani s promenom stopa smrtnosti) i rizik oboljevanja (povezan s stopama oboljevanja). Svi ovi rizici su važni za osiguravače i zahtevaju primenu odgovarajućih strategija upravljanja rizicima kako bi se minimizirale potencijalne negativne posledice i osiguralo stabilno poslovanje osiguravača.

Pojedine osiguravajuće kompanije su uvele svoju internu podelu rizika. Jedan od takvih primera, kreiran je od strane švajcarske Baloise grupe, kojoj je u Srbiji pripadalo Basler osiguranje.⁸⁰ Pored navedenih rizika, Baloise grupa je u riziku osiguranja posebno istakla i rizik problematičnog reosiguranja, koji se javlja u slučaju da je ugovoren neodgovarajući program reosiguranja ili izabrana nesolventna reosiguravajuća kompanija;

Tržišni rizik predstavlja mogućnost gubitka ili pogoršanja finansijskog položaja kompanije zbog nepovoljnih promena na tržištu. Ovaj tip rizika obuhvata različite faktore koji mogu uticati na finansijsku situaciju i performanse kompanije. Prvi faktor tržišnog rizika je rizik promene kamatnih stopa. Promene kamatnih stopa mogu imati značajan uticaj na prihode i troškove kompanije, posebno u vezi s investicijama u finansijske instrumente koji nose kamatnu stopu. Sledeći faktor je rizik promene cena hartija od vrednosti. Ako kompanija poseduje hartije od vrednosti, promene njihove vrednosti na tržištu mogu uticati na finansijske rezultate i vrednost portfelja kompanije. Takođe, rizik promene cena nepokretnosti odnosi se na mogućnost da se vrednost nekretnina koje kompanija

⁷⁹ Odluka o sistemu upravljanja u društvu za osiguranje/reosiguranje. *Službeni glasnik RS*, br. 51/2015, 29/2018, 84/2020 i 94/2022.

⁸⁰ Vučeljić, V. (2014). Actuarial Risk Management in Life Insurance within the Concept of Solvency II. In: *Risk Measurement and Control in Insurance*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B., Rajić, V. (eds.), Belgrade: Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 5, pp. 79-102.

poseduje promeni na tržištu, što može uticati na ukupno finansijsko stanje. Rizik prinosa odnosi se na mogućnost da prinosi od investicija ili poslovnih aktivnosti kompanije budu manji od očekivanih, što može negativno uticati na profitabilnost. Devizni rizik proizlazi iz mogućnosti promene deviznih kurseva, posebno ako kompanija posluje na međunarodnom nivou ili ima izloženost prema različitim valutama. Konkurencijski rizik odnosi se na mogućnost da konkurencija na tržištu osiguranja utiče na poslovne rezultate i učinak kompanije. Takođe, rizik neadekvatnog prilagođavanja zahtevima korisnika usluga osiguranja odnosi se na mogućnost da kompanija ne uspe da pruži adekvatne usluge ili da ne ispuni očekivanja korisnika osiguranja, što može dovesti do gubitka klijenata i reputacije. Ostali tržišni rizici mogu uključivati različite faktore specifične za industriju osiguranja i finansijsko tržište, kao što su promene regulative, politički faktori ili opšta ekonomska situacija. Upravljanje tržišnim rizikom zahteva odgovarajuće strategije i mere predostrožnosti kako bi se minimizirali potencijalni negativni uticaji i osigurala stabilnost poslovanja kompanije što uključuje praćenje tržišnih trendova, diversifikaciju investicija, upravljanje portfeljom i pravilno upravljanje konkurencijom.

Baloise grupa je većinu navedenih rizika koji pripadaju tržišnom riziku izdvojila u investicione rizike, dok je rizike koje donose promena standarda, konkurencija i eksterni događaji izdvojila u rizik poslovnog okruženja. U investicioni rizik Baloise grupa je uključila i rizik od propasti kompanija sa kojima osiguravač saraduje, što je po klasifikaciji Narodne banke Srbije rizik neispunjenja obaveza druge ugovorne strane.⁸¹

Rizik neispunjenja obaveza druge ugovorne strane, poznat i kao kreditni rizik, odnosi se na mogućnost da kompanija ne uspe u potpunosti ili delimično da naplati potraživanja od druge ugovorne strane, posebno zbog negativnih promena u kreditnom položaju izdavaoca hartija od vrednosti ili dužnika. Ovaj rizik proizlazi posebno iz koncentracije izloženosti prema drugoj strani ugovora, kada potencijalni gubitak može biti toliko veliki da naruši solventnost kompanije. Rizik neispunjenja obaveza druge ugovorne strane obuhvata nekoliko rizika. Rizik nemogućnosti naplate investicija osiguravajuće kompanije, što se odnosi na mogućnost da kompanija ne uspe da naplati sredstva koja je investirala u različite oblike finansijskih instrumenata. Rizik nemogućnosti naplate prinosa i po osnovu zakupa, koji se odnosi na mogućnost da kompanija ne uspe naplatiti očekivane prinose od investiranih sredstava ili prihode od zakupa svoje imovine. Rizik nemogućnosti naplate potraživanja od druge ugovorne strane po osnovu osiguranja i saosiguranja, koji se odnosi na mogućnost da kompanija ne uspe naplatiti potraživanja koja ima od drugih ugovornih strana u vezi s osiguranjem ili saosiguranjem. Pored navedenih, postoje i drugi rizici neispunjenja obaveza druge ugovorne strane koji mogu da nastanu iz različitih ugovornih odnosa i poslovnih aktivnosti kompanije.

Rizik likvidnosti je rizik nemogućnosti osiguravajuće kompanije da unovči svoju imovinu i druge resurse kako bi u potpunosti i pravovremeno izvršila svoje finansijske obaveze. Ovaj rizik uključuje nekoliko rizika. Jedan od njih je rizik neadekvatnog upravljanja imovinom i obavezama, koji se odnosi na mogućnost da kompanija ne uspe efikasno da upravlja svojom imovinom i obavezama kako bi održala adekvatnu likvidnost. Ovde se takođe ubrajaju i rizik pogrešne procene i prezentovanja vrednosti imovine i izvora sredstava kompanije, kao i rezultata poslovanja, rizik ročne neusklađenosti sredstava i njihovih izvora, što se odnosi na mogućnost da se finansijska sredstva i obaveze kompanije ne usklade u odgovarajućem roku. Ostali rizici likvidnosti mogu se odnositi na specifične faktore koji utiču na sposobnost kompanije da efikasno upravlja svojom likvidnošću. Upravljanje rizicima neispunjenja obaveza druge ugovorne strane i rizikom likvidnosti zahteva primenu odgovarajućih strategija, praćenje i analizu relevantnih faktora rizika, kao i razvoj planova kontrole i upravljanja kako bi se minimizirali potencijalni negativni uticaji na finansijski položaj i stabilnost kompanije.

⁸¹ Isto.

Rizik neusklađenosti sredstava i imovine Baloise grupa je izdvojila kao poseban strukturni finansijski rizik.

Operativni rizik predstavlja mogućnost da se u poslovanju osiguravača pojave negativni efekti usled nenamernih ili namernih propusta u radu zaposlenih i menadžmenta, neadekvatnih internih procedura i procesa, lošeg upravljanja informacionim, računovodstvenim i drugim sistemima, kao i zbog neočekivanih eksternih događaja. Ovaj rizik obuhvata širok spektar faktora koji mogu uticati na operativnu efikasnost i integritet kompanije. Operativni rizik uključuje nekoliko rizika. Rizik pogrešnog izbora članova izvršnog i nadzornog odbora, kao i rukovodećih kadrova u kompaniji podrazumeva mogućnost da se postave nekvalifikovane ili neodgovarajuće osobe na ključne pozicije u kompaniji, što može negativno uticati na upravljanje i donošenje odluka.

Rizik pogrešnog izbora i postavljanja zaposlenih u kompaniji se odnosi na mogućnost da se angažuju ili postave neadekvatni zaposleni na odgovorne pozicije, što može dovesti do nedostatka stručnosti ili efikasnosti u obavljanju poslovnih aktivnosti. Rizik neadekvatne organizacije poslovanja kompanije uključuje mogućnost da se poslovne aktivnosti, procesi i struktura kompanije ne organizuju na efikasan način, što može dovesti do poteškoća u operativnom funkcionisanju. Rizik ekonomski štetnog ugovaranja poslova se odnosi na mogućnost da kompanija sklopi nepovoljne ili štetne ugovore koji mogu negativno uticati na finansijsko stanje ili poslovne rezultate. Rizik prevara, malverzacija i drugih nezakonitih aktivnosti zaposlenih uključuje mogućnost da zaposleni u kompaniji izvrše prevaru, zloupotrebu ili druge nezakonite radnje koje mogu prouzrokovati gubitke ili štetu kompaniji. Rizik odsustva odgovarajućeg sistema internih kontrola i procedura rada podrazumeva mogućnost da kompanija nema dovoljno adekvatnih sistema za internu kontrolu, usklađenost i procedura koje bi osigurale efikasno funkcionisanje i otkrivanje eventualnih propusta ili nepravilnosti. Pored navedenih, postoji još niz drugih operativnih rizika koji mogu proisteći iz specifičnih aspekata poslovanja osiguravača. Upravljanje operativnim rizikom zahteva primenu odgovarajućih kontrolnih mera, uspostavljanje efikasnih internih procedura, obuku zaposlenih, praćenje i analizu rizika, kao i kontinuirano unapređenje procesa i sistema kako bi se minimizirali potencijalni negativni uticaji i osigurala operativna stabilnost i integritet kompanije.

Pored navedenih rizika, Baloise grupa je u operativni rizik uključila i informacionu bezbednost i usklađenost sa zakonskom regulativom, dok su rizici koji potiču iz sledećih oblasti: organizaciona struktura, korporativna kultura, portfelj, spajanja i akvizicije, eksterna komunikacija i upravljanje informacijama, izdvojeni u rizik uprave.

Pravni rizik predstavlja mogućnost narušavanja finansijskih rezultata i ugrožavanja kapitala kompanije zbog nepoštovanja propisa i pravnih obaveza. Ovaj rizik obuhvata različite aspekte usaglašenosti poslovanja kompanije sa zakonodavstvom. Pravni rizik uključuje nekoliko rizika. Rizik nalaganja mera i izricanja kazni od strane regulatornih tela, kao što je Narodna banka Srbije i sankcija drugih nadležnih organa. Ovo se odnosi na mogućnost da kompanija bude podložna kaznama, novčanim sankcijama ili drugim merama koje nameću regulatorna tela zbog kršenja propisa ili nedovoljnog ispunjavanja pravnih obaveza. Rizik ugovora koji se ne mogu izvršiti se odnosi na situacije kada ugovori sklopljeni od strane kompanije postaju ništavi ili se ne mogu izvršiti iz različitih razloga, što može dovesti do finansijskih gubitaka ili drugih negativnih efekata. Rizik mogućih gubitaka iz sporova podrazumeva mogućnost da kompanija bude suočena s pravnim sporovima ili tužbama koje mogu rezultirati gubicima, troškovima pravne zaštite ili negativnim ishodom u pravnom postupku. Rizik od pranja novca se odnosi na mogućnost da kompanija bude upletena u aktivnosti povezane s pranjem novca, što može dovesti do reputacijske štete, novčanih kazni i drugih sankcija.

Pored pravnog rizika, postoje i drugi značajni rizici koji zavise od prirode, obima i kompleksnosti poslovanja kompanije. Reputacioni rizik proizlazi iz smanjenog poverenja javnosti u poslovanje kompanije i može imati negativne efekte na njen finansijski rezultat. Strateški rizik se odnosi na mogućnost narušavanja finansijskih rezultata ili ugrožavanja kapitala kompanije usled nedostatka odgovarajućih politika i strategija, njihove neadekvatne implementacije ili zbog promena u poslovnom ambijentu, kao i zbog nedostatka adekvatnog reagovanja na njih. Rizici povezani sa uvođenjem novih proizvoda obuhvataju mogućnost neuspeha novih proizvoda osiguranja, problematično prilagođavanje internih procesa i sistema kompanije tim proizvodima i slično. Rizici koji proizlaze iz poveravanja poslova trećim licima odnose se na mogućnost da se povređuju interesi kompanije ili da se neadekvatno obavljaju povereni poslovi. Ostali značajni rizici mogu biti specifični za industriju osiguranja i zavise od karakteristika i aktivnosti kompanije.

Upravljanje pravnim rizikom i ostalim značajnim rizicima zahteva razvoj i primenu odgovarajućih politika i postupaka, stalno praćenje regulatornog okvira, obrazovanje zaposlenih o pravnim obavezama, kao i uspostavljanje mehanizama kontrole i upravljanja kako bi se minimizirali potencijalni negativni uticaji i osigurala usaglašenost s propisima.

2.1.3. Međusobna povezanost rizika

2.1.3.1. Korelacija rizika

Korelacija opisuje linearnu vezu između dva rizika. Koeficijent korelacije se računa kao odnos kovarijanse dva rizika i proizvoda njihovih standardnih devijacija:

$$Corr_{xy} = \frac{Cov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (2.1.1.)$$

gde su:

- σ_x i σ_y standardne devijacije posmatranih rizičnih varijabli x_i i y_i kojima se aproksimira izloženost rizicima,

$$- Cov(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \quad (2.1.2.)$$

- n veličina uzorka,

- \bar{x} i \bar{y} srednje vrednosti uzoraka.

Vrednosti koeficijenta korelacije može biti između -1 i 1. Ako je koeficijent korelacije jednak 1 rizici su perfektno pozitivno korelisani i jedan drugom pojačavaju delovanje. Ako je koeficijent korelacije jednak -1 rizici su perfektno negativno korelisani, tako da se međusobno potiru. Ako je koeficijent korelacije jednak 0, rizici su nekorelisani.

Tabela 2.1.2. Primer tabele koeficijena korelacije

i \ j	<i>Rizik₁</i>	<i>Rizik₂</i>	<i>Rizik₃</i>
<i>Rizik₁</i>	1	Corr ₁₂	Corr ₁₃
<i>Rizik₂</i>	Corr ₂₁	1	Corr ₂₃
<i>Rizik₃</i>	Corr ₃₁	Corr ₃₂	1

Izvor: Autorovo istraživanje

U slučaju ispitivanja međusobne povezanosti više rizika, formiraju se matrice ili tabele korelacije, kao što je ilustrovano u Tabeli 2.1.2. U tabelu se upisuju vrednosti koeficijenta korelacije rizika $Corr_{ij}$ za rizike i i j .

Uzimajući u obzir međuzavisnosti rizika iz matrice korelacije ukupni rizik $Rizik_{uk}$ nije jednak prostom zbiru pojedinačnih rizika $Rizik_i$, nego se dobija po sledećoj formuli:

$$Rizik_{uk} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * Rizik_i * Rizik_j} \quad (2.1.3.)$$

U slučaju da su svi rizici nezavisni, tj. svi koeficijenti korelacije između rizika $Corr_{ij}$, za $i \neq j$, jednaki 0, formula (2.1.3.) za primer sa korelacijom tri rizika iz Tabele 2.1.2. se svodi na sledeće:

$$Rizik_{uk} = \sqrt{Rizik_1^2 + Rizik_2^2 + Rizik_3^2} \quad (2.1.4.)$$

Samo u slučaju da su svi rizici potpuno linearno zavisni, tj. svi koeficijenti korelacije između rizika $Corr_{ij}$, za $i \neq j$, jednaki 1, formula (2.1.3.) ukupan rizik za primer sa korelacijom tri rizika iz Tabele 2.1.2. se svodi na prost zbir pojedinačnih rizika:

$$Rizik_{uk} = Rizik_1 + Rizik_2 + Rizik_3 \quad (2.1.5.)$$

Pored hipotetičkih primera, izvođenje formule za ukupni rizik pomoću tabele koeficijena korelacije može se prikazati na američkom NAIC (engl. National Association of Insurance Commissioners) modelu iz 1992. godine, koji se odnosi na pristup određivanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti, baziran na riziku za životno osiguranje. U formuli su prepoznati sledeći glavni rizici:

- C_1 – rizik ulaganja sredstava,
- C_2 – rizik životnog osiguranja,
- C_3 – kamatni rizik,
- C_4 – ostali poslovni rizici.

Formula za ukupni rizik NAIC modela je:

$$RBC = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} C_i C_j} \quad (2.1.6.)$$

U Tabeli 2.1.3. je prikazana međusobna povezanost pomenutih glavnih rizika u NAIC modelu.

Tabela 2.1.3. Tabela koeficijenata korelacije iz NAIC modela

i \ j	C_1	C_2	C_3	C_4
C_1	1	0	1	1
C_2	0	1	0	1
C_3	1	0	1	1
C_4	1	1	1	1

Izvor: Webb, B. & Lilly, C. (1994). *Raising the Safety Net: Risk Based Capital for Life Insurance Companies*. Kansas City: National Association of Insurance Commissioners Publication Department.

Na osnovu tabele koeficijenata korelacije može se jednostavno izvesti formula za zbirni rizik prva tri rizika:

$$C_{123} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + 2C_1C_3} = \sqrt{C_2^2 + (C_1 + C_3)^2}. \quad (2.1.7.)$$

Pošto je rizik C_4 potpuno korelisan sa svim ostalim rizicima, po formuli (2.1.5.) dobija se:

$$RBC = C_4 + C_{123}. \quad (2.1.8.)$$

Konačno struktura modela ukupnog rizika NAIC modela je: ⁸²

$$RBC = C_4 + \sqrt{C_2^2 + (C_1 + C_3)^2}. \quad (2.1.9.)$$

Korelaciona matrica za konkretne rizike životnog osiguranja će biti prikazana u sledećim odeljcima.

2.1.3.2. Koncentracija rizika

Najčešće se posmatra koncentracija tržišta po kriterijumima veličine premije kompanija ili broja kompanija na tržištu osiguranja. Takođe, može se meriti koncentracija u jednoj vrsti osiguranja ili samo životnog osiguranja, kao i koncentracija po bilansnoj sumi.

⁸² Webb, B. & Lilly, C. (1994). *Raising the Safety Net: Risk Based Capital for Life Insurance Companies*. Kansas City: National Association of Insurance Commissioners Publication Department, p. 44.

Indeks koncentracije se dobija iz sledeće formule:⁸³

$$CI = \sum_{i=1}^n w_i p_i, \quad (2.1.10.)$$

gde su:

- w_i – tržišno učešće kompanija,
- p_i – relativne frekvencije kompanija za koje važi: $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_n$ i $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, a koje se dobijaju po formuli:

$$p_i = \frac{x_i}{n\bar{x}}, \quad (2.1.11.)$$

gde su:

- x_i – veličina pojedinačne osiguravajuće kompanije i na tržištu na kome posluje n kompanija,
- $n\bar{x}$ – veličina tržišta.

Ukoliko je tržišno učešće jednako relativnoj frekvenciji $w_i = p_i$, indeks koncentracije se naziva Herfindahl – Hirschman index (HHI). Izračunava se na sledeći način:

$$CI = \sum_{i=1}^n p_i^2, \quad (2.1.12.)$$

gde je sa p_i označeno tržišno učešće pojedinačne osiguravajuće kompanije mereno npr. visinom premije osiguranja. Za obračun HHI uzimaju se brojevi u procentima tržišnog učešća, npr. 20% će biti korišćeno u sumi iz formule (2.1.12.) kao 20².

Ovaj indeks se široko upotrebljava u praksi za merenje tržišne koncentracije, tj. stepena konkurencije između kompanija na pojedinačnom tržištu. U tabelama 2.1.4. i 2.1.5. je prikazana mera koncentracije u odnosu na HHI iz dva različita izvora, u SAD-u i u Srbiji.

Tabela 2.1.4. Mera koncentracije tržišta u SAD-u

Vrednost HHI (u hiljadama)	Nivo koncentracije tržišta
HHI < 1,5	Nema
1,5 ≤ HHI ≤ 2,5	Umerena
HHI > 2,5	Visoka

Izvor: U.S. Department of Justice. (2010). *Horizontal Merger Guidelines*. Washington: U.S Department of Justice, p.19.

Koncentracija tržišta je obrnuto srazmerna disperziji rizika koja se u osiguranju obično meri standardnom devijacijom. Može se zaključiti da smanjenje nivoa koncentracije tržišta mereno pomoću HHI, povećava disperziju rizika, odnosno da je mali rizik koncentracije na tržištu sa srednjom ili niskim nivoom koncentracije.

⁸³ Selimović, J. (2012). Aktuarski modeli i mjerenja solventnosti u životnim osiguranjima. *Doktorska disertacija*. Sarajevo: Ekonomski fakultet Univerziteta u Sarajevu, str. 249.

Tabela 2.1.5. Mera koncentracije tržišta u Srbiji

Vrednost HHI (u hiljadama)	Nivo koncentracije tržišta
$HHI < 1$	Nema
$1 \leq HHI < 1,8$	Srednja
$1,8 \leq HHI < 2,6$	Visoka
$2,6 \leq HHI < 10$	Veoma visoka
$HHI = 10$	Monopol

Izvor: Kostić, M. (2008). Merenje koncentracije ponude grane. *Ekonomski horizonti* 10(I), str. 95

U Srbiji, Herfindahl – Hirschman indeks, određen na osnovu bilansnih suma, iznosio je 1.236 prema poslednje objavljenim podacima NBS za prvih 9 meseci 2022. godine.⁸⁴ Na osnovu Tabele 2.1.5. nivo koncentracije rizika je bio srednji, relativno blizu granice od 1.000 ispod koje nema koncentracije, što znači da rizik koncentracije na tržištu osiguranja u Srbiji nije veliki.

⁸⁴ Narodna banka Srbije (2023). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji - Izveštaj za treće tromesečje 2022. godine*. Beograd: Narodna banka Srbije, str. 6.

2.2. Modeli utvrđivanja solventnosti osiguravajuće kompanije

Pitanjem metodologije utvrđivanja solventnosti počeli su da se bave različiti autori još u XIX veku. Vilijam Morgan, aktuar britanske osiguravajuće kompanije Equitable Assurance Society, primetio je da je neophodno da osiguravač ima višak kapitala da bi sa zadovoljavajućom sigurnošću bio u stanju da obezbedi pokriće šteta osiguranicima.⁸⁵

Začetnik formiranja modela za utvrđivanje solventnosti je holandski profesor Campagne u svojim radovima koji se odnose na OECD i tadašnju Evropsku ekonomsku zajednicu.⁸⁶ Pre oko šezdeset godina Campagne je postavio osnove za prvi statički model fiksnog koeficijenta, kojim se analizira finansijski položaj osiguravajuće kompanije u određenom vremenskom trenutku, na kraju obračunskog perioda, na osnovu podataka iz finansijskih izveštaja kompanije.

Posle Campagnea, mnogi autori su se bavili modeliranjem margine solventnosti i posle statičkih modela pojavili su se probabilistički ili dinamički modeli, pomoću kojih se analizira budući finansijski položaj osiguravača na osnovu projekcije novčanih tokova. Najpoznatiji dinamički model koji se koristi u praksi je švajcarski model utvrđivanja solventnosti (skraćeno SST od engl. Swiss Solvency Test).⁸⁷

Na kraju su se pojavili hibridni modeli utvrđivanja solventnosti, kao kombinacija prethodna dva pristupa. Najpoznatiji hibridni model koji se koristi u praksi je Solventnost II.⁸⁸

S obzirom da je disertacija posvećena upravljanju rizicima solventnosti životnih osiguravača, težište daljeg teksta će biti na modelima utvrđivanja solventnosti osiguravača koji se bave životnim osiguranjem.

2.2.1. Karakteristike statičkih modela

Statički modeli utvrđivanja solventnosti analiziraju da li je osiguravajuća kompanija bila solventna na kraju prethodnog obračunskog perioda. Kod statičkih modela fiksnog koeficijenta, margina solventnosti se izračunava na osnovu formula u kojima figurišu pozicije iz bilansa osiguravajuće kompanije i izvesni koeficijenti koje su odredili autori modela tokom svog istraživanja. Formule se razlikuju po vrstama osiguranja. Formule uzimaju u obzir i efekat reosiguranja korišćenjem neto vrednosti iz bilansa ili korigovanjem rezultata koji je dobijen korišćenjem bruto vrednosti iz bilansa u formuli. Generalno pravilo ovih modela je da je kompanija solventna ako je raspoloživa margina solventnosti koja predstavlja raspoloživi kapital, veća od izračunate zahtevane margine solventnosti. Najpoznatiji statički modeli utvrđivanja solventnosti osiguravača su: model fiksnog koeficijenta, koji

⁸⁵ Kočović, J. (2013). Koncept solventnosti osiguravajućih kompanija od Solventnosti 0 do Solventnosti II. *Prezentacija na V kursu za kontinuiranu edukaciju aktuara i drugih stručnjaka u osiguranju*. Beograd.

⁸⁶ Campagne, C. (1957). Minimum standards of solvency for insurance firms. *Report of the ad hoc Working Party on Minimum Standards of Solvency*. OEEC, TP/AS(61)1.

⁸⁷ FINMA. (2018). *The Swiss Solvency Test Fact Sheet*. Bern: Swiss Financial Market Supervisory Authority FINMA.

⁸⁸ Directive 2009/138/EC of the European Parliament and the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Communities (2009/L 335)*.

je primenjen kroz regulatorne režime Solventnost 0 i Solventnost I u zemljama EU, kao i model adekvatnosti kapitala (RBC model) u Sjedinjenim Američkim Državama, itd.

2.2.1.1. Solventnost 0

Kao osnova za Solventnost 0 poslužio je sledeći model Campagnea:⁸⁹ neka je slučajna promenljiva sa Pirsonovom raspodelom IV tipa, LR (skraćeno od engl. Loss Ratio) i neka predstavlja odnos isplaćenih osiguranih suma i matematičke rezerve u određenom periodu. Pretpostavlja se da je verovatnoća veoma mala da promenljiva LR bude veća od zahtevane margine solventnosti RMS (skraćeno od engl. Required Solvency Margin):

$$P(LR > RMS) = \varepsilon. \quad (2.2.0.)$$

Tada je zahtevana margina solventnosti:

$$RSM = VaR_{1-\varepsilon}(LR), \quad (2.2.1.)$$

gde je $VaR_{1-\varepsilon}$ vrednost pod rizikom sa odgovarajućim nivoom poverenja $1-\varepsilon$.

Smatralo se u to vreme da je najvažnije imati adekvatne tehničke rezerve, što se u slučaju životnog osiguranja prvenstveno odnosi na matematičku rezervu. Iako je matematička rezerva obračunavana preciznim aktuarskim tehnikama, nije se moglo potpuno sigurno tvrditi da će u svim mogućim okolnostima na tržištu osiguranja, sve obaveze prema osiguranicima moći da se pokriju iz matematičke rezerve. Zato je odlučeno da se doda određeni procenat matematičke rezerve, kao sigurnosni dodatak za neočekivani razvoj situacije. Campagne je izračunao da za interval poverenja od 95% $VaR(LR)$ iznosi oko 4% matematičke rezerve, što je iskorišćeno u formuli (2.2.2.) za marginu solventnosti u režimu Solventnost 0.

U obračunu solventnosti koriste se termini bruto i neto za matematičku rezervu u odnosu na reosiguranje, koji se ne odnose na troškove sprovođenja osiguranja kao što je bio slučaj u odeljku 1.2.3.7. Bruto matematička rezerva u kontekstu obračuna solventnosti je matematička rezerva koju obračunava osiguravajuća kompanija bez obzira na reosiguranje, dok se neto matematička rezerva dobija kada se bruto matematička rezerva umanji za deo matematičke rezerve koji se prenosi reosiguravajućoj kompaniji. Ukoliko bi bila uključena i terminologija iz odeljka 1.2.3.7. u kome se bruto matematička rezerva koja podrazumeva i troškove sprovođenja osiguranja naziva Cilmerova matematička rezerva, u kontekstu solventnosti bruto matematička rezerva bi bila Cilmerova matematička rezerva bez obzira na reosiguranje, dok je neto matematička rezerva Cilmerova matematička rezerva umanjena za deo matematičke rezerve koji se prenosi u reosiguranje.

⁸⁹ Kočović, J. (2013). Koncept solventnosti osiguravajućih kompanija od Solventnosti 0 do Solventnosti II. *Prezentacija na V kursu za kontinuiranu edukaciju aktuara i drugih stručnjaka u osiguranju*. Beograd.

Kod najpoznatijeg predstavnika statičkih modela fiksnog koeficijenta, režima Solventnosti 0⁹⁰, zahtevana margina solventnosti životnog osiguranja *RMS* (u Direktivi je nazvana engl. Minimum Solvency Margin) računa se u odnosu na iznos matematičke rezerve na datum obračuna, što je kategorija iz bilansa stanja, po sledećoj formuli:

$$RSM = 0,04 MR r_1 + 0,003 RC r_2, \quad (2.2.2.)$$

gde su:

- *MR* – bruto matematička rezerva,
- *RC* – kapital pod rizikom – razlika osigurane sume koju osiguravač treba da plati u slučaju smrti osiguranika i matematičke rezerve u trenutku obračuna, po svim ugovorima o životnom osiguranju koji imaju osigurani slučaj smrti,
- *r₁* – količnik neto i bruto matematičke rezerve u prethodnoj godini, koji ne može biti manji od 85%,
- *r₂* – količnik neto i bruto rizičnog kapitala u prethodnoj godini, koji ne može biti manji od 50%.

Raspoloživa margina solventnosti (skraćeno *ASM* od engl. Available Solvency Margin), dok je u Direktivi nazvana samo margina solventnosti (engl. Solvency Margin) se sastoji od sledećih komponenti: aktive osiguravača koja nije opterećena predvidljivim obavezama i umanjena je za uplaćeni akcijski kapital, polovine upisanog ali neuplaćenog akcijskog kapitala; statutarnih rezervi koje se ne odnose na osigurane rizike i profit; neraspoređenih rezervi iz profita; specijalnih iznosa koje određuje supervizor delatnosti osiguranja.

Garantni fond (*GF* skraćeno od engl. Guarantee Fund) je definisan kao veći iznos od novčane vrednosti 1/3 zahtevane margine solventnosti ili iznosa od 800.000 obračunskih novčanih jedinica Evropske ekonomske zajednice *ECU*.

Za solventnost osiguravača potrebno je da raspoloživa margina solventnosti bude veća od zahtevane margine solventnosti i od garantnog fonda, tj. da budu zadovoljene obe sledeće nejednakosti:

$$RSM > ASM, \quad (2.2.3.)$$

$$RSM > GF. \quad (2.2.4.)$$

2.2.1.2. Solventnost I

Režim Solventnost I u oblast životnog osiguranja u zemljama članicama Evropske unije uveden je 2002. godine.⁹¹ Nije bilo mnogo razlike u odnosu na režim Solventnost 0. Najvažnija razlika je značajno povećanje minimalnog garantnog fonda. Garantni fond je u Solventnosti I definisan kao veći iznos od novčane vrednosti 1/3 zahtevane margine solventnosti ili iznosa od 3 miliona evra.

⁹⁰ Directive 79/267/EEC of the Council. First Council Directive of 5 March 1979 on the coordination of laws, regulations and administrative provisions relating to the taking up and pursuit of the business of direct life assurance. *Official Journal of the European Communities* (1979/L 63).

⁹¹ Directive 2002/12/EC of the European Parliament and of the Council of 5 March 2002 amending Council Directive 79/267/EEC as regards the solvency margin requirements for life assurance undertakings. *Official Journal of the European Communities*, (2002/L 77).

Iste godine objavljena je nova Direktiva⁹² o životnom osiguranju u režimu Solventnost I. U poređenju sa prethodnom Direktivom o Solventnosti I, najveća razlika je uključivanje unit linked životnih osiguranja u obračun zahtevane margine solventnosti na sledeći način:

$$RSM = 0,04 MR r_1 + 0,003 RC r_2 + RSM_{UL}, \quad (2.2.5.)$$

gde je:

$$RSM_{UL} = 0,04 MR_{UL1} + 0,01 MR_{UL2} + 0,25 E_{adm} + 0,003 RC_{UL}, \quad (2.2.6.)$$

pri čemu su pored oznaka koje su već korišćene u ovom odeljku:

- MR_{UL1} – matematička rezerva unit linked proizvoda kod koga osiguravač snosi rizik ulaganja,
- MR_{UL2} – matematička rezerva unit linked proizvoda kod koji osiguravač ne snosi rizik ulaganja, ali su troškovi upravljanja određeni za vreme duže od pet godina,
- E_{adm} – administrativni troškovi prethodne godine unit linked proizvoda kod kojih osiguravač ne snosi rizik ulaganja, ali su troškovi upravljanja određeni za vreme kraće od pet godina,
- RC_{ul} – kapital pod rizikom unit linked proizvoda koji sadrže osiguranje za slučaj smrti.

Uvedena je još jedna važna promena u obračunu garantnog fonda. Članom 30. Direktive propisano je da minimalni garantni fond od 3 miliona evra treba da bude revidiran, u skladu sa Evropskim indeksom potrošačkih cena Eurostata, kada se akumulira dovoljna inflacija da promena minimalnog garantnog fonda bude veća od 5%.

Prva revizija⁹³ iznosa minimalnog garantnog fonda izvršena je 2006. godine i iznos je povećan na 3,2 miliona evra. Druga revizija je izvršena 2009. godine, tako što je iznos minimalnog garantnog fonda povećan na 3,5 miliona evra,⁹⁴ a zatim na 3,7 miliona evra⁹⁵ 2011. godine. Poslednja promena minimalnog garantnog fonda na 4 miliona evra je stupila na snagu 2022. godine.⁹⁶

2.2.2. Osnove dinamičkih modela

Dinamički modeli utvrđivanja solventnosti daju odgovor na pitanje da li će osiguravajuća kompanija biti solventna u određenom periodu u budućnosti. Zasnivaju se na projekcijama odnosa budućih novčanih priliva (premije, prinosi od investiranja i sl.) i odliva (isplate osiguranih suma, troškovi poslovanja kompanije, itd.) i poređenju sa postojećim sredstvima. Prilivi su neizvesni zbog prekida ugovora, otkupa, kapitalizacija i smrti osiguranika, dok su odlivi neizvesni zbog nepoznate buduće smrtnosti i doživljena osiguranika, učešća reosiguravača i kretanja tržišne kamatne stope. Osiguravač

⁹² Directive 2002/83/EC of the European Parliament and of the Council of 5 November 2002 concerning life assurance. *Official Journal of the European Communities* (2002/L 345).

⁹³ Notice regarding the adaptation in line with inflation of certain amounts laid down in the Life and Non-Life Insurance Directives. *Official Journal of the European Union* (2006/C 194), p.1.

⁹⁴ Notice regarding the adaptation in line with inflation of certain amounts laid down in the Life and Non-Life Insurance Directives. *Official Journal of the European Union* (2009/C 41), p.1.

⁹⁵ Notice regarding the adaptation in line with inflation of certain amounts laid down in the Life and Non-Life Insurance Directives. *Official Journal of the European Union* (2011/C 365), p.1.

⁹⁶ Notice regarding the adaptation in line with inflation of certain amounts laid down in the Life and Non-Life Insurance Directives. *Official Journal of the European Union* (2021/C 423), p.1.

je solventan, ako na kraju projektovanog perioda postojeća sredstva i prilivi budu veći od odliva, pri datom nivou poverenja.

Ipak, važno je napomenuti da nije dovoljno samo da postoje sredstva u potrebnom iznosu, nego je neophodno i da sredstva budu raspoloživa onda kada su potrebna. Drugim rečima dinamički modeli u analizi solventnosti uzimaju u obzir neusklađenost priliva i odliva u određenom vremenskom periodu pa se često u zapadnoj literaturi nazivaju modelima nastajućih troškova (engl. Emerging Costs Concept).⁹⁷

U dinamičkim modelima primenjuje se stohastička analiza neizvesnih vrednosti parametara modela, a često se koriste stres testovi i analiza scenarija.

Najpoznatiji dinamički probabilistički model koji se koristi u praksi je švajcarski SST model. Organ nadzora osiguranja u Švajcarskoj u to vreme (skraćeno FOPI engl. Federal Office of Private Insurance), jedan od prethodnika današnjeg švajcarskog supervizora finansijskog tržišta (skraćeno FINMA engl. Swiss Financial Market Supervisory Authority), uveo je SST model 2006. godine. Model je zasnovan na principima umesto na pravilima, kako je to bilo ranije. Sve neizvesne vrednosti u modelu se tretiraju stohastičkim metodama. U SST modelu koriste se analitičke metode za analizu normalnih uslova poslovanja, gde važi normalna raspodela i sl. Pored toga, uvode se i scenariji za modeliranje dodatnih rizika i ekstremnih događaja u kojima ne važe standardne pretpostavke. Na kraju se vrši agregacija ponderisanih rezultata scenarija. Model je orijentisan na analizu rizika. Rizici se kvantifikuju metodom TVaR (engl. Tail VaR).⁹⁸

SST ima za cilj da utvrdi iznos ukupnog rizika kome je izložen osiguravač, kao i njegovu sposobnost da nosi taj rizik tj. iznos *RBC* (skraćeno od engl. Risk Bearing Capital). *RBC* se određuje kao razlika tržišno konzistentne procene vrednosti imovine i diskontovane najbolje procene obaveza uvećane za riziko marginu.

U SST modelu, potrebno je odrediti ciljni kapital (skraćeno TC od engl. Target Capital) koji je namenjen pokriću rizika osiguranja, tržišnog i kreditnog rizika.⁹⁹ Ciljni kapital je definisan kao zbir riziko margine i kapitala koji je neophodan za pokriće rizika koji može nastati iz jednogodišnjeg poslovanja osiguravajuće kompanije. Riziko margina je namenjena pokriću rizika koji preostaju posle jednogodišnjeg vremenskog horizonta. Može se smatrati troškom kapitala i iznosi najčešće do 10%.

Rizik osiguranja je u ovom modelu podeljen na sledeće podmodule: biometrijski parametri, ponašanje osiguranika, ekonomski faktori, katastrofalni događaji, novi portfelj, postojeći portfelj, koncentracija i rizik samog modela.

Tržišni rizik se modelira jednostavnim modelom merenja faktora rizika sa kovarijacionom matricom. Faktori rizika su: kamatna stopa, devizni kursevi, stopa povraćaja od investiranja, kao i njihove volatilnosti. Pretpostavka je da je raspodela ukupnog rizika normalna sa srednjom vrednošću jednakom 0 i datom volatilnošću. Na osnovni model se dodaju scenarija koji su se već desila u istoriji, kao npr. krah berze 1987, američke kamatne stope 1994, itd. i moguća scenarija, kao npr. bankrot reosiguravača, gubitak investicionog rejtinga kompanije, itd.

Rizik životnog osiguranja se modelira jednostavnim modelom merenja faktora rizika sa kovarijacionom matricom. Faktori rizika su: smrtnost, dugovečnost, oboljevanje, obnove raskinutih

⁹⁷ Daykin, C., Bernstein, G., Coutts, S., Devitt, E., Hey G., Reynolds, D., Smith, P. (1987). The Solvency of a General Insurance Company in Terms of Emerging Costs. *ASTIN Bulletin* 17(1), p. 85.

⁹⁸ Metoda TVaR će biti detaljno objašnjena u odeljku 3.1.1. disertacije.

⁹⁹ Keller, Ph. & Luder, T. (2004). *White Paper of the Swiss Solvency Test*. Bern: Swiss Federal Office of Private Insurance.

ugovora, raskidi, izvršavanje opcija i troškovi. Važe sledeće pretpostavke: raspodela ukupnog rizika je normalna sa srednjom vrednošću jednakom 0 i datom volatilnošću, promene faktora rizika imaju normalnu raspodelu, unapred su specificirane kovarijanse faktora rizika i biometrijski rizici su nezavisni u odnosu na tržišne rizike. U osnovni model se uključuju sledeća scenarija: pandemija španske groznice iz 1918. godine koja se dešava u sadašnjem vremenu, dugoročne promene tablica smrtnosti, rast kamatne stope koji uzrokuje veliko povećanje raskida ugovora, itd.

Švajcarski model stimuliše osiguravajuće kompanije da razvijaju interne modele u okviru datog okvira, s ciljem da adekvatnije procene rizike konkretne kompanije. Iako to nije svrha pomenute stimulacije, u praksi to znači da osiguravači razvojem internog modela postižu da im ciljni kapital bude manji, što znači da im je potreban manji raspoloživi kapital da budu solventni.

Pošto raspoloživi kapital predstavlja RBC , a zahtevani kapital predstavlja TC , da bi osiguravač bio solventan potrebno je da iznos ukupnog rizika kome je izložen osiguravač bude veći od ciljnog kapitala.

2.2.3. Sinergija statičkog i dinamičkog modeliranja

Hibridni modeli donose sinergiju statičkog i dinamičkog modeliranja sa ciljem da kombinovanjem determinističkih formula, stohastičkog pristupa i uvođenja scenarija iskoriste prednosti i umanje nedostatke oba modela. Predstavnik hibridnih modela utvrđivanja solventnosti, kao kombinacije statičkog i dinamičkog pristupa je Solventnost II, što će biti poseban predmet razmatranja odeljka 2.3. disertacije. Kao što se može uočiti u Tabeli 2.2.1. za obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnost u standardnoj formuli režima Solventnost II, za određene rizike se koriste statički modeli fiksnog koeficijenta, dok se za druge koriste dinamički stohastički modeli sa analizom scenarija.

Tabela 2.2.1. Modeli za izračunavanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti po modulima rizika u okviru standardne formule u režimu Solventnost II

Modul rizika	Podmodul rizika	Pristup modeliranja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti
Tržišni rizik	rizik kamatne stope	dinamički modeli sa scenarijima
	rizik vlasničkih ulaganja	
	rizik nekretnina	
	rizik raspona	
	rizik koncentracije	
	devizni rizik	
	rizik nelikvidnosti	
Kreditni rizik	rizici koji ne mogu biti diversifikovani	statički model fiksnog koeficijenta
	rizici koji mogu biti diversifikovani	dinamički modeli sa scenarijima
Rizik životnog osiguranja	rizik smrtnosti	dinamički modeli sa scenarijima
	rizik dugovečnosti	
	rizik invaliditeta i oboljevanja	
	rizik troškova	
	rizik revizije	
	rizik prekida	
	katastrofalni rizik	
Rizik neživotnog osiguranja	rizik premije i rezervi za štete	statički model fiksnog koeficijenta
	rizik prekida	dinamički modeli sa scenarijima
	katastrofalni rizik	statički model fiksnog koeficijenta ili dinamički modeli sa scenarijima
Rizik zdravstvenog osiguranja	rizik zdravstvenog osiguranja čije su tehničke osnove slične životnom osiguranju	dinamički modeli sa scenarijima
	rizik premije i rezervi za štete kod zdravstvenog osiguranja čije su tehničke osnove slične neživotnom osiguranju	statički model fiksnog koeficijenta
	rizik prekida kod zdravstvenog osig. čije su tehničke osnove slične neživotnom osiguranju	dinamički modeli sa scenarijima
	katastrofalni rizik	dinamički modeli sa scenarijima
Rizik nematerijalnog ulaganja	nema podmodule	statički model fiksnog koeficijenta
Operativni rizik	nema podmodule	statički model fiksnog koeficijenta

Izvor: Prilagođeno prema Jovović, M. (2015). Merenje rizika pri utvrđivanju solventnosti neživotnih osiguravača. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 254.

2.2.4. Komparativna analiza modela za utvrđivanje margine solventnosti

2.2.4.1. Glavne osobine statičkih modela fiksnog koeficijenta

Najveća prednost statičkih modela fiksnog koeficijenta je lakoća primene ovih modela. Formule su jednostavne, a rezultati razumljivi ne samo stručnjacima u osiguranju, nego i svim zainteresovanim stranama. Sve osiguravajuće kompanije na jednom tržištu proveravaju solventnost na isti način, što omogućava uporedivost dobijenih rezultata i međusobno rangiranje kompanija.

U formulama ovog modela nema prostora za subjektivnu interpretaciju, kao ni mnogo mogućnosti za greške. Važno je napomenuti da i su troškovi implementacije ovog modela relativno niski.¹⁰⁰

Ipak, ovi modeli nisu savršeni, jer imaju i određeni broj nedostataka. Ključni nedostatak je zanemarivanje pojedinih kategorija rizika. Modeli se bave samo rizikom osiguranja, jer se zasnivaju na premijama, štetama, tehničkim rezervama i kapitalu pod rizikom. U životnom osiguranju model je fokusiran na matematičku rezervu i kapital pod rizikom. Zanimarene su specifičnosti profila rizika pojedinačnih kompanija, pošto nije moguće modifikovanje formula, bez obzira na eventualnu opravdanost kod konkretne kompanije. Rizik reosiguranja je eksplicitno uključen u model, ali nije potpuno sagledan i kvantifikovan, zato što se ne razmatra rejting reosiguravača, koji ukazuje na verovatnoću njegovog potencijalnog neispunjenja obaveza prema osiguravaču. Takođe, uprkos očiglednim koristima u smanjenju rizika, tehnike hedžovanja i diverzifikacije nisu prepoznate ni stimulisane u ovom modelu. Model ne prepoznaje ni međusobnu korelaciju rizika. Modeli čak pružaju podsticaj potcenjivanju tehničkih rezervi, jer je onda manja i zahtevana margina solventnosti.¹⁰¹

Na kraju, treba napomenuti i da statički model ne obezbeđuje pogled u budućnost, što je bitan nedostatak koji je doveo do razvoja dinamičkih modela utvrđivanja solventnosti.

2.2.4.2. Najvažnije prednosti i mane dinamičkih modela

Dinamički modeli koriste probabilističke modele zajedno sa scenario analizom za projekciju solventnosti u određenom vremenskom periodu u budućnosti. Korišćenje stohastičkog modela u oceni parametara daje znatno bolje rezultate nego kod determinističkog pristupa statičkih modela. Model je fleksibilan u odnosu na profil rizika kompanije, jer omogućava modifikacije i razvoj prikladnijeg internog modela za svaku kompaniju kojoj je to potrebno. Korišćenje scenarija u modelu omogućava fleksibilno ispitivanje karakterističnih rizika za kompaniju i intuitivnu interpretaciju rezultata. Probabilistički pristup omogućava uključivanje efekata međusobne interakcije rizika u model. Za ocenu solventnosti samo principi su jasno definisani, umesto preciznih pravila koja važe kod statičkih modela. Uticaj reosiguranja na smanjenje rizika je adekvatno prepoznat.

Imovina i obaveze se vrednuju na tržišno konzistentnom principu u ekonomskom bilansu stanja, što obezbeđuje transparentnost i aktuelnost ocene. Ekonomski bilans stanja (engl. economic balance sheet) je konstruisan korišćenjem tržišnih vrednosti i uključuje ekonomska sredstva i obaveze koje nisu priznate prema principima računovodstva koji se koriste u skladu sa domaćim zakonodavstvom.

¹⁰⁰ KPMG. (2002). *Study into the methodologies to assess the overall financial position of an insurance undertaking from the perspective of prudential supervision*. Brussels: European Commission.

¹⁰¹ Kočović, J. (2013). Koncept solventnosti osiguravajućih kompanija od Solventnosti 0 do Solventnosti II. *Prezentacija na V kursu za kontinuiranu edukaciju aktuara i drugih stručnjaka u osiguranju*. Beograd.

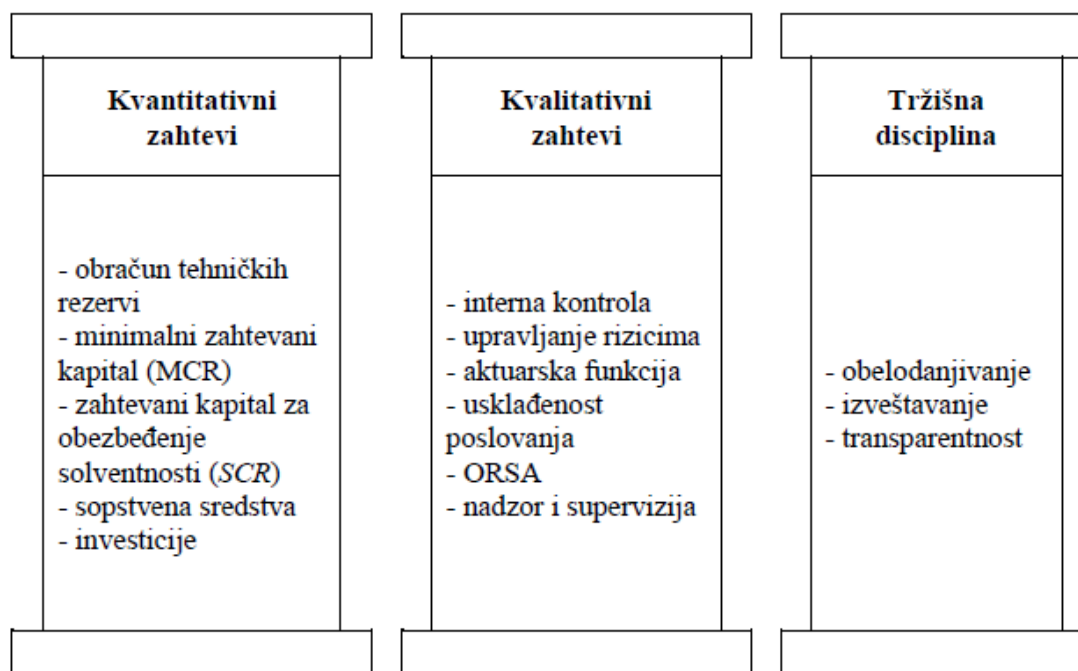
Ove razlike ekonomskog i zvaničnog bilansa su korisne u vrednovanju kompanije i razumevanju kako na njenu vrednost utiču odnosi između njenih sredstava, kapitalnih potraživanja i novčanih tokova.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti ima akcenat na sveobuhvatnosti rizika koji se ocenjuju. Cilj je da obuhvati što više rizika kojima je osiguravajuća kompanija izložena, umesto da se u skladu sa unapred definisanim koeficijentima i računovodstvenim podacima izračunava margina solventnosti kod statičkih modela fiksnog koeficijenta.

Ni ovi modeli nisu savršeni zbog izvesnih nedostataka. Komplikovani su, zahtevaju korišćenje značajnih kadrovskih i informatičkih resursa kompanije, kao i obezbeđivanje velike količine podataka iz prošlosti, zbog čega su troškovi njihove implementacije veliki. Kalibracija parametara standardnog dinamičkog modela uvažava specifičnosti osiguravajuće kompanije po pitanju pretežne vrste osiguranja kojom se bavi, veličine portfelja, imovine, programa reosiguranja, itd. samo ukoliko konkretna osiguravajuća kompanija nije previše različita od tržišnog proseka, inače je za adekvatno interpretiranje specifičnosti neophodno preći na interni model. Rezultujući zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti u velikoj meri je determinisan izabranim scenarijima, što može da dovede do neadekvatne procene zbog neiskustva stručnjaka koji su birali scenarija ili njihove želje da zahtevani iznos kapitala za obezbeđenje solventnosti prikažu manjim od realno potrebnog. U slučaju da nije dostupna dovoljna količina podataka iz prošlosti, rezultat stohastičke analize nije verodostojan, dok je prikupljanje velike količine podatka obično dosta skupo i teško. Na kraju, treba istaći da nije moguće standardizovanje stohastičkih pristupa svih kompanija na tržištu osiguranja.

2.3. Solventnost kompanija za životno osiguranje

U režimu Solventnost II evaluacija solventnosti osiguravajuće kompanije vrši se na bazi ekonomskih uslova poslovanja. Minimalni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti zavisi od stepena izloženosti osiguravača rizicima koji se meri za sledeće rizike: rizici osiguranja, tržišni rizici, operativni rizik, kreditni rizik i rizik nematerijalnih ulaganja. Regulatorni zahtev za minimalnim kapitalom je jednak ekonomskoj vrednosti kapitala, koja se definiše kao razlika tržišne vrednosti imovine i fer vrednosti obaveza, uz zadati nivo tolerancije rizika u određenom vremenskom periodu.



Slika 2.3.1. Struktura koncepta Solventnost II

Izvor: Autorovo istraživanje

Struktura koncepta Solventnost II se zasniva na tri stuba solventnosti koji predstavljaju tri uzajamno povezane celine.

Prvi stub inkorporira principe vrednovanja imovine i obaveza osiguravača na osnovu kvantifikacije rizika, postavlja osnove za obračun tehničkih rezervi, minimalnog zahtevanog kapitala (MCR), zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti (SCR) i evaluaciju sopstvenih sredstava. Takođe, reguliše investicione aktivnosti kompanije za osiguranje po prudencijalnoj metodi.

Drugi stub definiše četiri ključne funkcije u upravljanju rizicima u kompaniji za osiguranje: funkciju upravljanja rizicima, funkciju usklađenosti sa propisima, funkciju interne revizije i aktuarsku funkciju. Takođe, propisuje i metode upravljanja rizicima u postupku internih kontrola i principe procesa supervizije delatnosti osiguranja.

Treći stub obuhvata obelodanjivanje informacija i transparentnost u poslovanju osiguravajuće kompanije, kroz obavezu osiguravača da objavljuju najvažnije informacije o izloženosti rizicima i raspoloživom kapitalu.

Za ocenu solventnosti kompanije za osiguranje potrebno je odrediti odgovarajuću vrednost kapitala koji je potreban za pokriće rizika. Da bi se to postiglo, potrebno je izvršiti: pravilno vrednovanje imovine i obaveza, procenu tehničkih rezervi i odmeravanje adekvatnosti kapitala.¹⁰²

Imovina osiguravača može se posmatrati dvojako, kao iznos sredstava kojima se podmiruju obaveze kako dospevaju u toku poslovanja kompanije ili kao iznos kojim se pokrivaju obaveze u trenutku prestanka poslovanja kompanije. Koji će princip biti primenjen, zavisi od lokalnih propisa.

U okviru vrednovanja obaveza osiguravajuće kompanije, posebna pažnja se poklanja tehničkim rezervama. Obično se za to koriste aktuarske metode.

Adekvatnost kapitala se posmatra preko margine solventnosti, viška sredstava koji ostaje posle pokrića svih obaveza osiguravajuće kompanije.

2.3.1. Vrednovanje imovine i obaveza

U procesu vrednovanja imovine i obaveza primenjuje se ekonomski, tržišno konzistentan pristup, u skladu sa MSFI (skraćeno od međunarodni standardi finansijskog izveštavanja)¹⁰³. Cilj je da se proceni tržišna vrednost finansijske imovine i obaveza osiguravajuće kompanije. Osnovni principi vrednovanja, definicija imovine i obaveza, kao i kriterijumi priznavanja i prestanka priznavanja, propisani međunarodnim standardima finansijskog izveštavanja smatraju se adekvatnim, i primenjuju se za potrebe izrade bilansa stanja.

Osnovna pretpostavka koja se koristi prilikom ovakvog načina vrednovanja je načelo kontinuiteta poslovanja. U skladu sa ovim pristupom, osiguravajuća kompanija vrednuje imovinu i ostale obaveze na sledeći način: vrednost imovine odgovara iznosu po kome bi ta imovina mogla da se razmeni između obaveštenih zainteresovanih strana u transakciji po tržišnim uslovima, dok se vrednost obaveza izjednačava sa iznosom po kome bi one mogle da se prenesu ili izmire između obaveštenih zainteresovanih strana u transakciji po tržišnim uslovima.¹⁰⁴

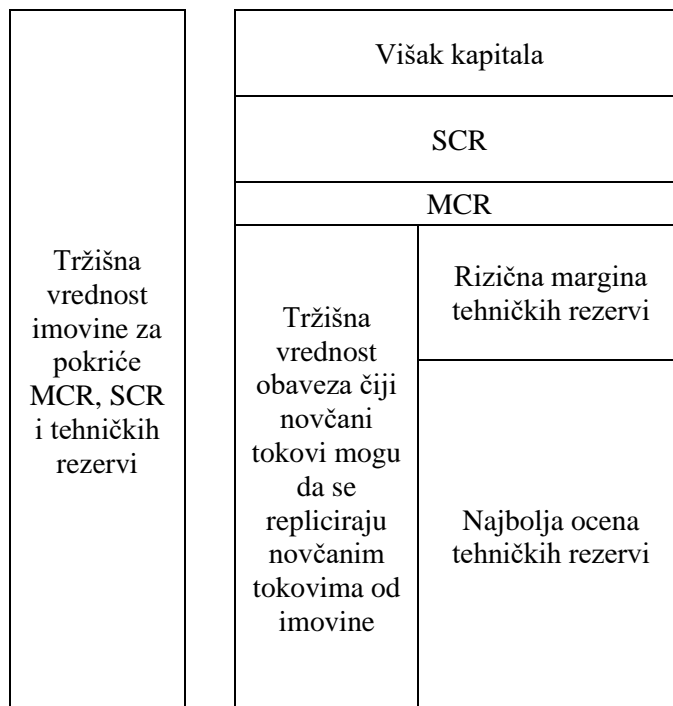
Na Slici 2.3.2. je prikazan skraćeni bilans stanja osiguravača u režimu Solventnost II. Imovina i obaveze osiguravajuće kompanije vrednuju se prema fer vrednosti.¹⁰⁵ U životnom osiguranju, u režimu Solventnost I, tehničke rezerve su približno jednake matematičkoj rezervi. U režimu Solventnost II, tehničke rezerve su zbir najbolje procene diskontovanih budućih novčanih tokova i dodatka za rizik.

¹⁰² EU Commission. (2010). *QIS5 Technical Specification*. Brussels: EU Commission

¹⁰³ Pavlović, B. (2017). International Financial Reporting Standards in Insurance in Last 15 Years. In: *Challenges and Tendencies in Contemporary Insurance Market*, Kočović, J., Boričić, B. et al. (eds.). Belgrade: Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 26, pp. 455-470.

¹⁰⁴ Głód, J., Klappiv, L., Białek-Jaworska, A., Opolski, K. (2020). Dividends of Life Insurance Companies and the Solvency Capital Requirements. In: *Contemporary Trends and Challenges in Finance*. Jajuga, K., Locarek-Junge, H. et al. (eds.). Berlin: Springer Proceedings in Business and Economics, pp. 221–230.

¹⁰⁵ Rödel, K.T., Graf, S., Kling, A. (2021). Multi-year analysis of solvency capital in life insurance. *European Actuarial Journal* 11, pp. 463–501.



Slika 2.3.2. Elementi bilansa stanja osiguravajuće kompanije u režimu Solventnost II

Izvor: Kočović, J. (2013). Koncept solventnosti osiguravajućih kompanija od Solventnosti 0 do Solventnosti II. *Prezentacija na V kursu za kontinuiranu edukaciju aktuara i drugih stručnjaka u osiguranju*. Beograd.

U režimu Solventnost II kapitalni zahtev se sastoji od dve komponente:

- minimalnog kapitalnog zahteva (MCR) – minimalni iznos kapitala kod koga bilo koja dodatna aktivnost u poslovanju dovodi do povećanja izloženosti riziku;
- zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti (SCR) – željeni iznos kapitala koji odražava rizični profil osiguravajuće kompanije. SCR je potreban za izvršavanje svih obaveza u određenom periodu, tako da služi kao garanta solventnosti osiguravajuće kompanije. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti je iznos koji sa pouzdanošću od 99,5% može pokriti buduće gubitke u periodu od jedne godine.

Višak aktive u odnosu na tehničke rezerve i druge obaveze osiguravača je raspoloživi kapital. Sve pomenute kategorije bilansa stanja u režimu Solventnost II će biti detaljno objašnjene u narednim odeljcima disertacije.

Za vrednovanje imovine i obaveza koriste se tržišne cene za istu imovinu i obaveze (tzv. mark-to-market pristup). U slučaju da njihova upotreba nije moguća, osiguravači treba da vrednuju imovinu i obaveze uz korišćenje kotiranih tržišnih cena za sličnu imovinu i obaveze uz određena prilagođavanja vrednosti.

2.3.2. Obračun tehničkih rezervi

Tehničke rezerve se obračunavaju oprezno, pouzdano i objektivno.¹⁰⁶ Aktuarske i statističke metode koje se koriste za njihov obračun treba da budu proporcionalne prirodi, obimu i složenosti rizika karakterističnih za osiguravajuću kompaniju. Obaveze osiguranja se segmentiraju u homogene grupe rizika, a najmanje u propisane vrste osiguranja.

Za obračun tehničkih rezervi koriste se informacije sa finansijskih tržišta i opšte dostupni podaci o rizicima osiguranja. Podaci koji se koriste za obračun tehničkih rezervi treba da budu kompletni, tačni i primereni.

Vrednost tehničkih rezervi jednaka je sadašnjem iznosu koje bi osiguravajuća kompanija trebalo da plati ako bi odmah prenela svoje obaveze osiguranja na drugu osiguravajuću kompaniju.¹⁰⁷ Kod obračuna tehničkih rezervi treba uzeti u obzir vremensku vrednost novca upotrebom ročne strukture relevantne bezrizične kamatne stope, u cilju diskontovanja novčanih tokova. Vrednost tehničkih rezervi izračunava se kao zbir najbolje procene i dodatka za rizik.

Najbolja procena odgovara očekivanoj vrednosti projektovanih budućih novčanih tokova koji su svedeni na neto sadašnju vrednost, za sve scenarije koje je moguće predvideti. Za obračun najbolje procene, koriste se specifične aktuarske metode koje se zasnivaju na stohastičkim statističkim metodama kao što su simulacija Monte Carlo, Bajesova metoda, itd, kao i stres testovi i analiza scenarija.

Najbolja procena se računa samo za postojeće ugovore od momenta zaključenja do trenutka promene nekog od njegovih bitnih elemenata. S obzirom da u polisi mogu biti sadržane razne garantovane opcije za osiguranike koje utiču na promene bitnih elemenata ugovora, kao što su mogućnost otkupa, redukcije osigurane sume (kapitalizacija), promene dinamike plaćanja premije, isplata predujma, pripisivanje dobiti i sl. potrebno je za svaki proizvod uzeti u obzir sve opcije. Pri utvrđivanju verovatnoće da će ugovarači osiguranja iskoristiti svoje ugovorne opcije, potrebno je sprovesti analizu ponašanja ugovarača osiguranja u prošlosti i procenu očekivanog ponašanja ugovarača osiguranja u budućnosti.

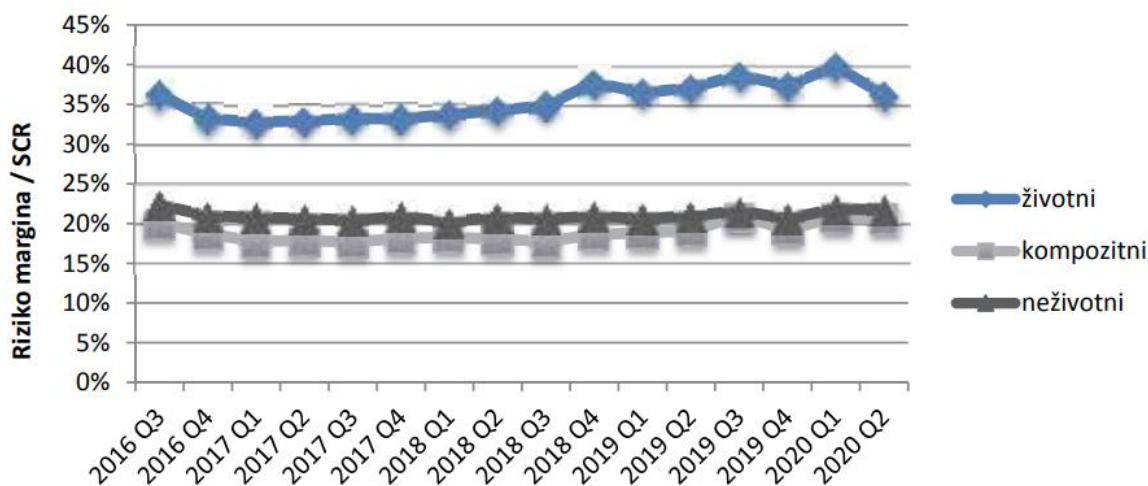
Pretpostavke o budućim merama uprave kompanije smatraju se realnim za potrebe najbolje procene tehničkih rezervi. Sve pretpostavke koje se koriste za potrebe obračuna najbolje procene tehničkih rezervi smatraju se realnim u slučaju da ispunjavaju sledeće zahteve: moguće je objasniti i opravdati svaku od korišćenih pretpostavki, pretpostavke se primenjuju konzistentno tokom vremena u okviru homogenih grupa rizika i vrsta osiguranja, bez neopravdanih izmena i na odgovarajući način odražavaju sve neizvesnosti u vezi sa novčanim tokovima.

Najbolja procena se obračunava na iznose bez odbitaka po ugovorima o reosiguranju, dok na dodatak za rizik ne utiče reosiguranje.

¹⁰⁶ Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1*. Beograd.

¹⁰⁷ Pavlović, B. (2014). Managing Technical Reserves Evaluation Risks. In: *Risk Measurement and Control in Insurance*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B., Rajić, V. (eds.), Belgrade; Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 6, pp. 103-122.

Dodatak za rizik ili margina za rizik obezbeđuje da iznos tehničkih rezervi bude jednak iznosu koji bi druge osiguravajuće kompanije mogle da zahtevaju kako bi preuzele i izmirile obaveze osiguranja date kompanije.



Slika 2.3.3. Odnos margine za rizik i SCR osiguravača u Evropskom ekonomskom prostoru

Izvor: Pripremljeno na osnovu EIOPA. (2021). *Insurance Statistics*. www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/insurance-statistics_en#Balancesheet

Dodatak za rizik se obračunava kao iznos troška koji bi nastao u slučaju obezbeđivanja sopstvenih sredstava za pokriće SCR tokom trajanja obaveza. Stopa koja se koristi za utvrđivanje tog troška zove se stopa troška kapitala. To je godišnja stopa koja se koristi za utvrđivanje kapitalnog zahteva za svaki budući period. S obzirom da se pretpostavlja da se imovina koja služi za pokriće kapitalnog zahteva drži u utrživim hartijama od vrednosti, ova stopa se ne odnosi na celokupan prinos već na razliku iznad bezrizične kamatne stope. Za obračun se koristi stopa troška kapitala po kojoj je trošak kapitala nezavisan od solventnosti kompanije i iznosi 6%. Prema Slici 2.3.3. kod životnih osiguravača margina za rizik dostiže od 35% do 40% SCR u Evropskom ekonomskom prostoru.¹⁰⁸

Dodatak za rizik $CoCM$ obračunava se na osnovu projekcije svih budućih iznosa SCR , što podrazumeva i projekciju parametara koji se koriste u tom obračunu, na osnovu sledeće formule¹⁰⁹:

$$CoCM = CoC \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{SCR(t)}{(1+r(t+1))^{t+1}}, \quad (2.3.1.)$$

pri čemu su:

- CoC - stopa troška kapitala (6%);
- $SCR(t)$ - zahtevani kapital za obezbeđenje solventnost na kraju godine t , gde t uzima vrednosti od 0 do godine isteka portfelja za koji se računa dodatak za rizik. Ovaj kapital treba da bude dovoljan za pokriće sledećih rizika: rizika životnog osiguranja, tržišnog rizika osim rizika kamatne stope, kreditnog i operativnog rizika;
- $r(t + 1)$ - bezrizična kamatna stopa za ročnost $t + 1$ godina, koja se bira u skladu s valutom koja se koristi za finansijske izveštaje.

¹⁰⁸ Kočović, J., Koprivica, M. (2021). Problemi obračuna riziko-margine u regulatornom okviru Solventnost II. *Tokovi osiguranja 2021/1*, str. 13.

¹⁰⁹ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 37.

2.3.3. Obračun adekvatnosti kapitala

Obračun adekvatnost kapitala se vrši kroz obračune:

- sopstvenih sredstava,
- zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti,
- minimalnog kapitalnog zahteva.

2.3.3.1. Obračun sopstvenih sredstava

Sopstvena sredstva su jednaka zbiru osnovnih sopstvenih sredstava i dodatnih sopstvenih sredstava. Osnovna sopstvena sredstva predstavljaju višak imovine nad obavezama. Dodatna sopstvena sredstva se sastoje od stavki koje nisu klasifikovane kao osnovna sopstvena sredstva, a koje se mogu upotrebiti za pokriće gubitaka.

Sopstvena sredstva mogu biti klasifikovana u tri kategorije:¹¹⁰

- 1) Osnovna sopstvena sredstva koja sadrže uplaćeni akcijski kapital običnih akcija sa pripadajućom emisionom premijom, višak sredstava i rezerve za usaglašavanje. Rezerve za usaglašavanje su jednake ukupnom višku imovine nad obavezama umanjenom za otkupljene sopstvene akcije, predvidive dividende, naknade, osnovna sopstvena sredstva (uplaćeni akcijski kapital običnih akcija sa pripadajućom premijom i višak imovine i preferencijalne akcije sa pripadajućom premijom i neto odložena poreska sredstva) i iznos učešća u bankama i finansijskim institucijama umanjen u skladu sa tretmanom učešća pri utvrđivanju osnovnih sopstvenih sredstava.
- 2) Osnovna sopstvena sredstva koja sadrže akcijski kapital sa pripadajućom emisionom premijom koji ne ispunjava uslove za razvrstavanje u kategoriju 1 i preferencijalne akcije sa pripadajućom emisionom premijom
- 3) Osnovna sopstvena sredstva koja sadrže preferencijalne akcije sa pripadajućom emisionom premijom koje ne zadovoljavaju kriterijume za razvrstavanje u kategorije 1 i 2 i neto odložena poreska sredstva.

2.3.3.2. Obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti (SCR skraćeno od engl. Solvency Capital Requirement) je iznos kapitala koji se izračunava pod pretpostavkama tekućeg poslovanja osiguravača i obuhvaćenih svih ključnih rizika kojima je osiguravač izložen i odnosi se na tekuće poslovanje u narednih 12 meseci. Prilikom obračuna SCR, kao mera rizika koristi se vrednost pod rizikom (VaR) sa nivoom poverenja od 99,5% u jednogodišnjem vremenskom horizontu. Obračunata vrednost SCR garantuje izvršavanje obaveza prema osiguranicima u 199 od 200 godina.

Obračun SCR prema standardnoj formuli podeljen je u module i podmodule, kao što je ilustrovano na Slici 2.3.4. Za svaki modul i podmodul data je definicija relevantnih rizika. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti kompozitne osiguravajuće kompanije, podeljen je na sledeće module rizika: preuzeti rizici životnog, neživotnog i zdravstvenog osiguranja, tržišni, kreditni rizik, operativni i rizik nematerijalnih ulaganja.

¹¹⁰ Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1.* Beograd, str. 54.

Standardna formula propisuje način obračuna u okviru svakog modula i podmodula i preporučuje određena pojednostavljena i uslove za primenu.

U postupku obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti shodno standardnoj formuli mogu da se koriste kreditni rejtinzi uglednih agencija za rejting za izdavaoce dužničkih hartija od vrednosti, banke kod kojih osiguravač ima depozite, druge ugovorne strane, a naročito reosiguravajuće kompanije i dužnike osiguravača. Upotreba kreditnih rejtinga treba da bude konzistentna i da se ne primenjuje selektivno.

Za nekoliko podmodula, obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti se zasniva na analizi scenarija. Zahtevani kapital se utvrđuje kao efekat pojedinačnog scenarija na vrednost neto imovine osiguravajuće kompanije (NAV skraćeno od engl. Net Assets Value). „Neto vrednost imovine predstavlja razliku vrednosti imovine i obaveza osiguravača. Promena NAV koja proizilazi iz scenarija označava se kao ΔNAV . To je pozitivan iznos, gde rezultat scenarija predstavlja gubitak NAV-a.“¹¹¹ Ako je rezultat scenarija povećanje NAV, što znači da nema rizika za osiguravača, takav zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti se svodi na nulu. Tehničke rezerve se ponovo utvrđuju, kako bi se odredila promena NAV. Za obračun rizika životnih osiguranja standardna formula zasnovana je na scenarijima. Scenarija se sastoje od iznenadnog stresa na dan vrednovanja, a zahtevani kapital se izjednačava sa trenutnim gubitkom osnovnih sopstvenih sredstava nastalim kao rezultat stresa. Scenarija ne uzimaju u obzir promene u imovini i obavezama tokom 12 meseci nakon stres scenarija. Stoga kapitalni zahtevi ne uzimaju u obzir očekivani dobitak i gubitak poslovanja tokom sledećih 12 meseci.

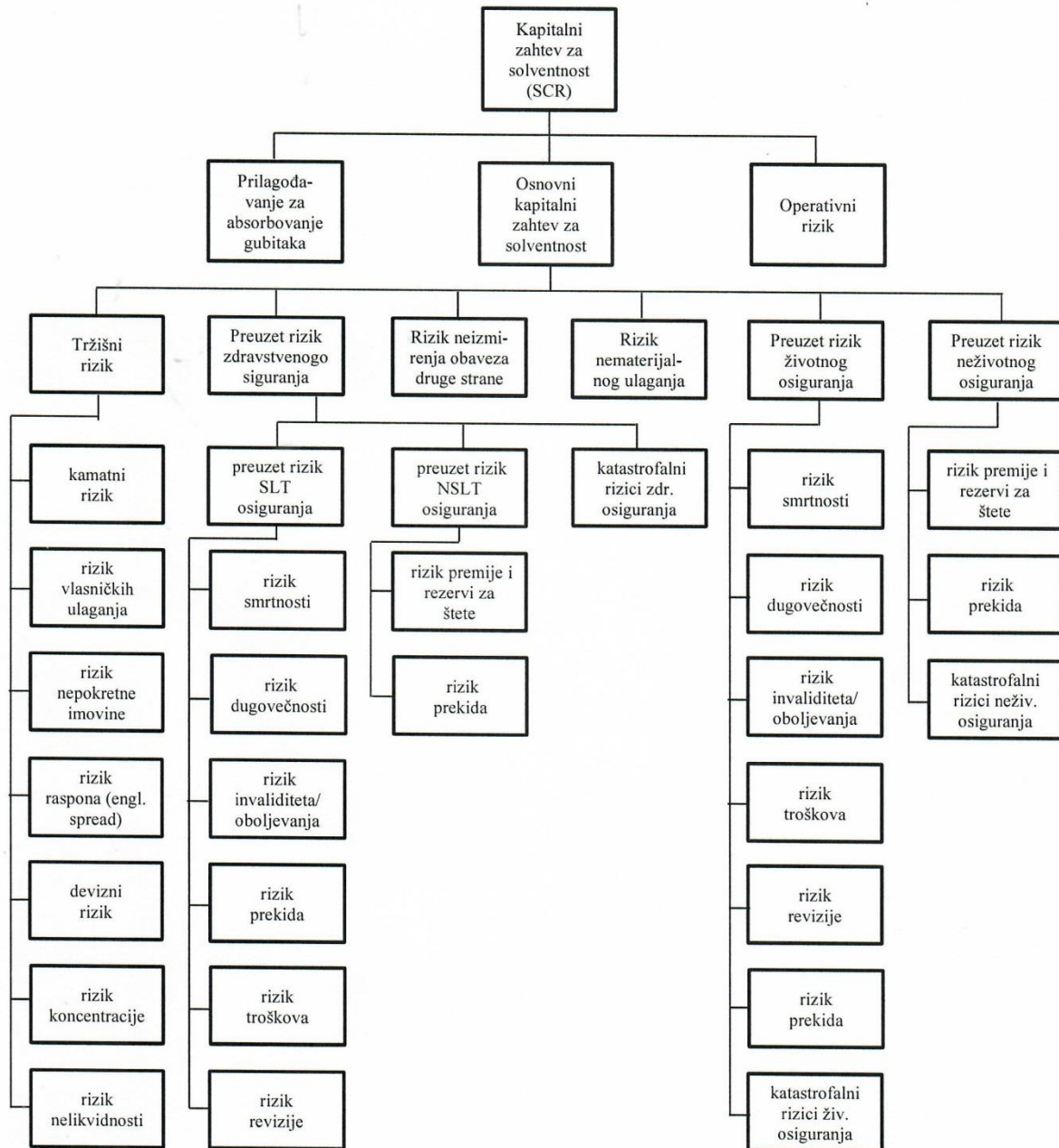
Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti se kalibriše tako da se obezbedi da su uzeti u obzir svi merljivi rizici kojima je izložena osiguravajuća kompanija. SCR treba da odgovara vrednosti osnovnih sopstvenih sredstava pod rizikom osiguravača s intervalom poverenja od 99,5% tokom jednogodišnjeg perioda.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti se obračunava na osnovu pretpostavke kontinuiteta poslovanja kompanije. SCR treba da pokriva rizik postojećeg poslovanja, kao i novog poslovanja za koje se očekuje da će biti realizovano u sledećih 12 meseci.

Na pojedine delove standardne formule mogu se primeniti određena pojednostavljena, pod uslovom da je pojednostavljeni obračun proporcionalan prirodi, obimu i složenosti rizika.

Za razliku od zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti kompozitne osiguravajuće kompanije, zahtevani kapital za solventnost životnih osiguravača, prikazan na Slici 2.3.5, pokriva sledeće rizike: preuzeti rizik životnog osiguranja, tržišni rizik, rizik neizmirenja obaveze druge ugovorne strane (kreditni rizik) i operativni rizik.

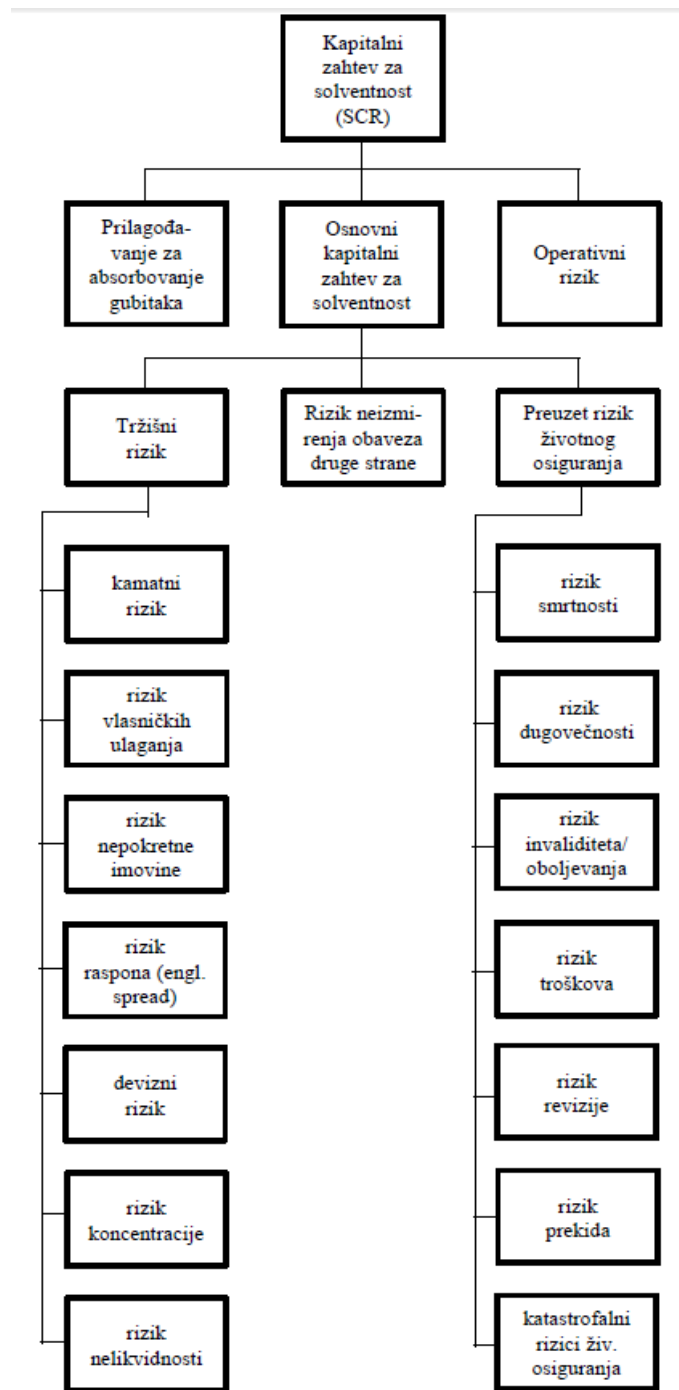
¹¹¹ Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1.* Beograd, str. 60.



Slika 2.3.4. Struktura zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti kompozitne osiguravajuće kompanije prema standardnoj formuli

Napomena: SLT osiguranje je zdravstveno osiguranje koje se sprovodi na sličnim tehničkim osnovama kao životno osiguranje, dok se NSLT zdravstveno osiguranje ne sprovodi na sličnim tehničkim osnovama kao životno osiguranje.

Izvor: Autorova interpretacija podataka iz Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1.* Beograd, str. 58.



Slika 2.3.5. Struktura zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti osiguravajuće kompanije za životno osiguranje prema standardnoj formuli

Izvor: Autorova interpretacija podataka iz Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1.* Beograd, str. 58.

Obrazac za izračunavanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti osiguravajuće kompanije za životno osiguranje, na osnovu standardne formule, je oblika:¹¹²

$$SCR = BSCR + SCR_{op} + Adj. \quad (2.3.2.)$$

gde su:

- $BSCR$ – osnovni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti pre bilo kakvih prilagođavanja. Obuhvata zahteve za kapitalom životnih osiguravača po osnovu sledećih kategorija rizika: tržišnog rizika, rizika neizmirenja obaveza druge strane, rizika životnog osiguranja i rizika nematerijalnih ulaganja. Računa na sledeći način:¹¹³

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * SCR_i * SCR_j} + SCR_{intangibles}, \quad (2.3.3.)$$

gde su:

- SCR_i i SCR_j – zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za module rizika i i j ,
- $SCR_{intangibles}$ – zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik nematerijalne imovine,
- $Corr_{ij}$ – koeficijent korelacije rizika za osnovni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za module i i j koji je jednak stavci navedenoj u redu i i koloni j tabele koeficijenata korelacije koja je prikazana u Tabeli 2.3.1;

Osnovni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti trebalo bi da bude izračunat na osnovu bruto ($BSCR$) i neto ($nBSCR$) obračuna. Bruto obračun služi za određivanje osnovnog zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti bez prilagođavanja za utvrđivanje kapaciteta tehničkih rezervi za apsorpcije gubitaka. Bruto princip obračuna ne obuhvata efekte ublažavanja rizika budućih diskrecionih prava osiguranika. Buduća diskreciona prava osiguranika predstavljaju prava iz ugovora o osiguranju na osnovu ostvarenih rezultata grupe, vrste ili pojedinačnog ugovora, ugovorenih prihoda od investiranja sredstava osiguravača, dobitka ili gubitka iz poslovanja osiguravača, itd. Bruto obračun se zasniva na nepromenljivosti vrednosti novčanih tokova u vezi budućih prihoda/rashoda po osnovu diskrecionih prava pod definisanim scenarijom, uz njihovo diskontovanje po vremenskoj strukturi kamatne stope bez rizika.. Prilagođavanja se ne primenjuju na operativne rizike, pošto gubici proistekli iz neadekvatnih internih procesa, postupanja zaposlenih ili problema sa informacionim sistemom i nisu obuhvaćeni budućim diskrecionim pravima.

- SCR_{op} – zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za operativni rizik;
- Adj – prilagođavanje za sposobnost tehničkih rezervi i odloženih poreza da apsorbuju gubitke, potencijalnu nadoknadu neočekivanih gubitaka smanjenjem tehničkih rezervi i odloženih poreza:

$$Adj = Adj_{TP} + Adj_{DT}, \quad (2.3.4.)$$

gde su:

- Adj_{TP} – prilagođavanje za sposobnost tehničkih rezervi da apsorbuju gubitke, koje se računa na sledeći način:¹¹⁴

$$Adj_{TP} = -\max(\min(BSCR - nBSCR; FDB), 0), \quad (2.3.5.)$$

gde su:

¹¹² Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1*. Beograd, str. 63

¹¹³ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 87.

¹¹⁴ Isto, Article 206.

- *BSCR* – osnovni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti, koji ne uključuje sposobnost tehničkih rezervi da apsorbuju gubitke,
- *nBSCR* – neto osnovni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti, koji uključuje sposobnost tehničkih rezervi da apsorbuju gubitke,
- *FDB* – iznos tehničkih rezervi bez dodatka za rizik koje se odnose na buduće diskrecione naknade;

Adj_{DT} – prilagođavanje za sposobnost odloženih poreza da pokriju gubitke.

Tabela 2.3.1. Tabela koeficijena korelacije za osnovni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti osiguravajuće kompanije za životno osiguranje

i \ j	Tržišni rizik (Market)	Rizik neizmirenja obaveza druge strane (Default)	Rizik životnog osiguranja (Life)
Tržišni rizik (Market)	1	0,25	0,25
Rizik neizmirenja obaveza druge strane (Default)	0,25	1	0,25
Rizik životnog osiguranja (Life)	0,25	0,25	1

Izvor: Prilagođeno na osnovu Directive 2009/138/EC of the European Parliament and the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Communities* (2009/L 335), p. 124.

Modul rizika životnog osiguranja (SCR_{life})

Modul obuhvata rizike koji proizlaze iz preuzimanja poslova životnog osiguranja i odnose se na osigurane rizike i procese korišćene u poslovanju.

Modul rizika životnog osiguranja sastoji se od sledećih podmodula, kao što je prikazano na Slici 2.3.4:

- rizika smrtnosti ($SCR_{mortality}$),
- rizika dugovečnosti ($SCR_{longevity}$),
- rizika invaliditeta/oboljevanja ($SCR_{disability/morbidity}$),
- rizika troškova životnog osiguranja ($SCR_{expense}$),
- rizika revizije ($SCR_{revision}$),
- rizika prekida (SCR_{lapse}),
- katastrofalnih rizika životnog osiguranja ($SCR_{life-catastrophe}$).

Obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti u modulu rizika životnog osiguranja detaljno će biti opisan u odeljku 3.4.2.

Modul tržišnog rizika (SCR_{market})

Tržišni rizik se javlja zbog volatilnosti tržišnih varijabli kao što su kamatne stope, cene finansijskih instrumenata, cene nepokretnosti i devizni kursevi. Izloženost tržišnom riziku se meri preko uticaja promena u nivou različitih finansijskih varijabli. Obračuni zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti u modulu tržišnog rizika zasnovani su na scenarijima.

Modul tržišnog rizika sastoji se od sledećih podmodula: kamatni rizik ($SCR_{interest\ rate}$), rizik vlasničkih ulaganja (SCR_{equity}), rizik nepokretne imovine ($SCR_{property}$), rizik raspona (SCR_{spread}), rizik koncentracije tržišnog rizika ($SCR_{concentration}$) i devizni rizik ($SCR_{currency}$).

Obrazac za izračunavanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za tržišni rizik je oblika:¹¹⁵

$$SCR_{market} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{ij} * SCR_i * SCR_j}, \quad (2.3.6.)$$

gde su:

- SCR_i i SCR_j - zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za podmodul rizika i i podmodul rizika j , za sve moguće kombinacije i, j podmodula rizika,
- $Corr_{ij}$ – koeficijenti korelacije između podmodula tržišnog rizika i i j koji je jednak stavci navedenoj u redu i i koloni j tabele koeficijenata korelacije koja je prikazana u Tabeli 2.3.2.

Tabela 2.3.2. Tabela koeficijenata korelacije za tržišni rizik¹¹⁶

$i \backslash j$	Kamatni rizik	Rizik vlasničkih ulaganja	Rizik nepokretne imovine	Rizik raspona	Rizik koncentracije tržišnog rizika	Devizni rizik
Kamatni rizik	1	A	A	A	0	0,25
Rizik vlasničkih ulaganja	A	1	0,75	0,75	0	0,25
Rizik nepokretne imovine	A	0,75	1	0,5	0	0,25
Rizik raspona	A	0,75	0,5	1	0	0,25
Rizik koncentracije tržišnog rizika	0	0	0	0	1	0
Devizni rizik	0,25	0,25	0,25	0,25	0	1
Rizik nelikvidnosti	0	0	0	-0,5	0	0

Napomena: Parametar A uzima vrednost 0 u slučaju „šoka“ naviše u ročnoj strukturi kamatnih stopa, a vrednost 0,5 u slučaju „šoka“ naniže u ročnoj strukturi kamatnih stopa. Formiranje i sadržaj tabele koeficijenata korelacije su objašnjeni u odeljku 2.1.3.1.

Izvor: Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 164.

¹¹⁵ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 164.

¹¹⁶ U QIS5 tržišnom riziku je pripadao i rizik nelikvidnosti, čija je korelacija sa ostalim podmodulima tržišnog rizika predstavljena poslednjim redom u Tabeli 2.3.2. ali ovaj rizik nije ušao u finalnu verziju Direktive o Solventnosti II.

Modul kreditnog rizika SCR_{def}

Kreditni rizik se javlja zbog mogućih gubitaka usled neočekivanog nastupanja neizmirenja obaveza ili smanjenja kreditnog rejtinga poslovnih partnera osiguravača tokom narednih dvanaest meseci. Modul kreditnog rizika (rizika neizmirenja obaveza druge strane) odnosi se na ugovore za umanjene rizika putem reosiguranja i sl.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za kreditni rizik utvrđuje se na osnovu pojedinačnih izloženosti. Sve izloženosti prema licima koja pripadaju istoj grupi smatraju se pojedinačnom izloženošću. Za svaku ugovornu stranu uzima se ukupna izloženost riziku prema toj ugovornoj strani.

Postoje dva tipa izloženosti prema kojima se različito postupa:

- Tip 1 obuhvata izloženost rizicima koja ne može biti diversifikovana, ali za koje se može utvrditi rejting, kao što su ugovori za umanjene rizika (npr. ugovori o reosiguranju), gotovina u bankama i depoziti kod cedenata;
- Tip 2 obuhvata izloženost rizicima koja može biti diversifikovana, ali se ne može se utvrditi njihov rejting.

Obrazac za izračunavanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za kreditni rizik je oblika:¹¹⁷

$$SCR_{def} = \sqrt{SCR_{(def,1)}^2 + 1,5 * SCR_{(def,1)} * SCR_{(def,2)} + SCR_{(def,2)}^2}, \quad (2.3.7.)$$

gde su:

- $SCR_{(def,1)}$ – zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za kreditni rizik za izloženosti tipa 1, koji je srazmeran multiplikovanom standardnom odstupanju raspodele gubitaka,
- $SCR_{(def,2)}$ – zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za kreditni rizik za izloženosti tipa 2, koji je pretežno srazmeran gubitku u slučaju nastupanja neizmirenja obaveza za sva potraživanja od zastupnika i posrednika koja su dospela pre više od 3 meseca.

Modul operativnog rizika (SCR_{op})

Operativni rizik podrazumeva nastanak svih vrsta problema u radu osiguravajuće kompanije zbog propusta zaposlenih, neadekvatnih ili pogrešnih internih pravilnika i aktivnosti u kompaniji, neodgovarajućeg upravljanja IT sistemom, itd. Obuhvata pravni rizik i operativne rizike koji nisu eksplicitno pokriveni drugim modulima rizika, a isključuje reputacioni rizik.

¹¹⁷ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 189.

Obrazac za izračunavanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za operativni rizik je oblika:¹¹⁸

$$SCR_{op} = \min(0,3BSCR; Op) + 0,25Exp_{ul}, \quad (2.3.8.)$$

gde su:

- *BSCR* – osnovni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za solventnost,
- *Op* – osnovni zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za operativni rizik,
- *Exp_{ul}* – troškovi u vezi sa ugovorima o životnom osiguranju kod kojih su osiguranici prihvatili da učestvuju u investicionom riziku u prethodnih godinu dana.

Pretpostavke koje se koriste prilikom obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti u okviru standardne formule u modulu operativnog rizika su da je u društvu za osiguranje prisutan standardizovan nivo upravljanja rizicima i da je modul zasnovan na linearnoj formuli čime nije osetljiv na rizike. Kako je praksa pokazala, usled nedostataka raspoloživosti informacija o manifestacijama operativnih rizika, pojednostavljenje faktora rizika je jedan od značajnijih izazova. Za definisanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti na osnovu operativnog rizika koristi se 99,5% VaR.

Tehnike umanjenja rizika

Ako osiguravajuća kompanija prenosi rizike životnog osiguranja primenom ugovora o reosiguranju i ako ti ugovori obezbeđuju zaštitu od rizika koji su obuhvaćeni obračunima baziranim na scenarijima u okviru modula rizika životnog osiguranja, efekti umanjenja rizika po osnovu tih ugovora se alociraju na obračune zasnovane na scenarijima na način da se, bez dupliranja, obuhvati ekonomski efekat obezbeđenih zaštita. Ekonomski efekat zaštite treba obuhvatiti pri utvrđivanju gubitka osnovnih sopstvenih sredstava u obračunima baziranim na scenarijima. Da bi osiguravajuća kompanija uzela u obzir efekte ugovora o reosiguranju na prenos preuzetog rizika osiguranja prilikom obračuna osnovnog zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti treba da budu ispunjeni svi kvalitativni kriterijumi, kriterijumi u vezi sa efektivnošću prenosa rizika, itd.¹¹⁹

Jedna od tehnika za umanjenje rizika su sredstva obezbeđenja, koja predstavljaju ugovore prema kojima pružaoci sredstva obezbeđenja prenose celo vlasništvo nad tim sredstvima na primaoca za potrebe obezbeđenja ili drugačijeg pokrića izvršenja odgovarajuće obaveze, a zakonsko vlasništvo nad sredstvima u trenutku uspostavljanja ugovornog odnosa zadržava davalac sredstava.¹²⁰

Garancije su takođe jedna od tehnika za umanjenje rizika koje se priznaju ako su ispunjeni svi kvalitativni kriterijumi i ukoliko su definisani kriterijumi u vezi sa efektivnošću prenosa rizika. Najvažniji uslov je da kreditna zaštita koju obezbeđuje garancija bude direktna.¹²¹

2.3.3.3. Obračun minimalnog kapitalnog zahteva

Minimalni kapitalni zahtev (skraćeno MCR od engl. Minimum Capital Requirement) odgovara minimalnom nivou adekvatnih osnovnih sopstvenih sredstava ispod koga su osiguranici izloženi neprihvatljivo visokom nivou rizika.

¹¹⁸ Isto, Article 204.

¹¹⁹ Narodna banka Srbije. (2023). *Okvir za sprovođenje treće kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.0*. Beograd, str. 134.

¹²⁰ Isto, str. 135.

¹²¹ Isto, str. 136.

U standardnoj formuli Solventnosti II minimalni kapitalnu zahtev se utvrđuje primenom jednostavne linearne formule kalibrisane tako da odgovara vrednosti osnovnih sopstvenih sredstava pod rizikom sa nivoom poverenja od 85% i vremenskim horizontom od jedne godine.

Minimalni kapitalni zahtev MCR obračunava se prema formuli:¹²²

$$MCR = \max(MCR_{combined}; AMCR), \quad (2.3.9.)$$

gde je:

- $AMCR$ – minimalni kapitalni cenzus u dinarskoj protivvrednosti po srednjem kursu NBS na dan vrednovanja, koji iznosi za životna osiguranja 4 miliona evra;
- $MCR_{combined}$ – kombinovani minimalni kapitalni zahtev, koji se obračunava prema formuli:

$$MCR_{combined} = \min(\max(MCR_{linear,l}; 0,25SCR); 0,45SCR), \quad (2.3.10.)$$

pri čemu:

- SCR predstavlja zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti u odnosu na koji se utvrđuje koridor za iznos MCR ,
- $MCR_{linear,l}$ predstavlja komponentu linearnog minimalnog kapitalnog zahteva koja se odnosi na obaveze životnog osiguranja i reosiguranja, koja se obračunava prema formuli:¹²³

$$MCR_{linear,l} = 0,037 TP_{life,1} - 0,052 TP_{life,2} + 0,007 TP_{life,3} + 0,021 TP_{life,4} + 0,0007 CAR, \quad (2.3.11.)$$

pri čemu za svako i , iznosi $TP_{life,i}$ ne mogu biti manji od nule, i predstavljaju tehničke rezerve (bez dodatka za rizik) nakon odbitka iznosa koji mogu da se nadoknade po osnovu ugovora o reosiguranju u vezi sa:

- $TP_{life,1}$ - garantovanim naknadama za obaveze životnih osiguranja sa učešćem u dobiti,
- $TP_{life,2}$ - budućim diskrecionim naknadama za obaveze životnih osiguranja sa učešćem u dobiti,
- $TP_{life,3}$ - životnim osiguranjima vezanim za jedinice investicionih fondova,
- $TP_{life,4}$ - svim ostalim obavezama životnih osiguranja;
- CAR je ukupan kapital pod rizikom koji predstavlja zbir kapitala pod rizikom po polisama, tj. iznos nula ili razlike sledećih iznosa, nakon odbitka iznosa koji mogu da se nadoknade po osnovu ugovora o reosiguranju, u zavisnosti od toga koji je iznos veći:

- 1) zbir iznosa koji bi osiguravajuća kompanija trenutno platila u slučaju smrti ili invaliditeta lica koje je osigurano po tom ugovoru i očekivane sadašnje vrednosti iznosa koji nisu obuhvaćeni prethodnom alinejom, a koje bi osiguravač u budućnosti isplatio u slučaju trenutne smrti ili invaliditeta lica koje je osigurano po tom ugovoru,
- 2) najbolje procene odgovarajućih obaveza.

¹²² Narodna banka Srbije. (2023). *Okvir za sprovođenje treće kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.0*. Beograd, str. 138.

¹²³ Isto.

2.3.4. Procena sopstvenog rizika i solventnosti (ORSA)

Procena sopstvenog rizika i solventnosti (skraćeno ORSA od engl. Own Risk and Solvency Assessment) se sastoji od procesa i procedura pomoću kojih osiguravač identifikuje, procenjuje, nadgleda, upravlja i prijavljuje kratkoročne i dugoročne rizike kojima je izložen, ili može biti izložen, te određuje sopstvene fondove potrebne za obezbeđenje kontinuiranog očuvanja solventnosti poslovanja.¹²⁴

ORSA predstavlja centralni element Solventnosti II i ima za cilj da osiguravač razvije procenu sopstvenih potreba za solventnošću imajući u vidu rizike kojima je izložen, okruženje u kojem sprovodi interne kontrole i poslovne ciljeve. To je proces koji analizira rizike koje osiguravač sreće prilikom svakodnevnog poslovanja. Predstavlja vezu sa procesom donošenja odluka u kompaniji i spaja upravljanje rizicima, upravljanje kapitalom i strateško opredeljivanje. Kao rezultat treba da osigura da svi organizacioni delovi kompanije efektivno funkcionišu zajedno.

Osnovna načela na kojima se zasniva koncept Solventnost II su dosledna procena imovine i obaveza kako bi se dobile realne osnove za procenu rizika, izmenjena struktura finansijskih izveštaja, dva kapitalna zahteva (MCR i SCR), unapređeni pristup nadzora grupa osiguravajućih kompanija, robustan sistem poslovanja i procena sopstvenog rizika i solventnosti.¹²⁵

Solventnost II zahteva doslednu procenu imovine i obaveza kako bi se realno procenili rizici. Uvodi se izmenjena struktura finansijskih izveštaja kako bi se bolje razumeli finansijski rezultati i stanje kompanije. Sistem kapitalnih zahteva uključuje minimalni potrebni kapital i zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti, koji obezbeđuju obračun baziran na riziku i omogućavaju nadzornim organima da deluju na osnovu jasnih smernica. Takođe, unapređuje pristup nadzora grupa osiguravajućih kompanija, što znači da se grupni entiteti nadziru kao celina, uzimajući u obzir njihovu konsolidovanu poziciju. Solventnost II iziskuje i da osiguravajuće kompanije imaju robustan sistem poslovanja koji obuhvata određene ključne funkcije.

Procena sopstvenog rizika i solventnosti je takođe važan deo Solventnosti II. Ova procena uzima u obzir poslovnu strategiju kompanije, apetit za rizikom i profil rizika.¹²⁶ Kompanije moraju redovno sprovoditi procenu sopstvenog rizika i solventnosti i koristiti je kao alat za upravljanje rizicima i kapitalom. ORSA je deo procene sopstvenog rizika i solventnosti koji se fokusira na utvrđivanje adekvatnosti kapitala i upravljanje rizicima.

Implementacija Solventnosti II zahteva promenu kulture upravljanja i uvođenje kulture rizika. To zahteva angažman i podršku menadžmenta kompanije kako bi se uspostavila dosledna kultura rizika u svim aspektima poslovanja. Obezbeđivanje adekvatne procene sopstvenog rizika i solventnosti omogućava kompanijama da donose informisane odluke o upravljanju rizicima i kapitalom.

¹²⁴ Zorić, I. (2016). Upravljanje rizicima solventnosti osiguravajućih kompanija. *Doktorska disertacija*. Beograd: Beogradska bankarska akademija Univerziteta Union u Beogradu.

¹²⁵ Pavlović, B. (2016). Implementation of ORSA Report in Solvency II Preparation Phase. In: *Risk Management in the Financial Services Sector*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B. et al. (eds.), Belgrade: Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 29, p. 474.

¹²⁶ Ilić M. (2014). Uticaj primene direktive Evropske unije „Solventnost II” na sektor osiguranja u Srbiji. *Doktorska disertacija*. Niš: Ekonomski fakultet Univerziteta u Nišu.

Predsednik EIOPA-e, Gabriel Bernardino, je dodatno pojasnio korist od uvođenja ORSA-e smatrajući je važnom podrškom donošenju mnogih važnih strategijskih odluka, poput utvrđivanja nivoa samoprizržaja, upravljanja kapitalom i određivanja adekvatnih nivoa premije osiguranja.¹²⁷

2.3.4.1. ORSA u pripremnoj fazi

EIOPA je obezbedila smernice nacionalnim regulatorima delatnosti osiguranja za postupanje u pripremnoj fazi za uvođenje režima Solventnost II. Tokom te pripreme faze osiguravajuće kompanije trebalo je da ispune prelazne zahteve Solventnosti II koji su usklađeni sa zahtevima Solventnosti I. Procena sopstvenog rizika i solventnosti u pripremnoj fazi po navedenim principima se naziva anticipativna ORSA. U EU anticipativna ORSA je završena i počela je implementacija režima Solventnost II, ali u Srbiji, ova priprema faza uvođenja Solventnosti II može poslužiti kao pomoć za sledeći korak ka implementaciji pune Solventnosti II.¹²⁸

Ove smernice treba posmatrati kao pripreme radnje za Solventnost II, kako bi se osiguralo pravilno upravljanje osiguravajućim kompanijama. Takođe, njihova svrha je i da supervizori za nadzor delatnosti osiguranja pre početka primene režima Solventnost II dobiju dovoljno potrebnih informacija o sistemu upravljanja rizicima osiguravajućih kompanija, anticipativnoj ORSA-i, prethodnim aplikacijama za interne modele, itd. Na kraju smernice propisuju uspostavljanje sistema dostavljanja informacija supervizoru osiguranja.

Date su smernice o Izveštaju EIOPA-e o napretku u implementaciji režima Solventnosti II, promenljivosti praga za anticipativnu ORSA-u, ulozi administrativnog, upravljačkog ili nadzornog organa po principu „odozdo nadole“, formiranju dokumentacije za ORSA-u, politici anticipativne ORSA-e, internim izveštajima i izveštavanju organa nadzora o anticipativnoj ORSA-i, proceni ukupnih potreba solventnosti, obračunu tehničkih rezervi, primeni anticipativne ORSA-e za grupe, izveštavanju nadzornih organa, itd.¹²⁹

Smernice imaju težište na svrsi ORSA izveštaja, a ne kako izveštaj treba da se uradi. Na primer, pošto procena ukupnih potreba solventnosti predstavlja subjektivan pogled kompanije na sopstveni profil rizika, kao i kapital i druga sredstva potrebna za upravljanje ovim rizicima, kompanija bi trebalo da odluči kako se obavljaju ove procene s obzirom na karakteristike svog poslovanja.

Od suštinskog je značaja da je uprava kompanije svesna svih materijalnih rizika bez obzira da li su rizici uključeni u obračun SCR i da li ih je moguće kvantifikovati. Takođe je važno da uprava ima aktivnu ulogu u usmeravanju procesa anticipativne ORSA-e i diskutovanju ishoda.

Izveštaj za anticipativni proces procene sopstvenog rizika i solventnosti treba da opiše: procese, procedure, veze između kompanijskog profila rizika, odobrenih limita tolerancije rizika i kapitalnih zahteva za obezbeđenje solventnosti, testove, zahteve za kvalitet podataka, frekvenciju procene, itd.¹³⁰

¹²⁷ Bernardino G. (2015). Solventnost II nije savršen regulatorni okvir, ali... *Svet osiguranja*, 2015(10), str. 30.

¹²⁸ Pavlović, B. (2016). Implementation of ORSA Report in Solvency II Preparation Phase. In: *Risk Management in the Financial Services Sector*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B. et al. (eds.), Belgrade: Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 29, pp. 473-486.

¹²⁹ EIOPA. (2013). *Guidelines on Forward Looking Assessment of Own Risks (based on the ORSA principles)*. Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority

¹³⁰ Ducoffre, N. and Schaffrath-Chanson, T. (2013). *EIOPA's view on forward-looking assessment of own risks (FLAOR)*. Munich: Munich Re.

Evropske kompanije bile su suočene sa velikim brojem izazova u pripremi za taj izveštaj.¹³¹ Neki od najvećih su: projekcija bilansa i kapitalnih zahteva, demonstracija stalnog usklađivanja i proces dokumentovanja.

2.3.4.2. ORSA izveštaj

Struktura ni sadržaj ORSA izveštaja nisu definisani direktivama koje opisuju režim Solventnost II. Ideja EIOPA-e je da svaka kompanija napravi izveštaj u skladu sa sopstvenim potrebama. ORSA izveštaj treba da sadrži sledeće: izjavu o strategiji upravljanja rizicima, sistem upravljanja rizicima, uključujući odgovarajuće oblasti procene i poboljšanja, poslovnu strategiju, strategiju rizika i verifikaciju njihove adekvatnosti, merenje rizika i rezultate modeliranja, uključujući identifikaciju i procenu glavnih rizika.¹³²

Jedan od mogućih načina da se struktura ORSA izveštaj, koji može da pomogne u razumevanju zahteva procene sopstvenog rizika i solventnosti, sadržao bi sledećih šest odeljaka:

1. Uvod može sadržati izjavu menadžmenta, ORSA ciljeve i obim izveštaja, usklađenost sa lokalnim propisima solventnosti i rizika. Takođe, ovde se mogu citirati odgovarajući delovi politike rizika i strategije upravljanja rizikom kompanije;
2. Upravljanje rizikom obuhvata strukturu kompanije, korporativno upravljanje rizikom, profil rizika i kvalitet podataka. Organizaciona šema kompanije treba da bude obelodanjena i posebno naglašene četiri funkcije kontrole rizika, koje je uvela Solventnost II, trebalo bi imenovati vlasnike rizika u kompaniji i opisati glavna upravljačka tela: nadzorni i izvršni odbor i njihove ključne aktivnosti. Kompanija bi trebalo da obelodani poslednje materijalne promene profila rizika i akcije menadžmenta koje se preduzimaju da bi se ostalo u okviru definisanog apetita za rizik. Profil rizika obuhvata materijalnu izloženost, koncentraciju, ublažavanje i osetljivost. Ključni unutrašnji i spoljni rizici treba da se identifikuju i predvidi njihov razvoj u sledećih nekoliko godina;
3. Strategija poslovanja sadrži biznis plan. U ovom odeljku trebalo bi opisati makroekonomske parametre zemlje i trend razvoja tržišta osiguranja kao osnov za realnu poslovnu strategiju, zajedno sa poslovnim planovima kompanije. Strategija kompanije u reosiguranju i investiranju treba da bude detaljno obelodanjena. Opis procesa planiranja od faze postavljanja zahteva do praćenja procesa, sa definisanim odgovornostima različitih funkcija kompanije i rokovima trebalo bi takođe dati u ovom delu ORSA izveštaja;
4. Strategija rizika se sastoji iz definisanja apetita za rizikom i uspostavljanja veze između profila rizika, apetita za rizikom i ukupnih potreba za zahtevanim kapitalom za obezbeđenje solventnosti. Apetit za rizikom predstavlja izbor rizika koju kompanija preferira da uzme ili da izbegne. Ova sekcija obavezno sadrži Izjavu o apetitu za rizikom. Metrika i ciljevi rizika su takođe deo ovog dela ORSA izveštaja, na primer da racija ne budu niža od nekog nivoa;
5. Merenje rizika je najvažniji i najobimniji deo ORSA izveštaja u režimu Solventnost II. Trebalo bi da sadrži racio Solventnost II, rezultat obračuna standardne formule, uticaje različitih rizika na rezultate koje daje standardna formula, test adekvatnosti obaveza, najbolju procenu tehničkih rezervi, rezultat stres testa, itd;
6. Prognoza pozicije solventnosti je posvećena kapitalu i planovima likvidnosti, uključujući i planove u okviru osnovnog slučaja i propisanog stresa i scenarija. Planirani kapital i solventnost treba proceniti u nekom periodu, od npr. tri godine.

Uvođenje režima Solventnost II je pravna tekovina koja se mora usvojiti u nacionalnom zakonodavstvu vezano za ulazak Srbije u Evropsku uniju. Do potpune implementacije Solventnosti

¹³¹ O'Malley, P. and Phelan, E. (2013). *Key challenges of producing a Forward Looking Assessment of Own Risk*. Dublin: Milliman.

¹³² EIOPA. (2015). *Guidelines on Own Risk Solvency Assessment (ORSA)*. Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority.

II, srpske osiguravajuće kompanije bi trebalo da se pripreme korak po korak za tranziciju iz režima Solventnost I u Solventnost II. Jedan od važnih koraka je izrada izveštaja o proceni sopstvenog rizika i solventnosti.

2.4. Metode upravljanja rizikom

Proces identifikovanja, klasifikovanja, analiziranja i kvalifikovanja finansijskog uticaja različitih rizika koji utiču na tekuće poslovanje osiguravajuće kompanije, naziva se upravljanje rizikom.¹³³ Drugim rečima, to je alat pomoću koga se mogu prepoznati potencijalne pretnje ostvarenju poslovnih ciljeva i koji pomaže upravi osiguravajuće kompanije da donese optimalne odluke u cilju smanjivanja rizika, prenosa rizika ili alociranja odgovarajućeg kapitala za pokriće rizika.

Kvalitetno upravljanje rizikom donosi velike koristi za osiguravajuću kompaniju i njene osiguranike, kao što su: prepoznavanje novih rizika na vreme, preciznije merenje performansi kompanije, povećanje transparentnosti poslovanja, uspostavljanje jedinstvenog sistema upravljanja rizikom na svim hijerarhijskim nivoima, jasna podela nadležnosti i odgovornosti, itd.

Kao što je poznato, veća izloženost riziku povećava kapitalne zahteve. Zato je jedan od važnih zadataka uprave osiguravajuće kompanije da onemogući prekomernu izloženost riziku. Najpoznatiji načini upravljanja rizikom su: preventiva i redukcija, transfer, diverzifikacija rizika, integrisan pristup upravljanju rizikom imovine i obaveza i u poslednje vreme sveobuhvatno upravljanje rizicima u kompaniji.

2.4.1. Kontrola rizika pomoću preventivnih mera

Kontrola rizika pomoću preventivnih mera ostvaruje se kroz finansiranje mera koje doprinose smanjenju verovatnoće dešavanja štetnog događaja i ohrabrivanje osiguranika za sprovođenje tih mera. Obaveze osiguravajuće kompanije i osiguranika pri sprovođenju aktivnosti koje umanjuju verovatnoću nastanka štetnog događaja, preciziraju se u ugovoru o osiguranju. Finansijskom podrškom osiguranicima mogu se smanjiti rizici osiguranja.

U oblasti određivanja tarifa rizici se mogu smanjiti opreznijim obračunom premije, uvođenjem sigurnosnog dodatka za uvećane rizike, ukidanjem pojedinih popusta na premiju, itd. Kroz izmene uslova osiguranja ili uvođenjem klauzula, može se isključiti obuhvat određenih rizika, ograničiti zaključivanje ugovora osiguranja koji su izloženi potencijalno velikim gubicima i vršiti slične intervencije u dizajnu proizvoda.

Unapređenjem politike osiguranja mogu se odrediti manje rizične ciljne grupe na kojima će biti fokus prodaje.

Supervizor delatnosti osiguranja, takođe doprinosi preventivnom delovanju, usvajanjem propisa o: adekvatnosti tarifa i tehničkih rezervi, načinu investiranja sredstava, minimalnim kadrovskim i tehničkim uslovima koje osiguravajuće kompanije treba da ispune, kriterijumima za izbor članova uprave, kriterijumu solventnosti, itd.

¹³³ Kawatkar, S., Basu, H. (2003). Risk Management & Solvency Assessment of Life Insurance Companies. *5th Global Conference of Actuaries*. Mumbai: Institute of actuaries of India.

2.4.2. Prenos viška rizika reosiguranjem

Kao što je među kompanijama izvan delatnosti osiguranja jedna od najpopularnijih metoda upravljanja rizicima prenos rizika na osiguravajuću kompaniju, tako osiguravajuće kompanije vrlo često koriste metodu reosiguranja, kojom se višak rizika iznad samopridržaja prenosi reosiguravajućim kompanijama. Reosiguravajuće kompanije takođe reosiguravaju svoje viškove rizika, ali se reosiguranje u tom slučaju zove retrocesija.

Ukoliko se premija i štete raspodeljuju u istom, dogovorenom procentu između osiguravača i reosiguravača, reosiguranje je proporcionalno. Ako reosiguravač nadoknađuje višak štete preko dogovorenog limita svake štete ili preko zbira svih šteta u toku trajanja ugovora o reosiguranju, reosiguranje je neproporcionalno. Proporcionalnim reosiguranjem se rizik osiguravača smanjuje linearno, dok neproporcionalno reosiguranje skraćuje „vrhove“ šteta ili eliminiše „rep“ raspodele šteta osiguravača.

Kvalitetno reosiguravajuće pokriće, kod koga se može relativno jednostavno kvantifikovati uticaj na smanjenje rizika, utiče na smanjenje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti osiguravača. Međutim, reosiguranje donosi i povećanje kreditnog rizika, tj. mogućnosti da reosiguravajuća kompanija ne može da ispuni svoje obaveze prema osiguravajućoj kompaniji.¹³⁴

2.4.3. Diverzifikacija preuzetih rizika

Kao što je poznato, osiguranje je zasnovano na zakonu velikih brojeva. Objedinjavanjem što većeg broja sličnih rizika, povećava se predvidivost ponašanja po zakonu velikih brojeva. Grupisanje rizika na osnovu sličnosti (prirodi, vrednosti, predmetu i trajanju) obezbeđuje homogenost portfelja osiguranja, kao pretpostavku tačnosti statističkih obračuna.¹³⁵ Takođe, da bi osiguranje imalo smisla, u okviru velike grupe sličnih rizika, potrebno je obezbediti diverzifikaciju, tj. da u slučaju ostvarenja osiguranog slučaja ne bude njime pogođeno previše osiguranika. Diverzifikacija rizika se postiže putem obezbeđenja veće geografske rasprostranjenosti, raznovrsnijih proizvoda osiguranja, ugovaranja osiguranja sa različitim osiguranicima, ograničenja prekomernih ulaganja sredstava osiguravajuće kompanije u iste oblike plasmana, ograničenja plasmana kod povezanih lica, itd.

Često se u cilju što bolje diverzifikacije imovine, koristi tehnika hedžinga tj. upotreba finansijskih derivata (fjučersa, forvardsa, opcija, i sl.) sa ciljem neutralisanja eventualnih gubitaka koji bi nastali zbog neočekivanih promena cena akcija, deviznih kurseva, itd. Međutim, ne treba zapostaviti činjenicu da su to najrizičniji oblici plasmana.

¹³⁴ Marović, B., Njegomir, V. (2016). Inovacije u upravljanju rizikom osiguranja i reosiguranja u kontekstu alternativnih transfera rizika osiguranja. 27. susret osiguravača i reosiguravača Sarajevo, str. 32.

¹³⁵ Kočović, J., Šulejić, P., Rakonjac-Antić, T. (2002). *Osiguranje*. Beograd: Ekonomski fakultet.

2.4.4. Integrirano upravljanje imovinom i obavezama (ALM)

Integrirani pristup upravljanju imovinom i obavezama osiguravajuće kompanije (ALM) je proces koji obuhvata formulisanje, implementaciju, praćenje i prilagođavanje strategija vezanih za aktivu i pasivu s ciljem ostvarenja postavljenih finansijskih ciljeva. Ovaj pristup uzima u obzir organizacijsku toleranciju na rizik i druga ograničenja.¹³⁶ ALM se može smatrati posebnom tehnikom za upravljanje imovinom i obavezama, koja se koristi za održavanje solventnosti osiguravajuće kompanije.

Kod kompanija koje se bave osiguranjem života, u okviru ALM posebna pažnja se obraća na rizik promene kamatne stope u okviru tržišnog rizika, rizik ročne i strukturne neusklađenosti imovine i obaveza i rizik osiguranja.¹³⁷ Veći deo svojih sredstava ove kompanije trebalo bi da plasiraju u dugoročne oblike imovine sa stabilnim stopama prinosa.

Kroz ALM, osiguravajuće kompanije prate svoje finansijske pozicije i sprovode strategije kako bi održale adekvatnost kapitala i likvidnosti. Ovo uključuje pravovremeno reagovanje na promene na tržištu, kao i upravljanje rizicima kako bi se minimizirali negativni uticaji na kompaniju. Investiranje tehničkih rezervi mora biti usklađeno sa strukturom i ročnošću obaveza po ugovorima o osiguranju. Potrebno je postići balans između obaveza u osiguranju i ulaganja u finansijske instrumente i druge oblike aktive, odnosno uskladiti strukturu i ročnost ulaganja s obavezama.¹³⁸

Integriran pristup upravljanja imovinom i obavezama se ispoljava i u suprotnom smeru, kada struktura portfelja plasmana tehničkih rezervi uslovljava karakteristike proizvoda osiguranja. Primer u životnom osiguranju je da stopa prinosa na plasirana sredstva utiče na određivanje garantovane tehničke kamatne stope, koja se koristi za obračun premije osiguranja.

2.4.4.1. Usklađivanje duracije imovine i obaveza

U praksi se koriste Macaulay-eva duracija i modifikovana duracija kao mere osetljivosti vrednosti imovine ili obaveza na promenu kamatne stope. Vrednost imovine, koja se može predstaviti cenom n -togodišnje obveznice u koju se investiraju sredstva tehničkih rezervi osiguravajuće kompanije, može se izraziti preko novčanog toka kupona i glavnice na sledeći način:

$$P = \frac{CF_1}{1+i} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+i)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+i)^t} \quad (2.4.1.)$$

gde su:

- CF_t – (skraćeno od engl. Cash Flow) je isplata dela ukupnog novčanog toka u godini t , gde poslednji novčani tok CF_n pored kamate uključuje i glavnice,
- n – broj godina do dospeća obveznice,
- i – tržišna stopa prinosa do dospeća obveznice (engl. yield to maturity).

¹³⁶ Narodna banka Srbije *Smernica br. 4 – ALM*, str. 1. www.nbs.rs/export/sites/NBS_site/documents/propisi/propisi-osig/smernica_4_alm.pdf

¹³⁷ Isto, str. 2.

¹³⁸ International Association of Insurance Supervisors. (2006). *Standard on Asset Liability Management*. Basel: IAIS p. 3.

Uticaj promene tržišne kamatne stope na cenu obveznice može se odrediti izračunavanjem prvog izvoda jednakosti (2.4.1.). Dobija se:

$$\frac{d}{di}P = -\frac{CF_1}{(1+i)^2} - \frac{2 \cdot CF_2}{(1+i)^3} - \dots - \frac{n \cdot CF_n}{(1+i)^{n+1}} = -\frac{1}{1+i} \sum_{t=1}^n \frac{t \cdot CF_t}{(1+i)^t}. \quad (2.4.2.)$$

Relativna promena cene obveznice usled promene tržišne kamatne stope se dobija deljenjem apsolutne promene cene iz izraza (2.4.2.) sa cenom obveznice iz izraza (2.4.1.). Dobija se:

$$\frac{\frac{dP}{di}}{P} = \frac{-\frac{1}{1+i} \left[\sum_{t=1}^n \frac{t \cdot CF_t}{(1+i)^t} \right]}{\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+i)^t}}. \quad (2.4.3.)$$

Sledeći deo jednakosti (2.4.3.) se naziva Macaulay-eva duracija i predstavlja prosečno ponderisano trajanje obveznice:¹³⁹

$$D = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{t \cdot CF_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+i)^t}}. \quad (2.4.4.)$$

Modifikovana duracija je predstavljena sledećom formulom:

$$D^* = -\frac{1}{P} \frac{dP}{di}. \quad (2.4.5.)$$

Važi sledeća veza modifikovane duracije i Macaulay-eve duracije:

$$D^* = \frac{D}{(1+i)}. \quad (2.4.6.)$$

Iz gornjih formula se vidi da kada kamatna stopa raste, ako tržišna vrednost imovine opada, duracija je pozitivna. Kada kamatna stopa raste ako tržišna vrednost imovine raste, duracija je negativna.

Imunizacija je strategija investiranja takva da vrednost imovine ne bude osetljiva na male promene u kamatnoj stopi. Kompanije za životno osiguranje biraju investicioni portfelj tako da tehničke rezerve budu otporne na male promene kamatne stope. Da bi se to postiglo, neophodan uslov je da modifikovane duracije imovine i obaveza budu usklađene.¹⁴⁰

¹³⁹ Novović, M. (2006). Imunizacija investicionog portfolija kompanija životnog osiguranja. *Montenegrin journal of economics* No.3, p. 194.

¹⁴⁰ Radovanović, S., Mihailović, N. i dr. (2012). Uloga informacionih tehnologija u razvoju i primeni metode stohastičkih simulacija kod neživotnog osiguranja. *Infoteh-Jahorina* Vol. 11, str 628.

2.4.4.2. Usklađivanje novčanog toka

Sadašnja vrednost imovine data je sledećom formulom:

$$V_A = \sum_t A(t)P_{A(t)}v^t, \quad (2.4.7.)$$

gde su:

- $A(t)$ – novčani tok koji generiše imovina, npr. dividende, kuponi, itd.
- $P_{A(t)}$ – verovatnoća realizacije dela novčanog toka $A(t)$ u trenutku t ,
- v – nominalna kamatna stopa.

Sadašnja vrednost obaveza, data je sledećom formulom:

$$V_L = \sum_t L(t)P_{L(t)}v^t, \quad (2.4.8.)$$

gde su:

- $L(t)$ – novčani tok koji generišu obaveze po polisi osiguranja, npr. isplata šteta, otkupnih vrednosti, itd. umanjene za primljene premije u godini t ,
- $P_{L(t)}$ – verovatnoća realizacije dela novčanog toka $L(t)$ u trenutku t ,
- v – nominalna kamatna stopa.

Ukoliko se kamatna stopa i promeni za malu vrednost ε , sadašnja vrednost imovine će se promeniti i umesto V_A postati V_A' , dok će sadašnja vrednost obaveza umesto V_L postati V_L' . Posle male promene kamatne stope, skladu sa Tejlorovom teoremom, razlika sadašnjih vrednosti imovine i obaveza može se zapisati na sledeći način:¹⁴¹

$$V_A' - V_L' = (V_A - V_L) + \varepsilon \frac{d(V_A - V_L)}{di} + \frac{\varepsilon^2}{2!} \frac{d^2(V_A - V_L)}{di^2} + \dots \quad (2.4.9.)$$

Prvi sabirak sa desne strane jednakosti je jednak nuli jer je pretpostavljena ravnoteža sadašnjih vrednosti obaveza i imovine tj. V_A je jednako V_L . Pošto se želi postići imunizacija odnosno ravnoteža sadašnjih vrednosti obaveza i imovine i posle male promene kamatne stope, i ostali sabirci treba da teže nuli. Drugi sabirak koji predstavlja prvi izvod je u praksi najvažniji i trebalo bi da bude jednak nuli. Treći sabirak se sastoji iz dva elementa $\varepsilon^2/2!$ i drugog izvoda. Pošto je prvi element uvek pozitivan bez obzira da li je promena kamatne stope ε pozitivna ili negativna, ukoliko je drugi element pozitivan umesto jednak nuli, mala promena kamatne stope će generisati izvesni mali profit za osiguravajuću kompaniju.

Na osnovu iznetog, za dovođenje u ravnotežu novčanih tokova, u cilju neutralisanja rizika, tj. imunizacije, Redington je definisao dva zahteva:

$$\frac{d(V_A - V_L)}{di} = 0, \quad (2.4.10.)$$

$$\frac{d^2(V_A - V_L)}{di^2} > 0. \quad (2.4.11.)$$

Ukoliko su pored zahteva iz prethodnog odeljka 2.4.4.1. u vezi usklađenosti duracija, ispunjena i dva zahteva iz izraza (2.4.10.) i (2.4.11.), koja se odnose na vremensku usaglašenost novčanih tokova i

¹⁴¹ Redington, F. (1952). Review of the principles of life-office valuations. *Journal of the Institute of Actuaries*, 78, p. 289.

način promene vrednosti u zavisnosti od promene kamatne stope u vremenu, portfelj je imunizovan. Iako je to dugotrajan i skup proces, stalnim promenama investicionog portfelja može da se održava imunizacija i na taj način relativno jednostavno upravlja rizikom promene kamatne stope.

2.4.5. Sveobuhvatno upravljanje rizikom u kompaniji (ERM)

Umesto dotadašnjeg zasebnog tretmana individualnih rizika, režim Solventnost II zahteva novi pristup sveobuhvatnom upravljanju svim rizicima u kompaniji, tzv. ERM (skraćeno od engl. Enterprise Risk Management).

Po definiciji Međunarodnog udruženja supervizora u osiguranju, ERM obuhvata sopstvenu procenu svih razumno predvidljivih i relevantnih rizika, koji mogu imati materijalne posledice na aktivnosti kompanije, kao i procenu međusobnih veza tih rizika.¹⁴² ERM proučava dinamiku rizika, interakciju učesnika u kompaniji i van nje, kao i kvalitet i kvantitet uticaja te interakcije, s ciljem poboljšanja performansi kompanije i uspešnijeg upravljanja rizicima u kompaniji.

ERM podstiče uprave osiguravajućih kompanija da razumeju rizike i upravljaju njima, kao i da obezbede adekvatan kapital za pokriće tih rizika, kroz usvajanje strategije, politike i procedura za upravljanje rizicima, formalizovanje strukture upravljanja rizikom, definisanje odgovornost uprave i viših nivoa menadžmenta za najznačajnije odluke o sistemu upravljanja rizikom, obučavanje kadrova za upravljanje rizicima, unapređenje sistema izveštavanja i povećanje transparentnosti rada.¹⁴³

Veliki značaj primene ERM u delatnosti osiguranja potvrđuje činjenica da jedna od najvećih agencija za rejting, Standard & Poor, pri određivanju rejtinga osiguravača, ocenjuje tretman rizika u pet oblasti: kultura upravljanja rizikom, kontrola rizika, upravljanje novim rizicima, modeli rizika i kapitala i strateško upravljanje rizikom.¹⁴⁴

Kultura upravljanja rizikom obuhvata odnos prema riziku, strategiju osiguravajućih kompanija u vezi kriterijuma prihvatanja rizika, način rukovođenja upravljanjem rizikom, obelodanjivanje informacija i implementaciju upravljanja rizikom u celoj kompaniji. Usvojena kultura upravljanja rizikom pomaže zaposlenima da samostalno upravljaju rizikom u okviru svojih nadležnosti, bez potrebe za intervencijom nadređenih.¹⁴⁵

Procesi kojima se uspostavlja kontrola rizika moraju biti prilagođeni konkretnoj osiguravajućoj kompaniji. Cilj njihovog uvođenja je kontrola izloženosti svim rizicima, kao i prepoznavanje unapređenja koje donosi diverzifikacija proizvoda i investicija i geografska disperzija rizika.

Upravljanje novim rizicima podrazumeva mogućnost adaptacije tržišnom ambijentu, na kome se sreću mnogobrojni postojeći, a naročito novi rizici. Osiguravajuće kompanije moraju da uspostave strategiju, operativne planove i upravljačke procese tako da budu u mogućnosti da se prilagode izuzetno promenljivim postojećim, kao i novim rizicima.

¹⁴² International Association of Insurance Supervisors (2007). *Guidance Paper on Enterprise Risk Management for Capital Adequacy and Solvency Purposes*. Fort Lauderdale: International Association of Insurance Supervisors.

¹⁴³ Capgemini. (2006). *Risk Management in the insurance industry and Solvency II: European survey*. Paris: Capgemini.

¹⁴⁴ Sandström, A. (2011). *Handbook of Solvency for Actuaries and Risk Managers: Theory and Practice*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.

¹⁴⁵ Njegomir, V. (2007). Minimiziranje rizika osiguravajućih društava. *Industrija* 3/2007, str. 95.

Određivanje potrebne veličine kapitala na osnovu sofisticiranog modeliranja sveobuhvatnog rizika je pouzdanije nego korišćenjem tradicionalnog načina procene kapitala u kome se pojedinačni rizici posmatraju nezavisno. Rezultati istraživanja u ovoj disertaciji, koja je posvećena upravljanju rizicima životnog osiguranja u režimu Solventnost II, to potvrđuju.

Implementacija ERM-a se vrši postepeno. Svi delovi ERM-a treba da budu usklađeni sa kompanijskim ciljevima. ERM treba predstaviti kao dodatnu vrednost postojećim procesima. Za uspešnu primenu potrebno je napraviti strategiju koja obuhvata podršku viših nivoa menadžmenta, uključenost kvalitetnih kadrova u ERM procese, kulturu upravljanja rizikom, formalizovane procese procedurama, raspoloživost savremenih informatičkih tehnologija, infrastrukturu i sredstva za upravljanje rizikom.

Kontinuirana primena ERM donosi veliku korist osiguravajućim kompanijama, pošto osim identifikacije rizika, zahteva i ocenu međuzavisnosti identifikovanih rizika, kao i njihovo stalno preispitivanje. Najuspešnije u primeni ERM su kompanije kojih je upravljanje rizikom uključeno u proces odlučivanja na svim nivoima kompanije. Rezultat sveobuhvatnog upravljanja rizikom je kontrolisano preuzimanje rizika.

3. KONCEPT MERENJA RIZIKA KOJI UGROŽAVAJU SOLVENTNOST OSIGURAVAČA

Posledice pojedinačnih ekonomskih aktivnosti izazivaju različite vrste plaćanja, kao npr. isplate šteta u osiguranju života za slučaj smrti. Iznosi šteta se mogu opisati nekom slučajnom promenljivom X . Slučajna promenljiva definiše se kao funkcija kojom se skup ishoda nekog eksperimenta Ω preslikava u skup realnih brojeva R što se može zapisati na sledeći način:

$$X: \Omega \rightarrow R. \quad (3.1.)$$

Dinamika i verovatnoća isplata, odnosno skup vrednosti koje slučajna promenljiva X može uzeti i odgovarajućih verovatnoća, predstavlja raspodelu verovatnoća slučajne promenljive. Funkcija raspodele F_X preslikava skup realnih brojeva u interval $[0,1]$ odnosno: $F_X: R \rightarrow [0,1]$ i definisana je sledećom formulom:

$$F_X(x) = P(\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq x). \quad (3.2.)$$

Uprošćeno, funkcija raspodele diskretne slučajne promenljive X je verovatnoća da data promenljiva uzme vrednosti koje su manje ili jednake konkretnoj vrednosti x , odnosno:

$$F_X = P(X \leq x). \quad (3.3.)$$

Slučajnu promenljivu X karakterišu njena očekivana vrednost $E(X)$ i varijansa $Var(X)$. Očekivana vrednost diskretne slučajne promenljive ukazuje na centar raspodele verovatnoća i definisana je u sledećem obliku:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad (3.4.)$$

gde su:

- x_i ($i = 1, \dots, n$) – vrednosti koje može uzeti slučajna promenljiva,
- p_i ($i = 1, \dots, n$) – verovatnoće da slučajna promenljiva uzme vrednosti x_i .

Varijansa diskretne slučajne promenljive meri raspršenost raspodele verovatnoća i definisana je na sledeći način:

$$Var(X) = E(X - E(X))^2 = \sigma^2. \quad (3.5.)$$

Najčešće korišćena mera rizika je standardna devijacija σ koja meri disperziju ishoda oko očekivane vrednosti. Što je standardna devijacija veća, podaci su više raspršeni oko očekivane vrednosti. Glavni nedostatak ove mere rizika je što na isti način tretira pozitivna i negativna odstupanja od očekivane vrednosti, dok bi u fokusu merenja rizika trebalo da budu negativni efekti. Formula za standardnu devijaciju je:

$$\sigma = \sqrt{E(X - E(X))^2}. \quad (3.6.)$$

3.1. Metode kvantifikacije rizika

Prilikom merenja rizika, raspodele slučajnih promenljivih se često opisuju normalnom raspodelom. To je najvažnija raspodela u statistici, jer po centralnoj graničnoj teoremi za dovoljno veliki uzorak raspodele određenih statistika (kao na primer uzoračke sredine) se mogu aproksimirati normalnom raspodelom.

Funkcija gustine slučajne promenljive X koja sledi normalnu raspodelu sa parametrima μ i σ , data je sledećom formulom:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.1.1.)$$

gde su:

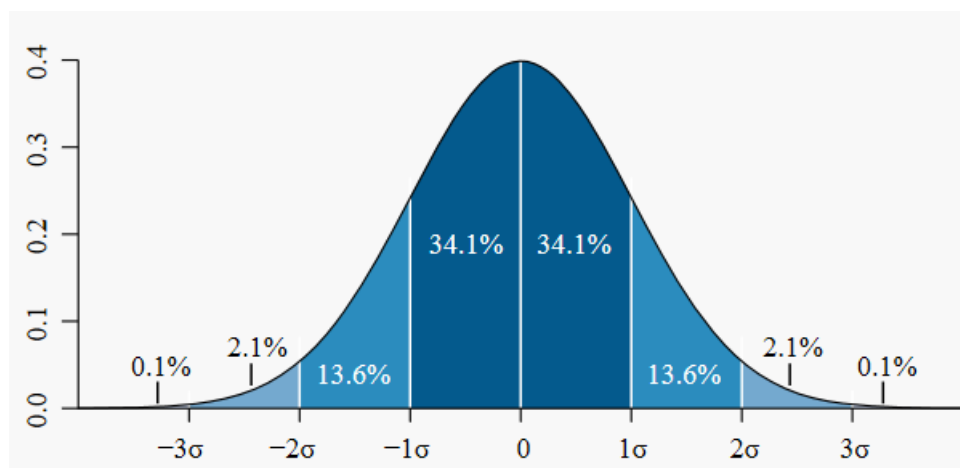
- μ – očekivana vrednost slučajne promenljive X ,
- σ – standardna devijacija slučajne promenljive X .

Normalna raspodela je predstavljena zvonastom krivom ili tzv. Gausovom krivom koja je prikazana na Slici 3.1.1. i može se prikazati na sledeći način:

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2). \quad (3.1.2.)$$

Standardizovana normalna raspodela ima srednju vrednost 0 i varijansu 1. Funkcija gustine slučajne promenljive Z koja ima standardizovanu normalnu raspodelu, je oblika:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}. \quad (3.1.3.)$$



Slika 3.1.1. Funkcija gustine normalne raspodele

Izvor: King, P. (2018). *Understanding Normal Distribution*. Magoosh Statistics Blog. <https://magoosh.com/statistics/category/probability-distributions>

Na Slici 3.1.1. se može videti osobina svake krive normalne raspodele da se $34,1\% + 34,1\% = 68,2\%$ površine ispod krive nalazi u okviru od plus ili minus jedne standardne devijacije (σ) u odnosu na srednju vrednost μ . Takođe, $13,6\% + 34,1\% + 34,1\% + 13,6\% = 95,4\%$ površine ispod krive se nalazi u okviru od plus ili minus dve standardne devijacije (2σ) u odnosu na srednju vrednost μ i $99,7\%$ površine ispod krive se nalazi u okviru od plus ili minus tri standardne devijacije (3σ).

U slučaju raspodele šteta u osiguranju koja ima srednju vrednost μ i standardnu devijaciju σ , mera rizika za ostvarenje štetnog događaja se može posmatrati kao srednja vrednost uvećana za standardnu devijaciju pomnoženu konstantom k . Ovo se naziva princip standardne devijacije (skraćeno SDP od engl. Standard Deviation Principle)¹⁴⁶ i ima čestu primenu u aktuarstvu. SDP se zasniva na intervalima poverenja i određuje se pomoću sledeće formule:

$$SDP_{1-\alpha}(X) = E(X) + k_{1-\alpha}\sigma_X, \quad (3.1.4.)$$

gde je $k_{1-\alpha}$ – tablična vrednost koja zavisi od α i čija se vrednost nalazi u tablicama za normalnu raspodelu. Ona predstavlja $(1-\alpha)100\%$ percentil normalne raspodele, odnosno ulevo od ove vrednosti nalazi se $(1-\alpha)100\%$ površine ispod krive. Npr. ako je $1-\alpha = 0,95$ vrednost $k_{95\%}$ je 1,645. Kod standardizovane normalne raspodele, ova vrednost se označava sa $z_{1-\alpha}$.

Neka je sa μ označen nivo tehničkih rezervi (matematička rezerva) koji je dobijen najboljom procenom. Koristeći princip standardne devijacije odnosno formulu (3.1.4.) u kojoj je $E(X)$ zamenjeno sa μ , zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik Y se može napisati na sledeći način:

$$SCR_Y = SDP_{1-\alpha}(Y) - \mu = k_{1-\alpha}\sigma_Y. \quad (3.1.5.)$$

Ukoliko se pretpostavi normalna raspodela rizika mogu se primeniti osobine normalne raspodele na zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik Y . Neka se slučajna promenljiva Y smatra zahtevanim iznosom kapitala za obezbeđenje solventnosti ili se može posmatrati kao veličina koja aproksimira izloženost riziku jedne kategorije koja se sastoji iz više potkategorija Y_i :

$$Y = \sum_{i=1}^r Y_i, \quad (3.1.6.)$$

uz važenje sledećih pretpostavki:

$$E(Y) = \mu_y, \quad (3.1.7.)$$

$$Var(Y) = \sigma_y^2 \text{ i } Var(Y_i) = \sigma_{y_i}^2. \quad (3.1.8.)$$

Tada važi¹⁴⁷:

$$E(Y) = \mu_y = \sum_{i=1}^r \mu_i, \quad (3.1.9.)$$

¹⁴⁶ Denneberg, D. (1990). Premium Calculation: Why Standard Deviation Should Be Replaced by Absolute Deviation. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, Vol. 20, No. 2, p. 184.

¹⁴⁷ Selimović, J. (2012). Aktuarski modeli i mjerenja solventnosti u životnim osiguranjima. *Doktorska disertacija*. Sarajevo: Ekonomski fakultet Univerziteta u Sarajevu, str. 227.

Uz pretpostavku iz formule (3.1.8.) $Var(Y) = \sigma_y^2$ važi:

$$\begin{aligned} Var(Y) &= Var(\sum_{i=1}^r Y_i), \\ Var(Y) &= \sum_{i=1}^r Var(Y_i) + \sum_{i \neq j}^r \sum_{j=1}^r \rho_{i,j} \sigma_{Y_i} \sigma_{Y_j}, \\ Var(Y) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \rho_{i,j} \sigma_{Y_i} \sigma_{Y_j}, \end{aligned} \quad (3.1.10.)$$

gde je $\rho_{i,j}$ – koeficijent linearne korelacije između potkategorija rizika Y_i i Y_j .

Analogno sa potkategorijama rizika, zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za sve kategorije rizika SCR se može dobiti uključivanjem svih n kategorija rizika koristeći formulu (3.1.10.) na sledeći način:

$$SCR = k_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \sigma_{Y_i} \sigma_{Y_j}}. \quad (3.1.11.)$$

Prethodna formula se može prikazati i na sledeći način¹⁴⁸:

$$SCR = k_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n SCR_i^2 + \sum_{i \neq j}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} SCR_i SCR_j}. \quad (3.1.12.)$$

Konstanta $k_{1-\alpha}$ može imati različite vrednosti u zavisnosti od kategorija rizika i funkcija raspodele.

3.1.1. Analiza vrednosti pod rizikom (VaR)

Skraćenica VaR potiče od engleskog naziva *Value at Risk*, što znači vrednost pod rizikom. To je zapravo procena potencijalno najvećeg gubitka u određenom vremenskom periodu sa datim nivoom poverenja.

Vrednost pod rizikom predstavlja kvantil reda $1 - \alpha$ raspodele verovatnoća, odnosno važi da je:

$$P(X \leq VaR_{1-\alpha}(X)) = 1 - \alpha \quad (3.1.13.)$$

što se može zapisati i preko inverzne funkcije raspodele slučajne promenljive iz formule (3.3.) na sledeći način:

$$VaR_{1-\alpha}(X) = F_x^{-1}(1 - \alpha). \quad (3.1.14.)$$

Verovatnoća propasti i maksimalno mogući gubitak su pojmovi slični kao VaR, sa dugom tradicijom korišćenja u osiguranju. Direktiva Solventnost II uvodi VaR analizu, kao koncept vrednovanja adekvatnosti kapitala, gde se na osnovu VaR-a određuje minimalni iznos kapitala koji je potreban za obezbeđenje solventnosti osiguravača sa verovatnoćom najmanje jednakom $1 - \alpha$ u određenom

¹⁴⁸ Selimović, J. (2012). Aktuarski modeli i mjerenja solventnosti u životnim osiguranjima. *Doktorska disertacija*. Sarajevo: Ekonomski fakultet Univerziteta u Sarajevu, str. 230.

vremenskom periodu. Period može biti jedna godina ili ukupni broj godina potreban za ispunjenje svih obaveza prema osiguranicima¹⁴⁹.

VaR je lako razumljiva metoda, koji se najčešće primenjuje u osiguravajućim kompanijama za merenje tržišnog, kreditnog i operativnog rizika. VaR karakterišu dva parametra, nivo poverenja i vremenski period. U praksi se uobičajeno koristi nivo poverenja od 95%, što znači da će stvarni gubitak u 95% slučajeva biti manji od vrednosti VaR, dok se u režimu Solventnost II zahteva nivo poverenja 99,5%. Vremenski period koji se zahteva u Solventnosti II je godina dana.

Postoje tri metode izračunavanja VaR: neparametarska metoda, parametarska metoda i Monte Carlo metoda. Za sve je potrebno obuhvatiti dovoljno dug period da bi se uključili i događaji koji se relativno retko dešavaju, dok je s druge strane bitno koristiti novije podatke, koji odražavaju najnovije trendove.

Pri obračunu VaR mogu da se jave brojni izazovi. Suštinska greška može da bude izbor neodgovarajućeg modela, odnosno čak i kad se izabere adekvatan model, može biti pogrešna procena parametara modela. Posledica pogrešne procene¹⁵⁰ zavisi od vremenskog horizonta analize i veličine stohastičke greške. Obezbeđenje dovoljno pouzdanih podataka je takođe veliki izazov, jer se takvi podaci ne prikupljaju, ni ne objavljuju za tržište osiguranja, nego su dostupni samo za portfelj pojedinačne osiguravajuće kompanije. Na kraju, prilikom VaR analize u dužem vremenskom periodu, nije realno očekivanje da aktiva i pasiva kompanije ostanu statične, naročito ako se desi ekstremni scenario.

3.1.1.1. Metoda istorijske simulacije

Najpoznatija neparametarska VaR metoda je istorijska metoda, koja za izračunavanje VaR koristi empirijske raspodele podataka umesto teorijskih raspodela. Ova metoda pretpostavlja da će se u bliskoj budućnosti nastaviti slično ponašanje promenljive kao u nedavnoj prošlosti.

Ova metoda zahteva primenu tekućih karakteristika na vremenske serije iz prošlosti. Prvo se sortiraju realizovane vrednosti slučajne promenljive od najmanje do najveće, a onda se bira kvantil $x_{1-\alpha}$, tako da je površina ispod krive posle izabrane vrednosti jednaka α .

Prednost metode istorijske simulacije je što nema potrebe za uvođenjem pretpostavki o raspodeli slučajne promenljive, čime se smanjuje mogući prostor za greške. Mana ove metode je zahtev za velikim brojem istorijskih podataka, koji često nije moguće ispuniti, zbog čega se koriste podaci iz kratkog vremenskog perioda, što onda ne daje relevantne zaključke. Ipak, postoji rešenje za to. Ako nema dovoljno podataka, za merenje VaR može se koristiti *bootstrap* metoda, kao kombinacija istorijskog i Monte Carlo metoda, pomoću koje se na osnovu jednog uzorka podataka može generisati veliki broj ponovljenih uzoraka.

3.1.1.2. Parametarske metode

Parametarske VaR metode se zasnivaju na pretpostavci da raspodela rizika odgovara nekoj teorijskoj raspodeli, kao što je npr. normalna raspodela. Ukoliko je raspodela rizika normalna, funkcija raspodele kao i VaR model, potpuno su određeni pomoću dva parametra, srednje vrednosti i standardne devijacije.

¹⁴⁹ Kočović, J., Mitrašević, M., Kočović, M., Jovović, M. (2011). Problemi alokacije kapitala kompanija za neživotno osiguranje. *Ekonomski horizonti*, 2(XIII), str. 57.

¹⁵⁰ Panning, W. H. (1999). The strategic uses of value at risk: Long-term capital management for property/casualty insurers. *North American Actuarial Journal*, 3(2), pp. 84-105.

Kod standardizovane normalne raspodele rizika, VaR se dobija na osnovu formule¹⁵¹:

$$VaR_{1-\alpha}(X) = \mu + z_{\alpha}\sigma, \quad (3.1.15.)$$

gde su:

- α - nivo značajnosti,

- z_{α} - kvantil standardizovane normalne raspodele, pri čemu važi $F(z_{\alpha}) = 1 - \alpha$.

U slučajevima drugih raspodela verovatnoća, kao npr. eksponencijalna raspodela: $X \sim \exp(1 / \theta)$, VaR se obračunava na sledeći način:¹⁵²

$$VaR_{1-\alpha}(X) = -\theta \ln \alpha \quad (3.1.16.)$$

Osnovni nedostatak ove metode je što se obično koristi normalna raspodela kojom se ne mogu opisati raspodele ekstremnih rizika.

Najpoznatija je parametarska metoda varijanse i kovarijanse ili delta-normalna metoda. Kod ove metode se pretpostavlja da varijabla koja reflektuje delovanje konkretnog rizika (npr. prinos, promena cene aktive i sl.) ima normalnu raspodelu, da su korelacije između faktora rizika stabilne i da je mera osetljivosti promene varijable na faktor rizika (delta) konstantna. Među relevantnim rizicima uspostavljaju se korelacije na osnovu istorijskih podataka, te se na osnovu takvih pokazatelja kreira statistički model. Ova metoda meri standardne devijacije kao merilo volatilnosti i korelaciju varijabli, koji se nazivaju faktori rizika, na osnovu istorijskih podataka. VaR u tom slučaju predstavlja funkciju standardne devijacije definisanog nivoa pouzdanosti. Koeficijent korelacije se množi iznosom kapitala, a zatim se, u zavisnosti od željenog nivoa pouzdanosti procene, dobijeni iznos množi odgovarajućim faktorom.¹⁵³

3.1.1.3. Monte Carlo VaR metoda

Monte Carlo VaR metoda se koristi za određivanje raspodele verovatnoće slučajne promenljive i njenih kvantila simulacijom. Metoda podrazumeva generisanje velikog skupa pseudoslučajnih brojeva, na osnovu unapred utvrđene raspodele verovatnoće. Na osnovu dobijenog skupa podataka se izračunava VaR. Slično kao kod metode istorijske simulacije, generiše se veliki broj slučajnih vrednosti, a zatim se skup dobijenih vrednosti sortira u rastućem poretku. VaR se određuje kao kvantil reda $1 - \alpha$ odgovarajuće raspodele.

Prednost ove metode se ogleda u mogućnosti generisanja velikog broja scenarija i testiranja pojave mnogobrojnih mogućih događaja. Nedostatak je što se za primenu ove metode zahtevaju veća stručnost, iskustvo i više vremena za implementaciju.

¹⁵¹ Mladenović, Z., Mladenović, P. (2007). Ocena parametra vrednosti pri riziku: ekonometrijska analiza i pristup teorije ekstremnih vrednosti, *Ekonomski anali*, No. 171, str. 32.-73.

¹⁵² Sandström, A. (2011). *Handbook of Solvency for Actuaries and Risk Managers: Theory and Practice*, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, p. 215.

¹⁵³ Selimović, J. (2012). Aktuarski modeli i mjerenja solventnosti u životnim osiguranjima. *Doktorska disertacija*. Sarajevo: Ekonomski fakultet Univerziteta u Sarajevu, str. 231.

3.1.1.4. TVaR metoda

U cilju prevazilaženja dva ključna nedostatka VaR metode (VaR ukupnog rizika nije manji od VaR-a zbira individualnih rizika tj. nema svojstvo subaditivnosti koherentnog merila rizika¹⁵⁴ i ne može se dobiti podatak o gubitku iznad određenog kvantila) razvijena je TailVaR metoda, skraćeno TVaR, koja se još naziva repna VaR metoda. Ova metoda daje precizniju meru rizika od VaR metode, ali je znatno komplikovanija.

TVaR je uslovno matematičko očekivanje slučajne promenljive X pod uslovom prekoračenja vrednosti pod rizikom i može se zapisati na sledeći način:

$$TVaR_{1-\alpha}(X) = E[X | X > VaR_{1-\alpha}(X)]. \quad (3.1.17.)$$

Za navedene raspodele verovatnoća, TVaR se obračunava na sledeći način¹⁵⁵:

- Normalna raspodela: $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$:

$$TVaR_{1-\alpha}(X) = \mu + k_{1-\alpha}^* \sigma = \mu + \frac{\phi[\Phi^{-1}(1-\alpha)]}{\alpha} \sigma, \quad (3.1.18.)$$

gde su $\phi(\cdot)$ i $\Phi(\cdot)$ redom gustina i funkcija raspodele standardizovane normalne raspodele;

- Eksponencijalna raspodela: $X \sim \exp(1 / \Theta)$:

$$TVaR_{1-\alpha}(X) = -\Theta (1 + \ln \alpha). \quad (3.1.19.)$$

Parametar k^* predstavlja funkciju intenziteta ostvarenja rizika tzv. hazardnu stopu u osiguranju i može se zapisati preko funkcije gustine $\phi(\cdot)$ i funkcije raspodele $\Phi(\cdot)$ slučajne promenljive sa standardizovanim normalnom raspodelom:

$$k_{1-\alpha}^* = \frac{\phi(\cdot)}{1-\Phi(\cdot)}. \quad (3.1.20.)$$

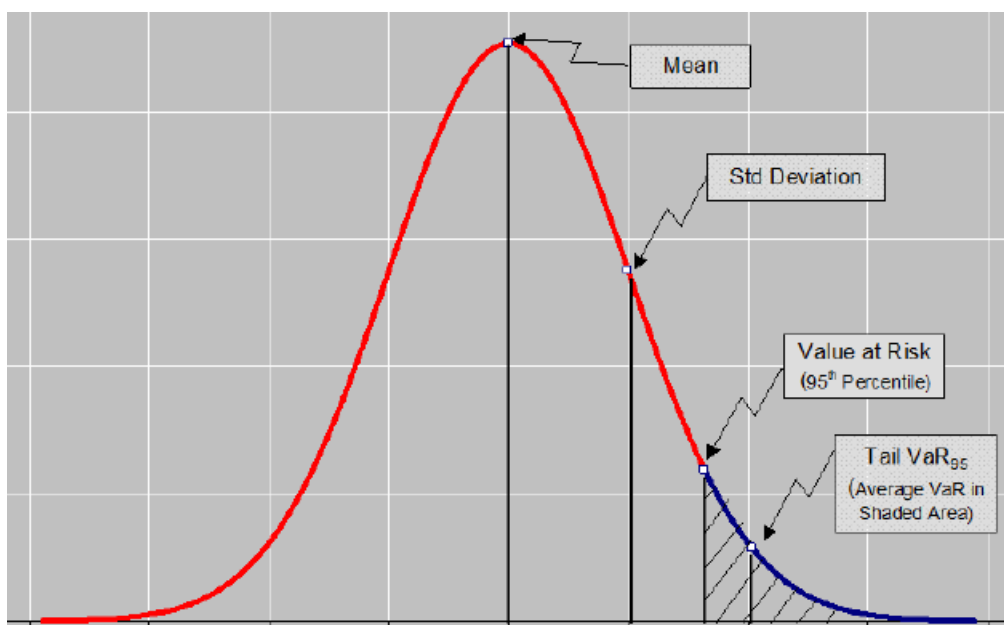
Može se uočiti da za isto α , vrednost TVaR je veća ili jednaka od vrednosti VaR. Na Slici 3.1.2. je prikazan odnos vrednosti VaR i TVaR kod standardizovane normalne raspodele, gde se vidi da je TVaR jednak proseku vrednosti koje su veće od VaR.

Zahtevani kapital za pokriće rizika SCR_X odgovara odstupanju TVaR od očekivane vrednosti slučajne promenljive X koja predstavlja rizik:

$$SCR_X = TVaR_{1-\alpha}(X) - E(X) = k_{1-\alpha}^* \sigma. \quad (3.1.21.)$$

¹⁵⁴ Vuksanović, I. (2015). Uticaj upravljanja rizikom na vrednost preduzeća u elektro-energetskom sektoru. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 123.

¹⁵⁵ Sandström, A. (2011). *Handbook of Solvency for Actuaries and Risk Managers: Theory and Practice*, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, p. 219.



Slika 3.1.2. Poređenje VaR i TVaR kvantila normalne raspodele

Izvor: IAA Insurer Solvency Assessment Working Party. (2004). *A Global Framework for Insurer Solvency Assessment*. Ottawa: International Actuarial Association

Rezultat izmerenog rizika koji se dobija TVaR metodom nije kompatibilan sa standardnom formulom u režimu Solventnost II, ali se široko koristi u internim modelima osiguravajućih kompanija.

3.1.2. Analiza scenarija

Preciznu definiciju scenarija su pokušali da daju mnogi autori, kao npr. Porter¹⁵⁶: „Scenario je interni konzistentni pogled na to kakva bi mogla da bude budućnost“ ili Ringland¹⁵⁷: „Scenario je segment strategijskog planiranja koji implicira primenu tehnika i alata za upravljanje neizvesnošću koja je imanentna budućnosti“. Ipak, za potrebe ove disertacije dovoljno je razumeti da scenario predstavlja moguće buduće poslovno okruženje. Razlikuje se od predviđanja koje se bavi verovatnom budućnošću i od vizije koja predstavlja željenu budućnost.

Nije lako proceniti mogući razvoj savremenog poslovnog okruženja, jer se ono vrlo dinamično menja, o čemu svedoči podatak da je u periodu od 2000. godine do 2015. godine samo 48% kompanija opstalo na listi 500 najvećih američkih kompanija.¹⁵⁸ Zato scenario definišu stručnjaci, na osnovu iskustva, opisom događaja koji menjaju uslove poslovanja u budućnosti. Projekcija budućeg stanja poslovnog okruženja vrši se simulacijom većeg broja rizika, na osnovu neizvesnosti.

Scenario se formira kako bi se omogućilo analiziranje finansijskog uticaja promena poslovnog okruženja na poslovanje osiguravajuće kompanije, pod određenim pretpostavkama. Opis scenarija uključuje određivanje uslova za sprovođenje scenarija, događaje koji izazivaju njegovo aktiviranje

¹⁵⁶ Porter, M. E. (1985). *Competitive Advantage. Creating and Sustaining Superior Performance*. New York: The Free Press.

¹⁵⁷ Ringland, G. (1998). *Scenario Planning*. Chichester: John Wiley & Sons.

¹⁵⁸ Bonnet, D., Buvat, J., Subrahmanyam, K. (2015). *When Digital Disruption Strikes: How Can Incumbents Respond?* London: Capgemini Consulting, p. 2.

i kvantitativne pokazatelje relevantnih rizika. Formiranje uverljivog scenarija je ključni preduslov za njegovo prihvatanje od strane zainteresovanih strana. Zbog toga je prilikom formiranja scenarija neophodno detaljno objasniti uslove poslovanja koji se očekuju u toku trajanja scenarija. Opis scenarija, treba da bude kratak i jasan. Događaji koji su relevantni za poslovanje se mogu razvrstati na globalne, regionalne i događaje specifične za samog osiguravača. Međuzavisnost rizika u stresnim situacijama se ispoljava drugačije od njihove korelacije u uobičajenim okolnostima. Često se za određivanje zavisnosti koriste tzv. kopule.

Vrednovanje scenarija uključuje određivanje efekata na bilanse osiguravača, ali i indirektne posledice, kao npr. probleme sa likvidnošću, gubitak reputacije, itd. Tom prilikom ne smeju se ispustiti iz analize eventualne korektivne akcije uprave. Za sprovođenje analize scenarija trebalo bi da bude procenjeno sledeće: promene u bilansima (imovina, obaveze, kapital, profit), potencijalni problemi sa reputacijom, promene deviznih kurseva i kamatnih stopa, akcije menadžmenta, opis međuzavisnosti rizika, itd.

Jedna od najpoznatijih tehnika za planiranje scenarija je TAIDA¹⁵⁹ od engleskih reči Tracking (praćenje), Analysing (analiziranje), Imaging (zamišljanje), Deciding (odlučivanje) i Acting (delovanje). Sastoji se iz 5 koraka:

- 1) Praćenje znakova promena poslovnog okruženja, koje mogu imati pozitivni ili negativni uticaj na budućnost posmatrane kompanije i njihovo opisivanje;
- 2) Analiza opisanih promena i generisanje odgovarajućih scenarija;
- 3) Generisanje vizije budućnosti, na osnovu razumevanja šta su mogući scenariji u prethodnom koraku;
- 4) Identifikovanje mogućih opcija i odlučivanje o izboru strategije za dostizanje vizije;
- 5) Formulisanje detaljnog plana akcije za realizovanje izabrane strategije i njegovo sprovođenje.

Dok scenario analiza opisuje buduće stanje poslovnog okruženja, sa fokusom na nastanak mogućih nizova negativnih događaja koji nepovoljno utiču na kompaniju, stres testovi omogućavaju procenu efekata realizacije ekstremnih scenarija koji imaju značajan uticaj na osiguravača.

3.1.3. Stres testiranje

U najvećim finansijskim institucijama, bankama i osiguravajućim kompanijama, u okviru upravljanja rizicima, sprovode se stres testovi. Bazelski komitet je dao sledeću definiciju¹⁶⁰: „Stres testiranje je generički pojam koji odražava raznovrsne tehnike koje primenjuju finansijske institucije, da bi odmerile stepen sopstvene rezistentnosti na iznenadne i ekstremne događaje.“

Stupanjem na snagu režima Basel II u bankarstvu, 2001. godine, „predviđena je primena stres testova za identifikovanje događaja i budućih promena u ekonomskim uslovima, koji mogu imati negativne efekte po kreditnu izloženost banke, kao i da se izvrši procena bančine sposobnosti da opstane u novonastalim okolnostima“.¹⁶¹

U osiguranju, u režimu Solventnost II, stres testovi i scenario analize se koriste za određivanje propisanih zahteva solventnosti za kapitalom i procenu sopstvenih rizika i solventnosti osiguravača,

¹⁵⁹ Lindgren, M. et al. (2003). *Scenario Planning – The link between future and strategy*. New York: Palgrave Macmillan, p. 47.

¹⁶⁰ Committee on the Global Financial System. (2000). *Stress testing by large financial institutions: current practice and aggregation issues*. Basel: Bank for International Settlements.

¹⁶¹ Mirković, V. (2014). Stres testovi u finansijskim institucijama, *Bankarstvo* 1(2014), str. 88-117.

tako što obezbeđuju informacije o trenutnoj i projektovanoj adekvatnosti kapitala i solventnosti.

Priprema stres testova nije moguća bez analize celokupnog poslovnog okruženja, makroekonomskih pretpostavki, zakonske regulative, itd. Najpre je potrebno detaljno proučiti uticaj pojedinih rizika na buduće trendove promena poslovnog okruženja.

Stres testovi se prema broju posmatranih rizika mogu podeliti na jednofaktorske testove senzitivnosti i multifaktorske stres testove.¹⁶²

Često se u praksi koriste multifaktorski stres testovi sa hipotetičkim scenarijima, zasnovani na sistematskom istraživanju. Ovi testovi pokušavaju da obuhvate sve relevantne rizike uz uslov da njihova simulacija ima ekonomski smisao. Kod ove vrste testova koriste se sledeći pristupi:

- Pristup zasnovan na teoriji ekstremnih vrednosti – koristi se za analiziranje rizika gubitaka u ekstremnim situacijama. Ovde se koriste raspodele ekstremnih vrednosti i pretpostavlja se da ekstremni događaji nisu korelisani. Ova tehnika pridružuje verovatnoće rezultatima stres testiranja;
- Pristup zasnovan na korelacionoj matrici – ona se izračunava za rizike uključene u scenario;
- Pristup zasnovan na Monte Carlo simulaciji slučajnog procesa – ovim pristupom generišu se moguće vrednosti gubitka koje izazivaju stres. Generisanjem velikog broja simulacija dobija se funkcija raspodele.

Scenario analize i stres testovi analiziraju nastanak mogućih scenarija u cilju određivanja odgovarajućih potreba za kapitalom osiguravajuće kompanije. Osiguravač treba da razvije stres testove u skladu sa svojim profilom rizika. Postoje velike razlike u scenarijima koje primenjuju različite osiguravajuće kompanije koje posluju na istom tržištu. Glavni razlog je veliki subjektivni karakter formiranja scenarija koji se zatim koriste za stres testove, što je i najveća mana ove tehnike. Od znanja i iskustva stručnjaka koji pripremaju scenarije, najviše zavisi uspeh primene ove tehnike kvantifikacije rizika.

Sprovođenje scenario analiza i stres testova je obično ograničeno vremenom i raspoloživošću kompanijskih resursa. Važno je da se sprovode u vremenskim okvirima u kojima je definisan i poslovni plan osiguravajuće kompanije. Vremenski horizont treba da bude dovoljno kratak da obezbedi verodostojnost scenarija, ali i dovoljno dug da obuhvati i pojavu mogućih faktora rizika, koji mogu da imaju veliki uticaj na poslovanje osiguravajuće kompanije.

Scenario analize i stres testovi se mogu koristiti u raznim oblastima kao što su izveštavanje o finansijskom stanju osiguravača, upravljanje rizicima, analiza rizika koji se teško mogu kvantifikovati, izveštavanje uprave i supervizora, procena kvaliteta internih modela rizika i određivanje apetita za rizikom. Takođe, mogu imati ulogu i u testiranju solventnosti osiguravajuće kompanije u delu ispunjenja propisanih zahteva za kapitalom.

Za razliku od statističkih testova, rezultat stres testa posmatra se drugačije, npr. procenjuje se finansijski efekat budućeg događaja identifikovanjem razloga njegovog nastanka i analizom njegovog efekta na kompaniju. Za dobijanje kompletnog rezultata analize rizika, potrebno je kombinovati stres testove sa VaR tehnikama. U procesu modeliranja rizika osiguravača, stres testiranje se može koristiti tako što se uvode verovatnoće kod scenarija koja se koriste u testiranju. Na taj način dobija se koherentan sistem merenja rizika, koji obezbeđuje i proveru ispravnosti formiranih scenarija. Izbor i definicija scenarija su i dalje subjektivni, ali uvođenje verovatnoća povećava objektivnost.

¹⁶² Illova, L. (2005). Stress testing of banking risks. *Master thesis*. Prague: Faculty of Social Sciences, Charles University.

Modeliranje rizika se vrši kroz sledeće faze:¹⁶³

- 1) Vršiti se tradicionalno stres testiranje i mere rezultati koji se zatim koriste kao podaci o realizovanim dobitcima i gubicima svakog scenarija;
- 2) Svakom scenariju se dodeljuje odgovarajuća procenjena (subjektivna) verovatnoća;
- 3) Modeliraju se rizici na standardan način i primenom tehnika merenja rizika i beleže rezultati dobitaka i gubitaka i verovatnoća ostvarenja tih rizika;
- 4) Koriste se zajedno dve grupe podataka o gubicima i dobitcima zajedno sa njihovim verovatnoćama i tako se sprovodi integrisana procena rizika.

Uključivanje stres testiranja, kroz pomenute četiri faze, u VaR analizu teorijski je ispravno i uključuje scenarija koja su prilagođena konkretnoj osiguravajućoj kompaniji. Izbor scenarija i adekvatnost procene verovatnoće njihovog pojavljivanja, odnosno dostupnost i kvalitet podataka na kojim se scenarija i procene baziraju, određuje kvalitet analize rizika.

3.1.4. Utvrđivanje funkcije raspodele rizične varijable

Prvi korak u analizi raspodele predstavlja grafičko prikazivanje raspoloživih podataka, kao i izračunavanje najvažnijih mera kojima se opisuje raspodela.¹⁶⁴

U drugom koraku se konstruiše Q-Q dijagram (kvantil-kvantil dijagram), koji predstavlja skup parova kvantila empirijske raspodele i kvantila teorijske raspodele. Na x -osi su predstavljeni kvantili teorijske raspodele, a na y -osi empirijske raspodele. U slučaju da se odgovarajući parovi kvantila empirijske i teorijske raspodele nalaze na liniji $y = x$, empirijska raspodela se može aproksimirati teorijskom raspodelom. U slučaju da se odgovarajući parovi kvantila empirijske i teorijske raspodele nalaze na liniji $y = ax + b$, empirijska raspodela je linearna transformacija teorijske raspodele.

Treći korak je provera saglasnosti teorijske i empirijske raspodele, koja se vrši statističkim testovima, a najčešće korišćeni su Kolmogorov-Smirnov test, Anderson-Darling-ov test, hi-kvadrat test i sl.

Ako je F_X teorijska funkcija raspodele, a F_n empirijska raspodela uzorka X_1, X_2, \dots, X_n , statistika Kolmogorov-Smirnov testa je:

$$D = \sup |F_n(x) - F_X(x)|. \quad (3.1.22.)$$

Ako je vrednost $\sqrt{n}D$ veća od kritične vrednosti K_α za nivo značajnosti α , hipoteza o saglasnosti empirijske i teorijske raspodele se odbacuje.

Ako je F_X teorijska funkcija raspodele, a F_n empirijska raspodela uzorka X_1, X_2, \dots, X_n , statistika Anderson-Darlingovog testa je:

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_n(x) - F_X(x))^2}{F_X(x)(1 - F_X(x))} dF_X(x). \quad (3.1.23.)$$

Ako je vrednost A^2 veća od odgovarajuće kritične vrednosti za nivo značajnosti α , hipoteza o saglasnosti empirijske i teorijske raspodele se odbacuje.

¹⁶³ Mirković, V. (2014). Stres testovi u finansijskim institucijama. *Bankarstvo* 1 (2014), str. 100.

¹⁶⁴ Doganjić, J. (2014). Upravljanje finansijskim i aktuarskim rizicima formiranja i ulaganja rezervi u neživotnom osiguranju. *Doktorska disertacija*. Kragujevac: Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu, str. 206.

Provera saglasnosti empirijske i teorijske raspodele vrši se u različitim programskim paketima, kao npr. EasyFit, BestFit i sl. Kao rezultat se dobija test statistika i p -vrednost, tj. najmanji nivo značajnosti na kojem se odbacuje nulta hipoteza o saglasnosti sa određenom teorijskom raspodelom.

Na kraju se proverava da li su stvarni gubici u nivou sa projektovanim, odnosno porede se istorijska predviđanja VaR-a sa stvarnom vrednošću koja je izračunata na osnovu podataka kojima se raspolaže. Tako se uočavaju greške u pretpostavkama od kojih se pošlo.

3.2. Ocena tehničkih rezervi životnih osiguravača

Tehničke rezerve osiguravajućih kompanija su namenjene ispunjenju svih obaveza prema osiguranicima koje imaju osiguravači po ugovoru o osiguranju. Utvrđivanje iznosa tehničkih rezervi veoma je složen proces koji obavljaju aktuari, a u skladu sa Zakonom o osiguranju ovlašćeni aktuari proveravaju i garantuju njihovu dovoljnost. Odluka o tehničkim rezervama Narodne banke Srbije propisuje kriterijume, način i rokove obračunavanja tehničkih rezervi za pokriće svih obaveza iz ugovora o osiguranju.¹⁶⁵

Premije osiguranja formiraju se tako da budu dovoljne da pruže pokriće za preuzet rizik ugovorom o osiguranju. Formiranje tehničkih rezervi je obavezno i propisano je zakonom. Osiguravač je dužan da obezbedi potpuno pokriće tehničkih rezervi kvalitetnom, propisanom imovinom.

U skladu sa Odlukom o tehničkim rezervama osiguravajuće kompanije su dužne da formiraju sledeće tehničke rezerve: rezerve za prenosne premije, rezerve za neistekle rizike, rezerve za bonuse i popuste, rezervisane štete, matematičku rezervu, rezervu za osiguranja kod kojih su osiguranici prihvatili da učestvuju u investicionom riziku, rezerve za izravnjanje rizika i druge tehničke rezerve.¹⁶⁶

Konkretne tehničke rezerve koje će biti formirane zavise od vrste osiguranja kojim se pojedinačni osiguravači bave. Razlike u potrebi za formiranjem odgovarajućih tehničkih rezervi proizilaze iz različitih osiguranih rizika i trajanja ugovora o osiguranju. Životno osiguranje je dugoročno, te su i tehničke rezerve dugoročne. Četiri osiguravača koja imaju licencu samo za obavljanje životnog osiguranja u Srbiji, u 2021. godini formirala su sledeće tehničke rezerve: rezerve za prenosne premije, rezervisane štete i matematičku rezervu. Učešće matematičke rezerve bilo je oko 98%, a ostale dve stavke tehničkih rezervi učestvovala su sa po oko 1% u ukupnim tehničkim rezervama pomenutih osiguravača.¹⁶⁷ Očigledno, tehničke rezerve životnih osiguranja se u praksi svode na matematičku rezervu. Značaj matematičke rezerve potvrđuje podatak da je u 2021. godini imala učešće od 56% u svim tehničkim rezervama celog tržišta osiguranja.¹⁶⁸

3.2.1. Matematička rezerva u uslovima neizvesnosti

Premija koju plaća osiguranik odražava nivo preuzetog rizika. Procena matematičke rezerve je najvažniji i najsloženiji deo procene tehničkih rezervi za osiguravajuće kompanije koje se bave životnim osiguranjem. Kao što je objašnjeno u odeljku 1.2.3. ove disertacije, kod osiguranja za slučaj smrti rizik se povećava svake godine trajanja osiguranja sa godinama starosti osiguranika. Za osiguranike bi bilo nepraktično plaćanje sve veće i veće premije iz godine u godinu koja je u skladu sa rizikom. Zato se u osiguranju života za slučaj smrti koristi jednaka premija za sve godine. Pošto je ta premija u prvim godinama osiguranja veća u odnosu na preuzet rizik, višak se odvaja u matematičku rezervu, da bi se kasnije taj višak koristio kada premija bude niža od stvarnog rizika.

¹⁶⁵ Odluka o tehničkim rezervama, *Službeni glasnik RS*, br. 42/2015 i 36/2017.

¹⁶⁶ Isto, paragraf 2.

¹⁶⁷ www.nbs.rs

¹⁶⁸ Isto.

Matematička rezerva se obračunava za svaki ugovor pojedinačno. U aktuarskoj nauci postoji više neto i bruto, individualnih i grupnih metoda izračunavanja matematičke rezerve. Matematička rezerva zajedno sa svim očekivanim premijama po svim ugovorima o osiguranju omogućava osiguravajućoj kompaniji da izvrši sve buduće isplate osiguranicima i korisnicima u skladu sa ugovorom o osiguranju.

Odluka o tehničkim rezervama¹⁶⁹ propisuje obračun matematičke rezerve u paragrafima 48. – 70. Matematička rezerva se obračunava dovoljno opreznom aktuarski priznatom prospektivnom metodom kao razlika sadašnje vrednosti budućih obaveza osiguravajuće kompanije utvrđenih ugovorom i sadašnje vrednosti budućih uplata premije. Obaveze uključuju: sve garantovane naknade ugovaračima, osiguranicima i korisnicima osiguranja, uključujući i garantovanu otkupnu vrednost; učešće u dobiti na koje u trenutku obračuna ugovarači imaju pravo; sve opcije koje postoje prema uslovima osiguranja; troškove sprovođenja osiguranja. Obračun matematičke rezerve uključuje i mogućnost nepovoljnih odstupanja relevantnih faktora koji se koriste pri utvrđivanju matematičke rezerve.

Za ugovore zaključene u stranoj valuti i ugovore sa valutnom klauzulom, godišnja kamatna stopa koja se koristi za obračun matematičke rezerve ne može biti viša od 2,25% kod ugovora koji su zaključeni od 1.8.2017. godine.¹⁷⁰ Pri utvrđivanju kamatne stope uzimaju se u obzir valute u kojima su zaključeni ugovori i prinos na državne hartije od vrednosti u tim valutama.

Za obračun smanjenja matematičke rezerve za neamortizovane stvarne troškove provizije zaključenja ugovora koristi se Cilmerova metoda, pri čemu stopa cilmerizacije ne može biti veća od 3,5% ugovorene osigurane sume.¹⁷¹

Tablice verovatnoće koje se primenjuju pri obračunu matematičke rezerve (tablice smrtnosti i tablice oboljevanja) biraju se oprežno, na osnovu poslednjih statističkih podataka koje je objavio Republički zavod za statistiku u Srbiji.

3.2.2. Rezerva za prenosne premije

Rezerva za prenosne premije je deo premije koji se koristi za pokriće obaveza iz osiguranja koje će nastati, u narednom periodu. U suštini prenosnu premiju čini deo premije koji pripada narednom obračunskom periodu. Rezerva za prenosne premije obrazuje se izdvajanjem iz ukupne premije osiguranja na kraju tekućeg perioda. Osnovica za obračun rezervi za prenosne premije je ukupna premija osiguranja utvrđena ugovorom. U osiguranju života se može pretpostaviti ravnomerna raspodela rizika u vremenu, tako da se prenosne premije izračunavaju po metodi pojedinačnog izračunavanja za svaki ugovor s tačnim vremenskim razgraničenjem (pro rata temporis).

¹⁶⁹ Odluka o tehničkim rezervama, *Službeni glasnik RS*, br. 42/2015 i 36/2017.

¹⁷⁰ Isto, paragraf 55.

¹⁷¹ Isto, paragraf 62.

Odluka o tehničkim rezervama Narodne banke Srbije¹⁷² propisuje obračun prenosne premije na sledeći način:

$$PP = P \cdot \frac{d}{D}, \quad (3.2.1)$$

pri čemu su:

PP – rezerva za prenosnu premiju;

P – ukupna premija pojedinačnog osiguranja;

d – broj dana trajanja osiguranja posle isteka tekućeg perioda;

D – ukupan broj dana trajanja pojedinačnog osiguranja.

Po paragrafu 18. Odluke o tehničkim rezervama Narodne banke Srbije rezerva za prenosne premije životnih osiguranja sastavni je deo matematičke rezerve, za proizvode životnog osiguranja za koje se formira matematička rezerva.

Za višegodišnje proizvode osiguranja sa ugovorenom jednokratnom premijom, ne obračunava se prenosna premija već samo matematička rezerva.

3.2.3. Ostala rezervisanja u životnom osiguranju

3.2.3.1. Rezervisane štete

Odluka o tehničkim rezervama¹⁷³ propisuje obračun rezervisanih šteta. Rezervacija za štete kod životnih osiguranja odnosi se samo na prijavljene, a neisplaćene štete (skraćeno RBNS od engl. Reported But Not Settled) i rezerve za troškove u vezi sa rešavanjem i isplatom šteta, jer paragraf 42. Odluke o tehničkim rezervama Narodne banke Srbije propisuje da se štete koje su nastale, a nisu prijavljene (skraćeno IBNR od engl. Incured But Not Reported) ne rezervišu kod ugovora životnih osiguranja za koje se obračunava matematička rezerva.

Rezerve za nastale prijavljene, a nerešene štete obračunavaju se na osnovu pojedinačne procene svake štete na osnovu obaveza iz ugovora o osiguranju, normativa za pružanje usluga u postupku utvrđivanja štete, nalaza i mišljenja veštaka, procenitelja, aktuara i drugih stručnjaka i ostalih relevantnih informacija. Pri utvrđivanju visine rezervi za nastale prijavljene, a nerešene štete uzimaju se u obzir zakonom utvrđene obaveze osiguravajuće kompanije i sudska praksa.

3.2.3.2. Rezerva za osiguranja kod kojih su osiguranici prihvatili da učestvuju u investicionom riziku

Obračun rezerve za osiguranja kod kojih su osiguranici prihvatili da učestvuju u investicionom riziku propisuje Odluka o tehničkim rezervama.¹⁷⁴ Rezerva za osiguranja kod kojih su osiguranici prihvatili da učestvuju u investicionom riziku obrazuje se u iznosu koji osiguranici imaju pravo da dobiju, a koji je neposredno vezan za ostvarene rezultate investiranja.

Za naknade iz ugovora koje su direktno vezane za vrednost jedinica investicionih fondova, ova rezerva mora biti utvrđena tako da odgovara vrednosti tih jedinica. Iznos rezerve utvrđuje se kao

¹⁷² Odluka o tehničkim rezervama, *Službeni glasnik RS*, br. 42/2015 i 36/2017, paragrafi 12. – 20.

¹⁷³ Isto, paragrafi 32-47.

¹⁷⁴ Isto, paragrafi 71-76.

proizvod broja jedinica dodeljenih ugovoru i odgovarajuće vrednosti jedinice.

3.2.4. Test adekvatnosti obaveza (LAT)

Tehničke rezerve garantuju da će osiguravač biti u stanju da pokrije preuzete obaveze prema osiguranicima. Obračun matematičke rezerve, zbog dugoročnosti ugovora, nosi rizike promene parametara u budućnosti koji mogu značajno da utiču na buduće novčane tokove. Zbog toga postoji potreba za ocenom adekvatnosti formirane matematičke rezerve na svaki datum obračuna. Testiranje adekvatnosti obaveza (skraćeno LAT od engl. Liability Adequacy Test) se zasniva na konzervativnim pretpostavkama.

Zakonska regulativa i međunarodni standardi propisuju smernice za ocenu adekvatnosti obaveza. Dva najvažnija računovodstvena standarda koji propisuju test adekvatnosti obaveza su Međunarodni standard finansijskog izveštavanja 4 – Ugovori o osiguranju (skraćeno IFRS od engl. International Financial Reporting Standards), koji je doneo Odbor za međunarodne računovodstvene standarde (skraćeno IASB od engl. International Accounting Standards Board) i Opšteprihvaćeni računovodstveni principi (skraćeno GAAP od engl. Generally Accepted Accounting Principles). Od 2005. godine IFRS standarde u obavezi su da koriste sve članice Evropske unije.¹⁷⁵ Pored njih preko 100 država sveta dobrovoljno prihvataju primenu ovih standarda. GAAP standardi primenjuju se uglavnom na američkom kontinentu. U Evropskoj uniji u 2023. godini, umesto IFRS 4 počinje primena IFRS 17. U Srbiji još uvek nije propisan rok za početak primene IFRS 17.

IFRS 4 zahteva da osiguravač, korišćenjem aktuelne procene budućih novčanih tokova po osnovu ugovora o osiguranju, procenjuje na svaki datum izveštavanja da li su njegove tehničke rezerve adekvatne. Testiranje adekvatnosti obaveza u praksi znači da se proverava da li su očekivani budući novčani tokovi pokriveni rezervama. U slučaju da se ispostavi da su rezerve u tom trenutku nedovoljne za pokriće očekivane razlike odliva i priliva novca, odmah se izdvajaju dodatne rezerve koje se priznaju u tekućem bilansu i svi iznosi se obavezno obelodanjuju u finansijskim izveštajima. U slučaju da su postojeće rezerve adekvatne budućim obavezama, iznosi se ne obelodanjuju, ali se navode pretpostavke i uslovi pod kojima je vršeno testiranje. Da bi rezultat testiranja imao smisla mora se modelirati i uključiti u test najveći deo portfelja, ali nije neophodno modeliranje celog portfelja.

Novi standard, IFRS 17, ne zahteva eksplicitno test adekvatnosti obaveza.¹⁷⁶ Cilj novog standarda je da uspostavi konzistentnost računovodstvenih politika i ocene ugovora o osiguranju, kao i harmonizaciju u pristupu oceni rizika u okviru koncepta Solventnosti II. Za to je osnovni preduslov da bilans stanja pređe sa knjigovodstvenog načina posmatranja (engl. accounting view) na ekonomski način posmatranja (engl. economic view).

IFRS 4 podrazumeva da se adekvatnost tehničkih rezervi proceni korišćenjem najbolje ocene budućih novčanih tokova, na osnovu postojećih ugovora o osiguranju. Procena adekvatnosti tehničkih rezervi se može razumeti kao utvrđivanje razlike postojećih tehničkih rezervi i sadašnje vrednosti budućih novčanih tokova. Ako osiguravač primenjuje test adekvatnosti obaveza koji zadovoljava minimum zahteva, IFRS 4 ne nameće dodatne zahteve.

¹⁷⁵ Čegar, B. (2021). Evaluacija kvaliteta kratkoročnog finansijskog izveštavanja u državama jugoistočne Evrope. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 30.

¹⁷⁶ EY. (2017). *IFRS 17: what to do now Implications for European insurers*. London: Ernst & Young Global Limited, p. 9.

Minimum zahteva je sledeći:

- testom se razmatraju aktuelne procene svih ugovornih novčanih tokova kao i povezanih novčanih tokova, kao što su potraživanja za troškove manipulisanja i novčanih tokova koji su rezultat ugrađenih opcija i garancija,
- ako test pokaže da je obaveza neadekvatna, svi manjkovi se priznaju u bilansu uspeha.

Pretpostavke se formiraju po trenutno važećem iskustvu, a ne po iskustvu od početka ugovora ili po očekivanim prilikama koje će važiti pri isteku ugovora. U novčane tokove ulaze očekivane premije i štete, ali i troškovi održavanja postojećih polisa, obrade šteta i funkcionisanja kompanije i svi treba da budu realno procenjeni.

Test adekvatnosti se primenjuje na nivou segmentiranog portfelja osiguranja prema sličnim osiguranim rizicima npr. prema tehničkoj kamatnoj stopi, prema riziku osiguranja, prema načinu plaćanja, itd. Kriterijume segmentiranja određuje osiguravajuća kompanija. Neadekvatnost u okviru jednog segmenta ne može se kompenzovati adekvatnošću u okviru drugog.

Standardi ne propisuju koje pretpostavke treba primenjivati pri testiranju adekvatnosti tehničkih rezervi u Srbiji. Zbog toga biće prikazane i korišćene u disertaciji pretpostavke koje je propisalo Češko udruženje aktuara.¹⁷⁷ Slične pretpostavke važe i u ostalim zemljama centralne Evrope.

Test se sprovodi diskontovanjem budućih novčanih tokova ponderisanih verovatnoćama izvršenja na prudencijalnoj osnovi.

Pretpostavke korišćene za projektovanje budućih novčanih tokova moraju biti u skladu sa projektovanim krivom prinosa i pravilima osiguravajuće kompanije. Takođe, trebalo bi da sve pretpostavke budu formulisane u skladu sa Međunarodnim aktuarskim standardom prakse 5 - Najbolja ocena prema međunarodnim standardima finansijskog izveštavanja (engl. IASP 5 - Current Estimates under IFRS)¹⁷⁸ Međunarodnog udruženja aktuara. Sve netržišne pretpostavke koje se koriste u obračunu najbolje ocene budućih novčanih tokova trebalo bi da budu određene na osnovu iskustva osiguravajuće kompanije, u slučaju kada je iskustvo relevantno. U slučaju kada prethodno iskustvo osiguravajuće kompanije ne može da pruži kredibilne podatke, moguće je koristiti eksterne izvore za određivanje pretpostavki. Netržišne pretpostavke koje se koriste u obračunu adekvatnosti tehničkih rezervi životnih osiguranja su: tablice smrtnosti, procenjene stope raskida polisa, otkupa i kapitalizacije, administrativni troškovi i sl.

Koriste se poslednje zvanično objavljene Tablice smrtnosti, umesto tablica po kojima su računate premijske stope u prošlosti.

Verovatnoće raskida, otkupa i kapitalizacija trebalo bi da budu projektovane na osnovu iskustva osiguravajuće kompanije.

Troškovi održavanja postojećih polisa, obrade šteta i funkcionisanja kompanije treba da budu realno procenjeni, na osnovu trenutnog iskustva.

Svi iznosi koji ulaze u novčane tokove se preračunavaju u sadašnje vrednosti, odnosno diskontovane vrednosti na datum testiranja. Za diskontovanje se koriste stope prinosa bezrizičnih hartija od

¹⁷⁷ Fialka, J. (2006). Implementation of the Liability Adequacy Test in the Czech Republic. *Paper for the International Congress of Actuaries*, Paris, pp. 7–9.

¹⁷⁸ IAA. (2005). Current Estimates under IFRS. *International Actuarial Standard of Practice IASP 5*. Ottawa: International Actuarial Association.

vrednosti (engl. risk-free rate) koje propisuje Evropska centralna banka za evro uz dodatnu marginu za rizik.

U novčane tokove ulaze očekivane vrednosti: premija, šteta, otkupnih vrednosti, isplata po polisama, troškova administriranja polisa, preostalih iznosa provizija, troškova investiranja, prihoda od investiranja sredstava (po bezrizičnim stopama prinosa), bonusa i negarantovanog profita koji će biti raspodeljen (na osnovu postojeće prakse u kompaniji).

Na sve navedeno primenjuju se margine, prikazane u Tabeli 3.2.1. za povećavanje pouzdanosti dobijenih rezultata po principu opreznosti.

Tabela 3.2.1. Minimalne margine za rizik za pretpostavke koje se koriste u testiranju adekvatnosti obaveza Češkog udruženja aktuaru

Rizik	Minimalne margine koje se primenjuju na trenutno važeće iskustvene stope
Stopa mortaliteta	±10% („+“ za osig. života, „-“ za rentno)
Stopa invaliditeta	+10%
Raskidi polisa bez plaćanja otkupa	±25%
Raskidi polisa sa plaćanjem otkupa	±10%
Troškovi	+10%
Inflacija	+10%
Diskontna stopa	-0,25 procentnih poena

Izvor: Fialka, J. (2006). Implementation of the Liability Adequacy Test in the Czech Republic. *Paper for the International Congress of Actuaries*, Paris, pp. 7–9.

IFRS 4 ne propisuje niti zabranjuje upotrebu margina za rizik prilikom ocene adekvatnosti obaveza. Pošto se novčani tokovi projektuju u budućnost, uvođenje margina prilikom ocenjivanja pretpostavki smanjuje neizvesnost njihovog ostvarivanja.

3.3. Stohastički pristup merenju rizika u životnom osiguranju

Posle više od dvadeset godina primene prethodnog režima solventnosti, početkom dvehiljaditih godina zaključeno je da nije više dovoljno da solventnost kompanija koje se bave životnim osiguranjem bude zasnovana na obračunu matematičke rezerve i sume pod rizikom, jer obe veličine zavise praktično samo od rizika smrtnosti. U obračun solventnosti bilo je potrebno uključiti više rizika koji utiču na poslovanje životnih osiguravača. Uvedeno je stohastičko modeliranje svih rizika osiguravača pomoću standardne formule, što je dovelo do toga da se u režimu Solventnost II, ocena solventnosti više ne zasniva na preciznim vrednostima pokazatelja kao što je npr. matematička rezerva. Iako su dozvoljene determinističke metode, npr. za vrednovanje određenih delova aktive, preporučena je primena stohastičkih metoda za ocenu obaveza osiguravača životnog osiguranja.

3.3.1. Koncept Monte Carlo metode

Monte Carlo je naziv velikog broja matematičkih stohastičkih modela, u kojima se koriste slučajni brojevi. Masovna upotreba ove metode je počela u drugoj polovini XX veka, sa razvojem personalnih računara. Koristi se u raznim naučnim oblastima, uključujući aktuarstvo, što je i očekivano s obzirom da je zakon velikih brojeva jedan od najvažnijih zakona u osiguranju.

U Monte Carlo metodi, generišu se slučajni brojevi iz određene raspodele, putem numeričkih algoritama. Generatori slučajnih brojeva koriste konačan skup podataka, pa posle nekog vremena brojevi počinju da se ponavljaju. Maksimalna dužina generisanog niza brojeva, pre ponavljanja naziva se period generatora slučajnih brojeva.

Generisani slučajni brojevi (SB) su nezavisni i potiču iz uniformne raspodele, odnosno:

$$SB \sim U[0, 1]. \quad (3.3.1.)$$

Kongruentan linearni model (skraćeno LCG od engl. Linear Congruent Generator) je jedan od prvih generatora slučajnih brojeva, koji je zasnovan na Monte Carlo metodi. Ime je dobio po kongruentnim brojevima čija osobina je da su međusobno deljivi bez ostatka. Koristeći osobine kongruentnih brojeva sledećom formulom je definisan linearni kongruentni generator pseudo slučajnih brojeva sa uniformnom raspodelom:

$$s_{n+1} = (as_n + c) \bmod m, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.3.2.)$$

gde su:

- s_n – pseudo slučajni brojevi;
- s_0 – početno stanje čija se vrednost zadaje i za koji važi: $s_0 \in N$ i $s_0 < m$;
- a, c, m – celobrojne konstante za koje važi: $a > 0, c > 0, m > 0, a < m$ i $c < m$;
- mod – ostatak pri deljenju dva broja.

Slučajni brojevi iz intervala $[0, 1)$ dobijaju se iz sledeće formule:

$$u_n = \frac{s_n}{m}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.3.3.)$$

Pošto je s_n celobrojna vrednost iz intervala $[0, m - 1]$, generisani slučajni broj uzima vrednosti iz skupa $I = \{0, 1/m, 2/m, \dots, (m - 1)/m\}$, što znači da slučajni broj neće biti uniformno raspodeljen na intervalu $[0, 1]$, već na diskretnom skupu I . Uzimanje velike vrednosti za parametar m rešava ovaj problem. U praksi se koristi parametar m oblika 2^b , gde je b prirodan broj.

S obzirom da s_n zavisi samo od s_{n-1} , i da može uzeti samo celobrojne vrednosti iz intervala $[0, m-1]$, maksimalna dužina sekvence u kome generator daje različite slučajne brojeve (maksimalni period generatora) je m . Maksimalni period generatora zavisi isključivo od izbora parametara a , c , m i početnog stanja s_0 . LCG ima maksimalni mogući period ako su zadovoljena sledeća tri uslova:

- 1) Najveći zajednički delilac parametara m i c je 1;
- 2) Ukoliko je m deljivo prostim brojem q , onda $a - 1$ mora biti deljivo sa q ;
- 3) Ukoliko je m deljivo sa 4 i $a - 1$ mora biti deljivo sa 4.

Početno stanje s_0 može uzeti bilo koju celobrojnu vrednost na intervalu $[0, m - 1]$ za dobijanje generatora sa maksimalnim periodom, ako je m oblika 2^b , gde je b prirodan broj, $a - 1$ deljivo sa 4 i c neparno.

3.3.2. Gruba Monte Carlo metoda

Gruba Monte Carlo metoda (engl. Crude Monte Carlo Method)¹⁷⁹ se često koristi za izračunavanje određenog integrala komplikovane funkcije.

Neka je X realna slučajna promenljiva sa konačnim očekivanjem $E(X)$. Ako su X_1, X_2, \dots, X_n nezavisne i jednako raspodeljene slučajne promenljive koje imaju istu raspodelu kao i promenljiva X , tada važi sledeća aproksimacija:

$$E(X) \sim \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i(\omega). \quad (3.3.4.)$$

U zavisnosti od broja generisanih slučajnih brojeva srednja vrednost generisane promenljive X_i se manje li više približava teorijskoj vrednosti $E(X) = \mu$.

Monte Carlo ocena matematičkog očekivanja slučajne promenljive X je:

$$\bar{X}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i. \quad (3.3.5.)$$

To je nepristrasna ocena za $E(X) = \mu$, tj. $E(\bar{X}_N) = \mu$.

Varijansa nastale slučajne greške je:

$$\text{Var}(\bar{X}_N - \mu) = \text{Var}(\bar{X}_N) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \text{Var}(X_i) = \frac{\sigma^2}{N}. \quad (3.3.6.)$$

¹⁷⁹ Holton, G. (2013). *Value-at-Risk Theory and Practice*. Second edition published online: www.value-at-risk.net/generalizing-the-crude-monte-carlo-estimator

Standardna devijacija greške reda $O(\frac{1}{\sqrt{N}})$ je mera tačnosti grube Monte Carlo metode.

Povećanjem broja simulacija N , dolazi do smanjenja varijanse slučajne greške. Ukoliko bi se broj simulacija povećao 100 puta, došlo bi do smanjenja varijanse greške takođe 100 puta, odnosno standardna devijacija bi se smanjila 10 puta.

Prilikom primene grube Monte Carlo metode, dolazi do ocenjivanja matematičkog očekivanja statistikom \bar{X}_N . Na osnovu Centralne granične teoreme, uz pretpostavku da je $\text{Var}(X) = \sigma^2 < \infty$, važi da raspodela statistike \bar{X}_N teži $\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma^2}{N})$ raspodeli za velike vrednosti N . Na osnovu toga dobija se $(1-\alpha)100\%$ interval poverenja za očekivanje μ :

$$\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \right]. \quad (3.3.7.)$$

odnosno za nivo pouzdanosti od 95%, interval je:

$$\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \right]. \quad (3.3.8.)$$

Algoritam Grube Monte Carlo metode:¹⁸⁰

- 1) Generisati niz slučajnih brojeva iz određene raspodele X_1, X_2, \dots, X_n , koristeći generator slučajnih brojeva, kao što je LCG koji je opisan u prethodnom odeljku.
- 2) Izračunati ocenjenu vrednost \bar{X}_N i interval poverenja po formuli (3.3.7.).

Često je izlaz generatora slučajnih brojeva X funkcija nekog osnovnog slučajnog vektora ili stohastički proces, odnosno $X = H(Y)$, gde je H realna funkcija i Y je slučajni vektor ili proces. Prednost Grube Monte Carlo metode je u tome što formula (3.3.7.) za interval poverenja važi bez obzira na dimenziju Y .

3.3.3. Primena Monte Carlo metode u određivanju smrtnosti

Neka je lice staro x godina, a T broj godina posle kojih će lice umreti i neka je $G_x: [0, \infty) \rightarrow [0, 1]$ funkcija raspodele za T , za koju važi $G(0) = 0$. Tada je:

$$G_x(t) = P(T \leq t). \quad (3.3.9.)$$

$G_x(t)$ se takođe može napisati i kao verovatnoća da lice staro x godina umre u sledećih t godina, odnosno kao ${}_xq_t$. Niz ${}_xq_0, {}_xq_1, \dots, {}_xq_\omega$ predstavlja deo tablice smrtnosti, gde je ω granični uzrast, odnosno starost koja se teško dostiže, ranije je bilo 100, a sada je sve češće 120 godina.

¹⁸⁰ Kroese, D., Rubinstein, R. (2012). Monte Carlo Methods. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics* 4, pp. 48-58.

Verovatnoća da lice starosti x doživi narednih t godina je:

$${}_t p_x = 1 - {}_t q_x = 1 - G_x(t) \quad (3.3.10.)$$

što se može napisati i kao:

$${}_t p_x = {}_1 p_x \cdot {}_1 p_{x+1} \cdot \dots \cdot {}_1 p_{x+t-1}. \quad (3.3.11.)$$

Stopa smrtnosti tog lica je:

$$\begin{aligned} \mu_x(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(t \leq T < t + \Delta t \mid T > t), \\ \mu_x(t) &= -\frac{d}{dt} \ln(1 - G_x(t)), \\ \mu_x(t) &= -\frac{d}{dt} \ln {}_t p_x. \end{aligned} \quad (3.3.12.)$$

Funkcija gustine za broj godina T posle kojih će lice umreti je:

$$g_x(t) = \mu_x(t)(1 - G_x(t)). \quad (3.3.13.)$$

Veza između funkcije raspodele za broj godina T posle kojih će lice umreti i stope smrtnosti, na osnovu izraza (3.3.10.) i (3.3.12.) je:

$$G_x(t) = 1 - {}_t p_x = 1 - e^{-\int_0^t \mu_x(s) ds}. \quad (3.3.14.)$$

Za primenu navedenih formula potreban je i generator slučajnih brojeva kao što je npr. LCG. U sledećem odeljku će biti objašnjen algoritam koji su predložili Gompertz (1825) i Makeham (1860) za određivanje smrtnosti pomoću Monte Carlo metode,

3.3.4. Stohastički Gompertz-Makeham model mortaliteta

Gompertz¹⁸¹ je pre oko dvesta godina predložio sledeći eksponencijalni oblik stope smrtnosti, pri čemu su $\log \mu_x(t)$ i starost x linearno povezani:

$$\mu_x^G(t) = bc^{x+t}, \quad (3.3.15.)$$

gde su:

- b – pozitivna konstanta,
- c – konstanta i važi $c > 1$,
- $t = 0, \dots, \omega$.

¹⁸¹ Gompertz, B. (1825). On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society* 115, pp. 513–585.

Danas se stopa smrtnosti češće zapisuje u sledećem obliku:¹⁸²

$$\mu_x^G(t) = be^{c(x+t)} \quad t = 0, \dots, \omega. \quad (3.3.16.)$$

Makeham¹⁸³ je proširio model iz izraza (3.3.15.) dodavanjem konstante a , koja pokriva faktore smrtnosti koji ne zavise od starosti, kao što je npr. smrt usled nezgode. Dobijeni model se naziva Gompertz-Makeham model i oblika je:

$$\mu_x^{GM}(t) = a + bc^{x+t}, \quad (3.3.17.)$$

ili drugačije zapisano:

$$\mu_x^{GM}(t) = a + be^{c(x+t)}. \quad (3.3.18.)$$

Iz izraza (3.3.12.) i (3.3.17.) dobija se verovatnoća doživljenja Gompertz-Makeham modela (narednih t godina za lice starosti x godina):

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu_x^{GM}(t) dt} = e^{-\int_0^t (a + bc^{x+t}) dt} = e^{-at - \frac{bc^x(c^t - 1)}{\ln c}}. \quad (3.3.19.)$$

Koncept formiranja stohastičkog dinamičkog modela smrtnosti se sastoji od sledeća četiri koraka:

- 1) Izabere se model mortaliteta, npr. Gompertz-Makeham model;
- 2) Odrede se realizovane stope smrtnosti iz prošlosti;
- 3) Ocene se parametri modela, koristeći realizovane stope smrtnosti;
- 4) Dobijeni model se koristi za modeliranje budućih stopa mortaliteta.

Detaljan algoritam će biti dat dalje u tekstu ovog odeljka.

Najvažnija prednost ovog algoritma je mala greška, jer se može pokrenuti veliki broj simulacija budućih stopa smrtnosti Monte Carlo metodom.

¹⁸² Missov, T., Lenart, A. et al. (2015). The Gompertz force of mortality in terms of the modal age at death, *Demographic Research Journal*, Vol. 32, pp. 1031-1048.

¹⁸³ Makeham, W. M. (1860). On the Law of Mortality and the Construction of Annuity Tables. *J. Inst. Actuaries and Assur. Mag.* 8 (6), pp. 301-310.

Gompertz-Makeham stohastički dinamički model mortaliteta glasi:

$$\mu_x^{SG}(t) = a(t)e^{b(t)x} \quad t = 0, \dots, \omega, \quad (3.3.20.)$$

uz sledeće uslove:

$$da(t) = -ka(t) dt, \quad k > 0, \quad (3.3.21.)$$

$$a(0) = a_0 > 0,$$

$$db(t) = v dt + \sigma dW(t),$$

$$b(0) = b_0 > 0,$$

gde su:

- $a(t)$ – smanjenje nivoa mortaliteta tokom vremena,
- $b(t)$ – vremenska funkcija,
- k – pozitivna konstanta,
- v, σ – parametri raspodele vremenske funkcije $b(t)$,
- $W(t)$ – jednodimenzionalno Braunovo kretanje,
- $da(t), dt, db(t)$ i $dW(t)$ – prvi izvodi od $a(t), t, b(t)$ i $W(t)$, respektivno.

Nakon toga treba odrediti parametre k, v, σ, a_0 i b_0 u trenutku T na sledeći način:

- a_0, b_0 i k se dobijaju tzv. fitovanjem tako što se realizovane stope mortaliteta iz prošlosti u godinama $t = 0, 1, \dots, T-1$ zamene u standardni Gompertzov model;
- v i σ se ocenjuju iz vremenske serije $b(0), \dots, b(T-1)$.

Zatim se za posmatranu godinu starosti x simuliraju dinamičke stope smrtnosti u budućnosti $t = T+1, T+2, \dots, \omega$, na sledeći način:

- 1) Odrediti $a(t) = a(t-1)e^{-k}$;
- 2) Simulirati slučajne brojeve Z iz $\mathcal{N}(0,1)$ raspodele;
- 3) Odrediti $b(t) = b(t-1) + v + \sigma Z$;
- 4) Izračunati $\mu_x(t) = a(t)e^{b(t)x}$;
- 5) Za $x = X+1, \dots, X+m$ odrediti:

$$\mu_x(t) = \mu_{x-1}(t)e^{b(t)}. \quad (3.3.22.)$$

Algoritam počinje da se sprovodi u trenutku koji pripada kalendarskoj godini T i izvršava se dok razlika dobijenih vrednosti stopa smrtnosti u uzastopnim iteracijama ne postane dovoljno mala.

Jednogodišnja verovatnoća doživljenja je oblika:

$${}_1p_x(t) = E \left(e^{-\int_0^1 \mu_x(t) dt} \right). \quad (3.3.23.)$$

Integral iz izraza (3.3.23.) se može aproksimirati simuliranjem ove vrednosti N puta što dovodi do sledeće ocene za jednogodišnju verovatnoću doživljenja: ¹⁸⁴

$${}_1\hat{p}_x(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mu_x^{(j)}(t), \quad (3.3.24.)$$

gde indeks j označava modeliranu stopu smrtnosti iz j -te simulacije.

Verovatnoća doživljenja i -te godine se jednostavno dobija iz jednogodišnje verovatnoće doživljenja date u izrazu (3.3.24.), na sledeći način:

$${}_i\hat{p}_x(t) = \prod_{j=1}^i {}_1\hat{p}_{x+j}(t+j-1). \quad (3.3.25.)$$

¹⁸⁴ Vukić, D. (2012). Monte Carlo metode u aktuarskom modeliranju. *Master rad*. Novi Sad: Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu

3.4. Merenje zahtevanog kapitala za Solventnost II (SCR) u životnom osiguranju

Kvantifikovanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti se obično vrši uzimajući u obzir najveće rizike u oblasti životnog osiguranja: smrtnost, dugovečnost, prekid ugovora o osiguranju, promenu troškova održavanja ugovora i kamatni rizik, kao i njihovu korelisanost.

3.4.1. Elementi kvantifikovanja solventnosti

Izvesne pojave, odnosno njihove varijacije, moguće je pratiti kroz vreme. Posmatranjem ponašanja slučajnih promenljivih koje zavise od vremena dolazi se do stohastičkih procesa koji se često koriste u modeliranju u osiguranju.¹⁸⁵ Stohastički proces se može smatrati funkcijom dve promenljive ω i t , za koje važi da se za izabrano vreme $t \in T$ i elementarni događaj $\omega \in \Omega$, realizacija procesa označava sa $X(t, \omega)$, odnosno definiše se na sledeći način:

$$X \sim T \times \Omega \rightarrow K, \quad (3.4.1.)$$

gde su:

- K – skup stanja, odnosno svih vrednosti koje promenljiva X može uzeti,
- T – vremenski period.

Rizici koji ugrožavaju solventnost se obično mere prema finansijskim posledicama koje mogu da prouzrokuju i imaju za posledicu dodatni iznos kapitala koji osiguravajuća kompanija mora da obezbedi, kako bi pokrila finansijske gubitke koje može da napravi svaki pojedinačni rizik kome je njeno poslovanje izloženo. Uvode se rizične varijable kojima se aproksimira izloženost rizicima. Pošto teorija verovatnoće i zakon velikih brojeva predstavljaju matematičku osnovu delatnosti osiguranja i merenje rizika solventnosti je zasnovano na istoj teoriji. Izmereni rizik i iznos kapitala su direktno srazmerni, tako da važi opšta jednačina za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti (u oznaci SCR) za pojedinačni rizik predstavljen slučajnom promenljivom X :

$$SCR_X = a C(X), \quad (3.4.2)$$

gde su:

- X – slučajna promenljiva koja opisuje određenu ekonomsku aktivnost,
- $C(X)$ – izmereni rizik ekonomske pojave,
- a – konstanta, nenegativni realni broj.

Važno je napomenuti da izmereni rizik $C(X)$ ne zavisi samo od slučajne promenljive X , nego i od raspodele slučajne promenljive X , koja se može označiti kao F_X , tako da se izraz (3.4.2.) može preciznije napisati na sledeći način:

$$SCR_X = a C(F_X). \quad (3.4.3.)$$

¹⁸⁵ Đurić, Z. (2015). Matematičko-statističke metode i modeli formiranja tehničkih rezervi u neživotnom osiguranju. *Doktorska disertacija*. Kragujevac: Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu, str. 49.

Kao što je poznato, diverzifikacija rizika smanjuje ukupni rizik. Efekat diverzifikacije je smanjenje SCR_X i može se izmeriti na sledeći način:

$$Div = \sum_{i=1}^n C(X_i) - C(\sum_{i=1}^n X_i). \quad (3.4.4.)$$

Postoji veliki broj metoda za merenje rizika. Većina je zasnovana na merenju vrednosti pod rizikom, samostalno ili u kombinaciji sa analizom scenarija i stres testiranjem.

3.4.2. Procena glavnih rizika životnog osiguranja (SCR_{life})

Rizik životnog osiguranja obuhvata rizike koji proizlaze iz preuzimanja poslova životnog osiguranja i odnose se na osigurane rizike i procese korišćene u poslovanju.

Sastoji se od sledećih podmodula:

- rizika smrtnosti ($SCR_{mortality}$),
- rizika dugovečnosti ($SCR_{longevity}$),
- rizika invaliditeta/oboljevanja ($SCR_{disability/morbidity}$),
- rizika troškova životnog osiguranja ($SCR_{expense}$),
- rizika revizije ($SCR_{revision}$),
- rizika prekida (SCR_{lapse}),
- katastrofalnih rizika životnog osiguranja ($SCR_{life-catastrophe}$).

3.4.2.1. Rizik smrtnosti ($SCR_{mortality}$)

Riziku smrtnosti izložene su obaveze osiguravača po polisama osiguranja za slučaj smrti, polisama mešovitog osiguranja i sličnim, kod kojih osiguravač garantuje jednokratnu isplatu ili višekratna plaćanja u slučaju smrti osiguranika tokom trajanja osiguranja. Podmodul se odnosi na potencijalne obaveze osiguravača koje zavise od rizika smrtnosti, npr. povećanje stopa smrtnosti dovodi do toga da iznos koji osiguravač treba da plati u trenutku smrti prevazilazi obračunate tehničke rezerve. U tom slučaju povećavaju se tehničke rezerve osiguravajuće kompanije.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti se obračunava kao promena vrednosti neto imovine, odnosno imovine umanjene za obaveze, koja bi nastala kao rezultat povećanja stopa smrtnosti.

Kada osiguravač obezbeđuje naknadu i za slučaj smrti i za slučaj doživljenja istog osiguranog lica, te obaveze se ne razdvajaju. Za ove ugovore, scenario smrtnosti se bazira na neto efektu uticaja povećanja smrtnosti na obaveze osiguravajuće kompanije (na nivou ugovora uzima se vrednost 0 ukoliko je neto rezultat povoljan po osiguravajuću kompaniju).

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti kod rizika smrtnosti životnog osiguranja jednak je gubitku osnovnih sopstvenih sredstava društva koji bi nastao zbog „šoka“ koji je u slučaju rizika smrtnosti, trenutno trajno povećanje od 15% stopa smrtnosti koje se koriste u obračunu tehničkih rezervi:¹⁸⁶

$$SCR_{mortality} = \Delta NAV | Mortshock \quad (3.4.5.)$$

gde su:

- ΔNAV = promena vrednosti neto imovine;
- $Mortshock$ = trajno povećanje od 15% stope smrtnosti za sve starosti i polise, gde isplate iz osiguranja zavise od rizika smrtnosti. „Šok“ se primenjuje samo na one polise osiguranja u kojima porast stopa smrtnosti uzrokuje povećanje tehničkih rezervi (bez dodatka za rizik).

Prvom studijom kvantitativnog uticaja koja je sprovedena na tržištu osiguranja Srbije¹⁸⁷ u skladu sa EU Direktivom 2015/35 je omogućeno sledeće pojednostavljenje obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti kod životnog osiguranja:

$$SCR_{mortality} = 0,15 * CAR * q * \sum_{k=1-0,5}^{n-0,5} \left(\frac{1-q}{1-i_k} \right)^k \quad (3.4.6.)$$

pri čemu se za polise osiguranja s pozitivnim kapitalom pod rizikom koriste sledeće oznake:

- CAR - ukupni kapital pod rizikom (ili pojednostavljeno razlika osigurane sume i matematičke rezerve) za sve ugovore. To je razlika sledećih iznosa, koja se uzima u obzir za ukupni kapital pod rizikom, samo ako ima pozitivnu vrednost:

1) zbir iznosa koji bi osiguravač trenutno platio u slučaju smrti lica koje je osigurano tim ugovorom nakon odbitka iznosa koji može da se nadoknadi po osnovu ugovora o reosiguranju i očekivane sadašnje vrednosti iznosa koji nisu obuhvaćeni prethodnom alinejom, a koje bi osiguravajuća kompanija u budućnosti platila u slučaju trenutne smrti lica koje je osigurano tim ugovorom nakon odbitka iznosa koji može da se nadoknadi po osnovu ugovora o reosiguranju;

2) najbolje procene odgovarajućih obaveza nakon odbitka iznosa koji mogu da se nadoknade po osnovu ugovora o reosiguranju;

- q - očekivana osiguravačeva prosečna stopa smrtnosti osiguranih lica u narednih godinu dana;
- n - modifikovano trajanje obaveza osiguravača (naknada za slučaj smrti uključenih u najbolju procenu), izraženo u godinama;
- i_k - godišnja bezrizična kamatna stopa koja se primenjuje na novčane tokove ročnosti k .

Utvrđivanje polisa osiguranja u kojima porast stopa smrtnosti uzrokuje povećanje tehničkih rezervi (bez dodatka za rizik) može da se bazira na sledećim pretpostavkama:

- a) ako jedno osigurano lice ima više polisa osiguranja te polise se aproksimiraju kao jedna polisa osiguranja;
- b) ako se obračun tehničkih rezervi bazira na grupi polisa, utvrđivanje polisa u kojima se tehničke rezerve povećavaju pri povećanju stopa smrtnosti može da se bazira i na tim grupama polisa umesto na pojedinačnim polisama, uz uslov da to daje rezultat koji nije znatno drugačiji.

¹⁸⁶ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 137.

¹⁸⁷ Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1.* Beograd, str. 88.

QIS5¹⁸⁸ je omogućio sledeće pojednostavljenje obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti životnog osiguranja:

$$SCR_{mortality} = 0,1 \cdot CAR \cdot q \cdot n \cdot 1,1^{\frac{n-1}{2}}, \quad (3.4.7.)$$

pri čemu se koriste iste oznake za CAR , q i n , kao i kod prve studije kvantitativnog uticaja koja je sprovedena na tržištu osiguranja Srbije, dok $1,1^{\frac{n-1}{2}}$ predstavlja projektovano povećanje smrtnosti na osnovu pretpostavke da se prosečna stopa smrtnosti portfelja povećavala tokom vremena za 10% godišnje.

3.4.2.2. Rizik dugovečnosti ($SCR_{longevity}$)

Riziku dugovečnosti izložene su obaveze osiguravača po polisama osiguranja, kod kojih osiguravajuća kompanija garantuje seriju plaćanja anuiteta do smrti osiguranika kod rentnog osiguranja ili jednokratnu isplatu u slučaju doživljenja osiguranika kod osiguranja života. Ovaj podmodul se odnosi na potencijalne obaveze osiguravača, koje zavise od rizika dugovečnosti. Rizik se ostvaruje kada smanjenje stope smrtnosti dovodi do povećanja tehničke rezerve.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti se obračunava kao promena vrednosti neto imovine, odnosno imovine umanjene za obaveze, koja nastaje kao rezultat smanjenja stopa smrtnosti.

Kada osiguravač obezbeđuje isplatu i za slučaj smrti i za slučaj doživljenja istog osiguranog lica, te obaveze se ne razdvajaju. Za ove se ugovore scenario dugovečnosti bazira na neto efektu uticaja smanjenja smrtnosti na obaveze osiguravajuće kompanije (na nivou ugovora uzima se vrednost 0 ukoliko je neto rezultat povoljan po osiguravača).

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti životnog osiguranja jednak je gubitku osnovnih sopstvenih sredstava društava koji bi nastao zbog trenutnog trajnog smanjenja od 20% stopa smrtnosti koje se koriste u obračunu tehničkih rezervi.¹⁸⁹

$$SCR_{longevity} = \Delta NAV | Longevityshock, \quad (3.4.8.)$$

gde su:

- ΔNAV - promena vrednosti neto imovine;
- $Longevityshock$ - stalno smanjenje od 20% stope smrtnosti za sve starosti i polise, gde isplata iz osiguranja zavisi od rizika dugovečnosti. „Šok“ se primenjuje samo na one polise osiguranja u kojima smanjenje stopa smrtnosti uzrokuje povećanje tehničkih rezervi (bez dodatka za rizik).

Scenario dugovečnosti treba da se računa pod pretpostavkom da scenario ne menja vrednost budućih diskrecionih naknada u tehničkim rezervama.

¹⁸⁸ EU Commission. (2010). *QIS5 Technical Specification*. Brussels: EU Commission, p. 150.

¹⁸⁹ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 138.

Prvom studijom kvantitativnog uticaja koja je sprovedena na tržištu osiguranja Srbije, na isti način kao i QIS5, u skladu sa EU Uredbom 2105/35 omogućeno je sledeće pojednostavljeno obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti životnog osiguranja:

$$SCR_{longevity} = 0,2 \cdot BE_{long} \cdot q \cdot n \cdot 1,1^{\frac{n-1}{2}}, \quad (3.4.9.)$$

pri čemu se uzimaju u obzir samo polise kod kojih smanjenje stopa smrtnosti uzrokuje povećanje tehničkih rezervi (bez dodatka za rizik). Koriste se sledeće oznake:

- BE_{long} – označava najbolju procenu obaveza koje su izložene riziku dugovečnosti,
- q – očekivana osiguravačeva prosečna stopa smrtnosti osiguranih lica u narednih godinu dana, ponderisana osiguranom sumom,
- n – modifikovano trajanje obaveza osiguravača (naknada korisnicima osiguranja uključenih u najbolju procenu), izraženo u godinama,
- $1,1^{\frac{n-1}{2}}$ – projektovano povećanje smrtnosti na osnovu pretpostavke da se prosečna stopa smrtnosti portfelja povećavala tokom vremena za 10% godišnje.

3.4.2.3. Rizik troškova životnog osiguranja ($SCR_{expense}$)

Ugovori o životnom osiguranju su izloženi riziku troškova zbog eventualnih promena troškova njihovog održavanja.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik troškova životnog osiguranja jednak je gubitku osnovnih sopstvenih sredstava osiguravajuće kompanije koji bi nastao zbog trenutnog trajnog povećanja troškova za 10% i godišnje stope rasta troškova od 1 procentnog poena u odnosu na očekivane vrednosti koje se koriste za obračun najbolje procene tehničkih rezervi:¹⁹⁰

$$SCR_{expense} = \Delta NAV | expshock, \quad (3.4.10.)$$

gde su:

- ΔNAV - promena vrednosti neto imovine;
- $expshock$ - istovremena trenutna trajna promena troškova povećanjem za 10% i stope inflacije troškova povećanjem za 1 procentni poen.

Prvom studijom kvantitativnog uticaja koja je sprovedena na tržištu osiguranja Srbije, u skladu sa EU Uredbom 2105/35, omogućeno je sledeće pojednostavljeno obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik troškova životnog osiguranja:

$$SCR_{expense} = 0,1nE + E * \left(\frac{(1+i+0,01)^n - 1}{i+0,01} - \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right), \quad (3.4.11.)$$

gde su:

- E - troškovi nastali tokom održavanja ugovora životnog osiguranja u prethodnoj godini;
- n - modifikovano trajanje novčanih tokova uključeno u najbolju procenu obaveza, izraženo u godinama;
- i - ponderisana prosečna stopa inflacije iz obračuna najbolje procene obaveza, gde se ponderi baziraju na sadašnjoj vrednosti troškova.

¹⁹⁰ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 140.

QIS5 je omogućio slično pojednostavljenje obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik troškova životnog osiguranja, uz malu razliku u parametru i , gde je i definisano kao očekivana stopa inflacije.

3.4.2.4. Rizik prekida (SCR_{lapse})

Rizik prekida je rizik gubitka ili povećanja obaveza osiguravača koji nastaje zbog promena u očekivanom korišćenju opcija prekida (otkup polise, raskid ugovora bez otkupa, kapitalizacija osigurane sume, itd.) od strane ugovarača. Opcije ugovarača osiguranja su sva zakonska ili ugovorna prava ugovarača osiguranja da potpuno ili delimično raskine, otkupi, smanji, ograniči ili obustavi osiguravajuće pokriće ili dozvoli da polisa osiguranja prestane, kao i da potpuno ili delimično uspostavi, obnovi, poveća, proširi ili produži osiguravajuće pokriće.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida jednak je najvećem iznosu od sledeća tri za podrizike: trajnog povećanja stopa prekida, trajnog smanjenja stopa prekida i masovnog prekida:¹⁹¹

$$SCR_{lapse} = \max (Lapse_{up}; Lapse_{down}; Lapse_{mass}), \quad (3.4.12.)$$

gde su:

- $Lapse_{up}$ - zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik trajnog povećanja stopa prekida ugovora životnog osiguranja;
- $Lapse_{down}$ - zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik trajnog smanjenja stopa prekida ugovora životnog osiguranja;
- $Lapse_{mass}$ - zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik masovnog prekida ugovora životnog osiguranja.

U slučaju otkupa zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za tri podrizika računa se poređenjem otkupne vrednosti i najbolje procene po pojedinačnim polisama. Efekat otkupa polise je razlika trenutne otkupne vrednosti i najbolje procene. Otkupna vrednost se ne umanjuje za iznose naplative od ugovarača osiguranja ili posrednika (npr. eventualni povraćaj dela provizije koja je isplaćena zastupniku u slučaju otkupa).

Prilikom obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida ugovora, svi pomenuti događaji se dosledno primenjuju na sve zaključene ugovore o životnom osiguranju.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik trajnog povećanja stopa prekida životnog osiguranja jednak je gubitku osnovnih sopstvenih sredstava društava koji bi nastao zbog trenutnog trajnog povećanja stopa korišćenja opcija prekida za 50%:

$$Lapse_{up} = \Delta NAV | lapseshock_{up}, \quad (3.4.13.)$$

gde su:

- ΔNAV - promena vrednosti neto imovine;
- $Lapseshock_{up}$ - povećanje od 50% stopa korišćenja opcija prekida u svim sledećim godinama za sve polise sa pozitivnom razlikom otkupne vrednosti i najbolje procene, kod kojih bi korišćenje opcije dovelo do povećanja tehničkih rezervi. „Šok“ stopa ne može da bude veća od 100%. Kada

¹⁹¹ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 142.

opcija podrazumeva obnovu, proširenje pokriva i slično, povećanje od 50% se primenjuje na stopu koja pokazuje da odgovarajuća opcija neće biti korišćena.

„Šok” stopa korišćenja opcija trebalo bi da bude ograničena na sledeći način:

$$R_{up}(R) = \min(150\% \cdot R; 100\%), \quad (3.4.14.)$$

gde su:

- R_{up} - stopa „šoka“ korišćenja opcije prekida primenjena u „šoku“ $Lapseshock_{up}$;
- R - stopa korišćenja opcije prekida pre „šoka“.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik trajnog smanjenja stopa prekida ugovora životnog osiguranja jednak je gubitku osnovnih sopstvenih sredstava društava koji bi bio izazvan trenutnim trajnim smanjenjem stopa korišćenja opcija prekida za 50%:

$$Lapse_{down} = \Delta NAV | lapseshock_{down}, \quad (3.4.15.)$$

gde su:

- ΔNAV - promena vrednosti neto imovine;
- $Lapseshock_{down}$ - smanjenje od 50% stopa korišćenja opcija prekida u svim sledećim godinama za sve polise sa negativnom razlikom otkupne vrednosti i najbolje procene, kod kojih bi korišćenje opcije dovelo do smanjenja tehničkih rezervi. „Šok“ stopa ne može da bude niža od originalne stope za više od 20 procentnih poena. Kada opcija podrazumeva obnovu i slično, 50-procentno smanjenje stope korišćenja opcija treba primeniti na stopu da odgovarajuća opcija neće biti korišćena.

„Šok” stopa korišćenja opcija trebalo bi da bude ograničena na sledeći način:

$$R_{down}(R) = \max(50\% \cdot R; R - 20\%), \quad (3.4.16.)$$

gde su:

- R_{down} – „šok” stopa korišćenja opcije prekida primenjena u „šoku“ $Lapseshock_{down}$;
- R – stopa korišćenja opcije prekida pre „šoka“.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za masovni rizik prekida ugovora životnog osiguranja jednak je gubitku osnovnih sopstvenih sredstava osiguravajuće kompanije koji bi bio izazvan istovremenim i trenutnim prekidom 40% polisa osiguranja, kao i smanjenjem broja ugovora o reosiguranju, vezanih za ugovore o osiguranju koji će biti zaključeni u budućnosti, korišćenih u obračunu tehničkih rezervi za 40%:

$$Lapse_{mass} = \Delta NAV | lapseshock_{mass}, \quad (3.4.17.)$$

gde su:

- ΔNAV - promena vrednosti neto imovine;
- $Lapseshock_{mass}$ – kombinacija prekida 40% polisa osiguranja, pri čemu prekid uzrokuje povećanje tehničkih rezervi i smanjenja broja ugovora o reosiguranju, vezanih za ugovore o osiguranju koji će biti zaključeni u budućnosti, korišćenih u obračunu tehničkih rezervi za 40%.

Prvom studijom kvantitativnog uticaja koja je sprovedena na tržištu osiguranja Srbije, u skladu sa EU Uredbom 2105/35, omogućeno je sledeće pojednostavljenje obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik trajnog povećanja stopa prekida:

$$Lapse_{up} = 0,5 \cdot l_{up} \cdot n_{up} \cdot S_{up}, \quad (3.4.18.)$$

Pojednostavljenje je slično i za rizik trajnog smanjenja stopa prekida:

$$Lapse_{down} = 0,5 \cdot l_{down} \cdot n_{down} \cdot S_{down}, \quad (3.4.19.)$$

gde su:

- l_{up} – vrednost koja je veća od sledeće dve vrednosti: prosečne stope prevremenog prekida polisa s pozitivnim efektima otkupa i 67%;
- n_{up} – prosečan period trajanja polisa s pozitivnim efektima otkupa, izražen u godinama;
- S_{up} – zbir pozitivnih efekata otkupa;
- l_{down} - vrednost koja je veća od sledeće dve vrednosti: prosečne stope prevremenog prekida polisa s negativnim efektima otkupa i 40 %;
- n_{down} – prosečan period trajanja polisa s negativnim efektima otkupa, izražen u godinama;
- S_{down} – zbir negativnih efekata otkupa.

QIS5 je omogućio slično pojednostavljenje obračuna zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida ugovora životnog osiguranja, uz malu razliku u parametrima l_{up} i l_{down} , jer su tamo definisani kao procenjene prosečne stope prekida ugovora sa pozitivnim odnosno negativnim efektima otkupa.

3.4.3. Uticaj korelisanosti podrizika na procenu

Obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za pokriće rizika, koji se sastoji od više podrizika, podrazumeva neku vrstu njihove agregacije, pri čemu se mora proceniti i efekat međusobne korelisanosti rizika, odnosno njihove diverzifikacije i koncentracije. Veza dva rizika može biti očigledna ili izvedena iz istorijskih podataka. Rizici su međusobno korelisani u slučaju da podaci pokažu da postoji njihova međuzavisnost. Pozitivna korelacija povećava zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti. Diverzifikacija postoji ukoliko rizici nisu međusobno savršeno korelisani.

Rezultat obračuna za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti u skladu sa formulom (3.1.11.) je:

$$SCR = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{i,j} SCR_i SCR_j}, \quad (3.4.20.)$$

gde su:

- $\rho_{i,j}$ - koeficijent korelacije rizika za podmodule rizika i i j ,
- SCR_i i SCR_j - zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za podmodul rizika i i podmodul rizika j .

Koncentracija rizika se javlja kada jedan događaj uslovljava ostvarenje drugih rizika. Najbolji primer je događanje katastrofalnog rizika koji prouzrokuje ostvarenje velikog broja drugih rizika, kao što su povećani prekidi ugovora, povećana smrtnosti, itd.

Diverzifikovani rizik je uvek manji od zbira rizika, dok je koncentrisani rizik uvek veći od nekoncentrisanog rizika.

Rezultat obračuna za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik životnog osiguranja računa se na sledeći način:

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrL_{ij} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}. \quad (3.4.21.)$$

gde su:

- SCR_i i SCR_j – zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za podmodul rizika i i podmodul rizika j ,
- $CorrL_{ij}$ – koeficijent korelacije rizika životnog osiguranja za podmodule i i j koji je jednak stavci navedenoj u redu i i koloni j tabele koeficijenata korelacije koji su prikazani u Tabeli 3.4.1.

Tabela 3.4.1. Tabela koeficijenata korelacije za rizik životnog osiguranja, $CorrL_{ij}$

$i \backslash j$	smrtnost	dugovečnost	invaliditet	troškovi	revizija	prekid	katastrofa
smrtnost	1	-0,25	0,25	0,25	0	0	0,25
dugovečnost	-0,25	1	0	0,25	0,25	0,25	0
invaliditet	0,25	0	1	0,5	0	0	0,25
troškovi	0,25	0,25	0,5	1	0,5	0,5	0,25
revizija	0	0,25	0	0,5	1	0	0
prekid	0	0,25	0	0,5	0	1	0,25
katastrofa	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	1

Izvor: Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 136.

3.4.4. Procena kamatnog rizika u okviru tržišnih rizika ($SCR_{interest\ rate}$)

Kamatni rizik se javlja kod imovine i obaveza čija je vrednost osetljiva na izmene u ročnoj strukturi i volatilnosti kamatnih stopa.¹⁹² Osetljivost imovine na promene kamatnih stopa u najvećoj meri odnosi se na plasmane u finansijske instrumente sa fiksnim prinosom, depozite kod banaka i zajmove, dok se osetljivost obaveza na promene kamatnih stopa u najvećoj meri odnosi na diskontovanu vrednost budućih novčanih tokova prilikom vrednovanja tehničkih rezervi.

¹⁹² Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1.* Beograd, str. 111.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za kamatni rizik jednak je većem od sledećih iznosa: zbir zahtevanih kapitala, obračunatih u svim valutama pojedinačno, za rizik povećanja u ročnoj strukturi kamatnih stopa ili zbir zahtevanih kapitala, obračunatih u svim valutama pojedinačno, za rizik smanjenja u ročnoj strukturi kamatnih stopa:¹⁹³

$$SCR_{interest\ rate} = \max (SCR_{interest\ rate}^{Up}; SCR_{interest\ rate}^{Down}), \quad (3.4.22.)$$

gde su:

- $SCR_{interest\ rate}^{Up}$ - zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za kamatni rizik nakon „šoka“ povećanja;
- $SCR_{interest\ rate}^{Down}$ - zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za kamatni rizik nakon „šoka“ smanjenja.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za kamatni rizik nakon „šoka“ u vidu pomeranja krive bezrizičnih kamatnih stopa za pojedinačnu valutu naviše jednak je gubitku osnovnih sopstvenih sredstava koji bi bio izazvan trenutnim povećanjem osnovnih bezrizičnih kamatnih stopa za tu valutu za različite rokove dospeća ($\Delta NAV | up$).

Nakon „šoka“ u vidu pomeranja krive bezrizičnih kamatnih stopa za pojedinačnu valutu naniže, zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za kamatni rizik jednak je gubitku osnovnih sopstvenih sredstava koji bi bio izazvan trenutnim smanjenjem osnovnih bezrizičnih kamatnih stopa za tu valutu za različite rokove dospeća ($\Delta NAV | down$).

Stres naviše $s^{up}(t)$ i stres naniže $s^{down}(t)$ su određeni Tabelom 3.4.2. Za dospeća koja nisu navedena u tabeli, vrednost povećanja se određuje linearnom interpolacijom. Kod stresa naviše $s^{up}(t)$ za dospeća kraća od jedne godine uvećanje iznosi 70%, a za dospeća duža od 90 godina uvećanje iznosi 20%. Povećanje osnovnih bezrizičnih kamatnih stopa iznosi minimalno 1 procentni poen. Kod stresa naniže $s^{down}(t)$ za dospeća kraća od jedne godine, smanjenje iznosi 75%, a za dospeća duža od 90 godina, smanjenje iznosi 20%. Ne treba vršiti smanjenje negativnih osnovnih bezrizičnih kamatnih stopa.

¹⁹³ Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 165.

Tabela 3.4.2. Definicija stresa naviše $s^{up}(t)$ i stresa naniže $s^{down}(t)$

Dospeće (u godinama)	Povećanje $s^{up}(t)$	Smanjenje $s^{down}(t)$
1	70%	75%
2	70%	65%
3	64%	56%
4	59%	50%
5	55%	46%
6	52%	42%
7	49%	39%
8	47%	36%
9	44%	33%
10	42%	31%
11	39%	30%
12	37%	29%
13	35%	28%
14	34%	28%
15	33%	27%
16	31%	28%
17	30%	28%
18	29%	28%
19	27%	29%
20	26%	29%
90	20%	20%

Izvor: Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), articles 166, 167.

4. PARCIJALNI INTERNI MODEL MERENJA RIZIKA SOLVENTNOSTI ŽIVOTNIH OSIGURAVAČA

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti u režimu Solventnost II, može se obračunati na jedan od sledećih načina:

- standardnom formulom,
- potpunim internim modelom i
- parcijalnim internim modelom.

U okviru ovog odeljka biće predložen parcijalni interni model merenja rizika životnog osiguranja za konkretnu osiguravajuću kompaniju u Srbiji.

4.1. Interni model upravljanja rizikom

Standardna formula je prilagođena prosečnom osiguravaču u Evropskoj uniji. Sadrži brojne aproksimacije, i daje mogućnost za dodatna uprošćavanja za pojedine rizike. Osiguravajuća kompanija može da zameni standardnu formulu u bilo kom podmodulu rizika modelom za određivanje zahtevanog kapitala koji je sama razvila. U slučaju da se zamene svi moduli rizika, onda se dobijaju potpuni interni modeli. Ako se zameni samo nekoliko podmodula rizika, dok se preostali rizici mere prema standardnoj formuli, takvi modeli se nazivaju parcijalni interni modeli.

U skladu sa pristupom baziranim na principima (engl. principle based), umesto na pravilima kako je bilo ranije, EIOPA nije propisala sadržaj ni formu internog modela. Evropsko udruženje aktuara, s ciljem da pokuša da pomogne aktuarima u osiguravajućim kompanijama koji preuzimaju najveći teret u razvoju internih modela, dalo je sledeću definiciju¹⁹⁴: „Interni model je sistem upravljanja rizicima u cilju analize celokupne rizične situacije osiguravajuće kompanije, kvantifikacije rizika i/ili određivanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti na bazi specifičnog profila rizika osiguravajuće kompanije“. Interni modeli, u principu, više koriste stohastičke tehnike nad sopstvenim podacima nego što se one koriste u standardnoj formuli.

Nacionalni regulatori delatnosti osiguranja u zemljama članicama EU, u skladu sa direktivama Evropske komisije, ostavili su osiguravačima slobodu izbora metoda i tehnika za razvoj internih modela, ali u procesu odobravanja internog modela, stavili su fokus na zahteve za validaciju, kvalitet podataka, dokumentaciju, i sl.

¹⁹⁴ CEA, Groupe Consultatif. (2007). *Solvency Glossary*. Brussels: Groupe Consultatif

4.1.1. Primena internog modela u osiguravajućim kompanijama

Da bi se implementirao parcijalni interni model u osiguravajućoj kompaniji, potrebno je pažljivo izabrati oblasti na koje će se odnositi model i metodologiju određivanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za odgovarajući modul ili podmodul rizika. S obzirom na složenost procesa razvoja parcijalnog internog modela, neophodno je obezbediti kadrovske i tehničke uslove (ljudski resursi, informacione tehnologije, procedure za tokove podataka, itd.). Takođe, postojanje kvalitetnih podataka u osiguravajućoj kompaniji je preduslov za razvoj modela. Na kraju, ne sme se zaboraviti kompletiranje dokumentacije za razvijeni model za interne potrebe, ali i za organ nadzora osiguranja, koji treba da odobri korišćenje predloženog parcijalnog internog modela.

S obzirom da razvoj i implementacija internog modela nije pravolinijski proces, nego zahteva veliki broj podešavanja i iteracija, za šta je pored ekspertskog znanja potrebno i veliko iskustvo, smatra se da je to podjednako i nauka i umetnost.¹⁹⁵

Primena internih modela za merenje rizika omogućava osiguravačima da bolje upravljaju svojim rizicima. Interne modele ne treba uvoditi u nadi da će se smanjiti zahtevani kapitali za obezbeđenje solventnosti, nego s ciljem da se preciznije mere i kontrolišu rizici. Interni modeli su veoma složeni, zbog čega je za njihov razvoj i primenu potrebno uključiti veliki broj zaposlenih različitih specijalnosti.

4.1.2. Odobrenje supervizora delatnosti osiguranja za primenu internog modela

Pre početka primene internog modela u režimu Solventnost II, zahteva se odobrenje supervizora delatnosti osiguranja. Supervizor za odlučivanje o davanju odobrenja ima rok od šest meseci od dana dostavljanja zahteva za primenu internog modela od strane osiguravajuće kompanije.¹⁹⁶ EIOPA je predložila proceduru za odobravanje internog modela, koja se sastoji iz 4 faze:

- predaplikacija – faza koja nije obavezna, ali omogućava supervizoru delatnosti osiguranja da proceni osiguravajuću kompaniju, formira mišljenje o spremnosti kompanije za razvoj i primenu internog modela i svoj nalaz o tome saopšti kompaniji;
- aplikacija – za pozitivnu odluku supervizora osiguranja, osiguravajuća kompanija treba da obezbedi da interni modeli budu potpuno transparentni, sa dokumentovanim formulama, kao i da dokumentuje različite pristupe za olakšavanje razumevanja internog modela od strane organa nadzora i drugih relevantnih korisnika;
- procena – u procesu procene, pored analize predate dokumentacije o modelu, nadzorni organ razmatra i zapisnike sa sednice uprave i intervjuiše odgovorne osobe osiguravajuće kompanije kako bi bio u stanju da proceni usklađenost predloženog modela sa svim propisanim zahtevima;
- odluka – test upotrebljivosti je ključni kriterijum za odluku o odobravanju internog modela. Test mogu uspešno proći samo interni modeli koji su uključeni u poslovanje osiguravajuće kompanije.

¹⁹⁵ Ronkainen, V., Koskinen, L., Berglund, R. (2007). Topical Modelling Issues in Solvency II. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2007(2), pp.135-146.

¹⁹⁶ Directive 2009/138/EC of the European Parliament and the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Communities* (2009/L 335), Article 112.

Direktiva Solventnost II dopušta veliku slobodu izbora parcijalnih internih modela, ali osiguravajuće kompanije moraju iscrpno da obrazlože zašto su za određene module rizika odlučile da primene interni model, a ne standardnu formulu. Glavni argument osiguravajuće kompanije treba da bude objašnjenje na koji način određeni modul rizika u parcijalnom internom modelu bolje opisuje dati rizik konkretne kompanije od modula standardne formule.

4.1.3. Testiranje internih modela

Na interne modele se mogu primeniti sedam testova¹⁹⁷ od kojih je najbitniji test upotrebljivosti. Ovaj test zahteva da osiguravač dokaže da se interni model koristi u svakodnevnom radu, a naročito u procesima odlučivanja u kompaniji. Logika je jednostavna – supervizor delatnosti osiguranja ne može da poveruje da je model adekvatan ako uprava kompanije to ne smatra, a to pokazuje time što ga ne koristi pri odlučivanju. Test upotrebljivosti proverava da li osiguravajuće kompanije koriste samo jedan okvir za modeliranje rizika za sve potrebe poslovanja kompanije.

Pored testa upotrebljivosti, proverava se i ispunjenost standarda kvaliteta statistike, kalibracionih standarda, standarda za procenu dobiti i gubitka, validaciju, dokumentaciju, kao i standarda za eksterne modele i podatke.

Supervizor ne odobrava interni model, kao zasebni entitet, nego odlučuje o primeni predloženog internog modela u konkretnoj osiguravajućoj kompaniji.

¹⁹⁷ Milikić, N. (2014). Importance of Internal Models in Risk Management of Insurance Companies. In: *Risk Measurement and Control in Insurance*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B., Rajić, V. (eds.), Belgrade; Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 16, pp. 293-310.

4.2. Stohastički pristup u parcijalnom internom modelu

Kao što je prikazano na Slici 2.1. na rizik prekida ugovora otpada preko 40% ukupnog kapitalnog zahteva po osnovu rizika životnog osiguranja. To je osnovni razlog zbog koga je rizik prekida ugovora izabran za modeliranje u originalnom parcijalnom internom modelu, jer poboljšanje merenja ovog rizika ima najveći uticaj na unapređenje izračunavanja kapitalnog zahteva za rizike životnog osiguranja. Modeliranje tablica smrtnosti utiče na rizik smrtnosti i rizik dugovečnosti, na koje zajedno otpada oko 30% ukupnog zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti po osnovu rizika životnog osiguranja, pa je to bio prirodan izbor za sledeće dve komponente parcijalnog internog modela.

4.2.1. Pregled literature

Mogu se izdvojiti dva ključna pravca u literaturi, koja su relevantna za razvoj predloženog parcijalnog internog modela. Prvi pravac se odnosi na radove u kojima se vrši stohastičko projektovanje smrtnosti, dok se drugi pravac literature odnosi na stohastičko projektovanje rizika prekida ugovora u životnom osiguranju.

Veliki broj metoda projekcija smrtnosti je nastao u prethodnih četrdesetak godina, kada su sa razvojem informacionih tehnologija stohastički alati postali dostupniji širem krugu istraživača¹⁹⁸. Coale, Demeney i Vaughan¹⁹⁹ su 1983. godine razvili najjednostavniji model bez parametara za projektovanje tablica mortaliteta u budućnosti, ekstrapolacijom očekivanog trajanja života živorođenih iz tablica smrtnosti napravljenih na osnovu iskustva. Keyfitz²⁰⁰ je 1982. godine uveo jednoparametarski model, a unapredili su ga šest godina kasnije Forfar, McCutcheon i Wilkie²⁰¹ i Gavrilov i Gavrilova²⁰² 2005. godine. Mode i Busby²⁰³ su takođe 1982. godine osmislili model sa osam parametara u kome je smrtnost za tri segmenta životnog veka: detinjstvo, mladost i starost projektovana nezavisno. Heligman i Pollard²⁰⁴ su u svom modelu koristili Gompertzovu funkciju mortaliteta što je za rezultat imalo verno predstavljanje ponašanja verovatnoće smrtnosti za stariju populaciju. Heligman²⁰⁵ je 1984. godine razvio skup modela za projekciju tablica smrtnosti za Ujedinjene nacije. McNown i Roger²⁰⁶ su 1992. godine prilagođavali osmoparametarsku krivu

¹⁹⁸ Booth, H. (2006). Demographic Forecasting: 1980 to 2005 in review. *International Journal of Forecasting*, 22, pp. 547–581.

¹⁹⁹ Coale, A. J. Demeney, P., Vaughan, B. (1983). *Regional model life tables and stable populations*. New York: Academic Press.

²⁰⁰ Keyfitz, N. (1982). Choice of function for mortality analysis: Effective forecasting depends on a minimum parameter representation. *Theoretical Population Biology*, 21, pp. 329–352.

²⁰¹ Forfar, D. O., McCutcheon J. J., Wilkie A. D. (1988). On graduation by mathematical formula. *Journal of the Institute of Actuaries*, 115(1), pp. 1-149.

²⁰² Gavrilov, L. A., Gavrilova, N. S. (2005). Reliability theory of aging and longevity. *Handbook of the Biology of Aging*, pp. 3-42.

²⁰³ Mode, C. J., Busby, R. C. (1982). An eight-parameter model of human mortality — The single decrement case. *Bulletin of Mathematical Biology*, 44, pp. 647–659.

²⁰⁴ Heligman, L., Pollard, J. H. (1980). The age pattern of mortality. *Journal of the Institute of Actuaries*, 107, pp. 49–80.

²⁰⁵ Heligman, L. (1984). Construction of the New United Nation Model Life Table System. In: *Methodologies for the Collection and Analysis of Mortality Data*. Vallin, J., Pollard, H. & Heligman, L. (eds.). Liege: Ordina, pp. 179-202.

²⁰⁶ McNown, R., Rogers, A. (1992). Forecasting Cause-Specific Mortality Using Time Series Methodology. *International Journal of Forecasting*, 8(3), pp. 413-432.

rasporedu smrtnosti po godinama i na osnovu toga projektovali vremenske serije pomoću ARIMA (skraćeno od engl. AutoRegressive Integrated Moving Average) procesa.

Jedan od najpoznatijih rezultata istraživanja u oblasti stohastičkih projekcija smrtnosti koji je široko upotrebljiv u praksi je model koji su Lee i Carter predložili 1992. godine, za dugoročnu prognozu mortaliteta.²⁰⁷ Lee i Carter su projektovali smrtnost u SAD pomoću jednoparametarskog modela sa dva faktora i slučajnom greškom koja ima Gausovu raspodelu i ispunjava pretpostavku o homoskedatičnosti. Jedinstveno rešenje dobili su metodom SVD (skraćeno od engl. Singular Value Decomposition). Takođe, uključili su i dodatno prilagođavanje parametra modela da bi se poboljšalo poklapanje projekcije modela sa realnom smrtnošću. Koristili su ARIMA proces slučajnog hoda sa konstantom.

Koristeći model Lee-Carter za projektovanje smrtnosti u drugim zemljama, pojedini autori su u svojim projekcijama delimično unapređivali njihovu metodologiju. Tako je Wilmoth²⁰⁸ već sledeće godine uveo ponderisano SVD rešenje, koje je poboljšalo preciznost projekcije Lee-Cartera. Both, Maindonald i Smith²⁰⁹ su projektovali smrtnost u Australiji 2002. godine tako što su zamenili normalnu raspodelu slučajne greške Poasonovom raspodelom. Haberman i Russolillo²¹⁰ su uveli alternativni način projektovanja očekivanog trajanja života živorođenih korišćenjem komplikovanijih ARIMA modela u projekcijama mortaliteta Italije 2005. godine. Andreozzi, Blaona i Arnesi²¹¹ su 2011. godine na primeru podataka o smrtnosti za populaciju Argentine, pored ARIMA modela uključili i SSM modele za projektovanje indeksa k_t , koji predstavlja nivo smrtnosti.²¹² Chavhan i Shinde²¹³ su za projekciju smrtnosti u Indiji 2016. godine, uključili u model i projektovanje određenih aktuarskih veličina kao što su stope jednokratne premije za određene vrste osiguranja života i mize za osiguranje rente.

Tuljapurkar²¹⁴ je 2005. godine demonstrirao robusnost metoda Lee-Carter, dok su značajno poboljšanje njihovog modela dali Renshaw i Haberman²¹⁵ 2006. godine. Proširili su Lee-Carter model tako što su uveli i parametar kohorte, koji prikazuje uticaj pripadnosti kohorti na smrtnost. Tako su postigli poboljšanje poklapanja podataka koje daje model sa stvarnim vrednostima uzorka. Hyndman i Ullah²¹⁶ su 2004. godine proširili osnovne komponente Lee-Carter modela i generalizovali ga tako što su uključili i neparametarski pristup. Na taj način su postigli da Lee-Carter model bude samo jedan specijalni slučaj njihovog modela.

²⁰⁷ Lee, R., Carter, L. (1992). Modeling and Forecasting U.S. mortality, *Journal of the American Statistical Association*, 87(419), pp. 659-671.

²⁰⁸ Wilmoth, J. R. (1993). *Computational methods for fitting and extrapolating the Lee-Carter model of mortality change (technical report)*. University of California, Berkeley: Department of Demography.

²⁰⁹ Booth, H., Maindonald, J., Smith, L. R. (2002). Age-time Interactions in Mortality Projection: Applying Lee-Carter to Australia. *Research School of Social Sciences Working papers in Demography*. Canberra: The Australian National University

²¹⁰ Haberman, S., Russolillo, M. (2005). Lee Carter Mortality Forecasting: Application to the Italian Population. In: *Actuarial Research Paper, 167*, London: Faculty of Actuarial Science and Statistics, Cass Business School.

²¹¹ Andreozzi, L., Blaona, M. T., Arnesi, N. (2011). The Lee Carter Method for Estimating and Forecasting Mortality: An Application for Argentina. In: *International Symposium of Forecasting – 2011, Prague Proceedings*, pp. 1-17.

²¹² Više o Lee-Carter modelu i indeksu k_t će biti u odeljku 4.2.3.

²¹³ Chavhan, R., Shinde, R. (2016). Modeling and Forecasting Mortality Using the Lee-Carter Model for Indian Population Based on Decade-wise Data. *Shi Lankan Journal of Applied Statistics*, 17(1), pp. 51-68.

²¹⁴ Tuljapurkar, S. (2005). Stochastic forecasts of mortality, population and pension systems. In: *Perspectives on mortality forecasting. Probabilistic models, vol. II*. N. Keilman (ed.), Stockholm: Swedish Social Insurance Agency, pp. 65-77.

²¹⁵ Renshaw, A., Haberman, S. (2006). A Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors, *Insurance: Mathematics and Economics*, 36, pp. 556-570.

²¹⁶ Hyndman, R. J., Ullah, S. (2004). *Robust forecasting of mortality and fertility rates: A functional data approach (working paper)*. Melbourne: Monash University.

U domaćoj literaturi nisu značajnije zastupljeni stohastički modeli projektovanja smrtnosti. Ističe se jedino doktorska disertacija Vladimira Nikitovića,²¹⁷ u kojoj je 2008. godine napravio dugoročnu stohastičku projekciju mortaliteta u Srbiji na osnovu zvaničnih podataka zaključno sa popisom iz 2001. godine, i još jedan rad²¹⁸ istog autora o projekcijama stanovništva u Srbiji.

Veliki broj stranih autora je analizirao uticaj različitih faktora na stopu prekida ugovora o životnom osiguranju, kao što su npr. makroekonomski pokazatelji. Dar i Doods,²¹⁹ Outreville,²²⁰ grupa autora²²¹ na čelu sa Kouom i grupa autora na čelu sa Russelom,²²² analizirali su referentnu kamatnu stopu, BDP po glavi stanovnika i stopu nezaposlenosti. Cox i Lin,²²³ Kim²²⁴ i Kiesenbauer²²⁵ proučavali su BDP, razvijenost tržišta kapitala i veličine osiguravajuće kompanije na stopu prekida. Kagraoka,²²⁶ grupa autora²²⁷ na čelu sa Cerchiarom, grupa autora²²⁸ na čelu sa Milhaudom i Eling i Kiesenbauer²²⁹ analizirali su uticaj godine zaključenja ugovora, starosti ugovarača, načina plaćanja premije, kanala prodaje i postojanja dodatnih pokrića. Grupa autora²³⁰ na čelu sa Chengom, bavila se analizom uticaja ponašanja drugih učesnika na tržištu koji odlučuju da prekinu svoje ugovore na pojedinačnog ugovarača pri donošenju odluke o prekidu ugovora.

Osim Kočović i Jovović,²³¹ domaći autori se nisu bavili problemom prekida ugovora u životnom osiguranju. Takođe, objavljeno je i istraživanje koje je poslužilo kao priprema za ovu disertaciju o prekidu ugovora u životnom osiguranju.²³²

Istraživanje u ovoj disertaciji će biti prva empirijska studija stope prekida na tržištu osiguranja u Srbiji. S obzirom da je na kraju 2021. godine na tržištu osiguranja Srbije bilo aktivno oko 720 hiljada polisa životnog osiguranja, ne računajući polise dopunskog osiguranja koje ne mogu egzistirati nezavisno, i da nema sistematizovanih podataka o prekidima polisa, analiziranje oko 90.000 polisa će dati relevantan rezultat.²³³

²¹⁷ Nikitović, V. (2008). Probabilistički pristup projektovanju stanovništva Srbije. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.

²¹⁸ Nikitović, V. (2013). Demografska budućnost Srbije na drugi način. *Stanovništvo, LI(2)*, str. 53-81.

²¹⁹ Dar, A., Dodds, C. (1989). Interest Rates, the Emergency Fund Hypothesis and Saving Through Endowment Policies: Some Empirical Evidence for the U.K. *Journal of Risk and Insurance* 56(3), pp. 415-433.

²²⁰ Outreville, J. (1990). Whole-life Insurance Lapse Rates and the Emergency Fund Hypothesis. *Insurance: Mathematics and Economics* 9(4), pp. 249-255.

²²¹ Kuo, W., Tsai, C., Chen W. (2003). An Empirical Study on the Lapse Rate: The Cointegration Approach. *Journal of Risk and Insurance* 70(3), pp. 489-508.

²²² Russel, D., Fier, S., Carson, J., Dummet R. (2013). An Empirical Analysis of Life Insurance Policy Surrender Activity. *Journal of Insurance Issues* 36(1), pp. 35-57.

²²³ Cox, S., Lin, Y. (2006). *Annuity Lapse Rate Modeling: Tobit or Not Tobit?* Society of Actuaries. <http://library.soa.org>.

²²⁴ Kim, C. (2005). Modeling Surrender and Lapse Rates with Economic Variables. *North American Actuarial Journal* 9(4), pp. 56-70.

²²⁵ Kiesenbauer, D. (2012). Main Determinants of Lapse in the German Life Insurance Industry. *North American Actuarial Journal* 16(1), pp. 52-73.

²²⁶ Kagraoka, Y. (2005). *Modeling Insurance Surrenders by the Negative Binomial Model*. Working paper.

²²⁷ Cerchiara, R.R., Edwards, M., Gambini, A. (2008). Generalized linear models in life insurance: Decrements and risk factor analysis under Solvency II. *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari* 72, pp. 100-122.

²²⁸ Milhaud, X. Loisel, S., Maume-Deschamps, V. (2010). *Surrender Triggers in Life Insurance: Classification and Risk Predictions*. Working paper.

²²⁹ Eling, M., Kiesenbauer, D. (2013). What Policy Features Determine Life Insurance Lapse? An Analysis of the German Market. *The Journal of Risk and Insurance* 81(2), pp. 241-269.

²³⁰ Cheng, Ch., Hilpert, C., Lavasani, A. M., Schaefer, M. (2020). Surrender Contagion in Life Insurance. *SSRN Electronic Journal* March 2020.

²³¹ Kočović, J., Jovović, M., Kočović, M. (2015). Aktuarski efekti prevremenog raskida ugovora o osiguranju života. In: *42nd International Symposium on Operations Research, SYM-OP-IS 2015*, str. 77-84.

²³² Pavlović, B. (2021). Parcijalni interni model u Solventnosti II za rizik od prekida ugovora životnog osiguranja. *Tokovi osiguranja* 2021/2, str. 39.-59.

²³³ www.nbs.rs

4.2.2. Stohastički modeli projektovanja mortaliteta

Statistički zavodi objavljuju projekcije mortaliteta na osnovu trendova istorijskih podataka, koje sadrže glavnu varijantu, koja se smatra najverovatnijom i naziva se prognozom mortaliteta za narednih nekoliko desetina godina.

U Srbiji, Republički zavod za statistiku objavljuje zvanične projekcije stanovništva za period od trideset godina.²³⁴ Procene se vrše na osnovu podataka iz popisa stanovništva koji su obavljani u periodu od 1953. do 2011. godine i rezultata obrade statistike umrlih u periodu svake godine posle poslednjeg popisa: 2011, 2012, itd. Raspoloživi su kompletni podaci u periodu od 1953. godine, po polu i regionu. Međutim, autori koji su pisali radove na ovu temu, ustanovili su u toku procesa izbora ARIMA modela da se najadekvatnije prognoze dobijaju ukoliko se model formira na osnovu podataka od 1960-2010. godine.

Republički zavod za statistiku pravi projekciju mortaliteta sa dve varijante:

- konstantna - pretpostavlja se zadržavanje istog nivoa smrtnosti u narednih 30 godina, što nije realno i
- promenljiva – formiraju se pretpostavke o najverovatnijim promenama smrtnosti u periodu za koji se pravi projekcija, na osnovu analize trendova u Srbiji i razvijenim zemljama.

U drugim zemljama, projekcije mortaliteta su takođe često determinističke kao i u Srbiji, ali obično imaju i varijante sa visokim i niskim vrednostima, pri čemu nema jasnog kriterijuma o širini intervala između tih vrednosti. Širi interval podrazumeva veću verovatnoću ispravnosti prognoze, ali ako je interval preširok, prognoza gubi smisao. Zbog toga se uvode stohastičke projekcije smrtnosti koje sadrže verovatnoću da određeni interval obuhvata buduću vrednost koja će se realizovati. Na taj način se procenjuje verovatnoća realizacije predloženih nekoliko varijanti. Korišćenjem intervala poverenja prilikom ocene parametara i intervala predviđanja za prognozu buduće smrtnosti, dobijaju se mnogo kvalitetniji rezultati nego kod tradicionalnog determinističkog načina projektovanja koji uzima u obzir tzv. razumne vrednosti. Glavni izazov koji se javlja kod stohastičke metode je određivanje odgovarajuće raspodele slučajne promenljive.

Stohastički modeli projektovanja mortaliteta se uvode zbog činjenice da je promena mortaliteta stohastički proces u kome veliku ulogu igra neizvesnost. Pre trideset godina, pomenute modele su počeli da razvijaju mnogi autori, pošto su analize pokazale da se na taj način može preciznije predvideti dinamika promene mortaliteta u budućnosti. Iako stohastički modeli mortaliteta daju bolje rezultate od determinističkih modela, i oni imaju određene nedostatke. U međuvremenu je razvijen veliki broj stohastičkih modela projektovanja mortaliteta, tako da je izbor optimalnog modela za konkretne podatke veliki izazov, što dovodi do rizika izbora neadekvatnog stohastičkog modela. Takođe, dostupni su ograničeni demografski podaci iz prošlosti, npr. u Srbiji postoje kompletne vremenske serije od 1953. godine, na svakih oko deset godina, tj. na osnovu samo sedam popisa, što može da dovede do rizika nedovoljno dobre ocene parametara modela.

²³⁴ Sekulić, L.J., Paunović Radulović, D., Ilić Pešić, M. (2020). *Demografska statistika 2019*. Urednik Lakčević, S. Beograd: Republički zavod za statistiku.

U daljem tekstu korišćiće se sledeće oznake u stohastičkim modelima projektovanja mortaliteta:

- t – kalendarska godina tj. vremenski period $[t, t + 1]$;
- $d_{x,t}$ – broj umrlih lica starosti x , u kalendarskoj godini t ili u vremenskom periodu $[t, t + 1]$. Podaci o broju umrlih lica mogu biti predstavljeni i u matricnoj formi, u matrici $\mathbf{D} = [d_{x,t}]$;
- $e_{x,t}$ – specifična izloženost riziku. To je mera prosečne veličine populacije čija starost je x , u pojedinačnoj kalendarskoj godini t . I ovi podaci takođe mogu biti predstavljeni u matricnoj formi, u matrici, $\mathbf{E}^c = [e_{x,t}]$;

Neka posmatrani podaci pokrivaju kalendarske godine t_1, t_2, \dots, t_{ny} i starosne godine x_1, x_2, \dots, x_{na} , gde je sa ny označen broj kalendarskih godina, a sa na broj starosnih godina. Tada su matrice \mathbf{D} i \mathbf{E}^c dimenzija $na \times ny$, dok je sa $n = na \cdot ny$ označen ukupan broj opservacija.

Ukoliko neko lice umre u godini života x , tokom kalendarske godine t , može se rekonstruisati godina rođenja tog lica kao $c = t - x$. Pošto sve osobe koje su rođene u istoj godini c čine jednu kohortu, onda je $nc = na + ny - 1$ broj kohorti u posmatranim podacima.

Uvode se pretpostavke da se neprekidna stopa mortaliteta $\mu(x, t)$ menja sporo i da je glatka i po x i po t , kao i da je $\mu(x, t)$ konstantna vrednost tokom svake starosne godine tj. u periodu $[x, x + 1]$, i tokom svake kalendarske godine tj. u periodu $[t, t + 1]$. Sledi da za svako u i v takvo da je $0 \leq u$ i $v \leq 1$ važi:

$$\mu(x + u, t + v) \approx \mu(x, t). \quad (4.2.1.)$$

Takođe, sledi da $\mu(x, t)$ aproksimira neprekidnu stopu mortaliteta za starost $x + \frac{1}{2}$ i vremenski trenutak $t + \frac{1}{2}$. Izraz (4.2.1.) ima dve važne posledice:

- postoji jednostavna veza između neprekidne stope mortaliteta $\mu(x, t)$ i stope mortaliteta $q(x, t)$:

$$q(x, t) \approx 1 - e^{-\mu(x, t)}. \quad (4.2.2.)$$

- broj umrlih lica može da se posmatra kao realizacija slučajne promenljive na jedan od dva sledeća načina:

1. Broj $d_{x,t}$ je realizacija slučajne promenljive $D_{x,t}$ koja ima Poasonovu raspodelu, ako za svako x i t važi:

$$D_{x,t} \sim \mathcal{P}(e_{x,t}\mu(x, t)). \quad (4.2.3.)$$

2. Inicijalna izloženost riziku smrti je broj lica starosti x , koja su živa na početku kalendarske godine t , i može se aproksimirati sa:

$$E_{x,t} \approx e_{x,t} + \frac{d_{x,t}}{2}.$$

Neka je matrica inicijalnih izloženosti $\mathbf{E} = [E_{x,t}]$, tada je $d_{x,t}$ realizacija slučajne promenljive $D_{x,t}$ koja ima Binomnu raspodelu, tako da je:

$$D_{x,t} \sim \mathcal{B}(E_{x,t}, q(x, t)). \quad (4.2.4.)$$

Na osnovu prethodnih pretpostavki i početnih podataka D i E^c , dobijaju se sledeće ocene metodom maksimalne verodostojnosti za $\mu(x, t)$ ili $q(x, t)$:

$$\hat{\mu}_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{e_{x,t}}, \quad (4.2.5.)$$

$$\hat{q}_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{E_{x,t}}. \quad (4.2.6.)$$

Tejlorova teorema daje dobru aproksimaciju ocene maksimalne verodostojnosti iz formule (4.2.6.). Aproksimacija se koristi uz relaciju (4.2.2.), koja se primenjuje vrlo često za međusobno konvertovanje neprekidne stope mortaliteta $\mu(x,t)$ i stope mortaliteta $q(x,t)$, pri analizi parametarskih modela mortaliteta, koji su najčešće formulisani u odnosu na stopu mortaliteta $q(x, t)$.

Stohastički modeli mortaliteta se mogu zapisati na sledeća dva načina:

$$\log \mu(x, t) = \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} \gamma_{x-t}^{(1)} + \dots + \beta_x^{(N)} \kappa_t^{(N)} \gamma_{x-t}^{(N)}, \quad (4.2.7.)$$

Ili

$$\text{logit } \mu(x, t) = \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} \gamma_{x-t}^{(1)} + \dots + \beta_x^{(N)} \kappa_t^{(N)} \gamma_{x-t}^{(N)}, \quad (4.2.8.)$$

gde su za svako $i = 1, \dots, N$:

- $\beta_x^{(i)}$ – funkcije koje prikazuju uticaj starosti x ,
- $\kappa_t^{(i)}$ – funkcije koje prikazuju uticaj kalendarske godine t tj. perioda $[t, t + 1]$,
- $\gamma_{x-t}^{(i)}$ – funkcije koje prikazuju uticaj pripadnosti kohorti tj. uticaj godine rođenja lica na mortalitet,
- $\text{logit } q(x, t) = \log \frac{q(x,t)}{1-q(x,t)}$ – logit transformacija je logaritam odnosa šansi u modelu logičke regresije.

4.2.3. Model Lee-Carter

Ovaj model za tačnu vremensku vrednost k , omogućava projektovanje kompletne tablice verovatnoća smrti i izradu tablice smrtnosti koja će važiti u nekom trenutku u budućnosti. Model je dizajniran za dugoročnu prognozu mortaliteta na osnovu dugih vremenskih serija iz prošlosti. Zasniva se na principu ekstrapolacije istorijskog trenda. Model Lee-Carter, za razliku od tradicionalnih determinističkih projekcija, uključuje neizvesnost u procenu, što je naročito važno za rizik dugovečnosti.

Model Lee-Carter se može zapisati kao specifičan slučaj opšte formule statističkog mortaliteta (4.2.7.) na sledeći način:

$$\log \mu(x, t) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)}, \quad (4.2.9.)$$

gde su:

- $\mu(x, t)$ – stopa mortaliteta,
- $\beta_x^{(1)}$ i $\beta_x^{(2)}$ – funkcije koje prikazuju uticaj starosti x ,
- $\kappa_t^{(2)}$ – funkcija koje prikazuje uticaj kalendarske godine t tj. perioda $[t, t + 1]$.

Ovaj model je naročito koristan za analizu i razumevanje stohastičkih modela mortaliteta, jer je veoma jednostavan, a postupak koji se primenjuje u njemu za određivanje vrednosti mortaliteta u budućnosti, koristi se i kod komplikovanijih modela. Lee i Carter (1992) su klasifikovali podatke prema starosti i godini kada je došlo do smrti, a onda su na osnovu ove dve promenljive modelirali neprekidnu stopu mortaliteta. Parametar koji se odnosi na godinu umiranja, $k_t^{(2)}$ su posmatrali kao vremensku seriju dužine ny . Ocene ovog parametra su zatim projektovale u budućnost, pa su na osnovu dobijenih vrednosti izračunavali buduće vrednosti i za $\mu(x, t)$.

4.2.3.1. Definicija modela

Lee i Carter su predložili model²³⁵ u skladu sa formulom (4.2.9.), koji može biti zapisan na sledeći način:

$$\ln m(x, t) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}, \quad (4.2.10.)$$

gde su:

- $m(x, t)$ – specifična stopa smrtnosti osobe starosti x u godini t ; x može biti i starosna grupa, npr. 20-24 godine, a t može biti i dekada posmatranja npr. 1971-1981;
- a_x – komponenta koja pokazuje uticaj starosti, tako što daje oblik krive smrtnosti, nezavisna u odnosu na vreme;
- b_x – komponenta koja takođe pokazuje uticaj starosti tako što meri koliko brzo se menja smrtnost u svakoj starosnoj grupi pri promeni nivoa smrtnosti k , nezavisna u odnosu na vreme. Važi sledeća relacija:

$$\frac{d \ln(m(x,t))}{dt} = b_x \frac{dk_t}{dt}; \quad (4.2.11.)$$

- k_t – promenljiva koja se odnosi na vreme i ne zavisi od starosti, a koja predstavlja nivo smrtnosti. Kada je promenljiva k_t linearno povezana sa promenljivom koja se odnosi na godine, stopa smrtnosti za svaku godinu se menja eksponencijalno u skladu sa odgovarajućom konstantom, jer na osnovu formule (4.2.10.) važi:

$$m(x, t) = e^{a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}}. \quad (4.2.12.)$$

U slučaju da k teži negativnoj beskonačnosti, promenljiva $m(x,t)$ postaje jednaka 0, što sprečava pojavu negativnih stopa smrtnosti u modelu;

- $\varepsilon_{x,t}$ – slučajna greška, koja ima srednju vrednost 0 i varijansu σ^2 . Kroz nju se reflektuju jednokratne veće devijacije trenda iz prošlosti, kao što su uticaji pojedinih epidemija ili ratova.

Da bi model imao jedinstveno rešenje uvedena su tri ograničenja parametara, od kojih su prva dva očigledna, dok su u originalnom radu Lee i Carter (1992) naveli da treće ograničenje proističe iz prethodnih. Wang je u svom radu²³⁶ pokazao kako se ono izvodi.

²³⁵ Lee, R., Carter, L. (1992). Modeling and Forecasting U.S. mortality, *Journal of the American Statistical Association* 87(419), pp. 659-671.

²³⁶ Wang, J. (2007). Fitting and Forecasting Mortality for Sweden: Applying the Lee-Carter Model. *Master thesis*. Stockholm: Department of Mathematics, Stockholm University, p. 48.

Važe sledeća ograničenja parametara modela:

$$\sum_x b_x = 1 \quad (4.2.13.)$$

$$\sum_t k_t = 0 \quad (4.2.14.)$$

$$a_x = \frac{1}{h} \sum_{t_1}^{t_n} \ln m(x, t) \quad (4.2.15.)$$

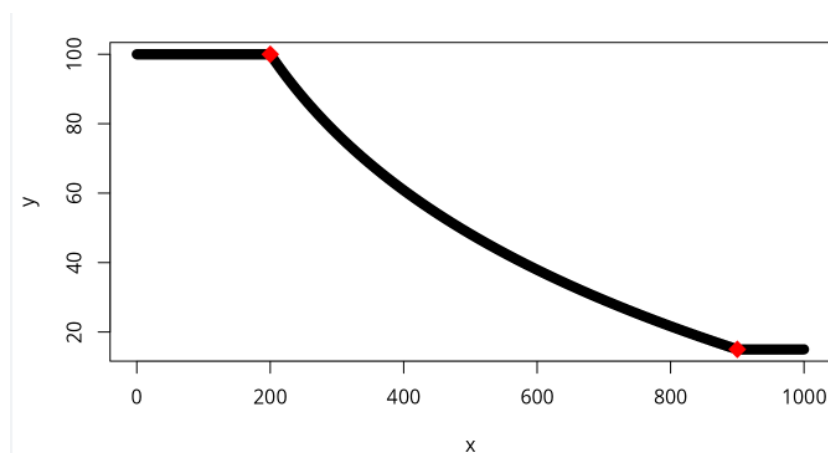
gde je h broj posmatranih perioda, npr. broj dekada.

Familija jednoparametarskih tabela smrtnosti može se dobiti i od samo dve posmatrane tablice smrtnosti, koristeći model Lee-Carter i posmatrajući stopu smrtnosti kao funkciju parametra k , tj. kao $m(x, k)$ umesto $m(x, t)$. Neka je $k = 0$ za prvu tablicu smrtnosti, a $k = 1$ za drugu, tada važi:

$$a_x = \ln m(x, 0), \quad (4.2.16.)$$

$$b_x = \ln m(x, 0) - \ln m(x, 1). \quad (4.2.17.)$$

Promene parametra k generišu familiju tablica smrtnosti na sledeći način: ako k uzima vrednosti između 0 i 1 onda daje geometrijsku interpolaciju dve polazne tablice smrtnosti, dok ako je k manje od 0 ili veće od 1 daje ekstrapolaciju dve interpolirane polazne tablice smrtnosti. U programskom jeziku R dobija se komandom `loglinear_interpolation()`. Na Slici 4.2.1.1. je prikazan primer geometrijske interpolacije dve tačke, koji se može primeniti na svaki par tačaka iz familije tablica smrtnosti.



Slika 4.2.1.1. Geometrijska interpolacija

Izvor: CRAN. (2023). Log-linear interpolation. *The prioritizr R package v.8.0.2.*

Jednoparametarske tabelle smrtnosti se koriste u slučaju da nema dovoljno raspoloživih podataka o smrtnosti. U slučaju duže istorije raspoloživih podataka primenjuje se drugačija metoda, ocenjuju se parametri modela s ciljem da se minimizira varijansa date matrice stopa smrtnosti koje zavise od starosti.

4.2.3.2. Ocenjivanje parametara modela a_x , b_x i k_t

Potrebno je prvo predstaviti podatke prema vremenskom periodu $t = t_1, t_2, \dots, t_T$, na sledeći način: $t = t_1, t_1 + 1, \dots, t_1 + h - 1$, gde je $h = t_T - t_1 + 1$ dužina uzoračkog perioda. Vremenski periodi mogu biti dekade npr. za dekade od 1901-11 do 1991-2001, $h = 10$ ili pojedinačne godine, npr. za period 1991-2000, $h = 10$. Godine starosti se razvrstavaju u starosne grupe kao npr. [0, 1-4, 5-9, ..., 85-100] ili posmatraju pojedinačno i u oba slučaja su predstavljene kao $x = x_1, x_2, \dots, x_n$.

Specifična stopa smrtnosti u starosnoj grupi x u godini t se može odrediti na sledeći način:

$$m_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{e_{x,t}}, \quad (4.2.18.)$$

gde su:

- $d_{x,t}$ – broj umrlih u starosnoj grupi x u godini t ,
- $e_{x,t}$ – prosečni broj osoba u starosnoj grupi x u godini t , odnosno izloženost riziku smrti.

Parametar a_x se određuje direktno iz ograničenja modela (4.2.14.) i predstavlja srednju vrednost za $\ln m(x,t)$ u periodu posmatranja:

$$\hat{a}_x = \frac{1}{h} \sum_{t_1}^{t_T} \ln m(x, t). \quad (4.2.19.)$$

Parametar k_t treba da bude jednak sumi po godinama razlike $\ln m_{x,t}$ i a_x , tj. parametar k_t se određuje na sledeći način:

$$\hat{k}_t = \sum_x (\ln m_{x,t} - \hat{a}_x). \quad (4.2.20.)$$

Parametar b_x se ocenjuje metodom najmanjih kvadrata, odnosno minimiziranjem sledeće sume:

$$\sum_{x,t} (\ln m_{x,t} - \hat{a}_x - b_x \hat{k}_t^{(1)})^2. \quad (4.2.21.)$$

Dobija se:

$$\hat{b}_x = \frac{\sum_t \hat{k}_t^{(1)} (\ln m_{x,t} - \hat{a}_x)}{\sum_t \hat{k}_t^{(1)2}}, \quad (4.2.22.)$$

gde je $k_t^{(1)}$ procenjen iznos \hat{k}_t iz formule (4.2.20.).

U praksi ocenjivanje parametara k_t se vrši u dve faze. Parametri b_x i k_t se ocenjuju metodom SVD u prvoj fazi, pod uslovom da je ispunjena pretpostavka o homoskedastičnosti. Formira se sledeća matrica:

$$\mathbf{Z} = \ln m(x, t) - \hat{a}_x = b_x k_t, \quad (4.2.23.)$$

što se može zapisati i na sledeći način, u slučaju da se posmatraju dekade:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \ln(m_{0,1901-11}) - \hat{a}_0 & \cdots & \ln(m_{0,1991-2001}) - \hat{a}_0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln(m_{80+,1901-11}) - \hat{a}_{80+} & \cdots & \ln(m_{80+,1991-2001}) - \hat{a}_{80+} \end{bmatrix}. \quad (4.2.24.)$$

Primenom SVD metode dobija se sledeći rezultat dekompozicije:

$$SVD(\mathbf{Z}) = \lambda_1 P_{x,1} Q_{t,1} + \dots + \lambda_k P_{x,k} Q_{t,k}, \quad (4.2.25.)$$

gde su:

- k – rang matrice \mathbf{Z} ,
- λ_i – singularne vrednosti navedene u rastućem redosledu,
- $P_{x,i}$ – odgovarajući levi singularni vektori, koji predstavljaju starosnu komponentu,
- $Q_{t,i}$ – odgovarajući desni singularni vektori, koji predstavljaju vremensku komponentu.

Rezultat primene SVD metode je ocena parametara²³⁷:

$$\hat{b}_x = P_{x,1}, \quad (4.2.26.)$$

$$\hat{k}_t = \lambda_1 Q_{t,1}. \quad (4.2.27.)$$

Zatim se formira nova matrica aproksimiranih vrednosti $\hat{\mathbf{Z}}$, čiji su elementi proizvodi ocenjenih vrednosti za b_x i k_t :

$$\hat{\mathbf{Z}} = \hat{b}_x \hat{k}_t. \quad (4.2.28.)$$

Na kraju se pomoću pomenute matrice ocenjuje vrednost $\ln m(x,t)$, na sledeći način:

$$\ln \hat{m}(x,t) = \hat{a}_x + \hat{\mathbf{Z}}_{x,t} = \hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_t. \quad (4.2.29.)$$

4.2.3.3. Ponovno projektovanje indeksa smrtnosti k_t

Ocenjena vrednost parametra \hat{k}_t nije adekvatna, jer ne obezbeđuje da broj smrtnih slučajeva koji daje model bude jednak stvarnom broju smrtnih slučajeva, pošto se prvi korak ocene parametara zasniva na logaritmima stope smrtnosti, a ne na samim stopama smrtnosti. Zbog toga može doći do neslaganja, između smrtnosti prognozirane na bazi modela i stvarne smrtnosti, koje se ne može zanemariti.

Ukupni broj umrlih u vremenskom periodu (godini ili dekadi) t je:

$$D_t = \sum_x d_{x,t}. \quad (4.2.30.)$$

U drugoj fazi ocenjivanja parametara, vrši se ponovno iterativno ocenjivanje parametra k_t . Prvo se u formulu (4.2.10.) uvrste ocenjene vrednosti parametara \hat{a}_x i \hat{b}_x tako da formula Lee-Carter modela postaje:

$$\ln m(x,t) = \hat{a}_x + \hat{b}_x k_t + \varepsilon_{x,t}. \quad (4.2.31.)$$

Zatim, prema metodologiji opisanoj u Sekciji 3 već pomenutog rada Lee i Cartera (1992), potrebno je naći k_t iterativnom metodom, podešavanjem parametra k_t , tako da ukupni posmatrani broj umrlih D_t bude jednak ukupnom očekivanom broju umrlih po modelu $\sum_{x=x_1}^{x_n} e_{x,t} e^{a_x + b_x k_t}$ u svakoj godini t .

²³⁷ Chavhan, R. et al. (2016). Modeling and Forecasting Mortality Using the Lee-Carter Model for Indian Population Based on Decade-wise Data. *Shi Lankan Journal of Applied Statistics*, 17(1), pp. 51-68.

Proces iteracije se vrši u sledeća tri koraka²³⁸:

- 1) Porede se ukupni očekivani broj umrlih $\sum_{x=x_1}^{x_n} e_{x,t} e^{a_x+b_x k_t}$ i ukupni stvarni broj umrlih D_t u svakom periodu t ;
- 2) Moguća su tri ishoda poređenja:
 - ako je $\sum_{x=x_1}^{x_n} e_{x,t} e^{a_x+b_x k_t} > D_t$ onda je potrebno malo umanjiti ukupnu očekivanu smrtnost, prilagođavanjem k_t dok se ne izjednače gornje vrednosti,
 - ako je $\sum_{x=x_1}^{x_n} e_{x,t} e^{a_x+b_x k_t} = D_t$ onda se iteracija prekida za datu godinu t i prelazi se na isti postupak za sledeću godinu $t + 1$,
 - ako je $\sum_{x=x_1}^{x_n} e_{x,t} e^{a_x+b_x k_t} < D_t$, onda je potrebno malo uvećati ukupnu očekivanu smrtnost podešavanjem k_t , dok se ne izjednače gornje vrednosti;
- 3) nakon ovih podešavanja potrebno je vratiti se na prvi korak.

4.2.3.4. Stohastičko projektovanje indeksa smrtnosti k_t

Ponovno projektovanje indeksa k_t u drugoj fazi ocenjivanja parametara može se izvršiti korišćenjem stohastičkih metoda da bi se dobile bolje prognoze. Određivanjem parametara \hat{a}_x, \hat{b}_x i \hat{k}_t u odeljku 4.2.3.2. kompletno je definisan demografski model Lee-Carter. Zatim je potrebno projektovati samo indeks smrtnosti k_t u određenom periodu od npr. sledećih 30 godina ($i = 1, \dots, 30$). Lee i Carter (1992) su koristili ARIMA (0,1,0) model za populaciju SAD, i preporučili korišćenje odgovarajućeg ARIMA modela za druge populacije. U praksi se najčešće koristi ARIMA proces slučajnog hoda sa konstantom (engl. random walk with drift), koji je predstavljen sledećom formulom:

$$k_t = k_{t-1} + \theta + \varepsilon_t, \quad (4.2.32.)$$

gde su:

- θ – drift parametar ARIMA modela,
- ε_t – slučajna greška sa normalnom raspodelom $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Sledeća iteracija ocene indeksa k_t se dobija direktno još jednom primenom formule (4.2.32.):

$$k_t = (k_{t-2} + \theta + \varepsilon_{t-1}) + \theta + \varepsilon_t = k_{t-2} + 2\theta + (\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t). \quad (4.2.33.)$$

Daljom primenom iteracija dobija se opšta formula za indeks k_t u iteraciji i :

$$k_t = k_{t-i} + i\theta + \sum_{j=1}^i \varepsilon_{t-j+1}. \quad (4.2.34.)$$

Ako se zanemari greška, formula za i -tu iteraciju indeksa k_t postaje:

$$k_t = k_{t-i} + i\theta. \quad (4.2.35.)$$

Drift parametar θ zavisi samo od početne i poslednje ocenjene vrednosti indeksa \hat{k}_t , iz formule (4.2.31.) posle primenjenog postupka iz prethodnog odeljka, i ocenjuje se na sledeći način:

$$\hat{\theta} = \frac{\hat{k}_T - \hat{k}_1}{T-1}. \quad (4.2.36.)$$

²³⁸ Haberman, S. et al. (2005). Lee Carter Mortality Forecasting: Application to the Italian Population. In: *Actuarial Research Paper, 167*, London: Faculty of Actuarial Science and Statistics, Cass Business School, pp. 6-7.

Indeks k_t se ekstrapolira posle poslednjeg poznatog perioda T tako da formula (4.2.32.) za i -ti period postaje $k_{T+i} = k_T + i\theta$ i ocenjuje se na sledeći način:

$$\hat{k}_{T+i} = \hat{k}_T + i \frac{\hat{k}_T - \hat{k}_1}{T-1}. \quad (4.2.37.)$$

Iz prethodne formule se vidi da je posle određivanja demografskog modela Lee-Carter prognoziranje indeksa k_t ARIMA procesa slučajnog hoda sa konstantom relativno jednostavno. Prognozirane vrednosti leže na pravoj koja prolazi kroz tačke \hat{k}_1 i \hat{k}_T koje su određene u drugoj fazi definisanja demografskog modela.

U drugim ARIMA modelima prognoziranje indeksa k_t je komplikovanije, pa onda prognozirane vrednosti određuju specijalizovani softveri.

Prvo je potrebno proveriti stacionarnost ulaznih vremenskih serija u ARIMA modelu. Utvrđivanje stacionarnosti može biti izvršeno vizuelno, posmatranjem grafičkog prikaza vremenske serije, kao i obične i uzoračke autokorelacione funkcije.²³⁹ Ako uzoračka autokorelaciona funkcija lagano „odumire“, a parcijalna autokorelaciona funkcija je presečena posle prve docnje, to je znak za diferenciranje serije. Moguće je izvršiti utvrđivanje stacionarnosti i primenom statističkih testova jediničnog korena ili posmatranjem kriterijuma minimalne uzoračke varijanse diferencirane serije, jer uzoračka varijansa za različite vrednosti parametra d opada dok se ne postigne stacionarnost, a zatim u slučaju prekomernog diferenciranja, počinje da raste. U praktičnoj primeni, red diferenciranja je obično 0, 1 ili 2.

Za konkretnu populaciju odgovarajući ARIMA model se određuje primenom nekog od kriterijuma, npr. *AIC* (skraćeno od engl. Akaike Information Criteria) ili *BIC* (skraćeno od engl. Bayesian Information Criteria).

U modelu ARIMA (p, d, q) parametri imaju sledeće značenje:

- p – red autoregresionog dela,
- q – red komponente pokretnih proseka,
- d – broj diferenciranja vremenske serije koji je potreban za dostizanje stacionarnosti (odnosno nivo integrisanosti vremenske serije).

Vrednost *AIC* kriterijuma se izračunava na sledeći način:²⁴⁰

$$AIC = -2 \log L + 2(p + q + k + 1), \quad (4.2.38.)$$

gde su:

- $\log L$ – logaritam verovatnoće da posmatrani podaci dolaze iz konkretnog ARIMA modela,
- k – parametar koji ima vrednost 1 ako je konstanta c različita od 0 i vrednost 0 ako je konstanta c jednaka 0.

U ARIMA modelima vrednost *AIC_c* kriterijuma se izračunava na sledeći način:

$$AIC_c = AIC + \frac{2(p+q+k+1)(p+q+k+2)}{T-p-q-k-2}. \quad (4.2.39.)$$

²³⁹ Kovačić, Z. (1995). *Analiza vremenskih serija*. Beograd: Ekonomski fakultet, str. 162.

²⁴⁰ Hyndman, R., Athanasopoulos, G. (2013). *Forecasting: Principles and Practice*. Melbourne: Otext, Ch. 8.6.

Minimiziranjem AIC_c određuju se parametri p i q najboljeg ARIMA modela.

Red modela d , odnosno broj diferenciranja da se postigne stacionarnost, treba odrediti na drugi način. Diferenciranje je utvrđivanje promene između svake dve uzastopne opservacije vremenske serije, kao što je prikazano u sledećoj formuli:

$$x'_t = x_t - x_{t-1}. \quad (4.2.40.)$$

Dobijena diferencirana serija ima jednu opservaciju manje od originalne serije, pošto nije moguće izračunati vrednost x'_1 .

Specijalizovani softveri imaju funkcije koje automatski određuju red i parametre optimalnog ARIMA modela za konkretne vremenske serije podataka, npr. u programskom jeziku Pajton (engl. Python) ta funkcije je `auto_arima()`.

U slučaju komplikovanijih modela ARIMA (p, d, q) daje projektovane vrednosti \check{k}_{T+i} u periodu $i = 1, \dots, S$ godina posle poslednje poznate vrednosti $m(x, n)$ u godini T sa zadatim nivoom poverenja. Npr. u jeziku Pajton funkcija `forecast()` omogućava specificiranje nivoa značajnosti α . Unapred je postavljena vrednost $\alpha = 0,05$, što znači da je prognoza izvršena sa nivoom poverenja od 95%. Drugim rečima, ARIMA model je za svako i prognozirao vrednost indeksa \check{k}_{T+i} , ali i gornje i donje vrednosti opsega oko prognozirane vrednosti indeksa, takve da će realizovana vrednost sa verovatnoćom od 95% biti u navedenom opsegu.

4.2.3.5. Projektovanje stope smrtnosti i tablica mortaliteta

Projektovanje tablica mortaliteta zahteva projektovanje verovatnoće umiranja q_x , koja se dobija transformisanjem projektovane specifične stope mortaliteta $m(x, t)$.

Projektovana specifična stopa mortaliteta može da se dobije na sledeći način:

$$\check{m}(x, T + i) = \hat{m}(x, T) e^{\hat{b}_x(\check{k}_{T+i} - \hat{k}_T)}, \quad (4.2.41.)$$

odnosno:

$$\check{m}(x, T + i) = e^{\hat{a}_x + \hat{b}_x \check{k}_{T+i}}. \quad (4.2.42.)$$

Lee i Carter (1992) su predložili sledeću aproksimaciju za interval poverenja u kome se nalazi prognozirana vrednost specifične stope mortaliteta:²⁴¹

$$\{m(x, t) \cdot e^{2b_x s_{k_t}}\}, \{m(x, t) \cdot e^{-2b_x s_{k_t}}\}, \quad (4.2.43.)$$

gde je s_{k_t} standardna greška projektovanog indeksa \check{k}_t koja se može aproksimirati standardnom devijacijom na sledeći način:

$$s \approx \sigma\sqrt{n},$$

gde su:

- n – broj opservacija,
- σ – standardna devijacija.

Zatim se projektovana specifična stopa mortaliteta $m(x, t)$ konvertuje u verovatnoću umiranja q_x na sledeći način:²⁴²

$$q_x = \frac{(x_{i+1} - x_i)\check{m}(x)}{1 + (1 - f_x)(x_{i+1} - x_i)\check{m}(x)}, \quad (4.2.44.)$$

gde je f_x koeficijent prilagođavanja, za koji su Renshaw i Haberman (2006) odredili vrednost $f_x = 1/2$ za sve starosne grupe, osim za najmlađu starosnu grupu. Kod novorođenčadi muškog pola $f_x = 0,15$, a kod novorođenčadi ženskog pola $f_x = 0,16$.

U odeljku 1.2.1.1. disertacije pokazano je kako se na osnovu verovatnoće umiranja q_x dobijaju elementi tablice smrtnosti verovatnoća doživljenja p_x , broj živih lica starih tačno x godina l_x , srednji broj živih lica L_x i očekivano trajanje života lica starog x godina e^0_x .

Srednji broj živih lica L_x se u skladu sa formulom (1.2.3.) može dobiti kao $L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$, ali takođe, može se izračunati i korišćenjem koeficijenta prilagođavanja f_x , koji su predložili Renshaw i Haberman (2006) na sledeći način:

$$L_x = (l_x - (1 - f_x)(l_x - l_{x+1}))(x_{i+1} - x_i) \quad (4.2.45.)$$

4.2.4. Model Renshaw-Haberman

Unapređenje Lee-Carter modela dali su Renshaw i Haberman 2006. godine, tako što su proširili model parametrom kohorte, na osnovu formule (4.2.7.):²⁴³

$$\log \mu(x, t) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)}\kappa_t^{(2)} + \beta_x^{(3)}\gamma_{x-t}^{(3)} \quad (4.2.46.)$$

²⁴¹ Andreozzi, L., Blacona, M. T., Arnesi, N. (2011). The Lee Carter Method for Estimating and Forecasting Mortality: An Application for Argentina. In: *International Symposium of Forecasting – 2011, Prague Proceedings*, pp. 1-17.

²⁴² Haberman, S. et al. (2005). Lee Carter Mortality Forecasting: Application to the Italian Population. In: *Actuarial Research Paper, 167*, London: Faculty of Actuarial Science and Statistics, Cass Business School, p. 17.

²⁴³ Renshaw, A., Haberman, S. (2006). A Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors, Insurance: *Mathematics and Economics*, 36, pp. 556-570.

Lee-Carter model $m(x, t) = e^{a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}}$ koji je dat formulom (4.2.12.), Renshaw i Haberman (2006) su zapisali drugačije:

$$m(x, t) = e^{a_x + F(x,t)}, \quad (4.2.47.)$$

gde je $F(x,t)$ faktor redukcije mortaliteta, koji nije više jednak $F(x, t) = e^{b_x k_t}$, kao kod modela Lee-Carter, nego je sada uključen i parametar kohorte γ :

$$F(x, t) = e^{b_x^{(0)} \gamma_{t-x} + b_x^{(1)} k_t} \quad (4.2.48.)$$

Takođe, pored tri ograničenja Lee-Carter modela iz formula (4.2.13.) – (4.2.15.) Renshaw i Haberman (2006) su uveli i četvrto ograničenje koje važi za svako x :

$$\log F(x, t) = 0 \quad (4.2.49.)$$

Uvođenje parametra kohorte u Lee-Carter model poboljšava prilagođavanje (engl. fit) modela datim podacima. Parametar kohorte, koji prikazuje uticaj pripadnosti kohorti, odnosno uticaj godine rođenja lica na mortalitet, takođe se posmatra kao vremenska serija, dužine nc . Analogno kao za k_t u Lee-Carter modelu, dobija se ocena parametara i projekcija $m(x,t)$ i $q(x,t)$.

Navedeni model može poslužiti kao vodič za dalje istraživanje i usavršavanje projekcije koju je dao Lee-Carter model.

4.3. Koncept parcijalnog internog modela

Parcijalni interni model koji će biti predložen u ovoj disertaciji će sadržati modeliranje rizika prekida ugovora životnog osiguranja, rizika smrtnosti i rizika dugovečnosti. Rizik prekida ugovora je modeliran korišćenjem višeparametarskog generalizovanog linearnog modela, dok su rizici smrtnosti i dugovečnosti modelirani korišćenjem stohastički projektovane smrtnosti u 2022. godini. Izborom navedenih rizika za modeliranje očekuje se da će biti izvršeno unapređenje merenja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizike životnog osiguranja, upotrebom resursa na optimalni način, jer su izabrana tri rizika čiji je udeo u ukupnom zahtevanom kapitalu za životno osiguranje bio preko 70% u poslednjoj evropskoj studiji kvantitativnog uticaja, QIS5.²⁴⁴

4.3.1. Stohastički model projektovanja smrtnosti stanovništva Srbije

U ovoj disertaciji će biti objašnjen postupak za određivanje stohastičke projekcije smrtnosti stanovništva Srbije u periodu 2011. – 2050. godine. Stohastička simulacija će biti vršena prilagođavanjem Lee-Carter modela za projektovanje specifičnih stopa mortaliteta u Srbiji. Na bazi generisanih tablica stopa mortaliteta biće generisane tablice verovatnoće smrti, za svaku kohortu i godinu u definisanom periodu.

Statistički zavodi u različitim zemljama javno objavljuju projekcije mortaliteta, najčešće dobijene determinističkim pristupom, koje sadrže jednu osnovnu varijantu projekcije koja predstavlja nastavak glavnih trendova iz prošlosti. U Srbiji, ove projekcije se objavljuju posle obrađenih podataka iz popisa stanovništva od 1970. godine na svakih deset godina, i sadrže projekcije smrtnosti za naredne tri decenije. Projekcije Republičkog zavoda za statistiku su determinističke i ne daju kvantifikaciju neizvesnosti, tako da se ne zna kolika je mogućnost ostvarenja publikovane osnovne varijante i eventualnih alternativnih varijanti.

Stohastički pristup projekciji smrtnosti, koji će biti prezentovan u ovoj disertaciji, obezbeđuje metodološku konzistentnost i transparentnost, kao i veću upotrebnu vrednost rezultata od determinističkog načina projektovanja. Takođe, daje preciznu kvantifikaciju verovatnoće ostvarenja projektovanih vrednosti, uvođenjem intervala poverenja prilikom ocene parametara. Nedostatak podatka iz dovoljnog broja vremenskih serija, kao ključna prepreka za primenu stohastičkog pristupa, najzad je uspešno prevaziđen i u Srbiji. Polazna starosna struktura populacije koja se projektuje se određuje na osnovu podataka iz poslednjeg popisa stanovništva. U literaturi se najčešće sreću ARIMA modeli probabilističkih projekcija mortaliteta,²⁴⁵ dok se povremeno primenjuju i složeniji GARCH modeli.

²⁴⁴ EIOPA. (2011). *Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II*. Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority.

²⁴⁵ Na primer: McNown et al. (1992), Haberman et al. (2005), Andreozzi et al. (2011), Nikitović (2008).

4.3.1.1. Određivanje polazne populacije u odnosu na obeležja pola, starosti i geografske pripadnosti

S obzirom na lokalne specifičnosti koje utiču na smrtnost, da bi se dobili precizniji rezultati, posmatrana je populacija centralne Srbije, odnosno Republike Srbije sa isključenjem pokrajina, jer podaci za Kosovo i Metohiju nisu dostupni u čitavom posmatranom periodu, dok je po polu podeljena na mušku i žensku populaciju, a po starosti u 19 kategorija (0 godina, 1-4, 5-9, 10-14, ... , 80-84, 85 i više godina). Podela je izvršena na isti način kao u publikaciji Republičkog zavoda za statistiku, Demografska statistika za 2020. godinu,²⁴⁶ iz koje su korišćeni podaci za polaznu populaciju. Na dan 31.12.2011. godine bilo je 7.186.862 stanovnika. Podaci sa specifičnim stopama smrtnosti za period 1960 - 2010. godine, kao i starosne kategorije koje su korišćene za kreiranje modela, prikazane su u Tabeli 4.3.1. za muškarce centralne Srbije, Tabeli 4.3.2. za žene centralne Srbije, odnosno Tabeli 4.3.3. za kombinovani model (muškarci i žene) centralne Srbije. S obzirom da je za modeliranje potreban veći broj vremenskih serija, podaci za vremenske serije između godina u kojima su vršeni popisi su dobijeni interpolacijom.

Specifična stopa mortaliteta za pojedinačni starosni interval ($m_{x_1-x_2,t}$) predstavlja odnos broja umrlih u starosti $x_1 - x_2$ u godini posmatranja t ($M_{x_1-x_2,t}$) i procenjenog broja stanovnika u istom intervalu i godini posmatranja ($P_{x_1-x_2,t}$) na 1000 stanovnika (nekad se označava i sa $1000 {}_n m_x$):

$$m_{x_1-x_2,t} = \frac{M_{x_1-x_2,t}}{P_{x_1-x_2,t}} \cdot 1000. \quad (4.3.1.)$$

Često se specifične stope mortaliteta računaju za starosni interval od 1 do 84 po petogodištima i posebno za starost 0 i starije od 84 godine.

²⁴⁶ Sekulić, LJ. i dr. (2021). *Demografska statistika 2020*. Urednik Lakčević, S. Beograd: Republički zavod za statistiku.

Tabela 4.3.1. Specifične stope mortaliteta $m(x,t)$ za muškarce centralne Srbije

Kohorta (x)	Godina (t)					
	1960.	1970.	1980.	1990.	2000.	2010.
0g.	70,8100	42,7100	25,1600	19,1500	13,2100	8,2400
1-4	3,3200	1,2800	0,8000	0,4000	0,3900	0,3500
5-9	0,6900	0,5800	0,5000	0,3700	0,2700	0,1300
10-14	0,5700	0,5400	0,3900	0,3600	0,2900	0,1400
15-19	1,0400	0,8200	0,6600	0,8900	0,8000	0,4700
20-24	1,2400	1,2800	1,1800	1,0900	1,3000	0,7200
25-29	1,6800	1,4400	1,2900	1,2300	1,2800	0,9000
30-34	2,1400	1,8300	1,4400	1,5600	1,6000	1,1000
35-39	2,6000	2,4400	2,0400	2,3600	2,2700	1,5900
40-44	3,5200	3,6800	3,2400	3,1300	3,7100	2,6100
45-49	5,4600	5,7900	5,3900	5,4300	6,2600	4,9300
50-54	9,0800	8,1000	8,8700	8,6800	10,4200	8,6900
55-59	14,6800	14,1400	13,3100	14,4000	16,0000	14,3000
60-64	24,0800	22,0700	19,4100	22,6200	24,2000	20,3200
65-69	41,1900	37,0800	33,4300	33,1300	38,6400	32,2500
70-74	64,3400	62,8900	54,3100	49,5700	59,4600	48,6600
75-79	92,0000	103,7600	85,1500	83,7100	92,6700	81,5800
80-84	139,1700	155,2900	150,3700	139,4100	141,3900	122,4100
85+	204,0200	229,3300	239,4900	223,9700	243,0600	168,0900

Izvor: Sekulić, L.J., Paunović Radulović, D., Ilić Pešić, M. (2021). Demografska statistika 2020. Urednik Lakčević, S. Beograd: Republički zavod za statistiku, str. 94.

Tabela 4.3.2. Specifične stope mortaliteta $m(x,t)$ za žene centralne Srbije

Kohorta (x)	Godina (t)					
	1960.	1970.	1980.	1990.	2000.	2010.
0g.	66,4300	36,8800	21,6600	15,1200	8,9600	6,1500
1-4	3,3500	1,1900	0,6200	0,5400	0,5500	0,3200
5-9	0,5600	0,3600	0,4200	0,2500	0,2000	0,1200
10-14	0,4800	0,3500	0,2400	0,2600	0,2500	0,1200
15-19	0,8600	0,5300	0,2900	0,3600	0,3100	0,2100
20-24	1,3600	0,6300	0,4800	0,4000	0,4300	0,3200
25-29	1,7000	0,8500	0,4900	0,4800	0,5000	0,4500
30-34	1,9600	1,0300	0,7200	0,7300	0,8400	0,4800
35-39	2,2200	1,6000	1,1200	1,1500	1,1700	0,8500
40-44	3,4700	2,2300	1,9000	1,6600	1,7300	1,4500
45-49	4,6900	3,5400	2,8600	3,0000	3,2900	2,3700
50-54	7,1100	5,3200	4,6400	4,4500	5,0200	4,0500
55-59	11,2700	8,8100	7,0900	7,0200	8,3600	7,0500
60-64	19,4800	15,7300	11,7500	11,5800	12,9400	10,4600
65-69	33,8400	26,5200	22,2500	20,1200	23,6100	18,9200
70-74	54,7000	50,6300	41,4800	36,7800	41,7900	32,8300
75-79	84,1300	84,9300	69,6900	66,4700	74,1300	63,1600
80-84	121,5500	131,5700	135,2900	118,7400	125,4100	112,7100
85+	184,5400	200,4000	228,0900	218,3300	235,6100	176,5000

Izvor: Sekulić, LJ., i dr. (2021). Demografska statistika 2020. Urednik Lakčević, S. Beograd: Republički zavod za statistiku, str. 94.

Tabela 4.3.3. Specifične stope mortaliteta $m(x,t)$ za kombinovani model centralne Srbije

Kohorta (x)	Godina (t)					
	1960.	1970.	1980.	1990.	2000.	2010.
0g.	68,6900	39,9000	23,4700	17,2000	11,1500	7,2300
1-4	3,3300	1,2400	0,7100	0,4700	0,4700	0,3300
5-9	0,6300	0,4800	0,4600	0,3100	0,2400	0,1200
10-14	0,5300	0,4500	0,3100	0,3100	0,2700	0,1300
15-19	0,9500	0,6800	0,4800	0,6300	0,5600	0,3500
20-24	1,3000	0,9600	0,8400	0,7500	0,8700	0,5200
25-29	1,6900	1,1500	0,9000	0,8600	0,8900	0,6800
30-34	2,0500	1,4300	1,0900	1,1500	1,2100	0,7900
35-39	2,4000	2,0200	1,5800	1,7600	1,7100	1,2200
40-44	3,5000	2,9400	2,5600	2,4000	2,7100	2,0200
45-49	5,0500	4,6000	4,1200	4,2000	4,7700	3,6200
50-54	8,1000	6,6000	6,6700	6,5300	7,6700	6,3100
55-59	12,9600	11,2800	9,9500	10,6100	12,0400	10,5600
60-64	21,6000	18,8500	15,2000	16,7100	18,2700	15,1100
65-69	36,9500	31,5200	27,2200	25,8300	30,5300	24,9700
70-74	58,7100	56,0800	47,4700	42,2400	49,4200	39,7800
75-79	87,3900	92,4300	76,5800	73,6400	81,4400	70,9300
80-84	128,4600	140,8500	141,5600	127,6300	131,5900	116,5900
85+	191,6600	211,1000	232,2900	220,6500	238,4300	173,3700

Izvor: Sekulić, L.J., i dr. (2021). Demografska statistika 2020. Urednik Lakčević, S. Beograd: Republički zavod za statistiku, str. 94.

4.3.1.2. Ocena internog modela na bazi Lee-Carter formule

Za ocenjivanje internog modela polazi se od osnovne Lee-Carter formule (4.2.10.):

$$\ln m(x, t) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t},$$

gde su:

- $m(x, t)$ – specifična stopa smrtnosti osobe starosne grupe x u godini t (prikazana u Tabeli 4.3.1. za muškarce, Tabeli 4.3.2. za žene i Tabeli 4.3.3. kombinovano za muškarce i žene);
- a_x – komponenta koja pokazuje uticaj starosti, tako što daje oblik krive smrtnosti, nezavisna od vremena;
- b_x – komponenta koja takođe pokazuje uticaj starosti tako što meri koliko brzo se menja smrtnost u svakoj starosnoj grupi pri promeni nivoa smrtnosti k , nezavisna od vremena;
- k_t – vremenska promenljiva, nezavisna od starosti, koja predstavlja nivo smrtnosti;
- $\varepsilon_{x,t}$ – slučajna greška, koja ima srednju vrednost 0 i varijansu σ^2 . Kroz nju se reflektuju slučajna kolebanja, kao što su uticaji pojedinih epidemija ili ratova.

Dodatno važe sledeća ograničenja parametara modela:

$$\sum_x b_x = 1, \tag{4.3.2.}$$

$$\sum_t k_t = 0, \tag{4.3.3.}$$

$$a_x = \frac{1}{h} \sum_{t_1}^{t_n} \ln m(x, t). \tag{4.3.4.}$$

Parametar a_x se procenjuje direktno iz ograničenja modela (4.3.4.) i predstavlja srednju vrednost za $\ln m(x, t)$ u periodu posmatranja:

$$\hat{a}_x = \frac{1}{h} \sum_{t_1}^{t_n} \ln m(x, t). \tag{4.3.5.}$$

Tabela 4.3.4. Vrednosti procenjenih koeficijenata \hat{a}_x

Kohorta (x)	\hat{a}_x		
	Muškarci	Žene	Kombinovano
0g.	-3,7553	-3,9710	-3,8511
1-4	-7,2322	-7,1645	-7,1944
5-9	-7,8504	-8,1415	-7,98
10-14	-7,9183	-8,2245	-8,0568
15-19	-7,1618	-7,8760	-7,4446
20-24	-6,7652	-7,5662	-7,0704
25-29	-6,6485	-7,3778	-6,9338
30-34	-6,4421	-7,0599	-6,6959
35-39	-6,1048	-6,6608	-6,3455
40-44	-5,6993	-6,2394	-5,9322
45-49	-5,1859	-5,7437	-5,4292
50-54	-4,7125	-5,3054	-4,9722
55-59	-4,2369	-4,8247	-4,4986
60-64	-3,8135	-4,3238	-4,0491
65-69	-3,3315	-3,7473	-3,5351
70-74	-2,8758	-3,1595	-3,024
75-79	-2,4058	-2,6108	-2,5219
80-84	-1,9454	-2,0778	-2,021
85+	-1,5019	-1,5535	-1,5337

Izvor: Kalkulacija autora

Rezultat procene parametra \hat{a}_x , dobijen primenom formule (4.3.5.), prikazan je u Tabeli 4.3.4. Pošto je posmatran period od 1960. do 2010. godine, korišćeni parametri u formuli su bili: $h = 51$, $t_1 = 1960.$ godina i $t_n = 2010.$ godina.

Za procenu parametara b_x i k_t korišćena je formula:

$$\mathbf{Z} = \ln m(x, t) - \hat{a}_x = b_x k_t, \quad (4.3.6.)$$

što je u ovom slučaju sledeća matrica:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \ln(m_{0,1960}) - \hat{a}_0 & \cdots & \ln(m_{0,2010}) - \hat{a}_0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln(m_{85+,1960}) - \hat{a}_{85+} & \cdots & \ln(m_{85+,2010}) - \hat{a}_{85+} \end{bmatrix}. \quad (4.3.7.)$$

Primenom SVD metode, koristeći dodatak Microsoft Excela, Biplot, dobija se dekompozicija matrice Z na:

- λ_i – singularne vrednosti navedene u rastućem redosledu,
- $P_{x,i}$ – odgovarajući levi singularni vektor, koji predstavlja starosnu komponentu,
- $Q_{t,i}$ – odgovarajući desni singularni vektori, koji predstavljaju vremensku komponentu.

Tabela 4.3.5. Vrednosti procenjenih parametara \hat{b}_x

Kohorta (x)	\hat{b}_x		
	Muškarci	Žene	Kombinovano
0g.	0,2139	0,1436	0,1805
1-4	0,2422	0,1287	0,1826
5-9	0,1506	0,0782	0,1155
10-14	0,1218	0,0616	0,0921
15-19	0,041	0,0753	0,0549
20-24	0,0298	0,0784	0,0533
25-29	0,0465	0,0805	0,0623
30-34	0,0472	0,0662	0,0568
35-39	0,0303	0,0506	0,0413
40-44	0,0182	0,0470	0,0333
45-49	0,0011	0,0306	0,0149
50-54	-0,0134	0,0267	0,0062
55-59	-0,0079	0,0238	0,0082
60-64	0,0022	0,0347	0,02
65-69	0,0134	0,0296	0,0238
70-74	0,0235	0,0289	0,0291
75-79	0,0163	0,0177	0,0186
80-84	0,0153	0,0047	0,0093
85+	0,0079	-0,0069	-0,0024

Izvor: Kalkulacija autora

Rezultat primene SVD metode je dekomponovana matrica Z iz formule (4.3.7.) čiji vektor daje vrednost parametara \hat{b}_x , koji je prikazan u Tabeli 4.3.5. u tri varijante, za muškarce, žene i kombinovano:

$$\hat{b}_x = P_{x,1}, \quad (4.3.8.)$$

Tabela 4.3.6. Vrednosti \hat{k}_t indeksa za specifične godine popisa

Godina (t)	\hat{k}_t		
	Muškarci	Žene	Kombinovano
1960.	5,2325	10,5778	7,1143
1970.	2,6494	3,7914	3,1006
1980.	0,4486	-0,8618	0,0195
1990.	-1,3335	-2,3204	-1,5745
2000.	-2,3068	-3,0538	-2,4734
2010.	-5,1302	-7,7181	-6,5376

Izvor: Kalkulacija autora

Druga komponenta primene SVD metode je dekomponovana matrica Z iz formule (4.3.7.) čiji vektor daje vrednost parametara \hat{k}_t , koji je prikazan u Tabeli 4.3.6. u tri varijante, za muškarce, žene i kombinovano:

$$\hat{k}_t = \lambda_1 Q_{t,1}. \quad (4.3.9.)$$

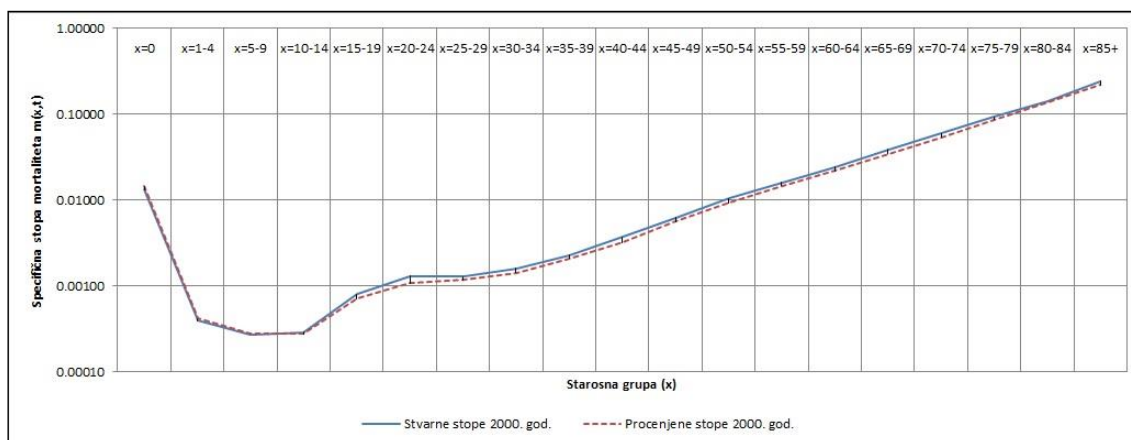
Nakon procene svih parametara, formira se nova matrica aproksimiranih vrednosti \hat{Z} , čiji su elementi proizvodi ocenjenih vrednosti za b_x i k_t :

$$\hat{Z} = \hat{b}_x \hat{k}_t. \quad (4.3.10.)$$

4.3.1.3. Provera modela poređenjem posmatranih i procenjenih vrednosti stopa mortaliteta

Nakon kreiranja pomenute matrice \hat{Z} , potrebno je oceniti vrednost $\ln m(x,t)$ odnosno izračunati $\hat{m}(x,t)$, na sledeći način:

$$\hat{m}(x,t) = e^{\hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_t} = e^{\hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}_t}. \quad (4.3.11.)$$



Grafikon 4.3.1. Stvarne i procenjene stope mortaliteta za muškarce za 2000. godinu

Izvor: Kalkulacija autora

Poređenjem početnih ili stvarnih i odgovarajućih procenjenih stopa mortaliteta, dolazi se do zaključka da su vrednosti veoma bliske. Za mušku populaciju je procenat podudaranja 95%, dok je za žene 96%. Na taj način je potvrđeno da ocenjeni Lee-Carter model odgovara realnom stanju i da se na osnovu njega može vršiti projektovanje budućih stopa mortaliteta. Kao primer, na Grafikonu 4.3.1. prikazane su stvarne i procenjene stope mortaliteta za muškarce za jednu od referentnih godina, 2000. godinu.

4.3.1.4. Analiza vremenske serije indeksa mortaliteta k_t i projektovanje budućih vrednosti

Predviđanje je glavni cilj stohastičkog modelovanja. Jedna od značajnih osobina Lee-Carter modela je da, kada se jednom oceni i potvrdi da se dovoljno dobro podudara sa stvarnim vrednostima, samo je indeks mortaliteta k_t neophodno projektovati za buduće vremenske tačke.

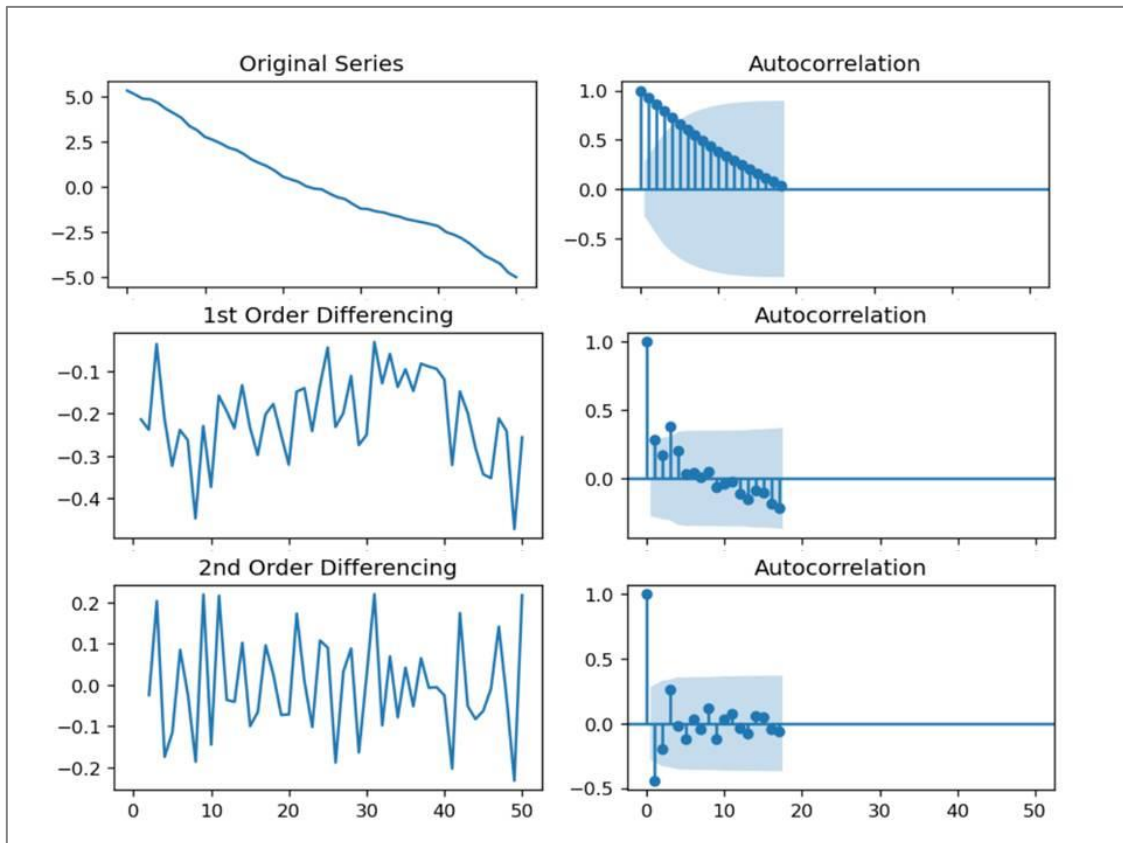
U prethodnom odeljku je potvrđen odgovarajući kvalitet Lee-Carter modela, tako da je sada potrebno izvršiti projektovanje \hat{k}_t indeksa koristeći funkciju za analizu vremenske serije ARIMA (p, d, q) sa parametrima:

- p – red autoregresionog dela,
- q – red komponente pokretnih proseka,
- d – broj diferenciranja vremenske serije koji je potreban za dostizanje stacionarnosti (odnosno nivo integrisanosti vremenske serije).

Za kreiranje odgovarajućeg ARIMA modela i procenu p, q i d parametara korišćen je programski jezik Pajton i odgovarajuća softverska biblioteka Pandas.²⁴⁷ Ova biblioteka služi za manipulacije i analize podataka kao što su numeričke tabelle i vremenske serije.

Prvi korak kreiranja ARIMA modela je utvrđivanje stepena stacionarnosti vremenske serije k_t , koja je dobijena prethodnim kreiranjem Lee-Carter modela.

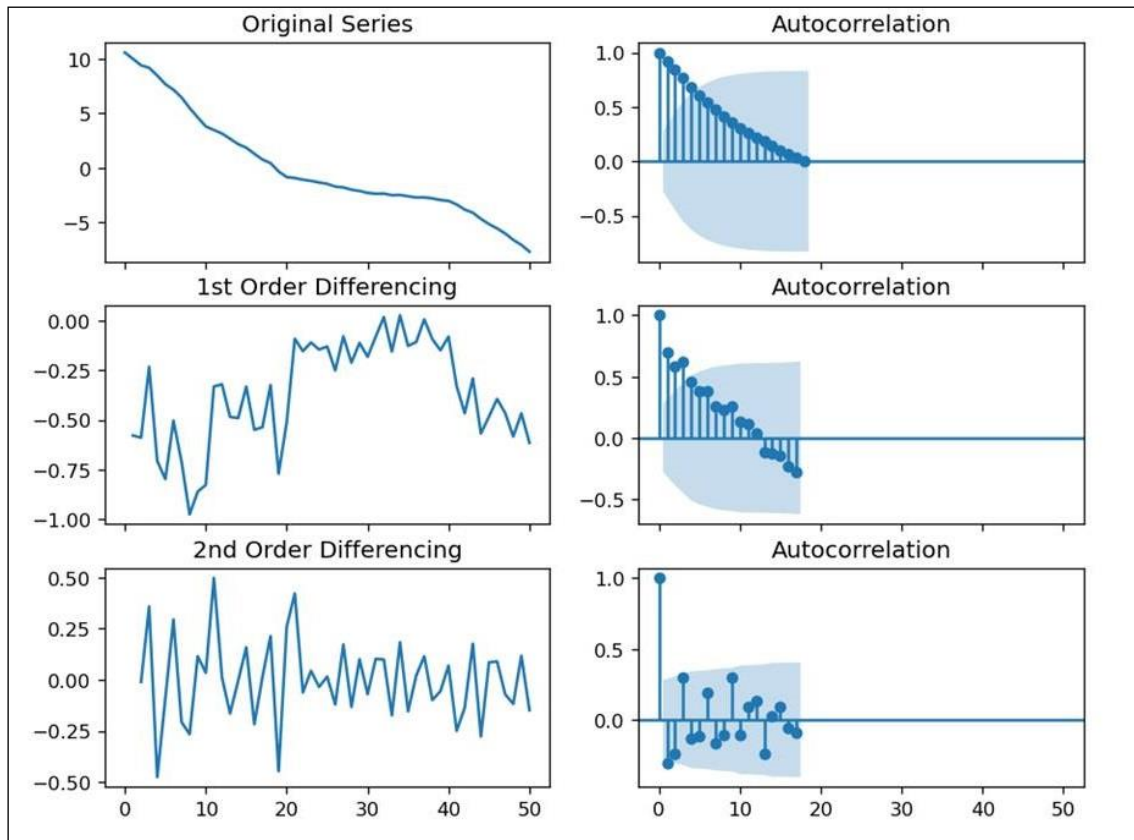
²⁴⁷ <https://pandas.pydata.org/>



Grafikon 4.3.2. Vremenska serija k_t za muškarce pre i posle diferenciranja

Izvor: Kalkulacija autora

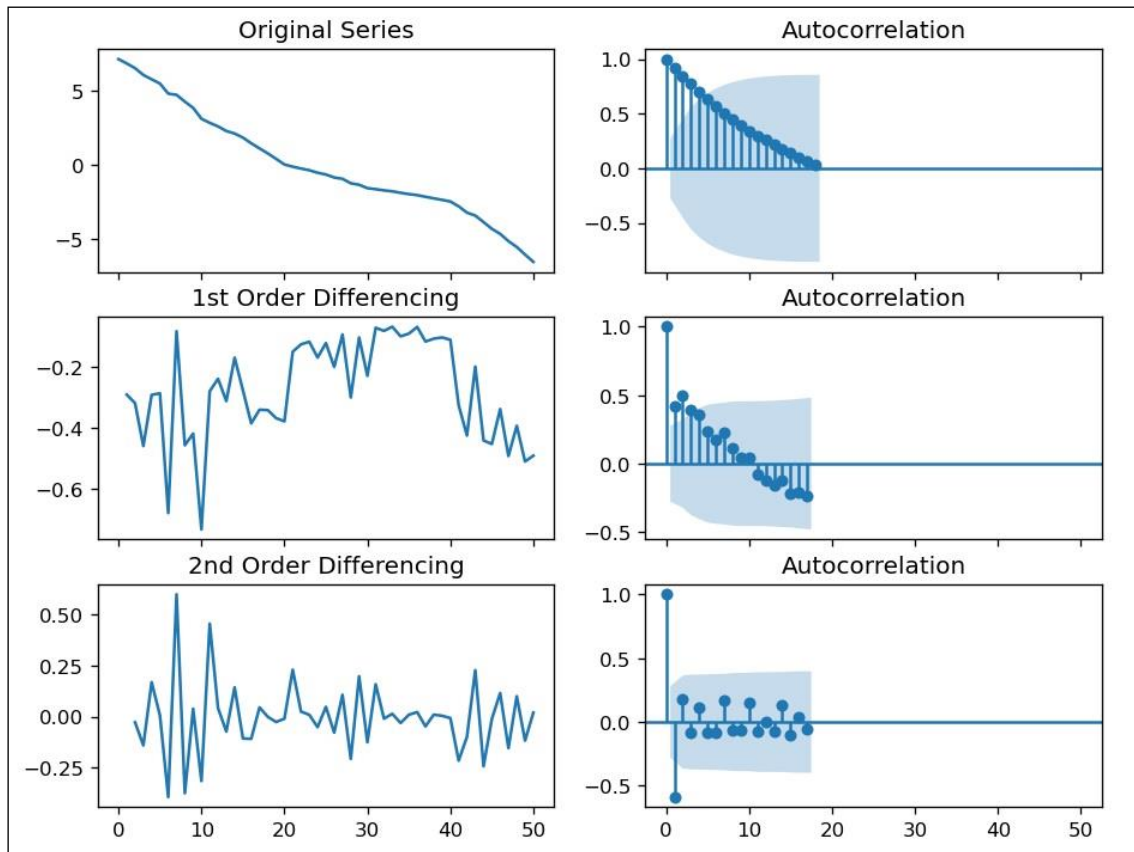
Vremenska serija k_t za muškarce nije stacionarna, te je neophodno napraviti seriju razlika, dok se ne postigne odgovarajuća stacionarnost. U ovom slučaju je stacionarnost postignuta diferencama drugog reda. Na taj način utvrđeno je da je vrednost parametra $d = 2$ u modelu $ARIMA(p, d, q)$ za muškarce. Grafikon 4.3.2. prikazuje vremensku seriju k_t pre i nakon diferenciranja za muškarce.



Grafikon 4.3.3. Vremenska serija k_t za žene pre i posle diferenciranja

Izvor: Kalkulacija autora

Vremenska serija k_t za žene nije stacionarna, te je neophodno napraviti seriju razlika, dok se ne postigne odgovarajuća stacionarnost. U ovom slučaju je stacionarnost postignuta diferencama drugog reda. Na taj način utvrđeno je da je ista vrednost parametra $d = 2$ u modelu $ARIMA(p, d, q)$ za žene, kao i za muškarce. Grafikon 4.3.3. prikazuje vremensku seriju k_t pre i nakon diferenciranja za žene.



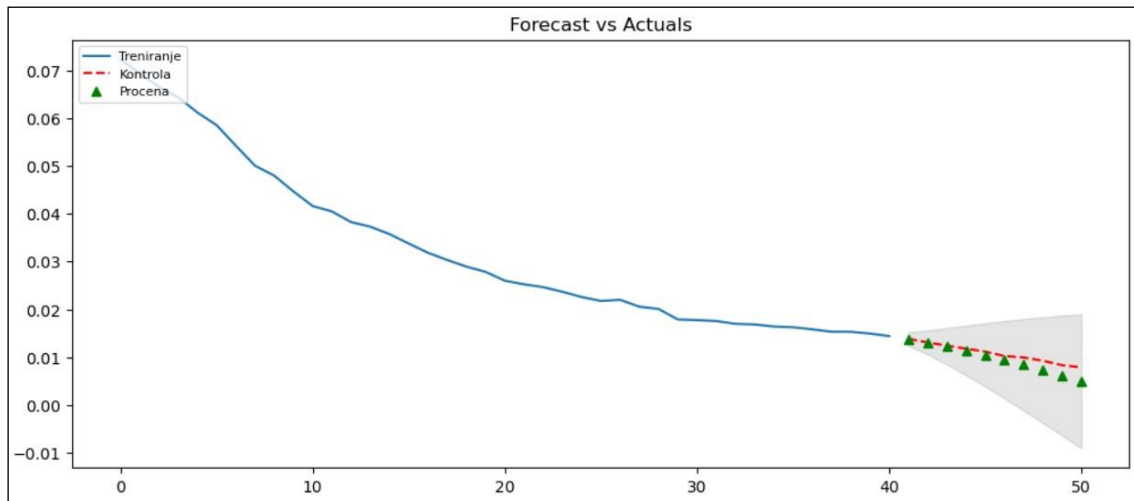
Grafikon 4.3.4. Vremenska serija k_t za kombinovani model pre i posle diferenciranja

Izvor: Kalkulacija autora

Vremenska serija k_t za kombinovani model nije stacionarna, te je neophodno napraviti seriju razlika, dok se ne postigne odgovarajuća stacionarnost. U ovom slučaju je stacionarnost postignuta takođe diferencama drugog reda, kao i za muškarce i za žene. Na taj način utvrđeno je da je vrednost parametra $d = 2$ u modelu $ARIMA(p, d, q)$ za muškarce i žene zajedno. Grafikon 4.3.4. prikazuje vremensku seriju k_t pre i nakon diferenciranja za kombinovani model.

Grafikoni 4.3.2, 4.3.3. i 4.3.4. takođe prikazuju i da kod stacionarnih serija koje su dobijene diferenciranjem drugog reda nema autokorelacije.

Sledeći korak je utvrđivanje parametara p i q , što se postiže „treniranjem“ (engl. training) ARIMA modela. Parametar p je ceo broj i predstavlja red autoregresionog dela u stacionarnoj vremenskoj seriji. Vrednost ovog parametra inicijalno se postavlja na osnovu autokorelacionog dijagrama, kao broj tačaka čija je vrednost veća od 0,5. Analizom izlaznih vrednosti AIC i BIC parametara za testirane ARIMA modele, kao i izračunavanjem probnih projekcija, dolazi se do najboljeg modela koji se koristi dalje u projekciji k_t .



Grafikon 4.3.5. ARIMA model za muškarce

Izvor: Kalkulacija autora

Na Grafikonu 4.3.5. prikazan je testirani ARIMA model za muškarce koji je procenjen kao najbolji sa nivoom poverenja 99,5%. Kao uzorak korišćeni su podaci za muškarce tako što su podaci podeljeni na one nad kojima se vrši treniranje (80% tačaka) i one nad kojima se vrši kontrola (20% tačaka). Rezultat je procena koja se poredi sa stvarnim stanjem.

Poređenje AIC i BIC vrednosti, koje su opisane u odeljku 4.2.3.4. vrši se korišćenjem programskog jezika Pajton i njegove funkcije *auto_arma()*.

```

Performing stepwise search to minimize aic
ARIMA(0,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-57.064, Time=0.03 sec
ARIMA(1,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-82.144, Time=0.08 sec
ARIMA(0,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-90.568, Time=0.07 sec
ARIMA(0,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-59.043, Time=0.01 sec
ARIMA(1,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-91.341, Time=0.07 sec
ARIMA(2,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-89.370, Time=0.11 sec
ARIMA(1,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-89.367, Time=0.07 sec
ARIMA(0,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-91.267, Time=0.09 sec
ARIMA(2,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-87.884, Time=0.05 sec
ARIMA(2,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-88.887, Time=0.17 sec
ARIMA(1,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-92.908, Time=0.05 sec
ARIMA(0,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-92.091, Time=0.02 sec
ARIMA(1,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-84.057, Time=0.02 sec
ARIMA(2,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-90.944, Time=0.06 sec
ARIMA(1,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-90.941, Time=0.07 sec
ARIMA(0,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-92.853, Time=0.03 sec
ARIMA(2,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-89.688, Time=0.02 sec
ARIMA(2,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-90.477, Time=0.22 sec

Best model: ARIMA(1,2,1)(0,0,0)[0]
Total fit time: 1.255 seconds

SARIMAX Results
=====
Dep. Variable:          y          No. Observations:          61
Model:                 SARIMAX(1, 2, 1)  Log Likelihood             49.454
Date:                  Sun, 17 Oct 2021  AIC                       -92.908
Time:                  09:20:12         BIC                       -86.675
Sample:                0              HQIC                      -90.475
                    - 61
Covariance Type:      opg
=====

```

Slika 4.3.1.1. Analiza i izbor odgovarajućeg ARIMA modela za muškarce

Izvor: Kalkulacija autora

Na Slici 4.3.1.1. prikazane su analiza i izbor odgovarajućeg modela za muškarce. Zaokruženi rezultat, odnosno rezultat koji je obeležen kao „Best model“ je ocenjen kao najbolji. To je za muškarce iz Centralne Srbije:

ARIMA(1,2,1) autoregresivni integrisani model pokretnih proseka bez konstante gde su:

- 1 – red autoregresivne komponente,
- 2 – nivo integrisanosti,
- 1 – red komponente pokretnih proseka,
- 0 – konstanta koja označava trend (u ovom slučaju nije detektovan specifičan trend).

```

Performing stepwise search to minimize aic
ARIMA(0,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-16.333, Time=0.01 sec
ARIMA(1,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-19.245, Time=0.05 sec
ARIMA(0,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-23.296, Time=0.02 sec
ARIMA(0,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-18.332, Time=0.02 sec
ARIMA(1,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-21.605, Time=0.05 sec
ARIMA(0,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-21.973, Time=0.05 sec
ARIMA(1,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-22.092, Time=0.09 sec
ARIMA(0,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-25.296, Time=0.02 sec
ARIMA(1,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-23.604, Time=0.03 sec
ARIMA(0,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-23.971, Time=0.03 sec
ARIMA(1,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-21.245, Time=0.02 sec
ARIMA(1,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-24.091, Time=0.05 sec

Best model: ARIMA(0,2,1)(0,0,0)[0]
Total fit time: 0.459 seconds

=====
SARIMAX Results
=====
Dep. Variable:          y          No. Observations:          51
Model:                 SARIMAX(0, 2, 1)  Log Likelihood             14.648
Date:                 Tue, 12 Oct 2021  AIC                        -25.296
Time:                 17:03:19         BIC                        -21.512
Sample:               0              HQIC                       -23.860
                    - 51
Covariance Type:      opg
=====

```

Slika 4.3.1.2. Analiza i izbor odgovarajućeg ARIMA modela za žene

Izvor: Kalkulacija autora

Na Slici 4.3.1.2. prikazane su analiza i izbor odgovarajućeg modela za žene. Zaokruženi rezultat, odnosno rezultat koji je obeležen kao „Best model“ je ocenjen kao najbolji. To je za žene iz Centralne Srbije:

ARIMA(0,2,1) autoregresivni integrisani model pokretnih proseka bez konstante gde su:

- 0 – red autoregresivne komponente,
- 2 – nivo integrisanosti,
- 1 – red komponente pokretnih proseka,
- 0 – konstanta koja označava trend (u ovom slučaju nije detektovan specifičan trend).

```

Performing stepwise search to minimize aic
ARIMA(0,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-27.787, Time=0.02 sec
ARIMA(1,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-46.155, Time=0.03 sec
ARIMA(0,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-48.531, Time=0.04 sec
ARIMA(0,2,0)(0,0,0)[0] : AIC=-29.760, Time=0.01 sec
ARIMA(1,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-48.538, Time=0.02 sec
ARIMA(2,2,1)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-46.549, Time=0.17 sec
ARIMA(1,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-46.553, Time=0.10 sec
ARIMA(0,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-48.434, Time=0.05 sec
ARIMA(2,2,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-47.553, Time=0.04 sec
ARIMA(2,2,2)(0,0,0)[0] intercept : AIC=-44.553, Time=0.10 sec
ARIMA(1,2,1)(0,0,0)[0] : AIC=-50.387, Time=0.03 sec
ARIMA(0,2,1)(0,0,0)[0] : AIC=-50.400, Time=0.02 sec
ARIMA(0,2,2)(0,0,0)[0] : AIC=-50.289, Time=0.03 sec
ARIMA(1,2,0)(0,0,0)[0] : AIC=-48.055, Time=0.02 sec
ARIMA(1,2,2)(0,0,0)[0] : AIC=-48.404, Time=0.07 sec

Best model: ARIMA(0,2,1)(0,0,0)[0]
Total fit time: 0.776 seconds

=====
SARIMAX Results
=====
Dep. Variable:          y          No. Observations:          51
Model:                SARIMAX(0, 2, 1)  Log Likelihood              27.200
Date:                 Mon, 18 Oct 2021  AIC                          -50.400
Time:                 12:53:24         BIC                          -46.617
Sample:               0                HQIC                         -48.965
                    - 51
Covariance Type:     opg
=====

```

Slika 4.3.1.3. Analiza i izbor odgovarajućeg ARIMA modela za kombinovani model (muškarci i žene zajedno)

Izvor: Kalkulacija autora

Na Slici 4.3.1.3. prikazane su analiza i izbor odgovarajućeg modela za kombinovani model. Zaokruženi rezultat, odnosno rezultat koji je obeležen kao „Best model“ je ocenjen kao najbolji. To je za muškarce i žene zajedno iz Centralne Srbije:

ARIMA(0,2,1) autoregresivni integrisani model pokretnih proseka bez konstante gde su:

0 – red autoregresivne komponente,

2 – nivo integrisanosti,

1 – red komponente pokretnih proseka,

0 – konstanta koja označava trend (u ovom slučaju nije detektovan specifičan trend).

Tabela 4.3.7. Ocenjeni parametri ARIMA modela

Populacija	ϕ_1	Std. greška ϕ_1	θ_1	Std. greška θ_1
Muškarci	-0,2771	0,130	-0,6330	0,134
Žene	-	-	-0,4916	0,146
Kombinovano	-	-	-0,6496	0,107

Izvor: Kalkulacija autora

U Tabeli 4.3.7. prikazani su ocenjeni parametri za modele ARIMA(1,2,1) za muškarce i ARIMA(0,2,1) za žene i za kombinovani model. Formula koja opisuje ovaj model za muškarce glasi:

$$\Delta k_t = \phi_1 \Delta k_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}. \quad (4.3.12.)$$

Formula koja opisuje ovaj model za žene i za kombinovani model je:

$$\Delta k_t = \Delta k_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}. \quad (4.3.13.)$$

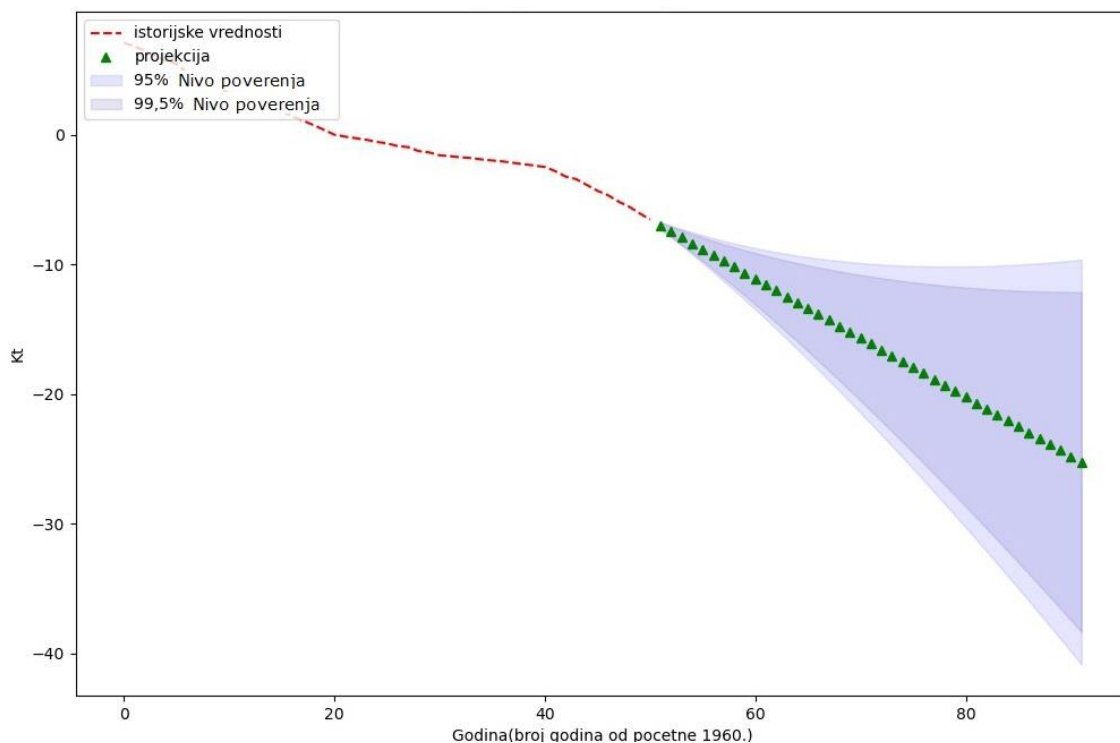
Poslednji korak je prognoziranje budućih vrednosti indeksa mortaliteta k_t pomoću prethodno ocenjenih modela.

 Tabela 4.3.8. Projektovane vrednosti indeksa k_t sa 99,5% intervalom poverenja

Godina	k_t (interval)		
	Muškarci	Žene	Kombinovano
2020.	-8,5920 (-10,8771; -6,3070)	-13,2647 (-17,2543; -9,2750)	-11,1011 (-13,4691; -8,7331)
2022.	-9,2935 (-9,5945; -8,9925)	-14,3740 (-19,4548; -9,2931)	-12,0138 (-14,9837; -9,0439)
2030.	-12,1035 (-13,5819; -10,6251)	-18,8112 (-29,0455; -8,5770)	-15,6646 (-21,4475; -9,8816)
2040.	-15,6160 (-19,2042; -12,0278)	-24,3578 (-42,5249; -6,1907)	-20,2281 (-30,3027; -10,1535)
2050.	-19,1286 (-25,3671; -12,8900)	-29,9043 (-57,3890; -2,4196)	-24,7916 (-39,8834; -9,6997)

Izvor: Kalkulacija autora

Tabela 4.3.8. sadrži projektovane vrednosti k_t za karakteristične godine u periodu 2011-2050. godine, koje su dobijene korišćenjem funkcije *predict()*. Ova funkcija za definisani period u budućnosti generiše vrednosti za svaku vremensku tačku sa nivoom poverenja 99,5%.



Slika 4.3.1.4. Vrednosti indeksa k_t sa nivoom poverenja 99,5% i 95%

Izvor: Kalkulacija autora

Na Slici 4.3.1.4. prikazane su vrednosti k_t za karakteristične godine u periodu 2011-2050. godine, koje su dobijene korišćenjem funkcije *predict()* sa nivoom poverenja 99,5% i 95%. Interval vrednosti k_t za nivo poverenja 95% je uži, ali je razlika praktično zanemarljiva za 2022. godinu, za koju će vrednost indeksa k_t biti korišćena u sledećem odeljku. Na Slici 4.3.1.4. 2022. godina se nalazi na x-osi na broju 62, jer je nulta godina 1960.

4.3.1.5. Obelodanjivanje rezultata

U prethodnim odeljcima je opisano kako su ocenjeni parametri \hat{a}_x i \hat{b}_x i kako je kroz vreme projektovan indeks mortaliteta k_t . Na osnovu ova tri elementa generišu se konačne tablice specifičnih stopa mortaliteta za period 2011. - 2050. godine.

Koristeći prethodno generisane tablice stopa mortaliteta $\check{m}(x, t)$ i primenom Renshaw-Haberman modela za poboljšanje projektovanja verovatnoće smrtnosti, dolazi se do verovatnoće umiranja q_x na sledeći način:

$$q_x = \frac{(x_{i+1} - x_i) \check{m}(x)}{1 + (1 - f_x)(x_{i+1} - x_i) \check{m}(x)}, \quad (4.3.14.)$$

gde su:

- $\check{m}(x)$ – prethodno projektovana specifična stopa mortaliteta za kohortu x
- f_x – koeficijent prilagođavanja, za koji su Renshaw i Haberman (2006) odredili vrednost $f_x = 1/2$ za sve starosne grupe osim za najmlađu starosnu grupu. Kod novorođenčadi muškog pola $f_x = 0,15$, a kod novorođenčadi ženskog pola $f_x = 0,16$.
- $(x_{i+1} - x_i)$ – širina kohorte. Za novorođenčad od 0 godina vrednost je 1, za kategoriju $x = 1 - 4$ godine vrednost je 4, dok je za ostale širina ovog intervala 5.

Rezultat istraživanja je predstavljen u 40 tablica specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za pojedinačne godine, po polu, za svaku starosnu kategoriju. Zbog obimnosti rezultata, u disertaciji će biti prikazani rezultati samo za pojedine karakteristične godine.

Tabela 4.3.9. Prikaz rezultata projekcije specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2020. godinu

Kohorta (x)	Specifične stope mortaliteta (m_x)			Stope smrtnosti (q_x)		
	Muškarci	Žene	Komb.	Muškarci	Žene	Komb.
0g.	5,2664	3,7200	4,1505	5,2429	3,7083	4,1359
1-4	0,0906	0,1398	0,1225	0,3623	0,5592	0,4898
5-9	0,1068	0,1031	0,1033	0,534	0,5154	0,5165
10-14	0,1278	0,1183	0,1235	0,6389	0,5912	0,6174
15-19	0,5454	0,1398	0,3202	2,7231	0,6987	1,5996
20-24	0,8927	0,1830	0,4700	4,4536	0,9147	2,3475
25-29	0,8691	0,2145	0,4884	4,3362	1,0717	2,4392
30-34	1,062	0,3600	0,6575	5,2957	1,7985	3,2819
35-39	1,7205	0,6519	1,1105	8,5657	3,2540	5,537
40-44	2,8636	1,0464	1,8368	14,2162	5,2181	9,1418
45-49	5,5423	2,1412	3,7298	27,3326	10,6489	18,4768
50-54	10,0783	3,4854	6,4743	49,1532	17,2765	31,8558
55-59	15,4674	5,8454	10,1628	74,4576	28,8061	49,5551
60-64	21,6575	8,3651	13,9872	102,7257	40,9688	67,5732
65-69	31,8527	15,8984	22,3820	147,5165	76,4534	105,9801
70-74	46,0645	28,9684	35,1391	206,5375	135,0607	161,5073
75-79	78,4064	58,1003	65,4041	327,7816	253,6574	281,0637
80-84	125,3234	117,7203	119,5237	477,1286	454,7640	460,1281
85+	208,0916	231,8248	221,4724	684,4088	733,8261	712,7344

Izvor: Kalkulacija autora

U Tabeli 4.3.9. su predstavljene tablice specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2020. godinu za 19 karakterističnih kohorti. Specifične stope mortaliteta i stope smrtnosti su prikazane za muškarce, žene i kombinovano, za svaku starosnu kategoriju.

Tabela 4.3.10. Prikaz rezultata projekcije specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2022. godinu

Kohorta (x)	Specifične stope mortaliteta (m_x)			Stope smrtnosti (q_x)		
	Muškarci	Žene	Komb.	Muškarci	Žene	Komb.
0g.	4,5326	3,1722	3,5159	4,5152	3,1637	3,5054
1-4	0,0764	0,1212	0,1037	0,3057	0,4848	0,4147
5-9	0,0961	0,0945	0,0930	0,4804	0,4726	0,4649
10-14	0,1174	0,1105	0,1136	0,5866	0,5522	0,5677
15-19	0,5299	0,1286	0,3046	2,6460	0,6427	1,5216
20-24	0,8742	0,1678	0,4478	4,3617	0,8386	2,2363
25-29	0,8412	0,1961	0,4615	4,1973	0,9802	2,3048
30-34	1,0274	0,3345	0,6243	5,1237	1,6713	3,1166
35-39	1,6843	0,6163	1,0695	8,3863	3,0766	5,3332
40-44	2,8273	0,9932	1,7819	14,0372	4,9537	8,8701
45-49	5,5380	2,0697	3,6798	27,3118	10,2953	18,2311
50-54	10,1735	3,3837	6,4383	49,6059	16,7766	31,6818
55-59	15,5533	5,6931	10,0880	74,8559	28,0660	49,199
60-64	21,6241	8,0492	13,7355	102,5754	39,4523	66,3973
65-69	31,5547	15,3849	21,9031	146,2373	74,0753	103,83
70-74	45,3114	28,0544	34,2181	203,5042	131,0788	157,6077
75-79	77,5150	56,9706	64,3090	324,6599	249,3404	277,0096
80-84	123,9855	117,1081	118,5135	473,2402	452,9347	457,1279
85+	206,9416	233,6060	221,9580	681,9160	737,3857	713,7396

Izvor: Kalkulacija autora

U Tabeli 4.3.10. su prikazane tablice specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2022. godinu, po polu, za svaku starosnu kategoriju. Prikazane stope za 2022. godinu, u kojoj se ocenjuje zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti, će biti korišćene u sledećim odeljcima

Tabela 4.3.11. Prikaz rezultata projekcije specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2030. godinu

Kohorta (x)	Specifične stope mortaliteta (m_x)			Stope smrtnosti (q_x)		
	Muškarci	Žene	Komb.	Muškarci	Žene	Komb.
0g.	2,4849	1,6774	1,8105	2,4797	1,6750	1,8077
1-4	0,0387	0,0685	0,0533	0,1548	0,2739	0,2132
5-9	0,0629	0,0668	0,061	0,3147	0,3341	0,3051
10-14	0,0833	0,0840	0,0812	0,4166	0,4201	0,4058
15-19	0,4722	0,0921	0,2493	2,3584	0,4602	1,2459
20-24	0,8040	0,1185	0,3687	4,0120	0,5923	1,8419
25-29	0,7382	0,1372	0,3677	3,6841	0,6859	1,8370
30-34	0,8998	0,2494	0,5076	4,4887	1,2462	2,5346
35-39	1,5468	0,4923	0,9201	7,7044	2,4587	4,5902
40-44	2,6863	0,8062	1,5785	13,3420	4,0231	7,8616
45-49	5,5209	1,8069	3,4862	27,2287	8,9941	17,2805
50-54	10,5639	3,0057	6,2965	51,4604	14,9162	30,9948
55-59	15,9024	5,1225	9,794	76,4720	25,2888	47,7997
60-64	21,4909	6,9006	12,773	101,9754	33,9178	61,8885
65-69	30,3886	13,4913	20,0876	141,2148	65,2555	95,6354
70-74	42,4159	24,6780	30,7692	191,7467	116,2198	142,8572
75-79	74,0446	52,6674	60,109	312,3952	232,6981	261,2817
80-84	118,768	114,6911	114,5572	457,8847	445,6697	445,2653
85+	202,3983	240,8688	223,9114	671,9750	751,6947	717,7666

Izvor: Kalkulacija autora

U Tabeli 4.3.11. su predstavljene tablice specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2030. godinu. Specifične stope mortaliteta i stope smrtnosti su prikazane za muškarce, žene i kombinovano, za svaku starosnu kategoriju.

Tabela 4.3.12. Prikaz rezultata projekcije specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2040. godinu

Kohorta (x)	Specifične stope mortaliteta (m_x)			Stope smrtnosti (q_x)		
	Muškarci	Žene	Komb.	Muškarci	Žene	Komb.
0g.	1,1722	0,7564	0,7897	1,1711	0,7559	0,7892
1-4	0,0165	0,0335	0,0232	0,0661	0,1342	0,0928
5-9	0,0371	0,0433	0,0360	0,1854	0,2165	0,1802
10-14	0,0543	0,0597	0,0533	0,2716	0,2986	0,2667
15-19	0,4089	0,0606	0,1942	2,0424	0,3031	0,9704
20-24	0,7241	0,0767	0,2892	3,6140	0,3834	1,4452
25-29	0,6269	0,0878	0,2769	3,1298	0,4389	1,3834
30-34	0,7623	0,1727	0,3918	3,8042	0,8634	1,9573
35-39	1,3907	0,3719	0,7624	6,9293	1,8576	3,8049
40-44	2,5200	0,6212	1,3566	12,5209	3,1013	6,7601
45-49	5,4996	1,5249	3,2585	27,1251	7,5954	16,161
50-54	11,0730	2,5919	6,1237	53,8736	12,8762	30,1567
55-59	16,3499	4,4890	9,4386	78,5392	22,1961	46,1051
60-64	21,3254	5,6924	11,6641	101,2302	28,0629	56,6681
65-69	28,9914	11,4486	18,0284	135,1610	55,6500	86,2545
70-74	39,0553	21,0230	26,9428	177,9062	99,8661	126,2129
75-79	69,9244	47,7425	55,2427	297,5985	213,2588	242,6954
80-84	112,5537	111,7399	109,7971	439,1879	436,7058	430,7482
85+	196,8592	250,2659	226,3772	659,6504	769,7341	722,8143

Izvor: Kalkulacija autora

U Tabeli 4.3.12. su predstavljene tablice specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2040. godinu za 19 karakterističnih kohorti za koje su prikazane specifične stope mortaliteta i stope smrtnosti za muškarce, žene i kombinovano.

Tabela 4.3.13. Prikaz rezultata projekcije specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2050. godinu

Kohorta (x)	Specifične stope mortaliteta (m_x)			Stope smrtnosti (q_x)		
	Muškarci	Žene	Komb.	Muškarci	Žene	Komb.
0g.	0,5530	0,3411	0,3445	0,5527	0,3410	0,3444
1-4	0,0071	0,0164	0,0101	0,0282	0,0657	0,0404
5-9	0,0219	0,0281	0,0213	0,1093	0,1403	0,1064
10-14	0,0354	0,0424	0,0351	0,1771	0,2122	0,1753
15-19	0,3540	0,0399	0,1512	1,7687	0,1996	0,7557
20-24	0,6522	0,0497	0,2269	3,2555	0,2482	1,1338
25-29	0,5325	0,0562	0,2084	2,6588	0,2809	1,0417
30-34	0,6458	0,1197	0,3025	3,2240	0,5981	1,5114
35-39	1,2503	0,2809	0,6318	6,2319	1,4033	3,1538
40-44	2,3639	0,4787	1,1659	11,7501	2,3905	5,8124
45-49	5,4784	1,2868	3,0457	27,0219	6,4135	15,1136
50-54	11,6067	2,2352	5,9556	56,3968	11,1137	29,341
55-59	16,8100	3,9339	9,0961	80,6600	19,4780	44,4692
60-64	21,1613	4,6958	10,6515	100,4901	23,2067	51,8762
65-69	27,6585	9,7152	16,1803	129,3484	47,4240	77,7562
70-74	35,9609	17,9093	23,5923	164,9732	85,7091	111,3915
75-79	66,0333	43,2782	50,7703	283,3845	195,2643	225,2600
80-84	106,6644	108,8646	105,2347	421,0456	427,8726	416,5776
85+	191,4716	260,0295	228,8702	647,4413	787,9329	727,8774

Izvor: Kalkulacija autora

U Tabeli 4.3.13. su predstavljene tablice specifičnih stopa mortaliteta i stopa smrtnosti za 2050. godinu. Specifične stope mortaliteta i stope smrtnosti su prikazane za muškarce, žene i kombinovano, za svaku starosnu kategoriju.

4.3.2. Projekcija rizika mortaliteta i rizika dugovečnosti

Rizik smrtnosti je izražen kod obaveza osiguravača po polisama osiguranja za slučaj smrti. Povećanje stopa smrtnosti dovodi do toga da iznos koji osiguravač treba da plati prevazilazi obračunate tehničke rezerve. Rizik smrtnosti u režimu Solventnost II je detaljno objašnjen u odeljku 3.4.2.1 ove disertacije.

Riziku dugovečnosti izložene su obaveze osiguravača po polisama osiguranja, kod kojih osiguravajuća kompanija garantuje jednokratnu isplatu u slučaju doživljenja osiguranika. Smanjenje stopa smrtnosti dovodi do toga da iznos koji osiguravač treba da plati prevazilazi obračunate tehničke rezerve. Rizik dugovečnosti u režimu Solventnost II je detaljno objašnjen u odeljku 3.4.2.2 ove disertacije.

4.3.2.1. Ocena tehničkih rezervi

Obaveze u životnom osiguranju se pokrivaju iz tehničkih rezervi. Tehničke rezerve se obračunavaju kao najbolja ocena obaveza (engl. best estimate) uvećana za dodatnu marginu za rizik (engl. risk margin).²⁴⁸ Ova metoda određivanja tehničkih rezervi se naziva makroprudencijalna metoda. Dominantna tehnička rezerva u životnom osiguranju je matematička rezerva, tako da se sve ostale pojedinačne tehničke rezerve u ovoj vrsti osiguranja mogu zanemariti prilikom ocene tehničkih rezervi, jer sve zajedno imaju udeo oko 3%. Kao ilustracija udela matematičke rezerve u tehničkim rezervama životnih osiguranja osiguravajućih kompanija na tržištu Srbije može poslužiti Tabela 4.3.2.1.

Tabela 4.3.2.1. Tehničke rezerve u životnom osiguranju na 31.12.2021. godine

Tehnička rezerva	Iznos (u hiljadama RSD)	Učešće (%)
Matematička rezerva	116.180.117	96,9%
Prenosne premije	1.208.011	1,0%
Rezervisane štete	1.990.487	1,7%
Rezerve za unit linked	430.549	0,4%
Rezerve za bonuse i popuste	97.296	0,1%
Rezerve za neistekle rizike	12.366	0,0%
Ukupno	119.918.826	

Izvor: Narodna banka Srbije, www.nbs.rs

Najbolja ocena tehničkih rezervi se dobija tako što se prosečne vrednosti projektovanih budućih novčanih tokova koji su svedeni na neto sadašnju vrednost, ponderišu verovatnoćama njihovog

²⁴⁸ IAIS (2007). *Summary of IAIS Positions on the Valuation of Technical Provisions*. Fort Lauderdale: Solvency and Actuarial Issues Subcommittee and Insurance Contracts Subcommittee of International Association of Insurance Supervisors, p. 5.

ostvarenja. Ova ocena se formira na osnovu dostupnih informacija na datum obračuna, uz primenu odgovarajućih aktuarskih pretpostavki i metoda.

Projekcija budućih novčanih tokova obuhvata sve očekivane buduće prilive i odlive tokom trajanja osiguranja. Pošto ugovori u životnom osiguranju traju dugo, budući novčani tokovi se projektuju u daleku budućnost, često i preko 30 godina. Zato bi trebalo uključiti neizvesnost i potencijalni rizik u projekciju, što se obično radi uvođenjem margine za rizik. Margina za rizik predstavlja sadašnju vrednost budućeg zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti. Uvodi se kao dodatna mera obezbeđenja izvršavanja obaveza osiguravača koje nastaju na osnovu polisa osiguranja. Margine za rizik se mogu odrediti na bazi percentila, na bazi troškova kapitala (engl. cost of capital) i na bazi eksplicitnih pretpostavki. U obračunu tehničkih rezervi biće korišćen pristup margini za rizik na bazi eksplicitnih pretpostavki koji je najčešće prisutan u praksi. U Tabeli 3.2.1. ove disertacije prikazane su minimalne margine za rizik za pretpostavke koje je preporučilo Češko udruženje aktuara, koje će biti korišćene u daljem obračunu zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti životnog osiguranja.²⁴⁹ Npr. u modelu proizvoda osiguranja za slučaj smrti margina za rizik je dodatno uvećanje verovatnoće smrti za 10%, dok je u modelu proizvoda osiguranja za slučaj doživljenja margina za rizik dodatno smanjenje verovatnoće smrti za 10%.

4.3.2.2. Određivanje parametara za najbolju ocenu tehničkih rezervi

Potrebno je pravilno izabrati veliki broj parametara da bi model dao adekvatnu ocenu tehničkih rezervi. Posmatraju se posebno demografski, ekonomski i parametri operativnog poslovanja.

Demografski parametri

Trebalo bi da izbor vrednosti za pretpostavke u obračunu najbolje ocene tehničkih rezervi bude napravljen na osnovu iskustva konkretne osiguravajuće kompanije ili celog tržišta osiguranja ako iskustvo u kompaniji nije dovoljno relevantno. Na manjim tržištima životnog osiguranja, kao što je to slučaj u Srbiji, umesto tablica smrtnosti koje izračunavaju osiguravači, koriste se poslednje zvanično objavljene državne tablice smrtnosti na osnovu popisa stanovništva koji se obavlja na svakih deset godina. U svrhu sprovođenja prve studije kvantitativnog uticaja u Srbiji QIS1 korišćene su verovatnoće smrtnosti na bazi popisa iz 2012. godine. S obzirom da se obračun rezervi vrši na 31.12.2022. godine, predloženi parcijalni model podrazumeva korišćenje projektovane verovatnoće smrtnosti za 2022. godinu iz odeljka 4.3.1. ove disertacije u obračunu zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti i rizik dugovečnosti životnog osiguranja. Takođe, na osnovu iskustva sa štetama na srpskom tržištu osiguranja, najbolja ocena je korekcija na 80% verovatnoće smrti iz važećih Tablica mortaliteta, što će takođe biti iskorišćeno u modelu.²⁵⁰

Pored tablica smrtnosti, potrebno je odrediti i očekivane stope prekida, otkupa i kapitalizovanja ugovora o životnom osiguranju. Sve ove stope bi trebalo odrediti na osnovu iskustva konkretne osiguravajuće kompanije. One su veoma važne jer odstupanje od pretpostavljenih stopa tokom trajanja osiguranja izlaže osiguravajuću kompaniju značajnom finansijskom riziku. Realizacija većih stopa otkupa, prekida i kapitalizacije u uslovima visokih tehničkih kamatnih stopa, znači da su priznati viši iznosi tehničkih rezervi u bilansima kompanije, nego što je zaista potrebno za ispunjenje obaveza prema osiguranicima.²⁵¹ Određivanje pomenutih stopa najčešće se vrši na osnovu broja

²⁴⁹ Fialka, J. (2006). Implementation of the Liability Adequacy Test in the Czech Republic. *Paper for the International Congress of Actuaries*, Paris, pp. 7–9.

²⁵⁰ Perišić, A. (2016). Ocena adekvatnosti tehničkih rezervi u osiguranju života. *Magistarski rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 114.

²⁵¹ Kraaij, T. D. (2013). Identify and quantify mortality risk in purpose to find the best hedge for a portfolio's mortality risk. *Master thesis*. Amsterdam: University of Amsterdam.

polisa ugovarača koji su se opredelili za jednu od opcija u svakoj godini trajanja osiguranja u dovoljno dugom posmatranom periodu. U modelu će biti modelirane dve stope za konkretnu osiguravajuću kompaniju: stopa kapitalizovanja i stopa prekida i otkupa posmatranih zajedno, jer se prekid ugovora može posmatrati kao otkup kod koga je otkupna vrednost jednaka nuli. Kod vrsta osiguranja koje imaju ugovorenu opciju otkupa, na tržištu osiguranja u Srbiji, ukoliko ugovarač ne želi da nastavi osiguranje, u prve tri godine se vrši prekid ugovora, a posle tri godine ugovarač bira otkup ili kapitalizaciju polise. Kod osiguranja za slučaj smrti ugovori najčešće nemaju opcije otkupa ni kapitalizacije.

Ekonomski parametri

Najvažniji ekonomski parametri modela najbolje ocene tehničkih rezervi su kriva prinosa, diskontna stopa i očekivana stopa inflacije, pri čemu se diskontna stopa najčešće dobija na osnovu krive prinosa. S obzirom da su na srpskom tržištu životnog osiguranja dominantne polise u evrima, ostale valute neće biti razmatrane.

Za krivu prinosa u evrima se može uzeti bezrizična kriva prinosa koju objavljuje EIOPA za evro²⁵² od koje se oduzima margina kreditnog rizika Republike Srbije.²⁵³

Diskontne stope se modeliraju na osnovu krive prinosa dodavanjem margine za rizik od -0,25 procentnih poena, u skladu sa preporukom Češkog udruženja aktuara koja je prikazana u Tabeli 3.2.1.

Projektovanu stopu inflacije u evrima objavljuje Evropska centralna banka. Koristi se za dugoročno projektovanje administrativnih troškova u novčanim tokovima.

Parametri operativnog poslovanja

Troškovi sprovođenja osiguranja su detaljnije objašnjeni u odeljku 1.2.1.4. ove disertacije. Dominantni troškovi koje je potrebno modelirati u obračunu najbolje ocene tehničkih rezervi su provizije agentima prodaje i administrativni troškovi.

Modeliranje troškova provizija agentima se vrši u skladu sa provizijskom šemom osiguravajuće kompanije. Prilikom modeliranja novčanih tokova uzimaju se u obzir samo troškovi koji će se javiti nakon datuma obračuna, zbog čega se veći deo troškova provizije za većinu polisa ne koristi u modelu. U praksi se najveći deo provizije isplaćuje prilikom zaključivanja ugovora ili prilikom uplate prve rate premije, što je za većinu polisa u portfelju pre datuma obračuna tehničkih rezervi. Ostatak provizije se isplaćuje u prvih nekoliko godina trajanja osiguranja.

Administrativni troškovi se javljaju u svim godinama tokom trajanja polise. Najčešće se modeliraju tako što se uzme prosek u određenom periodu ukupnih godišnjih administrativnih troškova podeljenih sa brojem aktivnih polisa i tako se dobije trošak administracije po polisi. U modelu je važno usklađivati administrativne troškove po polisi sa projektovanom stopom inflacije.

Troškovi uprave se ne razmatraju prilikom modeliranja novčanih tokova, jer nisu u direktnoj vezi sa konkretnim portfeljom životnog osiguranja.

²⁵² www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures_en

²⁵³ International Monetary Fund. (2022). Republic of Serbia. *IMF Country Report No. 22/201*. Washington: International Monetary Fund, p. 22.

4.3.2.3. Grupisanje rizika u modelu

Prilikom ocene tehničkih rezervi i testiranja njihove adekvatnosti segmentacija ugovora o osiguranju ima veliki značaj, zbog toga što se, prema međunarodnim standardima finansijskog izveštavanja, neadekvatnost u jednom segmentu ne može kompenzovati viškom adekvatnosti u drugom segmentu, već samo unutar segmenata. S druge strane u okviru jednog segmenta određeni broj polisa sa negativnom adekvatnošću se može kompenzovati. Segmentacija se može vršiti prema najistaknutijim rizicima koje polisa pokriva, kao što su rizik smrti i doživljenja, tehničkoj kamatnoj stopi, načinu plaćanja (jednokratno ili u ratama), itd.

Nivo grupisanja podataka zavisi od vrste tehničkih rezervi. Uobičajena je praksa da se prenosna premija i matematička rezerva obračunavaju na osnovu pojedinačnih polisa, a onda grupišu u segmente prema vrstama osiguranja.²⁵⁴ Direktiva Solventnost II kao minimalni nivo segmentacije zahteva vrste osiguranja. Za obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti, direktiva ne zahteva isti nivo segmentacije za sve osiguravajuće kompanije.

U ovde predloženom parcijalnom modelu, segmentacija ugovora će biti izvršena po podeli na podvrste osiguranja iz člana 8. Zakona o osiguranju.²⁵⁵

Tabela 4.3.2.2. Premija životnog osiguranja na 31.12.2021. godine

Podvrsta osiguranja	Premija (u milionima RSD)	Učešće (%)
Osiguranje života za slučaj smrti	6.383	23,5%
Osiguranje života za slučaj doživljenja	5.740	21,2%
Osiguranje života za slučaj smrti i doživljenja	11.213	41,4%
Osiguranje života sa utvrđenim rokom isplate	681	2,5%
Osiguranje života s povratom premije	1	0,0%
Ostala osiguranja života	321	1,2%
Rentno osiguranje	511	1,9%
Dopunsko osiguranje od posledice nezgode	1.357	5,0%
Dopunsko zdravstveno osiguranje	456	1,7%
Osiguranje za slučaj venčanja i rođenja	4	0,0%
Osiguranja vezana za jedinice investicionih fondova	444	1,6%
Ukupno	27.111	100,0%

Izvor: Narodna banka Srbije, www.nbs.rs

Kao što je prikazano u Tabeli 4.3.2.2. na kraju 2021. godine, na srpskom tržištu preko 86% premije životnog osiguranja ostvareno je u tri podvrste osiguranja: osiguranju života za slučaj smrti, osiguranju života za slučaj doživljenja i osiguranju života za slučaj smrti i doživljenja.

²⁵⁴ Doganjić, J. (2014). Upravljanje finansijskim i aktuarskim rizicima formiranja i ulaganja rezervi u neživotnom osiguranju. *Doktorska disertacija*. Kragujevac: Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu, str. 92.

²⁵⁵ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21.

U Tabeli 4.3.2.3. je prikazana matematička rezerva celog portfelja tržišta osiguranja u Srbiji. Oko 95% matematičke rezerve pripada osiguranju života. Nema javno dostupnih podataka o matematičkoj rezervi po podvrstama osiguranja života, ali iz Tabele 4.3.2.2. se vidi da oko 95% premije osiguranja života dolazi iz izabrane tri vrste osiguranja za modeliranje u ovom parcijalnom modelu. Može se pretpostaviti da je sličan udeo matematičke rezerve podvrsta osiguranja života u vrsti osiguranja života kao i udeo premija, tako da se može zaključiti da model koji uključuje tri pomenute podvrste osiguranja verno reprezentuje tehničke rezerve celog portfelja tržišta, jer obuhvata preko 90% ukupne matematičke rezerve tržišta životnog osiguranja.

Tabela 4.3.2.3. Matematička rezerva tržišta životnog osiguranja u Srbiji na 31.12.2021. godine

Vrsta osiguranja	Matematička rezerva (u milionima RSD)	Učešće (%)
Osiguranje života	109.814	94,5%
Rentno osiguranje	5.842	5,0%
Dopunsko osiguranje	220	0,2%
Osiguranja vezana za jedinice investicionih fondova	0	0%
Osiguranje za venčanje i rođenje	304	0,3%
Ukupno	116.180	100,0%

Izvor: Narodna banka Srbije, www.nbs.rs

U Tabeli 4.3.2.4. prikazan je broj polisa i broj osiguranika u osiguranju života po podvrstama osiguranja u Srbiji na 31.12.2021. godine. Izabrane tri podvrste osiguranja za modeliranje imaju udeo od preko 95% u broju polisa i preko 98% u broju osiguranika portfelja osiguranja života.

Tabela 4.3.2.4. Broj polisa tržišta osiguranja života u Srbiji na 31.12.2021. godine

Podvrsta osiguranja	Broj polisa	Učešće (%)	Broj osiguranika	Učešće (%)
Osiguranje života za slučaj smrti	325.501	46,3%	1.420.516	76,5%
Osiguranje života za slučaj doživljenja	106.739	15,2%	106.739	5,7%
Osig. života za slučaj smrti i doživljenja	237.911	33,9%	296.619	16,0%
Osig. života sa utvrđenim rokom isplate	13.935	2,0%	14.154	0,8%
Osiguranje života s povratom premije	109	0,0%	109	0,0%
Ostala osiguranja života	18.296	2,6%	18.486	1,0%
Ukupno	702.491	100,0%	1.856.623	100,0%

Izvor: Narodna banka Srbije, www.nbs.rs

Konkretna osiguravajuća kompanija može imati više različitih proizvoda u okviru svake podvrste osiguranja i ocena tehničkih rezervi za svaki proizvod se pojedinačno modelira. Zatim se sve polise proizvoda zajedno posmatraju u okviru podvrste ili vrste osiguranja, u zavisnosti od toga kako je

izabrano segmentiranje u parcijalnom modelu i izračunava se najbolja ocena matematičke rezerve. Na kraju se ocenjuje adekvatnost svakog segmenta.

4.3.3. Projekcija rizika prekida ugovora životnog osiguranja

Osiguravajuće kompanije se susreću sa nizom neizvesnosti, posebno kada je reč o trenutku nastanka obaveza prema osiguranicima. Na primer, u slučaju mešovitog osiguranja za smrt ili doživljenje na period od 20 godina, kompanija može biti obavezna da izvrši isplatu već dan nakon početka osiguranja ukoliko dođe do smrti osiguranika. Takođe, postoji mogućnost isplate otkupne vrednosti nakon tri godine od početka osiguranja, ili u slučaju da osiguranik doživi kraj ugovorenog perioda, isplate osigurane sume nakon 20 godina.

Neizvesnost vezana za stopu prekida ugovora može imati značajne posledice ne samo na zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti i minimalne kapitalne zahteve, već može imati i druge važne efekte na performanse poslovanja osiguravajuće kompanije.

Prvi efekat tiče se plaćanja otkupne vrednosti. Kada se ugovor prekine, osiguravajuća kompanija isplaćuje otkupnu vrednost ugovaraču osiguranja, dok se matematička rezerva za tu polisu ukida. Ukoliko je stopa prekida manja od očekivane, kompanija može ostvariti manji prihod, što može dovesti do problema sa profitabilnošću, naročito ako je očekivana stopa prekida korišćena prilikom formiranja cene proizvoda.²⁵⁶

Drugi efekat odnosi se na pokrivanje akvizicionih troškova. U životnom osiguranju, akvizicioni troškovi mogu biti visoki, a ukoliko je stopa prekida veća od očekivane, može doći do nemogućnosti pokrivanja ovih troškova, što bi rezultiralo gubitkom za kompaniju.

Treći efekat može se javiti čak i ako se prosečna stopa prekida ugovora ponaša očekivano. Ukoliko se veći broj zdravih osiguranika odluči za prekid polise, a manje onih sa slabijim zdravljem, stopa mortaliteta u portfelju može značajno porasti, što može negativno uticati na profitabilnost.

Četvrti efekat tiče se mogućeg izostanka očekivanog budućeg profita od prekinutih polisa, što takođe može negativno uticati na profitabilnost osiguravajućih kompanija.

Peti efekat vezan je za potencijalno ugrožavanje likvidnosti zbog neočekivane masovne isplate otkupne vrednosti po prekinutim polisama.

Formiranje matematičke rezerve, iz koje se isplaćuju obaveze prema osiguranicima, zahteva različite pretpostavke o smrtnosti, tehničkoj kamatnoj stopi, itd.²⁵⁷ Šesti efekat rasta stope prekida je uticaj na novčane tokove, a time i na solventnost kompanije, jer dovoljnost matematičke rezerve direktno utiče na solventnost.

Sedmi efekat se odnosi na ročnu neusklađenost imovine i obaveza. Ukoliko dođe do prekida standardnih višegodišnjih štednih ugovora, mora doći i do prilagođavanja imovine, što može uzrokovati dodatne troškove.

²⁵⁶ Gatzert, N., Schmeiser, H. (2008). Assessing the Risk Potential of Premium Payment Option in Participating Life Insurance Contracts. *Journal of Risk and Insurance*, 75(3), pp. 691-712.

²⁵⁷ Kočović, J. i dr. (2015). Aktuarski efekti prevremenog raskida ugovora o osiguranju života. In: *42nd International Symposium on Operations Research, SYM-OP-IS 2015*, str. 77-84.

Osmi efekat je reputacioni rizik za osiguravajuću kompaniju. Neki agenti mogu dati zbunjujuće ili netačne informacije o posledicama prekida ugovora, što je u suprotnosti sa članovima 82. i 83. Zakona o osiguranju²⁵⁸ i može oštetiti reputaciju kompanije i rezultirati kaznama od strane nadzornih organa.

Deveti, poslednji efekat, odnosi se na vrednost portfelja kompanije (engl. embedded value). Povećanje stope prekida može dovesti do smanjenja novčanih tokova koji potiču od budućih premija.²⁵⁹

Uzimajući u obzir sve ove efekte, od ključne je važnosti što preciznije predvideti stopu prekida ugovora. Fluktuacija stope prekida, zavisno od raznih faktora, može pozitivno ili negativno uticati na profitabilnost kompanije.

4.3.3.1. Faktori koji utiču na stopu prekida

Stopa prekida ugovora o osiguranju može biti uslovljena mnoštvom različitih faktora, koji mogu biti i racionalni i iracionalni, u zavisnosti od situacije.²⁶⁰

Racionalno ponašanje može biti utemeljeno na kretanjima na finansijskom tržištu i makroekonomskim parametrima zemlje, kao što su inflacija, valutni kurs, berzanski indeksi, kupovna moć građana, stopa nezaposlenosti, itd. Iracionalno ponašanje, s druge strane, može uključivati prekide ugovora o osiguranju radi kupovine automobila od ušteđenih sredstava.

Vrsta osiguranja i karakteristike proizvoda takođe mogu značajno uticati na stopu prekida. Karakteristike proizvoda mogu uključivati trajanje ugovora, preostalo vreme do završetka ugovora, visinu premije i osigurane sume, frekvenciju plaćanja premija, fazu rentnog ugovora, kazneno umanjenje matematičke rezerve u slučaju otkupa, način pripisivanja negarantovane dobiti, prinose fonda u bliskoj prošlosti kod unit linked proizvoda, strukturu provizija agenata, itd.²⁶¹

Demografski faktori, kao što su starost, pol, geografska lokacija (koja može biti indikator nivoa prihoda), bračni status i promena bračnog statusa, takođe mogu biti uzeti u obzir prilikom analize stope prekida ugovora.

Neke osobe mogu posmatrati ugovor o životnom osiguranju kao vid štednje za slučaj nepredviđenih okolnosti, dok druge mogu prekinuti ugovor u slučaju rasta kamatnih stopa na finansijskom tržištu, kako bi prešle na profitabilnije investicije.

Nepredviđeni događaji, kao što su promene u poreskoj politici, promene u vlasništvu ili reputaciji osiguravajuće kompanije, mogu uticati na stopu prekida.

Važno je napomenuti da na odluku o prekidu ugovora često utiče kombinacija više različitih faktora, a neki od tih faktora mogu imati gotovo savršenu korelaciju.

²⁵⁸ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21.

²⁵⁹ Eling, M. et al. (2013). What Policy Features Determine Life Insurance Lapse? An Analysis of the German Market. *The Journal of Risk and Insurance* 81(2), pp. 241-269.

²⁶⁰ Cerchiara, R.R. et al. (2008). Generalized linear models in life insurance: Decrements and risk factor analysis under Solvency II. *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari* 72, pp. 100-122.

²⁶¹ Michorius, C. (2011). Modeling Lapse Rates – Investigating the Variables that Drive Lapse Rates. *Master Thesis*. Enschede: Faculty of Management and Governance, University of Twente.

Sve ove faktore treba uzeti u obzir prilikom modeliranja stope prekida. Analiza podataka dostupnih iz osiguravajuće kompanije, uključujući analizu zavisnosti stope prekida od svake pojedinačne nezavisne promenljive i proučavanje korelacije između nezavisnih promenljivih, može biti korisna u tom procesu.

4.3.3.2. Prediktivni model za stopu prekida ugovora

Prediktivni model može biti predstavljen kao određeni algoritam, čijom se primenom na skup podataka, može razumeti ponašanje zavisne promenljive i međusobne veze objašnjavajućih promenljivih. U odnosu na tradicionalne modele, prediktivni modeli analiziraju više rizika i uzimaju u obzir korelaciju između rizika.²⁶² Najjednostavniji su jednofaktorski modeli, kod kojih je često objašnjavajuća promenljiva prosečna tehnička kamatna stopa na tržištu osiguranja. Pomenuta promenljiva je izabrana iz razloga što ugovarači obično poredi tehničke kamatne stope kod sličnih proizvoda različitih osiguravajućih kompanija na tržištu.

Primer jednofaktorskog prediktivnog modela, koji može biti korišćen za određivanje stope prekida ugovora životnog osiguranja je sledeći eksponencijalni model:

$$Y = a + b * e^{\frac{m * i}{i_M}}, \quad (4.3.3.1)$$

gde su:

- Y - mesečna stopa prekida ugovora,
- a, b, m – koeficijenti (parametri modela),
- i – tehnička kamatna stopa posmatranog proizvoda,
- i_M – prosečna tehnička kamatna stopa sličnih proizvoda na tržištu.

Jednofaktorski modeli obezbeđuju samo grubu aproksimaciju, te se zbog toga uvode višefaktorski modeli koji preciznije modeliraju posmatranu promenljivu.

4.3.3.3. Generalizovani linearni model (GLM)

Generalizovani linearni model je zapravo klasa modela koja je formulisana od strane Neldera i Wedderburna 1972. godine.²⁶³ On proširuje koncept običnih linearnih modela tako što dopušta da zavisna promenljiva koja se modelira ima bilo koju distribuciju iz eksponencijalne familije, a ne samo normalnu distribuciju.

U običnom linearnom modelu, očekivanje zavisne promenljive se predstavlja kao linearna funkcija nezavisnih promenljivih. U generalizovanom linearnom modelu, koristi se link funkcija da bi se povezala očekivana vrednost zavisne promenljive i linearna kombinacija nezavisnih promenljivih. Ova link funkcija omogućava mnogo veću fleksibilnost u modeliranju.

Može se koristiti GLM model za modeliranje verovatnoće prekida kao binarne varijable (prekinut ugovor ili nije prekinut). Pošto je ova varijabla binarna, može se koristiti logistička regresija koja je specijalan slučaj GLM-a.

²⁶² Briere-Giroux, G., Huet, J. F., Spaul, R., Staudt, A., Weinsier, D. (2010). *Predictive modeling for life insurers*. Tower Watson. www.soa.org

²⁶³ Nelder, J. (1972). Generalized linear models. *Journal of the Royal Statistical Society A* 135, pp. 370–384.

U logističkoj regresiji, link funkcija je logit funkcija, koja transformiše verovatnoću (koja je u intervalu između 0 i 1) u neograničen opseg na stvarnoj liniji, što omogućava modeliranje pomoću linearnih tehnika.

Kada se logistička regresija koristi za modeliranje stope prekida ugovora, objašnjavajuće promenljive mogu biti razne karakteristike proizvoda, kao što su trajanje ugovora, visina premije, frekvencija plaćanja premija, itd, kao i demografske informacije o ugovaraču, kao što su starost, pol, geografska lokacija, bračni status, i sl.

Kroz korišćenje ovog modela, osiguravajuće kompanije mogu bolje da razumeju faktore koji utiču na odluku ugovarača da prekine ugovor, što može biti vrlo korisno za upravljanje rizikom i strateško planiranje.

U GLM modelu ne postoji linearnost zavisne i objašnjavajućih promenljivih, već je neka funkcija od $E(Y)$ linearno povezana sa objašnjavajućim promenljivim.

GLM model se sastoji iz 3 elementa:

- 1) Slučajni – to je zavisna promenljiva $Y \sim F$, čija je raspodela verovatnoće F iz eksponencijalne familije raspodela. U ovoj disertaciji, Y predstavlja stopu prekida;
- 2) Sistematski – predstavlja linearnu kombinaciju objašnjavajućih promenljivih. Linearni prediktor $X\beta$ je zapravo proizvod vektora eksplanatornih promenljivih X i odgovarajućeg vektora koeficijenata β . Broj objašnjavajućih promenljivih se obeležava sa K , dok je N broj opservacija;
- 3) Veza (engl. link) između slučajne i sistematske komponente, ili drugim rečima veza između prosečne vrednosti slučajne komponente Y , koja se obeležava sa μ i sistematske komponente:

$$\mu = E[Y] = g^{-1}(\mu) = g^{-1}(X\beta + \varepsilon), \quad (4.3.3.2)$$

gde su:

- $g(\mu) = X\beta + \varepsilon$ - link funkcija,
- ε - slučajna greška.

Programski jezik R je jedan od najpopularnijih alata za statističku analizu i modeliranje podataka. To je besplatan softver otvorenog koda koji ima snažnu podršku za rad sa generalizovanim linearnim modelima. Programski jezik R nudi funkciju $glm()$ koja se koristi za prilagođavanje generalizovanih linearnih modela. Ova funkcija omogućava korisnicima da specificiraju distribuciju i link funkciju za njihove podatke, što omogućava veliku fleksibilnost u modeliranju. Sintaksa funkcije je:

$glm(formula, family = binomial(link=logit) data, weights, subset, na.action, ...)$

Pored ovog programskog jezika, postoji još nekoliko popularnih softverskih paketa koji podržavaju GLM modeliranje, uključujući Python (paket Statsmodels), SAS, SPSS, Stata i drugi. Izbor softvera često zavisi od ličnih preferencija, kao i od specifičnih zahteva projekta.

Tabela 4.3.3.1. Važnije raspodele i odgovarajuće link funkcije u GLM modelu

Raspodela	Link funkcija	
Normalna	Funkcija identiteta:	$g(\mu) = \mu$
Binomna	Logit:	$g(\mu) = \log\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)$
	Probit:	$g(\mu) = \Phi^{-1}(\mu)$ Φ^{-1} je inverzna funkcija od funkcije standardizovane normalne raspodele
Poasonova	Logaritam:	$g(\mu) = \log(\mu)$

Izvor: Basrak B. (2016). *Financijski praktikum: Generalizirani linearni modeli*. Zagreb: Prirodno matematički fakultet.

Parametrom *family* se istovremeno bira i raspodela i link funkcija. U Tabeli 4.3.3.1. su prikazane najčešće korišćene link funkcije.

Ukoliko se želi modelirati zavisna promenljiva Y binomnom raspodelom, potrebno je odrediti verovatnoću $\mu = P(Y=1) = E[Y]$ kao funkciju objašnjavajućih promenljivih X . Izborom *logit* funkcije, važi sledeća relacija:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_r x_r = \log\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right). \quad (4.3.3.3)$$

Količnik $\frac{\mu}{1-\mu}$ se naziva „odnos šansi“ (engl. odds ratio). Iz prethodne relacije se dobija tražena verovatnoća:²⁶⁴

$$\mu = \frac{e^\eta}{1+e^\eta}. \quad (4.3.3.4)$$

Parametri β_i se ocenjuju metodom ocene maksimalne verodostojnosti koja se naziva i MLE metoda (skraćeno od engl. Maximum Likelihood Estimation). Npr. ako je model oblika $\log\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right) = \beta_0 + \beta_1 x$ onda parametar β_1 pokazuje sledeće: ako se x poveća za jednu svoju jedinicu, onda se odnos šansi $\frac{\mu}{1-\mu}$ promeni za e^{β_1} , odnosno ako je $\beta_1 > 0$, poveća se e^{β_1} puta. Logit analiza je manje osetljiva na narušenost pretpostavki u odnosu na ostale tehnike tako da nije neophodno da budu ispunjene pretpostavke o normalnosti i homoskedastičnosti. Model je osetljiv na multikolinearnost, autokorelaciju i prisustvo većeg broja vrednosti koje odstupaju od očekivanog ponašanja, što treba proveriti u procesu modeliranja. Iako različiti, logit i probit modeli daju slične rezultate, ali se ipak u praksi pokazalo da logit model daje za nijansu tačnije procene.²⁶⁵

Na osnovu racija verodostojnosti može se proceniti adekvatnost modela. Testiranje se može izvršiti poređenjem funkcija maksimalne verodostojnosti testiranog modela i nultog modela.²⁶⁶ Nulta

²⁶⁴ Basrak B. (2016). *Financijski praktikum: Generalizirani linearni modeli*. Zagreb: Prirodno matematički fakultet.

²⁶⁵ Anderson, C. (2019). *Introduction to Generalized Linear Models (GLMs)*. Champaign: Department of Educational Psychology University of Illinois.

²⁶⁶ Pavlović, N. (2015). Mogućnosti primene multivarijacione analize na kategorijalne podatke. *Master teza*. Novi Sad: Centar za primenenu statistiku Univerziteta u Novom Sadu, str. 5.

hipoteza tvrdi da nema razlike između pomenute dve funkcije verodostojnosti. Eventualno odbacivanje nulte hipoteze upućuje na adekvatnost modela. Intervali poverenja parametara se mogu dobiti Wald-ovim testom.

4.3.3.4. Korišćeni podaci

Analizirani su podaci sa srpskog tržišta osiguranja o polisama koje su zaključene i prekinute u periodu od početka 2006. do kraja 2022. godine. Dostupni su bili odgovarajući podaci za svaku polisu zaključenu u navedenom periodu, kao što je prikazano u Tabeli 4.3.3.2.

Tabela 4.3.3.2. Primer analiziranih podataka pojedinačne polise i izvedenih parametara čiji uticaj na stopu prekida može biti analiziran

R. br.	Podatak	Primer vrednosti	Izvedeni parametar za analizu
1.	Vrsta osiguranja	Mešovito osiguranje	Vrsta osiguranja
2.	Datum početka osiguranja	1.4.2003.	Broj proteklih godina t od početka osiguranja
3.	Datum isteka osiguranja	1.4.2023.	Trajanje ugovora
4.	Datum prekida ugovora	3.7.2017.	-
5.	Premija	1.000 EUR	Veličina premije
6.	Način plaćanja premije	Godišnje	Frekvencija plaćanja
7.	Osigurana suma	21.533 EUR	Veličina osigurane sume
8.	Dodatna pokrića	Smrt usled nezgode	Dodatna pokrića
9.	Kanal prodaje	Interna prodaja	Kanal prodaje
10.	Dopunsko osiguranje	Da	Dopunsko osiguranje
11.	Status polise	Aktivna	-
12.	Pristupna starost osiguranika	42 godine	Starost osiguranika
13.	Pol osiguranika	Muški	Pol osiguranika

Izvor: Autorovo istraživanje

Tabela 4.3.3.3. Stopa prekida

Godina	Stopa prekida	Godina	Stopa prekida
2006	12,46%	2015	13,14%
2007	15,25%	2016	12,04%
2008	17,20%	2017	15,09%
2009	22,53%	2018	10,37%
2010	18,86%	2019	10,46%
2011	15,74%	2020	8,80%
2012	13,43%	2021	9,18%
2013	16,48%	2022	8,93%
2014	15,60%		

Izvor: Kalkulacija autora

Obrađeni su podaci konkretne osiguravajuće kompanije, čije je struktura prikazana u Tabeli 4.3.3.2, u programskom paketu Microsoft Access. Dobijeni su podaci vremenske serije stopa prekida po godinama, kako je prikazano u Tabeli 4.3.3.3. S obzirom da vrednost stope prekida fluktuirala kroz posmatrani vremenski period, odnosno nema izraženi trend, pretpostavljeno je da vremenska serija ne sadrži komponentu vremenskog trenda.

Postupak testiranja stacionarnosti vremenske serije sastoji se od primene Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin (KPSS) i Dickey-Fuller (DF) testa. Prvi korak je korišćenje KPSS testa. Ako nulta hipoteza ovog testa, koja podrazumeva da vremenska serija ne sadrži jedinični koren, ne može biti odbačena, tada se primenjuje Dickey-Fuller test.

Dickey-Fuller test ima suprotnu nultu hipotezu - da vremenska serija sadrži jedinični koren, odnosno da vremenska serija nije stacionarna. Ako se ova nulta hipoteza odbaci, tada se vremenska serija može smatrati stacionarnom.

Primena ovih testova na stopu prekida ugovora je izvršena u programskom jeziku R komandama: *kpss.test()* i *adf.test()*. Korišćene su sledeće kritične vrednosti za nivo značajnosti 5% (KPSS: 0,463, DF: -2,862). Testovi su dali sledeće rezultate: *KPSS Level* = 0,42623, *Dickey-Fuller* = -2,8711. KPSS test nije mogao da odbaci nultu hipotezu, što znači da nisu pronađeni dokazi da serija nije stacionarna. Dalje, Dickey-Fuller test je odbacio nultu hipotezu, što ukazuje na to da serija ne sadrži jedinični koren. Zaključak kombinovane primene ovih testova je da vremenska serija stopa prekida ugovora može biti tretirana kao stacionarna.

Tabela 4.3.3.4. Zvanični statistički podaci o makroekonomskim pokazateljima

God.	Rast BDP	Rast potrošačkih cena	Rast pros. neto zarade u EUR	Stopa nezaposlenosti ²⁶⁷	Rast indeksa Belex-Line ²⁶⁸	Ref. kam. stopa NBS ²⁶⁹	Rast premije neživot. osig.	Rast premije životnog osig.	Rast ukupne premije osig. u EUR
2006	4,9%	6,6%	23%	20,9%	36,0%	14,0%	7,5%	19,6%	8,6%
2007	6,4%	11,0%	35%	18,1%	44,1%	10,0%	22,4%	28,9%	23,1%
2008	5,7%	8,6%	16%	13,6%	-68,7%	17,8%	13,0%	26,2%	14,4%
2009	-2,7%	6,6%	-16%	16,1%	9,5%	9,5%	-13,5%	8,7%	-10,8%
2010	0,7%	10,3%	-2%	20,9%	-2,2%	11,5%	-5,8%	8,5%	-3,7%
2011	2,0%	7,0%	12%	24,9%	-23,8%	9,8%	1,3%	7,5%	2,3%
2012	-0,7%	12,2%	-2%	25,9%	2,9%	11,2%	-5,5%	7,2%	-3,3%
2013	2,9%	2,2%	6%	24,0%	9,9%	9,5%	0,8%	17,6%	4,1%
2014	-1,6%	1,7%	-2%	20,6%	21,7%	8,0%	3,0%	10,2%	4,6%
2015	1,8%	1,5%	-3%	18,9%	2,7%	4,5%	11,9%	17,8%	13,3%
2016	3,3%	1,6%	2%	16,4%	13,7%	4,0%	5,2%	16,8%	8,0%
2017	2,1%	3,0%	3%	14,5%	5,9%	3,5%	8,1%	-0,2%	6,0%
2018	4,5%	2,0%	-1%	13,7%	0,2%	3,0%	11,1%	7,3%	10,2%
2019	4,3%	1,9%	14%	11,2%	5,2%	2,2%	8,5%	5,7%	7,9%
2020	-0,9%	1,3%	11%	9,7%	-6,6%	1,0%	1,9%	4,6%	2,5%
2021	7,5%	7,9%	13%	11,0%	9,6%	1,0%	10,2%	3,6%	8,6%
2022	2,3%	15,1%	13%	9,4%	0,5%	5,0%	14,1%	6,0%	12,3%

Izvor: Ministarstvo finansija Republike Srbije²⁷⁰, Republički zavod za statistiku²⁷¹, Narodna banka Srbije²⁷² i Beogradska berza a.d.²⁷³

Za kandidate za objašnjavajuće promenljive su izabrani parametri koji su drugi autori koristili u svojim analizama, kao i parametri za koje je autor pretpostavio da bi mogli da imaju uticaj na stopu prekida ugovora. Korišćeni su zvanični statistički podaci iz Republičkog zavoda za statistiku, Ministarstva finansija Republike Srbije, Narodne banke Srbije i Beogradske berze: bruto domaći proizvod, referentna kamatna stopa, prosečne zarade, berzanski indeks BelexLine, stopa inflacije,

²⁶⁷ Stopa nezaposlenosti je usklađena sa metodologijom ILO od 2004. godine, a sa metodologijom koju je donela EU 2021. godine je retroaktivno usklađena od 2010. godine.

²⁶⁸ Berzanski indeks BELEXfm, koji je kasnije transformisan u BELEXLine, formiran je u decembru 2004. godine.

²⁶⁹ Referentnu stopu Narodna banka Srbije objavljuje od 2006. godine.

²⁷⁰ www.mfin.gov.rs/UserFiles/File/tabele/maj/Tabela%201%20Osnovni%20indikator%20makro%20ekonomskih%20kretanja.pdf

²⁷¹ www.stat.gov.rs

²⁷² www.nbs.rs/export/sites/default/internet/latinica/80/osnovni_makroekonomski_indikator.xls

²⁷³ www.belex.rs/trgovanje/izvestaj/godisnji

stopa nezaposlenosti, premije životnog i neživotnog osiguranja, itd. kao što je prikazano u Tabeli 4.3.3.4. Analiza zavisnosti stope prekida od prediktora iz okruženja je izvršena za period od 2006. do 2022. godine.

Podaci su obrađeni u programskom paketu *R*, koji sadrži sve potrebne alate za prediktivnu analizu i MS Excelu.

4.3.3.5. Rezultati zavisnosti stope prekida od pojedinačnih faktora

U Tabeli 4.3.3.5 su prikazani maksimalni koeficijenti korelacije između objašnjavajućih promenljivih i stope prekida ugovora, izračunati korišćenjem funkcije za korelaciju (engl. Cross Correlation Function) *ccf()* u programskom jeziku *R*.

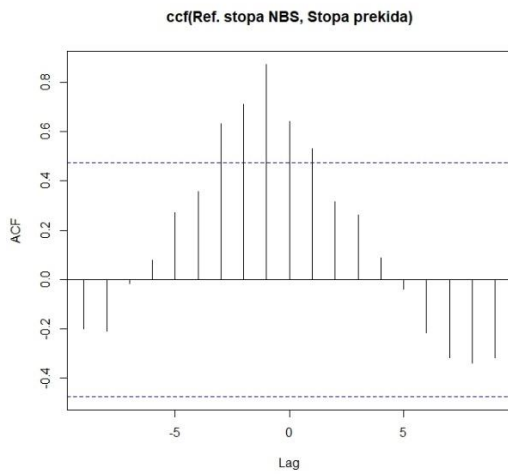
Tabela 4.3.3.5. Maksimalni koeficijenti korelacije između prediktora iz okruženja i stope prekida

R. br.	Analizirani parametar	Maksimalni koeficijenti korelacije	Kašnjenje
1.	Rast BDP	-0.4052451	1
2.	Rast potrošačkih cena	0.6121241	-2
3.	Rast prosečne neto zarade u EUR	0.5010797	-3
4.	Stopa nezaposlenosti	0.7146011	2
5.	Rast berzanskog indeksa BELEXline	-0.2673650	-1
6.	Referentna kamatna stopa NBS	0.8729300	-1
7.	Rast premije neživotnog osiguranja u EUR	-0.5190089	0
8.	Rast premije životnog osiguranja u EUR	0.6839310	-2
9.	Rast ukupne premije osiguranja u EUR	-0.4496915	1

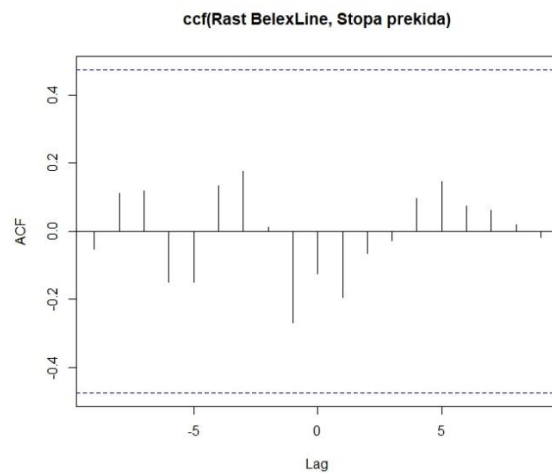
Izvor: Kalkulacija autora

Iz Tabele 4.3.3.5. može se zaključiti da zavisna promenljiva stopa prekida ima pojedinačno najjaču vezu, tj. pozitivnu korelaciju sa objašnjavajućim promenljivim referentnom kamatnom stopom NBS (koeficijent korelacije 0,87), stopom nezaposlenosti (0,71), rastom premije životnog osiguranja (0,68) i rastom potrošačkih cena (0,61), što znači da su navedene četiri objašnjavajuće promenljive kandidati za korišćenje u modeliranju stope prekida.

a) korelacije referentne kamatne stope NBS i stope prekida



b) korelacije rasta indeksa BelexLine i stope prekida



Slika 4.3.3.1. Korelacije prediktora iz okruženja sa stopom prekida

Izvor: Kalkulacija autora

Na Slici 4.3.3.1. grafički su prikazane korelacije između referentne kamatne stope NBS i stope prekida koje imaju najjaču korelaciju (najviša apsolutna vrednost koeficijenta iz Tabele 4.3.3.5.) i između stope rasta indeksa BelexLine i stope prekida koje imaju najslabiju korelaciju (najniža apsolutna vrednost koeficijenta iz Tabele 4.3.3.5.).

Funkcija $ccf()$ u programskom jeziku R , izračunava i međusobne korelacije svih prediktora, kao što je prikazano u Tabeli 4.3.3.6. Za model se biraju 2 od 4 objašnjavajuće promenljive koje imaju najjače veze sa zavisnom promenljivom stopa prekida ugovora, ali međusobno imaju najslabije veze.

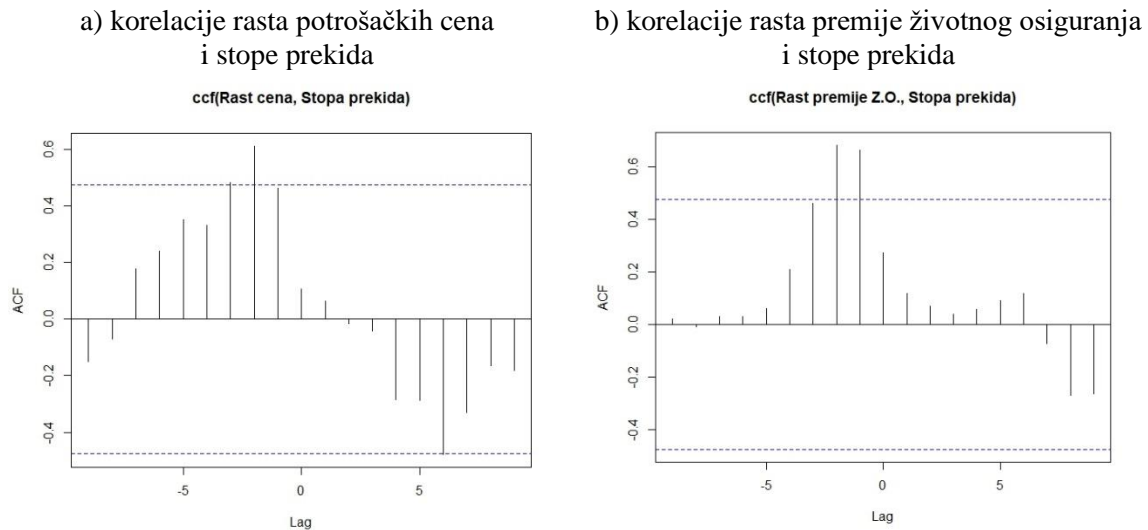
Tabela 4.3.3.6: Maksimalni koeficijenti korelacije između prediktora

	Rast BDP	Rast potr. cena	Rast pros. neto zarade u EUR	Stopa nezaposlenosti	Rast indeksa Belex-Line	Ref. kamatna stopa NBS	Rast premije neživotnog osig.	Rast premije životnog osig.	Rast ukupne premije osig. u EUR
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
(1)	1	0,53 (4)	0,71 (0)	-0,50 (1)	0,54 (-1)	0,37 (6)	0,76 (0)	0,40 (8)	0,75 (0)
(2)	0,53 (-4)	1	0,41 (-5)	0,59 (3)	0,37 (-5)	0,63 (1)	0,51 (-4)	0,32 (1)	0,46 (-4)
(3)	0,71 (0)	0,41 (5)	1	0,54 (5)	0,60 (-1)	0,42 (6)	0,72 (0)	-0,45 (-2)	0,73 (0)
(4)	-0,50 (-1)	0,59 (-3)	0,54 (-5)	1	-0,31 (-3)	0,66 (-3)	-0,60 (-1)	0,46 (-5)	-0,54 (-1)
(5)	0,54 (1)	0,37 (5)	0,60 (1)	-0,31 (3)	1	-0,26 (0)	0,78 (1)	0,48 (1)	0,81 (1)
(6)	0,37 (-6)	0,63 (-1)	0,42 (-6)	0,66 (3)	-0,26 (0)	1	-0,45 (3)	0,61 (0)	-0,38 (3)
(7)	0,76 (0)	0,51 (4)	0,72 (0)	-0,60 (1)	0,78 (-1)	-0,45 (-3)	1	0,50 (8)	0,98 (0)
(8)	0,40 (-8)	0,32 (-1)	-0,45 (2)	0,46 (5)	0,48 (-1)	0,61 (0)	0,50 (-8)	1	0,54 (0)
(9)	0,75 (0)	0,46 (4)	0,73 (0)	-0,54 (1)	0,81 (-1)	-0,38 (-3)	0,98 (0)	0,54 (0)	1

Napomena: U zagradi su data kašnjenja prediktora po kolonama u odnosu na prediktore po redovima.

Izvor: Kalkulacija autora

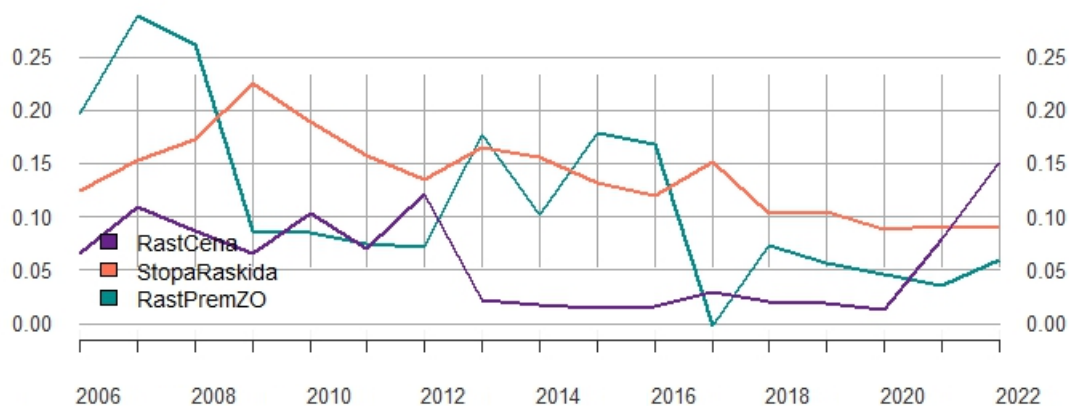
Iz Tabele 4.3.3.6. se vidi da su najbolji kandidati od četiri objašnjavajuće promenljive: referentna kamatna stopa NBS, stopa nezaposlenosti, rast premije životnog osiguranja i rast potrošačkih cena; dve promenljive: rast potrošačkih cena i rast premije životnog osiguranja, pošto je njihov koeficijent korelacije najmanji od svih koeficijenata korelacije između četiri promenljive i iznosi 0,3234283 uz međusobno kašnjenje od dve vremenske jedinice.



Slika 4.3.3.2. Korelacije prediktora iz okruženja koji su izabrani za modeliranje stope prekida

Izvor: Kalkulacija autora

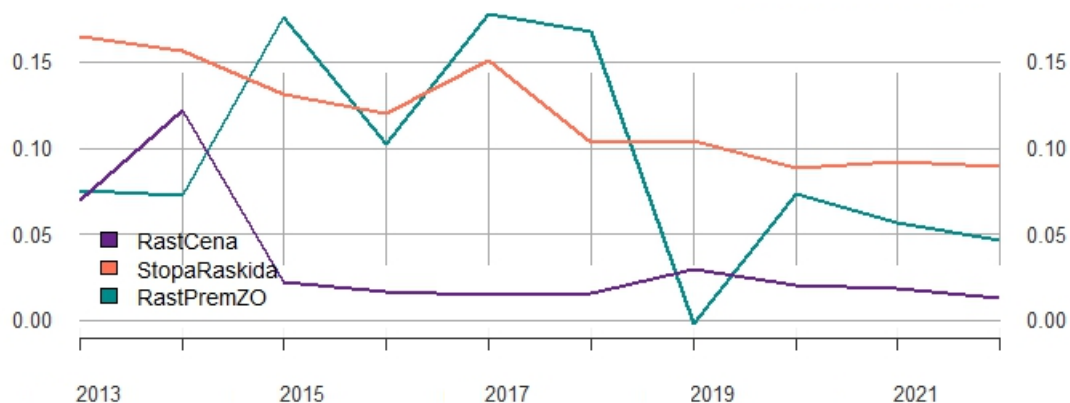
Korelacije objašnjavajućih promenljivih rast cena i rast premije životnog osiguranja sa zavisnom promenljivom, stopom raskida, prikazane su na Slici 4.3.3.2. To su 2 od 4 promenljive koje imaju najjaču korelaciju sa stopom prekida ugovora, ali najmanju međusobnu korelaciju.



Slika 4.3.3.3. Vremenske serije zavisne i dve objašnjavajuće promenljive bez kašnjenja

Izvor: Kalkulacija autora

Na Slici 4.3.3.3. su prikazane zavisna i dve objašnjavajuće promenljive bez kašnjenja. Kašnjenje je važno, jer se bez uvođenja kašnjenja vremenskih serija ne mogu modelirati odgovarajuće zavisnosti. Na ovoj slici se ne vidi međusobna zavisnost nijedne od objašnjavajućih promenljivih sa stopom prekida ugovora.



Slika 4.3.3.4. Vremenske serije zavisne i dve objašnjavajuće promenljive sa odgovarajućim kašnjenjem objašnjavajućih promenljivih

Izvor: Kalkulacija autora

Uvođenjem kašnjenja od dve godine, kao što je funkcija za korelaciju $ccf()$ odredila, i za rast potrošačkih cena i za rast premije životnog osiguranja, povezanost zavisne i objašnjavajućih promenljivih postaje vidljiva na Slici 4.3.3.4.

4.3.3.6. Model

Prilikom odabira odgovarajućeg modela za analizu podataka, istraživači mogu koristiti različite alate i metode. Mnogi softverski paketi mogu automatski predložiti modele prilagođene dostupnim podacima kroz proces koji se naziva iterativno fitovanje modela. Međutim, iako je ovo dobar početak, predložene modele treba pažljivo proveriti i, ako je potrebno, prilagoditi.

Postoje različite metode za ocenjivanje prikladnosti modela:

- Analiza p -vrednosti - ovom metodom se procenjuje značajnost svake varijable u modelu. To se postiže upoređivanjem značajnosti celokupnog modela sa značajnošću modela bez određene varijable;
- Podelom uzorka - model se formira koristeći, na primer, 70% slučajno izabranih uzoraka, a zatim se validira na preostalih 30% uzoraka. Nakon validacije, model se može prilagoditi ili "refitovati" na osnovu rezultata;
- Kriterijumi AIC ili BIC - ovo su statistički testovi koji se mogu koristiti za ocenjivanje kvaliteta statističkog modela. Kriterijumi kao što su Akaikeov informacijski kriterijum (AIC) ili Bajesov informacijski kriterijum (BIC) već su opisani ranije u kontekstu modeliranja rizika smrtnosti.

Ove metode mogu pružiti sveobuhvatnu procenu modela, omogućavajući istraživačima da odaberu najprikladniji model za svoje podatke.

Izabran je generalizovani linearni model sa normalnom raspodelom i funkcijom identiteta za link funkciju koja je prikazana u Tabeli 4.3.3.1. u kojoj se mogu naći važnije raspodele i odgovarajuće link funkcije u GLM modelu.

Tabela 4.3.3.7. Generalizovani linearni model

Koeficijenti uz promenljivu	Kašnjenje	Vrednost koeficijenta	Greška	t-vrednost	Nivo značajnosti Pr(> t)
Bez promenljive	0	0,07514	0,01461	5,145	0,00133
Rast cena	2	0,63393	0,18786	3,374	0,01185
Rast premije ŽO	2	0,24453	0,10796	2,265	0,05791

Izvor: Kalkulacija autora

Na osnovu ulaznih podataka i ispunjenosti navedenih pretpostavki, pozivanjem funkcije *glm()* programskog jezika *R*, dobijen je rezultat koji je prikazan u Tabeli 4.3.3.7. Korišćenjem koeficijenata iz rezultata prikazanog u ovoj tabeli, može se prikazati model stope prekida u zavisnosti od rasta potrošačkih cena i rasta premije životnog osiguranja:

$$\hat{Y}(t) = 0,07514 + 0,63393 * Rast\ cena(t - 2) + 0,24453 * Rast\ prem.\ \check{Z}O(t - 2). \quad (4.3.3.5.)$$

Pokazatelj kvaliteta ocenjenog modela je koeficijent pseudo R^2 . Dobija se komandom *pseudoR2()* u programskom jeziku *R*. Cox Snell pseudo R^2 koeficijent za ovaj model iznosi 0,6624465 i ima prilično visoku vrednost, što pokazuje da je model adekvatan.

Posle formiranja modela potrebno je proveriti da li podaci ispunjavaju pretpostavke GLM modela.²⁷⁴

Pretpostavka br. 1: U seriji ne postoje ekstremne vrednosti.

Pretpostavka br. 2: Zavisna i objašnjavajuće promenljive su linerano povezane što se uočava na osnovu Slike 4.3.3.4.

Pretpostavka br. 3: Opservacije su međusobno nezavisne, što znači da nema autokorelacije.

Tabela 4.3.3.8. Rezultat testiranja autokorelacije Ljung-Box testom

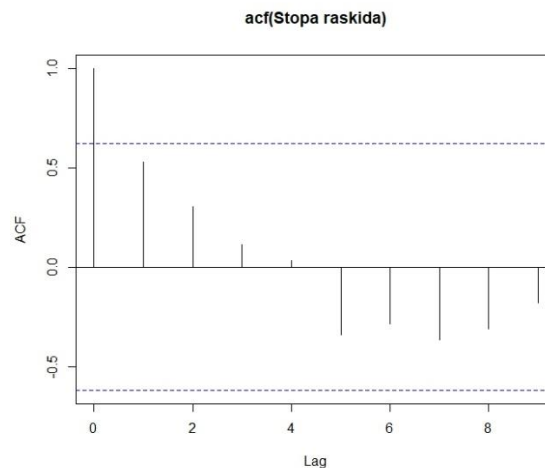
Test	χ^2 statistika	Stepeni slobode	p-vrednost
Ljung-Box	3,7344	1	0,0533

Izvor: Kalkulacija autora

Autokorelacija je testirana Ljung-Box-ovim testom²⁷⁵ u programskom jeziku *R* komandom *box.test()* i rezultat je prikazan u Tabeli 4.3.3.8. Dobijena *p*-vrednost je 0,0533. Pošto je *p*-vrednost veća od 0,05 donosi se odluka da nulta hipoteza o odsustvu autokorelacije ne može biti odbačena na nivou značajnosti od 5%.

²⁷⁴ Janković, D. (2014). Regresija – Linearni modeli. *Seminarski rad*. Beograd: Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu.

²⁷⁵ Ljung, G., Box, G. (1978). On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika Vol. 65*, pp. 297-303.



Slika 4.3.3.5. Autokorelacija zavisne promenljive stopa prekida

Izvor: Kalkulacija autora

Na osnovu Slike 4.3.3.5, na kojoj je prikazana autokorelacija zavisne promenljive stopa prekida, može se potvrditi da nema korelacije između elemenata vremenske serije zavisne promenljive.

Pretpostavka br. 4: Nema multikolinearnosti, odnosno da nema jake korelacije između objašnjavajućih promenljivih.

Tabela 4.3.3.9. VIF faktori

Promenljiva	Kašnjenje	VIF faktor
Rast cena	2	1,055305
Rast premije ŽO	2	1,055305

Izvor: Kalkulacija autora

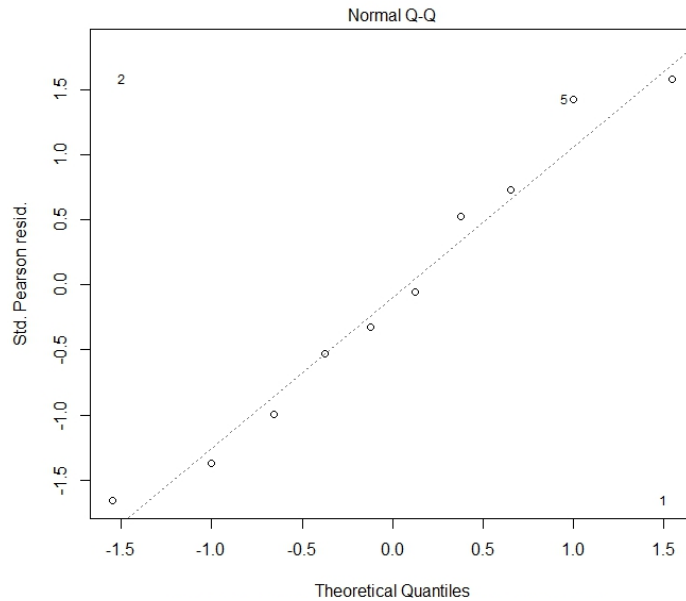
Postojanje multikolinearnosti može se proveriti pomoću VIF faktora (skraćeno od engl. Variance Inflation Factor), koji meri stepen uvećanja varijanse regresione promenljive zbog multikolinearnosti.²⁷⁶ Ukoliko je VIF jednak jedinici, nema multikolinearnosti. Ako je VIF veći od deset, potrebno je smanjiti multikolinearnost pre primene GLM modela. U programskom jeziku R VIF vrednosti se dobijaju pomoću funkcije *vif()*. VIF vrednosti su prikazane u Tabeli 4.3.3.9. Vrednost VIF od oko 1,06 za obe objašnjavajuće promenljive ukazuje na odsustvo multikolinearnosti.

Pretpostavka br. 5: Reprezentativnost uzorka je zasnovana na slučajnosti selekcije opservacija.

Pošto se koriste svi raspoloživi podaci o prekidima polisa u bazi podataka, reprezentativnost nije upitna.

Ispunjavanje prethodnih pretpostavki je dovoljno da bi se GLM model mogao koristiti u daljem istraživanju. S obzirom da se predloženi GLM model zbog izabrane logit funkcije svodi na linearni regresioni model biće proverene dodatne pretpostavke o normalnoj raspodeli grešaka, homogenosti varijansi grešaka i odsustvu autokorelacije grešaka.

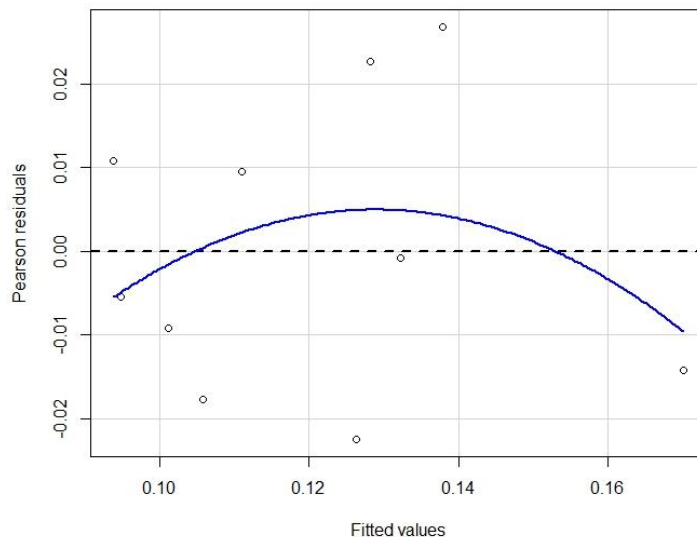
²⁷⁶ Kassambara, A. (2017). *Machine Learning Essentials: Practical Guide in R*. Marseille: STHDA



Slika 4.3.3.6. Q-Q dijagram

Izvor: Kalkulacija autora

Pretpostavka da greške imaju normalnu raspodelu se može proveriti vizuelno na grafikonu ili Kolmogorov-Smirnov testom, koji poredi da li empirijska raspodela odstupa od normalne raspodele. Na Slici 4.3.3.6. prikazan je Q-Q dijagram, dobijen korišćenjem programskog jezika *R*, komandom *plot()*. Na Q-Q dijagramu se vidi da odstupanja postoje, ali nisu značajna.



Slika 4.3.3.7. Pirsonovi reziduali modela

Izvor: Kalkulacija autora

Pirsonovi reziduali ili reziduali modela podeljeni kvadratnim korenom varijanse, prikazani su na Slici 4.3.3.7. Dobijeni su komandom *residualPlots()* u programskom jeziku *R*. Reziduali nisu potpuno simetrični, oko vrednosti 0, ali su odstupanja prihvatljiva jer nije moguće manjim izmenama dobiti efikasniji model.

Ispunjenje pretpostavke o homoskedastičnosti – homogenosti varijansi grešaka znači da za različite vrednosti objašnjavajućih promenljivih slučajne greške imaju istu disperziju. Disperzija slučajnih grešaka meri odstupanja stvarnih vrednosti zavisne promenljive od prilagođenih vrednosti.

Tabela 4.3.3.10. Rezultat testiranja homoskedastičnosti grešaka Breusch-Pagan-ovim testom

Test	Vrednost statistike testa	Stepeni slobode	<i>p</i> -vrednost
Breusch-Pagan	0,657	2	0,7200

Izvor: Kalkulacija autora

Homoskedastičnost se može proveriti Breusch-Pagan-ovim testom, komandom u programskom jeziku *R* `bptest()`, čiji rezultat je prikazan u Tabeli 4.3.3.10. Dobijena *p*-vrednost BP testa od 0,72 je veća od 0,05, što ukazuje da nulta hipoteza o homoskedastičnosti ne može biti odbačena na datom nivou značajnosti.

Tabela 4.3.3.11. Rezultat testiranja autokorelacije grešaka Ljung-Box-ovim testom

Test	χ^2 statistika	Stepeni slobode	<i>p</i> -vrednost
Ljung-Box	1,6051	1	0,2052

Izvor: Kalkulacija autora

Odsustvo autokorelacije grešaka podrazumeva da su slučajne greške međusobno nezavisne. Autokorelacija može biti testirana Ljung-Box-ovim testom u programskom jeziku *R* komandom `box.test()`. Rezultat je prikazan u Tabeli na Slici 4.3.3.11. Dobijena *p*-vrednost testa od 0,2052, koja je veća od 0,05, ukazuje da nema autokorelacije grešaka modela.

Pošto podaci ispunjavaju zahteve navedenih pretpostavki, predloženi model se može koristiti u daljoj analizi rizika prekida ugovora životnog osiguranja konkretne osiguravajuće kompanije.

5. STUDIJA SLUČAJA PRIMENE PARCIJALNOG INTERNOG MODELA

U ovom odeljku će biti prikazano merenje rizika životnog osiguranja u praksi, na osnovu postavljenog teorijskog okvira u prethodnim odeljcima. Cilj istraživanja je da se prikaže određivanje zahtevanog kapitala za solventnost životnih osiguravača i da se ukaže na važnost adekvatnog priznavanja matematičke rezerve u finansijskim izveštajima.

5.1. Metodologija istraživanja

Kroz istraživačku metodu studije slučaja će biti ocenjeni i upoređeni iznosi zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti u režimu Solventnost I, prema standardnoj formuli i prema parcijalnom internom modelu sa i bez uvažavanja polne strukture osiguranika u režimu Solventnost II.

Osnovni izvor podataka je interna baza podataka osiguravajuće kompanije o polisama i štetama životnog osiguranja iz perioda 2006. – 2022. godine. Zbog očuvanja poverljivosti, svi podaci su anonimizirani i istraživanjem će biti obuhvaćen deo portfelja. Takođe, iz istog razloga, realni podaci iz baze podataka su skalirani izabranom konstantom. Obezbeđena je eksterna validnost istraživanja tako što se može ponovo primeniti isti metodološki postupak na podacima drugih osiguravajućih kompanija. Dopunski izvor podataka su javno dostupni podaci na sajtu Narodne banke Srbije, koji se formiraju na osnovu obaveznog kvartalnog i godišnjeg izveštavanja osiguravajućih kompanija.

5.1.1. Opis studije slučaja

Predmet studije slučaja je osiguravajuća kompanija koja se bavi poslovima životnog osiguranja u Srbiji više od 15 godina. Portfelj kompanije je prvenstveno baziran na osiguranju života.

5.1.1.1. Portfelj koji se modelira

U predloženom parcijalnom modelu, segmentacija ugovora će biti izvršena po podeli na podvrste osiguranja iz člana 8. Zakona o osiguranju.²⁷⁷ U skladu sa objašnjenjem u vezi grupisanja u odeljku 4.3.2.3. portfelj je segmentiran u tri podvrste osiguranja: osiguranje života za slučaj smrti, osiguranje života za slučaj doživljenja i osiguranje života za slučaj smrti i doživljenja. Nema grupnih polisa što znači da je broj osiguranika jednak broju polisa.

Na tržištu posluje deset osiguravajućih kompanija, tako da je izabran portfelj za modeliranje konkretne osiguravajuće kompanije koji iznosi oko 10% procenjenih vrednosti premije i matematičke rezerve celog tržišta na 31.12.2022. godine i tako odražava portfelj prosečne veličine na tržištu životnog osiguranja Srbije.

²⁷⁷ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21.

Tabela 5.1.1.1. Karakteristike modeliranog portfelja osiguravajuće kompanije

Podvrsta osiguranja	Broj osiguranika i polisa	Učešće (%)	Premija (u 000 RSD)	Učešće (%)	Matematička rezerva (u 000 RSD)	Učešće (%)
Osiguranje života za slučaj smrti	68.658	77%	712.258	27%	4.863.181	39%
Osiguranje života za slučaj doživljenja	6.376	7%	647.721	25%	1.842.470	15%
Osig. života za slučaj smrti i doživljenja	14.497	16%	1.236.986	48%	5.866.354	47%
Ukupno	89.531	100%	2.596.965	100%	12.572.004	100%

Izvor: Autorovo istraživanje

Karakteristike modeliranog portfelja su prikazane u Tabeli 5.1.1.1. Vidi se da su učešća podvrsta osiguranja u kategorijama broja osiguranika/polisa, premije i matematičke rezerve vrlo slična kao i učešća u celom portfelju tržišta životnog osiguranja.

5.1.1.2. Važnost adekvatnosti matematičke rezerve

Solventnost osiguravajuće kompanije zavisi od adekvatnosti kapitala, kao i od dovoljnosti tehničkih rezervi kao garancije za izvršenje preuzetih obaveza iz ugovora o osiguranju. Racio pokrića rizika životnih osiguranja kapitalom, kao odnos ukupnog kapitala i tehničkih rezervi iznosio je 30,2% u 2021. godini. Vrednost navedenog racija ukazuje na rezervu od 30,2% tehničkih rezervi za slučaj da su preuzeti rizici ovih društava, koji nisu adekvatno procenjeni.²⁷⁸

Navedena tvrdnja Narodne banke Srbije može da bude polazni osnov za testiranje četvrte hipoteze, prema kojoj je adekvatna procena matematičke rezerve važan preduslov za obezbeđenje solventnosti životnih osiguravača. U slučaju osiguravajuće kompanije koja se bavi životnim osiguranjem, bez obzira na režim Solventnost I ili II, solventnost suštinski zavisi od adekvatnosti tehničkih rezervi. U prethodnom odeljku je pokazano da se tehničke rezerve u životnom osiguranju svode na matematičku rezervu. Kao što je objašnjeno u odeljku 3.2.4. adekvatnost matematičke rezerve se proverava LAT testom čijim će sprovođenjem praktično biti potvrđena četvrta hipoteza. S obzirom da je za test adekvatnosti potrebno izračunati najbolju ocenu matematičke rezerve sa uključenom marginom za rizik, testiranje će biti izvršeno u sledećem odeljku posle određivanja najbolje ocene matematičke rezerve za posmatrani portfelj osiguravajuće kompanije.

5.1.1.3. Zahtevana margina solventnosti za životna osiguranja

Član 125. Zakona o osiguranju propisuje obračun zahtevane margine solventnosti u skladu sa režimom Solventnost I za osiguravajuće kompanije u oblasti životnih osiguranja. Zahtevana margina solventnosti za životna osiguranja se utvrđuje na osnovu matematičke rezerve, rizičnog kapitala i imovine, kao što je prikazano u formuli (2.2.5.).

S obzirom da se modelirani portfelj sastoji iz tri podvrste osiguranja života, obračun zahtevane margine solventnosti se svodi na utvrđivanje zbira prvog i drugog rezultata za osiguranje života čiji obračun je propisan na sledeći način:

²⁷⁸ Narodna banka Srbije. (2022). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji – Izveštaj za 2021. godinu*. Beograd: Narodna banka Srbije, str. 17.

Prvi rezultat (SCR_1): iznos matematičke rezerve obračunat na 31. decembar prethodne godine množi se sa 4%, a zatim se množi količnikom iznosa matematičke rezerve na 31. decembar prethodne godine umanjenog za deo koji se prenosi u reosiguranje i ukupnog iznosa matematičke rezerve na 31. decembar prethodne godine, uz uslov da taj količnik ne može biti manji od 85%. Iznos matematičke rezerve modeliranog portfelja je prikazan u Tabeli 5.1.1.2.

Racio retencije premije je količnik merodavne premije u samoprdržaju i ukupne merodavne premije. Ovaj racio pokazuje koliko je preneto rizika u reosiguranje i saosiguranje. U osiguravajućim kompanijama koje se bave životnim osiguranjem ovaj pokazatelj u 2021. godini iznosi 96,6%.²⁷⁹ Pomenuti pokazatelj ima visoku vrednost jer se u reosiguranje prenosi samo riziko premija iznad samoprdržaja, dok štedni deo premije, koji je znatno veći od riziko dela premije ostaje u portfelju osiguravača. S obzirom na potpuno različite programe reosiguranja koje imaju pojedine osiguravajuće kompanije na tržištu osiguranja u Srbiji, u modelu je primenjen navedeni prosečni količnik za celo tržište.

$$SCR_1 = 106.929.074 \text{ EUR} \cdot 0,04 \cdot 96,6\% = 4.131.739 \text{ EUR}$$

Tabela 5.1.1.2. Rizični kapital modeliranog portfelja osiguravajuće kompanije

Podvrsta osiguranja	Mat. rezerva iz bilansa stanja (u EUR)	Osigurana suma za slučaj smrti (u EUR)	Rizični kapital (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	41.362.967	548.995.752	507.632.785
Osig. živ. za slučaj doživljenja	15.670.816	0	0
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	49.895.291	111.201.809	61.306.518
Ukupno	106.929.074	660.197.560	568.939.303

Izvor: Autorovo istraživanje

Rizični kapital, bez obzira na trajanje polisa, koji predstavlja razliku između osigurane sume za slučaj smrti i utvrđene matematičke rezerve, prikazan je u Tabeli 5.1.1.2. Kod osiguranja života za slučaj smrti, rizični kapital za polise koje traju najviše 3 godine, iznosi 3.231.002 EUR. Nema polisa u portfelju konkretne kompanije koje traju više od 3, a manje od 5 godina.

Drugi rezultat (SCR_2) je iznos rizičnog kapitala na 31. decembar prethodne godine pomnožen sa 0,3%, a zatim, pomnožen količnikom iznosa rizičnog kapitala na 31. decembar prethodne godine u koji nije uračunat rizični kapitali koji je prenet u reosiguranje i ukupnog iznosa rizičnog kapitala na 31. decembar prethodne godine uz uslov da taj količnik ne može biti manji od 50%. Umesto sa 0,3% ukupan iznos rizičnog kapitala za ugovorena osiguranja za slučaj smrti čije trajanje je manje od 3 godine treba da bude pomnožen sa 0,1%, odnosno sa 0,15% za ugovore o osiguranju čije trajanje je duže od 3 i manje od 5 godina.²⁸⁰ Kao i pri utvrđivanju prvog rezultata, i ovde je primenjen prosečan racio retencije premije za tržište osiguranja Srbije od 96,6%. SCR_2 se obračunava samo za osiguranja kod kojih je rizični kapital pozitivan. Kod osiguranja života za slučaj doživljenja rizični kapital je jednak nuli.

²⁷⁹ Narodna banka Srbije. (2022). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji – Izveštaj za 2021. godinu*. Beograd: Narodna banka Srbije, str 20.

²⁸⁰ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21, član 126.

$$SCR_2 = (565.708.301 \cdot 0,3\% + 3.231.002 \cdot 0,1\%) \cdot 96,6\% = 1.642.544 \text{ EUR}$$

Zahtevani kapital za sve rizike životnog osiguranja za modelirani portfelj u režimu Solventnost I, u skladu sa važećom zakonskom regulativom, za konkretnu osiguravajuću kompaniju je jednak zbiru dva rezultata SCR_1 i SCR_2 i iznosi:

$$SCR = SCR_1 + SCR_2 = 5.774.283 \text{ EUR.}$$

5.1.2. Primena parcijalnog modela merenja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti na primeru konkretne osiguravajuće kompanije

U ovom odeljku će biti prikazani svi parametri i obračun matematičke rezerve metodom najbolje ocene sa uključenom marginom rizika (makroprudencijalne matematičke rezerve) na primeru jedne polise osiguranja mešovitog osiguranja kapitala za slučaj smrti i slučaj doživljenja, a zatim obračun matematičke rezerve celog portfelja istom metodom.

5.1.2.1. Obračun matematičke rezerve za jednu polisu metodom najbolje ocene i testiranje njene adekvatnosti

Matematička rezerva je modelirana bruto Cilmerovom metodom sa stopom cilmerovanja od 3,5% osigurane sume, kao što je objašnjeno u odeljku 1.2.3.7.

Demografski parametri

Predloženi parcijalni model podrazumeva korišćenje projektovane verovatnoće smrtnosti za 2022. godinu iz odeljka 4.3.1. ove disertacije. Takođe, na osnovu iskustva sa štetama na srpskom tržištu osiguranja, kao što je već objašnjeno u odeljku 4.3.2.2, najbolja ocena je korekcija na 80% verovatnoće smrti.

Tabela 5.1.2.1. Demografski parametri (stope smrtnosti) za obračun matematičke rezerve metodom najbolje ocene

x_n	Muškarci q_x	Žene q_x	Kombinovano q_x
0	0,003978	0,002781	0,003089
1	0,000133	0,000168	0,000168
2	0,000071	0,000115	0,000097
3	0,000044	0,000062	0,000062
4	0,000018	0,000071	0,000035
5	0,000088	0,000079	0,000088
6	0,000080	0,000079	0,000080
7	0,000080	0,000062	0,000053
8	0,000080	0,000088	0,000088
9	0,000097	0,000106	0,000106
10	0,000071	0,000088	0,000080
11	0,000071	0,000097	0,000088

x_n	Muškarci q_x	Žene q_x	Kombinovano q_x
12	0,000097	0,000097	0,000097
13	0,000115	0,000097	0,000106
14	0,000159	0,000106	0,000133
15	0,000336	0,000106	0,000195
16	0,000363	0,000115	0,000230
17	0,000461	0,000106	0,000265
18	0,000541	0,000115	0,000301
19	0,000639	0,000115	0,000345
20	0,000728	0,000133	0,000372
21	0,000728	0,000133	0,000381
22	0,000765	0,000150	0,000390
23	0,000774	0,000150	0,000390
24	0,000846	0,000159	0,000435
25	0,000686	0,000142	0,000364
26	0,000705	0,000159	0,000382
27	0,000723	0,000177	0,000400
28	0,000786	0,000195	0,000427
29	0,000796	0,000195	0,000454
30	0,000788	0,000257	0,000480
31	0,000842	0,000266	0,000507
32	0,000906	0,000293	0,000543
33	0,000970	0,000319	0,000588
34	0,001007	0,000337	0,000615
35	0,001332	0,000417	0,000812
36	0,001370	0,000480	0,000867
37	0,001453	0,000533	0,000930
38	0,001546	0,000596	0,001003
39	0,001694	0,000685	0,001093
40	0,001851	0,000703	0,001229
41	0,002146	0,000784	0,001366
42	0,002425	0,000865	0,001530
43	0,002797	0,000946	0,001731
44	0,003191	0,001073	0,001969
45	0,003690	0,001441	0,002499
46	0,004150	0,001640	0,002815
47	0,004801	0,001805	0,003215
48	0,005518	0,001998	0,003629
49	0,006145	0,002192	0,004002
50	0,007143	0,002423	0,004574
51	0,007965	0,002620	0,004987
52	0,008837	0,002956	0,005621
53	0,009792	0,003258	0,006202
54	0,010807	0,003618	0,006860
55	0,011329	0,004249	0,007438
56	0,012334	0,004584	0,008087
57	0,013512	0,004951	0,008782
58	0,014730	0,005372	0,009527
59	0,016027	0,005818	0,010334
60	0,016066	0,005867	0,010236
61	0,017406	0,006363	0,011046

x_n	Muškarci q_x	Žene q_x	Kombinovano q_x
62	0,018719	0,006976	0,011884
63	0,020177	0,007650	0,012890
64	0,021832	0,008420	0,013989
65	0,023490	0,010728	0,016071
66	0,025379	0,011947	0,017452
67	0,027109	0,013254	0,018887
68	0,029319	0,014791	0,020554
69	0,031629	0,016474	0,022446
70	0,032345	0,018671	0,023919
71	0,035416	0,021130	0,026421
72	0,038725	0,024033	0,029281
73	0,042493	0,027261	0,032546
74	0,046670	0,030768	0,036127
75	0,053974	0,037612	0,043883
76	0,059793	0,042732	0,049058
77	0,065381	0,048489	0,054790
78	0,072805	0,054632	0,060810
79	0,079989	0,061600	0,067628
80	0,088170	0,079073	0,081926
81	0,096304	0,088206	0,090532
82	0,105109	0,098490	0,100068
83	0,114556	0,110095	0,110617
84	0,124639	0,123352	0,122249
85	0,145849	0,127661	0,134730
86	0,160032	0,141790	0,148868
87	0,175564	0,157468	0,164514
88	0,192744	0,174876	0,181772
89	0,211377	0,194172	0,200856
90	0,231885	0,215662	0,221912
91	0,254453	0,239492	0,245327
92	0,279124	0,265889	0,271167
93	0,306161	0,295377	0,299704
94	0,335082	0,327812	0,330998
95	0,367461	0,363666	0,366274
96	0,401818	0,404558	0,403670
97	0,438327	0,448000	0,447458
98	0,473333	0,495407	0,498522
99	0,504918	0,544407	0,550000
100	1,000000	1,000000	1,000000

Izvor: Autorovo istraživanje

Demografski parametri koji će biti korišćeni u parcijalnom modelu su prikazani u Tabeli 5.1.2.1. Primenjeno je dodatno uvećanje verovatnoće smrtnosti za 10% kao margina za rizik, koju je preporučilo Češko udruženje aktuaru, što je navedeno u Tabeli 3.2.1.

Tabela 5.1.2.2. Demografski parametri (verovatnoće raskida/otkupa i kapitalizacije) za obračun matematičke rezerve metodom najbolje ocene

Godina ugovora	Verovatnoća raskida/otkupa	Verovatnoća kapitalizacije
1	22,0%	0,0%
2	17,6%	0,0%
3	5,5%	0,0%
4	7,7%	1,1%
5	4,4%	1,1%
6	3,3%	1,1%
7	3,3%	1,1%
8	3,3%	1,1%
9	3,3%	1,1%
10-...	3,3%	1,1%

Izvor: Autorovo istraživanje

Očekivane stope raskida/otkupa i kapitalizovanja ugovora o životnom osiguranju su određene na osnovu iskustva konkretne osiguravajuće kompanije i prikazane u Tabeli 5.1.2.2. Primenjeno je uvećanje svih stopa za 10% kao margina za rizik, na osnovu preporuke Češkog udruženja aktuara.

Ekonomski parametri

Ekonomski parametri modela najbolje ocene tehničkih rezervi su kriva prinosa, diskontna stopa i očekivana stopa inflacije u evrima pošto su na srpskom tržištu životnog osiguranja dominantne polise u evrima.

Tabela 5.1.2.3. Ekonomski parametri za obračun matematičke rezerve metodom najbolje ocene

Godine	EIOPA-ina bezrizična kriva prinosa za EUR na 30.10.2022. godine	Kriva prinosa za EUR za Srbiju	Diskontne stope (kriva prinosa sa marginom rizika)	Stopa inflacije u EUR zoni u novembru 2022. god.	Stopa inflacije sa marginom rizika
1	2,54%	0,80%	0,55%	5,80%	6,38%
2	2,77%	1,32%	1,07%	2,40%	2,64%
3	2,80%	1,53%	1,28%	4,80%	5,28%
4	2,82%	1,78%	1,53%	2,40%	2,64%
5	2,83%	2,03%	1,78%	2,20%	2,42%
6	2,85%	2,26%	2,01%	2,00%	2,20%
7	2,87%	2,50%	2,25%	2,00%	2,20%
8	2,88%	2,75%	2,50%	2,00%	2,20%
9	2,91%	2,91%	2,66%	2,00%	2,20%
10	2,94%	2,94%	2,69%	2,00%	2,20%

Izvor: www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures_en i autorovo istraživanje

Projektovani ekonomski parametri prikazani su u Tabeli 5.1.2.3. Kao osnova za krivu prinosa u evrima uzeta je bezrizična kriva prinosa za evro koju daje EIOPA.²⁸¹ Od bezrizične krive prinosa se oduzima margina za kreditni rejting Srbije, EMBI (skraćeno od engl. Emerging Market Bond Index).²⁸² S obzirom da nema javno dostupne projekcije buduće premije za rizik zemlje za Republiku Srbiju, izvršena je ekstrapolacija linearnom metodom EMBI indeksa. Za diskontnu stopu je primenjeno i umanjeње krive prinosa za 0,25 procentnih poena kao margina za rizik koju je preporučilo Češko udruženje aktuaru, i tako dobijeni iznosi se koriste kao diskontne stope. Projektovanu stopu inflacije u evrima objavljuje Evropska centralna banka za prvih pet godina, a zatim je korišćena ciljna inflacija ECB.²⁸³ Primenjeno je uvećanje stope inflacije za 10% kao margina za rizik koju je preporučilo Češko udruženje aktuaru,²⁸⁴ kao što je navedeno u Tabeli 3.2.1.

Tehnička kamatna stopa polise koja će biti modelirana je 2,5%.

Parametri operativnog poslovanja

Modeliranje troškova provizije agentima se vrši u skladu sa sledećom provizijskom šemom: provizija za agenta prodaje iznosi 90% ugovorene prve godišnje premije i isplaćuje mu se u četiri jednake godišnje rate, neposredno posle primljene uplate rate premije. U slučaju da ugovarač prestane da plaća rate premije, prestaje isplata provizije.

²⁸¹ www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures_en

²⁸² International Monetary Fund. (2022). Republic of Serbia. *IMF Country Report No. 22/201*. Washington: International Monetary Fund, p. 22.

²⁸³ www.ecb.europa.eu

²⁸⁴ Fialka, J. (2006). Implementation of the Liability Adequacy Test in the Czech Republic. *Paper for the International Congress of Actuaries*, Paris, pp. 7–9.

Administrativni troškovi aktivnih polisa su procenjeni na 25 evra godišnje po aktivnoj polisi na osnovu podataka za konkretnu osiguravajuću kompaniju i usklađuju se godišnje sa projektovanom stopom inflacije u modelu.²⁸⁵ Administrativni troškovi kapitalizovanih polisa²⁸⁶ u konkretnoj osiguravajućoj kompaniji su procenjeni na 0,75 evra po aktivnoj polisi. Aproksimiranje administrativnih troškova kapitalizovanih polisa u odnosu na aktivne polise umesto na kapitalizovane polise je izvršeno radi jednostavnosti modela. Primenjeno je uvećanje svih administrativnih troškova za 10% kao margina za rizik koju je preporučilo Češko udruženje aktuara.

Režijski dodatak polise koja će biti modelirana je 10%.

Analiza novčanih tokova po polisi osiguranja

Za polisu koja će biti analizirana, izabran je osiguranik muškog pola, starosti 40 godina. Trajanje ugovora je 20 godina. Koriste se tablice smrtnosti iz 2012. godine, kao poslednje koje je zvanično objavio Republički zavod za statistiku. Premija će biti 1.000 EUR, radi jednostavnijeg analiziranja novčanog toka kroz vreme. Plaćanje premije je u jednakim godišnjim ratama. Osigurana suma za slučaj smrti i za slučaj doživljenja je 22.028 EUR. Nije ugovoreno dopunsko osiguranje uz osiguranje života. Ostali demografski, ekonomski i operativni parametri su već opisani. Polisa počinje 1.1.2020. godine i analizira se novčani tok u trenutku 31.12.2022. godine. Prve tri godišnje premije su plaćene.

²⁸⁵ Perišić, A. (2016). Ocena adekvatnosti tehničkih rezervi u osiguranju života. *Magistarski rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, str. 118.

²⁸⁶ Kapitalizovane polise se javljaju u slučaju kada ugovarač u toku trajanja ugovora o životnom osiguranju prestane da plaća rate premije, ali ugovor i dalje ostaje na snazi uz redukovanu osiguranu sumu. S obzirom da nema puno aktivnosti u vezi kapitalizovanih polisa, godišnji administrativni troškovi su višestruko manji nego kod aktivnih polisa.

Tabela 5.1.2.4. Analiza razvoja broja polisa tokom trajanja ugovora

God.	Broj aktivnih polisa	Broj smrti	Broj raskida i otkupa	Broj kapitalizacija	Istek polise	Broj kapitalizovanih polisa	Broj smrti kapital. polisa	Broj otkupa kapital. polisa	Istek kapital. polisa
1	1,0000	0,0021	0,1756	0,0000		0,0000	0,0000	0,0000	
2	0,8222	0,0020	0,0451	0,0000		0,0000	0,0000	0,0000	
3	0,7751	0,0022	0,0595	0,0085		0,0000	0,0000	0,0000	
4	0,7049	0,0022	0,0309	0,0078		0,0085	0,0000	0,0004	
5	0,6640	0,0025	0,0218	0,0073		0,0159	0,0001	0,0005	
6	0,6324	0,0026	0,0208	0,0070		0,0226	0,0001	0,0007	
7	0,6020	0,0029	0,0198	0,0066		0,0287	0,0001	0,0009	
8	0,5728	0,0032	0,0188	0,0063		0,0343	0,0002	0,0011	
9	0,5445	0,0033	0,0179	0,0060		0,0393	0,0002	0,0013	
10	0,5173	0,0037	0,0169	0,0057		0,0437	0,0003	0,0014	
11	0,4910	0,0039	0,0161	0,0054		0,0477	0,0004	0,0016	
12	0,4656	0,0041	0,0152	0,0051		0,0511	0,0005	0,0017	
13	0,4411	0,0043	0,0144	0,0049		0,0541	0,0005	0,0018	
14	0,4175	0,0045	0,0136	0,0046		0,0567	0,0006	0,0018	
15	0,3948	0,0045	0,0129	0,0043		0,0588	0,0007	0,0019	
16	0,3731	0,0046	0,0122	0,0041		0,0606	0,0007	0,0020	
17	0,3522	0,0048	0,0115	0,0039		0,0619	0,0008	0,0020	
18	0,3321	0,0049	0,0108	0,0037		0,0630	0,0009	0,0020	
19	0,3128	0,0050	0,0102	0,0000		0,0636	0,0010	0,0000	
20	0,2976	0,0000	0,0000	0,0000	0,2976	0,0626	0,0000	0,0000	0,0626

Izvor: Autorovo istraživanje

U Tabeli 5.1.2.4. je prikazan razvoj broja aktivnih, raskinutih, otkupljenih i kapitalizovanih polisa tokom trajanja polise prema parametrima opisanim u ovom odeljku. Polazi se od jedinice aktivne polise. Broj smrti se dobija na osnovu projektovane verovatnoće smrtnosti u 2022. godini iz Tabele 5.1.2.1. u odgovarajućoj godini života muškog osiguranika. Broj raskida/otkupa i broj kapitalizacija se dobija na osnovu verovatnoća za te događaje iz Tabele 5.1.2.2. u odgovarajućoj godini trajanja ugovora. Preostali broj aktivnih polisa na kraju poslednje godine osiguranja je verovatnoća isplate osigurane sume za doživljenje. Broj smrti i otkupa kapitalizovanih polisa se dobija pomoću istih verovatnoća kao i za aktivne polise, s tim što je osnovica broj kapitalizovanih polisa umesto broja aktivnih polisa. U prve tri godine trajanja polise, u slučaju prestanka plaćanja rata premije nije moguće otkupiti ni kapitalizovati polisima, tako da u slučaju raskida nema isplata za ugovarača. Posle tri godine polisa se otkupljuje ili kapitalizuje, u skladu sa verovatnoćama iz Tabele 5.1.2.2.

Tabela 5.1.2.5. Analiza novčanih tokova jedne polise tokom trajanja ugovora

God.	Premija aktivne polise (EUR)	Cilmer. matem. rezerva (EUR)	Isplate za smrt (EUR)	Isplate za otkup (EUR)	Isplata za doživljenje (EUR)	Isplata za doživljenje kapital. polisa (EUR)	Isplate provizije (EUR)	Ukupni admin. troškovi (EUR)
1	1.000	140	47	0			185	30
2	822	1.070	44	0			174	25
3	775	2.018	48	120			159	25
4	705	2.986	50	92				24
5	664	3.972	54	87				23
6	632	4.979	58	103				22
7	602	6.007	64	119				22
8	573	7.055	70	133				21
9	545	8.124	74	145				20
10	517	9.218	81	156				20
11	491	10.339	86	166				19
12	466	11.487	91	175				19
13	441	12.665	95	183				18
14	418	13.875	99	189				17
15	395	15.121	99	195				17
16	373	16.407	101	200				16
17	352	17.735	105	203				16
18	332	19.112	108	206				15
19	313	20.540	110	209				15
20	298	22.028	0	0	6556	783		14

Izvor: Autorovo istraživanje

U Tabeli 5.1.2.5. su prikazani novčani tokovi po analiziranoj polisi. Primljena premija aktivnih polisa je na početku 1.000 EUR. Smanjuje se s vremenom u skladu sa brojem aktivnih polisa iz Tabele 5.1.2.4. Premija je jedini novčani priliv, dok su sve ostale isplate i troškovi odlivi. Moguće su isplate osigurane sume za slučaj doživljenja, osigurane sume za slučaj smrti, kao i otkupne vrednosti za aktivne i kapitalizovane polise. Cilmerova matematička rezerva koja je izračunata u trenutku zaključenja polise je prikazana po godinama i to nije stavka u obračunu novčanih tokova, nego je prikazana kao osnovica za obračun iznosa otkupne i kapitalizovane vrednosti. Osigurana suma za slučaj smrti je ista tokom trajanja ugovora, dok je iznos isplate za smrti jednak osiguranoj sumi pomnoženoj sa brojem smrti u svakoj godini iz prethodne tabele. Iznos otkupne vrednosti je jednak bruto Cilmerovoj matematičkoj rezervi u trenutku otkupa, bez penala zbog ranijeg okončanja ugovora. Isplaćuje se u trenutku podnošenja zahteva ugovarača. U skladu sa ugovorom, u slučaju doživljenja isplaćuje se ista osigurana suma kao i za slučaj smrti, dok je iznos isplate za doživljenje jednak osiguranoj sumi pomnoženoj sa brojem polisa na isteku ugovora iz prethodne tabele. Iznos kapitalizovane vrednosti je jednak bruto Cilmerovoj matematičkoj rezervi u trenutku prestanka plaćanja rate premije i isplaćuje se po isteku polise. Provizija se isplaćuje na osnovu prethodno opisane provizijske šeme u ovom odeljku u skladu sa brojem aktivnih polisa. Ukupni administrativni

troškovi za aktivne i za kapitalizovane polise su 25,75 EUR godišnje, računato po aktivnoj polisi uvećano za marginu za rizik od 10% i usklađeno sa brojem aktivnih polisa.

Tabela 5.1.2.6. Projekcija sadašnje vrednosti novčanih tokova 3.2.1. jedne polise osiguranja života za slučaj smrti i slučaj doživljenja

God.	SV premija (EUR)	SV isplata po polisi (EUR)	SV provizija (EUR)	SV admin. troškova (EUR)	Makroprudencijalna mat. rezerva (EUR)	Mat. rez. u bilansu stanja (EUR)	Rezultat testa adekvatnosti (EUR)
1	0	0	0	0			
2	0	0	0	0			
3	705	173	158	25			
4	660	145		23			
5	619	142		22			
6	579	160		21			
7	539	177		20			
8	499	191		19			
9	459	200		17			
10	420	209		16			
11	382	213		15			
12	348	216		14			
13	320	219		13			
14	294	221		13			
15	270	219		12			
16	248	218		11			
17	228	218		10			
18	209	216		10			
19	195	215		9			
20	0	4865		9			
UKUPNO	6.975	8.218	158	280	1.680	2.018	338

Izvor: Autorovo istraživanje

Obračun najbolje ocene matematičke rezerve uvećane za marginu za rizik i rezultat testa adekvatnosti jedne polise mešovitog osiguranja prikazan je u Tabeli 5.1.2.6. Sadašnje vrednosti priliva i odliva dobijaju se diskontovanjem iznosa za premiju, isplate za slučaj doživljenja, smrti i otkupa, provizije i administrativnih troškova po godinama odgovarajućim diskontnim stopama koje su date u Tabeli 5.1.2.3. Makroprudencijalna matematička rezerva se dobija kao razlika sadašnje vrednosti odliva i priliva projektovanog novčanog toka, jer je po standardnoj definiciji matematičke rezerve, jednaka sadašnjoj vrednosti budućih isplata iz osiguranja umanjenoj za sadašnju vrednost budućih uplata premije. Matematička rezerva iz bilansa stanja se računa na osnovu originalnih parametara sa polise na datum obračuna tehničkih rezervi. Ukoliko je razlika matematičke rezerve iz bilansa stanja i makroprudencijalne matematičke rezerve pozitivna, tehničke rezerve su adekvatno obračunate.

Matematička rezerva, koja je izračunata po originalnim parametrima polise i čija vrednost je priznata u bilansu stanja, jednaka je 2.018 EUR, dok je makroprudencijalna matematička rezerva²⁸⁷ 1.680 EUR. S obzirom da je njihova razlika pozitivna i jednaka 338 EUR, test adekvatnosti je pokazao da je tehnička rezerva u bilansu stanja na dan obračuna adekvatna za analiziranu polisnu u trećoj godini trajanja osiguranja.

5.1.2.2. Obračun matematičke rezerve celog portfelja metodom najbolje ocene

Obračun matematičke rezerve celog portfelja sprovodi se istom metodologijom kao i za pojedinačnu polisnu, korišćenjem programskog alata Microsoft Access. Podaci o polisama iz celog portfelja nalaze se u bazi podataka Microsoft SQL Server Express. U odeljku 5.1.1.1 je objašnjena struktura modeliranog portfelja.

U sledećim tabelama je prikazan rezultat obračuna. Sve vrednosti matematičke rezerve se odnose na Cilmerovu matematičku rezervu.

Tabela 5.1.2.7. Klasična matematička rezerva modeliranog portfelja

Podvrsta osiguranja	Matematička rezerva u bilansu stanja (u EUR)	Projektovana matematička rezerva (u EUR)	Odnos dve MR (%)
Osig. života za slučaj smrti	41.362.967	39.825.431	96,3%
Osig. života za slučaj doživljenja	15.670.816	15.710.708	100,3%
Osig. života za slučaj smrti i doživljenja	49.895.291	50.007.993	100,2%
Ukupno	106.929.074	105.544.132	98,7%

Izvor: Autorovo istraživanje

Tabela 5.1.2.7. prikazuje matematičku rezervu celog portfelja koja je obračunata korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine i koja je priznata u zvaničnom bilansu stanja kompanije i matematičku rezervu koja se dobija uobičajenim formulama, korišćenjem komutativnih brojeva dobijenih od projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini u odeljku 4.3.1. disertacije. Korišćenje projektovane smrtnosti za 2022. godinu dovelo bi do smanjenja matematičke rezerve za oko 1%.

²⁸⁷ Obračun matematičke rezerve makroprudencijalnom metodom je objašnjen u odeljku 4.3.2.1.

Tabela 5.1.2.8. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja sa primenjenim „šokom“ od 15% povećanja smrtnosti korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa „šokom“ +15% (u EUR)	Razlika dve MR (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.336.907	25.179.051	2.842.144
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.898.749	22.826.191	- 72.558
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.572.723	7.462.091	- 110.632
Ukupno	52.808.379	55.467.333	2.658.954

Izvor: Autorovo istraživanje

U Tabeli 5.1.2.8. prikazane su najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini i najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini koja je povećana za 15%. Najbolja ocena ukupne matematičke rezerve sa „šokom“ povećanja smrtnosti za 15% je veća za oko 5%.

Tabela 5.1.2.9. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja sa primenjenim „šokom“ od 20% smanjenja smrtnosti korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa „šokom“ -20% (u EUR)	Razlika dve MR (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.336.907	17.927.097	- 4.409.810
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.898.749	22.997.092	98.343
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.572.723	7.724.361	151.638
Ukupno	52.808.379	48.648.550	- 4.159.829

Izvor: Autorovo istraživanje

Najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini i najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini koja je umanjena za 20%, prikazane su u Tabeli 5.1.2.9. Najbolja ocena ukupne matematičke rezerve sa „šokom“ smanjenja smrtnosti za 20% je manja za oko 7,9%.

5.1.2.3. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizike mortaliteta i dugovečnosti

Prvom studijom kvantitativnog uticaja koja je sprovedena na tržištu osiguranja Srbije u prethodnoj formuli je uvedena dodatna aproksimacija da su bruto i neto od reosiguranja zahtevani kapitali za obezbeđenje solventnosti jednaki, tako da se zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti životnog osiguranja dobija na sledeći način:²⁸⁸

$$SCR_{mortality} = \Delta NAV = A_b - L_b - (A_a - L_a), \quad (5.1.1.)$$

gde su:

- A_b = vrednost imovine pre primene „šoka“,
- L_b = vrednost obaveza pre primene „šoka“,
- A_a = vrednost imovine posle primene povećanja 15% smrtnosti,
- L_a = vrednost obaveza posle primene povećanja 15% smrtnosti.

Posle primene „šoka“ u vidu povećanja mortaliteta za 15% i prethodnih razmatranja, formula (5.1.1.) se svodi na:

$$SCR_{mortality} = \Delta NAV = MR_a - MR_b, \quad (5.1.2.)$$

gde su:

- MR_b - vrednost tehničkih rezervi pre primene „šoka“;
- MR_a - vrednost tehničkih rezervi posle primene povećanja smrtnosti za 15%.

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti životnog osiguranja dobija se na sledeći način:

$$SCR_{longevity} = \Delta NAV = A_b - L_b - (A_a - L_a), \quad (5.1.3.)$$

gde su:

- A_b = vrednost imovine pre primene „šoka“,
- L_b = vrednost obaveza pre primene „šoka“,
- A_a = vrednost imovine posle primene smanjenja 20% smrtnosti,
- L_a = vrednost obaveza posle primene smanjenja 20% smrtnosti.

Posle primene „šoka“ u vidu smanjenja mortaliteta za 20% i prethodnih razmatranja, formula (5.1.3.) se svodi na:

$$SCR_{longevity} = \Delta NAV = MR_a - MR_b, \quad (5.1.4.)$$

gde su:

- MR_b - vrednost tehničkih rezervi pre primene „šoka“;
- MR_a - vrednost tehničkih rezervi posle primene smanjenja smrtnosti za 20%.

²⁸⁸ Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1.* Beograd, str. 88.

Tabela 5.1.2.10. Zahtevani kapitali za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti i rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu za konkretnu osiguravajuću kompaniju korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini

Podvrsta osiguranja	Zahtevani kapital za rizik smrtnosti <i>SCR_{mortality}</i> (u EUR)	Zahtevani kapital za rizik dugovečnosti <i>SCR_{longevity}</i> (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	2.842.144	0
Osig. živ. za slučaj doživljenja	0	98.343
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	0	151.638
Ukupno	2.842.144	249.981

Izvor: Autorovo istraživanje

Na osnovu podataka iz Tabele 5.1.2.8. i Tabele 5.1.2.9. gde su prikazane najbolje ocene matematičke rezerve modeliranog portfelja sa primenjenim „šokom“ +15% i -20%, u Tabeli 5.1.2.10. prikazani su samo pozitivne vrednosti po vrstama osiguranja za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti i rizik dugovečnosti prema parcijalnom internom modelu.

5.1.3. Simulacija merenja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti standardnom formulom na primeru konkretne osiguravajuće kompanije

U prethodnom odeljku su prikazani obračuni matematičke rezerve metodom najbolje ocene sa uključenom marginom rizika na primeru jedne polise osiguranja za slučaj smrti i slučaj doživljenja i obračun matematičke rezerve celog portfelja. U ovom odeljku primenjena je potpuno ista metodologija obračuna na portfelju konkretne osiguravajuće kompanije aproksimiranom na isti način, kao što je prikazano u Tabeli 5.1.2.7. Ključna razlika je što se u obračunima matematičke rezerve standardnom formulom primenjuje poslednja zvanično objavljena tablica smrtnosti za Srbiju iz 2012. godine, umesto stohastički projektovane tablice smrtnosti za Srbiju u 2022. godini u parcijalnom modelu. Takođe, u ovom odeljku će biti proverena adekvatnost matematičke rezerve celog portfelja.

5.1.3.1. Obračun matematičke rezerve celog portfelja metodom najbolje ocene

U Tabeli 5.1.3.1. prikazane su najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine i najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine povećane za 15%.

Tabela 5.1.3.1. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja prema standardnoj formuli sa primenjenim „šokom“ od 15% povećanja smrtnosti korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa „šokom“ +15% (u EUR)	Razlika dve MR (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.417.317	25.584.225	3.166.908
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.885.702	22.814.514	- 71.188
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.563.216	7.446.978	- 116.238
Ukupno	52.866.235	55.845.717	2.979.482

Izvor: Autorovo istraživanje

Iz Tabele 5.1.3.1. se vidi da je najbolja ocena ukupne matematičke rezerve prema standardnoj formuli sa „šokom“ povećanja smrtnosti za 15% veća za oko 5,6% nego bez „šoka“. Razlika potiče od podvrste osiguranja osiguranje života za slučaj smrti. Ukupna razlika je oko pola procentnog poena veća između pomenute dve matematičke rezerve nego prema parcijalnom internom modelu.

Tabela 5.1.3.2. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja prema standardnoj formuli sa primenjenim „šokom“ od 20% smanjenja smrtnosti korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa „šokom“ -20% (u EUR)	Razlika dve MR (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.417.317	18.318.354	- 4.098.963
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.885.702	22.989.191	103.489
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.563.216	7.714.110	150.894
Ukupno	52.866.235	49.021.655	- 3.844.580

Izvor: Autorovo istraživanje

Najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine i najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine umanjene za 20% prikazane su u Tabeli 5.1.3.2. Iz Tabele se vidi da je najbolja ocena ukupne matematičke rezerve prema standardnoj formuli sa „šokom“ smanjenja smrtnosti za 20% manja za oko 7,3% nego bez „šoka“, što je oko pola procentnog poena manja razlika između pomenute dve matematičke rezerve nego prema parcijalnom internom modelu.

5.1.3.2. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizike mortaliteta i dugovečnosti

Na osnovu formule (5.1.2.) za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti životnog osiguranja, formule (5.1.4.) za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti životnog osiguranja i podataka iz Tabele 5.1.3.1. i Tabele 5.1.3.2. gde su prikazane

najbolje ocene matematičke rezerve sa primenjenim „šokovima“ od +15% i -20%, u Tabeli 5.1.3.3. prikazani su kapitalni zahtevi za rizik smrtnosti i rizik dugovečnosti modeliranog portfelja.

Tabela 5.1.3.3. Zahtevani kapitali za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti i rizik dugovečnosti prema standardnoj formuli za konkretnu osiguravajuću kompaniju korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine

Podvrsta osiguranja	Zahtevani kapital za rizik smrtnosti <i>SCR_{mortality}</i> (u EUR)	Zahtevani kapital za rizik dugovečnosti <i>SCR_{longevity}</i> (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	3.166.908	0
Osig. živ. za slučaj doživljenja	0	103.489
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	0	150.894
Ukupno	3.166.908	254.383

Izvor: Autorovo istraživanje

U Tabeli 5.1.3.3. prikazani su samo pozitivne vrednosti po vrstama osiguranja iz Tabele 5.1.3.1. i Tabele 5.1.3.2. za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti i rizik dugovečnosti prema standardnoj formuli.

5.1.3.3. Adekvatnost matematičke rezerve celog portfelja

Tabela 5.1.3.4. prikazuje matematičku rezervu celog portfelja koja je obračunata po originalnim parametrima i koja je priznata u zvaničnom bilansu stanja kompanije i najbolju ocenu matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine. Adekvatnost matematičke rezerve je razlika matematičke rezerve u bilansu stanja i najbolje ocene matematičke rezerve. Računa se po podvrstama osiguranja i prema međunarodnim standardima finansijskog izveštavanja neadekvatnost u jednom segmentu ne može se kompenzovati viškom adekvatnosti u drugom segmentu, tako da se u konačnom zbiru za neadekvatnost uzimaju u obzir samo negativne vrednosti.

Tabela 5.1.3.4. Rezultat testiranja adekvatnosti matematičke rezerve portfelja

Podvrsta osiguranja	Matematička rezerva u bilansu stanja (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Adekvatnost (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	41.362.967	22.417.317	18.945.650
Osig. živ. za slučaj doživljenja	15.670.816	22.885.702	- 7.214.886
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	49.895.291	7.563.216	42.332.075
Ukupno	106.929.074	52.866.235	- 7.214.886

Izvor: Autorovo istraživanje

Dobijeni rezultat LAT testa, koji je prikazan u Tabeli 5.1.3.4. je negativan za podvrstu osiguranja osiguranje života za slučaj doživljenja. To znači da su tehničke rezerve u bilansu stanja neadekvatne za 7.214.886 EUR za portfelj sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične smrtnosti stanovništva Srbije u 2012. godini na datum obračuna 31.12.2022. godine. Iako ostala dva segmenta portfelja imaju višak adekvatnosti preko 61 milion EUR, zbog izabrane segmentacije, potrebno je povećati tehničke rezerve u bilansu stanja za iznos od 7,2 miliona EUR.

Prosečni godišnji rast matematičke rezerve u poslednje tri godine je bio oko 6%. Taj iznos je uporediv sa rezultatom LAT testa od 7,2 miliona EUR, što iznosi oko 7% matematičke rezerve iz prethodne godine. Potrebno je kompenzovati konstatovanu neadekvatnost matematičke rezerve LAT testom povećanjem iznosa tehničkih rezervi u bilansu stanja. Povećanje tehničkih rezervi u bilansu stanja dovodi do povećanja troškova u bilansu uspeha. Uticaj LAT testa na bilans uspeha u 2022. godini je povećanje troškova za praktično dvostruki iznos, jer je pored standardnog godišnjeg povećanja matematičke rezerve, u bilansu stanja matematička rezerva dodatno povećana za sličan iznos zbog izračunate neadekvatnosti tehničkih rezervi. Veliko smanjenje profita ili čak pojava gubitka u bilansu uspeha, koji nastaju u godini kada se utvrdi neadekvatni obračun matematičke rezerve, negativno utiču na solventnost, što je u skladu sa četvrtom hipotezom koja ističe važnost adekvatne procene matematičke rezerve za solventnost osiguravajuće kompanije.

Ipak, treba istaći i da je umesto segmentacije po podvrstama osiguranja izabrana segmentacija po vrstama osiguranja iz Zakona o osiguranju, tehničke rezerve bi bile adekvatne sa viškom adekvatnosti od 54.062.839 EUR, što se može videti iz Tabele 5.1.3.4. Takođe, mogla je biti izvršena segmentacija i po trećem kriterijumu, npr. po proizvodu osiguranja, što bi eventualno pokazalo još veću neadekvatnost.

5.1.3.4. Merenje rizika prekida prema standardnoj formuli Solventnosti II

Kao što je već opisano u trećem odeljku ove disertacije, zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida jednak je najvećem od iznosa sledeća tri zahtevana kapitala za: rizik trajnog povećanja stopa prekida, trajnog smanjenja stopa prekida i masovnog prekida, što se može zapisati na sledeći način:

$$SCR_{lapse} = \max (Lapse_{up}; Lapse_{down}; Lapse_{mass}). \quad (5.1.5.)$$

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za pomenute rizike obračunava se kao gubitak osnovnih sopstvenih sredstava osiguravača koji bi bio prouzrokovan trajnim povećanjem ili smanjenjem stopa korišćenja opcija prekida ili masovnim prekidom ugovora koji bi nastao jednokratno:

$$Lapse_i = \Delta NAV | lapseshock_i. \quad (5.1.6.)$$

Tabela 5.1.3.5. Primer stope prekida ugovora u trogodišnjem periodu

Godina	1	2	3+
Stopa prekida u tekućoj godini	6%	6%	6%
Stopa prekida za <i>Lapse_{up}</i> opciju	9%	9%	9%
Stopa prekida za <i>Lapse_{down}</i> opciju	3%	3%	3%
Stopa prekida za <i>Lapse_{mass}</i> opciju	40%	6%	6%

Izvor: Autorovo istraživanje

Tri opcije za obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida ugovora, opisane su na primeru kretanja stope prekida ugovora u periodu od tri godine u skladu sa zahtevima standardne formule u Tabeli 5.1.3.5. U slučaju da je stopa prekida u tekućoj godini 6%, „šok“ stalnog povećanja od 50% je uvećava na 9% u prvoj narednoj godini i ona ostaje uvećana i u ostalim godinama. „Šok“ stalnog smanjenja od 50% smanjuje stopu prekida na 3% u prvoj narednoj godini, ali i ostalim godinama. „Šok“ masovnog prekida ugovora od 40% uspostavlja stopu prekida ugovora od 40% u prvoj godini, dok se u narednim godinama stopa vraća na početnih 6%.

Prema standardnoj formuli, predikcioni interval za 2022. godinu je:²⁸⁹

$$[\text{stopa prekida ugovora u tekućoj godini} \cdot 50\%; \text{stopa prekida ugovora u tekućoj godini} \cdot 150\%]$$

(5.1.7.)

Za konkretnu osiguravajuću kompaniju predikcioni interval za stopu prekida ugovora u 2022. godini iznosi: [4,46%; 13,39%].

Tabela 5.1.3.6. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja sa primenjenim „šokom“ od 50% povećanja stope prekida ugovora korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa „šokom“ +50% (u EUR)	Razlika dve mat. rezerve (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.417.317	17.365.796	- 5.051.521
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.885.702	15.439.178	- 7.446.524
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.563.216	5.213.988	- 2.349.228
Ukupno	52.866.235	38.018.962	-14.847.273

Izvor: Autorovo istraživanje

U Tabeli 5.1.3.6. prikazane su najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine i verovatnoćama prekida ugovora kao što je prikazano u Tabeli 5.1.2.2. i najbolja ocena matematičke

²⁸⁹ Michorius, C. (2011). Modeling Lapse Rates – Investigating the Variables that Drive Lapse Rates. *Master Thesis*. Enschede: Faculty of Management and Governance, University of Twente, p. 62.

rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine i verovatnoćama prekida ugovora koje su povećane za 50%.

Tabela 5.1.3.7. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja sa primenjenim „šokom“ od 50% smanjenja stope prekida ugovora korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa „šokom“ -50% (u EUR)	Razlika dve MR (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.417.317	29.568.020	7.150.703
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.885.702	33.267.268	10.381.566
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.563.216	10.771.523	3.208.307
Ukupno	52.866.235	73.606.811	20.740.576

Izvor: Autorovo istraživanje

U Tabeli 5.1.3.7. prikazane su najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine i verovatnoćama prekida ugovora kao što je prikazano u Tabeli 5.1.2.2. i najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine i verovatnoćama prekida ugovora koje su smanjene za 50%.

Tabela 5.1.3.8. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja sa primenjenim „šokom“ masovnog prekida 40% svih polisa korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa masovnim prekidom (u EUR)	Razlika dve MR (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.417.317	13.639.795	- 8.777.522
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.885.702	14.488.561	- 8.397.141
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.563.216	4.769.722	- 2.793.494
Ukupno	52.866.235	32.898.078	-19.968.157

Izvor: Autorovo istraživanje

U Tabeli 5.1.3.8. prikazane su najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine i verovatnoćama prekida ugovora kao što je prikazano u Tabeli 5.1.2.2. i najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine u slučaju jednokratnog masovnog prekida od 40% svih polisa kod kojih prekid ugovora uzrokuje povećanje tehničkih rezervi.

Tabela 5.1.3.9. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida ugovora prema standardnoj formuli za konkretnu osiguravajuću kompaniju korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine

Podvrsta osiguranja	Zahtevani kapital za rizik prekida (u EUR)		
	Lapse _{up}	Lapse _{down}	Lapse _{mass}
Osig. živ. za slučaj smrti	0	7.150.703	0
Osig. živ. za slučaj doživljenja	0	10.381.566	0
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	0	3.208.307	0
Ukupno	0	20.740.576	0

Izvor: Autorovo istraživanje

Na osnovu formule (3.4.12.) za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida životnog osiguranja, formule i podataka iz Tabele 5.1.3.6, Tabele 5.1.3.7. i Tabele 5.1.3.8. gde su prikazane najbolje ocene matematičke rezerve modeliranog portfelja sa primenjenim „šokovima“ povećanja i smanjena za 50% verovatnoća prekida ugovora i „šokom“ masovnog prekida, u Tabeli 5.1.3.9. prikazani su kapitalni zahtevi za rizik prekida. Pošto je $Lapse_{down}$ najveći od tri zahtevana kapitala iz Tabele 5.1.3.9, on predstavlja zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida ugovora SCR_{lapse} i iznosi 20.740.576 EUR.

5.1.3.5. Merenje korelisanosti izmerenih rizika životnog osiguranja u standardnoj formuli Solventnosti II

Na osnovu formule (3.4.21.) i izvoda iz Tabele 3.4.1. u kojoj su prikazani koeficijenti korelacije za rizik životnog osiguranja, koji je prikazan u Tabeli 5.1.3.10, formula za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik životnog osiguranja (SCR_{life}) na osnovu izmerenih rizika mortaliteta (SCR_1), dugovečnosti (SCR_2) i prekida ugovora (SCR_3) glasi:

$$SCR_{life} = \sqrt{SCR_1^2 + SCR_2^2 + SCR_3^2 - 0,5 \cdot SCR_1 \cdot SCR_2 + 0,5 \cdot SCR_2 \cdot SCR_3}. \quad (5.1.8.)$$

Tabela 5.1.3.10. Izvod iz tabele koeficijenata korelacije za rizik životnog osiguranja

<i>i</i> \ <i>j</i>	smrtnost	dugovečnost	prekid
smrtnost	1	-0,25	0
dugovečnost	-0,25	1	0,25
prekid	0	0,25	1

Izvor: Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12), Article 136.

U Tabeli 5.1.3.11. prikazani su zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizike mortaliteta, dugovečnosti i prekida ugovora, njihov zbir i zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik životnog osiguranja prema standardnoj formuli.

Tabela 5.1.3.11. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za životno osiguranje prema standardnoj formuli za konkretnu osiguravajuću kompaniju

Rizik	Oznaka	Zahtevani kapital za rizik (u EUR)
Smrtnost	$SCR_{mortality}$	3.166.908
Dugovečnost	$SCR_{longevity}$	254.383
Prekid ugovora	SCR_{lapse}	20.740.576
Zbir tri zahtevana kapitala	-	24.161.867
Životno osiguranje	SCR_{life}	21.035.701

Izvor: Autorovo istraživanje

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik životnog osiguranja prema standardnoj formuli, na osnovu izmerenih rizika smrtnosti, dugovečnosti i prekida ugovora, iznosi 21.035.701 EUR.

5.2. Diskusija rezultata istraživanja

Posle sprovedenih studija kvantitativnog uticaja QIS1 i QIS2 za srpsko tržište osiguranja u 2018. i 2019. godini, uočeno je da su najveći izazovi za povećanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti sa kojim će se osiguravači suočiti prilikom uvođenja režima Solventnost II, nedostatak visokog rejtinga domaćih reosiguravača i priznavanje obveznica Vlade Republike Srbije za najkvalitetnije, bezrizične obveznice.²⁹⁰

Zakon o osiguranju zahteva da kompanija za osiguranje reosigura svoj portfelj kod kompanije za reosiguranje koja je osnovana u Srbiji.²⁹¹ U toku 2022. godine na domaćem tržištu su poslovale četiri reosiguravajuće kompanije, od kojih tri nisu imale rejting, dok je za Dunav Re sredinom 2022. godine potvrđena rejting ocena finansijske snage B+ i dugoročni kreditni rejting bbb- kod međunarodne agencije za određivanje kreditnog rejtinga AM Best.²⁹² Obračunata premija reosiguranja i retrocesije kompanije Dunav Re u 2021. godini ima udeo od oko 40% na tržištu Srbije.²⁹³ S obzirom da je 60% polisa reosigurano kod kompanija bez rejtinga, a 40% kod Dunav Rea koji ima rejting ispod A, zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik neizmirenja obaveze druge ugovorne strane (SCR_{def}) je značajno veći nego kod osiguravajućih kompanija u Evropskoj uniji kojima je dozvoljeno reosiguranje kod najkvalitetnijih svetskih reosiguravača. Član 233. Zakona o osiguranju omogućava domaćim kompanijama direktno reosiguranje kod stranog reosiguravača tek po ulasku Srbije u Svetsku trgovinsku organizaciju.²⁹⁴

Priznavanje obveznica Republike Srbije za najkvalitetnije, bezrizične obveznice rejtinga AAA, bilo je moguće u prvoj studiji kvantitativnog uticaja u Srbiji QIS1. U slučaju pune primene režima Solventnost II po propisima Evropske unije to neće biti moguće, jer obveznice Republike Srbije mogu imati rejting najviše u nivou rejtinga države. U 2022. godini Republika Srbija je imala rejting BB+ kod međunarodnih agencija za određivanje kreditnog rejtinga Standard & Poor's i Fitch Ratings, što predstavlja „neinvesticioni (špekulativni nivo) gde postoji sposobnost izvršenja finansijskih obaveza, ali je prisutan rizik promene poslovne klime i ekonomskih uslova, kao i znatan kreditni rizik“²⁹⁵ i nalazi se 4 nivoa ispod rejtinga AAA koji predstavlja „najbolju ocenu, izuzetno visoku sposobnost izvršenja finansijskih obaveza, minimalan kreditni rizik“.²⁹⁶ Zbog toga se u podmodulu rizika raspona (SCR_{spread}) modula tržišnog rizika (SCR_{market}) zahteva znatno veći iznos za zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti nego da su u pitanju najkvalitetnije obveznice. Izloženostima po osnovu dužničkih hartija od vrednosti za koje je dostupan kreditni rejting dodeljuje se faktor rizika stresa u zavisnosti od nivoa kreditnog kvaliteta i modifikovanog trajanja izloženosti. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik raspona najnekvalitetnije hartije od vrednosti, u zavisnosti od modifikovanog trajanja izloženosti može biti od 3 do 8 puta veći nego za najkvalitetnije hartije od vrednosti.²⁹⁷

²⁹⁰ Đorđević, S., Mijatović, S. (2019). *QIS 2 – Radionica 1 – Druga kvantitativna studija uticaja Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji*. Beograd: Narodna banka Srbije.

²⁹¹ Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21, član 7.

²⁹² <https://news.ambest.com/PressContent.aspx?altsrc=2&refnum=32339>

²⁹³ <http://dunavre.rs/izvestaji/finansijski-i-poslovni-izvestaji-o-poslovanju>

²⁹⁴ Zakon u ovom trenutku dozvoljava direktno reosiguranje kod stranog reosiguravača za osiguranje katastrofalnih rizika.

²⁹⁵ www.nbs.rs/sr/finansijsko_trziste/informacije-za-investitore-i-analiticare/kreditni_rejting

²⁹⁶ Isto.

²⁹⁷ Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1*. Beograd, str. 116.

U odeljku 5.1.1.4. je izračunat zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti modeliranog portfelja za konkretnu osiguravajuću kompaniju u režimu Solventnost I, koji iznosi 5.774.283 EUR.

U odeljku 5.1.3.4. je izračunat zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti prekida ugovora životnog osiguranja, za koji se, na osnovu rezultata QIS5 koji su predstavljeni na Slici 2.1, očekuje najveći zahtevani kapital od svih podmodula rizika za konkretnu osiguravajuću kompaniju u režimu Solventnost II, koji iznosi 20.740.576 EUR. Posle korelisanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida sa prethodno izmerenim iznosima zahtevanih kapitala za rizike smrtnosti i dugovečnosti, kao što je prikazano u Tabeli 5.1.3.11. zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik životnog osiguranja prema standardnoj formuli režima Solventnost II iznosi 21.035.701 EUR, što je za oko 13% manje od zbira zahtevanih kapitala za tri pomenuta rizika koji iznosi 24.161.867 EUR kao što je prikazano u Tabeli 5.1.3.11.

Tabela 5.2.1. Poređenje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti u režimu Solventnost I i Solventnost II prema standardnoj formuli na primeru konkretne osiguravajuće kompanije

Rizik	Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti u režimu Solventnost I (u EUR)	Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti u režimu Solventnost II (u EUR)
Smrtnost		3.166.908
Dugovečnost		254.383
Prekid ugovora		20.740.576
Životno osiguranje		21.035.701
Svi rizici	5.774.283	

Izvor: Autorovo istraživanje

Na osnovu navedenih podataka koji su prikazani u Tabeli 5.2.1. zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za deo zahtevanog kapitala za rizik životnog osiguranja SCR_{life} , koji je izračunat na osnovu analize rizika smrtnosti, dugovečnosti i prekida ugovora, znatno su veći od ukupnog zahtevanog kapitala modeliranog portfelja u režimu Solventnost I konkretne osiguravajuće kompanije, što je u skladu sa prvom hipotezom ove disertacije koja pretpostavlja da uvođenje režima Solventnost II dovodi do povećanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti.

S obzirom na potrebu za znatno većim iznosima za rizik raspona SCR_{spread} i rizik neizmirenja obaveze druge ugovorne strane SCR_{def} za osiguravajuće kompanije u Srbiji u odnosu na kompanije u razvijenim evropskim zemljama i empirijske potvrde na primeru rizika životnog osiguranja SCR_{life} konkretne osiguravajuće kompanije da je potreban znatno veći iznos zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti u odnosu na ukupni zahtevani kapital u režimu Solventnost I, može se nedvosmisleno potvrditi prva hipoteza ove disertacije.

5.2.1. Uporedna analiza primene standardne formule i parcijalnog internog modela

5.2.1.1. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti

Na osnovu Tabele 5.1.2.10. u kojoj je prikazan izračunati zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu i Tabele 5.1.3.3. u kojoj je prikazan izračunati zahtevani kapital za rizik smrtnosti prema standardnoj formuli za konkretnu osiguravajuću kompaniju, formirana je Tabela 5.2.1.1. u svrhu njihovog poređenja.

Tabela 5.2.1.1. Poređenje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu i standardnoj formuli

Podvrsta osiguranja	Zahtevani kapital za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu (u EUR)	Zahtevani kapital za rizik smrtnosti prema standardnoj formuli (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	2.842.144	3.166.908
Osig. živ. za slučaj doživljenja	0	0
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	0	0
Ukupno	2.842.144	3.166.908

Izvor: Autorovo istraživanje

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti u parcijalnom modelu je manji od zahtevanog kapitala za rizik smrtnosti u standardnoj formuli konkretne osiguravajuće kompanije, što je u skladu sa drugom hipotezom ove disertacije koja pretpostavlja da primena parcijalnog modela dovodi do smanjenja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti.

Druga hipoteza se ne može potvrditi na osnovu ovog rezultata u opštem slučaju, jer je u pitanju samo portfelj konkretne osiguravajuće kompanije, na kome pretpostavka važi. Ipak, pošto je analizirani portfelj modeliran tako da predstavlja prosečnu osiguravajuću kompaniju na srpskom tržištu životnog osiguranja, može se zaključiti da se druga hipoteza može potvrditi za većinu domaćih kompanija. Na portfelju konkretne osiguravajuće kompanije, razlika između zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti prema parcijalnom modelu i prema standardnoj formuli je oko 10%. Može se konstruisati portfelj u kome bi hipoteza bila odbačena za slučaj zahtevanog kapitala za rizik smrtnosti. Npr. ukoliko pretpostavimo da se osiguravajuća kompanija ne bavi osiguranjem života za slučaj smrti zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti prema parcijalnom modelu neće biti manji od zahtevanog kapitala prema standardnoj formuli i tada druga hipoteza ne važi. Treba napomenuti da nema osiguravajućih kompanija sa takvim portfeljom u Srbiji.

5.2.1.2. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti

Na osnovu Tabele 5.1.2.10. u kojoj je prikazan izračunati zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu i Tabele 5.1.3.3. u kojoj je prikazan

izračunati zahtevani kapital za rizik dugovečnosti prema standardnoj formuli za konkretnu osiguravajuću kompaniju formirana je Tabela 5.2.1.2. u svrhu njihovog poređenja.

Tabela 5.2.1.2. Poređenje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu i standardnoj formuli

Podvrsta osiguranja	Zahtevani kapital za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu (u EUR)	Zahtevani kapital za rizik dugovečnosti prema standardnoj formuli (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	0	0
Osig. živ. za slučaj doživljenja	98.343	103.489
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	151.638	150.894
Ukupno	249.981	254.383

Izvor: Autorovo istraživanje

Zahtevani kapital za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu je manji od zahtevanog kapitala za rizik dugovečnosti prema standardnoj formuli za konkretnu osiguravajuću kompaniju, što je u skladu sa drugom hipotezom ove disertacije koja pretpostavlja da primena parcijalnog modela dovodi do smanjenja zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti.

Druga hipoteza se ne može potvrditi na osnovu ovog rezultata u opštem slučaju, jer je u pitanju samo portfelj konkretne osiguravajuće kompanije, na kome pretpostavka važi. Na portfelju konkretne osiguravajuće kompanije, razlika između zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti prema parcijalnom modelu i prema standardnoj formuli je oko 2% tako da se relativno lako može konstruisati portfelj u kome bi hipoteza bila odbačena za slučaj zahtevanog kapitala za rizik dugovečnosti. Npr. ukoliko pretpostavimo da se konkretna osiguravajuća kompanija bavi samo osiguranjem života za slučaj smrti zahtevani kapital prema parcijalnom modelu neće biti manji od zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti prema standardnoj formuli i druga hipoteza tada ne važi.

5.2.1.3. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida ugovora

Na osnovu izabranog modela za rizik prekida, iz odeljka 4.3.3. ove disertacije i formule (4.3.3.5.) projektovana stopa prekida ugovora u sledećoj, 2023. godini je:

$$\hat{Y}(2023) = 0,07514 + 0,633930 \cdot Rast\ cena(2021) + 0,24453 \cdot Rast\ premije\ \check{Z}.\ O.(2021),$$

$$\hat{Y}(2023) = 13,41\% \tag{5.2.1.}$$

Na isti način projektovana stopa prekida u 2022. godini, za koju je obračunat zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti i njen predikcioni interval:

$$\hat{Y}(2022) = 0,07514 + 0,633930 \cdot Rast\ cena(2020) + 0,24453 \cdot Rast\ premije\ \check{Z}.\ O.(2020),$$

$$\hat{Y}(2022) = 9,47\% \tag{5.2.2.}$$

Predikcioni interval je procenjeni interval u koji će pasti buduće posmatranje slučajne promenljive, sa određenom verovatnoćom, na osnovu podatka o ponašanju promenljive u prošlosti. Ocenjena stopa prekida ugovora o životnom osiguranju u 2022. godini, iz formule (5.2.2.) je srednja vrednost predikcionog intervala. Predikcioni interval za stopu prekida ugovora u 2022. godini sa nivoom poverenja $1-\alpha$ je:

$$[\hat{Y}(2022) - limit, \hat{Y}(2022) + limit]. \quad (5.2.3.)$$

Tabela 5.2.1.3. Rezultat obračuna predikcionog intervala u programskom jeziku R

Datum obračuna	Očekivana stopa prekida ugovora	Donja granica	Gornja granica
31.12.2022	0,0946957	0,05647768	0,1329137

Izvor: Obračun autora

Predikcioni interval za stopu prekida ugovora sa nivoom poverenja 99,5% u programskom jeziku R, može se izračunati pozivom funkcije *predict.glm()*. Iz Tabele 5.2.1.3. se vidi da je predikcioni interval za stopu prekida ugovora po predloženom modelu u skladu sa formulom (5.2.3.):

$$[5,64\%; 13,29\%].$$

Na osnovu formule (5.1.7.) određen je sledeći predikcioni interval za istu promenljivu prema standardnoj formuli:

$$[4,46\%; 13,39\%].$$

S obzirom da je predikcioni interval prema standardnoj formuli veći nego prema predloženom modelu, predloženi model preciznije meri zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti. To znači da je potreban manji zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti prema predloženom modelu nego prema standardnoj formuli, što je u skladu sa drugom hipotezom ove disertacije koja pretpostavlja da primena parcijalnog modela dovodi do smanjenja zahtevanog kapitala.

Druga hipoteza se ne može potvrditi na osnovu ovog rezultata u opštem slučaju, jer je u pitanju samo portfelj konkretne osiguravajuće kompanije, na kome pretpostavka važi. Može se konstruisati portfelj u kome bi hipoteza bila odbačena za slučaj zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida. Predikcioni interval prema standardnoj formuli zavisi samo od stope prekida u tekućoj godini, dok predikcioni interval parcijalnog modela zavisi od stopa prekida u svim posmatranim godinama. Npr. ukoliko je stopa prekida znatno manja u tekućoj godini od stopa prekida u ranijim godinama, predikcioni interval prema standardnoj formuli može biti manji od predikcionog intervala parcijalnog modela, što znači da zahtevani kapital prema parcijalnom modelu neće biti manji od zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti prema standardnoj formuli.

Na osnovu nemogućnosti potvrde druge hipoteze ove disertacije za rizike smrtnosti, dugovečnosti i prekida u opštem slučaju, hipoteza se ne može potvrditi. Ipak, s obzirom na slobodu kreiranja parcijalnog internog modela, kao što je objašnjeno u odeljku 4.1.1. disertacije, za konkretni portfelj je moguće kreirati odgovarajući parcijalni model, koji bi uzeo u obzir sve specifičnosti tog portfelja. Razvoj i implementacija internog modela nije pravolinijski proces, nego zahteva veliki broj

podešavanja i iteracija, dok se ne dobije odgovarajući rezultat.²⁹⁸ Kao što je pokazano u slučaju portfelja konkretne osiguravajuće kompanije, bilo je moguće razviti parcijalni interni model koji je obuhvatio rizike smrtnosti, dugovečnosti i prekida, i potvrdio drugu hipotezu da primena parcijalnog internog modela dovodi do smanjenja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti. Zbog toga, drugu hipotezu ne treba odbaciti, jer se za svaki pojedinačni slučaj osiguravajuće kompanije može razviti odgovarajući parcijalni interni model koji može da potvrdi hipotezu, ali se ne može razviti jedan parcijalni model koji potvrđuje drugu hipotezu za svaku konkretnu osiguravajuću kompaniju.

5.2.2. Uticaj polne strukture osiguranika na parcijalni interni model

U prethodnim odeljcima je obračunat zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizike smrtnosti i dugovečnosti korišćenjem tablica smrtnosti iz Tabele 5.1.2.1. za odgovarajući pol osiguranika. U nastavku će se proveriti uticaj polne strukture osiguranika na zahtevani kapital, korišćenjem kombinovanih tablica smrtnosti iz Tabele 5.1.2.1. za osiguranike oba pola. Metodologija obračuna i svi ostali parametri, osim tablica smrtnosti, potpuno su isti kao u prethodnim odeljcima.

5.2.2.1. Obračun matematičke rezerve celog portfelja metodom najbolje ocene bez uvažavanja polne strukture

U Tabeli 5.2.2.1. prikazane su najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini bez uvažavanja polne strukture osiguranika i najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini koja je povećana za 15%, takođe bez uvažavanja polne strukture osiguranika.

Tabela 5.2.2.1. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja prema parcijalnom modelu sa primenjenim „šokom“ od 15% povećanja smrtnosti bez uvažavanja polne strukture osiguranika

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa „šokom“ +15% (u EUR)	Razlika dve MR (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.231.040	24.928.109	2.697.069
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.956.452	22.891.525	- 64.927
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.646.913	7.544.292	- 102.621
Ukupno	52.834.405	55.363.926	2.529.521

Izvor: Autorovo istraživanje

Iz Tabele 5.2.2.1. se vidi da je najbolja ocena ukupne matematičke rezerve prema parcijalnom internom modelu sa „šokom“ povećanja smrtnosti za 15% veća za oko 4,8% nego bez „šoka“. Razlika potiče od podvrste osiguranja osiguranje života za slučaj smrti. Ukupna razlika je oko 0,2 procentna

²⁹⁸ Ronkainen, V., Koskinen, L., Berglund, R. (2007). Topical Modelling Issues in Solvency II. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2007(2), pp.135-146.

poena manja između pomenute dve matematičke rezerve nego prema parcijalnom internom modelu sa uvažavanjem polne strukture.

Najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini bez uvažavanja polne strukture osiguranika i najbolja ocena matematičke rezerve celog portfelja sa uključenom marginom rizika korišćenjem projektovane smrtnosti stanovništva Srbije u 2022. godini koja je umanjena za 20%, takođe bez uvažavanja polne strukture osiguranika, prikazane su u Tabeli 5.2.2.2.

Tabela 5.2.2.2. Najbolja ocena matematičke rezerve modeliranog portfelja prema parcijalnom modelu sa primenjenim „šokom“ od 20% smanjenja smrtnosti bez uvažavanja polne strukture osiguranika

Podvrsta osiguranja	Najbolja ocena mat. rezerve (u EUR)	Najbolja ocena mat. rezerve sa „šokom“ -20% (u EUR)	Razlika dve MR (u EUR)
Osig. živ. za slučaj smrti	22.231.040	17.926.288	- 4.304.752
Osig. živ. za slučaj doživljenja	22.956.452	23.044.318	87.866
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	7.646.913	7.786.722	139.809
Ukupno	52.834.405	48.757.328	- 4.077.077

Izvor: Autorovo istraživanje

Iz Tabele 5.2.2.2. se vidi da je najbolja ocena ukupne matematičke rezerve prema parcijalnom internom modelu sa „šokom“ smanjenja smrtnosti za 20% manja za oko 7,8% nego bez „šoka“, što je oko 0,1 procentni poen manja razlika između pomenute dve matematičke rezerve nego prema parcijalnom internom modelu sa uvažavanjem polne strukture.

5.2.2.2. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti

Na osnovu Tabele 5.1.2.10. u kojoj je prikazan izračunati zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu sa uvažavanjem polne strukture osiguranika i Tabele 5.2.2.1. u kojoj je prikazan izračunati zahtevani kapital za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu bez uvažavanja polne strukture osiguranika konkretne osiguravajuće kompanije formirana je Tabela 5.2.2.3. radi njihovog poređenja.

Tabela 5.2.2.3. Poređenje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu sa i bez uvažavanja polne strukture osiguranika

Podvrsta osiguranja	Zahtevani kapital za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu (u EUR)	
	Sa uvažavanjem polne strukture osiguranika	Bez uvažavanja polne strukture osiguranika
Osig. živ. za slučaj smrti	2.842.144	2.697.069
Osig. živ. za slučaj doživljenja	0	0
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	0	0
Ukupno	2.842.144	2.697.069

Izvor: Autorovo istraživanje

Zahtevani kapital za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu bez uvažavanja polne strukture osiguranika manji je za oko 5% od zahtevanog kapitala za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu sa uvažavanjem polne strukture osiguranika na primeru konkretne osiguravajuće kompanije, što nije u skladu sa trećom hipotezom ove disertacije koja pretpostavlja da primena parcijalnog modela bez uvažavanja polne strukture dovodi do povećanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti.

5.2.2.3. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti

Na osnovu Tabele 5.1.2.10. u kojoj je prikazan izračunati zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu, sa uvažavanjem polne strukture osiguranika i Tabele 5.2.2.2. u kojoj je prikazan izračunati zahtevani kapital za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu bez uvažavanja polne strukture osiguranika konkretne osiguravajuće kompanije formirana je Tabela 5.2.2.4. radi njihovog poređenja.

Tabela 5.2.2.4. Poređenje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu sa i bez uvažavanja polne strukture osiguranika

Podvrsta osiguranja	Zahtevani kapital za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu (u EUR)	
	Sa uvažavanjem polne strukture osiguranika	Bez uvažavanja polne strukture osiguranika
Osig. živ. za slučaj smrti	0	0
Osig. živ. za slučaj doživljenja	98.343	87.866
Osig. živ. za slučaj smrti i doživljenja	151.638	139.809
Ukupno	249.981	227.675

Izvor: Autorovo istraživanje

Zahtevani kapital za rizik dugovečnosti bez uvažavanja polne strukture osiguranika manji je za oko 9% od zahtevanog kapitala za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu sa uvažavanjem polne strukture osiguranika na primeru konkretne osiguravajuće kompanije, što takođe nije u skladu sa trećom hipotezom ove disertacije koja pretpostavlja da primena parcijalnog modela bez uvažavanja polne strukture dovodi do povećanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti.

Na rizik prekida ugovora polna struktura ne utiče, jer je verovatnoća prekida ugovora obračunata na ukupnom portfelju, bez uvažavanja polne strukture, zbog kredibilitnosti podataka. Na osnovu poređenja izračunatog zahtevanog kapitala za rizik smrtnosti prema parcijalnom modelu sa i bez uvažavanja polne strukture osiguranika konkretne osiguravajuće kompanije, koje je prikazano u Tabeli 5.2.2.3. i poređenja izračunatog zahtevanog kapitala za rizik dugovečnosti prema parcijalnom modelu sa i bez uvažavanja polne strukture osiguranika iz Tabele 5.2.2.4. može se zaključiti da treća hipoteza ne važi na primeru portfelja konkretne osiguravajuće kompanije, tako da se hipoteza može odbaciti.

Ipak, važno je napomenuti da ova hipoteza može da važi za portfelje sa drugačijom strukturom. U konkretnom portfelju broj osiguranika muškog i ženskog pola je sličan, ali u slučaju da u portfelju druge osiguravajuće kompanije ima značajno više osiguranika jednog pola, hipoteza bi mogla biti potvrđena.

5.2.3. Mogući pravci daljeg istraživanja

Tokom razvoja predloženog parcijalnog internog modela uvedene su određene aproksimacije. Takođe, model ima i izvesna ograničenja, koja zajedno sa korišćenim aproksimacijama ukazuju na moguće buduće pravce istraživanja.

Istraživanjem su bile obuhvaćene samo višegodišnje polise osiguranja života sa godišnjim plaćanjem premije. Iako polise sa jednokratnim plaćanjem premije nisu previše zastupljene u portfeljima osiguravajućih kompanija u Srbiji, njihovo uključenje u model bi doprinelo preciznijem merenju zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti.

Sličan efekat bi imalo i uključenje različitih šema reosiguranja u model, s obzirom da nisu razmatrane zbog velike različitosti programa reosiguranja kod pojedinačnih kompanija i činjenice da se samo oko 3% premije životnog osiguranja u Srbiji cedira reosiguravajućim kompanijama.

Kriva prinosa na osnovu koje se određuje najbolja ocena matematičke rezerve u modelu je deterministička. Njena zamena deflatorom, stohastičkom diskontnom funkcijom, bolje bi odražavala realna tržišna kretanja.

Korišćeni su linearni koeficijenti korelacije, koje propisuje prva studija kvantitativnog uticaja koja je sprovedena na tržištu osiguranja Srbije, za merenje rizika podmodula životnog osiguranja. Preciznost predloženog modela može biti unapređena kombinovanjem propisanih koeficijenata sa koeficijentima dobijenim na osnovu iskustva konkretne osiguravajuće kompanije na osnovu teorije kredibiliteta ili korišćenjem funkcija kopula.

U disertaciji je prikazana analiza uticaja faktora iz okruženja, rast potrošačkih cena i rast premije životnog osiguranja, na stopu prekida ugovora i zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida u životnom osiguranju. Dalji razvoj istraživanja može biti analiziranje uticaja karakteristika

ugovora na stopu prekida ugovora, kao npr. proizvod osiguranja, iznos premije, pol i starost osiguranika, itd.

Poboljšanje ocene solventnosti u predloženom parcijalnom internom modelu bilo je fokusirano na rizik životnog osiguranja i u okviru tog modula rizika predložena su unapređenja merenja rizika u tri podmodula smrtnosti, dugovečnosti i prekida ugovora. Svakako bi analiza još jednog podmodula rizika dodatno doprinela unapređenju preciznosti i kvaliteta ocene solventnosti konkretne osiguravajuće kompanije. Rizik troškova životnog osiguranja je prvi kandidat za to, zbog specifičnosti koja svaka kompanija ima u upravljanju troškovima i koje ne mogu biti potpuno obuhvaćene podmodulom iz standardne formule koji je isti za sve kompanije. Unapređenje merenja rizika u modulima tržišnog, kreditnog i operativnog rizika je očekivani budući pravac istraživanja, koji bi imao značaj i za kompanije koje se bave neživotnim osiguranjem.

Na primeru portfelja konkretne osiguravajuće kompanije pokazano je da se može odbaciti treća hipoteza ove disertacije koja je pretpostavljala da primena parcijalnog modela bez uvažavanja polne strukture dovodi do povećanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti. Jedan od pravaca daljeg istraživanja u cilju dodatnog unapređenja parcijalnog modela može biti dokazivanje suprotne hipoteze da primena parcijalnog modela bez uvažavanja polne strukture dovodi do smanjenja zahtevanog kapitala.

Ispitivanje stabilnosti portfelja konkretne osiguravajuće kompanije u budućem periodu, s obzirom na njen mogući uticaj na solventnost, može biti još jedan od predmeta daljeg istraživanja, koji inspiraciju dobija ovom disertacijom.

Kao što je već konstatovano, uvođenje režima Solventnost II je pravna tekovina koja se mora usvojiti u nacionalnom zakonodavstvu vezano za ulazak Srbije u Evropsku uniju. Osiguravajuće kompanije u Srbiji moraju biti spremne da će se tada zahtevati potpuna implementacija Solventnosti II, sa posebnim naglaskom na primeni parcijalnih internih modela koji će uvažiti specifičnosti rizičnog profila svake osiguravajuće kompanije pojedinačno. U međuvremenu dobra priprema tržišta za razvoj i implementaciju internog modela je rad na parcijalnim internim modelima i prikupljanju podataka na nivou pojedinačne kompanije i celog tržišta. Duže vremenske serije i stečeno iskustvo u razvoju parcijalnih internih modela će svakako poboljšati kvalitet budućih modela.

ZAKLJUČAK

Cilj disertacije je bio razvoj parcijalnog internog modela za određivanje zahtevanog kapitala za pokriće rizika životnih osiguranja, uvažavajući profil rizika konkretnog osiguravača koji posluje na srpskom tržištu životnog osiguranja, što je postignuto modeliranjem rizika smrtnosti, dugovečnosti i prekida ugovora.

Disertacija daje određeni naučni doprinos na osnovu komparativne analize postojećeg statičkog merenja rizika i budućeg dinamičkog pristupa. Merenje rizika je najvažnija komponenta upravljanja rizicima u osiguravajućim kompanijama. Prikazane su prednosti i ograničenja različitih modela za merenje rizika životnog osiguranja. Takođe, na osnovu stohastičkog projektovanja smrtnosti u Srbiji u periodu 2011. – 2050. godine, izrađena je tablica smrtnosti za pomenuti period kao osnov za kvalitetnije i preciznije merenje i upravljanje rizicima smrtnosti i dugovečnosti u Srbiji. Primena generalizovanog linearnog modela (GLM) u projektovanju rizika prekida ugovora životnog osiguranja je još jedan važan naučni doprinos ove disertacije. U literaturi nije do sada formulisani celovit parcijalni interni model za osiguravače koji se bave životnim osiguranjem, kao što je urađeno u ovoj disertaciji. Razvijani su stohastički modeli za pojedinačne podmodule rizika životnog osiguranja. Obračun zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti za pokriće rizika, koji se sastoji od više podrizika, podrazumeva i njihovu agregaciju. U disertaciji su procenjeni rizici tri podmodula rizika životnog osiguranja (smrtnost, dugovečnost i prekid ugovora), kao i efekat njihove međusobne korelisanosti. Istraživanja u dva ključna pravca u inostranoj literaturi, koja su relevantna za razvoj predloženog parcijalnog internog modela, stohastičko projektovanje smrtnosti, kao osnove za razvoj upravljanja rizikom smrtnosti i dugovečnosti, kao i stohastičko projektovanje rizika prekida ugovora o osiguranju, nastavljena su u ovoj disertaciji. Rezultat istraživanja iz oba pravca je integrisan u predloženi parcijalni model upravljanja rizikom životnih osiguravača.

Teorijski doprinos disertacije odnosi se na detaljan prikaz prednosti i ograničenja različitih modela za merenje rizika životnog osiguranja, pri čemu je posebna pažnja posvećena uticaju međusobne zavisnosti rizika na njihovu ocenu. Kroz disertaciju je omogućeno razumevanje karakteristika savremenih metoda upravljanja rizicima životnih osiguravača. Dokazivanjem prve dve hipoteze i odbacivanjem treće hipoteze ove disertacije pokazan je uticaj adekvatnog merenja rizika na smanjenje ili povećanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti, što se može smatrati važnim teorijskim doprinosom, koji je proveren u praksi. Pošto je predloženi parcijalni interni model primenjen na portfelju, koji predstavlja prosečnu osiguravajuću kompaniju na tržištu životnog osiguranja u Srbiji, može se zaključiti da rezultati dokazanih hipoteza, kao i odbačene hipoteze, važe za većinu domaćih osiguravača koji se bave životnim osiguranjem.

Bez obzira što bilo koji parcijalni interni model nije univerzalno primenljiv na sve moguće portfelje osiguravajućih kompanija u svetu koji mogu imati razne specifičnosti, primenjena metodologija razvoja modela važi u opštem slučaju. Stohastičko projektovanje stope smrtnosti prilagođavanjem Lee-Carter modela i primena GLM modela u projektovanju buduće stope smrtnosti, koji su prikazani na primeru portfelja prosečne osiguravajuće kompanije u Srbiji, potpuno isto se mogu primeniti i kod osiguravača iz drugih zemalja koji imaju drugačije podatke. Ipak, pre primene predložene metodologije za svaku drugu osiguravajuću kompaniju, trebalo bi razmotriti da li bi druge metode ili druge komponente parcijalnog internog modela za nju dali precizniju ocenu solventnosti.

Posle sprovedenih studija kvantitativnog uticaja na srpskom tržištu osiguranja, uočeno je da su najveći izazovi za povećanje zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti sa kojim će se osiguravači suočiti prilikom uvođenja režima Solventnost II, nedostatak visokog rejtinga domaćih reosiguravača i nepriznavanje obveznica Vlade Republike Srbije za najkvalitetnije, bezrizične obveznice. Zbog toga su zahtevani kapital za rizik raspona modula tržišnog rizika i zahtevani kapital za rizik neizmirenja obaveze druge ugovorne strane značajno veći nego kod osiguravajućih kompanija u Evropskoj uniji koje ulažu u najkvalitetnije državne obveznice i koje se reosiguravaju kod najkvalitetnijih svetskih reosiguravača. Pored ovih razloga koji se odnose na druge module rizika koji nisu bili predmet ove disertacije, analiziran je zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti rizika životnog osiguranja. Za konkretnu osiguravajuću kompaniju izračunat je zahtevani kapital u režimu Solventnost I i zahtevani kapital za rizik životnog osiguranja prema standardnoj formuli u režimu Solventnost II. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti samo za rizik prekida ugovora u standardnoj formuli u režimu Solventnost II, kao i zahtevani kapital za rizik životnog osiguranja koji je izračunat na osnovu analize rizika smrtnosti, dugovečnosti i prekida, višestruko su veći od ukupnog zahtevanog kapitala u režimu Solventnost I konkretne osiguravajuće kompanije, što u praksi potvrđuje prvu hipotezu koja glasi: „Solventnost II, kao sveobuhvatni, na merenju ključnih rizika zasnovani dinamički model, dovešće do rasta zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti osiguravača na tržištu osiguranja u Srbiji.“

Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti u parcijalnom modelu je manji za oko 10% od zahtevanog kapitala za rizik smrtnosti u standardnoj formuli konkretne osiguravajuće kompanije, dok je zahtevani kapital za rizik dugovečnosti u parcijalnom modelu manji za oko 2% od zahtevanog kapitala za rizik dugovečnosti u standardnoj formuli, što je u skladu sa drugom hipotezom ove disertacije. Predikcioni interval prema standardnoj formuli je veći nego prema predloženom parcijalnom modelu za merenje rizika prekida, što znači da predloženi model preciznije meri zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti. To znači da je potreban manji zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti prema predloženom modelu nego prema standardnoj formuli, što je u skladu sa drugom hipotezom. Druga hipoteza se ne može potvrditi u opštem slučaju na osnovu ovog rezultata za rizike smrtnosti, dugovečnosti i prekida, jer je moguće da ona ne bi važila za pojedine osiguravajuće kompanije sa specifičnim portfeljom. Pošto je analizirani portfelj modeliran tako da predstavlja prosečnu osiguravajuću kompaniju koja se bavi životnim osiguranjem u Srbiji, može se zaključiti da se druga hipoteza može potvrditi za većinu kompanija na domaćem tržištu. Ipak, kao što je pokazano u slučaju portfelja konkretne osiguravajuće kompanije, bilo je moguće razviti parcijalni interni model koji je obuhvatio rizike smrtnosti, dugovečnosti i prekida, i potvrdio drugu hipotezu. Za konkretnu osiguravajuću kompaniju može se razviti odgovarajući parcijalni interni model koji može da potvrdi drugu hipotezu koja glasi: „Primena parcijalnog internog modela, zasnovanog na rizičnom profilu konkretne osiguravajuće kompanije, dovodi do smanjenja zahtevanog kapitala u odnosu na primenu standardne formule“.

Eventualno dokazivanje treće hipoteze može imati i širi teorijski značaj od lokalnog tržišta, s obzirom da je u EU zabranjena upotreba polne strukture osiguranika u izradi tarifa, ali iako nije zabranjena u analizi rizika, ne koristi se često u praksi. Zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik smrtnosti u parcijalnom modelu bez uvažavanja polne strukture osiguranika manji je za oko 5% od zahtevanog kapitala za rizik smrtnosti u parcijalnom modelu sa uvažavanjem polne strukture osiguranika konkretne osiguravajuće kompanije, dok je zahtevani kapital za rizik dugovečnosti bez uvažavanja polne strukture osiguranika manji za oko 9% od zahtevanog kapitala za rizik dugovečnosti u parcijalnom modelu sa uvažavanjem polne strukture osiguranika konkretne osiguravajuće kompanije. Može se zaključiti da treća hipoteza koja glasi: „Merenje rizika životnih osiguranja bez uvažavanja polne strukture osiguranika dovodi do povećanja zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti osiguravača“ ne važi na primeru portfelja konkretne osiguravajuće kompanije, tako da se hipoteza može odbaciti.

Analizirana je adekvatnost matematičke rezerve LAT testom za određivanje adekvatnosti obaveza i u disertaciji je predložena jedna realizacija LAT testa s ciljem dokazivanja četvrte hipoteze. Najpre je obračunata matematička rezerva celog analiziranog portfelja metodom najbolje ocene matematičke rezerve sa uključenom marginom rizika korišćenjem zvanične tablice smrtnosti stanovništva Srbije iz 2012. godine. Zatim je rezultat obračuna upoređen sa matematičkom rezervom koja je priznata u zvaničnom bilansu stanja kompanije. Rezultat testa adekvatnosti matematičke rezerve, kao razlika matematičke rezerve u bilansu stanja i najbolje ocene matematičke rezerve, negativan je za jedan segment portfelja, podvrstu osiguranja „osiguranje života za slučaj doživljenja“, na datum obračuna 31.12.2022. godine. Iako ostala dva segmenta testiranog portfelja imaju mnogo veći višak adekvatnosti, zbog izabrane segmentacije, potrebno je kompenzovati neadekvatnost matematičke rezerve povećanjem tehničke rezerve u bilansu stanja. Neadekvatnost se posmatra po podvrstama osiguranja i prema međunarodnim standardima finansijskog izveštavanja neadekvatnost u jednom segmentu ne može se kompenzovati viškom adekvatnosti u drugom segmentu. Prosečni godišnji rast matematičke rezerve analiziranog portfelja, uporediv je sa dodatnim povećanjem matematičke rezerve u bilansu stanja na osnovu rezultata LAT testa. Povećanje tehničkih rezervi u bilansu stanja dovodi do povećanja troškova u bilansu uspeha. Uticaj LAT testa na bilans uspeha u 2022. godini je povećanje troškova za praktično dvostruki iznos, jer je pored standardnog godišnjeg povećanja matematičke rezerve, u bilansu stanja matematička rezerva dodatno povećana za sličan iznos zbog izračunate neadekvatnosti tehničkih rezervi. Veliko smanjenje profita ili čak pojava gubitka u bilansu uspeha, koji nastaju u godini kada se utvrdi neadekvatni obračun matematičke rezerve, negativno utiču na solventnost, što je u skladu sa četvrtom hipotezom koja glasi: „Adekvatna procena matematičke rezerve je važan preduslov za obezbeđenje solventnosti životnih osiguravača.“

U disertaciji je postavljen teorijski osnov za dalje istraživanje u oblasti merenja rizika sa kojima se suočavaju životni osiguravači, da bi bili u mogućnosti da obezbede optimalni iznos zahtevanog kapitala za obezbeđenje solventnosti. Kvalitativna veza između predmeta, cilja i hipoteza istraživanja obezbedila je novi pogled na problematiku upravljanja rizicima i merenja solventnosti u okviru srpskog tržišta životnog osiguranja. Smeštanje teme u domaći okvir omogućilo je kreiranje odgovarajućeg modela merenja rizika, koji uzima u obzir karakteristike, ograničenja i mogućnosti srpskog tržišta osiguranja, i predstavlja takođe značajan doprinos disertacije. Standardna formula za merenje rizika u režimu Solventnost II odgovara prosečnoj evropskoj kompaniji, dok je precizno i optimalno određivanje mere rizika konkretne osiguravajuće kompanije na pojedinačnom tržištu moguće samo razvojem odgovarajućeg internog ili parcijalnog internog dinamičkog modela.

Predloženi parcijalni interni model se sastoji od tri rizika modula životnog osiguranja, podmodula smrtnosti, dugovečnosti i prekida ugovora. Jedan od pravaca daljeg istraživanja može biti uključivanje još jednog podmodula rizika kako bi se dodatno unapredila preciznost i kvalitet ocene solventnosti konkretne osiguravajuće kompanije. Rizik troškova životnog osiguranja je prvi kandidat za to, zbog specifičnosti koja svaka kompanija ima u upravljanju troškovima i koje ne mogu biti potpuno obuhvaćene podmodulom iz standardne formule koji je isti za sve kompanije.

Za rizik prekida ugovora analiziran je uticaj dva faktora iz okruženja, rast potrošačkih cena i rast premije životnog osiguranja, na stopu prekida ugovora i zahtevani kapital za obezbeđenje solventnosti za rizik prekida u životnom osiguranju. Dalje istraživanje može biti analiziranje uticaja internih karakteristika ugovora o životnom osiguranju na stopu prekida, kao što su: proizvod osiguranja, iznos premije, starost i pol osiguranika, itd.

Pored teorijskog doprinosa disertacije, rezultati istraživanja mogu imati i praktičnu primenu. Konkretan parcijalni interni model merenja rizika za kompaniju koja posluje na srpskom tržištu životnog osiguranja, usklađen sa savremenim trendovima u datoj oblasti, ali i lokalnim

specifičnostima, mogao bi da bude od koristi za adekvatnije određivanje solventnosti domaćih osiguravača. Osiguravajuće kompanije u Srbiji moraju biti spremne da će se članstvom u Evropskoj uniji zahtevati potpuna implementacija Solventnosti II, sa posebnim naglaskom na primeni parcijalnih internih modela koji će uvažiti specifičnosti rizičnog profila svake osiguravajuće kompanije pojedinačno. U međuvremenu ova disertacija može da bude korišćena za sticanje iskustva u razvoju parcijalnih internih modela, što će svakako poboljšati kvalitet budućih internih modela.

LITERATURA

1. Anderson, C. (2019). *Introduction to Generalized Linear Models (GLMs)*. Champaign: Department of Educational Psychology University of Illinois.
2. Andreozi, L., Blacona, M. T., Arnesi, N. (2011). The Lee Carter Method for Estimating and Forecasting Mortality: An Application for Argentina. In: *International Symposium of Forecasting – 2011, Prague Proceedings*, pp. 1-17.
3. Andrijašević, S., Petranović, V. (1999). *Ekonomika osiguranja*. Zagreb: Alfa.
4. Barigou, K., Delong, L. (2021). Pricing equity-linked life insurance contracts with multiple risk factors by neural networks. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2021, 404.
5. Basrak B. (2016). *Financijski praktikum: Generalizirani linearni modeli*. Zagreb: Prirodno matematički fakultet.
6. Bernard, B. (1977). *General insurance*. London: Heinemann.
7. Bernardino G. (2015). Solventnost II nije savršen regulatorni okvir, ali... *Svet osiguranja*, 2015(10).
8. Bonnet, D., Buvat, J., Subrahmanyam, K. (2015). *When Digital Disruption Strikes: How Can Incumbents Respond?* London: Capgemini Consulting.
9. Booth, H. (2006). Demographic Forecasting: 1980 to 2005 in review. *International Journal of Forecasting*, 22, pp. 547– 581.
10. Booth, H., Maindonald, J., Smith, L. R. (2002). Age-time Interactions in Mortality Projection: Applying Lee-Carter to Australia. *Research School of Social Sciences Working papers in Demography*. Canberra: The Australian National University
11. Briere-Giroux, G., Huet, J. F., Spaul, R., Staudt, A., Weinsier, D. (2010). *Predictive modeling for life insurers*. Tower Watson. <http://www.soa.org>
12. Brown, R. L., Gottlieb, L. R. (2001). *Introduction to Ratemaking and Loss Reserving for Property and Casualty Insurance*. Winsted: ACTEX Publication.
13. Campagne, C. (1957). Minimum standards of solvency for insurance firms. *Report of the ad hoc Working Party on Minimum Standards of Solvency*. OEEC, TP/AS(61)1.
14. Capgemini. (2006). *Risk Management in the insurance industry and Solvency II: European survey*. Paris: Capgemini.
15. CEA, Groupe Consultatif. (2007). *Solvency Glossary*. Brussels: Groupe Consultatif
16. Čegar, B. (2021). Evaluacija kvaliteta kratkoročnog finansijskog izveštavanja u državama jugoistočne Evrope. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.
17. Cerchiara, R.R., Edwards, M., Gambini, A. (2008). Generalized linear models in life insurance: Decrements and risk factor analysis under Solvency II. *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari* 72, pp. 100-122.
18. Chavhan, R. et al. (2016). Modeling and Forecasting Mortality Using the Lee-Carter Model for Indian Population Based on Decade-wise Data. *Shi Lankan Journal of Applied Statistics*, 17(1), pp. 51-68.
19. Chavhan, R., Shinde, R. (2016). Modeling and Forecasting Mortality Using the Lee-Carter Model for Indian Population Based on Decade-wise Data. *Shi Lankan Journal of Applied Statistics*, 17(1), pp. 51-68.
20. Cheng, Ch., Hilpert, C., Lavasani, A. M., Schaefer, M. (2020). Surrender Contagion in Life Insurance. *SSRN Electronic Journal March 2020*.
21. Chiang, C. L. (1984). *The Life Table and its Application*. Malabar: Krieger Publishing.

22. Coale, A. J., Demeny, P., Vaughan, B. (1983). *Regional model life tables and stable populations*. New York: Academic Press.
23. Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 supplementing Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* (2015/L 12).
24. Committee on the Global Financial System. (2000). *Stress testing by large financial institutions: current practice and aggregation issues*. Basel: Bank for International Settlements.
25. Cox, S., Lin, Y. (2006). *Annuity Lapse Rate Modeling: Tobit or Not Tobit?* Society of Actuaries. <http://library.soa.org>.
26. CRAN. (2023). Log-linear interpolation. *The prioritizr R package v.8.0.2*.
27. Ćurak, M., Jakovčević, D. (2007). *Osiguranje i rizici*. Zagreb: RRIF plus.
28. Dar, A., Dodds, C. (1989). Interest Rates, the Emergency Fund Hypothesis and Saving Through Endowment Policies: Some Empirical Evidence for the U.K. *Journal of Risk and Insurance* 56(3), pp. 415-433.
29. Daykin, C., Bernstein, G., Coutts, S., Devitt, E., Hey G., Reynolds, D., Smith, P. (2014). The Solvency of a General Insurance Company in Terms of Emerging Costs. *ASTIN Bulletin* 17(1).
30. Denneberg, D. (1990). Premium Calculation: Why Standard Deviation Should Be Replaced by Absolute Deviation. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, Vol. 20, No. 2.
31. Directive 2002/12/EC of the European Parliament and of the Council of 5 March 2002 amending Council Directive 79/267/EEC as regards the solvency margin requirements for life assurance undertakings. *Official Journal of the European Communities* (2002/L 77).
32. Directive 2002/83/EC of the European Parliament and of the Council of 5 November 2002 concerning life assurance. *Official Journal of the European Communities* (2002/L 345).
33. Directive 2009/138/EC of the European Parliament and the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Communities* (2009/L 335).
34. Directive 79/267/EEC of the Council. First Council Directive of 5 March 1979 on the coordination of laws, regulations and administrative provisions relating to the taking up and pursuit of the business of direct life assurance. *Official Journal of the European Communities* (1979/L 63).
35. Doff, R. R. (2006). Risk Management for Insurance Firms – A Framework for Fair and Economic Capital. *PhD thesis*. Enschede: University of Twente.
36. Doganjić, J. (2014). Upravljanje finansijskim i aktuarskim rizicima formiranja i ulaganja rezervi u neživotnom osiguranju. *Doktorska disertacija*. Kragujevac: Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu.
37. Đorđević, S., Mijatović, S. (2019). *QIS 2 – Radionica 1 – Druga kvantitativna studija uticaja Solventnosti 2 na sketor osiguranja u Republici Srbiji*. Beograd: Narodna banka Srbije.
38. Ducoffre, N. and Schaffrath-Chanson, T. (2013). *EIOPA's view on forward-looking assessment of own risks (FLAOR)*. Munich: Munich Re.
39. Đurić, Z. (2015). Matematičko-statističke metode i modeli formiranja tehničkih rezervi u neživotnom osiguranju. *Doktorska disertacija*. Kragujevac: Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu.
40. EIOPA. (2011). *Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II*. Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority.
41. EIOPA. (2013). *Guidelines on Forward Looking Assessment of Own Risks (based on the ORSA principles)*. Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority

42. EIOPA. (2015). Guidelines on Own Risk Solvency Assessment (ORSA). Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority.
43. EIOPA. (2015). Guidelines on System of Governance, Frankfurt: European Insurance and Occupational Pensions Authority.
44. EIOPA. (2021). *Insurance Statistics*. www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/insurance-statistics_en#Balancesheet
45. Eling, M., Kiesenbauer, D. (2013). What Policy Features Determine Life Insurance Lapse? An Analysis of the German Market. *The Journal of Risk and Insurance* 81(2), pp. 241-269.
46. EU Commission. (2010). *QIS5 Technical Specification*. Brussels: EU Commission
47. EY. (2017). *IFRS 17: what to do now Implications for European insurers*. London: Ernst & Young Global Limited.
48. Fialka, J. (2006). Implementation of the Liability Adequacy Test in the Czech Republic. *Paper for the International Congress of Actuaries*, Paris, pp. 7–9.
49. Filipović, N. (2020). Osvrt na dva pitanja u vezi sa investicionim uslugama osiguranja. *Tokovi osiguranja* 2020/3, str. 31-43.
50. FINMA. (2018). *The Swiss Solvency Test Fact Sheet*. Bern: Swiss Financial Market Supervisory Authority FINMA.
51. Forfar, D. O., McCutcheon J. J., Wilkie A. D. (1988). On graduation by mathematical formula. *Journal of the Institute of Actuaries*, 115(1), pp. 1-149.
52. Gatzert, N., Schmeiser, H. (2008). Assessing the Risk Potential of Premium Payment Option in Participating Life Insurance Contracts. *Journal of Risk and Insurance*, 75(3), pp. 691-712.
53. Gavrilov, L. A., Gavrilova, N. S. (2005). Reliability theory of aging and longevity. *Handbook of the Biology of Aging*, pp. 3-42.
54. Głód, J., Klapkiv, L., Białek-Jaworska, A., Opolski, K. (2020). Dividends of Life Insurance Companies and the Solvency Capital Requirements. In: *Contemporary Trends and Challenges in Finance*. Jajuga, K., Locarek-Junge, H. at all (eds.). Berlin: Springer Proceedings in Business and Economics, pp. 221–230.
55. Gompertz, B. (1825). On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society* 115, pp. 513–585.
56. Haberman, S., Russolillo, M. (2005). Lee Carter Mortality Forecasting: Application to the Italian Population. In: *Actuarial Research Paper, 167*, London: Faculty of Actuarial Science and Statistics, Cass Business School.
57. Halley, E. (1693). An Estimate of the Degrees of Mortality of Mankind. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 17, pp. 596-610.
58. Heligman, L. (1984). Construction of the New United Nation Model Life Table System. In: *Methodologies for the Collection and Analysis of Mortality Data*. Vallin, J., Pollard, H. & Heligman, L. (eds.). Liege: Ordina, pp. 179-202.
59. Heligman, L., Pollard, J. H. (1980). The age pattern of mortality. *Journal of the Institute of Actuaries*, 107, pp. 49–80.
60. Hewett, B. (1995). *Unit linked Business*. Zurich: Swiss Re Life & Health.
61. Hielkema, P. (2022). *Navigating low rates, the pandemic and inflation – shifting patterns in life insurance*. Düsseldorf: Handelsblatt's Strategiemeeting Lebensversicherung 2022.
62. Holton, G. (2013). *Value-at-Risk Theory and Practice*. Second edition published online: www.value-at-risk.net/generalizing-the-crude-monte-carlo-estimator
63. Howe, J. (1989). *Insurance of a Life - Principles and Practice*. London: Witherby.
64. Hyndman, R. J., Ullah, S. (2004). *Robust forecasting of mortality and fertility rates: A functional data approach (working paper)*. Melbourne: Monash University.

65. Hyndman, R., Athanasopoulos, G. (2013). *Forecasting: Principles and Practice*. Melbourne: Otext.
66. IAA Insurer Solvency Assessment Working Party. (2004). *A Global Framework for Insurer Solvency Assessment*. Ottawa: International Actuarial Association.
67. IAA. (2005). Current Estimates under IFRS. *International Actuarial Standard of Practice IASP 5*. Ottawa: International Actuarial Association.
68. IAIS & OECD. (2009). *Issues Paper on Corporate Governance*. Basel: International Association of Insurance Supervisors & Organisation for Economic Co-operation and Development.
69. IAIS (2007). *Summary of IAIS Positions on the Valuation of Technical Provisions*. Fort Lauderdale: Solvency and Actuarial Issues Subcommittee and Insurance Contracts Subcommittee of International Association of Insurance Supervisors.
70. Ilić M. (2014). Uticaj primene direktive Evropske unije „Solventnost II” na sektor osiguranja u Srbiji. *Doktorska disertacija*. Niš: Ekonomski fakultet Univerziteta u Nišu
71. Illova, L. (2005). Stress testing of banking risks. *Master thesis*. Prague: Faculty of Social Sciences, Charles University.
72. Insurance Information Institute (2005). *What is an annuity?* New York (preuzeto sa www.iii.org).
73. International Association of Insurance Supervisors (2007). *Guidance Paper on Enterprise Risk Management for Capital Adequacy and Solvency Purposes*. Fort Lauderdale: International Association of Insurance Supervisors.
74. International Association of Insurance Supervisors. (2006). *Standard on Asset Liability Management*. Basel: IAIS.
75. International Association of Insurance Supervisors. (2022). *Global Insurance Market Report No 9*, Basel: IAIS.
76. International Monetary Fund. (2022). Republic of Serbia. *IMF Country Report No. 22/201*. Washington: International Monetary Fund.
77. Janković, D. (2014). Regresija – Linearni modeli. *Seminarski rad*. Beograd: Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu.
78. Joint Technical Committee OB/7. (1995). *Australian / New Zealand Standard – Risk Management AS/NZS 4360:1995*. Homebush: Standards Australia & Wellington: Standards New Zealand.
79. Jovanović, M. (2009). Unit linked modeli u životnom osiguranju. *Master rad*. Novi Sad: Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu.
80. Jovović, M. (2009). Aktuarske osnove utvrđivanja solventnosti osiguravajućih kompanija. *Master teza*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.
81. Jovović, M. (2015). Merenje rizika pri utvrđivanju solventnosti neživotnih osiguravača. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.
82. Kagraoka, Y. (2005). *Modeling Insurance Surrenders by the Negative Binomial Model*. Working paper.
83. Kassambara, A. (2017). *Machine Learning Essentials: Practical Guide in R*. Marseille: STHDA
84. Kawatkar, S., Basu, H. (2003). Risk Management & Solvency Assessment of Life Insurance Companies. *5th Global Conference of Actuaries*. Mumbai: Institute of actuaries of India.
85. Keller, Ph. & Luder, T. (2004). *White Paper of the Swiss Solvency Test*. Bern: Swiss Federal Office of Private Insurance.
86. Keyfitz, N. (1982). Choice of function for mortality analysis: Effective forecasting depends on a minimum parameter representation. *Theoretical Population Biology*, 21, pp. 329–352.

87. Kiesenbauer, D. (2012). Main Determinants of Lapse in the German Life Insurance Industry. *North American Actuarial Journal* 16(1), pp. 52-73.
88. Kim, C. (2005). Modeling Surrender and Lapse Rates with Economic Variables. *North American Actuarial Journal* 9(4), pp. 56-70.
89. King, P. (2018). *Understanding Normal Distribution*. Magoosh Statistics Blog. <https://magoosh.com/statistics/category/probability-distributions>
90. Kočović, J. (2004). *Finansijska matematika*. Beograd: Ekonomski fakultet.
91. Kočović, J. (2012). *Aktuarske osnove formiranja tarifa u osiguranju lica*, Beograd: Ekonomski fakultet.
92. Kočović, J. (2013). Koncept solventnosti osiguravajućih kompanija od Solventnosti 0 do Solventnosti II. *Prezentacija na V kursu za kontinuiranu edukaciju aktuara i drugih stručnjaka u osiguranju*. Beograd.
93. Kočović, J. (2014). *Aktuarske osnove formiranja tarifa u osiguranju lica. Prezentacija za predmet Tarife u osiguranju*. Beograd: Ekonomski fakultet.
94. Kočović, J., Jovović, M., Kočović, M. (2015). Aktuarski efekti prevremenog raskida ugovora o osiguranju života. In: *42nd International Symposium on Operations Research, SYM-OP-IS 2015*, str. 77-84.
95. Kočović, J., Koprivica, M. (2021). Problemi obračuna riziko-margine u regulatornom okviru Solventnost II. *Tokovi osiguranja 2021/1*.
96. Kočović, J., Mitrašević, M., Kočović, M., Jovović, M. (2011). Problemi alokacije kapitala kompanija za neživotno osiguranje. *Ekonomski horizonti*, 2(XIII).
97. Kočović, J., Rakonjac-Antić, T., Šulejić, P., Koprivica, M. (2021). *Osiguranje u teoriji i praksi*. Beograd: Ekonomski fakultet.
98. Kočović, J., Šulejić, P., Rakonjac-Antić, T. (2002). *Osiguranje*. Beograd: Ekonomski fakultet.
99. Kostić, M. (2008). Merenje koncentracije ponude grane. *Ekonomski horizonti* 10(I).
100. Kovačić, Z. (1995). *Analiza vremeskih serija*. Beograd: Ekonomski fakultet.
101. KPMG. (2002). *Study into the methodologies to assess the overall financial position of an insurance undertaking from the perspective of prudential supervision*. Brussels: European Commission.
102. Kraaij, T. D. (2013). Identify and quantify mortality risk in purpose to find the best hedge for a portfolio's mortality risk. *Master thesis*. Amsterdam: University of Amsterdam.
103. Kroese, D., Rubinstein, R. (2012). Monte Carlo Methods. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics* 4, pp. 48-58.
104. Kuo, W., Tsai, C., Chen W. (2003). An Empirical Study on the Lapse Rate: The Cointegration Approach. *Journal of Risk and Insurance* 70(3), pp. 489-508.
105. Lee, R., Carter, L. (1992). Modeling and Forecasting U.S. mortality, *Journal of the American Statistical Association*, 87(419), pp. 659-671.
106. Lindgren, M. et al. (2003). *Scenario Planning – The link between future and strategy*. New York: Palgrave Macmillan.
107. Ljung, G., Box, G. (1978). On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika* Vol. 65, pp. 297-303.
108. Makeham, W. M. (1860). On the Law of Mortality and the Construction of Annuity Tables. *J. Inst. Actuaries and Assur. Mag.* 8 (6), pp. 301–310.
109. Marović, B. i Žarković, N. (2002). *Leksikon osiguranja*. Novi Sad: DDOR Novi Sad
110. Marović, B., Njegomir, V. (2016). Inovacije u upravljanju rizikom osiguranja i reosiguranja u kontekstu alternativnih transfera rizika osiguranja. *27. susret osiguravača i reosiguravača Sarajevo*.
111. McNown, R., Rogers, A. (1992). Forecasting Cause-Specific Mortality Using Time Series Methodolgy. *International Journal of Forecasting*, 8(3), pp. 413-432.

112. Michorius, C. (2011). Modeling Lapse Rates – Investigating the Variables that Drive Lapse Rates. *Master Thesis*. Enschede: Faculty of Management and Governance, University of Twente.
113. Milhaud, X. Loisel, S., Maume-Deschamps, V. (2010). *Surrender Triggers in Life Insurance: Classification and Risk Predictions*. Working paper.
114. Milikić, N. (2014). Importance of Internal Models in Risk Management of Insurance Companies. In: *Risk Measurement and Control in Insurance*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B., Rajić, V. (eds.), Belgrade; Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 16, pp. 293-310.
115. Mirković, V. (2014). Stres testovi u finansijskim institucijama. *Bankarstvo* 1 (2014).
116. Missov, T., Lenart, A. et al. (2015). The Gompertz force of mortality in terms of the modal age at death, *Demographic Research Journal*, Vol. 32, pp. 1031-1048.
117. Mitrašević, M. (2010). Aktuarska i finansijska analiza adekvatnosti kapitala kompanija za neživotna osiguranja. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.
118. Mladenović, Z., Mladenović, P. (2007). Ocena parametra vrednosti pri riziku: ekonometrijska analiza i pristup teorije ekstremnih vrednosti, *Ekonomski anali*, No. 171, str. 32.-73.
119. Mode, C. J., Busby, R. C. (1982). An eight-parameter model of human mortality — The single decrement case. *Bulletin of Mathematical Biology*, 44, pp. 647–659.
120. Narodna banka Srbije. (2015). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji - Izveštaj za drugo tromesečje 2015. godine*. Beograd: Narodna banka Srbije.
121. Narodna banka Srbije *Smernica br. 4 – ALM*.
www.nbs.rs/export/sites/NBS_site/documents/propisi/propisi-osig/smernica_4_alm.pdf
122. Narodna banka Srbije. (2009). *CARMEL pokazatelji poslovanja društava za osiguranje sa okvirnim uputstvima za njihovo tumačenje*. Beograd.
123. Narodna banka Srbije. (2018). *Okvir za sprovođenje prve kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.1*. Beograd.
124. Narodna banka Srbije. (2022). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji – Izveštaj za 2021. godinu*. Beograd: Narodna banka Srbije.
125. Narodna banka Srbije. (2023). *Okvir za sprovođenje treće kvantitativne studije uticaja zahteva Solventnosti 2 na sektor osiguranja u Republici Srbiji, verzija 1.0*. Beograd.
126. Narodna banka Srbije. (2023). *Sektor osiguranja u Republici Srbiji - Izveštaj za treće tromesečje 2022. godine*. Beograd: Narodna banka Srbije.
127. Nelder, J. (1972). Generalized linear models. *Journal of the Royal Statistical Society A* 135, pp. 370–384.
128. Nikitović, V. (2008). Probabilistički pristup projektovanju stanovništva Srbije. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.
129. Nikitović, V. (2013). Demografska budućnost Srbije na drugi način. *Stanovništvo*, LI(2), str. 53-81.
130. Njegomir, V. (2007). Minimiziranje rizika osiguravajućih društava. *Industrija* 3/2007.
131. Notice regarding the adaptation in line with inflation of certain amounts laid down in the Life and Non-Life Insurance Directives. *Official Journal of the European Union* (2006/C 194/07).
132. Notice regarding the adaptation in line with inflation of certain amounts laid down in the Life and Non-Life Insurance Directives. *Official Journal of the European Union* (2009/C 41/01).
133. Notice regarding the adaptation in line with inflation of certain amounts laid down in the Life and Non-Life Insurance Directives. *Official Journal of the European Union* (2011/C 365/06).

134. Notice regarding the adaptation in line with inflation of certain amounts laid down in the Life and Non-Life Insurance Directives. *Official Journal of the European Union (2021/C 423/12)*.
135. Novović, M. (2006). Imunizacija investicionog portfolija kompanija životnog osiguranja. *Montenegrin journal of economics No.3*.
136. Odluka o sistemu internih kontrola i upravljanju rizicima u poslovanju društva za osiguranje. *Službeni glasnik RS*, br. 12/2007.
137. Odluka o sistemu upravljanja u društvu za osiguranje/reosiguranje. *Službeni glasnik RS*, br. 51/2015, 29/2018, 84/2020 i 94/2022.
138. Odluka o tehničkim rezervama, *Službeni glasnik RS*, br. 42/2015 i 36/2017.
139. O'Malley, P. and Phelan, E. (2013). *Key challenges of producing a Forward Looking Assessment of Own Risk*. Dublin: Milliman.
140. Outreville, J. (1990). Whole-life Insurance Lapse Rates and the Emergency Fund Hypothesis. *Insurance: Mathematics and Economics* 9(4), pp. 249-255.
141. Panning, W. H. (1999). The strategic uses of value at risk: Long-term capital management for property/casualty insurers. *North American Actuarial Journal*, 3(2), pp. 84-105.
142. Pavlović, B. (2009). Novi proizvodi na tržištu životnog osiguranja. *Specijalistički rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.
143. Pavlović, B. (2014). Managing Technical Reserves Evaluation Risks. In: *Risk Measurement and Control in Insurance*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B., Rajić, V. (eds.), Belgrade; Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 6, pp. 103-122.
144. Pavlović, B. (2016). Implementation of ORSA Report in Solvency II Preparation Phase. In: *Risk Management in the Financial Services Sector*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B. et al. (eds.), Belgrade: Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 29, pp. 473-486.
145. Pavlović, B. (2017). International Financial Reporting Standards in Insurance in Last 15 Years. In: *Challenges and Tendencies in Contemporary Insurance Market*, Kočović, J., Boričić, B. et al. (eds.). Belgrade: Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 26, pp. 455-470.
146. Pavlović, B. (2021). Parcijalni interni model u Solventnosti II za rizik od prekida ugovora životnog osiguranja. *Tokovi osiguranja 2021/2*, str. 39.-59.
147. Pavlović, N. (2015). Mogućnosti primene multivarijacione analize na kategorijalne podatke. *Master teza*. Novi Sad: Centar za primenjenu statistiku Univerziteta u Novom Sadu.
148. Perišić, A. (2016). Ocena adekvatnosti tehničkih rezervi u osiguranju života. *Magistarski rad*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.
149. Porter, M. E. (1985). *Competitive Advantage. Creating and Sustaining Superior Performance*. New York: The Free Press.
150. Radivojević, B. (2018). *Demografska analiza*. Beograd: Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta.
151. Radovanović, S., Mihailović, N. i dr. (2012). Uloga informacionih tehnologija u razvoju i primeni metode stohastičkih simulacija kod neživotnog osiguranja. *Infoteh-Jahorina Vol. 11*.
152. Ralević, R. (1973). *Finansijska i aktuarska matematika*. Beograd: Savremena administracija.
153. Redington, F. (1952). Review of the principles of life-office valuations. *Journal of the Institute of Actuaries*, 78.
154. Regulation (EU) 2016/679 of the European Parliament and of the Council of 27 April 2016 on the protection of natural persons with regard to the processing of personal data and on the free movement of such data, and repealing Directive 95/46/EC (General Data Protection Regulation). *Official Journal of the European Union (2016/L 119)*.

155. Rejda, G. E. (2011). *Principles of Risk Management and Insurance*. New York: Harper Collins College Publisher.
156. Renshaw, A., Haberman, S. (2006). A Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors, *Insurance: Mathematics and Economics*, 36, pp. 556-570.
157. Ringland, G. (1998). *Scenario Planning*. Chichester: John Wiley & Sons.
158. Rödel, K.T., Graf, S., Kling, A. (2021). Multi-year analysis of solvency capital in life insurance. *European Actuarial Journal* 11, pp. 463–501.
159. Ronkainen, V., Koskinen, L., Berglund, R. (2007). Topical Modelling Issues in Solvency II. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2007(2), pp.135-146.
160. Russel, D., Fier, S., Carson, J., Dummet R. (2013). An Empirical Analysis of Life Insurance Policy Surrender Activity. *Journal of Insurance Issues* 36(1), pp. 35-57.
161. Sandström, A. (2011). *Handbook of Solvency for Actuaries and Risk Managers: Theory and Practice*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
162. Scott, W. F. (1999). *Life Assurance Mathematics*. Aberdeen: University of Aberdeen.
163. Sekulić, LJ. Paunović Radulović, D., Ilić Pešić, M. (2021). *Demografska statistika 2020*. Urednik Lakčević, S. Beograd: Republički zavod za statistiku.
164. Sekulić, LJ., Paunović Radulović, D., Ilić Pešić, M. (2020). *Demografska statistika 2019*. Urednik Lakčević, S. Beograd: Republički zavod za statistiku.
165. Selimović, J. (2012). Aktuarski modeli i mjerenja solventnosti u životnim osiguranjima. *Doktorska disertacija*. Sarajevo: Ekonomski fakultet Univerziteta u Sarajevu.
166. Stojković, LJ. (2016). Pravni aspekti kontrole i upravljanja rizicima u akcionarskom društvu za osiguranje. *Doktorska disertacija*. Beograd: Pravni fakultet Univerziteta u Beogradu.
167. Swiss Re Institute. (2019). World Insurance: the great pivot east continues, *Sigma*, 3(2019).
168. Swiss Re Institute. (2022). World Insurance: inflation risks front and centre, *Sigma*, 4(2022).
169. Tuljapurkar, S. (2005). Stochastic forecasts of mortality, population and pension systems. In: *Perspectives on mortality forecasting. Probabilistic models, vol. II*. N. Keilman (ed.), Stockholm: Swedish Social Insurance Agency, pp. 65–77.
170. U.S. Department of Justice. (2010). *Horizontal Merger Guidelines*. Washington: U.S Department of Justice, p.19.
171. Vasiljević, M. (2007). *Korporativno upravljanje: pravni aspekti*. Beograd: Pravni fakultet Univerziteta u Beogradu.
172. Vaughan, E., Vaughan, T. (2000). *Osnove osiguranja – upravljanje rizicima*. Zagreb: Mate.
173. Vučeljić, V. (2014). Actuarial Risk Management in Life Insurance within the Concept of Solvency II. In: *Risk Measurement and Control in Insurance*, Kočović, J., Jovanović Gavrilović, B., Rajić, V. (eds.), Belgrade: Faculty of Economics University of Belgrade, Ch. 5, pp. 79-102.
174. Vukić, D. (2012). Monte Carlo metode u aktuarskom modeliranju. *Master rad*. Novi Sad: Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu
175. Vuksanović, I. (2015). Uticaj upravljanja rizikom na vrednost preduzeća u elektro-energetskom sektoru. *Doktorska disertacija*. Beograd: Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu.
176. Wang, J. (2007). Fitting and Forecasting Mortality for Sweden: Applying the Lee-Carter Model. *Master thesis*. Stockholm: Department of Mathematics, Stockholm University.
177. Webb, B. & Lilly, C. (1994). *Raising the Safety Net: Risk Based Capital for Life Insurance Companies*. Kansas City: National Association of Insurance Commissioners Publication Department.

178. Wilmoth, J. R. (1993). *Computational methods for fitting and extrapolating the Lee-Carter model of mortality change (technical report)*. University of California, Berkeley: Department of Demography.
179. Zakon o obligacionim odnosima. *Službeni list SFRJ*, br. 29/78.
180. Zakon o osiguranju. *Službeni glasnik RS*, br. 139/14 i 44/21.
181. Zakon o privrednim društvima. *Službeni glasnik RS*, br. 36/2011, 99/2011, 83/2014 - dr. zakon, 5/2015, 44/2018, 95/2018, 91/2019 i 109/2021.
182. Zillmer, A. (1863). *Contributions to the Theory of Life Insurance Premium Reserves*. Press of Theodore von der Nahmer.
183. Zorić, I. (2016). Upravljanje rizicima solventnosti osiguravajućih kompanija. *Doktorska disertacija*. Beograd: Beogradska bankarska akademija Univerziteta Union u Beogradu.

Internet izvori

1. <http://dunavre.rs/izvestaji/finansijski-i-poslovni-izvestaji-o-poslovanju>
2. <http://www.nbs.rs>
3. <http://www.xprimm.com>
4. <https://news.ambest.com/PressContent.aspx?altsrc=2&refnum=32339>
5. <https://pandas.pydata.org/>
6. www.belex.rs/trgovanje/izvestaj/godisnji
7. www.ecb.europa.eu
8. www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures_en
9. www.mfin.gov.rs/UserFiles/File/tabele/maj/Tabela%201%20Osnovni%20indikator%20makro%20ekonomskih%20kretanja.pdf
10. www.nbs.rs
11. www.nbs.rs/export/sites/default/internet/latinica/80/osnovni_makroekonomski_indikatori.xls
12. www.nbs.rs/sr/finansijsko_trziste/informacije-za-investitore-i-analiticare/kreditni_rejting
13. www.stat.gov.rs

Biografija autora

Branko Pavlović je rođen 19.6.1972. godine u Osečini. Završio je osnovnu školu i gimnaziju u Valjevu. Diplomirao je na Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Beogradu, odsek za računarsku tehniku i informatiku, 1997. godine, radom „Informacioni sistem osiguravajućeg društva“. Završio je specijalističke studije za aktuarstvo na Ekonomskom fakultetu Univerziteta u Beogradu, odbranom specijalističkog rada „Novi proizvodi na tržištu životnog osiguranja“ 2009. godine, sa prosečnom ocenom 9,50.

Posle položenih stručnih ispita, 2009. godine, dobio je licencu Narodne banke Srbije za ovlašćenog aktuara. Član je izvršnog odbora Globos osiguranja od 2020. godine. Radio je preko 17 godina u osiguravajućoj kompaniji Delta / Delta Generali / Generali osiguranje od čega je 11 godina bio član izvršnog odbora odnosno izvršnog komiteta, odgovoran između ostalog za aktuarstvo. Predsednik je Udruženja aktuara Srbije od 2012. godine i član Saveta Međunarodne asocijacije aktuara (International Actuarial Association).

Objavio je više radova iz oblasti osiguranja i aktuarstva u naučnim monografijama, zbornicima radova i časopisima, na srpskom i engleskom jeziku. Temu doktorske disertacije je prijavio 2020. godine na Ekonomskom fakultetu Univerziteta u Beogradu.

Izjava o autorstvu

Ime i prezime autora Branko Pavlović

Broj indeksa 3034/2012

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

Upravljanje rizikom solventnosti životnih osiguravača

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za sticanje druge diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis autora



U Beogradu, 28.6.2023.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora Branko Pavlović

Broj indeksa 3034/2012

Studijski program Statistika

Naslov rada **Upravljanje rizikom solventnosti životnih osiguravača**

Mentor Prof. dr Jelena Kočović

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao radi pohranjivanja u **Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog naziva doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis autora

U Beogradu, 28.6.2023.



Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Upravljanje rizikom solventnosti životnih osiguravača

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu i dostupnu u otvorenom pristupu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo (CC BY)
2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade (CC BY-NC-ND)
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)
5. Autorstvo – bez prerade (CC BY-ND)
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci.
Kratak opis licenci je sastavni deo ove izjave).

Potpis doktoranda

U Beogradu, 28.6.2023.

