

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Жељко Р. Флајс

**МЕРНИ МЕХАТРОНИЧКИ СИСТЕМ ЗА
НАДЗОР УГИБА ГРЕДНИХ СТРУКТУРА
ПРАЋЕЊЕМ ДИЛАТАЦИЈА У ОСНОВНОМ
МАТЕРИЈАЛУ**

Докторска дисертација

Београд, 2023.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Željko R. Flajs

**MEASURING MECHATRONIC SYSTEM FOR
DEFLECTION MONITORING OF BEAM - TYPE
STRUCTURES FROM MEASURED STRAIN IN
BASE MATERIAL**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2023.

Ментор:

Др Емил Вег, ванредни професор Универзитет у Београду, Машински факултет

Чланови Комисије:

Др Бранислав Попконстантиновић, редовни професор Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Александар Седмак, професор емеритус Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Горан Шиниковић, ванредни професор Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Ксенија Јанковић, Научни саветник, Институт за испитивање материјала

Датум одбране:

Мојој породици за сву подршку коју су ми пружили...

Предговор

Желео бих да изразим захвалност свим појединцима и институцијама који су допринели реализацији ове докторске дисертације. Посебну захвалност дугујем:

- **Ментору, ван. проф. др Емилу Вегу**, на несебичној подршци, конструктивним и колегијалним саветима, као и пријатељском односу током израде ове докторске дисертације,
- **проф. др Александру Вегу**, првобитном ментору, трагично преминулом 2017. године, на чије инсистирање сам уписао докторске студије и започео израду докторске дисертације,
- **Институту за испитивање материјала А.Д. - Институт ИМС** из Београда, који ми је омогућио да похађам докторске студије и да користим све неопходне техничке ресурсе потребне за израду ове докторске дисертације,
- **Запосленима у Лабораторији за испитивање конструкција Института ИМС**, чијим су залагањем остварени технички услови за обављена експериментална истраживања приказана у овој докторској дисертацији.

У Београду, 2023. године.

Жељко Р. Флајс

Мерни мехатронички систем за надзор угиба гредних структура праћењем дилатација у основном материјалу

Резиме

Понашање структура под деловањем различитих врста оптерећења одређене су њеним деформационим карактеристикама, глобалним деформационим карактеристикама - померањима и ротацијама и локалним деформационим карактеристикама - дилатацијама у основном материјалу структуре. Познавањем глобалних и локалних деформационих карактеристика структуре у току њене експлоатације остварујемо могућност да пратимо понашање структуре у целини или неког њеног сегмента, као и да у случају појаве оштећења, која могу настати на основу различитих узрока, правовремено делујемо и спречимо настајање хаваријских догађаја који као последицу могу имати како економске, тако и последице са људским жртвама.

Истраживање у оквиру ове дисертације обухвата развој мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура праћењем дилатација у основном материјалу. За утврђивање глобалне деформацијске величине вертикалног померања - угиба, на основу измерених локалних деформационих величина, тј. посредно утврђивање угиба структуре на њеној укупној дужини, на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу структуре, услед делујућег оптерећења, развијен је нумерички поступак прорачуна који на основу измерених вредности дилатација у специфичним тачкама на структури израчунава вредности угиба структуре, на целокупном распону. Вредности добијених угиба применом овог поступка упоређене су са вредностима добијених путем директног мерења угиба на експерименталним моделима и на реалној структури. Истраживање је обухватало три фазе:

1. Експериментално испитивање на моделу челичног I носача статичког система просте греде, директно мерење угиба услед неколико нивоа делујућег оптерећења, посредно израчунавање угиба применом развијеног нумеричког поступка прорачуна на основу измерених вредности дилатација у основном материјалу и упоређење вредности добијених на основу наведена два поступка.

2. Експериментално испитивање на структури носача кранске стазе под делујућим оптерећењем (реална структура у експлоатацији), директно мерење угиба услед делујућег оптерећења, посредно израчунавање угиба применом развијеног нумеричког поступка прорачуна на основу измерених вредности дилатација у основном материјалу и упоређење вредности добијених на основу наведена два поступка.

3. Развој и провера рада мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура праћењем дилатација у основном материјалу, у који је имплементиран развијени нумерички поступак прорачуна, на експерименталном моделу статичког система просте греде, директно мерење померања услед неколико нивоа делујућег оптерећења и упоређење вредности добијених на основу наведена два поступка.

Код прве две фазе истраживања, као и код развијеног мехатроничког система у који је имплементиран предложени нумерички поступак прорачуна, нису забележене релативне разлике веће од 6 %, између директно мерених и посредно одређених вредности угиба.

Кључне речи: Експериментално испитивање, испитивање на структури са реалним оптерећењем, директно мерење померања и посредно одређивање померања структура, дилатације у основном материјалу структуре

Научна област: Техничко-технолошке науке, машинско инжењерство

Ужа научна област: Теорија механизма и машина

УДК број: 007.52:620.17(043.3)

Measuring mechatronic system for deflection monitoring of beam-type structures from measured strain in base material

Abstract

Behavior of structures under various load types are determined by its deformation characteristics, global deformation characteristics - displacements and rotations, and local deformation characteristics - strains/stresses in structure base material. By knowing the global and local deformation characteristics of the structure during its exploitation, gives us the possibility to monitor the behavior of the structure as a whole or one of its segments, as well as to act in a timely manner in the event of damage, which can occur due to various causes, and prevent the occurrence of emergency events that as a result can have both economic and human casualties consequences.

The research within this doctoral dissertation includes the development of a measuring mechatronic system for deflection monitoring of beam-type structures by measuring and monitoring of strains in the structure base material. To determine the global deformation characteristic, vertical displacement - deflection, based on the measured local deformation characteristic, i.e. indirectly determining the deflection of the structure on its total length, based on the known values of strains in the structural base material, due to the acting load, a numerical calculation procedure was developed to calculate the values of deflection from the measured values of strains at specific points on the structure. The values of deflections obtained using this procedure were compared with the values obtained by direct measurement of deflections on experimental models and on real structures. The research included three phases:

1. Experimental testing on the beam - type structure model, in static system of simple beam, made of steel IPB (HEB) 200 profile, direct measurement of deflections due to several levels of acting load, indirect calculation of deflections

using the developed numerical calculation procedure based on the measured values of strains in the structure base material and comparison of the values obtained on the basis of the above two procedures.

2. Experimental testing on the crane girder structure under operating load (real structure in operation), direct measurement of deflections due to operating load, indirect calculation of deflections using the developed numerical calculation procedure based on the measured values of strains in the structure base material and comparison of the values obtained on the basis of the above two procedures.
3. Development and verification of the measuring mechatronic system for monitoring the deflection of beam-type structures by monitoring strains in the base material, in which the developed numerical calculation procedure is implemented, on the experimental model of the static system of a simple beam, direct measurement of displacement due to several levels of active load and comparison of the values obtained on the basis of the above two procedures

In the first two research phases, as well as in the developed measuring mechatronic system in which the proposed numerical calculation procedure was implemented, no relative differences greater than 6% were recorded between the directly measured and indirectly determined deflection values.

Key words: Experimental test, indirect determination of structures deflections, test on a structure with real load, direct measurement of deflections, strains in the base material of the structure.

Scientific discipline: Technical sciences, mechanical engineering

Scientific sub-discipline: Theory of mechanisms and machines

UDC: 007.52:620.17(043.3)

Садржај

1 Увод

1.1	Основне напомене.....	1
1.2	Гранично стање употребљивости према вертикалним померањима – угибима.....	7
1.3	Кључни елементи анализе и мерења вертикалних померања – угиба.....	10
1.4	Опис предмета истраживања.....	17
1.5	Циљеви истраживања, полазне хипотезе и примењена методологија.....	18
1.6	Очекивани резултати и доприноси истраживања.....	21
1.7	Структура докторске дисертације.....	21

2 Преглед литературе

2.1	Континуално мерење вертикалних померања – угиба структуре... 23
2.2	Конвенционалне методе континуалног мерења вертикалних померања – угиба структуре..... 24
2.3	Континуално мерење вертикалних померања – угиба, на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу структуре услед делујућих оптерећења..... 27
2.4	Посредно одређивање вертикалних померања структура..... 33
2.5	Одређивање вертикалних померања структура на основу измерених деформационих величина - дилатација у основном материјалу структуре..... 45
2.6	Основне једначине техничке теорије савијања штапа у равни. Деформација штапа..... 49
2.7	Функција кривине греде и функција вертикалног померања – угиба греде..... 53
2.8	Интерполација кубном кривом (<i>Cubic Spline Interpolation</i>)..... 59

3 Нумерички поступак прорачуна вертикалних померања из познатих вредности дилатација

3.1	Нумерички поступак прорачуна угиба добијен путем решавања диференцијалних једначина..... 69
-----	---

3.2	Нумерички поступак прорачуна угиба добијен применом интерполације кубном кривом.....	81
4	Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања из познатих вредности дилатација	
4.1	Експериментално испитивање.....	115
4.2	Лабораторијско испитивање на моделу носача у статичком систему просте греде.....	115
5	Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена предложеног нумеричког поступка прорачуна угиба на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу	
5.1	Примена предложеног поступка прорачуна на реалној структури – носач кранске стазе у машинској сали ХЕ „Ђердап 1“.....	132
6	Резултати обављених испитивања и упоређење добијених резултата	
6.1	Дискусија резултата обављеног лабораторијског испитивања - I фаза истраживања.....	155
6.2	Дискусија резултата обављеног испитивања на реалној структури носача кранске стазе - II фаза истраживања.....	157
7	Приказ развијеног мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура	
7.1	Приказ елемената мерног мехатроничког система.....	160
7.2	Различите конфигурације мерног моста.....	162
7.3	Мерне грешке различитих конфигурација мерног моста.....	167
7.4	Елиминисање негативних утицаја конекционих каблова посебним мерним колима у мерним појачалима - „Кројцерово мерно коло“ (<i>Kreuzer Circuit</i>).....	176
7.5	Одабир типа мерног појачала мехатроничког система.....	178
7.6	Одабир конфигурације мерног моста за мерење механичких дилатација.....	183
7.7	Поставка модела гредног носача за проверу континуалног рада мерног мехатроничког система.....	188

8 Закључак

8.1 Резултати истраживања..... 190

8.2 Научни доприноси дисертације..... 192

8.3 Препоруке за будући рад..... 195

9 Литература

10 Прилог

Списак слика

1.1.	Камени мост из доба Рима.....	1
1.2.	Пешачки дрвени мост.....	2
1.3.	Савремени челични мост - мост преко реке Саве у Београду- "Газела".....	3
1.4.	Савремени челични мост преко реке Јанг Це.....	4
1.5.	Урушавање моста на реци Мисисипи, САД.....	4
1.6.	Урушавање моста на реци Скагит, САД.....	5
1.7.	Хаварија носача кранске стазе	6
1.8.	Хаварија кранске дизалице услед превеликог терета.....	7
1.9.	Механички угибомери-компаратери са градуисаном скалом и дигиталним читавањем.....	11
1.10.	Индуктивни угибомери за које је потребно мерно појачало за вршење читавања вредности.....	11
1.11.	Постављање угиба, неопходан контакт са структуром (директан контакт) и чврста подлога испод разматране структуре.....	12
1.12.	Постављање угиба, неопходан контакт са структуром (помоћу инварске жице) и чврста подлога испод разматране структуре.....	13
1.13.	Геодетски инструмент - тотална станица.....	14
1.14.	Мерење угиба структуре моста помоћу тоталне станице и геодетске призме постављене на мосту.....	15
1.15.	Поставка <i>HLS</i> система на мостовској структури.....	17
2.1.	Електроотпорна мерна трака - <i>Strain gauge</i>	28
2.2.	Постављена мерна трака помоћу специјалног лепка.....	29
2.3.	Мерна трака са вибрирајућом жицом - <i>VW Strain gauge</i>	29
2.4.	Принцип постављања и рада мерне траке са вибрирајућом жицом.....	30
2.5.	Сензор на бази оптичких влакана - <i>FBG Strain gauge</i>	31
2.6.	Принцип рада сензора на бази оптичких влакана.....	31

2.7.	Принцип рада <i>LVDT</i> сензора.....	32
2.8.	<i>LVDT</i> сензори постављени на структури.....	33
2.9.	Мензура са градуисаном поделом за мануелно читавање <i>HLS</i> система..	35
2.10.	Мензура за електронско читавање <i>HLS</i> система.....	36
2.11.	Поставка <i>HLS</i> система на мостовској структури.....	37
2.12.	Лабораторијска поставка експеримента за утврђивање прецизности сензора на бази радарске интерферометрије за мерење вертикалних померања....	43
2.13.	Принцип мерења угиба помоћу радарске интерферометрије.....	44
2.14.	Мерења угиба моста помоћу радарске интерферометрије.....	44
2.15.	Померања крутог тела и релативна померања.....	47
2.16.	Деформација греде под делујућим оптерећењем.....	50
2.17.	<i>Bernoulli-Euler</i> -ова хипотеза за случај чистог савијања штапа.....	51
2.18.	Деформација елемента греде.....	52
2.19.	Подела греде на сегменте константних момента инерције. Функција кривине греде за један сегмент.....	55
2.20.	Повезаност између оптерећења, померања и кривине.....	56
2.21.	Деформација сензора релативног померања за чисто савијање.....	57
2.22.	Интерполација кубном кривом.....	60
3.1.	Диспозиција модела греде за проверу нумеричког поступка.....	70
3.2.	Интеграција трапезним правилом.....	84
4.1.	Лабораторијско испитивање на моделу греде - диспозиција.....	116
4.2.	Лабораторијско испитивање на моделу греде - диспозиција.....	119
4.3.	Лабораторијско испитивање на моделу греде - непокретни ослонац.....	119
4.4.	Лабораторијско испитивање на моделу греде - покретни ослонац.....	120
4.5.	Угибомер WA 100 НВМ за директно мерење померања.....	122
4.6.	Динамометар TS 10 АЕР за мерење величине аплициране силе.....	122
4.7.	Лабораторијско испитивање на моделу греде - Схематски приказ диспозиције испитивања.....	123

5.1.	Машинска сала ХЕ „Ђердап 1“.....	133
5.2.	Низводни носач кранске стазе у машинској сали ХЕ „Ђердап 1“.....	133
5.3.	Ослањање носача кранске стазе на стубове.....	134
5.4.	Ослањање носача кранске стазе на стубове.....	135
5.5.	Сегмент структуре носача кранске стазе на коме су вршена мерења-Схематски приказ.....	136
5.6.	Распоред мерних места у пољу "2".....	137
5.7.	Распоред мерних места у пољу "3".....	137
5.8.	Распоред мерних места у пољу "4".....	138
5.9.	I случај- неоптерећена кранска дизалица у пољима "2", "3" и "4", распоред и величина оптерећења.....	139
5.10.	II случај- оптерећена кранска дизалица у пољима "2", "3" и "4", распоред и величина оптерећења.....	140
5.11.	Статор погонског агрегата "1" (поље „4“ носача кранске стазе носача).....	150
5.12.	Постављање ротора у пројектовани положај, поље „4“, распоред и величина оптерећења.....	150
5.13.	Подизање ротора погонског агрегата "1" са системом две кранске дизалице укупне носивости 8000 kN.....	151
5.14.	Спуштање ротора погонског агрегата "1" у пројектовани положај.....	152
7.1.	Схема Витстоновог моста.....	161
7.2.	Схема Витстоновог моста, R_1, R_2, R_3, R_4 – отпорници или мерне траке, V_s – напон напајања моста, V_o – излазни напон моста (мерни сигнал).....	163
7.3.	Конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста.....	166
7.4.	Конфигурација $\frac{1}{2}$ мерног моста.....	166
7.5.	Конфигурација двоструке $\frac{1}{4}$ мерног моста.....	167
7.6.	Конфигурација пуног мерног моста.....	167
7.7.	Конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста са компензационом мерном траком.....	170
7.8.	Конфигурација пуног мерног моста.....	171

7.9.	Принцип паралелне калибрације (<i>Shunt calibration</i>).....	172
7.10.	Утицаји отпора каблова код $\frac{1}{4}$ мерног моста.....	174
7.11.	Утицаји отпора каблова код $\frac{1}{4}$ мерног моста са компензационом траком....	174
7.12.	Утицаји отпора каблова код конфигурације пуног мерног моста.....	175
7.13.	Кројцерово мерно коло (<i>Kreuzer Circuit</i>).....	176
7.14.	Проширено Кројцерово мерно коло (<i>Extended Kreuzer Circuit</i>).....	178
7.15.	Усвојена шема мерног кола у мерним појачалима произвођача <i>HBM</i> – мерни мост ослобођен грешке за повезивање у конфигурацији $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, и пуног мерног моста.....	180
7.16.	Схематски приказ мерног ланца од постављеног сензора до читавања мерених вредности на рачунару.....	181
7.17.	Утицаји отпора каблова код конфигурације пуног мерног моста – једна активна и три компензационе мерне траке.....	187
7.18.	Диспозиција за проверу мерног мехатроничког система.....	188
7.19.	Припрема за постављање мерне траке.....	189
7.20.	Постављена мерна трака.....	189
7.21.	Компензациони део Витстоновог моста (три неактивне траке).....	190
7.22.	Постаљена и заштићена активна мерна трака повезана са компензационим делом - формирана конфигурација пуног Витстоновог моста на мерном месту.....	190
7.23.	Сензор померања - угибомер, на посебном сталку који омогућава управно постаљање померљивог дела на модел греде.....	191
7.24.	Ослоначки пресек на левом крају греде, омогућено само ротирање пресека.....	191
7.25.	Ослоначки пресек на десном крају греде, омогућено и хоризонтално померање пресека.....	192
7.26.	Модел у статичком систему просте греде.....	192
7.27.	Повезивање сензора на мерно појачало.....	193
7.28.	Аквизициони део мерног мехатроничког система.....	193
7.29.	Покретање рачунарског програма „ <i>CATMAN AP HBM</i> “.....	199
7.30.	Повезивање система са мерним појачалима.....	200

7.31.	Поставка мерних канала у рачунарском програму „ <i>CATMAN AP HBM</i> “.....	200
7.32.	Приказ мерних и рачунских величина.....	201
7.33.	I, II и III фаза оптерећења за проверу мерног мехатроничког система.....	202
7.34.	I фаза оптерећења за проверу мерног мехатроничког система.....	203
7.35.	II фаза оптерећења за проверу мерног мехатроничког система.....	203
7.36.	III фаза оптерећења за проверу мерног мехатроничког система.....	203
7.37.	Приказ измерених и рачунских величина - I фаза оптерећења.....	204
7.38.	Приказ измерених и рачунских величина - II фаза оптерећења.....	204
7.39.	Приказ измерених и рачунских величина - II фаза оптерећења.....	204
7.40.	Приказ измерених и рачунских величина - III фаза оптерећења.....	205

Списак ознака

Латинични симболи

L	распонска дужина структуре
Δh_c	висинска разлика горње коте шина на кранској стази
t	време
n	рефракциони индекс стакленог влакна
L_s	разлика дужина стаклених влакана
c	брзина светлости
H_z	јединица за фреквенцију - херц
M	момент савијања
z	растојање доњег влакна од неутралне осе „ x - x “
l_1	почетна дужина влакна
l_2	крајња дужина влакна
$P^2(x)$	полином другог степена
$f(x)$	функција
q	расподељено оптерећење
E	модул еластичности материјала
e_{xx}	растојање неутралне осе од доње ивице попречног пресека
I_y	момент инерције попречног пресека
R	отпорност мерне траке
ΔR	промена отпорности мерне траке
K	фактор мерне траке
Cu	хемијска ознака бакра
Ni	хемијска ознака никла

V	јединица за напон струје
kN	јединица за величину силе
MPa	јединица за напон напрезања
K	јединица за температуру
mA	јединица за јачину струје
ν	<i>Poisson</i> -ов коефицијент

Грчки симболи

δ	вертикално померање - угиб
δ_c	вредност критичног угиба
ρ	полупречник кривине греде
ε	дилатација издужења или скраћења
ρ_m	средњи полупречник кривине
σ	напон напрезања материјала
Ω	јединица струјног отпора

Скраћенице

<i>GPS</i>	глобални систем позиционирања
<i>HLS</i>	хидростатички систем за мерење угиба
<i>VW</i>	сензор са вибрирајућом жицом
<i>FBG</i>	сензор на бази оптичких влакана (<i>Fiber Bragg grating</i>)
<i>LVDT</i>	сензор на бази индукције (<i>Linear Variable Differential Transformer</i>)
<i>AC</i>	наизменична струја
<i>DC</i>	једносмерна струја
<i>RTS</i>	роботизовани геодетски систем
ХЕ	хидроелектрана
<i>SG</i>	мерна трака (<i>strain gauge</i>)

Поглавље 1

Увод

1.1 Основне напомене

Структуре великих распона настале су из тежње човека да на лакши начин савлада природне препреке: водотокове река, планинске кланце и дубодолине. Изградња мостовских структура је одувек био један од најзахтевнијих градитељских подухвата, а изграђени мостови постајали су симбол успешности друштва које их је изградило. Током историје, изградња мостова обиловала је тешкоћама, које су у многим случајевима доводиле и до катастрофалних последица. Грађење мостовских структура се у свом раном периоду у највећој мери ослањало на искуства стечена на претходним грађевинама, као и познавању карактеристика расположивог грађевинског материјала. Први мостови били су изведени као пешачки прелази и прелази за лаки колски саобраћај. Мостови су се градили тамо где су услови терена били најповољнији, тако да их је са тадашњим техникама градње било могуће изградити.



Слика 1.1. Камени мост из доба Рима

Развојем железничког саобраћаја у периоду индустријске револуције, а касније и са развојем друмског саобраћаја, пред мостовске структуре постављају се све већи и компликованији захтеви које је потребно да испуне. Постоји потреба за изградњом структура све већих статичких распона, на локацијама на којима су услови терена далеко од повољних, услови несметаног одвијања бродског саобраћаја по водотоковима, прихватање великих оптерећења услед повећања капацитета железничког и друмског саобраћаја, изградња на неприступачним теренима и слично. Данашње мостовске структуре морају пре свега испунити захтеве функционалности, сигурности, трајности и економичности.



Слика 1.2. Пешачки дрвени мост

Изградња данашњих мостовских структура базира се на примени савремених материјала и савремених метода изградње, који су развијани током времена, како би се успело у савлађивању постављених захтева. Градитељи и пројектанти мостова су развијали технике изградње, које су у великој мери биле експерименталне и револуционарне, и у многим случајевима биле први пут примењене у изградњи. Данашњи мостови су репрезентативни примери инжењерских наука, и примери колико инжењерске структуре могу бити са једне стране монументалне и грандиозне, а са друге стране елегантне и естетски веома упечатљиве. Утицај данашњих мостова на развој и функционисање друштва је велики, и сви хаваријски догађаји који се могу десити на њима могу изазвати

несагледиве проблеме, које могу имати огромне економске и хуманитарне последице.



Слика 1.3. Савремени челични мост - мост преко реке Саве у Београду- "Газела"

Иако је развој инжењерских наука и развој пројектовања мостовских структура допринео изградњи функционалних и економски повољних структура, сигурност и трајност су најважнији аспекти у експлоатацији једне мостовске структуре. Природне катастрофе (земљотреси, поплаве, клизишта), људске грешке (удари бродова у стубове моста, саобраћајне несреће услед неприлагођене брзине возила), неадекватно одржавање и неодговорно управљање овим мегаструктурама (одсуство периодичних прегледа током којих се утврђује појава оштећења, одсуство радова на одржавању), током историје је доводило до тешких оштећења на мостовским структурама које су имале велике хуманитарне и економске последице.



Слика 1.4. Савремени челични мост преко реке Јанг Це

Оштећења на мостовским структурама не морају увек бити проузрокована неким изненадним хаваријским догађајима. Најнеповољнија врста оштећења су оштећења која настају у дужем временском периоду и која нису лако уочљива, као што су слегање темеља, оштећења настала услед дуготрајних корозионих процеса, оштећења услед спреченог правилног функционисања дилатационих справа, оштећења услед неправилно постављених и оштећених индустријских инсталација (водоводна, пароводна, гасна инсталација и слично).



Слика 1.5. Урушавање моста на реци Мисисипи, САД

У првим тренуцима ова оштећења могу имати безначајан утицај на мостовску структуру, међутим у дужем временском периоду њихово деловање може довести до озбиљних оштећења, која могу проузроковати губитак функционалности и нарушити сигурност структуре. Широк спектар оштећења која се могу појавити на мостовским структурама, и која могу довести до оштећења или урушавања мостовских структура [2], у великом броју случајева се могу регистровати на основу повећања вредности вертикалног померања при деловању саобраћајног оптерећења, уколико се она прате у дужем временском периоду – мониторингу структуре.



Слика 1.6. Урушавање моста на реци Скагит, САД

Поред мостовских структура које су имале значајан утицај на развој људског друштва у смислу побољшања услова транспорта робе и људи преко постојећих водотокова, развиле су се структуре које су омогућиле транспорт великих терета унутар производних хала и на тај начин допринеле развоју индустријске производње.

Увођењем кранских дизалица у производне хале, остварене су могућности за транспорт елемената великих тежина са великом лакоћом. Кранске дизалице су електро-машински системи који могу бити различитих капацитета носивости, али је свима заједничка лака манипулација теретом.



Слика 1.7. Хаварија носача кранске стазе

Сама кранска дизалица налази се на кранском мосту, који се ослања преко шина на структуру носача кранске стазе. Кретање кранског моста по дужини производних хала одвија се преко структуре носача кранске стазе. Функционалност и исправност кранских дизалица је подложна проверама, и уобичајено је да се врше прегледи исправности електро-машинских система. Структуре носача кранских стаза не подлежу обавезним периодичним прегледима, и у великом броју случајева на захтев власника да се обави специјалистички преглед носача кранских стаза долазило је до уочавања насталих оштећења на самој структури носача. Природа оштећења носача кранских стаза је веома разноврсна, од оштећења насталих услед корозионих процеса, оштећења заварених спојева, оштећења насталих од хаваријских догађаја и слично. Као и код мостовских структура, најнеповољнија врста оштећења су оштећења чија прогресија траје дужи временски период, и које је тешко уочити. Ова оштећења могу довести до проблема у правилном функционисању кранске дизалице, смањењу манипулативног простора кранске дизалице, искакања погонских

система са шина и у најнеповољнијим случајевима може доћи до хаваријских догађаја.



Слика 1.8. Хаварија кранске дизалице услед превеликог терета

И код једног и код другог типа наведених структура, мостова и носача кранских стаза, глобална деформација вертикалног померања - угиб, представља главни фактор у процени сигурности и функционалности за прихватање пројектованог оптерећења. Познавање криве угиба услед делујућег оптерећења и упоређењем вредности са прорачунским вредностима, стичу се услови да се правовремено делује при уочавању неправилности, и на тај начин отклоне недостаци који утичу на функционалност и сигурност.

1.2 Гранично стање употребљивости према вертикалним померањима – угибима

Величина допуштених вертикалних померања – угиба “ δ ”, прописана је различитим стандардима за различите врсте структура. Из захтева функционалности структура, допуштене вредности угиба дате су у зависности од од „ L “ – распонске дужине структуре. Правилници и стандарди различитих земаља прописују максималне дозвољене вредности. Као што се може видети у Табели 1., максималне дозвољене вредности угиба се доста разликују. По српском

[2] и по швајцарском правилнику [2] прописане су доста веће дозвољене вредности максималних угиба услед деловања саобраћајног оптерећења код друмских мостова, у односу на амерички стандард [4]. Српски правилник [2] је повучен, и од 2018(2020). године у Републици Србији су у употреби европски стандарди и правилници [5],[6],[7], уз додатне услове дефинисане националним анексима.

Табела 1.1. Вредности максималних дозвољених угиба

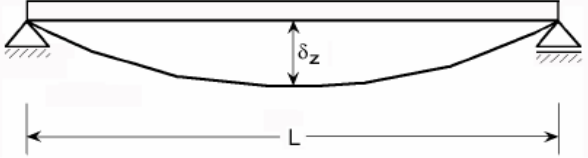

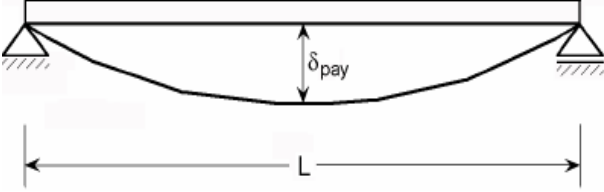
Национални стандард	Дозвољене вредности угиба “ δ ”
Правилник о техничким нормативима за одређивање оптерећења мостова, Службени лист СФРЈ, бр.1/91 – друмски мостови [2]	<ul style="list-style-type: none"> • Оптерећење од возила $\delta \leq L/200$
AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (САД) – друмски мостови [4]	<ul style="list-style-type: none"> • Оптерећење од возила $\delta \leq L/800$ • Оптерећење од возила и /или пешака $\delta \leq L/1000$
SIA 260 (Швајцарски правилник за пројектовање)	<ul style="list-style-type: none"> • Друмски мостови $\delta \leq L/200$ • Железнички мостови $\delta \leq L/600$ за $v < 80 \text{ km/h}$, $\delta \leq L/2600$ за $v > 200 \text{ km/h}$
SRPS EN 1990:2012 SRPS EN 1990/NA:2012 [5],[6],[7]	<ul style="list-style-type: none"> • Нема дефинисаних максималних допуштених вредности угиба за друмске мостове, разматра се само у изузетним случајевима • Железнички мостови $\delta \leq L/600$ за једноколосечне мостове $\delta \leq L/800$ за двоколосечне мостове

Треба приметити да су најновије верзије америчких и швајцарских стандарда и правилника, задржале лимитирајуће вредности угиба друмских мостова услед деловања саобраћајног оптерећења, док европски стандарди прописују такве

вредности само за железничке мостове. У претходном периоду српски правилник [2] је садржао доста елемената преузетих из швајцарских [3] и немачких прописа [8] за пројектовање мостова (иста вредност дозвољених угиба као у швајцарском пропису), а садашњи европски (српски) стандарди и правилници за пројектовање мостова се више ослањају на немачке стандарде и правилнике, који нису имали прописану максималну вредност угиба друмских мостова под деловањем саобраћајног оптерећења.

За носаче кранских стаза, прописане су вредности максималних дозвољених угиба по српском (европском) стандарду [9]. Дозвољене вредности приказане су Табели 2.

Табела 1.2. Вредности максималних дозвољених угиба - стандард *SRPS EN 1993-6*

Природа вертикалног померања	Дијаграм
<p>а) Вертикално померање носача кранске стазе</p> $\delta_z \leq L/600 \text{ и } \delta_z \leq 25 \text{ mm}$ <p>Вертикално померање „δ_z” јесте укупно померање услед деловања свих вертикалних оптерећења</p>	
<p>б) Разлика „Δh_c” између вертикалних померања две греде које формирају кранску стазу</p> $\Delta h_c \leq s/600$	
<p>ц) Вертикално померање „$\delta_{\text{рау}}$” носача кранске стазе услед деловања корисног оптерећења</p> $\delta_{\text{рау}} \leq L/500$	

Код мостовских структура вредности нису усвојене на основу прорачуна услед деловања оптерећења, и више су одредница функционалности, а не

сигурности структуре. Допуштене вредности угиба могу бити одређене и захтевима правилног функционисања система којима наведене структуре служе као ослоначке. То је најизраженије код структура носача кранских стаза, код којих угиби већи од допуштених, нпр. приликом преноса терета у несиметричном положају у односу на крански мост, могу произвести вредности угиба у толикој мери да дође до проблема у правилном функционисању погонских система, чиме се стварају услови за појаву хаваријских догађаја [10],[11],[12].

Прорачуни структура спроводе се тако да се димензионисање према важећим правилницима врши или на основу величина пресечних сила или на основу величина напонских стања. Деформационо стање се проверава у складу са датим препорукама, али деформационо стање у коме ће се можда структура наћи у свом периоду експлоатације, услед насталих оштећења није могуће утврдити у тренутку пројектовања. То ствара могућност да услед насталих оштећења, дође до прираста угиба у структури моста, која није веће величине од допуштене, али таква вредност неповољно утиче на структуру, јер се сада пријем оптерећења одвија у деформисаном облику, што може довести до повећања напонског стања у појединим елементима структуре у толикој мери да може доћи до пластификације пресека и до појаве прслина, а даљом прогресијом и до лома елемента структуре.

Српским стандардом *СРПС У.М1.047:1987 Испитивање конструкција пробним оптерећењем и испитивање до лома* [13], дефинисана је величина угиба која одговара лому структуре, тј. достизањем ове вредности угиба сматра се да је структура изгубила носивост. Вредност критичног угиба „ δ_c “ везана је за статички распон - распон структуре или распон елемента структуре између две ослоначке тачке, и износи :

$$\delta_c = L/50$$

1.3 Кључни елементи анализе и мерења вертикалних померања – угиба

Уобичајени приступ мерењу вертикалних померања структура састоји се у постављању мерача померања – угибомера (компаратера), на довољном броју мерних места на разматраној структури, како би се што прецизније измерила крива угиба. Мерачи померања могу бити механички или електронски инструменти.



Слика 1.9. Механички угибомери-компаратери са градуисаном скалом и дигиталним читавањем

Механички инструменти системима полука и опруга претварају линеарно померање структуре у вредност која се читава на скали инструмента [14]. Код електронских инструмената заступљене су различите врсте, у смислу претварања линеарног померања у електронски сигнал, па разликујемо: индуктивне, отпорне, напонске, хидростатичке и пиезоелектричне. За читавање вредности померања код електронских инструмената, неопходно је да постоји електронска мерна јединица – *Data Logger*, која управља радом електронских инструмената и врши претварање електронских величина у вредности померања. Заједничка одлика мерача померања је да морају бити у контакту са структуром како би могли измерити њено померање. Контакт са структуром може бити путем директног ослањања или посредно преко неког другог елемента који је директно ослоњен на структуру.



Слика 1.10. Индуктивни угибомери за које је потребно мерно појачало за вршење читавања вредности

Ова одлика уједно представља и највећи проблем у примени ових инструмената, јер је неопходно да простор испод структуре има чврсту подлогу како би се инструменти могли поставити и ослонити на структуру.



Слика 1.11. Постављање угиба, неопходан контакт са структуром (директан контакт) и чврста подлога испод разматране структуре

Код мостовских структура, примена оваквог типа инструмента није могућа изнад водотокова или на структурама са великом висином стубова. Код структура са висином стубова до 30 m и са чврстом подлогом испод структуре моста, мерење угиба мерачима померања одвија се тако што се на структури са доње стране поставља инварска жица, која се спушта све до коте терена.



Слика 1.12. Постављање угиба, неопходан контакт са структуром (помоћу инварске жице) и чврста подлога испод разматране структуре

Инварска жица изведена је од посебног челичног материјала који под деловањем оптерећења или при температурној промени нема промену дужине, чиме се отклања могућа грешка у мерењу угиба саме структуре.

На крају инварске жице поставља се тег, како би се жица довела у затегнуто стање, а затим се на инварску жицу поставља мерач померања помоћу посебних елемената. На тај начин, померање структуре је једнако померању инварске жице са тегом и мерач померања региструје померање структуре посредним путем. Мерење вертикалних померања на овакав начин погодан је приликом испитивања пробним оптерећењем у циљу провере носивости структуре, и тада заузеће простора испод структуре које се излаже одређеној вредности пробног оптерећења не представља проблем, због дужине трајања мерења - краткотрајно мерење у трајању од неколико сати до неколико дана.

Код мерења угиба структура изнад водотокова примењују се геодетски инструменти - нивелири и тоталне станице . Ови инструменти могу бити оптички и ласерско-оптички. Постоји широки спектар оваквих инструмената у погледу њихове прецизности, и за мерење вертикалних померања су више у употреби нивелири и тоталне станице високе прецизности, из разлога веће тачности измерених података.



Слика 1.13. Геодетски инструмент - тотална станица

Сами геодетски инструменти не захтевају директан контакт са структуром, већ се опажање врши преко реперних тачака које су постављене на структури. Опажање реперних тачака се са задовољавајућом тачношћу може вршити до растојања од 30 m са оптичким инструментима [15] и до 150 m са оптичко-ласерским геодетским инструментима [16], што значи да је мерење угиба са фиксним положајем геодетског инструмента могуће само на тим растојањима. У случају да је потребно вршити мерења на структурама већих распона, потребно је применити геодетску методу детаљног геометријског нивелмана. Метода подразумева одређивање висинских разлика између претходно утврђених геодетских тачака - репера, хоризонталном визуром. Нивелање се обавља из средине, тј. уколико се жели наћи висинска разлика између две тачке "А" и "Б", онда се растојање између те две тачке дели на одређени број мањих растојања,

постављањем тзв. "везних" тачака, а затим се врши читавање висинских разлика постављањем геодетског инструмента - нивелира, између две разматране реперне тачке. Очитавање висинских разлика врши се помоћу нивелманске летве са поделом. Прецизност методе зависи од растојања осматраних тачака - дужине визуре, квалитета оптичког или ласерског геодетског нивелира, као и од обучености особе која врши мерења[17].

Систем мерења угиба тада постаје сложенији, јер положај геодетског инструмента више није фиксан, већ се оператер геодетског инструмента и фигурант крећу по површини структуре и врше мерења реперних тачака по наведеној методи. Након извршених мерења, неопходно је извршити обраду података како би се добила крива угиба.



Слика 1.14. Мерење угиба структуре моста помоћу тоталне станице и геодетске призме постављене на мосту

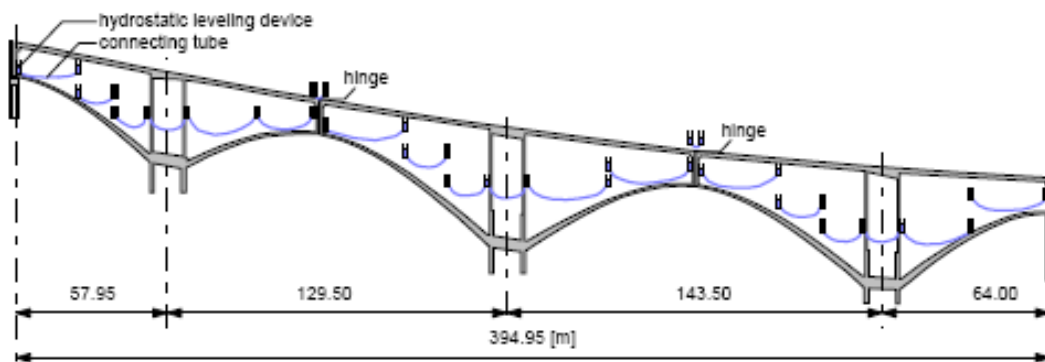
Примена механичких угибомера и оптичких геодетских инструмената за мерење вертикалних померања условљена је и статичком природом оптерећења, тј. није могуће вршити мерења за оптерећења која се крећу по структури. Електронски мерачи померања за које је неопходна електронска мерна јединица могу вршити мерење померања приликом кретања оптерећења по структури, што им даје предност у одабиру код дуготрајног мерења угиба. Ипак, остаје проблем

неопходности чврсте подлоге испод структуре за њихово постављање и заузеће простора у дужем временском периоду.

Треба напоменути да у данашње време постоје аутоматизовани оптичко-ласерски геодетски инструменти који могу вршити мерење померања једне реперне тачке у континуитету приликом преласка оптерећења преко структуре, али како је неопходно познавати угибе у већем броју тачака на структури како би се добила тачнија крива угиба, потребан је исти број таквих инструмената, као и број реперних тачака. Ови инструменти имају значајну економску вредност и уградња већег њиховог броја доводи до великих економских трошкова.

Још савременији приступ јесте примена глобалног система позиционирања - *GPS* система за мерење угиба, који за свој рад користе сателите позициониране у орбити планете Земље. Ни ови системи не захтевају директан контакт са структуром и то им даје предност у односу на конвенционалне геодетске инструменте. Међутим, ни они не могу вршити континуално мерење померања при преласку оптерећења преко структуре, јер врше опажање једне реперне тачке и процес мерења је некада дужи од брзине промене угиба у посматраној реперној тачки, тако да су погодни за мерења са статичким оптерећењем или мерење померања слегања стубова структуре услед промене геотехничких услова тла испод темеља. Поред тога, *GPS* систем мерења да би обезбедио довољну тачност измерених података, мора у тренутку мерења да буде у комуникацији са већим бројем сателита (по неким ауторима минимални број је 9 сателита) [18], што поставља додатне услове у погледу локације структуре на којој се врше мерења (квалитет података зависи од могућности комуникације инструмента са расположивим бројем и положајем сателита у тренутку мерења). С обзиром да изнајмљивање услуга *GPS* система има значајну економску вредност, потребна је дубља економска анализа како би се утврдила исплативост таквог система и његова примена на већем броју реперних тачака.

Специфични облик мерења вертикалних померања јесте *HLS – Hydrostatic Leveling System*, који се састоји од посуда одређених запремина, међусобно повезаних „вагрес“ цревима – прозирна *PVC* црева, глатке спољашњости и унутрашњости, добре савитљивости на температурама од -10° до $+50^{\circ}\text{C}$, отпорна на абразију и *UV* зрачење.



Слика 1.15. Поставка *HLS* система на мостовској структури

Постављање овог система врши се тако што се на месту ослонаца на структури - у зони стубова - постављају посуде са течномшћу, а повезују се цревима. Посуде су са градуисаном поделом, и систем има познату количину течности и у посудама и у цревима. Свако померање структуре региструје се кретањем течности од једне до друге посуде и вредности померања се читавају на градуисаној подели. Систем је доста поуздан и стабилан, али време одговора *HLS* система на померање структуре је такође дуже од брзине промене померања услед преласка покретног оптерећења по структури, тако да и овај начин мерења угиба је применљив само за статичну природу оптерећења.

1.4 Опис предмета истраживања

Предмет истраживања ове докторске дисертације обухвата:

- 1) Развој мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу;
- 2) Развој нумеричког поступка прорачуна за посредно одређивање угиба структура на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу;
- 3) Потврда развијеног нумеричког поступка прорачуна упоређивањем добијених вредности угиба са резултатима добијених директним мерењем конвенционалним методама, контактним мерачима померања.

1.5 Циљеви истраживања, полазне хипотезе и примењена методологија

Циљеви истраживања

Како је предмет истраживања двострук, циљеви су подељени у две групе:

- 1) Циљеви истраживања везани за развој нумеричког поступка прорачуна за посредно одређивање угиба структура из познатих вредности дилатација у основном материјалу;
- 2) Циљеви истраживања везани за развој мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура из познатих вредности дилатација у основном материјалу;

Две групе садрже исте главне циљеве, а разликују се по подциљевима.

Главни циљеви истраживања су:

- 1) Израда нумеричког поступка и утврђивање неопходних елемената за примену овог поступка за прорачун вертикалног померања – угиба гредних структура на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу;
- 2) Спровођење експерименталног истраживања на реалној гредној структури;
- 3) Примена развијеног нумеричког поступка на основу података добијених при експерименталном истраживању;
- 4) Корелација експерименталних и нумеричких резултата;
- 5) Развој мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура из познатих вредности дилатација у основном материјалу.

Подциљеви у оквиру прве групе циљева су:

- a) Експериментално испитивање на моделу челичног "I" носача статичког система просте греде;
- b) Директно мерење угиба услед неколико нивоа делујућег оптерећења;
- c) Мерење дилатација у основном материјалу греде у разматраним попречним пресецима, услед неколико нивоа делујућег оптерећења;
- d) Посредно израчунавање угиба, применом развијеног нумеричког поступка на основу измерених вредности дилатација;

- e) Физичка интерпретација добијених резултата и њихово међусобно упоређење.
- f) Експериментално испитивање на структури носача кранске стазе под делујућим оптерећењем (реална гредна структура у експлоатацији);
- g) Директно мерење померања услед делујућег оптерећења;
- h) Мерење дилатација у основном материјалу структуре кранског носача у разматраним попречним пресецима, услед делујућег оптерећења;
- i) Посредно израчунавање угиба, применом развијеног нумеричког поступка на основу измерених вредности дилатација у основном материјалу;
- j) Физичка интерпретација добијених резултата и њихово међусобно упоређење.

Подциљеви у оквиру друге групе циљева су:

- a) Одабир типа сензора за мерење вредности дилатација у основном материјалу структуре;
- b) Одабир типа мерно-аквизиционог система који има могућности рада са одабраним типом сензора за мерење дилатација;
- c) Имплементација развијеног нумеричког поступка у мерни мехатронички систем;
- d) Израда лабораторијског модела за проверу рада развијеног мерног мехатроничког система;
- e) Провера развијеног мерног мехатроничког система на лабораторијском моделу у статичком систему просте греде;
- f) Физичка интерпретација добијених резултата и њихово међусобно упоређење.

На основу наведених подциљева за прву и другу групу, може се закључити да је друга група подциљева зависна у односу на прву. Наиме, за постизање друге групе подциљева који се односе на развој мерног мехатроничког система и његову примену, неопходно је да се претходно испуне подциљеви прве групе који подразумевају валидност развијеног нумеричког поступка на основу теоријских прорачуна на лабораторијском моделу и реалној структури носача кранске стазе у реалним условима експлоатације. Након валидације развијеног нумеричког поступка, могуће је приступити остварењу друге групе подциљева.

Полазне хипотезе

Хипотезе представљају могућа, пробна и проверљива решења научног проблема. Полазна позиција за истраживање у оквиру ове докторске дисертације јесте *Bernoulli-Euler*-ова хипотеза о равним пресецима (пресеци остају управни и након деформације) чиме се остварују услови за теоријску везу између дилатације и кривине греде, која је уобичајено задовољена под условима употребљивости, а она је у сагласности са *Bernoulli-Navier*-ом теоријом греде, при чему је неопходно познавати граничне услове на целој греди. Описане теоријске релације могу се пронаћи у научној и стручној литератури [19],[20],[21].

Експериментални модел челичне греде, израђен од "I" носача константног попречног пресека, постављен у статичком систему просте греде, јесте модел за који постоје теоријске формулације израчунавања вертикалног померања – угиба, услед деловања разних врста оптерећења. Лабораторијски услови за обављање експерименталног испитивања на наведеном моделу су такви, да је могуће отклонити све додатне утицаје који се могу јавити код реалних структура, како би се валидност развијеног нумеричког поступка могла проверити на једноставном моделу оптерећења – континуално рапоређеном оптерећењу, по целом распону гредног носача са континуалним попречним пресеком. При експерименталном испитивању води се рачуна и да гредни носач под задатим оптерећењем задовољава услове употребљивости, тј. да остаје у домену линеарног стања напона и деформација, што се у овом случају, за греду изведену од челичног материјала класе Č0361 (S235 JR) за I случај оптерећења дефинисан правилником [22], остварује максималним радним напоном затезања у доњем влакну попречног пресека у средини статичког распона у износу од:

$$\sigma_{max} = 160 \text{ MPa} = 16 \text{ kN/cm}^2$$

С друге стране, реална структура носача кранске стазе са експлоатационим оптерећењем представља следећу проверу развијеног нумеричког поступка прорачуна. Код реалне структуре носача кранске стазе није заступљен статички систем просте греде, већ се ради о континуалном гредном носачу преко више распонских поља, са условима ослањања који у много чему зависе од самог начина израде оваквих структура, са променљивом геометријом пресека носача и

са оптерећењем које није равномерно распоређено по целом статичком распону. Као и код експерименталног модела и овде је присутно задовољење услова употребљивости, јер се самим пројектовањем оваквог типа структура не дозвољава прекорачење радних напона затезања, како би се избегла могућа стања пластификације пресека и оштећења структура.

Примењена методологија

Методе и технике које су примењене у циљу спровођења истраживања могу се поделити у три групе:

- 1) Експерименталне;
- 2) Нумеричке;
- 3) Оптимизационе.

Прва група коришћена је при експерименталном статичком испитивању модела гредног носача и структуре носача кранске стазе. Друга група је развијена на основу теоријских веза и хипотеза и примењена је за израду нумеричког поступка за прорачун угиба модела гредног носача и структуре носача кранске стазе. Трећа група је употребљена за унапређење нумеричког поступка прорачуна, како би се на најлакши начин могао имплементирати у систем континуалног праћења вертикалног померања реалне структуре услед деловања радног оптерећења.

1.6 Очекивани резултати и доприноси истраживања

У складу са постављеним циљевима истраживања очекивани резултати и доприноси су:

- 1) Проширење знања и разумевања за прорачун вертикалних померања – угиба структура на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу структуре;
- 2) Развој стратегије израде нумеричких поступака за посредно израчунавање вертикалних померања – угиба реалних структура оптерећених експлоатационим оптерећењем;
- 3) Физичка интерпретација добијених вредности угиба на основу нумеричког поступка прорачуна;
- 4) Оптимизација нумеричког поступка прорачуна за посредно одређивање вертикалних померања – угиба структура услед деловања експлоатационих

оптерећења и имплементација тако развијених поступака у системе континуалног праћења стања структура.

- 5) Развој мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура на основу познатих дилатација у основном материјалу и извођење прорачуна по развијеном нумеричком поступку.

1.7 Структура докторске дисертације

Преглед релевантне литературе која се односи на конвенционалне методе мерења померања и одређивање вертикалних померања – угиба, на основу познатих вредности дилатација, као и имплементација овако одређених угиба у системе континуалног праћења стања структура, садржан је у Поглављу 2. Развој нумеричког поступка прорачуна угиба из познатих вредности дилатација приказан је у Поглављу 3. Опис експерименталних испитивања на гредном носачу у лабораторијским условима и примена предложеног поступка од стране аутора за посредно израчунавање угиба, приказани су у Поглављу 4. Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена предложеног поступка прорачуна приказани су у Поглављу 5. Резултати и њихово упоређење приказани су у Поглављу 6. Развој мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура, на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу структуре, приказани су у Поглављу 7. Кључни закључци и главни доприноси дисертације, као и предлози могућих праваца будућих истраживања су изложени у Поглављу 8.

Поглавље 2

Преглед литературе

2.1 Континуално мерење вертикалних померања – угиба структуре

Успостављање система за континуално мерење вертикалних померања структуре је значајно са аспекта праћења понашања структуре под делујућим оптерећењима, у дужем временском периоду. Наведено је већ да се познавањем глобалне деформацијске величине померања веома добро описује само стање структуре, у погледу њене функционалности и сигурности. Континуалним мерењем вертикалних померања могу се стећи сазнања и о природи промене вертикалних померања, јер поред промена насталих услед делујућег оптерећења, на структурама се дешавају и промене услед температурних утицаја којима су структуре у експлоатацији изложене. Допринос температурних утицаја на промени вредности вертикалних померања структуре нису занемарљиве, и могу имати значајне нумеричке вредности [23].

Проблем може настати при непознавању историје вертикалних померања на структури при периодичним геодетским осматрањима структура, када тренутни температурни утицаји могу показати, до тада, незабележене вредности вертикалних померања и самим тим бити сигнал да нешто није у реду са разматраном структуром. Такође, инцидентни догађаји, удари бродова у стубове или саме мостове, дејство поплавних таласа на мостовску структуру, преоптерећење носача кранских стаза услед подизања терета већих тежина од дозвољених или инцидентни догађаји при манипулацији подигнутог терета, остају незабележени уколико није успостављен систем континуалног мерења угиба. У великом броју случајева, овакви инциденти могу се десити без видљивих знакова оштећења структура у времену блиском тренутку инцидентног догађаја, али пропација оштећења структура може се десити и након одређеног временског периода, услед појаве делујућег оптерећења већег интензитета које је обухваћено обављеним прорачунима, али су сада на структури присутна оштећења која нису предвиђена првобитним статичким и динамичким прорачуном.

2.2 Конвенционалне методе континуалног мерења вертикалних померања – угиба структуре

Конвенционалне методе које се примењују у највећој мери подразумевају примену:

- Механичких и електронских мерача померања – угибомера,
- Геодетских уређаја,
- *HLS – Hydrostatic Leveling System*,
- Глобалног система позиционирања - *GPS* система.

На механичким мерачима померања – компаратерима, потребно је визуелно очитати измерену вредност, а поред тога је неопходан контакт са структуром на којој се врши мерење, на директан или индиректан начин. Овај тип инструмента није могуће применити за мерење угиба структура изнад водотокова или код структура које су постављене на већим висинама у односу стабилну површину. Начин очитавања измерене вредности, онемогућава мерење услед деловања динамичких оптерећења, а није могућа ни имплементација у систем истовременског мерења угиба у већем броју тачака (са већим бројем мерача померања).

Електронски мерачи померања имају исти начин постављања за мерење угиба, али поседују могућност имплементације у систем истовременског мерења угиба у већем броју тачака (са већим бројем мерача померања). Уколико је структура изложена динамичким утицајима, помоћу ових инструмената могуће је вршити мерења угиба насталих од таквих утицаја, али само ако су постављени у директном контакту са мереном структуром. Као и код механичких мерача померања, ни са овим инструментима није могуће вршити мерења угиба на структурама изнад водотокова или код структура постављених на већим висинама у односу на стабилну површину.

Данашњи аутоматизовани геодетски системи поседују могућности мерења померања и при статичким и при динамичким делујућим оптерећењима и могу се применити код оваквих мерења, али њихови ограничавајући фактори у смислу опажања реперних тачака са максималним растојањем од 150 метара између геодетског инструмента и реперне тачке проузрокују неопходност уградње већег броја оваквих геодетских инструмената код структура великих распона. Поред тога, положај геодетских инструмента мора се налазити ван разматране структуре,

што у случајевима мостовских структура које се налазе у неприступачним пределима доводи до тешкоћа у обезбеђивању неопходних максималних 150 метара растојања до опажане реперне тачке. У случајевима мостовских структура које савлађују велике речне токове, постављање геодетских инструмената ван разматране структуре није могуће, тако да се оваква мерења врше у тачкама које се налазе у дефинисаном опсегу растојања или се успоставља систем низа геодетских инструмената који као реперне тачке имају суседне геодетске инструменте распоређене у оквиру дефинисаних опсега међусобних растојања. И у једном и у другом случају неопходно је ангажовање већег броја оваквих геодетских инструмената, што методу чини економски неповољном због високе јединичне цене самих геодетских инструмената.

Поред наведених ограничавајућих фактора, још један фактор који није техничке природе је присутан, а то је заштита од вандализма или отуђења ових инструмената. Док код носача кранских стаза то и не би требало да представља проблем, јер се инструменти налазе унутар производног простора, код мостовских структура било би неопходно увести безбедоносне мере заштите од отуђења, што је у случају мостовских структура веома тешко јер поред мостова у урбаним подручјима, где је обезбеђивање система заштите могуће, постоји и велики број мостова који се налазе ван урбаних подручја и где би реакција задужених служби обезбеђења на упозорење система заштите била недовољно брза узимајући у обзир време доласка на локацију и растојања самог моста од седишта службе. Дакле, примена данашњих аутоматизованих геодетских уређаја је могућа за вршење континуалног мерења вертикалних померања разматраних структура, али поседује велики број ограничавајућих фактора.

Друга конвенционална метода, *HLS - Hydrostatic Leveling System*, која се примењује у континуалном праћењу вертикалних померања структура поседује технички проблем праћења вертикалних померања услед динамичких оптерећења. Сама природа система је таква, да одговор система на деловање оптерећења траје један одређени временски период, и *HLS* систем није у могућности да врши мерење померања при динамичком оптерећењу. Овај систем је у употреби већ дужи низ година, али се користи за праћење померања – слегања стубова услед промена геотехничких услова фундирања темеља стубова. Ове промене су по природи деловања веома споре и настали утицаји су изразито статичке природе.

Савремени *GPS* системи за континуално мерење вертикалних померања, такође имају проблем одговора система на делујућа динамичка оптерећења. Исто као и код *HLS* система, и они су погодни за праћење померања – слегања стубова услед промена геотехничких услова фундирања темеља стубова, где су промене по природи деловања веома споре и настали утицаји су изразито статичке природе.

Табела 2.1. Конвенционалне методе мерења померања – предности и недостаци

Метода	Предности	Недостаци
Механички мерачи померања	Висока прецизност мерења	Неопходан директан или посредан контакт са структуром, немогућност имплементације у систем за континуално мерење угиба
Електронски мерачи померања	Висока прецизност мерења, могућност имплементације у систем континуалног мерења угиба	Неопходан директан или посредан контакт са структуром, заузеће простора испод структуре, немогућност примене изнад водотокова
Геодетски инструменти	Није неопходан директан контакт са структуром	Неопходна примена више инструмената што условљава већу економску вредност, осетљивост на атмосферске утицаје који владају у околини структуре, ограничене могућности мерења при динамичким побудама на структури
<i>HLS - Hydrostatic Leveling System</i>	Поуздан систем за мерење угиба, стабилан при температурним променама	Систем се састоји од великог броја елемената, реакција система на промену мерене величине је спора, могућа су мерења само померања статичке природе – слегање стубова
Савремени <i>GPS</i> системи	Није неопходан директан контакт са структуром	Погодни за вршење мерења померања статичке природе, велика економска вредност при мерењу на већем броју тачака

Поред ових у техничком смислу ограничавајућих фактора, постоји и проблем економске оправданости у примени оваквих система у дужем

временском периоду, из разлога значајних економских вредности изнајмљивања оваквих система.

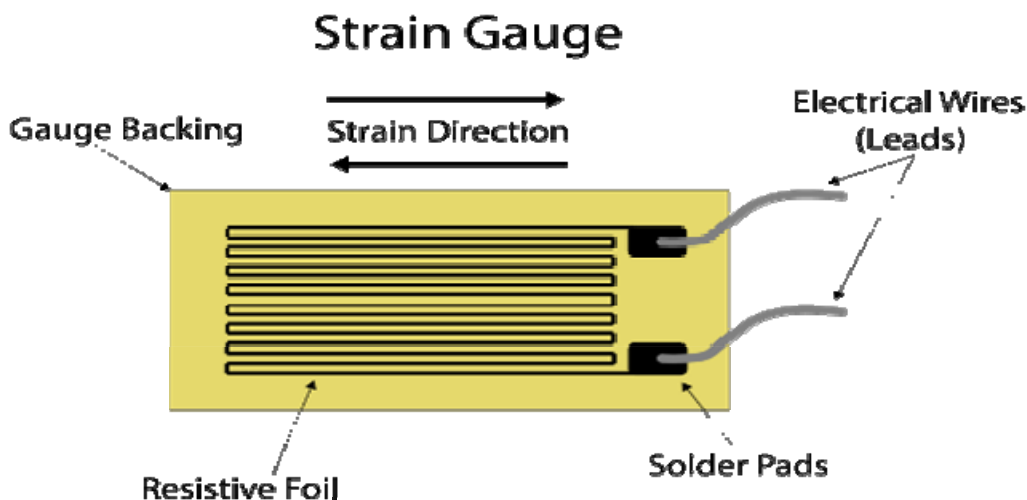
2.3. Континуално мерење вертикалних померања – угиба на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу структуре услед делујућих оптерећења

Могућност континуалног мерења вертикалних померања под деловањем експлоатационих оптерећења на основу познавања дилатација у основном материјалу структуре омогућила би једноставан и економски веома повољан начин праћења деформационих карактеристика структуре кроз време. У највећој мери, овакав начин континуалног мерења вертикалних померања је веома погодан код мостовских структура које савлађују велике распоне преко река или неприступачних планинских предела, као и код носача кранских стаза који се уобичајено налазе у производним погонима, где је простор испод носача неопходан за одвијање уобичајених производних процеса. Применом оваквог начина праћења стања деформација структуре омогућило би се праћење угиба и при статичким и при динамичким делујућим оптерећењима. Промена вертикалних померања услед температурних утицаја се може лако забележити овим поступком, јер и температурни утицаји проузрокују промену вредности дилатација у основном материјалу конструкције, а могуће је и мерење температурних промена у самој структури, где би се те измерене вредности промена температуре записивале заједно са измереним вредностима дилатација. Инцидентни догађаји не само да би били забележени применом оваквог посредног мерења вертикалних померања, већ би се знало и напонско-деформацијско стање у основном материјалу структуре које је настало, чиме се проширује обим познавања стања структуре.

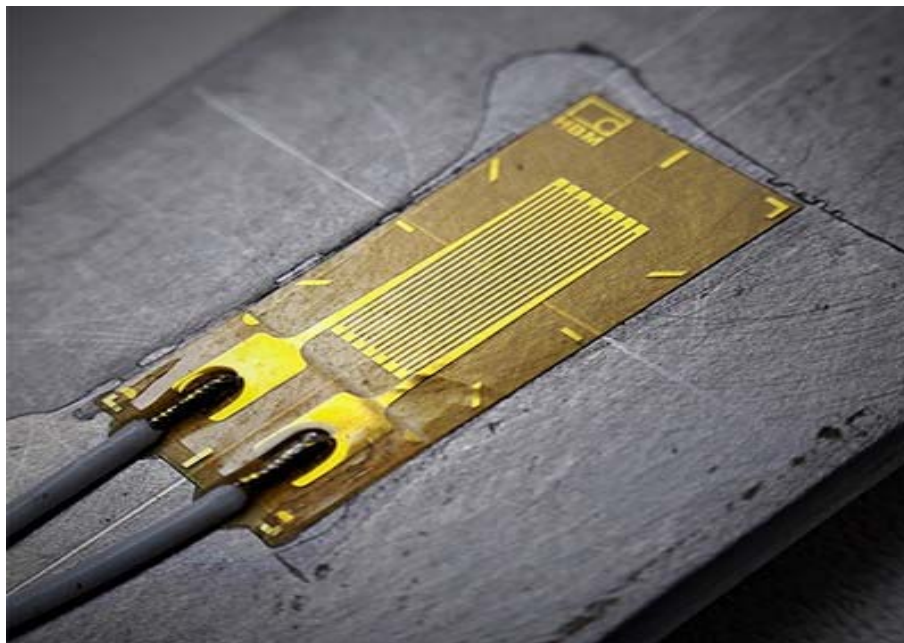
Сензори који се користе за мерење дилатација у основном материјалу структуре услед делујућих оптерећења су веома разнолики, и основна предност им је што у односу на друге врсте инструмената који се примењују у конвенционалним методама мерења вертикалних померања су економски повољнији. Познате врсте сензора за мерење дилатација:

а) Електроотпорни тензометри – мерне траке (*strain gauge* – *SG*). Један од првих електронских сензора за мерење промена дилатација. Данас постоји веома велики број овог типа сензора, произведених за мерење промена дилатација у

различитим врстама материјала. Састоје се од проводничког елемента једносмерне струје, који може бити у различитим облицима, постављеног на електроизолациону подлогу која поседује могућност великих издужења и веома је мале тежине [24]. Уобичајено је да је подлога произведена од неке врсте пластичног материјала – пластичног филма. Принцип рада мерне траке је да услед промене дужине – издужења или скраћења, односно смањења или повећања попречног пресека проводника, долази до промене отпора проводничког елемента [24]. Када се мерна трака постави на материјал који је изложен напрезању, она је у могућности да се издужује или скупља у складу са напрезањима која настају у материјалу. Електрично напајање мерне траке врши се једносмерном струјом константног напона у износу од 3 – 10 V (уобичајена вредност је 5 V), и када дође до промене дужине, а самим тим и до промене отпора у проводничком елементу, региструје се промена излазног напона са мерне траке [25]. Промена излазног напона услед промене отпора у проводничком елементу управо је сразмерна величини дилатације која се дешава у структури. Постављање мерне траке на разматраној структури врши се специјално развијеним лепковима.

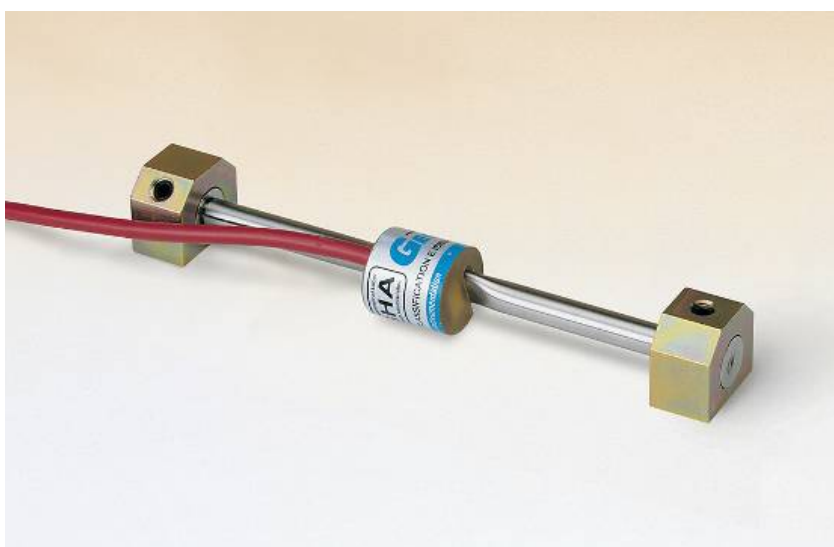


Слика 2.1. Електроотпорна мерна трака - *Strain gauge*



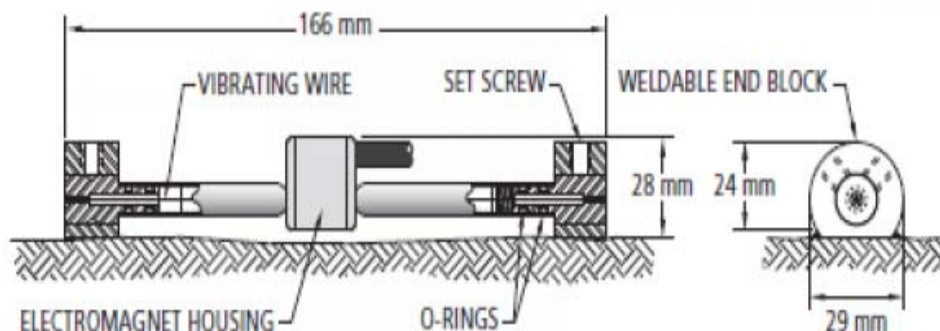
Слика 2.2. Постављена мерна трака помоћу специјалног лепка

b) Сензор са вибрирајућом жицом (*vibrating wire sensor – VW*). Код овог типа сензора кључни елемент је жица познате дужине, затегнута између два елемента. Жица је израђена од челичног материјала који нема промену издужења услед аплициране предефинисане аксијалне силе затезања. Сваки сензор се састоји од два блока између којих се налази затегнута жица. Блокови између којих је затегнута жица, се постављају на структуру заваривањем или лепљењем, чиме се остварује веза сензора и структуре.



Слика 2.3. Мерна трака са вибрирајућом жицом - *VW Strain gauge*

Када услед деловања оптерећења дође до појаве дилатација у основном материјалу, долази до релативног размицања блокова, а самим тим и до промене силе затезања унутар жице. Промена силе затезања жице узрокује промену фреквенције осциловања жице [26].



Model SM-5A

Слика 2.4. Принцип постављања и рада мерне траке са вибрирајућом жицом

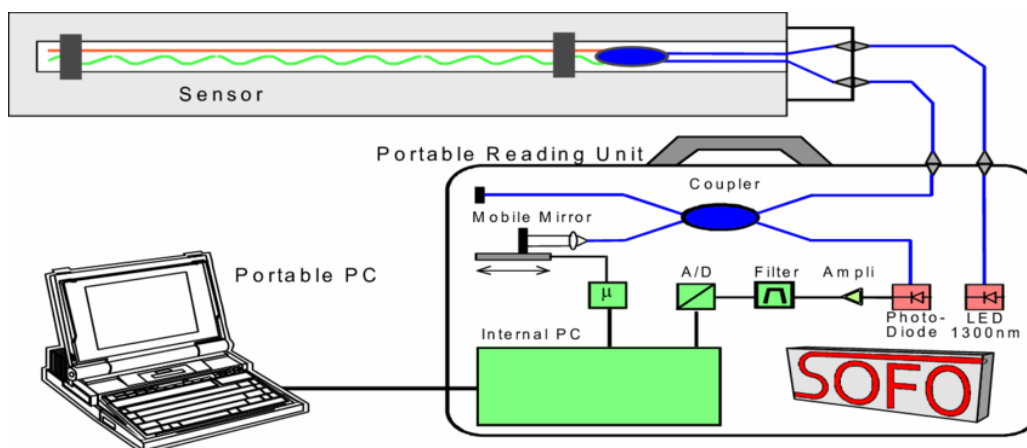
Жица се побуђује на осциловање помоћу електромагнета, и тада жица осцилује на својој резонантној фреквенцији. Врши се мерење фреквенције осциловања жице која је у директној вези са величином силе затезања и дужине жице, и на тај начин се врши мерење промене дужине жице. Растојање блокова између којих се налази затегнута жица дефинише базу сензора или базу дужину. Дилатација у основном материјалу структуре представља однос регистроване промене дужине сензорног елемента - затегнуте жице и базне дужине.

с) Сензори на бази оптичких влакана (*FBG sensor*). Оптичко влакно се састоји танке стаклене жице са језгром које поседује незнатно већи рефракциони индекс од материјала који га окружује. Сензори овог типа базирани су на основном принципу интерферометрије беле светлости. Светло из извора беле светлости се преноси помоћу оптичког влакна до оптичког сензора. Оптички сензор се састоји од разделника оптичког влакна чиме се светло раздваја у два влакна различитих дужина и који имају минијатурно огледало постављено на својим крајевима [27].



Слика 2.5. Сензор на бази оптичких влакана - *FBG Strain gauge*

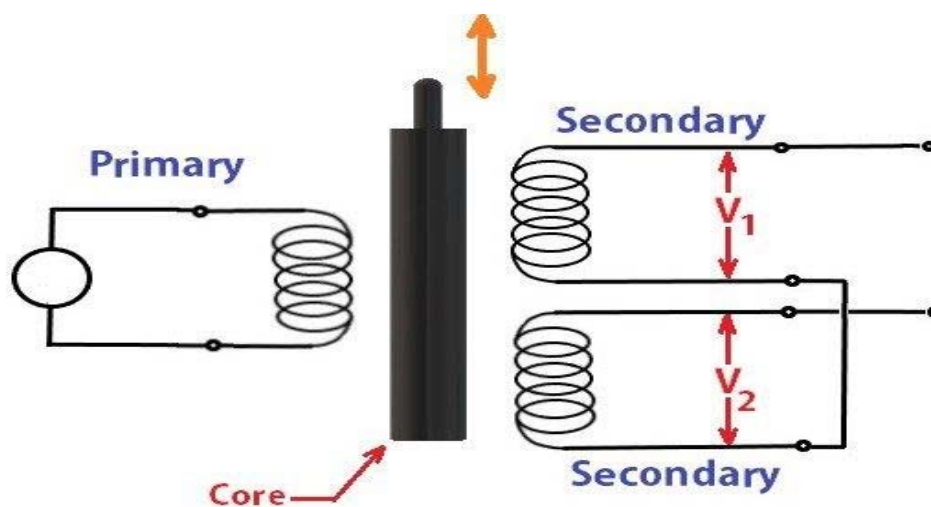
Оваква конфигурација позната је као *Mach-Zehnder* - ова или осетљиви интерферометар. Почетни светлосни импулс се преко разделника раздваја на два импулса и при повратку ова два импулса су раздвојена у времену за $t=2nLs/c$, где је са n означен рефракциони индекс стакленог влакна, Ls представља разлику дужина влакана, а c представља брзину светлости. Једно влакно је постављено на структуру која се оптерећује, док се друго влакно налази у непосредној близини, али није у контакту са структуром. Дилатација у основном материјалу структуре доводи до разлике дужине влакана. Ова разлика дужина се региструје помоћу огледала у другом, пријемном интерферометру који се налази у уређају за читавање вредности [28].



Слика 2.6. Принцип рада сензора на бази оптичких влакана

Сензор се поставља на структуру у две анкерне тачке, чиме се дефинише база сензора или базна дужина. Дилатација у основном материјалу структуре представља однос регистроване промене дужине сензорног елемента - стакленог влакна и базне дужине.

d) Сензори на бази индукције (*LVDT - Linear Variable Differential Transformer*). Ови сензори спадају у групу електропретварача, који праволинијски померај претварају у одговарајући електрични сигнал. Састоје се од једног примарног и два секундарна калема. Принцип рада заснива се мерењу разлике напона између секундарних намотаја, што зависи од положаја језгра..



Слика 2.7. Принцип рада *LVDT* сензора

Изразни сигнал је у синусној (*AC*) форми, која се код многих сензора конвертује у једносмерну струју (*DC*) ради лакшег тумачења у уређају за читавање вредности [29],[30]. Постављање овог типа инструмента спроводи се на сличан начин као и код инструмента на принципу вибрирајуће жице. На структуру се постављају блокови између којих се поставља *LVDT* сензор, чиме се успоставља база сензора - базна дужина. Услед делујућег оптерећења на структури и појави дилатација у основном материјалу, долази до размицања ослоначких блокова и региструје се промена дужине, а вредност дилатације се добија односом промене дужине и базне дужине.



Слика 2.8. LVDT сензори постављени на структури

2.4 Посредно одређивање вертикалних померања структура

Хидростатички систем мерења померања- HLS

Једна од првих метода која је развијена за дуготрајно праћење понашања мостовских структура јесте Хидростатички систем мерења померања (*HLS - Hydrostatic levelling system*). Постоје три различита типа овог система:

- системи отворених површина (*half-filled pipe with open surface*)
- хидростатички ниво (*hydrostatic level*)
- систем мерења притиска (*pressure measuring system*)

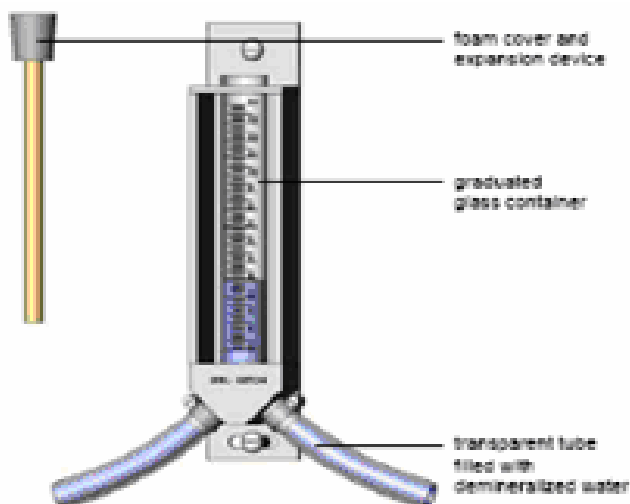
Код система отворених површина и хидростатичког нивоа врши се мерење промене нивоа течности у систему. Систем мерења притиска се у основи разликује од прва два, пошто се не бележи (или веома мало) кретање течности. У овим системима се налазе сензори за мерење промене притиска [31].

Систем отворених површина је први систем који је успостављен за дуготрајно праћење и мерење померања мостовских структура [32] и заснива се на принципу спојених судова. Вертикално померање - угиб, било које тачке на структури добија се прорачуном сума и разлика измерених нивоа у различитим

тачкама. Судови - тачке мерења, су међусобно спојени „вагрес“ цревима, тако да се течност између судова може кретати. Количина воде у систему, када није изложена деловању спољашњих утицаја, остаје равна и уравнотежена услед деловања сопствене тежине и атмосферског притиска. Ако даље претпоставимо да су деловање земљине гравитације и атмосферски притисак константни на течност у систему, и ако је температура константна, тада ниво течности представља равни референтни ниво. У Швајцарској је крајем 1980. године успостављен истраживачки пројекат [33] развијања једноставног система за дуготрајно праћење вертикалних померања мостовских структура, и циљеви истраживања су били да:

- да се врши мерење вертикалних померања мостовских структура са разумном прецизношћу,
- да успостављени систем мерења буде лак за одржавање и оперативан без електричног напајања,
- да се постави и врши мерења тако да не омета експлоатацију моста,
- да буде способан да функционише у дужем временском периоду без додатних радова одржавања,
- да има малу цену постављања, рада и одржавања.

Ови захтеви испуњени су израдом система који се састојао од већег броја уређаја за мерења нивоа течности - у форми градуисане мензуре, који су постављени по различитим тачкама структуре и међусобно спојени провидним цревима, стварајући на тај начин једну мерну мрежу. На самом почетку пројекта испитиване су карактеристике различитих врста течности, како би се добили што прецизнији подаци мерења. Ови системи су веома подложни температурним утицајима, па је тражење одговарајуће течности највише било последица замрзавања течности током зимског периода и испаравања током преосталих годишњих доба. Једна од врста течности била је мешавина алкохола и воде, али се показало да течност која се састоји од две компоненте не испарава пропорционално. Као последица неједнаког испаравања компоненти, долазило је до промене густине течности. Допуњавањем система истом врстом течности, који има исту почетну густину, доводило је до тога да хидростатички ниво више није био у равни. Једно од решења било је да се изведе систем који би циркулисао и мешао течност у систему, али то је било превише компликовано.



Слика 2.9. Мензура са градуисаном поделом за мануелно читавање *HLS* система

Одлучено је да се као течност у систему користи деминерализована вода, тј. течност која задржава исту густину при испаравању. Вода која би се изгубила испаравањем била би једноставно замењена новом количином деминерализоване воде пре вршења мерења. Како би се испоштовали захтеви мале цене мерења, предвиђена су мануелна читавања, тако да је пре сваког читавања евидентирана количина воде која је испарила, додавана је нова количина деминерализоване воде и затим су вршена мерења. Пошто деминерализована вода мења своју густину при промени температуре, потребне количине деминерализоване воде за надокнаду воде која је испарила, складиштене су у судовима у структури моста како би имала исту температуру као и вода у систему [32].

Наравно, коришћењем деминерализоване воде као течности система, проблеми са замрзавањем у хладном зимском периоду се нису могли избећи. Док је вода у цревима могла да се шири при замрзавању, то није био случај са градуисаним стакленим мензурама, које су морале бити опремљене са цилиндрима од меке пене који су се постављали унутар стаклених мензура, чиме су отклоњене могућности да услед ширења воде при замрзавању дође до деформација и оштећења стаклених мензура. Када се систем стабилизује, сви нивои воде у сваком појединачном уређају за мерење су у истој хоризонталној равни, и мерење се обавља читавањем вредности на градуисаним мензурама и утврђују се разлике у нивоима. На овај начин добијају се диференцијална мерења,



Слика 2.10. Мензура за електронско читавање *HLS* система

што значи да положај тачака мора бити познат унапред. Тачан положај се остварује или постављањем мерних тачака на местима на структури за које се сматра да немају померања (зоне изнад стубова) или се врше геодетска нивелманска мерења мерних тачака. Проблем који може настати, је да претпостављена непомерљивост стуба није стварна, тј. могуће је да услед неповољних геотехничких услова дође до слегања темеља стуба и да вредности мерења више нису поуздана. Овај систем је успостављен на више од 10 мостовских структура и током 20 година неки од система су све време били у употреби, а неки су укинута.

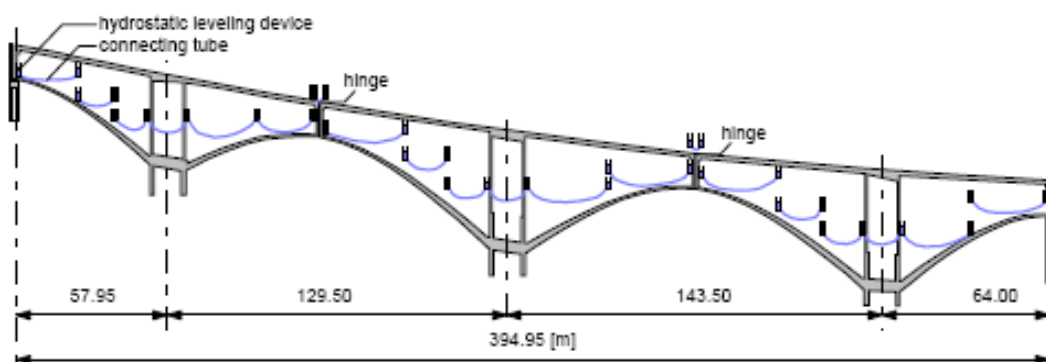
Предности система:

- веома лак за постављање и мале вредности радова,
- прекиди у мерењима су могући, као и замене елемената без утицаја на квалитет резултата мерења,
- мерења је могуће вршити и под деловањем саобраћајног оптерећења пошто је систем веома неосетљив на пролазак возила.

Мане система:

- немогућност обављања континуираног мерења, само мануелно мерење је заступљено,

- систем се не може користити на температурама испод 0°C , течност система је деминерализована вода подложна замрзавању,
- прецизност мерења пропорционална броју међумерења до посматране мерне тачке. Типична прецизност се креће између 0.5 - 3.0 mm,
- велики број засебних мрежа инструмената потребних код структура са великим подужним нагибом,
- лако је применљива само код структура код којих је заступљен сандучаст попречни пресек (лако доступно читавање вредности без употребе других средстава),
- систем је температурно осетљив, тј. да би се добила довољна тачност измерених података мора се располагати са подацима о температури структуре, за шта се мора успоставити самостални систем,
- није применљив код мерења динамичке промене вертикалног померања структуре. Систем је статичан и потребан је одређен временски период како би систем евидентирао померање структуре.



Слика 2.11. Поставка *HLS* система на мостовској структури

Због своје економске исплативости систем је нашао примену код мониторинга на више од 200 мостова у Швајцарској, а велики број аутора бави се унапређењем овог система, изналажењем начина отклањања недостатака [31],[34],[35].

Значајно унапређење постигнуто је применом система са мерењем притиска. Главна одлика овог система је коришћење сензора притиска, који региструје промену притиска између суда који је постављен на месту мерења и референтне посуде, при чему услед појаве негативног вертикалног померања – угиба, долази до повећања притиска, односно смањења притиска услед позитивног вертикалног померања – издизања [37]. С обзиром да се користе електронски сензори притиска, сви подаци се могу прикупљати у електронској

мерној јединици, чиме се упоставља систем континуалног мониторинга структуре.

Роботизовани геодетски системи - *RTS*

Савремени роботизовани геодетски системи - роботска тотална станица *RTS*, је опремљена сервомеханизмом и поседује уређај за аутоматско препознавање мете, која је уобичајено рефлектујућа призма. Овакви системи су у стању да прате померање мете која је фиксирана за структуру која се осматра. Основни захтеви да би се *RTS* могао применити [38] за праћење вертикалних померања структура су:

- видљивост мете - рефлектујуће геодетске призме,
- одсуство атмосферских турбуленција на правцу мерења,
- брзина померања структуре услед деловања саобраћајног оптерећења не сме бити већа од брзине рада сервомотора *RTS*-а,
- мерна раздаљина не сме прелазити неколико стотина метара,
- фреквенција осциловања структуре мора бити мања од фреквенције инструмента која износи између 5 - 7 Hz, тј. брзина рада сервомотора је таква да може вршити мерење померања осматране тачке само код структура које услед динамичког оптерећења осцилују на мањим фреквенцијама од 5 Hz.

Psimoulis and Stiros [38] описали су случај мониторинга вертикалних померања структуре железничког моста услед деловања реалног саобраћајног оптерећења. Изабрана је једна мерна тачка у средини највећег појединачног распона која је изведена постављањем рефлектујуће геодетске призме на структури моста. Добијена мерења садржавала су одређени ниво шума, који и јесте карактеристика мерења са *RTS*-ом, али су временски периоди у којима није било саобраћајног оптерећења кориштени за одређивање величине мерног шума, како би се добили поузданији резултати мерења вертикалних померања. Мерења су вршена у раним јутарњим часовима, како би се избегла атмосферска турбуленција (кретање слојева ваздуха различитих температура и густина услед неједнаког загревања на различитим висинама) на правцу мерења. Растојање *RTS*-а од мерне тачке је износило приближно 150 m. Извршена су три мерења - три случаја:

- Први случај мерења - миран режим, нема проласка саобраћајног оптерећења,
- Други случај мерења - пролазак лаког сервисног шинског возила, за који се очекивало да ће произвести веома мала померања,
- Трећи случај мерења - пролазак локомотиве и седам вагона, за који се очекивало да ће произвести значајнија померања.

На основу првог случаја мерења, утврђено је да се ниво шума мерног инструмента креће у границама од $\pm 1.3 \text{ mm}$, а да су највеће измерене вредност вертикалног померања добијене при трећем случају мерења у износу од 6 mm .

Предности система мерења применом *RTS*:

- релативно лако успостављање мерног места на структури - постављање рефлектујуће геодетске призме,
- могуће постављање *RTS*-а на већој удаљености у односу на структуру, чиме се избегавају неповољни географски утицаји за успостављање система мерења,
- одсуство додатних радова, осим радова на успостављању мерне станице *RTS*-а.

Мане овог система:

- мора се успоставити видљивост између *RTS*-а и мерне тачке,
- систем осетљив на атмосферске турбуленције, мерења се морају вршити у јутарњим часовима због стабилног атмосферског притиска, при одсуству ветра и при спорим променама температуре ваздуха,
- потребна је калибрација мерног система, тј. утврђивање нивоа шума мерног инструмента при сваком мерењу,
- већи број инструмента *RTS* је потребан уколико је потребно вршити мерење на већем броју мерних тачака (једна мерна тачка - један мерни инструмент *RTS*),

- уколико је фреквенција осциловања структуре и њена брзина померања услед деловања саобраћајног оптерећења већа од могуће брзине сервомотора *RTS*-а, није могуће вршити мерења померања,
- успостављени систем нема могућност мерења температуре структуре, тако да се мора поставити други систем за мерење промене температуре структуре кроз време, која у великој мери утиче на деформације структуре,
- у успостављању система континуалног мерења вертикалних померања структура, неопходно би било обезбедити сигурност већег броја инструмента *RTS*, што повећава трошкове одржавања система,
- велика економска вредност *RTS*, поготово ако се узме у обзир количина потребних инструмената.

GPS системи

Ови системи се последњих година често користе за континуално мерење померања, не нужно само вертикалног померања - угиба мостова, већ и хоризонталних померања. Мерења померања помоћу *GPS* система се највише примењују код висећих мостова великих распона. Овакве структуре имају ниске фреквенције осциловања од дејства саобраћајног оптерећења, уобичајено негде до 1 Hz, што погодује овим системима јер се брзина узорковања *GPS* ресивера (електронске јединице за прикупљање података) креће од 10 – 20 Hz. Предности овог система су:

- мерења су зависна од сигнала који се емитују са сателита, када се прими сигнал са 5 и више сателита може се реализовати позиционирање осматране станице,
- видљивост између посебних станица није неопходна, добијени подаци једне станице су независни у односу на друге станице,
- могућа је примена система и у неповољним временским условима,
- систем је аутоматски, „хватање“ сателита, пријем сигнала и позиционирање осматране станице може се спровести помоћу ресивера, а затим се подаци могу послати у центар мониторинга, где се врши анализа прикупљених података,
- количина излазних података може достићи 10 – 20 Hz.

Да би се могли анализирати добијени подаци, неопходно је извршити предрадње, како би се уклонили шумови сигнала и како би се могли извући квалитетни сигнали. У највећој мери се употребљавају дигитални филтери (*Kalman Filter*, *Wavelet analysis*, метода најмањих квадрата) [39].

Примена *GPS* система за мерење померања, спроведена је на висећим мостовима великих распона, који се одликују ниским фреквенцијама осциловања од дејства саобраћајног оптерећења, што није случај и са другим мостовским структурама које су од значаја. Такође, вршена су мерења померања врхова стубова који су изразито високи, што је карактеристика оваквих мостовских структура. Резултати који су добијени, упоређивани су са подацима добијеним аналитичким путем, а не са упоређењем података добијених помоћу, нпр. неке конвенционалне методе за коју се познаје квалитет добијених података. Сама обавеза обраде добијених сигнала применом различитих филтера, утиче директно на квалитет добијених вредности. Поред тога, нису забележени случајеви где је континуално мерење трајало дужи временски период, једну или више година. Аутори наводе да је неопходно, пре сваког циклуса мерења извршити позиционирање станица *GPS* применом других геодетских метода и подешавања пријемних антена, како би се избегла грешка мерења, као и да је за добијање квалитетних података неопходно имати на располагању већи број сателита (5 – 9 сателита) [39].

Све наведено указује да је неопходно упоредити вредности добијене овом методом са вредностима добијеним неком другом, конвенционалном методом, како би се могао утврдити квалитет овако добијених резултата померања. Метода се усавршава са напретком технологије, али тренутно је није могуће применити за континуално мерење вертикалних померања различитих типова структура мостова са задовољавајућом тачношћу.

Дигитална корелација слике

Дигитална корелација слике је оптичка метода за праћење промена са једне у односу на другу слику. Слике се снимају током неког догађаја, нпр. приликом преласка камиона преко моста, и упоређењем слика се добија остварени угиб моста од дејства покретног оптерећења. Програм за обраду слике анализира промену положаја одређених пиксела на узастопним сликама и на тај начин се израчунавају угиби моста. Да би се применила метода, на одређеним положајима

на мосту који су од интереса (средина распона моста где долази до највећих угиба) постављају се мете, чиме се обезбеђује бољи контраст интересног положаја од осталих делова моста, што омогућава програму за обраду слике да боље лоцира интересне положаје и да прати њихово померање.

Метода је бесконтактна, није потребно постављати мерну опрему и сензоре за праћење угиба моста, али ипак захтева одређене услове како би се обезбедили квалитетни подаци. За примену ове методе користе се камере виске резолуције, које се постављају на одређеној удаљености и под одређеним углом у односу на осматрану структуру, а морају се контролисати и услови осветљења. Све ово је потребно у циљу добијања слика високих резолуција, којом се одређује физичка величина пиксела у слици, тј. већа резолуција доводи до бољих резултата.

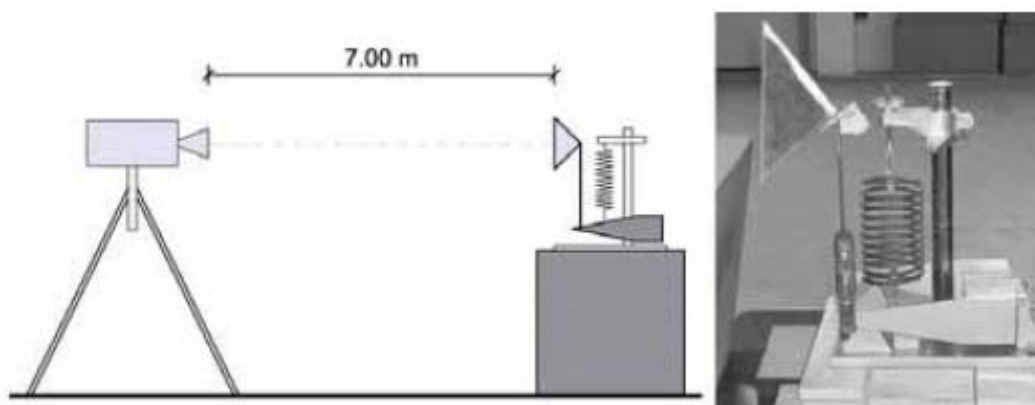
Иако метода може дати квалитетне податке померања, неопходно је испунити велики број услова, који су наведени. Примена ове методе је погодна код лабораторијских услова, али у случајевима реалних структура, где није могуће контролисати адекватну удаљеност камере од осматране структуре, угао под којим се осматра структура, услове осветљења, као и променљиве атмосферске прилике, чини је неприменљивом за континуално мерење вертикалних померања мостовских структура. Поред свега наведеног, опрема која је неопходна за спровођење методе има велику економску вредност, тако да би у случају примене ове методе било неопходно применити све мере обезбеђења против отуђења опреме од стране Н.Н. лица.

Радарска интерферометрија

Сензор развијен на принципу радарске интерферометрије поседује могућност да детектује диференцијална померања посматране тачке – мете, на основу података о одбијеном микроталасном сигналу. Када се радарски емитовани сигнал одбије од мете, добија се рефлектовани сигнал који има фазну разлику у односу на емитовани сигнал. Фазна разлика зависи од растојања између радара и мете. Ова информација о фазној различитости не може се употребити директно за утврђивање растојања, зато што је под утицајем двосмислености која је једнака половини таласне дужине (растојања која се разликују за умножак половине таласне дужине дају исту детектовану фазу), али ако се мета помера за део таласне дужине, диференцијална померања могу се детектовати као померање фазе са прецизношћу која зависи од способности

електронског инструмента да забележи мале фазне ротације. У пракси то значи да ако се користи сигнал са таласном дужином од 17.6 mm, са временом интеграције од 10 μ s, тада се могу добити померања у прецизности од 0.1 mm [40].

Овај метод мерења померања спада у бесконтактне технике, и у односу на друге бесконтактне технике (корелације слике, *GPS*) код којих се прецизност мерења креће од 1.0 – 4.0 mm, односно око 10 mm, поседује већу прецизност, али је та прецизност зависна и од других услова. Да би се потврдила прецизност сензора радарске интерферометрије за мерење померања изведена су лабораторијска испитивања, при чему је сензор постављен на удаљености од 7.0 m од опруге са рефлектором радарских таласа. Опруга је изведена из равнотежног стања, и вршена су мерења померања рефлектора.

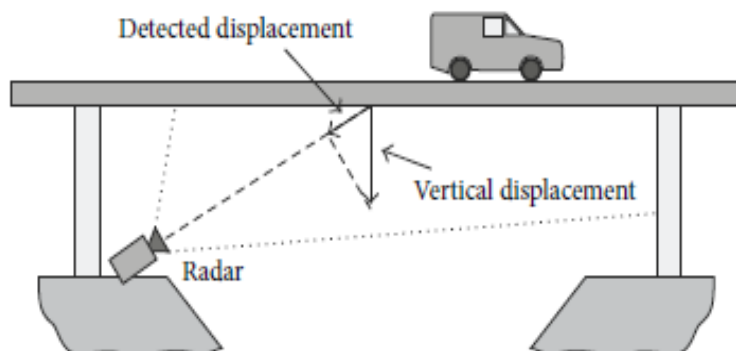


Слика 2.12. Лабораторијска поставка експеримента за утврђивање прецизности сензора на бази радарске интерферометрије за мерење вертикалних померања

Резултати мерења су показали да уколико се опруга побуди на осциловање са фреквенцијом од 0.8 Hz, а фреквенција узорковања сензора постави на 50 Hz, тада се могу добити резултати померања услед динамичке побуде у прецизности од 0.01 до 0.02 mm, на амплитудама померања које се крећу од 0.1 – 0.2 mm [41]. Мора се напоменути да су овако квалитетни резултати добијени у строго контролисаним лабораторијским условима.

Примена ове методе за континуално мерење угиба структура има своја ограничења. Радарска интерферометрија се може користити, генерално гледано, за мерење померања при динамичким и при статичким оптерећењима структура, али боље резултате даје када није од интереса величина померања, већ спектар фреквенција померања. Спектар фреквенција не представља критични фактор у

понашању структуре под оптерећењем, док вредност померања под оптерећењем то јесте, тј. за процену носивости структуре и њене способности да прихвати оптерећење, величина вертикалног померања јесте критичан параметар.



Слика 2.13. Принцип мерења угиба помоћу радарске интерферометрије

Мерења апсолутних померања помоћу радарске интерферометрије су под утицајем системских и детерминистичких грешака које се могу задржати у малим границама, али се не могу елиминисати. Мета није увек идеални рефлектор, него је то нека комплексна структура са великим бројем елемената. Померање структуре под деловањем оптерећења, мења њен геометријски облик, и то не утиче на мерење фреквенције, али утиче на мерење померања, тако да се грешке при мерењу крећу и до 20 %, у зависности од облика померања и облика структуре. Такође, што је веће померање структуре, већа је и грешка мерења [40].



Слика 2.14. Мерења угиба моста помоћу радарске интерферометрије

Са наведеним системима је могуће вршити мерења померања структура, али су услови који се морају испунити да би се добили резултати задовољавајуће прецизности су веома захтевни, и поставља се питање да ли их је увек могуће остварити на локацијама на којима су постављене структуре код којих је потребно вршити континуална мерења угиба.

У наставку ће бити приказани радови на успостављању система за посредно мерење вертикалних померања на основу познатих података дилатација у основном материјалу структуре услед деловања корисног оптерећења, тј. радови и експериментална истраживања која имају исту полазну основу као и ова докторска дисертација.

2.5 Одређивање вертикалних померања структура на основу измерених деформационих величина - дилатација у основном материјалу структуре

Један од првих радова у којима је презентована могућност посредног мерења вертикалних померања структура на основу познавања података о дилатацијама у основном материјалу структуре услед деловања корисног - саобраћајног оптерећења, приказао је теоријску основу и резултате експерименталног и практичног мерења једног оваквог успостављеног система: *Vertical deflection of a Pre-Stressed Concrete Bridge Obtained Using Deformation sensors and Inclinator Measurements (S.Vurpillot, G.Krueger, D.Benouaich, D.Clement and D. Inaudi, ACI Structural Journal 1998)* [42].

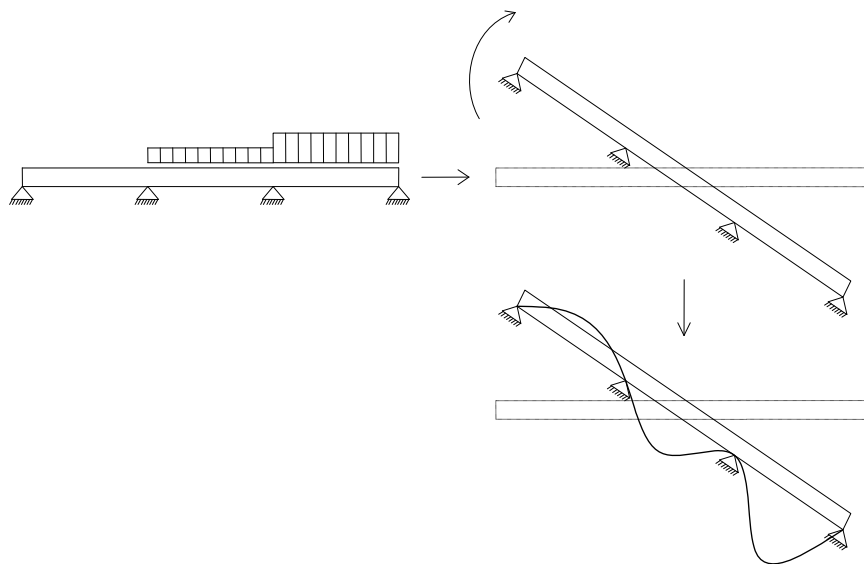
Метода се заснива на познавању промена функције кривине греде кроз време, услед деловања оптерећења. Познавањем функције кривине греде, њеном двоструком интеграцијом добија се функција померања греде. Експериментална истраживања извршена су на дрвеној греди, константног попречног пресека, статичког система континуалне греде преко два поља, укупног распона " $L=3.0 + 3.0 = 6.0m$ " [43]. Греда је у првом статичком распону била оптерећена једнакоподељеним оптерећењем, док је друго поље било неоптерећено. Усвојени су сензори на бази оптичких влакана за мерење локалних деформација - дилатација у основном материјалу греде. Постављен је пар сензора, један сензор веома блиско горњој ивици попречног пресека и један сензор веома блиско доњој ивици попречног пресека. На овај начин обезбеђено је познавање дилатација који

се јављају у зони притиснутог дела попречног пресека и у затегнутој зони попречног пресека, услед деловања пројектованог оптерећења дуж усвојене греде. Сензори на бази оптичких влакана се испоручују у облику оптичких каблова, унутар којих се налазе сензори одређене, коначне дужине. Због ове своје особине, лако је извршити постављање на разматрану структуру, тј. постављен је један оптички кабл на горњој и један на доњој ивици попречног пресека, дуж укупног распона разматране дрвене греде. Поред ових сензора за мерење дилатација, на греди су постављени и класични инструменти за мерење вертикалних померања у виду механичких угибомера - компаратера, којима су такође вршена мерења померања услед деловања оптерећења. Упоређењем добијених вредности вертикалних померања, помоћу компаратера и помоћу система за посредно одређивање вертикалног померања, установљено је да разлика у резултатима мерења износи мање од 8% у виду глобалне грешке.

Након обављеног експеримента у лабораторијским условима, приступили су успостављању система за посредно мерење вертикалних померања на реалној структури друског моста - Мост *Lutrivive, Лозана, Швајцарска*. Добијене измерене вредности поређене су са вредностима које су остварене применом *HLS* методом која је потврђена у пракси. Схема распореда сензора на бази оптичких влакана усвојена је тако да се приликом мерења обухвате и промене висине попречног пресека, која директно утиче на крутост структуре, а самим тим и на вредности њених вертикалних померања услед деловања корисног оптерећења. Резултати обављених мерења били су са истим нивоом грешке, као и код експеримента у лабораторијским условима, и износили су мање од 8% глобалне грешке. Закључак објављеног рада је да се са сензорима за мерење дилатација са мерном прецизношћу од 10 μm и дужином од 1.0 m, може успоставити систем за посредно мерење вертикалних померања структура, и да се та мерења могу вршити у континуалном режиму.

Са истом теоријском основом и истим типом сензора у свом раду: *Estimating Deflection of a Simple Beam Model Using Fiber Optic Bragg-grating Sensors (N.-S.Kim, N.-S.Cho; Journal of Experimental Mechanics, 2004)* [44], су приказали вредности вертикалних померања челичног гредног носача добијених посредним мерењима дилатација у основном материјалу греде услед деловања различитих нивоа концентрисаног оптерећења. Њихова екпериментална поставка

састојала се од челичне греде, кутијастог попречног пресека константне висине, у статичком систему просте греде. Греда је оптерећивана концентрисаном силом у средини распона, са различитим нумеричким вредностима. Као систем за оптерећивање коришћена је хидраулична преса, и ниво аплициране концентрисане силе кретао се у опсегу од 0.98 до 3.92 kN , чиме је ниво остварених напона напрезања износио од 22 - 86% у односу на номинални напон на граници течења. При извођењу експеримента, поставку сензора за мерење дилатација извршили су само на доњој ивици попречног пресека, уз претпоставку да је услед регистровања напона затезања на доњој ивици попречног пресека, услед деловања оптерећења, долази до појаве еквивалентних напона притиска на горњој ивици пресека. Упоредне вредности вертикалних померања греде добијене су постављањем механичких инструмената - компаратера. На основу измерених вредности, првог и другог система, и обављене анализе резултата, дошло се до закључка да је грешка система посредног мерења вертикалног померања највећа у близини десног ослоња, у износу од 7.35 %, док грешка у средини распона на месту највеће вредности вертикалног померања износи 4%.



Слика 2.15. Померања крутог тела и релативна померања

Код оба рада коришћени су сензори на бази оптичких влакана, што је по ауторима [42],[43],[44], одговарајући тип сензора за мерење дилатација у основном материјалу структуре. Вредности померања добијени су помоћу

формула техничке теорије савијања штапа у равни, кориштењем постојећих и изведених формулација.

Наведена методологија је у могућности да опише вертикално померање греде, али не и њено померање као крутог тела у простору (Слика 2.15.).

Поред вертикалних померања која су последица деловања различитих оптерећења на структури, угиби структуре могу настати и услед померања или ротације ослонаца. Како би се добиле информације о овим померањима, сензори за мерење напрезања у основном материјалу нису од користи, и друга мерења у односу на фиксне спољне тачке коришћењем апсолутних сензора (*GPS*, инклинометри, сл.) се морају применити.

Минимални број сензора који се мора поставити зависи од броја параметара које је потребно измерити како би се добила функција кривине греде. У стварним структурама, код којих постоји промена геометрије пресека, а самим тим и промена момента инерције попречног пресека, неравномерно оптерећење, и сл., неопходно је да се одреди облик функције кривине греде. Генерално, дијаграм кривине може се претпостави у облику полинома другог или трећег степена. Ако претпоставимо да је положај неутралне осе непознат, тј. променљив у односу на неку референтну тачку (једна од ослоначких тачака), што је код реалних структура уобичајено, три пара сензора, за један сегмент греде, могу бити довољни како би се утврдило вертикално померање структуре. Под паром сензора подразумева се да у истом посматраном попречном пресеку вршимо мерење дилатација у горњем и доњем влакну. Успостављањем оваквог система мерења са паром сензора за мерење дилатација у основном материјалу структуре, у посматраном попречном пресеку, услед деловања оптерећења, повећавамо број сензора, али повећавамо и квалитет измерених података дилатација, јер код реалних структура идеални случајеви оптерећења чистог савијања или равномерно расподељеног аксијалног оптерећења по површини попречног пресека су веома ретко заступљени. Такође, у својој експлоатацији реалне структуре су изложене променљивом температурном оптерећењу, које у зависности од услова ослањања структуре може изазвати и аксијална оптерећења и оптерећења савијања, која уколико се нису предвидела значајно утичу на квалитет резултата вертикалних померања који се применом овог поступка прорачуна добијају из познатих вредности дилатација у основном материјалу

структуре. Повећањем броја сензора повећаће се прецизност мерења, а обезбедиће се и одређена сигурност података у случају отказа појединих сензора, који се могу десити у реалним системима мониторинга структура.

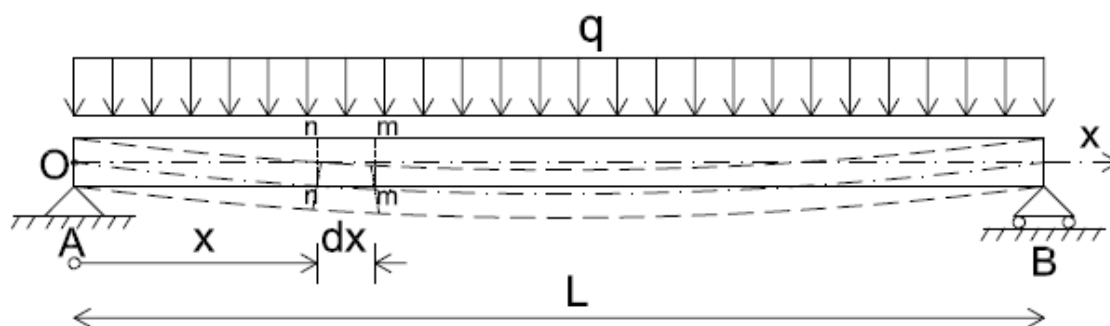
Циљ ове докторске дисертације јесте да се покаже да није неопходна употреба сензора на бази оптичких влакана за мерење поузданих вредности дилатација у основном материјалу структуре услед деловања корисног оптерећења, већ да то могу бити и најједноставнији електроотпорни сензори - мерне траке, које су економски повољније, као и да се поступак прорачуна аутоматизује, тј. да се вредности померања на основу измерених вредности дилатација не добијају решавањем диференцијалних једначина и одређивањем интеграционих константи у зависности од контурних услова, већ да се вредности померања добијају применом интерполације кубном кривом (*Cubic Spline Interpolation*) на основу измерених вредности дилатација. Овакво решење омогућава аутоматизацију поступка прорачуна, што је предуслов за успостављање рачунарски контролисаног – мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура.

2.6 Основне једначине техничке теорије савијања штапа у равни. Деформација штапа

Када се говори о деформацији штапа као тела полазимо од *Bernoulli-Euler*-ове претпоставке да се попречни пресеци штапа не деформишу и да при деформацији остају равни и управни на деформисану осу штапа. *Bernoulli-Euler*-ове претпоставка је основна претпоставка техничке теорије савијања штапа. Њоме се тродимензионални проблем деформације штапа као тела своди на једнодимензионални проблем деформације његове осе. Из отпорности материјала [19],[21], познато је да ова претпоставка важи само за праве призматичне штапове оптерећене само на чисто савијање. Уколико је штап савијан силама, односно када поред момента савијања постоје и трансверзалне силе, долази до витоперења пресека. Ипак, утицај трансверзалних сила на деформацију штапа је редовно тако мали да може да се или потпуно занемари или да се приближно одреди уз задржавање претпоставке да попречни пресеци остају равни, али да после деформације више нису нормални на деформисану осу штапа [20]. *Bernoulli-*

Euler-ове хипотеза је уобичајено задовољена под условима употребљивости структура које се налазе у експлоатацији.

Посматрамо равни штап изложен деловању оптерећења које лежи у једној равни (Слика 2.16.). Таква раван назива се раван оптерећења и она пролази кроз уздужну осу штапа. Под деловањем оптерећења уздужна оса се криви, тј. мења се закривљеност штапа. Влакна која су паралелна са осом штапа се скраћују, уколико се налазе на конкавној страни, односно издужују ако се налазе на конвексној страни. Овакав облик оптерећења и деформације штапа назива се савијање, а штап изложен савијању назива се носачем.

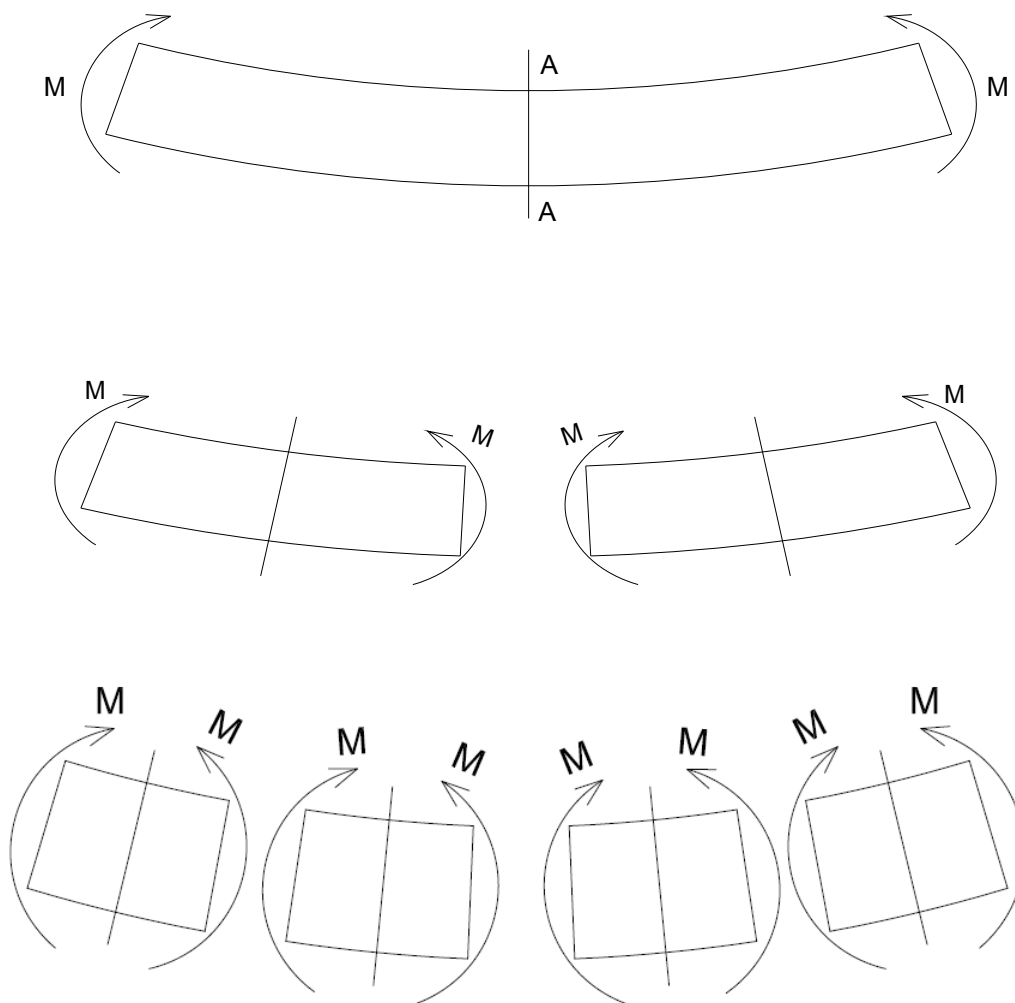


Слика 2.16. Деформација греде под делујућим оптерећењем

У попречном пресеку штапа појављују се попречна сила " T " и момент савијања " M " који делују у равни управној на раван попречног пресека штапа, и овакав тип савијања назива се попречно савијање или савијање силама. Ако се у попречним пресецима штапа појављује само момент савијања, такво савијање штапа назива се „чисто“ савијање [19],[21].

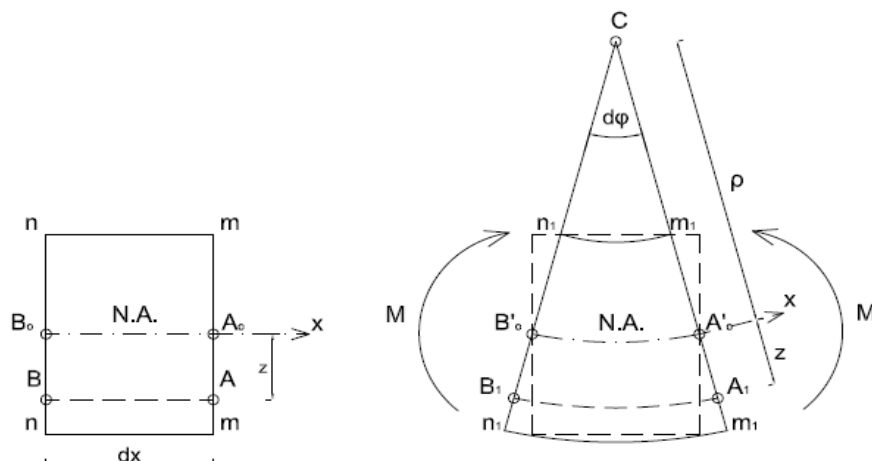
Као што смо раније навели, утицај трансверзалних сила на деформацију штапа се може занемарити, и у том случају разматрамо случај чистог савијања равног штапа, константног попречног пресека од хомогеног, изотропног и еластичног материјала. У посматраном пресеку штапа тада делује само момент савијања " M ". Под деловањем момента савијања " M ", штап се савија. Ако претпоставимо да крајњи пресеци штапа остају равни, може се показати да равни попречни пресеци остају при деформацији штапа равни и управни на савијену осу штапа.

Ако уочимо попречни пресек "AA" у средини дужине штапа (Слика 2.17.), тачке пресека не могу добити померање ни лево ни десно, с обзиром да су обе стране потпуно равноправне. Према томе, средњи пресек остаје раван и управан на деформисану осу штапа. По истом принципу, доказује се равност и управност пресека у четвртини дужине, осмини дужине,...итд. Сваки пресек штапа остаје раван и управан на деформисану осу штапа. Према томе, *Bernoulli-Euler*-ова хипотеза важи за случај чистог савијања штапа.



Слика 2.17. *Bernoulli-Euler*-ова хипотеза за случај чистог савијања штапа

Замислимо сада, да смо издвојили запремински елемент штапа између два бесконачно блиска попречна пресека "n-n" и "m-m". Облик тог елемента пре и након деформације приказан је на слици 2.18.



Слика 2.18. Деформација елемента греде

Попречни пресеци "n-n" и "m-m" остају равни и заокрећу се један према другом око својих неутралних оса за угао "dφ". Влакно "A₀B₀" у неутралној оси прелази у лук "A'₀B'₀" полупречника "ρ" и при томе не мења своју дужину, а влакно "AB" се савија по луку "A₁B₁" полупречника "ρ + z". Релативно продужење влакна "AB" на удаљености "z" од неутралне осе износи:

$$\varepsilon = \frac{\overline{A_1B_1} - \overline{AB}}{\overline{AB}}, \quad (2.1)$$

где је : $\overline{AB} = \overline{A_0B_0} = dx = \overline{A'_0B'_0} = \rho d\varphi$, дужина влакна пре деформације

$\overline{A_1B_1} = (\rho + z)d\varphi$, дужина после деформације.

Тада добијамо:

$$\varepsilon = \frac{(\rho + z)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{z}{\rho}, \quad (2.2)$$

Видимо да су деформације "ε" уздужних влакана сразмерне њиховој удаљености од неутралне осе. Влакна која су паралелна са неутралном осом имају једнаке деформације, и по висини пресека штапа деформације "ε" мењају се по линеарном закону, а по ширини пресека су константне.

Уколико кажемо да посматрамо један пресек који се налази на одстојању "x" од почетка штапа, тада добијену формулацију можемо написати у облику:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\varepsilon(x)}{z}, \quad (2.3)$$

Где је :

ρ - полупречник кривине греде

x – апсциса у правцу греде

ε – дилатација издужења или скраћења

z – растојање доњег влакна од неутралне осе „x- x“

2.7 Функција кривине греде и функција вертикалног померања – угиба греде

Посматрајмо сада једну просту греду, и на тој греди два суседна сегмента, „i“ и „i+1“. Сегмент греде „i“ простире се од левог ослонца све до средине греде, а сегмент греде „i+1“ простире се од средине греде до десног ослонца.

Функција кривине сегмента греде „i“, може се описати полиномом другог степена:

$$P_i^2(x) = a_i x^2 + b_i x + c_i = \frac{1}{\rho_i(x)}, \quad (2.4)$$

Пошто полином " $P_i^2(x)$ " има три непознате, потребна су три независна мерења како би се одредила ова три коефицијента (a_i , b_i , c_i) за један сегмент греде „i“. То значи да је неопходно да познајемо вредности полупречника кривине сегмента греде „i“ у три различита пресека сегмента греде „i“, који се налазе на растојању "x" од почетка сегмента греде „i“. Исто важи и за сегмент греде „i+1“, с тим што сегмент греде „i+1“ почиње тамо где се завршава сегмент греде „i“.

Функција вертикалног померања – угиба греде, добија се двоструком интеграцијом функције кривине сегмента греде „i“ и сегмента греде „i+1“:

$$P_i^4(x) = \iint P_i^2(x) dx + \alpha_i x + \beta_i, \quad (2.5)$$

Да би смо добили функцију померања на оба сегмента греде „i“ и „i+1“, неопходно је да одредимо интеграционе константе " α_i " и " β_i ", постављањем следећих услова континуитета:

1. Услов

$$P_i^4(X = L_i) = P_{i+1}^4(X = 0),$$

Израз континуитета померања између два суседна сегмента греде.

2. Услов

$$P_i^{4'}(X = L_i) = P_{i+1}^{4'}(X = 0),$$

Израз континуитета нагиба између два суседна сегмента греде.

3. Услов

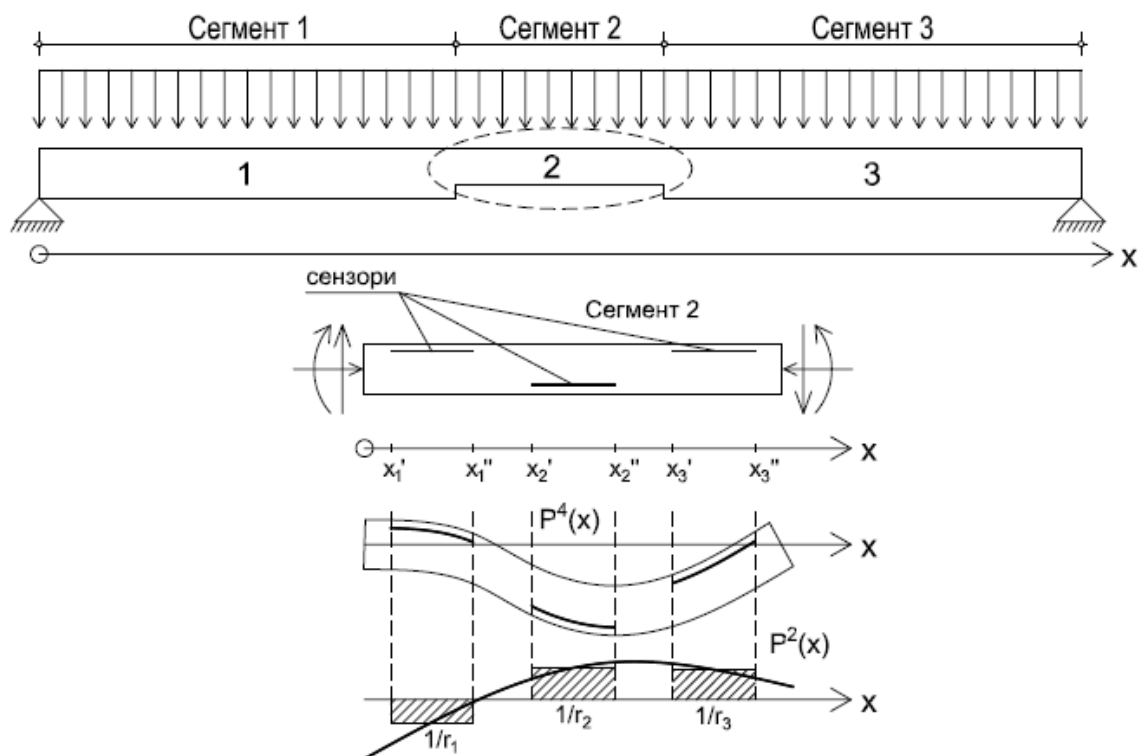
$$P_i^4(X = 0) = 0 \quad , \quad P_{i+1}^4(X = L_{i+1}) = 0$$

Израз нултог померања граничних услова на оба краја греде.

Постоје три непознате за поље померања сваког од „ n “ сегмената греде. Горе наведени услови континуитета и гранични услови дају „ $2n$ “ једначина из којих се једнозначно могу добити „ $2n$ “ решења:

$$(n-1) + (n-1) + 2 = 2n$$

Утврдили смо да су нам потребна само три сензора релативних померања, постављених на различитим локацијама у сваком сегменту греде (Слика 2.19.), и они су довољни да би се одредило поље померања целе греде [43],[42]. Греда се дели на сегменте константних момента инерције и еластичног одговора, равномерно оптерећених и са додатним концентрисаним силама (сила, момент савијања, реакција ослонца, и сл.) само на њиховим екстремима.



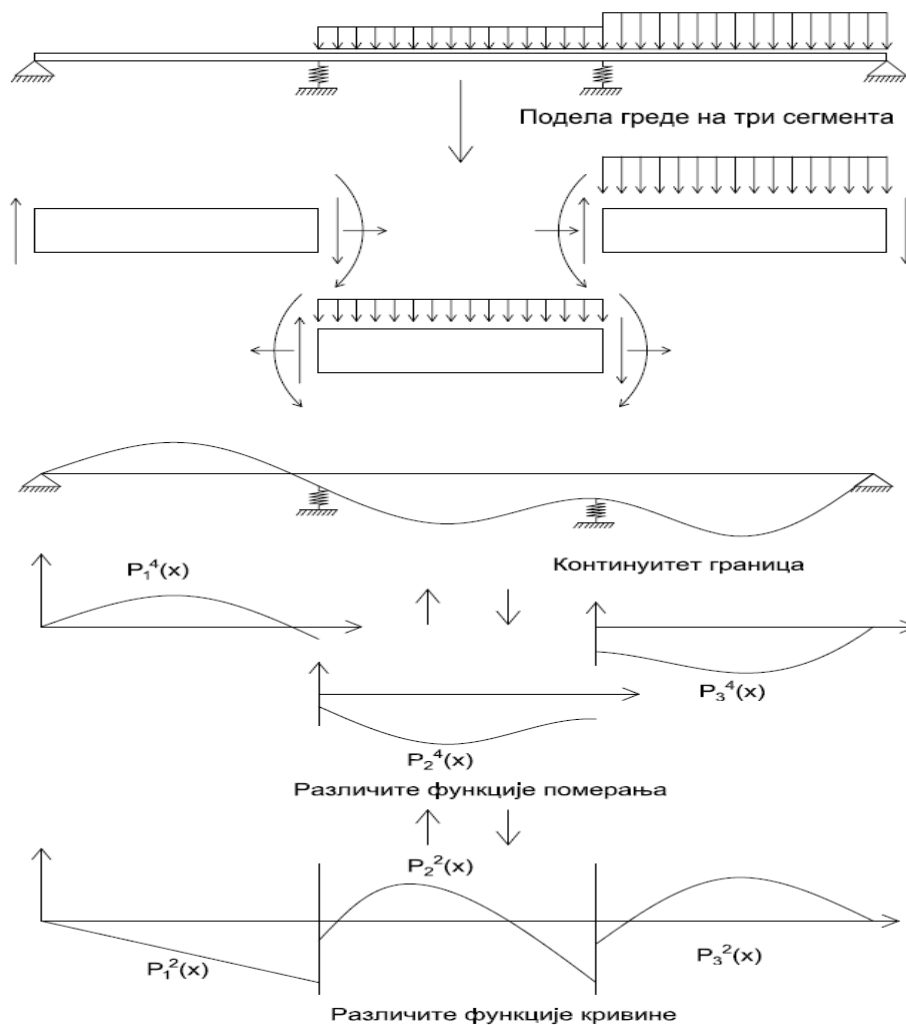
Слика 2.19. Подела греде на сегменте константних момента инерције. Функција кривине греде за један сегмент

Горња уопштена хипотеза је у сагласности са *Bernoulli-Navier*-ом теоријом греде и захтева познавање граничних услова целе греде. *Bernoulli-Euler*-ова хипотеза је уобичајено задовољена под условима употребљивости, док су гранични услови познати уопштено. Инжењерима су од интереса унутрашње силе. Ове силе су изазване релативним померањем греде у односу на њену осу.

Како би добили глобално померање структуре из мерења унутрашних деформација – дилатација, мора се успоставити алгоритам који користи везе између вертикалних померања и кривине гредног елемента. Успоставићемо алгоритам на основу деформација греде према *Bernoulli*-јевом закону одржања на греди константног призматичног попречног пресека.

Према *Bernoulli*-јевом закону одржања (управни пресеци остају управни и након деформације), вертикална померања униформно оптерећене греде са „ n “ распона су изражени као низ од „ n “ полинома четвртог степена са константом „ C_i “ која представља континуитет на њиховим границама. Сваки домен полинома „ $P_i^4(x)$ “ укључује сегмент греде који поседује константни момент инерције, константно униформно оптерећење и пресечне силе и моменте савијања на

крајевима. Други дериват вертикалних померања даје „ n “ полинома другог степена. Да би смо одредили тачну функцију вертикалних померања, неопходно је наћи функције кривине " $P_i^2(x)$ " на сегментима греде, а затим их је потребно интегралити два пута, уз остваривање континуитета константе " C_1 " на њиховим границама (Слика 2.20.).



Слика 2.20. Повезаност између оптерећења, померања и кривине

Као што смо већ раније навели, према *Bernoulli-Euler*-овој хипотези, дилатација издужења у било ком влакну и кривина греде су повезани:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\varepsilon(x)}{z}, \quad (2.3)$$

Сензор релативног померања, који је постављен паралелно са неутралном осом, врши мерење деформације издужења влакна дужине „ l_1 “ (Слика 2.21.). Интеграција једначине (1) даје:

$$\int_0^{l_1} \frac{dx}{\rho_m} = - \int_0^{l_1} \frac{\varepsilon(x) dx}{z} \Rightarrow \frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} dx = - \frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} \frac{\varepsilon(x) dx}{z} \Rightarrow$$

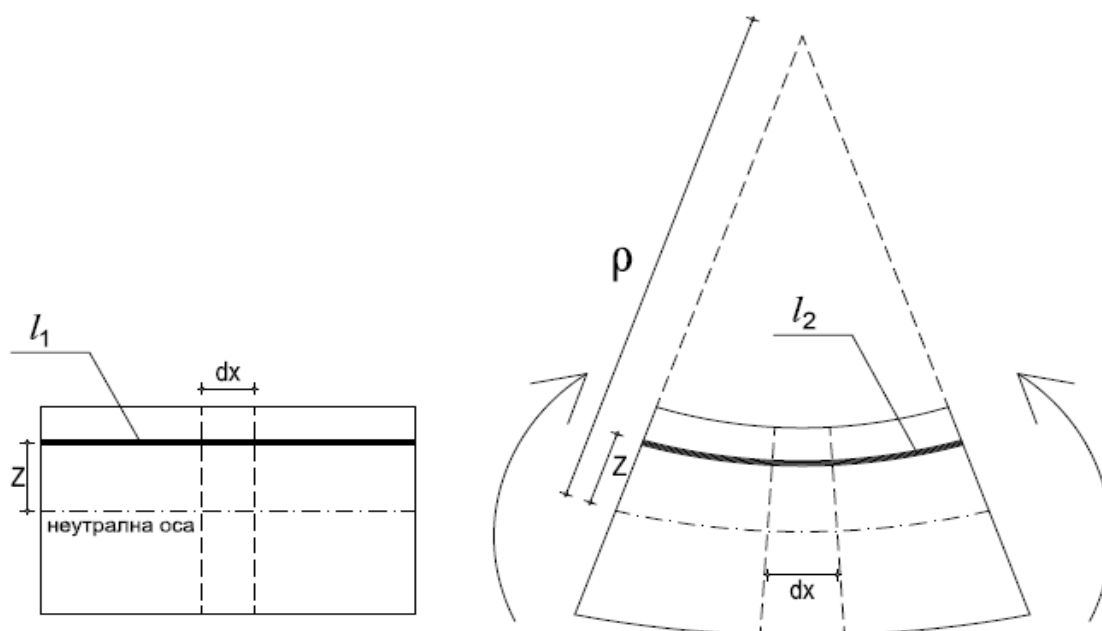
$$\Rightarrow \frac{1}{\rho_m} = \frac{-(l_2 - l_1)}{z l_1} \quad (2.6)$$

Где је:

ρ_m – средњи полупречник кривине

l_1 – почетна дужина влакна

l_2 – крајња дужина влакна



Слика 2.21. Деформација сензора релативног померања за чисто савијање

Једначина (2.6) показује да сензор релативног померања, који је постављен паралелно са неутралном осом, врши мерење средњег полупречника кривине " $1/\rho_m$ " на елементу греде. У случају комбинованог савијања и аксијалног оптерећења и температурних варијација, може се показати да је пар сензора

релативних померања, постављених на различитим растојањима паралелно са неутралном осом, неопходан да би се измерио средњи полупречник кривине гредног елемента.

Функција кривине сегмента греде

Функција кривине сваког сегмента греде је као што смо навели, полином другог степена у облику:

$$P^2(x) = ax^2 + bx + c \quad (2.7)$$

Пошто полином " $P^2(x)$ " има три непознате, потребна су три независна мерења како би се одредила ова три коефицијента за један сегмент греде.

Са три сензора релативног померања, добијамо следеће информације (Слика 2.19.):

$$\frac{1}{\rho_1} : \text{средњи полупречник кривине на } [x'_1, x''_1]$$

$$\frac{1}{\rho_2} : \text{средњи полупречник кривине на } [x'_2, x''_2]$$

$$\frac{1}{\rho_3} : \text{средњи полупречник кривине на } [x'_3, x''_3]$$

Где x'_i и x''_i означавају леви и десни лимит, респективно, сензора „ i “.

Коефицијенти " a ", " b " и " c " представљају решења следећег линеарног система једначина:

$$\frac{\int_{x'_i}^{x''_i} (ax^2 + bx + c) dx}{x''_i - x'_i} = \frac{1}{\rho_i}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.8)$$

Функција угиба греде

Једначина (2.8) даје функцију кривине суседних сегмената греде. До функције вертикалног померања – угиба, долазимо двоструком интеграцијом.

Даље, континуитет функције угиба греде мора бити загарантована на границама. Функција угиба греде изражена је као:

$$P_i^4(x) = \iint P_i^2(x) dx' + \alpha_i x + \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.9)$$

где се константе интеграције " α_i " и " β_i " добијају постављањем следећих услова континуитета:

1. Услов

$$P_i^4(X = L_i) = P_{i+1}^4(X = 0), \quad i \in [1, n-1]$$

Израз континуитета померања између два суседна сегмента греде, " n " = број сегмената греде.

2. Услов

$$P_i^{4'}(X = L_i) = P_{i+1}^{4'}(X = 0), \quad i \in [1, n-1]$$

Израз континуитета нагиба између два суседна сегмента греде.

3. Услов

$$P_i^4(X = 0) = 0, \quad P_n^4(X = L_n) = 0$$

Израз нултог померања граничних услова на оба краја греде.

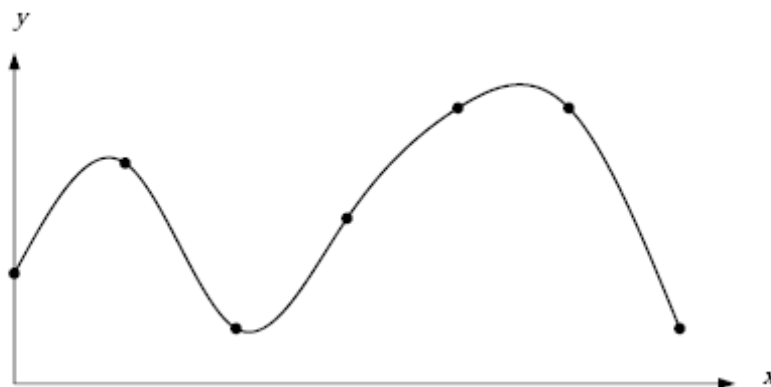
Примена овог поступка прорачуна за одређивање вертикалног померања структуре биће приказана у Поглављу 4.

2.8 Интерполација кубном кривом (*Cubic Spline Interpolation*)

Описани поступак да се вредности померања на основу измерених вредности дилатација добијају решавањем диференцијалних једначина и одређивањем интеграционих константи у зависности од контурних услова, није погодан за израду аутоматизованог алгоритма прорачуна. Решавање диференцијалних једначина врши се за постојећи случај оптерећења, тј. неопходно је спроводити цео поступак прорачуна за свако ново оптерећење. У случају покретног оптерећења које се креће по структури, поступак се не би могао аутоматизовати. Овакав поступак прорачуна погодан је за стална оптерећења која делују на структури, али не и за оптерећења променљивог карактера. У циљу унапређења поступка прорачуна предлаже се да се вредности померања добијају

применом интерполације кубном кривом (*Cubic Spline Interpolation*) на основу измерених вредности дилатација. Овакво решење омогућава обављање поступка прорачуна и за оптерећења променљивог карактера, покретна оптерећења, што омогућава и аутоматизацију поступка прорачуна, а то је предуслов за успостављање рачунарски контролисаног мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура на основу познатих вредности дилатација.

Уколико имамо задату функцију $(x_i, f(x_i)), i=0,1,\dots,n$, није практично извршити апроксимацију једним интерполационим полиномом степена "n" на целом интервалу (x_0, x_n) . Повољније решење је да се интервал (x_0, x_n) подели на више подинтервала, који по правилу не обухватају више од 4 тачке. На сваком тако формираном подинтервалу, функција се апроксимира интерполационим полиномом ниског степена. Оваква интерполација, са различитим интерполационим полиномима на подинтервалима, назива се сегментна (*piecewise*) интерполација. У свакој заједничкој тачки два суседна подинтервала, оба интерполациона полинома имају једнаку вредност, али први извод у заједничкој тачки није непрекидан, пошто вредности са леве и десне стране заједничке тачке нису једнаке. Као резултат овакве сегментне интерполације на интервалу (x_0, x_n) добија се крива састављена од делова полинома, која није глатка.



Слика 2.22. Интерполација кубном кривом

Да би крива која је формирана од више интерполационих полинома била глатка, неопходно је додати услове континуитета првог извода, а пожељно је и да виши изводи буду непрекидни. Интерполација, код које крива добијена сегментном (*piecewise*) интерполацијом на интервалу (x_0, x_n) , има непрекидне изводе до неког реда, назива се интерполација кривом (*Spline Interpolation*).

Уколико је функција састављена из интерполационих полинома истог степена " m ", за поједине подинтервале интервала (x_0, x_n) , и која задовољава услов континуитета извода до неког реда, назива се крива (*Spline*) степена " m ". Ако је степен " $m=3$ ", тада је то кубна крива (*Cubic Spline*) [46],[46].

Код кубне криве, кроз свака два суседна интерполациона чвора (тачке) од укупног броја $(n+1)$ чворова на интервалу (x_0, x_n) , провлачи се полином трећег степена ($m=3$). Да би се кубна крива дефинисала, потребно је одредити укупно " $4n$ " коефицијената, за укупно " n " кубних интерполационих полинома на интервалу (x_0, x_n) . Услови су:

- 1) У сваком од $(n-1)$ унутрашњих чворова " $x_i, i=0,1...n-1$ ", два суседна полинома имају вредности једнаку вредности функције у том чвору " $f(x_i)$ " - укупан број $2(n-1)$
 - 2) У сваком од $(n-1)$ унутрашњих чворова, први и други изводи суседних полинома имају једнаке вредности - укупан број $2(n-1)$
 - 3) Кубна крива пролази кроз први и последњи чвор, " x_0 " и " x_n " - укупан број 2
- Укупан број услова : $2(n-1)+2(n-1)+2 = 4n - 2$

Недостају још два услова, и то су гранични услови на интервалу (x_0, x_n)

Уопштени процес конструкције кубне криве

Уколико су нам дате $(n+1)$ тачке и вредности:

$$[(x_0, f(x_0), (x_1, f(x_1), \dots, (x_n, f(x_n))],$$

формираћемо " n " кубних полинома. За $j=0,1,\dots,n-1$ претпостављамо:

$$S_j = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3$$

Потребно је пронаћи непознате " a_j, b_j, c_j и d_j " (укупно $4n$ непознатих).

Прва група једначина

Нека је:

$$h_j = x_{j+1} - x_j, \text{ тада је}$$

$$S_j(x_j) = a_j = f(x_j)$$

$$S_{j+1}(x_{j+1}) = a_{j+1} = S_j(x_{j+1}) = a_j + b_j h_j + c_j h_j^2 + d_j h_j^3$$

До сада знамо " a_j " за $j=0,1,\dots,n-1$, и имамо " n " једначина и " $3n$ " непознатих:

$$a_1 = a_0 + b_0 h_0 + c_0 h_0^2 + d_0 h_0^3$$

.

.

$$a_{j+1} = a_j + b_j h_j + c_j h_j^2 + d_j h_j^3$$

.

.

$$a_n = a_{n-1} + b_{n-1} h_{n-1} + c_{n-1} h_{n-1}^2 + d_{n-1} h_{n-1}^3$$

Услов континуитета првог извода у чворним тачкама производи још " n " једначина:

за $j=0,1,\dots,n-1$ имамо:

$$S'_j(x) = b_j + 2c_j(x - x_j) + 3d_j(x - x_j)^2$$

тада је:

$$S'_j(x_j) = b_j$$

$$S'_{j+1}(x_{j+1}) = b_{j+1} = S'_j(x_{j+1}) = b_j + 2c_j h_j + 3d_j h_j^2$$

Сада имамо " $2n$ " једначина и " $3n$ " непознатих:

$$a_{j+1} = a_j + b_j h_j + c_j h_j^2 + d_j h_j^3$$

$$b_1 = b_0 + 2c_0 h_0 + 3d_0 h_0^2$$

.

.

$$b_{j+1} = b_j + 2c_j h_j + 3d_j h_j^2$$

.

.

$$b_n = b_{n-1} + 2c_{n-1} h_{n-1} + 3d_{n-1} h_{n-1}^2$$

Непознате су " b_j, c_j и d_j " за $j=0,1,\dots,n-1$.

Услов континуитета другог извода у чворним тачкама производи још " n " једначина.

за $j=0,1,\dots,n-1$ имамо:

$$S_j''(x) = 2c_j + 6d_j(x - x_j)$$

тада је:

$$S_j''(x_j) = 2c_j$$

$$S_{j+1}''(x_{j+1}) = 2c_{j+1} = S_j''(x_{j+1}) = 2c_j + 6d_j h_j$$

Сада имамо "3n" једначина са "3n" непознатих:

$$a_{j+1} = a_j + b_j h_j + c_j h_j^2 + d_j h_j^3 \quad (j = 0, 1, \dots, n-1)$$

$$b_{j+1} = b_j + 2c_j h_j + 3d_j h_j^2 \quad (j = 0, 1, \dots, n-1)$$

$$2c_1 = 2c_0 + 6d_0 h_0$$

.

.

$$2c_{j+1} = 2c_j + 6d_j h_j$$

.

.

$$2c_n = 2c_{n-1} + 6d_{n-1} h_{n-1}$$

Непознате су " b_j, c_j и d_j " за $j=0, 1, \dots, n-1$

Преглед једначина

за $j=0, 1, \dots, n-1$ имамо:

$$a_{j+1} = a_j + b_j h_j + c_j h_j^2 + d_j h_j^3 \quad (2.10)$$

$$b_{j+1} = b_j + 2c_j h_j + 3d_j h_j^2 \quad (2.11)$$

$$c_{j+1} = c_j + 3d_j h_j \quad (2.12)$$

Вредности " a_j " и " x_j " су познате.

Уколико се једначина (2.12) реши по " d_j " и изврши унос у једначине (2.10) и (2.11), елиминисаћемо " n " једначина (2.12):

$$c_{j+1} = c_j + 3d_j h_j \quad \Rightarrow \quad 3d_j h_j = c_{j+1} - c_j$$

$$d_j = \frac{c_{j+1} - c_j}{3h_j} \quad (2.13)$$

$$a_{j+1} = a_j + b_j h_j + c_j h_j^2 + \frac{c_{j+1} - c_j}{3} h_j^2 \quad (2.14)$$

$$b_{j+1} = b_j + 2c_j h_j + (c_{j+1} - c_j) h_j \quad (2.15)$$

Уколико се сада једначина (5) изрази по " b_j ":

$$b_j h_j = a_{j+1} - a_j - c_j h_j^2 - \frac{(c_{j+1} - c_j)}{3} h_j^2$$

$$b_j = \frac{1}{h_j} (a_{j+1} - a_j) - \frac{h_j}{3} (2c_j + c_{j+1}) \quad (2.15')$$

и уколико извршимо замену индекса "j" са "j-1", добијамо:

$$b_{j-1} = \frac{1}{h_{j-1}} (a_j - a_{j-1}) - \frac{h_{j-1}}{3} (2c_{j-1} + c_j) \quad (2.16)$$

Такође, извршимо замену индекса "j" са "j-1" у једначини (2.15):

$$b_j = b_{j-1} + 2c_{j-1} h_{j-1} + (c_j - c_{j-1}) h_{j-1}$$

$$b_j = b_{j-1} + h_{j-1} (c_{j-1} + c_j) \quad (2.17)$$

У једначини (2.17) уносимо изразе за "b_j" из једначине (2.15') и за "b_{j-1}" из једначине (2.16):

$$\frac{1}{h_j} (a_{j+1} - a_j) - \frac{h_j}{3} (2c_j + c_{j+1}) = \frac{1}{h_{j-1}} (a_j - a_{j-1}) - \frac{h_{j-1}}{3} (2c_{j-1} + c_j) + h_{j-1} (c_{j-1} + c_j), \quad (2.18)$$

Издавањем свих елемената који садрже "c" на једну страну, добија се:

$$h_{j-1} c_{j-1} + 2c_j (h_{j-1} + h_j) + h_j c_{j+1} = \frac{3}{h_j} (a_{j+1} - a_j) - \frac{3}{h_{j-1}} (a_j - a_{j-1}), \quad \text{za } j = 0, 1 \dots n-1, \quad (2.19)$$

Сада имамо "n-1" једначина и "n+1" непознатих.

Природни гранични услови

Ако је :

$$S''(x_0) = S_0''(x_0) = 2c_0 = 0, \quad \text{тада је } c_0 = 0, \quad \text{и ако је}$$

$$S''(x_n) = S_{n-1}''(x_n) = 2c_n = 0, \quad \text{тада је } c_n = 0$$

Теорема:

Ако је функција "f" дефинисана на "a=x₀<x₁<.....<x_n=b", тада функција "f" има јединствен природни интерполант кубне криве.

Систем једначина у матричном облику за природне граничне услове

Систем од "n+1" једначине у матричном облику је:

$[A] \cdot [C] = [Y]$, где је

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ h_0 & 2(h_0 + h_1) & h_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & h_{n-2} & 2(h_{n-2} + h_{n-1}) & h_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}$$

Матрица "A" је тридијагонална. Вектор "Y" је:

$$Y = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{h_1}(a_2 - a_1) - \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) \\ \frac{3}{h_2}(a_3 - a_2) - \frac{3}{h_1}(a_2 - a_1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{3}{h_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) - \frac{3}{h_{n-3}}(a_{n-2} - a_{n-3}) \\ \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) - \frac{3}{h_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вектор "C" је:

$$C = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \\ c_n \end{bmatrix}$$

Принудни гранични услови

Ако је :

$$S'(a) = S'_0(a) = f'(a) = b_0, \text{ тада је}$$

$$f'(a) = \frac{1}{h_0}(a_1 - a_0) - \frac{h_0}{3}(2c_0 + c_1)$$

што је еквивалентно са :

$$h_0(2c_0 + c_1) = \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) - 3f'(a), \quad (2.20)$$

На овај начин се замењује прва једначина у систему од "n" једначина. На исти начин, ако је:

$$S'(b) = S'_n(b) = f'(b) = b_n, \text{ тада је}$$

$$b_n = b_{n+1} + h_{n-1}(c_{n-1} + c_n) =$$

$$= \frac{1}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) - \frac{h_{n-1}}{3}(2c_{n-1} + c_n) + h_{n-1}(c_{n-1} + c_n) =$$

$$= \frac{1}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) + \frac{h_{n-1}}{3}(c_{n-1} + 2c_n)$$

што је еквивалентно са :

$$h_{n-1}(c_{n-1} + 2c_n) = 3f'(b) - \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}), \quad (2.21)$$

На овај начин се замењује последња једначина у систему од "n" једначина.

Теорема:

Ако је функција "f" дефинисана на "a=x₀<x₁<.....<x_n=b", и диференцијабилна на "x=a" и "x=b", тада функција "f" има јединствен принудни интерполант кубне криве.

Систем једначина у матричном облику за принудне граничне услове

Систем од "n+1" једначине у матричном облику је:

$[A] \cdot [C] = [Y]$, где је

$$A = \begin{bmatrix} 2h_0 & h_0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ h_0 & 2(h_0 + h_1) & h_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & h_{n-2} & 2(h_{n-2} + h_{n-1}) & h_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & h_{n-1} & 2h_{n-1} \end{bmatrix}$$

Матрица "A" је тридијагонална. Вектор "Y" је:

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) - 3f'(a) \\ \frac{3}{h_1}(a_2 - a_1) - \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) \\ \frac{3}{h_2}(a_3 - a_2) - \frac{3}{h_1}(a_2 - a_1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{3}{h_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) - \frac{3}{h_{n-3}}(a_{n-2} - a_{n-3}) \\ \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) - \frac{3}{h_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) \\ 3f'(b) - \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) \end{bmatrix}$$

Вектор "C" је:

$$C = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \\ c_n \end{bmatrix}$$

Пошто су " a_j " за $j=0,1,\dots,n$, познате величине, када решимо систем једначина по " c_j " за $j=0,1,\dots,n$, тада су коефицијенти:

$$\begin{aligned} b_j &= \frac{1}{h_j}(a_{j+1} - a_j) - \frac{h_j}{3}(c_{j+1} + 2c_j) \\ d_j &= \frac{1}{3h_j}(c_{j+1} - c_j) \quad \text{за } j = 0,1,\dots,n-1, \end{aligned} \quad (2.22)$$

Поглавље 3

Нумерички поступак прорачуна вертикалних померања из познатих вредности дилатација

У овом поглављу биће приказана два поступка прорачуна за посредно одређивање вертикалних померања. Један који је приказан у радовима [42],[43], а други поступак је предмет истраживања ове докторске дисертације.

3.1 Нумерички поступак прорачуна угиба добијен путем решавања диференцијалних једначина

Као што је већ представљено, функција кривине сваког сегмента греде се може претпоставити полиномом другог степена у облику:

$$P^2(x) = ax^2 + bx + c \quad (3.1)$$

Алгоритам прорачуна биће приказан на моделу статичког система просте греде статичког распона $L=5.0$ m, израђене од челичног профила IPB (HEB) 200.

На греду делује константно расподељено оптерећење у износу од $q=10$ kN/m. Како је греда константно попречног пресека целом дужином, извршићемо поделу греде на два сегмента: први сегмент је од левог ослонца до половине распона, а други сегмент од половине распона до десног ослонца. Попречни пресеци у којима ћемо очитати вредности напона напрезања у основном материјалу у горњем и доњем влакну налазе се на следећим растојањима од левог ослонца:

$$x_1=300 \text{ mm}, x_2=1250 \text{ mm}, x_3=2500 \text{ mm}, x_4=3750 \text{ mm} \text{ и } x_5=4700 \text{ mm}.$$

У нашем случају, разматрана греда је подељена на два сегмента, тако да ћемо имати две функције кривине греде са непознатим коефицијентима " a ", " b " и " c ". Како би смо одредили коефицијенте потребно је да формирамо три једначине другог степена у три тачке на сваком сегменту греде. Након одређивања коефицијената за функцију кривине греде првог сегмента " a_1 ", " b_1 " и " c_1 ", исти

Поглавље 3: Нумерички поступак прорачуна вертикалних померања из познатих вредности дилатација

поступак се спроводи и за други сегмент греде и одређују се коефицијенти "a₂", "b₂" и "c₂".

Функција угиба греде добија се двоструком интеграцијом функције кривине греде, а непознате интеграционе константе добијамо из граничних услова. Након одређивања интеграционих константи, формираћемо две функције угиба греде, једну која представља леви сегмент и једну која представља десни сегмент греде (Слика 3.1.). Вредност угиба у тачки „3“ на средини греде, функције угиба греде левог сегмента и вредност функције угиба греде десног сегмента морају имати једнаку вредност, што представља и контролу поступка. Извршиће се и поређење са вредностима угиба који се добијају аналитичким путем.

IPB (HEB) 200

Карактеристике попречног пресека:

$$d := 200 \text{ mm}, b_s := 200 \text{ mm},$$

$$s_s := 9 \text{ mm}, t := 15 \text{ mm}$$

$$A_x := 7810 \text{ mm}^2$$

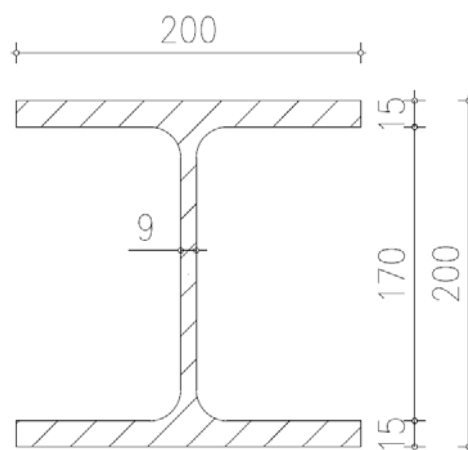
$$I_x := 57000000 \text{ mm}^4$$

$$W_x := 570000 \text{ mm}^3$$

$$L_g := 5000 \text{ mm} - \text{статичка дужина}$$

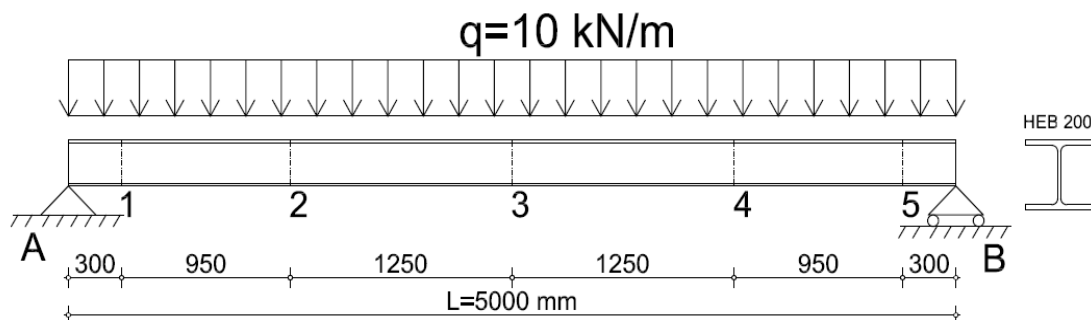
$$E := 210000 \text{ N/mm}^2 - \text{модул еластичности челика}$$

$$q := -10 \text{ kN/m} - \text{величина расподељеног оптерећења}$$



Растојања разматраних пресека од левог ослоња:

$$x_1 := 300 \text{ mm}, x_2 := 1250 \text{ mm}, x_3 := 2500 \text{ mm}, x_4 := 3750 \text{ mm}, x_5 := 4700 \text{ mm}$$



Слика 3.1. Диспозиција модела греде за проверу нумеричког поступка

Аналитички изрази за пресечне силе - моменте савијања

$$M(x) = \frac{q \cdot x}{2} \cdot (L_g - x)$$

$$M_{x1} := \frac{q \cdot x_1}{2} \cdot (L_g - x_1) = -7.05 \times 10^6 \text{ Nmm} \quad M_{x4} := \frac{q \cdot x_4}{2} \cdot (L_g - x_4) = -23437500 \text{ Nmm}$$

$$M_{x2} := \frac{q \cdot x_2}{2} \cdot (L_g - x_2) = -23437500 \text{ Nmm} \quad M_{x5} := \frac{q \cdot x_5}{2} \cdot (L_g - x_5) = -7.05 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_{x3} := \frac{q \cdot x_3}{2} \cdot (L_g - x_3) = -31250000 \text{ Nmm}$$

Аналитички изрази за угибе

$$y(x) = \frac{q \cdot L_g^4}{24 \cdot E \cdot I_x} \cdot \left(\frac{x}{L_g} - 2 \cdot \frac{x^3}{L_g^3} + \frac{x^4}{L_g^4} \right)$$

$$y_{x1} := \frac{q \cdot L_g^4}{24 \cdot E \cdot I_x} \cdot \left(\frac{x_1}{L_g} - 2 \cdot \frac{x_1^3}{L_g^3} + \frac{x_1^4}{L_g^4} \right) = -1.296 \text{ mm}$$

$$y_{x2} := \frac{q \cdot L_g^4}{24 \cdot E \cdot I_x} \cdot \left(\frac{x_2}{L_g} - 2 \cdot \frac{x_2^3}{L_g^3} + \frac{x_2^4}{L_g^4} \right) = -4.844 \text{ mm}$$

$$y_{x3} := \frac{q \cdot L_g^4}{24 \cdot E \cdot I_x} \cdot \left(\frac{x_3}{L_g} - 2 \cdot \frac{x_3^3}{L_g^3} + \frac{x_3^4}{L_g^4} \right) = -6.799 \text{ mm}$$

$$y_{x4} := \frac{q \cdot L_g^4}{24 \cdot E \cdot I_x} \cdot \left(\frac{x_4}{L_g} - 2 \cdot \frac{x_4^3}{L_g^3} + \frac{x_4^4}{L_g^4} \right) = -4.844 \text{ mm}$$

$$y_{x5} := \frac{q \cdot L_g^4}{24 \cdot E \cdot I_x} \cdot \left(\frac{x_5}{L_g} - 2 \cdot \frac{x_5^3}{L_g^3} + \frac{x_5^4}{L_g^4} \right) = -1.296 \text{ mm}$$

Аналитички изрази за напоне напрезања - дилатације у основном материјалу

$$\sigma = \frac{M}{W_x}, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\sigma_{11} := \frac{M_{x1}}{W_x} = -12.368 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{12} := \frac{-M_{x1}}{W_x} = 12.368 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{21} := \frac{M_{x2}}{W_x} = -41.118 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{22} := \frac{-M_{x2}}{W_x} = 41.118 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{31} := \frac{M_{x3}}{W_x} = -54.825 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{32} := \frac{-M_{x3}}{W_x} = 54.825 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{41} &:= \frac{M_{x4}}{W_x} = -41.118 \text{ N/mm}^2 & \sigma_{42} &:= \frac{-M_{x4}}{W_x} = 41.118 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{51} &:= \frac{M_{x5}}{W_x} = -12.368 \text{ N/mm}^2 & \sigma_{52} &:= \frac{-M_{x5}}{W_x} = 12.368 \text{ N/mm}^2 \\ \varepsilon_{11} &:= \frac{\sigma_{11}}{E} = -5.89 \times 10^{-5} & \varepsilon_{12} &:= \frac{\sigma_{12}}{E} = 5.89 \times 10^{-5} \\ \varepsilon_{21} &:= \frac{\sigma_{21}}{E} = -1.958 \times 10^{-4} & \varepsilon_{22} &:= \frac{\sigma_{22}}{E} = 1.958 \times 10^{-4} \\ \varepsilon_{31} &:= \frac{\sigma_{31}}{E} = -2.611 \times 10^{-4} & \varepsilon_{32} &:= \frac{\sigma_{32}}{E} = 2.611 \times 10^{-4} \\ \varepsilon_{41} &:= \frac{\sigma_{41}}{E} = -1.958 \times 10^{-4} & \varepsilon_{42} &:= \frac{\sigma_{42}}{E} = 1.958 \times 10^{-4} \\ \varepsilon_{51} &:= \frac{\sigma_{51}}{E} = -5.89 \times 10^{-5} & \varepsilon_{52} &:= \frac{\sigma_{52}}{E} = 5.89 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

Приказане вредности су добијене аналитичким путем. У даљем прорачуну проверићемо поступак за добијање угиба из познатих вредности дилатација у основном материјалу, тј. са подацима које је могуће измерити на структурама применом електроотпорних екстензометара при дејству оптерећења. Како би смо проверили тачност поступка, претпоставићемо да смо измерили вредности дилатација у горњем и доњем влакну попречног пресека, које су идентичне вредностима дилатација које смо добили аналитичким путем.

ПРЕСЕК 1

$$x_1 = 300 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{11} := \frac{\sigma_{11}}{E} = -5.89 \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{12} := \frac{\sigma_{12}}{E} = 5.89 \times 10^{-5}$$

$$e_{xx1} := \frac{d \cdot \varepsilon_{12}}{|\varepsilon_{12}| + |\varepsilon_{11}|} = 100 \text{ mm} \quad - \text{ растојање неутралне осе од доње ивице носача}$$

$$r_1 := \frac{e_{xx1}}{\varepsilon_{12}} \quad - \text{ средњи полупречник кривине у Пресеку 1}$$

$$r_1 = 1.698 \times 10^6$$

$$\frac{1}{r_1} = 0.00000059$$

$$a_1 \cdot x_1^2 + b_1 \cdot x_1 + c_1 = \frac{1}{r_1} \quad - \text{ поставка једначине кривине греде у Пресеку 1.}$$

ПРЕСЕК 2

$$x_2 = 1250 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{21} := \frac{\sigma_{21}}{E} = -1.958 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{22} := \frac{\sigma_{22}}{E} = 1.958 \times 10^{-4}$$

$$e_{xx2} := \frac{d \cdot \varepsilon_{22}}{|\varepsilon_{22}| + |\varepsilon_{21}|} = 100 \text{ mm} \quad - \text{ растојање неутралне осе од доње ивице}$$

носача

$$r_2 := \frac{e_{xx2}}{\varepsilon_{22}} \quad - \text{ средњи полупречник кривине у Пресеку 2}$$

$$r_2 = 5.107 \times 10^5$$

$$\frac{1}{r_2} = 0.00000196$$

$$a_1 \cdot x_2^2 + b_1 \cdot x_2 + c_1 = \frac{1}{r_2} \quad - \text{ поставка једначине кривине греде у Пресеку 2}$$

ПРЕСЕК 3

$$x_3 = 2500 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{31} := \frac{\sigma_{31}}{E} = -2.611 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{32} := \frac{\sigma_{32}}{E} = 2.611 \times 10^{-4}$$

$$e_{xx3} := \frac{d \cdot \varepsilon_{32}}{|\varepsilon_{32}| + |\varepsilon_{31}|} = 100 \text{ mm} \quad - \text{ растојање неутралне осе од доње ивице носача}$$

$$r_3 := \frac{e_{xx3}}{\varepsilon_{32}} \quad - \text{ средњи полупречник кривине у Пресеку 3}$$

$$r_3 = 3.83 \times 10^5$$

$$\frac{1}{r_3} = 0.00000261$$

$$a_1 \cdot x_3^2 + b_1 \cdot x_3 + c_1 = \frac{1}{r_3} \quad - \text{ поставка једначине кривине греде у Пресеку 3}$$

Пошто су формиране једначине кривине греде у три пресека (1,2 и 3) приступа се решавању једначине како би се добили коефицијенти " a_1 ", " b_1 " и " c_1 ",. Решавањем система једначина добићемо једначину кривине греде кроз пресеке 1, 2 и 3. То ће бити прва једначина. Друга једначина кривине греде биће формирана

кроз пресеке 3, 4 и 5. Пресек 3 је заједнички, а пресеци 4 и 5 су симетрични пресецима 2 и 1.

РЕШАВАЊЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЗА КРИВИНУ ГРЕДЕ КРОЗ ПРЕСЕКЕ 1 - 2 - 3

$$M_1 := \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \times 10^4 & 300 & 1 \\ 1.563 \times 10^6 & 1.25 \times 10^3 & 1 \\ 6.25 \times 10^6 & 2.5 \times 10^3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_1^{-1} = \begin{pmatrix} 4.785 \times 10^{-7} & -8.421 \times 10^{-7} & 3.636 \times 10^{-7} \\ -1.794 \times 10^{-3} & 2.358 \times 10^{-3} & -5.636 \times 10^{-4} \\ 1.495 & -0.632 & 0.136 \end{pmatrix}$$

$$\psi_{123} := \begin{pmatrix} \frac{1}{r_1} \\ \frac{1}{r_2} \\ \frac{1}{r_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.89 \times 10^{-7} \\ 1.958 \times 10^{-6} \\ 2.611 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$A_1 := M_1^{-1} \cdot \psi_{123} = \begin{pmatrix} -4.177 \times 10^{-13} \\ 2.089 \times 10^{-9} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$a_1 := \text{submatrix}(A_1, 0, 0, 0, 0) = (-4.177 \times 10^{-13})$$

$$b_1 := \text{submatrix}(A_1, 1, 1, 0, 0) = (2.089 \times 10^{-9})$$

$$c_1 := \text{submatrix}(A_1, 2, 2, 0, 0) = (0)$$

$$P_{21x1} := a_1 \cdot x_1^2 + b_1 \cdot x_1 + c_1 = (5.89 \times 10^{-7})$$

$$P_{21x2} := a_1 \cdot x_2^2 + b_1 \cdot x_2 + c_1 = (1.958 \times 10^{-6})$$

$$P_{21x3} := a_1 \cdot x_3^2 + b_1 \cdot x_3 + c_1 = (2.611 \times 10^{-6})$$

ПРЕСЕК 4

$$x_4 = 3750 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{41} := \frac{\sigma_{41}}{E} = -1.958 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{42} := \frac{\sigma_{42}}{E} = 1.958 \times 10^{-4}$$

$$e_{xx4} := \frac{d \cdot \varepsilon_{42}}{|\varepsilon_{42}| + |\varepsilon_{41}|} = 100 \text{ mm} \quad - \text{ растојање неутралне осе од доње ивице носача}$$

$$r_4 := \frac{e_{xx4}}{\varepsilon_{42}} \quad - \text{ средњи полупречник кривине у Пресеку 4}$$

$$r_4 = 5.107 \times 10^5$$

$$\frac{1}{r_4} = 0.00000196$$

$$a_2 \cdot x_4^2 + b_2 \cdot x_4 + c_2 = \frac{1}{r_4} \quad - \text{ поставка једначине кривине греде у Пресеку 4}$$

ПРЕСЕК 5

$$x_5 = 4700 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{51} := \frac{\sigma_{51}}{E} = -5.89 \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{52} := \frac{\sigma_{52}}{E} = 5.89 \times 10^{-5}$$

$$e_{xx5} := \frac{d \cdot \varepsilon_{52}}{|\varepsilon_{52}| + |\varepsilon_{51}|} = 100 \text{ mm} \quad - \text{ растојање неутралне осе од доње ивице носача}$$

$$r_5 := \frac{e_{xx5}}{\varepsilon_{52}} \quad - \text{ средњи полупречник кривине у Пресеку 5}$$

$$r_5 = 1.698 \times 10^6$$

$$\frac{1}{r_5} = 5.89 \times 10^{-7}$$

$$a_2 \cdot x_5^2 + b_2 \cdot x_5 + c_2 = \frac{1}{r_5} \quad - \text{ поставка једначине кривине греде у Пресеку 5}$$

РЕШАВАЊЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЗА КРИВИНУ ГРЕДЕ КРОЗ ПРЕСЕКЕ 3 - 4 - 5

$$M_2 := \begin{pmatrix} x_3^2 & x_3 & 1 \\ x_4^2 & x_4 & 1 \\ x_5^2 & x_5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.25 \times 10^6 & 2.5 \times 10^3 & 1 \\ 1.406 \times 10^7 & 3.75 \times 10^3 & 1 \\ 2.209 \times 10^7 & 4.7 \times 10^3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_2^{-1} = \begin{pmatrix} 3.636 \times 10^{-7} & -8.421 \times 10^{-7} & 4.785 \times 10^{-7} \\ -3.073 \times 10^{-3} & 6.063 \times 10^{-3} & -2.99 \times 10^{-3} \\ 6.409 & -9.895 & 4.486 \end{pmatrix}$$

$$\psi_{345} := \begin{pmatrix} \frac{1}{r_3} \\ \frac{1}{r_4} \\ \frac{1}{r_5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.611 \times 10^{-6} \\ 1.958 \times 10^{-6} \\ 5.89 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$A_2 := M_2^{-1} \cdot \psi_{345} = \begin{pmatrix} -4.177 \times 10^{-13} \\ 2.089 \times 10^{-9} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$a_2 := \text{submatrix}(A_2, 0, 0, 0, 0) = (-4.177 \times 10^{-13})$$

$$b_2 := \text{submatrix}(A_2, 1, 1, 0, 0) = (2.089 \times 10^{-9})$$

$$c_2 := \text{submatrix}(A_2, 2, 2, 0, 0) = (0)$$

$$P_{22x3} := a_2 \cdot x_3^2 + b_2 \cdot x_3 + c_2 = (2.611 \times 10^{-6})$$

$$P_{22x4} := a_2 \cdot x_4^2 + b_2 \cdot x_4 + c_2 = (1.958 \times 10^{-6})$$

$$P_{22x5} := a_2 \cdot x_5^2 + b_2 \cdot x_5 + c_2 = (5.89 \times 10^{-7})$$

Након формирања две функције кривине греде за два сегмента, приступа се израчунавању функција угиба греде двоструком интеграцијом функција кривине греде. При процесу двоструке интеграције појављују се непознате величине интеграционих константи, које одређујемо применом граничних услова:

$$P_{3x} := \int (a \cdot x^2 + b \cdot x + c) dx + C \rightarrow \frac{a \cdot x^3}{3} + \frac{b \cdot x^2}{2} + c \cdot x + C$$

$$P_{4x} := \int P_{3x} dx + D \rightarrow \frac{a \cdot x^4}{12} + \frac{b \cdot x^3}{6} + \frac{c \cdot x^2}{2} + C \cdot x + D$$

$$P_{41x} := \frac{a_1 \cdot x^4}{12} + \frac{b_1 \cdot x^3}{6} + \frac{c_1 \cdot x^2}{2} + C_1 \cdot x + D_1 - \text{функција угиба греде на првом сегменту}$$

$$P_{42x} := \frac{a_2 \cdot x^4}{12} + \frac{b_2 \cdot x^3}{6} + \frac{c_2 \cdot x^2}{2} + C_2 \cdot x + D_2 - \text{функција угиба греде на другом сегменту}$$

Гранични услови

1. $P_{41x}(x=300 \text{ mm}) = 0$ - вредност функције угиба греде левог сегмента у првом пресеку

$$\frac{a_1 \cdot x_1^4}{12} + \frac{b_1 \cdot x_1^3}{6} + \frac{c_1 \cdot x_1^2}{2} + C_1 \cdot x_1 + D_1 = 0$$

$$C_1 \cdot x_1 + D_1 = \frac{-a_1 \cdot x_1^4}{12} - \frac{b_1 \cdot x_1^3}{6} - \frac{c_1 \cdot x_1^2}{2}$$

2. $P_{42x}(x=4700 \text{ mm}) = 0$ - вредност функције угиба греде десног сегмента у петом пресеку

$$\frac{a_2 \cdot x_5^4}{12} + \frac{b_2 \cdot x_5^3}{6} + \frac{c_2 \cdot x_5^2}{2} + C_2 \cdot x_5 + D_2 = 0 ,$$

$$C_2 \cdot x_5 + D_2 = \frac{-a_2 \cdot x_5^4}{12} - \frac{b_2 \cdot x_5^3}{6} - \frac{c_2 \cdot x_5^2}{2}$$

3. $P_{41x}(x_3=2500 \text{ mm}) = P_{42x}(x_3=2500 \text{ mm})$ - вредност функције угиба греде левог и десног сегмента у средини распона

$$\frac{a_1 \cdot x_3^4}{12} + \frac{b_1 \cdot x_3^3}{6} + \frac{c_1 \cdot x_3^2}{2} + C_1 \cdot x_3 + D_1 = \frac{a_2 \cdot x_3^4}{12} + \frac{b_2 \cdot x_3^3}{6} + \frac{c_2 \cdot x_3^2}{2} + C_2 \cdot x_3 + D_2$$

$$C_1 \cdot x_3 + D_1 - C_2 \cdot x_3 - D_2 = \frac{a_2 \cdot x_3^4}{12} + \frac{b_2 \cdot x_3^3}{6} + \frac{c_2 \cdot x_3^2}{2} - \frac{a_1 \cdot x_3^4}{12} - \frac{b_1 \cdot x_3^3}{6} - \frac{c_1 \cdot x_3^2}{2}$$

4. $P'_{41x}(x_3=2500 \text{ mm}) = P'_{42x}(x_3=2500 \text{ mm})$ - израз континуитета нагиба функције угиба греде левог и десног сегмента у средини распона

$$\frac{a_1 \cdot x_3^3}{3} + \frac{b_1 \cdot x_3^2}{2} + c_1 \cdot x_3 + C_1 = \frac{a_2 \cdot x_3^3}{3} + \frac{b_2 \cdot x_3^2}{2} + c_2 \cdot x_3 + C_2$$

$$C_1 - C_2 = \frac{a_2 \cdot x_3^3}{3} + \frac{b_2 \cdot x_3^2}{2} + c_2 \cdot x_3 - \frac{a_1 \cdot x_3^3}{3} - \frac{b_1 \cdot x_3^2}{2} - c_1 \cdot x_3$$

Решавање система једначина непознатих интеграционих константи

$$I := \begin{pmatrix} x_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_5 & 1 \\ x_3 & 1 & -x_3 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} C_1 \\ D_1 \\ C_2 \\ D_2 \end{pmatrix},$$

$$G := \begin{pmatrix} \frac{-a_1 \cdot x_1^4}{12} - \frac{b_1 \cdot x_1^3}{6} - \frac{c_1 \cdot x_1^2}{2} \\ \frac{-a_2 \cdot x_5^4}{12} - \frac{b_2 \cdot x_5^3}{6} - \frac{c_2 \cdot x_5^2}{2} \\ \frac{a_2 \cdot x_3^4}{12} + \frac{b_2 \cdot x_3^3}{6} + \frac{c_2 \cdot x_3^2}{2} - \frac{a_1 \cdot x_3^4}{12} - \frac{b_1 \cdot x_3^3}{6} - \frac{c_1 \cdot x_3^2}{2} \\ \frac{a_2 \cdot x_3^3}{3} + \frac{b_2 \cdot x_3^2}{2} + c_2 \cdot x_3 - \frac{a_1 \cdot x_3^3}{3} - \frac{b_1 \cdot x_3^2}{2} - c_1 \cdot x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-0.009117) \\ (-19.154201) \\ (0) \\ (0) \end{pmatrix}$$

$$I^{-1} = \begin{pmatrix} -0.000227 & 0.000227 & 0.000227 & 0.5 \\ 1.068182 & -0.068182 & -0.068182 & -150 \\ -0.000227 & 0.000227 & 0.000227 & -0.5 \\ 1.068182 & -0.068182 & -1.068182 & 2350 \end{pmatrix}$$

$$N := I^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -0.009117 \\ -19.154201 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.004351 \\ 1.29623 \\ -0.004351 \\ 1.29623 \end{pmatrix}$$

Интеграционе константе

$$C_1 := \text{submatrix}(N, 0, 0, 0, 0) = (-4.351 \times 10^{-3})$$

$$D_1 := \text{submatrix}(N, 1, 1, 0, 0) = (1.296)$$

$$C_2 := \text{submatrix}(N, 2, 2, 0, 0) = (-4.351 \times 10^{-3})$$

$$D_2 := \text{submatrix}(N, 3, 3, 0, 0) = (1.296)$$

Вредности угиба у разматраним пресецима

$$P_{41 \times 1} := \frac{a_1}{12} \cdot x_1^4 + \frac{b_1}{6} \cdot x_1^3 + \frac{c_1}{2} \cdot x_1^2 + -4.351 \times 10^{-3} \cdot x_1 + 1.296 = (-0)$$

$$P_{41x2} := \frac{a_1}{12} \cdot x_2^4 + \frac{b_1}{6} \cdot x_2^3 + \frac{c_1}{2} \cdot x_2^2 + -4.351 \times 10^{-3} \cdot x_2 + 1.296 = (-3.548)$$

$$P_{41x3} := \frac{a_1}{12} \cdot x_3^4 + \frac{b_1}{6} \cdot x_3^3 + \frac{c_1}{2} \cdot x_3^2 + -4.351 \times 10^{-3} \cdot x_3 + 1.296 = (-5.502)$$

$$P_{42x3} := \frac{a_2}{12} \cdot x_3^4 + \frac{b_2}{6} \cdot x_3^3 + \frac{c_2}{2} \cdot x_3^2 + -4.351 \times 10^{-3} \cdot x_3 + 1.296 = (-5.502)$$

$$P_{42x4} := \frac{a_2}{12} \cdot x_4^4 + \frac{b_2}{6} \cdot x_4^3 + \frac{c_2}{2} \cdot x_4^2 + -4.351 \times 10^{-3} \cdot x_4 + 1.296 = (-3.547)$$

$$P_{42x5} := \frac{a_2}{12} \cdot x_5^4 + \frac{b_2}{6} \cdot x_5^3 + \frac{c_2}{2} \cdot x_5^2 + -4.351 \times 10^{-3} \cdot x_5 + 1.296 = (0.001)$$

Треба напоменути да су систем једначина и одговарајући гранични услови тако постављени, да је усвојено да је у пресеку „1“ и пресеку „5“ угиб греде једнак 0. Усвајање нултих вредности угиба у овим пресецима је последица самог поступка прорачуна, где се морају усвојити нулте вредности на почетку и на крају кубне криве. С обзиром да се поступак прорачуна заснива на вредностима дилатација у основном материјалу структуре од дејства оптерећења, за приказани случај статичког система прости греде, усвајањем пресека „1“ на самом почетку греде ($x_1=0$ mm) и пресека „5“ на крају греде ($x_5=5000$ mm) прорачун се не би могао спровести, јер су вредности момента савијања у тим тачкама једнаки нули, зато што се ради о случају чистог савијања греде. Из тога произилази да су и вредности дилатација у тим пресецима једнаки нули, па се поступак прорачуна не може спровести. Вредности вертикалних померања на почетку и на крају греде једнаке су нули, јер су у аналитичком моделу усвојени ослонци који не допуштају вертикална померања. Вредности угиба у почетном и крајњем пресеку „1“ и „5“, на позицијама на којима су усвојени, нису једнак нули, већ имају вредности,

$$y_{x1} = -1.296 \text{ mm}, y_{x5} = -1.296 \text{ mm},$$

у складу са угибима добијеним преко аналитичких израза. Ово има за последицу да се на све вредности добијене овим поступком прорачуна, морају додати ове вредности угиба (за функцију угиба греде левог сегмента вредност угиба y_{x1} , а за функцију угиба греде десног сегмента y_{x5}).

Код реалних структура, неопходно је поставити сензоре линеарног померања за директно мерење померања, како би се познавала вредност вертикалних померања у ослоначким пресецима греде.

$$U_1 := P_{41x1} + y_{x1} = (-1.296) \text{ mm}$$

$$U_2 := P_{41x2} + y_{x1} = (-4.844) \text{ mm}$$

$$U_{31} := P_{41x3} + y_{x1} = (-6.799) \text{ mm}$$

$$U_{32} := P_{42x3} + y_{x5} = (-6.799) \text{ mm}$$

$$U_4 := P_{42x4} + y_{x5} = (-4.844) \text{ mm}$$

$$U_5 := P_{42x5} + y_{x5} = (-1.296) \text{ mm}$$

Као што се може видети из приложених резултата, поступак добијања функције угиба на основу познате функције кривине греде, применом двоструке интеграције функције кривине греде даје резултате који су идентични вредностима угиба добијених помоћу аналитичких формула.

Приказаним поступком прорачуна добили смо вредности угиба, на статичком моделу греде константног попречног пресека (константног момента инерције) и модула еластичности. Промена момента инерције дуж греде довела би до тога да је неопходно греду изделити на више сегмената са приближно сличним вредностима момента инерције, а самим тим би се морало формирати више функција једначина кривине греде и више функција угиба греде. Приказани поступак прорачуна је веома комплексан, а у случају да је неопходно греду изделити на више сегмената, постаје још комплекснији.

Како би се избегло усложњавање поступка прорачуна, предлаже се измена самог поступка. На основу познатих вредности дилатација у горњем и доњем влакну попречног пресека добијамо вредности средњег полупречника кривине греде, и решавањем система једначина долазимо до непознатих коефицијената полинома. На основу ових података треба извршити интерполацију кубном кривом (*Cubic Spline Interpolation*) функције кривине греде, а да се затим поступком двоструке нумеричке интеграције добију вредности функције угиба греде. Предност ове измене поступка прорачуна је тај што се функција угиба греде тада може разматрати у великом броју тачака, у зависности од корака двоструке нумеричке интеграције. Такође, пошто је неопходно формирати сегменте са приближно истим моментима инерције попречног пресека,

предложена примена интерполације кубном кривом обухватиће ове издвојене сегменте на много једноставнији начин, и сам поступак прорачуна биће бржи и једноставнији.

3.2 Нумерички поступак прорачуна угиба добијен применом интерполације кубном кривом

Усваја се претпоставка да је функција кривине греде на сваком свом делу полином трећег степена - кубна крива:

$$P^3(x) = dx^3 + cx^2 + bx + a \quad (3.2)$$

Потребно је да израчунамо непознате коефицијенте, „ a “, „ b “, „ c “ и „ d “, у циљу формирања функције кривине греде у форми полинома трећег степена – кубне криве. Како би смо проверили тачност поступка, усвојићемо исту претпоставку као и у приказу поступка прорачуна у тачки 3.1, тј. претпоставићемо да смо измерили вредности дилатација у горњем и доњем влакну попречног пресека, које су идентичне вредностима дилатација које смо добили аналитичким путем.

Табела 3.1. Карактеристике пресека греде и улазни подаци прорачуна

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег појаса	Модул еластичности материјала	Напон на горњем појасу	Напон на доњем појасу
бр.	X_i (mm)	d (mm)	E (N/mm ²)	σ_{ig} (N/mm ²)	σ_{id} (N/mm ²)
0	0	200	210000	0	0
1	300			-12.368	12.368
2	1250			-41.118	41.118
3	2500			-54.825	54.825
4	3750			-41.118	41.118
5	4700			-12.368	12.368
6	5000			0	0

Табела 3.2. Улазни подаци прорачуна

Мерни пресек	Дилатација на горњем појасу	Дилатација на доњем појасу	Растојање неутралне осе од доње ивице	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ε_{ig} (mm/mm)	ε_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	0	0	100	0	0
1	-5.88952E-05	5.88952E-05	100	1697930.142	5.88952E-07
2	-0.0001958	0.0001958	100	510725.2298	0.000001958
3	-0.000261071	0.000261071	100	383036.9357	2.61071E-06
4	-0.0001958	0.0001958	100	510725.2298	0.000001958
5	-5.88952E-05	5.88952E-05	100	1697930.142	5.88952E-07
6	0	0	100	0	0

Усвојени су подинтервали интерполационог полинома који одговарају растојањима између усвојених пресека греде, тј. пресецима у којима су познате вредности дилатација у горњем и доњем влакну попречног пресека, па имамо:

Табела 3.3. Улазни параметри поступка интерполације

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(h_j)	(a_j)
0	300	0
1	950	5.88952E-07
2	1250	0.000001958
3	1250	2.61071E-06
4	950	0.000001958
5	300	5.88952E-07
6		0

Приказаће се решење у матричном облику:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_0 & 2 \cdot (h_0 + h_1) & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 2 \cdot (h_1 + h_2) & h_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_2 & 2 \cdot (h_2 + h_3) & h_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_3 & 2 \cdot (h_3 + h_4) & h_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & 2 \cdot (h_4 + h_5) & h_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y := \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{h_1} \cdot (a_2 - a_1) - \frac{3}{h_0} \cdot (a_1 - a_0) \\ \frac{3}{h_2} \cdot (a_3 - a_2) - \frac{3}{h_1} \cdot (a_2 - a_1) \\ \frac{3}{h_3} \cdot (a_4 - a_3) - \frac{3}{h_2} \cdot (a_3 - a_2) \\ \frac{3}{h_4} \cdot (a_5 - a_4) - \frac{3}{h_3} \cdot (a_4 - a_3) \\ \frac{3}{h_5} \cdot (a_6 - a_5) - \frac{3}{h_4} \cdot (a_5 - a_4) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 300 & 2500 & 950 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 950 & 4400 & 1250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1250 & 5000 & 1250 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1250 & 4400 & 950 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 950 & 2500 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.56622 \cdot 10^{-9} \\ -2.75679 \cdot 10^{-9} \\ -3.13303 \cdot 10^{-9} \\ -2.75679 \cdot 10^{-9} \\ -1.56622 \cdot 10^{-9} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2.776 \cdot 10^{-19} & -5.551 \cdot 10^{-19} & 1.156 \cdot 10^{-18} & -2.442 \cdot 10^{-17} & 6.009 \cdot 10^{-17} & 2.185 \cdot 10^{-14} \\ -1.317 \cdot 10^{-1} & 4.390 \cdot 10^{-4} & -1.027 \cdot 10^{-4} & 2.783 \cdot 10^{-5} & -8.612 \cdot 10^{-6} & 3.273 \cdot 10^{-6} & -9.818 \cdot 10^{-4} \\ 3.081 \cdot 10^{-2} & -1.027 \cdot 10^{-4} & 2.702 \cdot 10^{-4} & -7.323 \cdot 10^{-5} & 2.266 \cdot 10^{-5} & -8.612 \cdot 10^{-6} & 2.584 \cdot 10^{-3} \\ -8.348 \cdot 10^{-3} & 2.783 \cdot 10^{-5} & -7.323 \cdot 10^{-5} & 2.366 \cdot 10^{-4} & -7.323 \cdot 10^{-5} & 2.783 \cdot 10^{-5} & -8.348 \cdot 10^{-3} \\ 2.584 \cdot 10^{-3} & -8.612 \cdot 10^{-6} & 2.266 \cdot 10^{-5} & -7.323 \cdot 10^{-5} & 2.702 \cdot 10^{-4} & -1.027 \cdot 10^{-4} & 3.081 \cdot 10^{-2} \\ -9.818 \cdot 10^{-4} & 3.273 \cdot 10^{-6} & -8.612 \cdot 10^{-6} & 2.783 \cdot 10^{-5} & -1.027 \cdot 10^{-4} & 4.390 \cdot 10^{-4} & -1.317 \cdot 10^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = A^{-1} \cdot Y = \begin{bmatrix} -2.84299 \cdot 10^{-26} \\ -4.73064 \cdot 10^{-13} \\ -4.03742 \cdot 10^{-13} \\ -4.24735 \cdot 10^{-13} \\ -4.03742 \cdot 10^{-13} \\ -4.73064 \cdot 10^{-13} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Како су нам коефицијенти „ a_j “ познати, а коефицијенте „ c_j “ смо добили решавањем једначина, приступамо израчунавању коефицијената „ b_j “ и „ d_j “, за сваки усвојени подинтервал. Вредности коефицијената „ b_j “ и „ d_j “ се израчунавају

из познатих вредности „ a_j “ и „ c_j “. Коefицијенти интерполационе кубне криве приказани су табеларно, за све усвојене подинтервале:

Табела 3.4. Израчунати коefицијенти интерполационог полинома

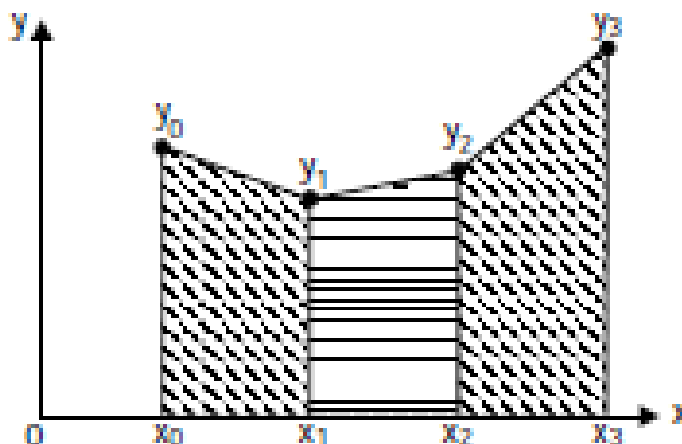
Мерни пресек	Корак интерполације	Коefицијенти интерполационе кубне криве			
		(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
бр.	(h_j)				
0	300	0	2.01048E-09	-2.84299E-26	-5.25627E-16
1	950	5.88952E-07	1.86856E-09	-4.73064E-13	2.43236E-17
2	1250	0.000001958	1.0356E-09	-4.03742E-13	-5.59809E-18
3	1250	2.61071E-06	0	-4.24735E-13	5.59809E-18
4	950	0.000001958	-1.0356E-09	-4.03742E-13	-2.43236E-17
5	300	5.88952E-07	-1.86856E-09	-4.73064E-13	5.25627E-16
6		0		0	

Сада можемо приступити формирању функције кривине греде, и њеној двострукој интеграцији како би смо добили функцију вертикалног померања – угиба греде.

Интеграциони метод користи трапезно правило:

$$I_n = \int_{x_{n-1}}^{x_n} y dx = \frac{h}{2} (y_{n-1} + y_n), \quad (3.3)$$

Трапезно правило је једноставно правило за нумеричку интеграцију. За одређивање површине испод неке криве $y = f(x)$, криву треба изделити на довољан број једнаких делова, довољан број трапеза. Познате вредности функције су спојене правим линијама.



Слика 3.2. Интеграција трапезним правилом

Између сваке две познате вредности функције, формира се подинтервал који је апроксимиран линијама које спајају познате тачке функције, и линијама које се спуштају од познатих тачака функције до „ x “ осе у успостављеном координатном систему, формирајући један трапез. Површина сваког од ових трапеза добија се множењем корака интеграције „ h ” са средњом вредности од две разматране вредности, тачке функције. Површина испод задане криве једнака је суми свих елементарних површина појединачних трапеза, чиме је извршена апроксимација вредности интеграла [47].

Табела 3.5. Интерполациони полином на укупном распону греде - део 1

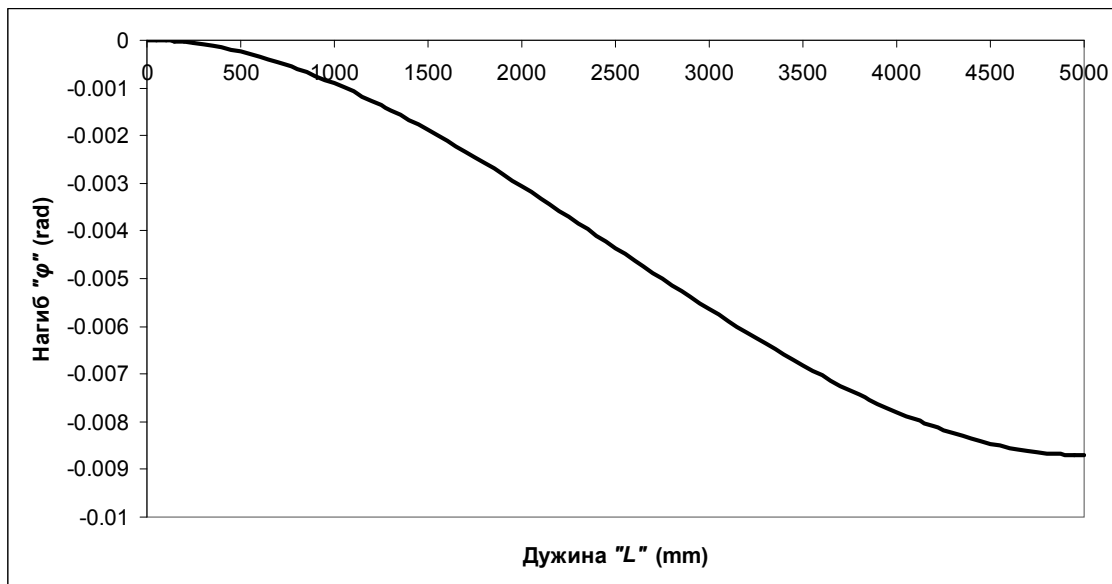
Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
0	0	2.01048E-09	-2.84299E-26	-5.25627E-16	0	0
50					-1.00458E-07	-2.51146E-06
100					-2.00522E-07	-1.0036E-05
150					-2.99798E-07	-2.2544E-05
200					-3.97891E-07	-3.99862E-05
250					-4.94407E-07	-6.22937E-05
300	5.88952E-07	1.86856E-09	-4.73064E-13	2.43236E-17	-5.88952E-07	-8.93777E-05
350					-6.81201E-07	-0.000121132
400					-7.71102E-07	-0.000157439
450					-8.58675E-07	-0.000198184
500					-9.43937E-07	-0.000243249
550					-1.02691E-06	-0.00029252
600					-1.1076E-06	-0.000345883
650					-1.18604E-06	-0.000403224
700					-1.26224E-06	-0.000464431
750					-1.33623E-06	-0.000529393
800					-1.40801E-06	-0.000597998
850					-1.47761E-06	-0.000670139
900					-1.54504E-06	-0.000745705
950					-1.61033E-06	-0.000824589
1000					-1.67349E-06	-0.000906684
1050					-1.73454E-06	-0.000991885
1100					-1.79349E-06	-0.001080086
1150					-1.85038E-06	-0.001171183
1200					-1.90521E-06	-0.001265072
1250	0.000001958	1.0356E-09	-4.03742E-13	-5.59809E-18	-0.000001958	-0.001361653
1300					-2.00877E-06	-0.001460822
1350					-2.05752E-06	-0.001562479
1400					-2.10424E-06	-0.001666523
1450					-2.14892E-06	-0.001772852
1500					-2.19158E-06	-0.001881364
1550					-2.23219E-06	-0.001991959
1600					-2.27076E-06	-0.002104532
1650					-2.30728E-06	-0.002218983
1700					-2.34175E-06	-0.002335209
1750					-2.37416E-06	-0.002453107
1800					-2.40451E-06	-0.002572574
1850					-2.4328E-06	-0.002693507
1900					-2.45902E-06	-0.002815802
1950					-2.48316E-06	-0.002939357
2000					-2.50523E-06	-0.003064067
2050					-2.52522E-06	-0.003189828
2100					-2.54312E-06	-0.003316536
2150					-2.55892E-06	-0.003444087
2200					-2.57264E-06	-0.003572376
2250					-2.58426E-06	-0.003701299
2300					-2.59377E-06	-0.003830749
2350					-2.60118E-06	-0.003960623
2400					-2.60647E-06	-0.004090814
2450					-2.60965E-06	-0.004221217
2500	2.61071E-06	0	-4.24735E-13	5.59809E-18	-2.61071E-06	-0.004351726

Поглавље 3: Нумерички поступак прорачуна вертикалних померања из познатих вредности дилатација

Табела 3.6. Интерполациони полином на укупном распону греде - део 2

Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
2500	2.61071E-06	0	-4.24735E-13	5.59809E-18	-2.61071E-06	-0.004351726
2550					-2.60965E-06	-0.004482236
2600					-2.60647E-06	-0.004612639
2650					-2.60118E-06	-0.00474283
2700					-2.59377E-06	-0.004872704
2750					-2.58426E-06	-0.005002154
2800					-2.57264E-06	-0.005131077
2850					-2.55892E-06	-0.005259366
2900					-2.54312E-06	-0.005386917
2950					-2.52522E-06	-0.005513625
3000					-2.50523E-06	-0.005639386
3050					-2.48316E-06	-0.005764096
3100					-2.45902E-06	-0.005887651
3150					-2.4328E-06	-0.006009946
3200					-2.40451E-06	-0.006130879
3250					-2.37416E-06	-0.006250346
3300					-2.34175E-06	-0.006368244
3350					-2.30728E-06	-0.006484469
3400					-2.27076E-06	-0.00659892
3450					-2.23219E-06	-0.006711494
3500					-2.19158E-06	-0.006822088
3550					-2.14892E-06	-0.006930601
3600					-2.10424E-06	-0.00703693
3650					-2.05752E-06	-0.007140974
3700					-2.00877E-06	-0.007242631
3750	0.000001958	-1.0356E-09	-4.03742E-13	-2.43236E-17	-0.000001958	-0.0073418
3800					-1.90521E-06	-0.00743838
3850					-1.85038E-06	-0.00753227
3900					-1.79349E-06	-0.007623367
3950					-1.73454E-06	-0.007711568
4000					-1.67349E-06	-0.007796768
4050					-1.61033E-06	-0.007878864
4100					-1.54504E-06	-0.007957748
4150					-1.47761E-06	-0.008033314
4200					-1.40801E-06	-0.008105454
4250					-1.33623E-06	-0.00817406
4300					-1.26224E-06	-0.008239022
4350					-1.18604E-06	-0.008300229
4400					-1.1076E-06	-0.00835757
4450					-1.02691E-06	-0.008410933
4500					-9.43937E-07	-0.008460204
4550					-8.58675E-07	-0.008505269
4600					-7.71102E-07	-0.008546014
4650					-6.81201E-07	-0.008582321
4700	5.88952E-07	-1.86856E-09	-4.73064E-13	5.25627E-16	-5.88952E-07	-0.008614075
4750					-4.94407E-07	-0.008641159
4800					-3.97891E-07	-0.008663467
4850					-2.99798E-07	-0.008680909
4900					-2.00522E-07	-0.008693417
4950					-1.00458E-07	-0.008700941
5000					1.48893E-23	-0.008703453

Добијене су вредности интерполиране функције кривине греде и вредности I интеграције функције кривине греде. По дефиницији, вредност I интеграције функције кривине греде јесте функција нагиба греде. Дијаграм овако добијене функције нагиба греде је:



Дијаграм 3.1. Функција нагиба греде након I интеграције кривине греде

Овако добијени дијаграм функције нагиба греде, није у сагласности са стварним дијаграмом функције нагиба греде. Разлог за одступање облика дијаграма од стварног облика налазимо у полазним претпоставкама. Као што смо већ раније навели, везе између дилатације у било ком влакну попречног пресека греде и кривине греде дате су са :

$$\frac{1}{\rho(x)} = -\frac{\varepsilon(x)}{y}, \quad (3.4)$$

Где је :

- ρ - полупречник кривине греде
- x – апсциса у правцу греде
- ε – дилатација издужења или скраћења
- y – растојање доњег влакна од неутралне осе

Овај израз је изведен из еластичне линије греде:

$$\frac{1}{\rho(x)} = -\frac{M}{E \cdot I_y}, \quad \text{а како је: } \sigma_x = -\frac{M}{I_y} \cdot y$$

Тада је :

$$\frac{1}{\rho(x)} = -\frac{M}{E \cdot I_y} = -\frac{\frac{\sigma_x \cdot I_y}{y}}{E \cdot I_y} = -\frac{\sigma_x}{E \cdot y} = -\frac{\varepsilon(x) \cdot E}{E \cdot y} = -\frac{\varepsilon(x)}{y}, \quad (3.5)$$

Са друге стране, постоји веза и између угла заокрета два попречна пресека на међусобној удаљености dx :

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{d\varphi}{dx} \rightarrow \varphi = \int \frac{1}{\rho(x)} dx, \quad (3.6)$$

На основу овога следи да I интеграција апроксимиране функције кривине греде представља вредности функције нагиба на целој дужини греде. Уколико погледамо резултате I интеграције, видимо да су то све негативне вредности, а сама функција нагиба греде је таква да је за максималну вредност угиба греде, вредност нагиба једнака нули (пресек у средини распона греде). Такође, мерење нагиба се врши од хоризонталног правца у правцу простирања греде који пролази кроз разматрани пресек у правцу кретања казальки на сату (позитивна вредност). За статички систем просте греде, вредност нагиба греде је максимална у левом ослонцу, достиже нулту вредност у средини распона и након тога узима негативне вредности нагиба које су по апсолутној вредности једнаке вредностима са леве стране греде до половине распона.

Неодговарајући облик дијаграма нагиба греде добијеног I интеграцијом интерполиране функције кривине греде, произилази из чињенице да смо до вредности за кривину греде у посматраним пресецима дошли на основу вредности дилатација у горњем и доњем влакну, при чему се не може утврдити позитивна или негативна вредност нагиба греде.

Зато се у поступку интеграције, а пре II интеграције мора извршити модификација вредности I интеграције, и то на следећи начин:

- налази се вредност I интеграције за $x = 2500 \text{ mm}$ (средина греде),
- вредности I интеграције се умањују за ту вредност,
- добијају се вредности модификоване I интеграције са нултом вредности у пресеку $x = 2500 \text{ mm}$.

На овај начин формирали смо одговарајући дијаграм функције нагиба дуж греде услед деловања оптерећења.

Сада приступамо II интеграцији функције кривине греде, тј. I интеграцији модификоване вредности функције нагиба греде:

Поглавље 3: Нумерички поступак прорачуна вертикалних померања из познатих вредности дилатација

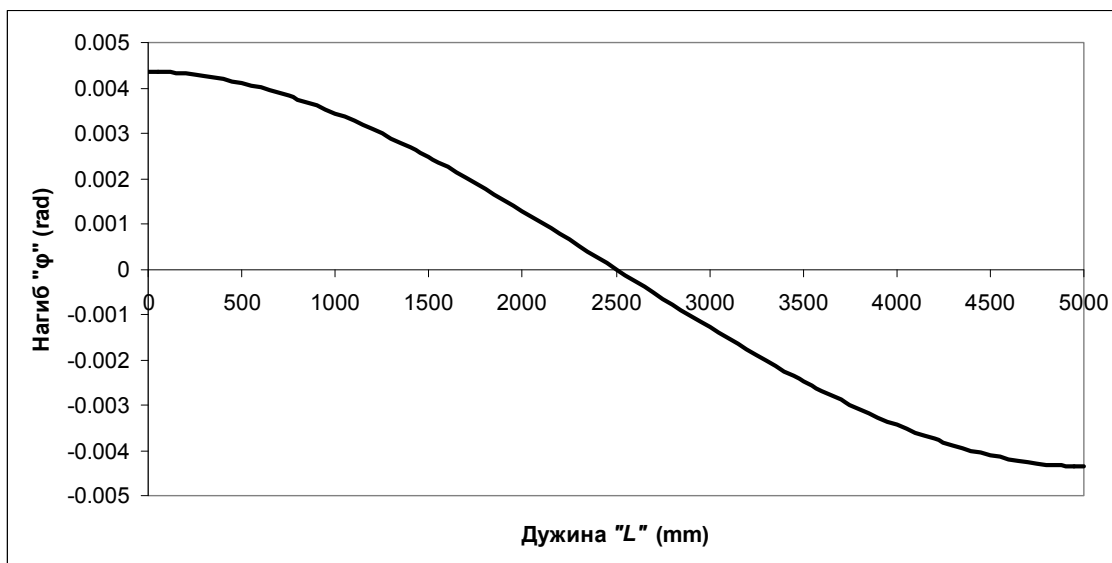
Табела 3.7. Поступак добијања угиба на укупном распону греде - део 1

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,cp}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
0	0	0	-0.004351726	0.004351726	0.000
50	-1.00458E-07	-2.51146E-06		0.004349215	-0.218
100	-2.00522E-07	-1.0036E-05		0.00434169	-0.435
150	-2.99798E-07	-2.2544E-05		0.004329182	-0.652
200	-3.97891E-07	-3.99862E-05		0.00431174	-0.868
250	-4.94407E-07	-6.22937E-05		0.004289433	-1.083
300	-5.88952E-07	-8.93777E-05		0.004262349	-1.296
350	-6.81201E-07	-0.000121132		0.004230595	-1.509
400	-7.71102E-07	-0.000157439		0.004194287	-1.719
450	-8.58675E-07	-0.000198184		0.004153543	-1.928
500	-9.43937E-07	-0.000243249		0.004108478	-2.135
550	-1.02691E-06	-0.00029252		0.004059207	-2.339
600	-1.1076E-06	-0.000345883		0.004005844	-2.540
650	-1.18604E-06	-0.000403224		0.003948503	-2.739
700	-1.26224E-06	-0.000464431		0.003887296	-2.935
750	-1.33623E-06	-0.000529393		0.003822334	-3.128
800	-1.40801E-06	-0.000597998		0.003753728	-3.317
850	-1.47761E-06	-0.000670139		0.003681588	-3.503
900	-1.54504E-06	-0.000745705		0.003606022	-3.685
950	-1.61033E-06	-0.000824589		0.003527137	-3.864
1000	-1.67349E-06	-0.000906684		0.003445042	-4.038
1050	-1.73454E-06	-0.000991885		0.003359841	-4.208
1100	-1.79349E-06	-0.001080086		0.003271641	-4.374
1150	-1.85038E-06	-0.001171183		0.003180544	-4.535
1200	-1.90521E-06	-0.001265072		0.003086654	-4.692
1250	-0.00001958	-0.001361653	0.002990074	-4.844	
1300	-2.00877E-06	-0.001460822	0.002890905	-4.991	
1350	-2.05752E-06	-0.001562479	0.002789247	-5.133	
1400	-2.10424E-06	-0.001666523	0.002685204	-5.270	
1450	-2.14892E-06	-0.001772852	0.002578875	-5.401	
1500	-2.19158E-06	-0.001881364	0.002470362	-5.528	
1550	-2.23219E-06	-0.001991959	0.002359768	-5.648	
1600	-2.27076E-06	-0.002104532	0.002247194	-5.763	
1650	-2.30728E-06	-0.002218983	0.002132743	-5.873	
1700	-2.34175E-06	-0.002335209	0.002016517	-5.977	
1750	-2.37416E-06	-0.002453107	0.001898619	-6.075	
1800	-2.40451E-06	-0.002572574	0.001779153	-6.167	
1850	-2.4328E-06	-0.002693507	0.00165822	-6.252	
1900	-2.45902E-06	-0.002815802	0.001535924	-6.332	
1950	-2.48316E-06	-0.002939357	0.00141237	-6.406	
2000	-2.50523E-06	-0.003064067	0.00128766	-6.474	
2050	-2.52522E-06	-0.003189828	0.001161899	-6.535	
2100	-2.54312E-06	-0.003316536	0.00103519	-6.590	
2150	-2.55892E-06	-0.003444087	0.000907639	-6.638	
2200	-2.57264E-06	-0.003572376	0.00077935	-6.680	
2250	-2.58426E-06	-0.003701299	0.000650428	-6.716	
2300	-2.59377E-06	-0.003830749	0.000520977	-6.745	
2350	-2.60118E-06	-0.003960623	0.000391104	-6.768	
2400	-2.60647E-06	-0.004090814	0.000260912	-6.785	
2450	-2.60965E-06	-0.004221217	0.000130509	-6.794	
2500	-2.61071E-06	-0.004351726	0	-6.798	

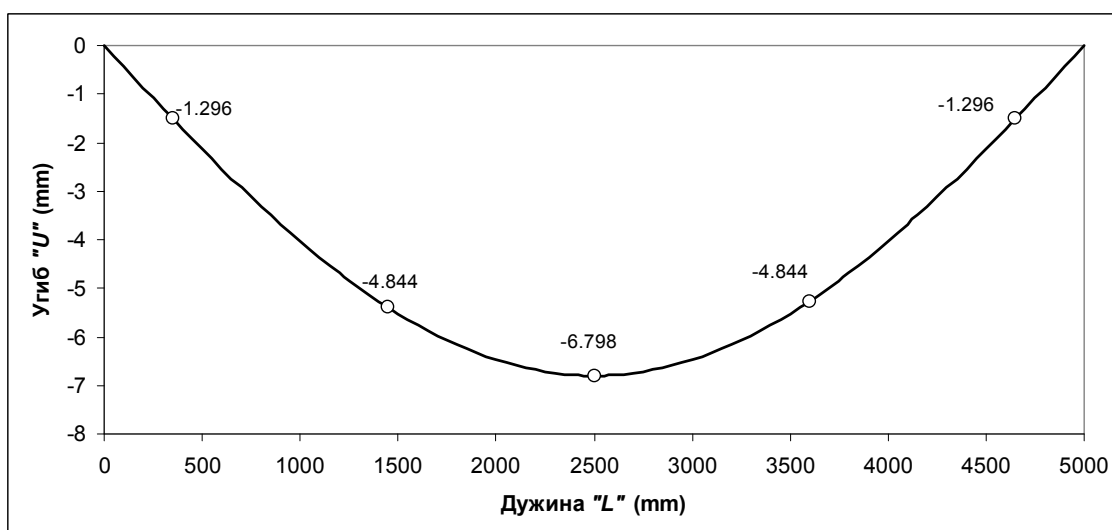
Табела 3.8. Поступак добијања угиба на укупном распону греде - део 2

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,cp}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
2500	-2.61071E-06	-0.004351726	-0.004351726	0	-6.798
2550	-2.60965E-06	-0.004482236		-0.000130509	-6.794
2600	-2.60647E-06	-0.004612639		-0.000260912	-6.785
2650	-2.60118E-06	-0.00474283		-0.000391104	-6.768
2700	-2.59377E-06	-0.004872704		-0.000520977	-6.745
2750	-2.58426E-06	-0.005002154		-0.000650428	-6.716
2800	-2.57264E-06	-0.005131077		-0.00077935	-6.680
2850	-2.55892E-06	-0.005259366		-0.000907639	-6.638
2900	-2.54312E-06	-0.005386917		-0.00103519	-6.590
2950	-2.52522E-06	-0.005513625		-0.001161899	-6.535
3000	-2.50523E-06	-0.005639386		-0.00128766	-6.474
3050	-2.48316E-06	-0.005764096		-0.00141237	-6.406
3100	-2.45902E-06	-0.005887651		-0.001535924	-6.332
3150	-2.4328E-06	-0.006009946		-0.00165822	-6.252
3200	-2.40451E-06	-0.006130879		-0.001779153	-6.167
3250	-2.37416E-06	-0.006250346		-0.001898619	-6.075
3300	-2.34175E-06	-0.006368244		-0.002016517	-5.977
3350	-2.30728E-06	-0.006484469		-0.002132743	-5.873
3400	-2.27076E-06	-0.00659892		-0.002247194	-5.763
3450	-2.23219E-06	-0.006711494		-0.002359768	-5.648
3500	-2.19158E-06	-0.006822088		-0.002470362	-5.528
3550	-2.14892E-06	-0.006930601		-0.002578875	-5.401
3600	-2.10424E-06	-0.00703693		-0.002685204	-5.270
3650	-2.05752E-06	-0.007140974		-0.002789247	-5.133
3700	-2.00877E-06	-0.007242631		-0.002890905	-4.991
3750	-0.000001958	-0.0073418		-0.002990074	-4.844
3800	-1.90521E-06	-0.00743838		-0.003086654	-4.692
3850	-1.85038E-06	-0.00753227		-0.003180544	-4.535
3900	-1.79349E-06	-0.007623367		-0.003271641	-4.374
3950	-1.73454E-06	-0.007711568		-0.003359841	-4.208
4000	-1.67349E-06	-0.007796768		-0.003445042	-4.038
4050	-1.61033E-06	-0.007878864		-0.003527137	-3.864
4100	-1.54504E-06	-0.007957748		-0.003606022	-3.685
4150	-1.47761E-06	-0.008033314		-0.003681588	-3.503
4200	-1.40801E-06	-0.008105454		-0.003753728	-3.317
4250	-1.33623E-06	-0.00817406		-0.003822334	-3.128
4300	-1.26224E-06	-0.008239022		-0.003887296	-2.935
4350	-1.18604E-06	-0.008300229	-0.003948503	-2.739	
4400	-1.1076E-06	-0.00835757	-0.004005844	-2.540	
4450	-1.02691E-06	-0.008410933	-0.004059207	-2.339	
4500	-9.43937E-07	-0.008460204	-0.004108478	-2.135	
4550	-8.58675E-07	-0.008505269	-0.004153543	-1.928	
4600	-7.71102E-07	-0.008546014	-0.004194287	-1.719	
4650	-6.81201E-07	-0.008582321	-0.004230595	-1.509	
4700	-5.88952E-07	-0.008614075	-0.004262349	-1.296	
4750	-4.94407E-07	-0.008641159	-0.004289433	-1.083	
4800	-3.97891E-07	-0.008663467	-0.00431174	-0.868	
4850	-2.99798E-07	-0.008680909	-0.004329182	-0.652	
4900	-2.00522E-07	-0.008693417	-0.00434169	-0.435	
4950	-1.00458E-07	-0.008700941	-0.004349215	-0.218	
5000	1.48893E-23	-0.008703453	-0.004351726	0.000	

Добијене вредности функције нагиба греде и функције угиба греде приказани су у форми дијаграма:



Дијаграм 3.2. Функција нагиба греде након I интеграције кривине греде (модификована)



Дијаграм 3.3. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (I интеграције нагиба греде)

Добијене вредности функције угиба греде су у потпуности једнаке, са вредностима које су добијене применом аналитичких израза и вредностима које су добијене применом методе прорачуна који као почетну претпоставку усваја облик функције кривине греде у форми полинома трећег степена – кубне криве.

Одступање је забележено у средини распона греде где разлика у односу на претходно добијене вредности на истом месту на греди износи 0.001 mm, што се може сматрати грешком насталој при заокруживању резултата прорачуна.

Табела 3.9. Поређење вредности угиба добијених помоћу два поступка

Мерни пресек бр.	Вертикално померање - угиб (аналитички поступак) (mm)	Вертикално померање - угиб (предложени поступак) (mm)	Апсолутно одступање (mm)	Процентуално одступање (%)
0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	-1.296	-1.296	0.0	0.0
2	-4.844	-4.844	0.0	0.0
3	-6.799	-6.798	0.001	0.015
4	-4.844	-4.844	0.0	0.0
5	-1.296	-1.296	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0

Приказани поступак прорачуна који предвиђа примену интерполационе кубне криве за апроксимирање функције кривине греде, а на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу греде у горњем и доњем влакну попречног пресека, услед деловања оптерећења, а затим и добијање функције угиба греде применом двоструке интеграције тако добијене функције кривине греде, даје вредности вертикалног померања - угиба греде, са задовољавајућом тачношћу, тј. вредности добијене применом овог поступка су једнаке вредностима добијеним помоћу аналитичких израза.

Поглавље 4

Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

4.1 Експериментално испитивање

У сврху једноставнијег упоређења резултата добијених путем експерименталних испитивања, са резултатима добијеним аналитичким путем, у лабораторијским условима изведено је испитивање на моделу који у потпуности одговара усвојеном моделу који је послужио за приказ адекватности примене развијеног поступка прорачуна. Поред експерименталног испитивања у лабораторијским условима, изведено је и испитивање на структури носача кранске стазе, у реалним условима експлоатације.

4.2 Лабораторијско испитивање на моделу носача у статичком систему просте греде

Модел за обављање експерименталног испитивања изведен је у статичком систему просте греде. Састоји се од челичног носача профила IPB (HEB) 200. Носач је укупне дужине $L=5200.0 \text{ mm}$, са ослонцима који су постављени на растојању од 100 mm од левог и десног краја носача. Леви ослонац изведен је као непокретни (дозвољена само ротација, не и померање), док је код десног ослонца поред ротације допуштено и померање у правцу осе простирања носача. Постављањем ослонца на овај начин, формиран је статички систем простог гредног носача, статичке дужине $L=5000.0 \text{ mm}$.

Експериментални модел изведен је у Лабораторији за испитивање конструкција Института ИМС. За аплицирање оптерећења коришћена је хидраулична преса "AMSLER" капацитета 200 kN. С обзиром да аплицирање оптерећења путем хидрауличне пресе подразумева деловање оптерећења у једној тачки на моделу, а како је у Поглављу 3. за опис предложеног поступка, греда

била оптерећена равномерно расподељеним оптерећењем, приступило се постављању помоћних елемената, како би се модел греде оптеретио на начин што приближнији природи оптерећења описаног у Поглављу 3.



Слика 4.1. Лабораторијско испитивање на моделу греде - диспозиција

Постављени помоћни елементи распоредили су делујуће концентрисано оптерећење од хидрауличне пресе, на осам (8) концентрисаних сила које делују на греду. Процењено је да овај број концентрисаних сила може са довољном тачношћу заменити деловање расподељеног оптерећења, тј. да се у овако оптерећеној греди остварују утицаји који су приближни утицајима који би се добили деловањем расподељеног оптерећења. Величина концентрисаног оптерећења мерена је помоћу динамометра *TS 10 AEP*. Динамометар *TS 10 AEP*, произвођача *AEP Transducers*, је уређај за мерење силе, који може вршити мерење и притисне и затезне силе. Спада у групу динамометара чији је рад заснован на принципу рада мерних трака (*Strain gauge based transducer*). Специјални облик динамометра у комбинацији са посебном врстом мерних трака које су постављене на телу динамометра, омогућавају мерење аплициране силе. Номинални капацитет силе износи $\pm 100 \text{ kN}$, а номинална осетљивост за вредност максималне силе од $\pm 100 \text{ kN}$ износи $\pm 2 \text{ mV/V}$. Комбинована грешка износи $\leq \pm 0.018 \%$, поновљивост $\leq \pm 0.010 \%$, и изведен је са IP68 заштитом. За читавање вредности

аплициране силе неопходно је поседовати мерно-аквизициони уређај (*Data Logger*)

За директно мерење померања услед деловања оптерећења коришћени су индуктивни угибомери *WA 100 HBM*, а за мерење дилатација у основном материјалу носача примењени су електроотпорни екстензометри – мерне траке *PFL 10 TML*. Угибомер *WA 100*, произвођача *Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH*, спада у групу линеарних сензора померања, који раде на принципу индукције, тј. линеарно варијабилни диференцијални претварач (*linear variable differential transformer*) – *LVDТ*. Уређај се састоји од тела и померљивог клипа. Унутар тела уграђени су индукциони калемови, а на клипу се налази феритни материјал. Уређај се поставља на сталак, тако да врх клипа додирује структуру на кој се мери померање. Услед померања структуре, долази до померања клипа, а самим тим и феритног материјала између индукционих калемова, и на тај начин долази до промене напона који је пропорционалан вредностима померања. Угибомер *WA 100* има номинални опсег од ± 100 mm, при чему номинална осетљивост износи ± 80 mV/V за вредности максималног померања. Грешка номиналне осетљивости износи ± 1 %, а линеарна девијација је $\leq \pm 0.2$ %. За читавање вредности померања неопходно је поседовати мерно-аквизициони уређај (*Data Logger*).

Данашњи произвођачи мерних трака развили су велики број типова, за различите намене ових сензора. Ово су сензори код којих је варијација у електричном отпору управо пропорционална дилатацији у основном материјалу структуре. Варијација електричног отпора настаје услед промене дужине отпорничког елемента, а самим тим се региструје и промена дилатације:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta R / R}{K}$$

ε – дилатација у основном материјалу

R – отпорност мерне траке

ΔR – промена отпорности услед дилатације

K – фактор мерне траке (доставља је произвођач)

Као што се из горње формуле види, отпорност мерне траке утиче директно на вредност измерене дилатације, тако да су произвођачи развили мерне траке различитих отпорности (120Ω , 350Ω , 700Ω , 1000Ω), како би побољшали мерења са мерним тракама, тј. мерна трака веће отпорности има већу вредност $\Delta R/R$, чиме се остварује већа промена излазног напона и обезбеђује квалитетније мерење помоћу мерног уређаја. Мерене дилатације су уобичајено веома мале, из чега произилази да су и промене отпора такође мале величине. Ове промене се уобичајено крећу у износу од $\pm 2 \text{ mV/V}$ на укупном мерном опсегу, тако да се за мерење промене отпора морају користити уређаји који су способни да региструју тако мале промене отпора.

Поред различитих отпора мерних трака, развијени су и типови у складу са основним материјалом структуре код којих се врши мерење дилатација. Развијени су посебни типови за феритне челике, нерђајуће челике, бакар, берилијум бакар, алуминијум, композитне материјале и разне врсте пластике, а све из разлога различитих величина дилатација које се могу јавити – више еластични материјали имају веће величине дилатација за иста напрезања.

С обзиром да се експеримент изводи на греди од челичног материјала класе Č0361 (S235 JR) који спада у групу феритних челика, одабрана је мерна трака са пуном ознаком *PFL 10-11-120 TML*, која је намењена мерењу дилатација на металима и бетонима. Први број након ознаке *PFL* означава дужину мерног елемента (10 mm), други број је ознака произвођача за материјал за који погодно користити овај тип мерне траке (11 – феритни челици, „меки“ челици, челици повећане тврдоће, ливено гвожђе, бетон), а трећи број означава отпорност мерне траке који код овог типа износи 120Ω . Отпорнички елемент изведен је од легуре бабра и никла (Cu-Ni) и постављен је на полиестерској подлози. Дилатациони лимит износи 2% (20000×10^{-6} дилатација).

На самом носачу постављено је пет (5) мерних пресека, у којима су постављене мерне траке и индуктивни угибомери. Мерне траке су постављене у паровима, по две на доњој ножици и две на горњој ножици у сваком пресеку, како би се избегли утицаји несиметрично задатог оптерећења. Измерене вредности

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

добијене су као средња вредност од две измерене вредности на по две мерне траке.



Слика 4.2. Лабораторијско испитивање на моделу греде - диспозиција



Слика 4.3. Лабораторијско испитивање на моделу греде - непокретни ослонац



Слика 4.4. Лабораторијско испитивање на моделу греде - покретни ослонац

Постављени мерни пресеци одговарају мерним пресецима по положају, који су усвојени за проверу поступка у Поглављу 3. Мерне траке постављене су у складу са предложеним у Поглављу 3, на горњој и доњој ножици челичног профила IPB (HEB) 200. Запис измерених величина вршен је помоћу три (3) универзална мерна појачала *QUANTUM MX840B HBM*, које заједно са рачунаром и мерно-аквизицијским софтвером *CATMAN AP HBM* чине мерно-аквизицијски систем. *QUANTUM MX840B* је универзално мерно појачало произвођача *Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH*, Немачка, које поседује осам (8) електрично-изолованих канала са могућношћу индивидуалног конфигурисања – на свим каналима могу се поставити потпуно различити сензори и посебно конфигурирати. Поседује могућност повезивања више мерних појачала, до максималног броја од шест међусобно повезаних појачала, чиме се формира мерно појачало са четрдесетосам (48) мерних канала, који је се сви такође могу индивидуално конфигурирати. Обезбеђена је могућност повезивања великог броја различитих типова сензора:

- мерне траке (120Ω, 350Ω, 1000Ω)
- индуктивни сензори
- пиезоотпорни сензори

- потенциометријски сензори
- напонски сензори (300mV, 10 V, 60 V)
- отпорни сензори
- отпорни термометри

На сваком каналу је могуће подесити индивидуалну брзину узорковања до максималне вредности од 40 kS/s, сваки канал има свој 24-bit аналогно-дигитални претварач сигнала, и на сваком каналу се се може подешавати величина напајања за раличите врсте сензора у опсегу од 5 – 24 V. Класа прецизности је дата у зависности од типа сензора и она се креће у границама од 0.05 – 0.1. Линеарна грешка је такође дата у зависности од типа сензора, и креће се у границама $\pm 0.02 - \pm 0.3$ %, при чему се мора напоменути да је линеарна грешка дата у односу на цело опсег мерења, као и да је највећа линеарна грешка код отпорних температурних сензора, који сами имају грешку од 1%.

QUANTUM MX840B HBM не може самостално вршити мерења, нити се могу конфигурисати сензори који су прикључени. Да би се могла обавити мерења, неопходно је повезати мерно појачало са рачунаром, на коме је инсталиран рачунарски програм *CATMAN AP HBM*. Мерно појачало се повезује са рачунаром преко *Ethernet* конекције, а након повезивања се стартује програм. Након покретања програма, приступа се подешавању у складу са захтевима мерења које је потребно обавити. Врше се подешавања канала, брзине узорковања, почетак и крај мерења, дефинисање лимитирајућих регистрованих вредности уколико се врши мониторинг неког догађаја. Поред канала на којима се могу директно читавати вредности са постављених сензора, постоји могућност формирања виртуелних канала, на којима се могу обављати различите калкулације са подацима са једног или више активних канала. Приказ измерених величина може се извршити на више начина, од једноставног алгебарског приказа до приказа измерених података у различитим графичким облицима. Чување измерених података се врши на рачунару, а могући су различити облици и формати снимљених података, тако да се снимљени подаци касније могу обрађивати у разним рачунарским програмима (ASCII, Excel, MDF, MAT, DIAdem, UFF).

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Распоред мерних места и диспозиција модела за лабораторијско испитивање приказани су на сликама бр.4.1 – 4.7.



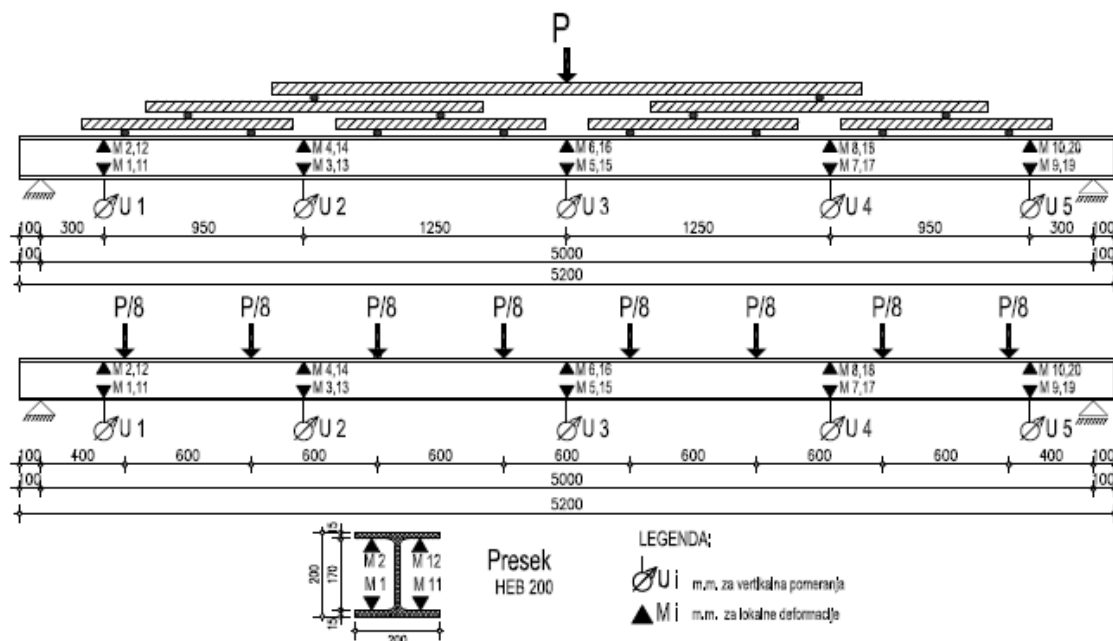
Слика 4.5. Угибомер WA 100 НВМ за директно мерење померања



Слика 4.6. Динамометар TS 10 АЕР за мерење величине аплициране силе

Оптерећење на лабораторијском моделу извршено је у шест (VI) фаза оптерећења, како би се проверила валидност поступка прорачуна при варирању величине испитног оптерећења.

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања



Слика 4.7. Лабораторијско испитивање на моделу греде - Схематски приказ диспозиције испитивања

Провера вредности вертикалног померања – угиба, услед деловања задатог оптерећења применом предложеног поступка прорачуна, упоређена је са вредностима које се добијају применом уређаја за директно мерење угиба – индуктивних угибомера. Поступак прорачуна је исти за све остале фазе оптерећења, али због обимности података биће приказан за фазу оптерећења VI, тј. за фазу са највећим оптерећењем, док је за остале фазе оптерећења поступак прорачуна дат у Прилогу.

Табела 4.1. Карактеристике греде и измерене вредности угиба (VI фаза оптерећења)

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влакна	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
br.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	170	U_{Losl}	0
1	300		U_1	-1.83
2	1250		U_2	-6.24
3	2500		U_3	-8.98
4	3750		U_4	-6.32
5	4700		U_5	-1.85
6	5000		U_{Dosl}	0

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Табела 4.2. Улазни подаци прорачуна (VI фаза оптерећења)

Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ε_{ig} (mm/mm)	ε_{id} (mm/mm)	e_{xci} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	0	0	85.0	0	0
1	-8.82E-05	6.93E-05	74.8	1079365.079	9.26471E-07
2	-2.21E-04	2.27E-04	86.2	380058.1265	2.63118E-06
3	-2.90E-04	2.93E-04	85.5	291720.2917	3.42794E-06
4	-2.23E-04	2.23E-04	85.0	381850.8535	2.61882E-06
5	-7.46E-05	6.93E-05	81.9	1181786.583	8.46176E-07
6	0	0	85.0	0	0

Табела 4.3. Улазни параметри поступка интерполације (VI фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	300	0
1	950	9.26471E-07
2	1250	2.63118E-06
3	1250	3.42794E-06
4	950	2.61882E-06
5	300	8.46176E-07
6		0

Табела 4.4. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (VI фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интерполационог кубног сплајна			
		(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
бр.	(x_j)	(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
0	300	0	3.23151E-09	-8.42363E-26	-1.59191E-15
1	950	9.26471E-07	2.80169E-09	-1.43272E-12	3.92038E-16
2	1250	2.63118E-06	1.14098E-09	-3.15406E-13	-6.99565E-17
3	1250	3.42794E-06	2.45397E-11	-5.77743E-13	3.22211E-17
4	950	2.61882E-06	-1.26878E-09	-4.56914E-13	-1.80713E-16
5	300	8.46176E-07	-2.6262E-09	-9.71945E-13	1.07994E-15
6		0		0	

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Табела 4.5. Интерполациони полином на укупном распону греде - део 1(VI фаза)

Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_i	b_i	c_i		
0	0	3.23151E-09	-8.42363E-26	-1.59191E-15	0	0
50					-1.61376E-07	-4.03441E-06
100					-3.21559E-07	-1.61078E-05
150					-4.79353E-07	-3.61306E-05
200					-6.33566E-07	-6.39536E-05
250					-7.83003E-07	-9.93678E-05
300	9.26471E-07	-9.26471E-07	-0.000142105	3.92038E-16	-9.26471E-07	-0.000142105
350					-1.06302E-06	-0.000191842
400					-1.1927E-06	-0.000248235
450					-1.31581E-06	-0.000310948
500					-1.43264E-06	-0.000379659
550					-1.54347E-06	-0.000454062
600					-1.64862E-06	-0.000533864
650					-1.74836E-06	-0.000618789
700					-1.843E-06	-0.000708573
750					-1.93283E-06	-0.000802969
800					-2.01814E-06	-0.000901743
850					-2.09923E-06	-0.001004678
900					-2.17639E-06	-0.001111568
950					-2.24991E-06	-0.001222226
1000					-2.32009E-06	-0.001336476
1050					-2.38723E-06	-0.001454159
1100					-2.45161E-06	-0.00157513
1150					-2.51353E-06	-0.001699258
1200					-2.57329E-06	-0.001826429
1250	2.63118E-06	-2.63118E-06	-0.001956541	-6.99565E-17	-2.63118E-06	-0.001956541
1300					-2.68743E-06	-0.002089506
1350					-2.74205E-06	-0.002225243
1400					-2.79499E-06	-0.002363669
1450					-2.8462E-06	-0.002504698
1500					-2.89561E-06	-0.002648244
1550					-2.94319E-06	-0.002794214
1600					-2.98888E-06	-0.002942516
1650					-3.03262E-06	-0.003093053
1700					-3.07437E-06	-0.003245728
1750					-3.11407E-06	-0.003400439
1800					-3.15166E-06	-0.003557083
1850					-3.18711E-06	-0.003715552
1900					-3.22034E-06	-0.003875738
1950					-3.25132E-06	-0.004037529
2000					-3.27998E-06	-0.004200812
2050					-3.30628E-06	-0.004365468
2100					-3.33016E-06	-0.004531379
2150					-3.35158E-06	-0.004698423
2200					-3.37047E-06	-0.004866474
2250					-3.38679E-06	-0.005035406
2300					-3.40048E-06	-0.005205088
2350					-3.4115E-06	-0.005375387
2400					-3.41978E-06	-0.005546169
2450					-3.42528E-06	-0.005717296
2500	3.42794E-06	-3.42794E-06	-0.005888626	3.22211E-17	-3.42794E-06	-0.005888626

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Табела 4.6. Интерполациони полином на укупном распону греде - део 2(VI фаза)

Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
2500	3.42794E-06	2.45397E-11	-5.77743E-13	3.22211E-17	-3.42794E-06	-0.005888626
2550					-3.42773E-06	-0.006060018
2600					-3.42465E-06	-0.006231327
2650					-3.41873E-06	-0.006402412
2700					-3.41E-06	-0.00657313
2750					-3.39847E-06	-0.006743342
2800					-3.38418E-06	-0.006912908
2850					-3.36714E-06	-0.007081691
2900					-3.34738E-06	-0.007249554
2950					-3.32493E-06	-0.007416361
3000					-3.2998E-06	-0.00758198
3050					-3.27203E-06	-0.007746275
3100					-3.24164E-06	-0.007909117
3150					-3.20864E-06	-0.008070374
3200					-3.17308E-06	-0.008229917
3250					-3.13496E-06	-0.008387618
3300					-3.09431E-06	-0.00854335
3350					-3.05117E-06	-0.008696987
3400					-3.00554E-06	-0.008848405
3450					-2.95747E-06	-0.00899748
3500					-2.90696E-06	-0.009144091
3550					-2.85405E-06	-0.009288116
3600					-2.79875E-06	-0.009429436
3650					-2.7411E-06	-0.009567932
3700					-2.68112E-06	-0.009703487
3750	2.61882E-06	-1.26878E-09	-4.56914E-13	-1.80713E-16	-2.61882E-06	-0.009835986
3800					-2.55422E-06	-0.009965312
3850					-2.4872E-06	-0.010091347
3900					-2.41762E-06	-0.010213968
3950					-2.34534E-06	-0.010333042
4000					-2.27025E-06	-0.010448431
4050					-2.19219E-06	-0.010559992
4100					-2.11103E-06	-0.010667573
4150					-2.02664E-06	-0.010771014
4200					-1.93888E-06	-0.010870152
4250					-1.84761E-06	-0.010964815
4300					-1.75271E-06	-0.011054823
4350					-1.65403E-06	-0.011139991
4400					-1.55144E-06	-0.011220128
4450					-1.4448E-06	-0.011295034
4500					-1.33398E-06	-0.011364504
4550					-1.21885E-06	-0.011428325
4600					-1.09926E-06	-0.011486277
4650					-9.75079E-07	-0.011538136
4700	8.46176E-07	-2.6262E-09	-9.71945E-13	1.07994E-15	-8.46176E-07	-0.011583667
4750					-7.12572E-07	-0.011622636
4800					-5.74917E-07	-0.011654823
4850					-4.34023E-07	-0.011680047
4900					-2.90698E-07	-0.011698165
4950					-1.45754E-07	-0.011709076
5000					1.05879E-22	-0.01171272

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Табела 4.7. Поступак добијања угиба на укупном распону греде - део 1 (VI фаза)

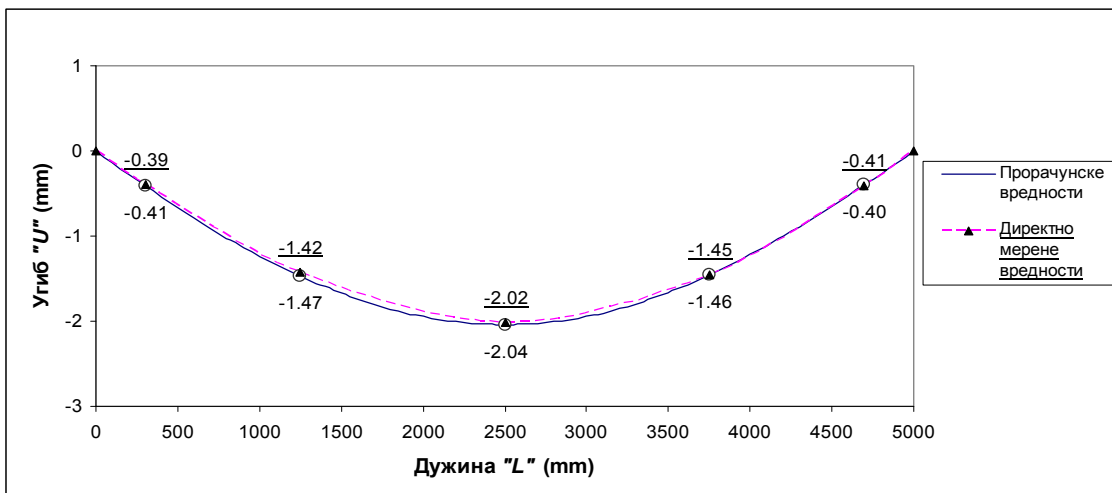
Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,cp}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
0	0	0		0.005888626	0.000
50	-1.61376E-07	-4.03441E-06		0.005884592	-0.294
100	-3.21559E-07	-1.61078E-05		0.005872518	-0.588
150	-4.79353E-07	-3.61306E-05		0.005852495	-0.881
200	-6.33566E-07	-6.39536E-05		0.005824672	-1.173
250	-7.83003E-07	-9.93678E-05		0.005789258	-1.464
300	-9.26471E-07	-0.000142105		0.005746521	-1.752
350	-1.06302E-06	-0.000191842		0.005696784	-2.038
400	-1.1927E-06	-0.000248235		0.005640391	-2.322
450	-1.31581E-06	-0.000310948		0.005577678	-2.602
500	-1.43264E-06	-0.000379659		0.005508967	-2.879
550	-1.54347E-06	-0.000454062		0.005434564	-3.153
600	-1.64862E-06	-0.000533864		0.005354762	-3.423
650	-1.74836E-06	-0.000618789		0.005269837	-3.688
700	-1.843E-06	-0.000708573		0.005180053	-3.949
750	-1.93283E-06	-0.000802969		0.005085657	-4.206
800	-2.01814E-06	-0.000901743		0.004986883	-4.458
850	-2.09923E-06	-0.001004678		0.004883948	-4.705
900	-2.17639E-06	-0.001111568		0.004777058	-4.946
950	-2.24991E-06	-0.001222226		0.0046664	-5.182
1000	-2.32009E-06	-0.001336476		0.00455215	-5.413
1050	-2.38723E-06	-0.001454159		0.004434467	-5.637
1100	-2.45161E-06	-0.00157513		0.004313496	-5.856
1150	-2.51353E-06	-0.001699258		0.004189368	-6.069
1200	-2.57329E-06	-0.001826429		0.004062197	-6.275
1250	-2.63118E-06	-0.001956541	-0.005888626	0.003932085	-6.475
1300	-2.68743E-06	-0.002089506		0.00379912	-6.668
1350	-2.74205E-06	-0.002225243		0.003663383	-6.855
1400	-2.79499E-06	-0.002363669		0.003524957	-7.034
1450	-2.8462E-06	-0.002504698		0.003383928	-7.207
1500	-2.89561E-06	-0.002648244		0.003240382	-7.373
1550	-2.94319E-06	-0.002794214		0.003094412	-7.531
1600	-2.98888E-06	-0.002942516		0.00294611	-7.682
1650	-3.03262E-06	-0.003093053		0.002795573	-7.826
1700	-3.07437E-06	-0.003245728		0.002642898	-7.962
1750	-3.11407E-06	-0.003400439		0.002488187	-8.090
1800	-3.15166E-06	-0.003557083		0.002331543	-8.210
1850	-3.18711E-06	-0.003715552		0.002173074	-8.323
1900	-3.22034E-06	-0.003875738		0.002012888	-8.428
1950	-3.25132E-06	-0.004037529		0.001851097	-8.524
2000	-3.27998E-06	-0.004200812		0.001687814	-8.613
2050	-3.30628E-06	-0.004365468		0.001523158	-8.693
2100	-3.33016E-06	-0.004531379		0.001357247	-8.765
2150	-3.35158E-06	-0.004698423		0.001190203	-8.829
2200	-3.37047E-06	-0.004866474		0.001022152	-8.884
2250	-3.38679E-06	-0.005035406		0.000853222	-8.931
2300	-3.40048E-06	-0.005205088		0.000683538	-8.969
2350	-3.4115E-06	-0.005375387		0.000513239	-8.999
2400	-3.41978E-06	-0.005546169		0.000342457	-9.021
2450	-3.42528E-06	-0.005717296		0.00017133	-9.033
2500	-3.42794E-06	-0.005888626		0	-9.038

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

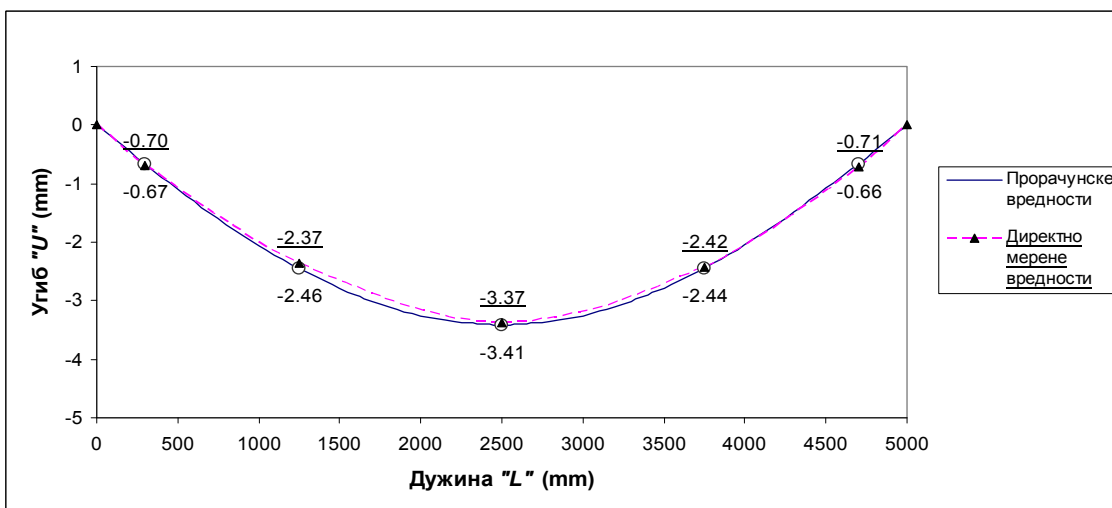
Табела 4.8. Поступак добијања угиба на укупном распону греде - део 2 (VI фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,cp}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
2500	-3.42794E-06	-0.005888626	-0.005888626	0	-9.038
2550	-3.42773E-06	-0.006060018		-0.000171392	-9.033
2600	-3.42465E-06	-0.006231327		-0.000342701	-9.021
2650	-3.41873E-06	-0.006402412		-0.000513786	-8.999
2700	-3.41E-06	-0.00657313		-0.000684504	-8.969
2750	-3.39847E-06	-0.006743342		-0.000854716	-8.931
2800	-3.38418E-06	-0.006912908		-0.001024282	-8.884
2850	-3.36714E-06	-0.007081691		-0.001193065	-8.828
2900	-3.34738E-06	-0.007249554		-0.001360928	-8.764
2950	-3.32493E-06	-0.007416361		-0.001527735	-8.692
3000	-3.2998E-06	-0.00758198		-0.001693354	-8.612
3050	-3.27203E-06	-0.007746275		-0.001857649	-8.523
3100	-3.24164E-06	-0.007909117		-0.002020491	-8.426
3150	-3.20864E-06	-0.008070374		-0.002181748	-8.321
3200	-3.17308E-06	-0.008229917		-0.002341291	-8.208
3250	-3.13496E-06	-0.008387618		-0.002498992	-8.087
3300	-3.09431E-06	-0.00854335		-0.002654724	-7.958
3350	-3.05117E-06	-0.008696987		-0.002808361	-7.821
3400	-3.00554E-06	-0.008848405		-0.002959779	-7.677
3450	-2.95747E-06	-0.00899748		-0.003108854	-7.525
3500	-2.90696E-06	-0.009144091		-0.003255465	-7.366
3550	-2.85405E-06	-0.009288116		-0.00339949	-7.200
3600	-2.79875E-06	-0.009429436		-0.00354081	-7.026
3650	-2.7411E-06	-0.009567932		-0.003679306	-6.846
3700	-2.68112E-06	-0.009703487		-0.003814861	-6.659
3750	-2.61882E-06	-0.009835986		-0.00394736	-6.465
3800	-2.55422E-06	-0.009965312		-0.004076686	-6.264
3850	-2.4872E-06	-0.010091347		-0.004202721	-6.057
3900	-2.41762E-06	-0.010213968		-0.004325342	-5.844
3950	-2.34534E-06	-0.010333042		-0.004444416	-5.625
4000	-2.27025E-06	-0.010448431		-0.004559805	-5.399
4050	-2.19219E-06	-0.010559992		-0.004671366	-5.169
4100	-2.11103E-06	-0.010667573	-0.004778947	-4.932	
4150	-2.02664E-06	-0.010771014	-0.004882388	-4.691	
4200	-1.93888E-06	-0.010870152	-0.004981526	-4.444	
4250	-1.84761E-06	-0.010964815	-0.005076189	-4.193	
4300	-1.75271E-06	-0.011054823	-0.005166197	-3.937	
4350	-1.65403E-06	-0.011139991	-0.005251365	-3.676	
4400	-1.55144E-06	-0.011220128	-0.005331502	-3.412	
4450	-1.4448E-06	-0.011295034	-0.005406408	-3.143	
4500	-1.33398E-06	-0.011364504	-0.005475878	-2.871	
4550	-1.21885E-06	-0.011428325	-0.005539699	-2.596	
4600	-1.09926E-06	-0.011486277	-0.005597651	-2.317	
4650	-9.75079E-07	-0.011538136	-0.00564951	-2.036	
4700	-8.46176E-07	-0.011583667	-0.005695041	-1.753	
4750	-7.12572E-07	-0.011622636	-0.00573401	-1.467	
4800	-5.74917E-07	-0.011654823	-0.005766197	-1.179	
4850	-4.34023E-07	-0.011680047	-0.00579142	-0.890	
4900	-2.90698E-07	-0.011698165	-0.005809539	-0.600	
4950	-1.45754E-07	-0.011709076	-0.00582045	-0.310	
5000	1.05879E-22	-0.01171272	-0.005824094	-0.019	

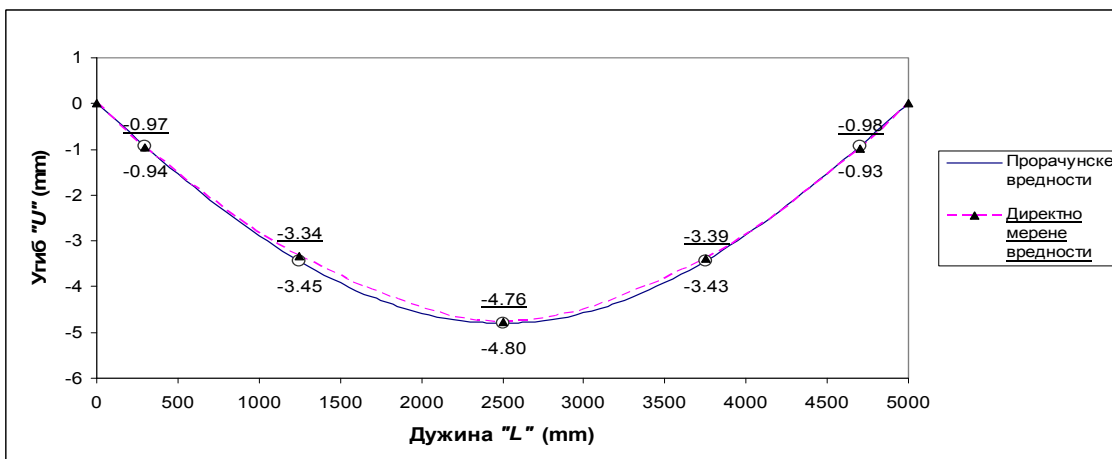
Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања



Дијаграм 4.1. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (I фаза оптерећења)

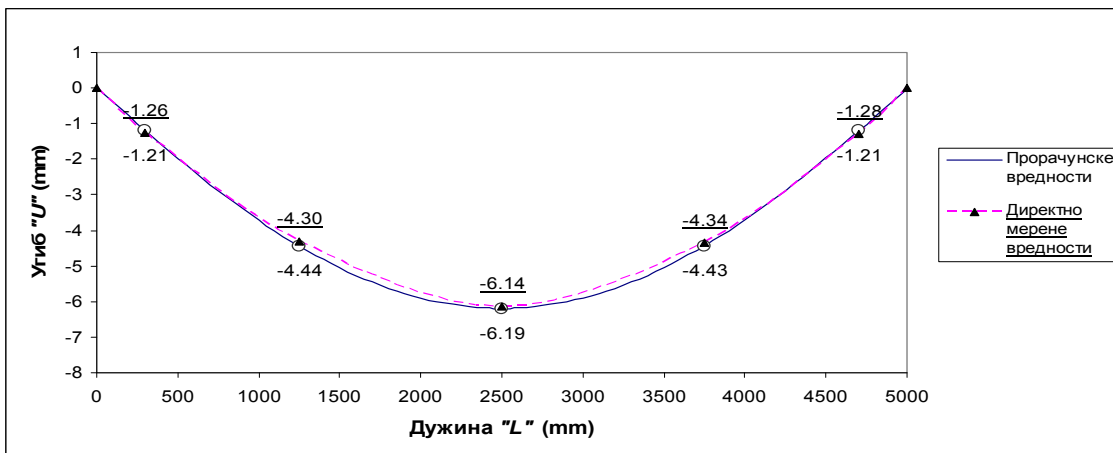


Дијаграм 4.2. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (II фаза оптерећења)

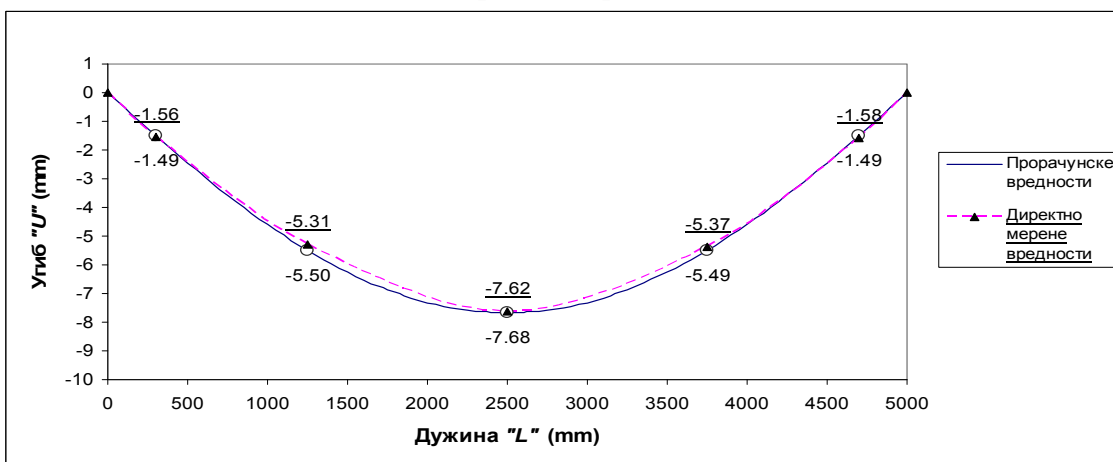


Дијаграм 4.3. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (III фаза оптерећења)

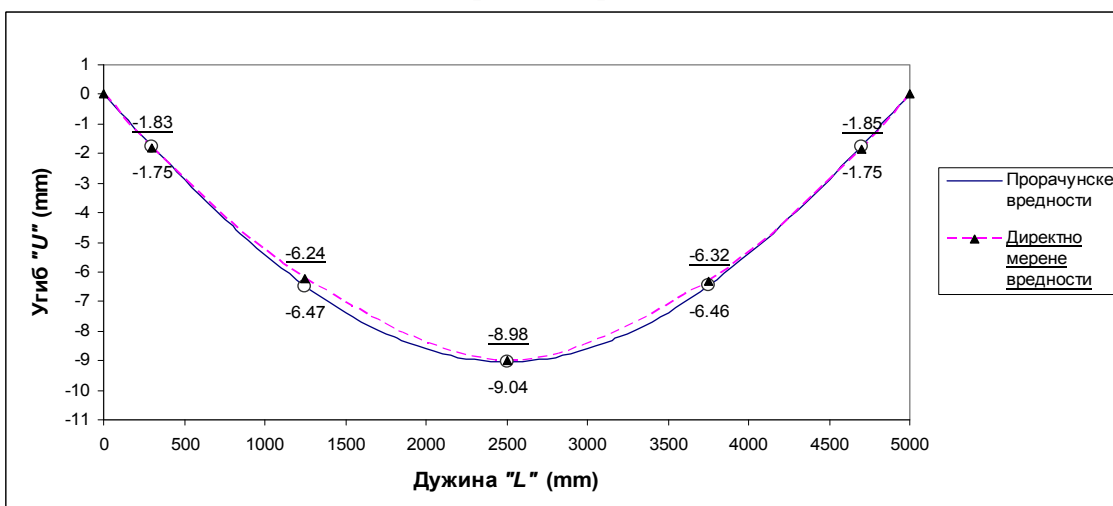
Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања



Дијаграм 4.4. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (IV фаза оптерећења)



Дијаграм 4.5. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (V фаза оптерећења)



Дијаграм 4.6. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (VI фаза оптерећења)

Поглавље 4: Опис експерименталног испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Резултати измерених вредности и резултати прорачуна приказани су графички и табеларно, по фазама оптерећења. Поред вредности померања, у табелама су приказана и одступања, изражена у милиметрима и процентима.

Табела 4.9. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба и одступања

Фаза оптерећења	Положај на греди (mm)	Директно мерене вредности (mm)	Вредности добијене прорачуном (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
I фаза - P =11.5 kN	300	-0.39	-0.41	0.02	5.1
	1250	-1.42	-1.47	0.05	3.5
	2500	-2.02	-2.04	0.02	1.0
	3750	-1.45	-1.46	0.01	0.7
	4700	-0.41	-0.40	0.01	2.4
II фаза - P =23.0 kN	300	-0.68	-0.67	0.01	1.5
	1250	-2.37	-2.46	0.09	3.8
	2500	-3.37	-3.41	0.04	1.2
	3750	-2.42	-2.44	0.02	0.8
	4700	-0.70	-0.66	0.04	5.7
III фаза - P =34.5 kN	300	-0.97	-0.94	0.03	3.1
	1250	-3.34	-3.45	0.11	3.3
	2500	-4.76	-4.80	0.04	0.8
	3750	-3.39	-3.43	0.04	1.2
	4700	-0.98	-0.93	0.05	5.1
IV фаза - P =46.0 kN	300	-1.26	-1.21	0.05	4.0
	1250	-4.30	-4.44	0.14	3.2
	2500	-6.14	-6.19	0.05	0.8
	3750	-4.34	-4.43	0.09	2.1
	4700	-1.28	-1.21	0.07	5.5
V фаза - P =57.5 kN	300	-1.56	-1.49	0.07	4.5
	1250	-5.31	-5.50	0.19	3.6
	2500	-7.62	-7.68	0.06	0.8
	3750	-5.37	-5.49	0.12	2.2
	4700	-1.58	-1.49	0.09	5.7
VI фаза - P =70.0 kN	300	-1.83	-1.75	0.08	4.4
	1250	-6.24	-6.47	0.23	3.7
	2500	-8.98	-9.04	0.06	0.7
	3750	-6.32	-6.46	0.14	2.2
	4700	-1.85	-1.75	0.10	5.4

Поглавље 5

Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

5.1 Примена предложеног поступка прорачуна на реалној структури – носач кранске стазе у машинској сали ХЕ „Ђердап 1“

Резултати добијени у лабораторијским условима показали су да предложени поступак прорачуна може са довољном тачношћу да израчуна вредности угиба на моделу прости греде оптерећене континуалним оптерећењем. Да би се поступак могао користити приликом осматрања различитих структура у њиховој експлоатацији, неопходно је проверити примену поступка прорачуна на некој реалној структури. Предложени поступак проверен је на структури носача кранске стазе у машинској сали ХЕ „Ђердап 1“, приликом технолошког поступка постављања турбинског агрегата – ротора, у пројектовани положај. Кранска дизалица у машинској сали креће се по шинама које су постављене на узводни и низводни носач кранске стазе. Узводни носач кранске стазе, изведен је од армираног бетона, док је низводни носач кранске стазе изведен као челична гредна структура. У даљем ће се разматрати само низводни носач кранске стазе, зато што подаци којима располажу стручне службе ХЕ „Ђердап 1“ указују на веће вредности вертикалних померања приликом транспорта и постављања турбинског агрегата од вредности које се добијају статичким прорачуном.

Низводни носач кранске стазе у машинској сали ХЕ „Ђердап 1“ изведен је као челични носач сандучастог попречног пресека, у статичком систему континуалног гредног носача преко 15 распонских поља:

$$L = 8.10 + 14.60 + 15.40 + 3 \times 14.80 + 15.50 + 3 \times 14.80 + 15.50 + 3 \times 14.80 + 8.80 = 211.30 \text{ m.}$$



Слика 5.1. Машинска сала ХЕ „Ђердап 1“



Слика 5.2. Низводни носач кранске стазе у машинској сали ХЕ „Ђердап 1“

Гледано од бродске преводнице, први ослонац налази се на армиранобетонској конструкцији, а остали ослонци су изведени преко челичних лежишта постављених на челичне стубове сандучастог попречног пресека.



Слика 5.3. Ослањање кранске стазе на стубове

Испод коте +0.00 машинске сале, изведене су армиранобетонске темељне стопе у које су челични стубови укљештени. Сви ослонци су покретни, осим последњег у пољу 15, који је изведен као непокретни ослонац.

Попречни пресек низводног носача је изведен са константним спољашњим димензијама, висином и ширином од 1500x2100 mm. Попречни пресек је формиран заваривањем лимова, горња и доња ножица изведени су од челичног лима 1500x15 mm, вертикална ребра су изведена у пољу од лимова 2070x10 mm, док су вертикална ребра у зони ослоначких пресека изведена од лимова 2070x15 mm. За пријем директног утицаја сила од тежине кранске дизалице, на средини горње ножице у унутрашњости сандука је изведено ојачање у подужном правцу у облику обрнутог слова „Г“, док је на доњој ножици изведено подужно укрућење вертикалним лимом. У зони ослоначких пресека, и на горњој и на доњој ножици изведена су ојачања са хоризонтално положеним лимовима димензија 600x20 mm.



Слика 5.4. Ослањање носача кранске стазе на стубове

На вертикалним ребрима постављена су по 3 подужна укрућења за обезбеђење стабилности лимова. Попречна укрућења су постављена по целом обиму сандучастог пресека на приближном растојању од ≈ 1.5 m у подужном правцу, док су у пресецима изнад стубова формиране дијафрагме за трансфер сила са носача на стубове. Сандучасти попречни пресек челичних стубова изведен је од лимова 750x15/25 mm и 1500x15 mm.

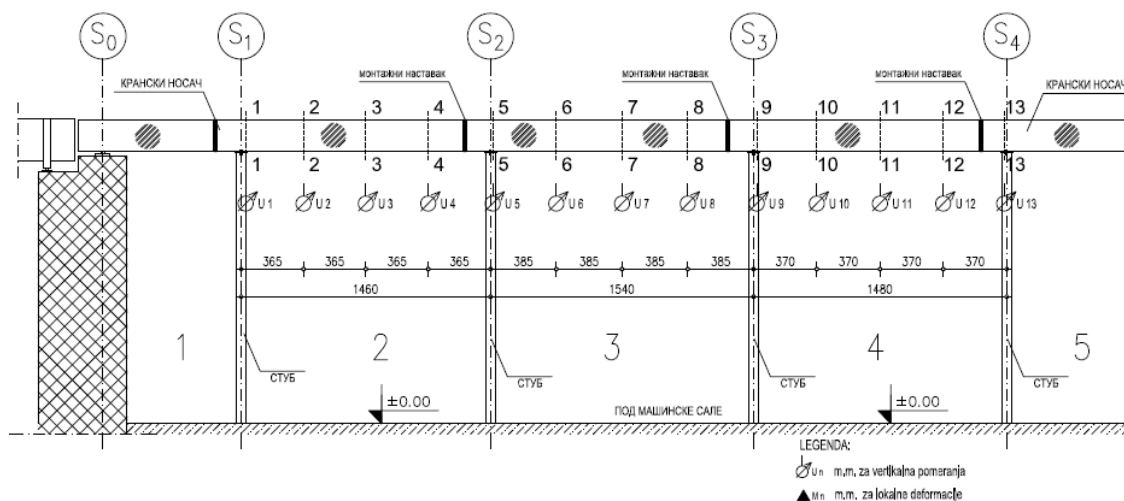
Монтажни наставци изведени су применом високовредних преднапрегнутих завртњева. Према доступној техничкој документацији, примењени материјал носача кранске стазе је челик класе ČN25, док су стубови изведени са челиком класе ČN35.

Структура носача кранске стазе одабрана је за проверу предложеног поступка прорачуна из разлога што је било потребно обавити постављање турбинског агрегата – ротора, у пројектовани положај након обављених ремонтних радова. С обзиром на податке стручних служби ХЕ „Ђердап 1“ о забележеним већим вредностима угиба носача кранске стазе, при транспорту и постављању турбинског агрегата у претходним годинама, предложено је да се обави контрола напонско-деформацијског стања низводног носача кранске стазе и контрола вертикалних деформација – угиба, у критичним пресецима на структури носача, како не би дошло до оштећења носача или до оштећења турбинског

агрегата - ротора. Контролу глобалних и локалних деформационих карактеристика носача кранске стазе обавила је Лабораторија за испитивање конструкција Института ИМС, под руководством аутора ове дисертације.

Сам поступак постављања турбинског агрегата – ротора, своди се на подизање ротора, његов транспорт кранском дизалицом изнад пројектованог положаја и спуштање ротора у пројектовани положај - статор. Приликом обављања ових технолошких операција, најоптерећенија распонска поља носача кранске стазе била су поља 2, 3 и 4. У пољу 2 извршено је подизање ротора, а затим је извршен транспорт до поља 4, у чијој се средини распона налази статор.

У оптерећеним пољима постављени су инструменти за мерење вертикалних деформација – угиба и сензори за контролу локалних деформационих карактеристика – дилатација у основном челичном материјалу структуре. У пољу 2 били су постављени само угибомери, док су пољу 3 и 4 постављени и угибомери и електроотпорни екстензометри – мерне траке за праћење дилатација у основном челичном материјалу. У даљем тексту, приказани су положаји постављених мерних инструмената на сегменту структуре носача кранске стазе, слике бр.5.5 - бр.5.8.



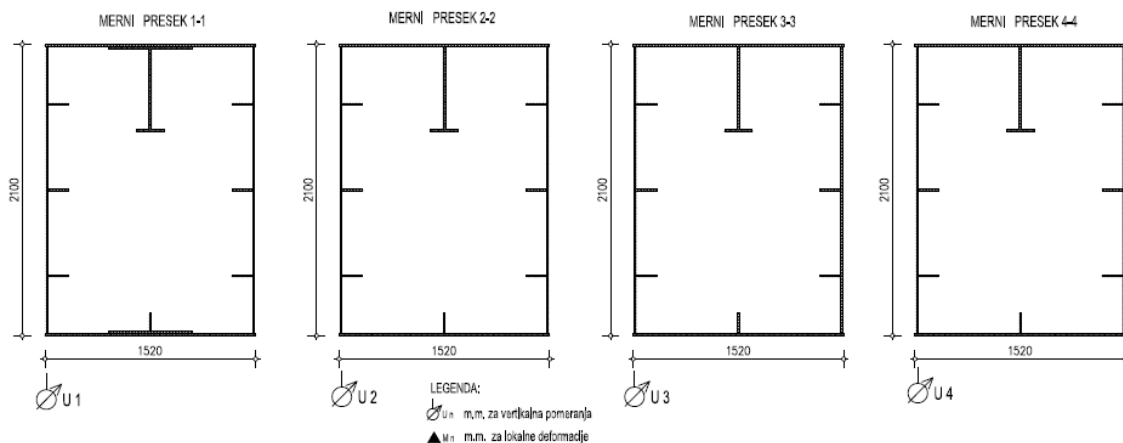
Слика 5.5. Сегмент структуре носача кранске стазе на коме су вршена мерења-Схематски приказ

За директно мерење померања услед деловања оптерећења коришћени су механички угибомери-компаратери, швајцарског произвођача HUGGENBERGER, а за мерење дилатација у основном материјалу носача

Поглавље 5: Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

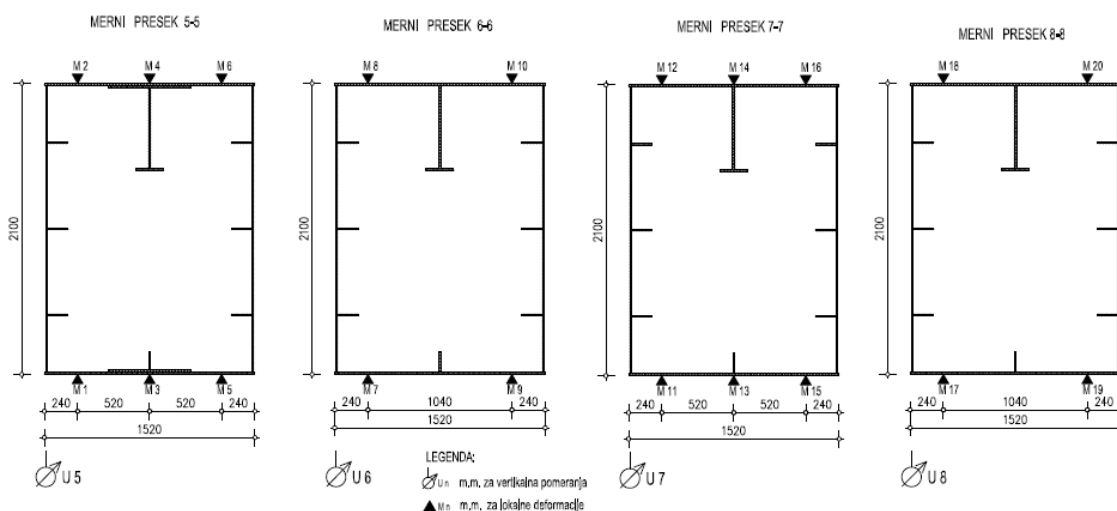
примењени су електроотпорни екстензометри – мерне траке *PFL 10-11-120* јапанског произвођача *TML*.

У сваком разматраном пољу, угибомери су постављени у $\frac{1}{4}$ осовинског распона, а у пољима 3 и 4 електроотпорни екстензометри су постављени у истом распореду као и угибомери, тј. у $\frac{1}{4}$ осовинских распона. У сва три разматрана поља постављено је пет (5) мерних пресека.



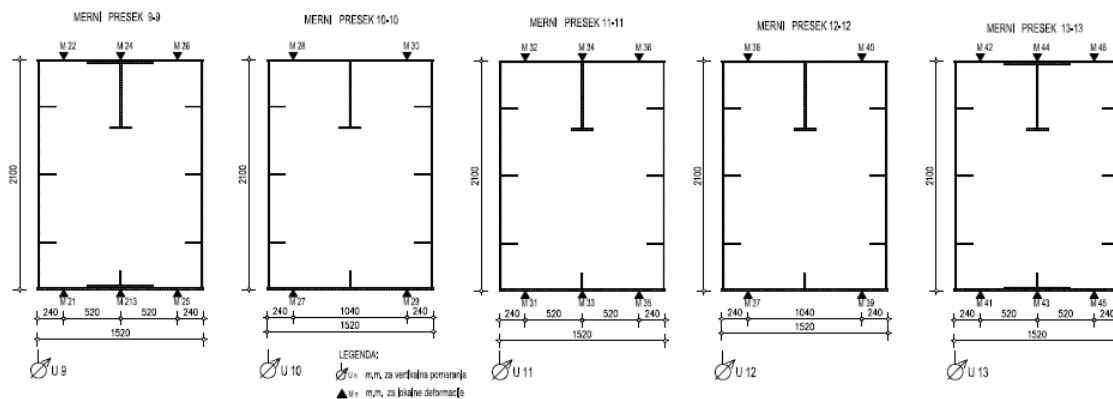
Слика 5.6. Распоред мерних места у пољу "2"

Запис измерених величина вршен је помоћу шест мерних појачала „*QUANTUM MX840B*“, који заједно са преносним рачунаром и мерно-аквизицијским програмом „*CATMAN AP HBM*“ чине мерно-аквизицијски систем. Укупно је било постављено 13 угибомера и 46 мерних трака.



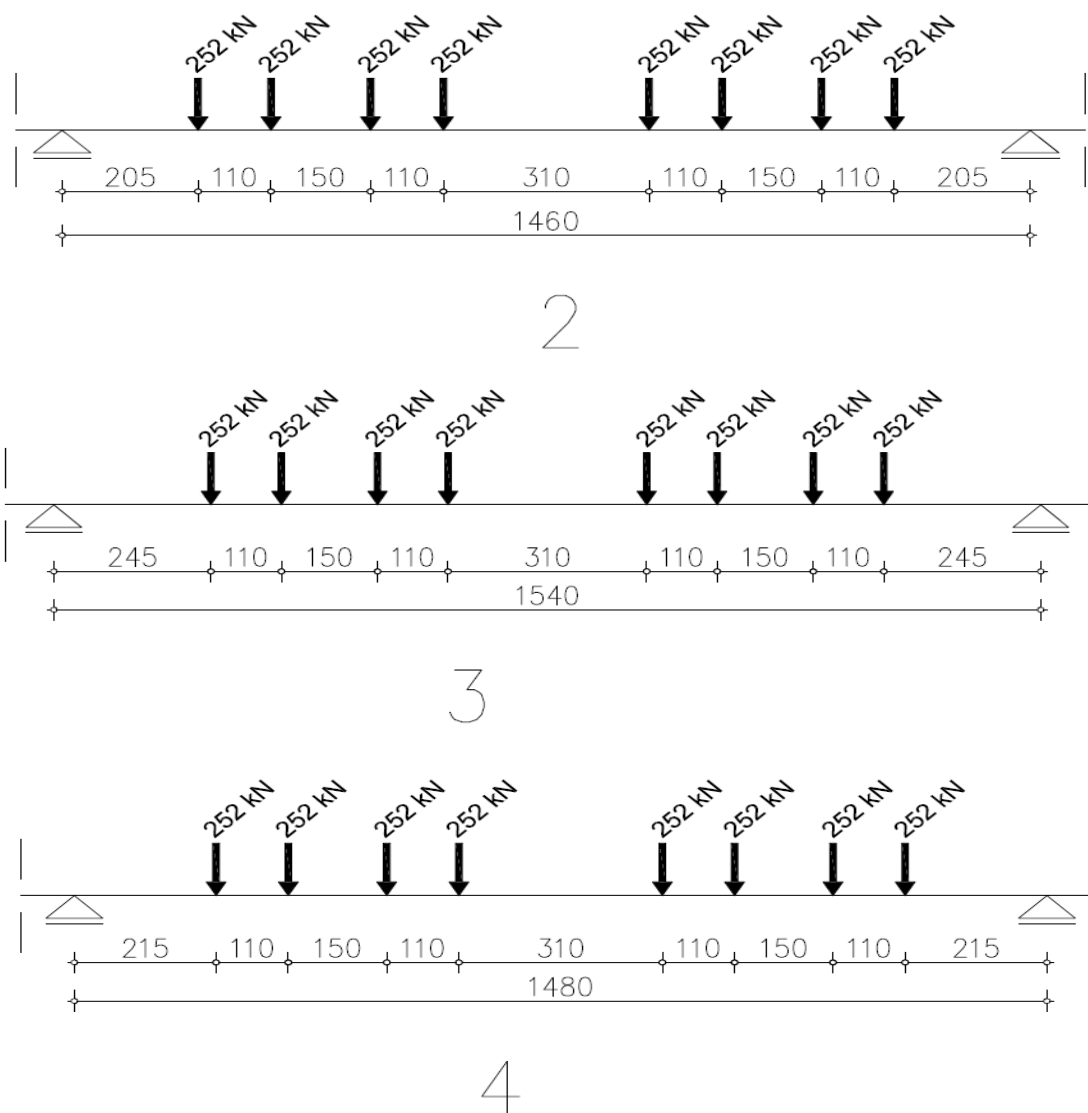
Слика 5.7. Распоред мерних места у пољу "3"

Након постављања свих мерних инструмената, извршено је пробно оптерећење носча кранске стазе, са неоптерећеном кранском дизалицом. Кранска дизалица је постављана у положаје на носачу у којима се изазивају максимални утицаји у структури, тј. положаје који изазивају максималне утицаје у средини распонских поља 3 и 4, као и положаје који изазивају максималне утицаје у пресецима изнад стубова разматраних поља.



Слика 5.8. Распоред мерних места у пољу "4"

Пробно оптерећење послужило је и за проверу очекиваног напонско-деформацијског стања у максимално оптерећеним попречним пресецима, иако то није главна тема ове дисертације. Након извршених мерења за фазу пробног оптерећења, вредности угиба и напона напрезања упоређени су са вредностима које су добијене у рачунском моделу. Рачунски модел је израђен у програмском пакету за утврђивање статичких и динамичких утицаја у структурама услед деловања оптерећења - *Radimpex Tower 6*. *Radimpex Tower 6* је рачунарски програм намењен за статичку и динамичку анализу структура, као и за димензионисање бетонских, челичних и дрвених структура. Са овим програмом могуће је вршити анализу утицаја како у раванским, тако и у просторним структурама. Прорачун структура се врши методом коначних елемената, који могу бити линијски (гредни елементи структура) и плочасти (равански елементи структура).



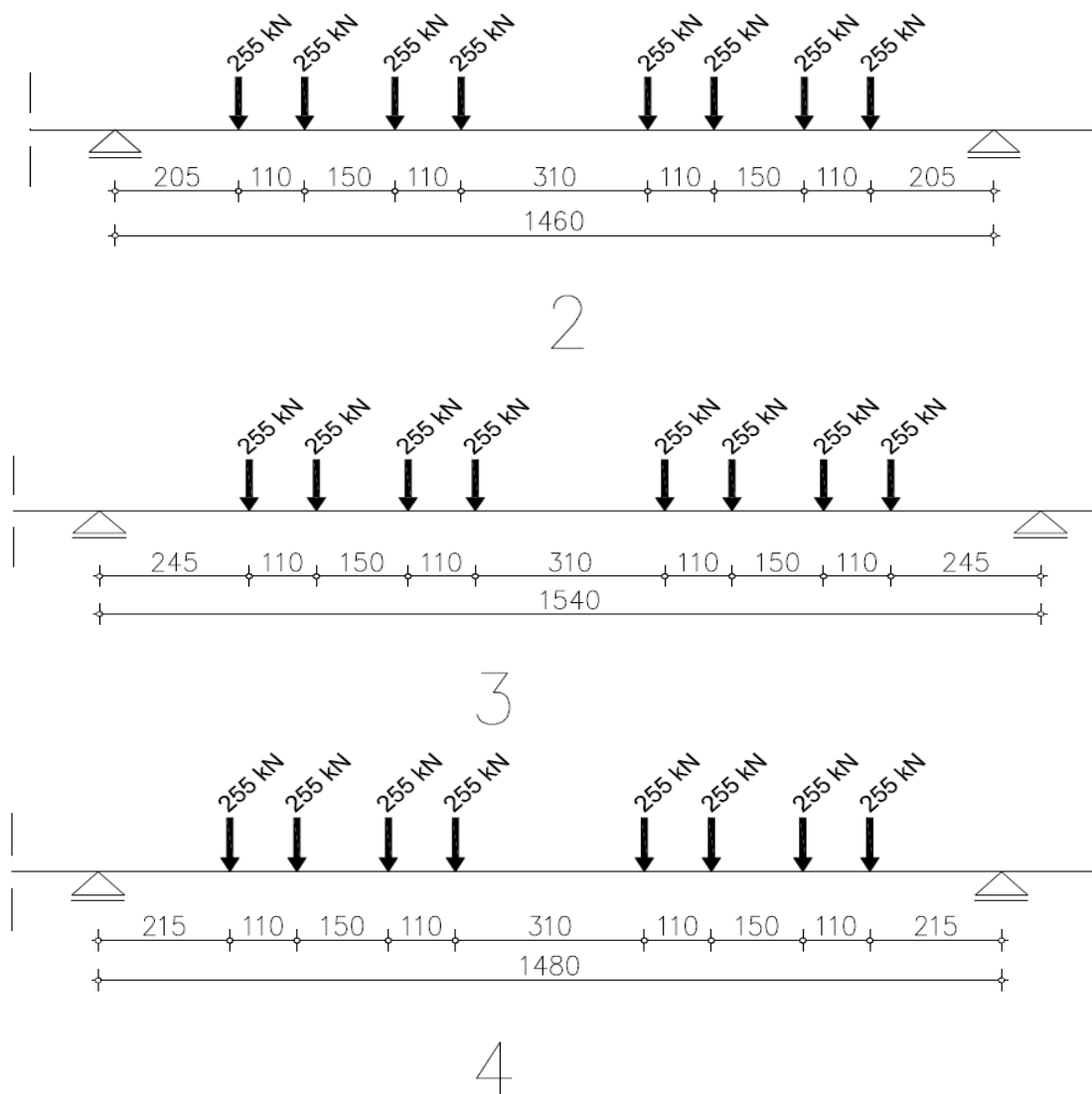
Слика 5.9. I случај- неоптерећена кранска дизалица у пољима "2", "3" и "4", распоред и величина оптерећења

Израђен је линијски модел структуре, са реалним карактеристикама попречних пресека континуалног гредног носача. Након упоређења рачунских и измерених вредности напона напрезања и угиба, закључило се да се структура носача кранске стазе понаша у складу са усвојеним рачунским моделом, и могло се приступити технолошком поступку постављања ротора у пројектовани положај.

Први корак у провери предложеног поступка прорачуна било је израчунавање угиба из познатих вредности дилатација за два случаја пробног оптерећења: I случај- неоптерећена кранска дизалица и II други случај – кранска дизалица оптерећена теретом тежине 50 kN.

Поглавље 5: Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Провера је изведена за оба поља у којима су постављене мерне траке, поља 3 и 4. Вредности угиба који су израчунати предложеним поступком упоређене су са директно измереним величинама угиба помоћу механичких угибомера. У даљем тексту ће се приказати делови прорачуна предложеног поступка за поља 3 и 4, као и поређење израчунатих вредности угиба са вредностима добијених директним мерењем.



Слика 5.10. II случај- оптерећена кранска дизалица у пољима "2", "3" и "4", распоред и величина оптерећења

Пробно оптерећење носача кранске стазе: I случај – неоптерећена кранска дизалица, поље „3“

Табела 5.1. Карактеристике носача кранске стазе и измерене вредности угиба (I случај - поље "3")

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
бр.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	2100	U_{Losl}	0.0
1	3850		U_6	-2.1
2	7700		U_7	-3.2
3	11550		U_8	-2.1
4	15400		U_{Dosl}	0.0

Табела 5.2. Улазни подаци прорачуна (I случај - поље "3")

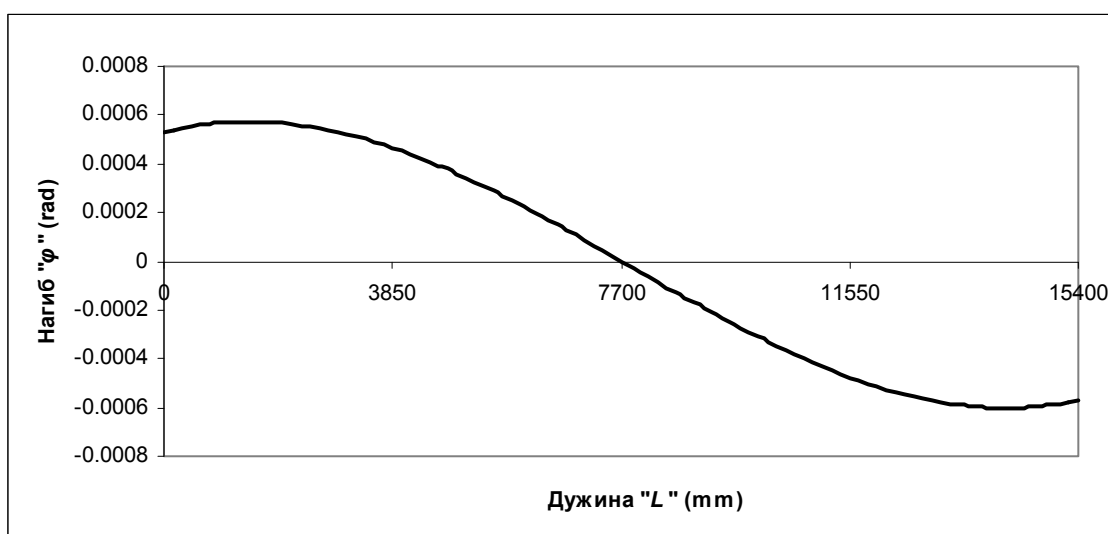
Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	6.95E-05	-5.62E-05	-938.64	-16704545.45	-5.98639E-08
1	-8.33E-05	9.29E-05	1106.76	11918918.92	8.39002E-08
2	-1.26E-04	1.69E-04	1202.42	7112903.226	1.4059E-07
3	-8.81E-05	1.00E-04	1116.46	11164556.96	8.95692E-08
4	5.86E-05	-4.67E-05	-931.22	-19954751.13	-5.01134E-08

Табела 5.3. Улазни параметри поступка интерполације (I случај - поље "3")

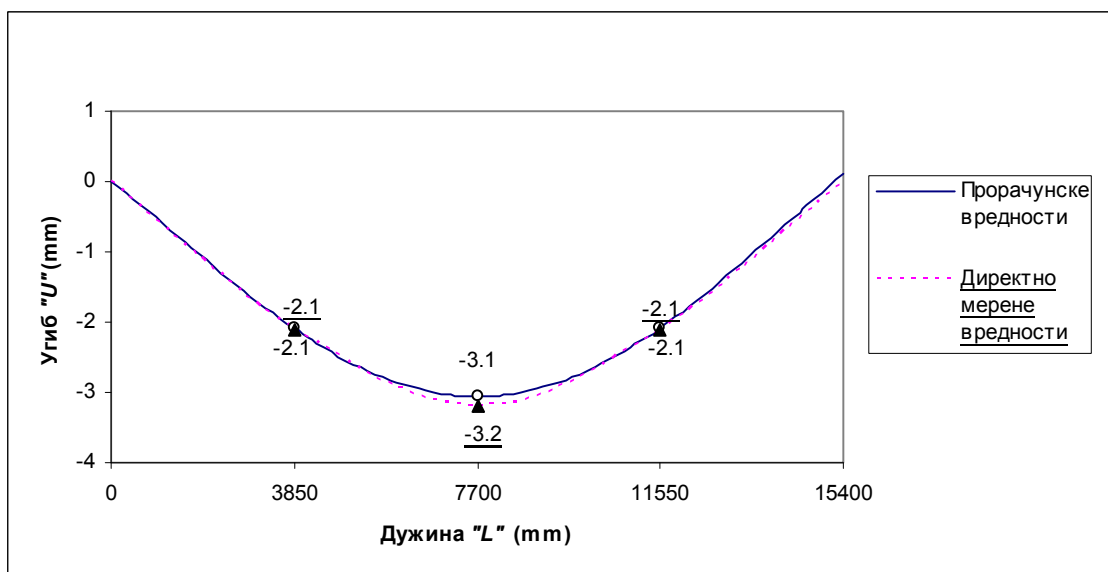
Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	3850	-5.98639E-08
1	3850	8.39002E-08
2	3850	1.4059E-07
3	3850	8.95692E-08
4	3850	-5.01134E-08

Табела 5.4. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (I случај - поље "3")

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интеполационе кубне криве			
бр.	(x_j)	(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
0	3850	-5.98639E-08	4.18123E-11	-3.61768E-30	-3.01635E-19
1	3850	8.39002E-08	2.83994E-11	-3.48389E-15	-1.76681E-20
2	3850	1.4059E-07	7.87761E-13	-3.68796E-15	1.07144E-20
3	3850	8.95692E-08	-2.71331E-11	-3.5642E-15	3.08589E-19
4	0	-5.01134E-08		0	



Дијаграм 5.1. Функција нагиба (I случај - поље "3")



Дијаграм 5.2. Функција угиба греде након интеграције функције нагиба (I случај - поље "3")

Поглавље 5: Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Пробно оптерећење носача кранске стазе: II случај – кранска дизалица са теретом од 50 kN, поље „3“

Табела 5.5. Карактеристике носача кранске стазе и измерене вредности угиба (II случај - поље "3")

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
бр.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	2100	U_{Losl}	0.0
1	3850		U_6	-2.7
2	7700		U_7	-3.7
3	11550		U_8	-2.6
4	15400		U_{Dosl}	0.0

Табела 5.6. Улазни подаци прорачуна (II случај - поље "3")

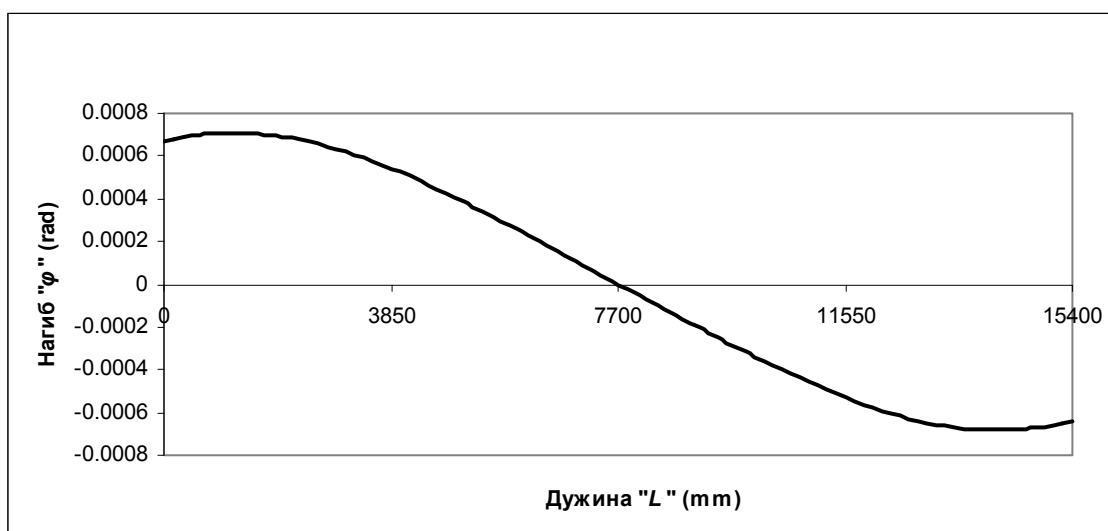
Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	6.67E-05	-6.33E-05	-1023.08	-16153846.15	-6.19048E-08
1	-1.14E-04	1.24E-04	1092.00	8820000	1.13379E-07
2	-1.20E-04	1.94E-04	1298.18	6681818.182	1.4966E-07
3	-9.19E-05	1.35E-04	1248.53	9264705.882	1.07937E-07
4	8.00E-05	-5.71E-05	-875.00	-15312500	-6.53061E-08

Табела 5.7. Улазни параметри поступка интерполације (II случај - поље "3")

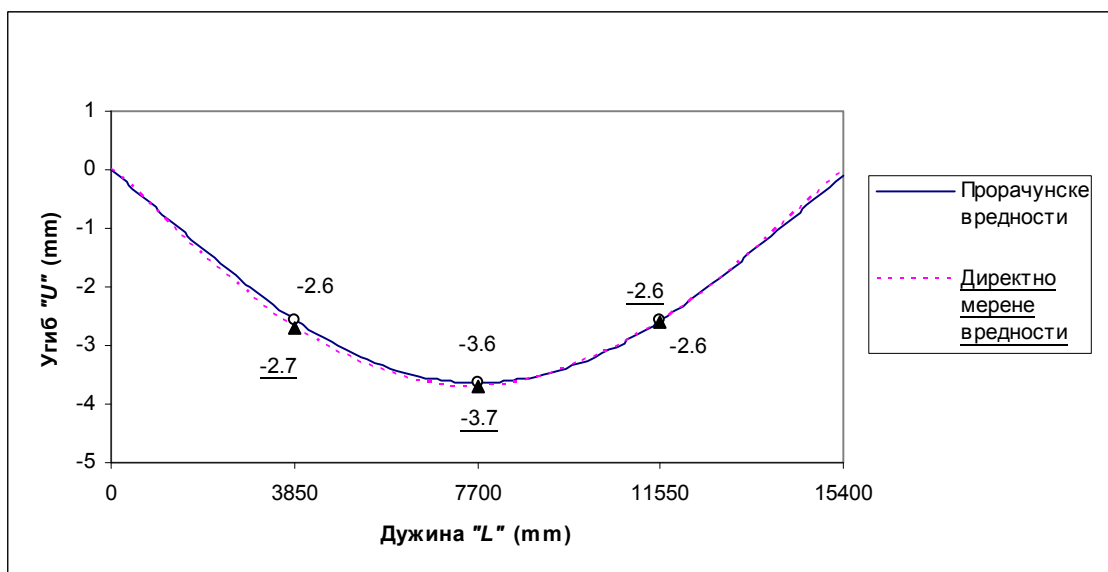
Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	3850	-6.19048E-08
1	3850	1.13379E-07
2	3850	1.4966E-07
3	3850	1.07937E-07
4	3850	-6.53061E-08

Табела 5.8. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (II случај - поље "3")

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интелепационе кубне криве			
бр.	(x_j)	(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
0	3850	-6.19048E-08	5.43618E-11	-9.09642E-30	-5.95962E-19
1	3850	1.13379E-07	2.78609E-11	-6.88336E-15	5.44022E-19
2	3850	1.4966E-07	-9.49731E-13	-5.99907E-16	-5.1124E-19
3	3850	1.07937E-07	-2.83026E-11	-6.50473E-15	5.6318E-19
4	0	-6.53061E-08		0	



Дијаграм 5.3. Функција нагиба (II случај - поље "3")



Дијаграм 5.4. Функција угиба греде након интеграције функције нагиба (II случај - поље "3")

Поглавље 5: Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Пробно оптерећење носача кранске стазе: I случај – неоптерећена кранска дизалица, поље „4“

Табела 5.9. Карактеристике носача кранске стазе и измерене вредности угиба (I случај - поље "4")

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
бр.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	2100	U_{Losl}	0.0
1	3700		U_{10}	-2.1
2	7400		U_{11}	-3.0
3	11100		U_{12}	-2.0
4	14800		U_{Dosl}	0.0

Табела 5.10. Улазни подаци прорачуна (I случај - поље "4")

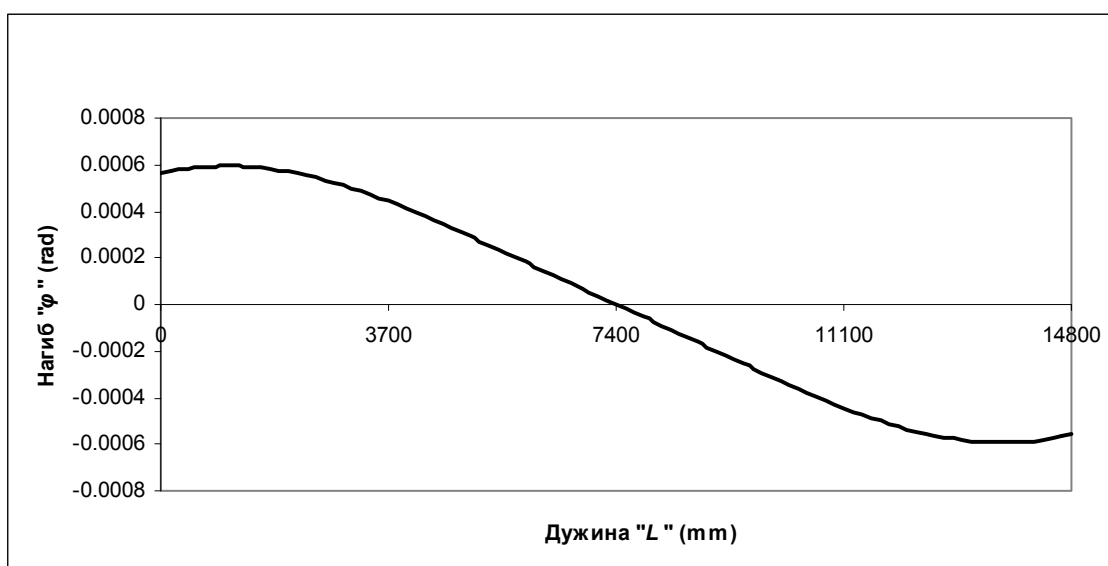
Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	4.81E-05	-6.81E-05	-1230.74	-18073770.49	-5.53288E-08
1	-9.95E-05	1.17E-04	1133.26	9713656.388	1.02948E-07
2	-1.04E-04	1.53E-04	1252.22	8166666.667	1.22449E-07
3	-1.05E-04	1.12E-04	1084.62	9692307.692	1.03175E-07
4	5.14E-05	-7.43E-05	-1240.91	-16704545.45	-5.98639E-08

Табела 5.11. Улазни параметри поступка интерполације (I случај - поље "4")

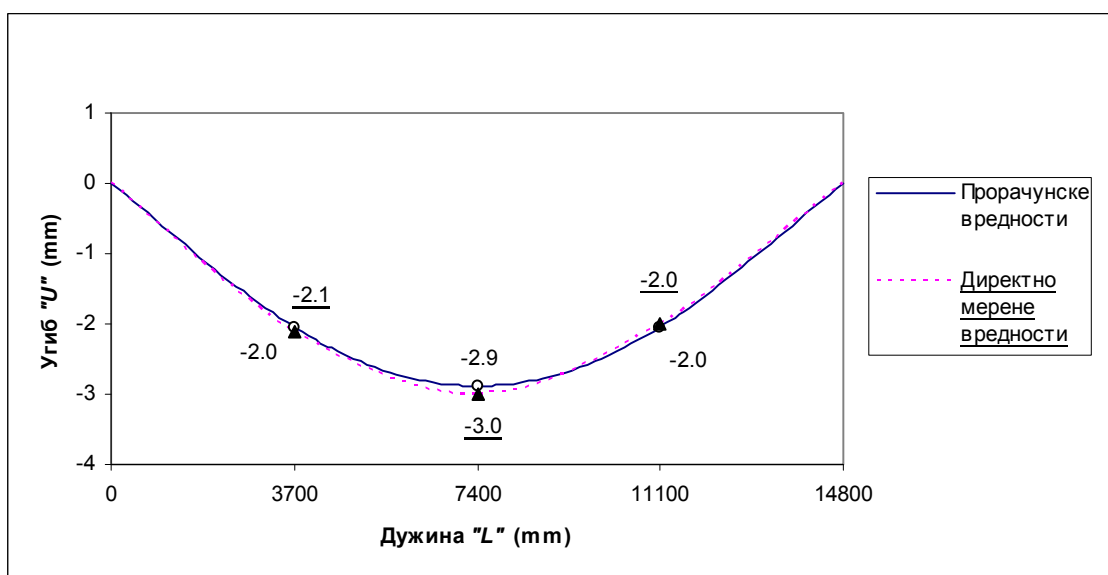
Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	3700	-5.53288E-08
1	3700	1.02948E-07
2	3700	1.22449E-07
3	3700	1.03175E-07
4	3700	-5.98639E-08

Табела 5.12. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (I случај - поље "4")

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интелеполационог кубног сплајна			
бр.	(x_j)	(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
0	3700	-5.53288E-08	5.27692E-11	8.47137E-29	-7.29859E-19
1	3700	1.02948E-07	2.27939E-11	-8.10144E-15	9.09566E-19
2	3700	1.22449E-07	1.99179E-13	1.99475E-15	-9.34188E-19
3	3700	1.03175E-07	-2.34068E-11	-8.37474E-15	7.54481E-19
4	0	-5.98639E-08		0	



Дијаграм 5.5. Функција нагиба (I случај - поље "4")



Дијаграм 5.6. Функција угиба греде након интеграције функције нагиба (I случај - поље "4")

Поглавље 5: Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Пробно оптерећење носача кранске стазе: II случај – кранска дизалица са теретом од 50 kN, поље „4“

Табела 5.13. Карактеристике носача кранске стазе и измерене вредности угиба (II случај - поље "4")

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
бр.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	2100	U_{Losl}	0
1	3700		U_{10}	-2.2
2	7400		U_{11}	-3.2
3	11100		U_{12}	-2.1
4	14800		U_{Dosl}	0.0

Табела 5.14. Улазни подаци прорачуна (II случај - поље "4")

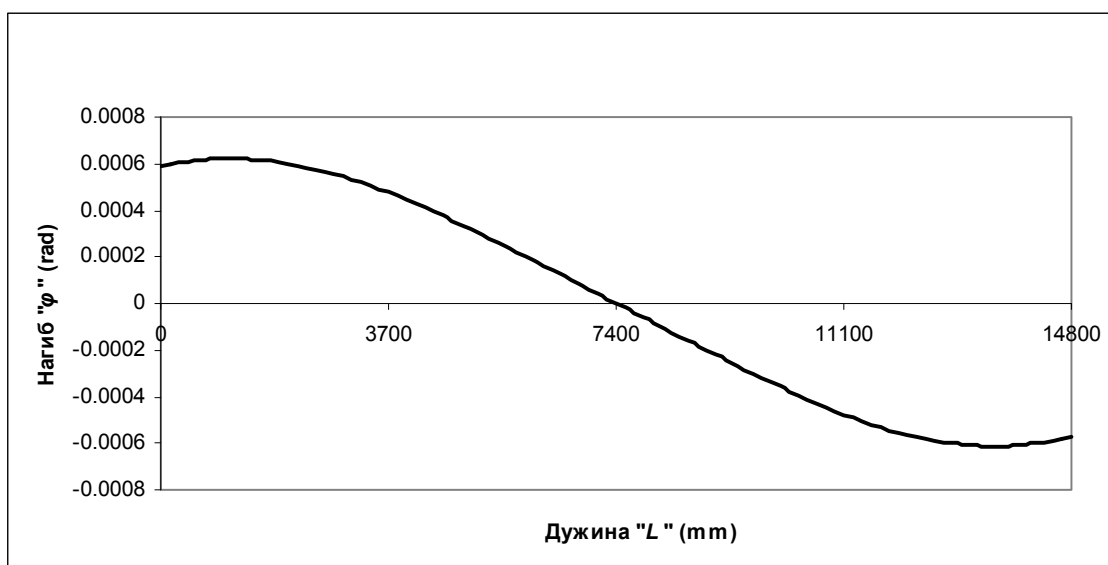
Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	5.14E-05	-6.81E-05	-1196.41	-17569721.12	-5.69161E-08
1	-9.76E-05	1.19E-04	1153.85	9692307.692	1.03175E-07
2	-1.21E-04	1.68E-04	1219.24	7253289.474	1.37868E-07
3	-1.04E-04	1.11E-04	1084.92	9778270.51	1.02268E-07
4	6.19E-05	-7.90E-05	-1177.70	-14898648.65	-6.71202E-08

Табела 5.15. Улазни параметри поступка интерполације (II случај - поље "3")

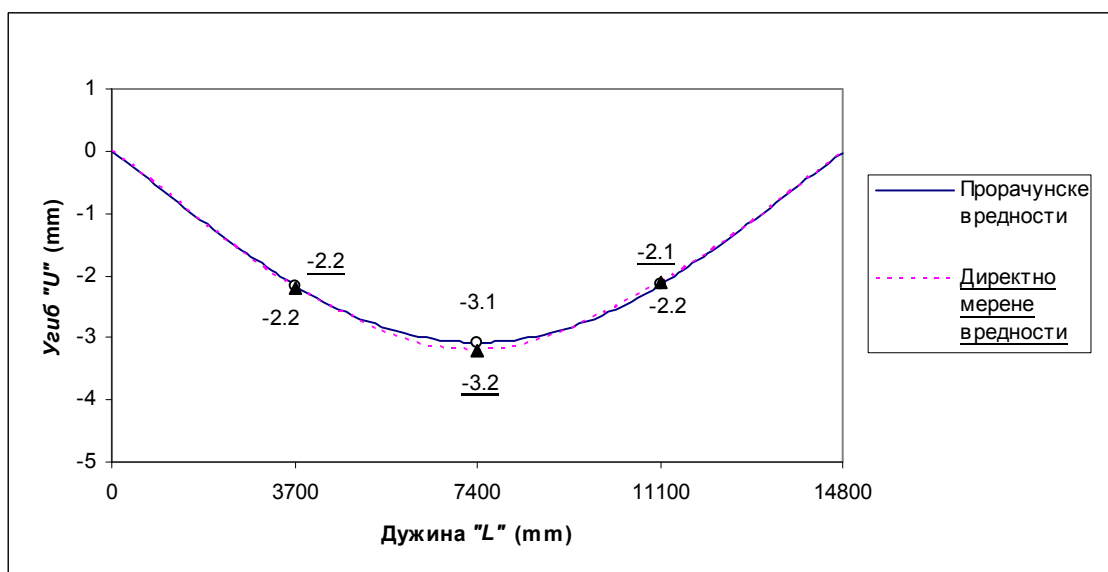
Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	3700	-5.69161E-08
1	3700	1.03175E-07
2	3700	1.37868E-07
3	3700	1.02268E-07
4	3700	-6.71202E-08

Табела 5.16. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (II случај - поље "3")

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интелепационе кубне криве			
бр.	(x_j)	(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
0	3700	-5.69161E-08	5.16344E-11	7.45248E-29	-6.11147E-19
1	3700	1.03175E-07	2.65346E-11	-6.78373E-15	5.8013E-19
2	3700	1.37868E-07	1.60875E-13	-3.44289E-16	-6.21539E-19
3	3700	1.02268E-07	-2.79135E-11	-7.24338E-15	6.52556E-19
4	0	-6.71202E-08		0	



Дијаграм 5.7. Функција нагиба (II случај - поље "4")



Дијаграм 5.8. Функција угиба греде након интеграције функције нагиба (II случај - поље "4")

Табела 5.17. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба и одступања поље „3“

Оптерећење	Положај на греди (mm)	Директно мерене вредности (mm)	Вредности добијене прорачуном (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
I случај: неоптерећен кран поље „3“	3850	<u>-2.1</u>	-2.1	0.0	0.0
	7700	<u>-3.2</u>	-3.1	0.1	3.1
	11550	<u>-2.1</u>	-2.1	0.0	0.0
II случај: кран са теретом 50 kN поље „3“	3850	<u>-2.7</u>	-2.6	0.1	3.7
	7700	<u>-3.7</u>	-3.6	0.1	2.7
	11550	<u>-2.6</u>	-2.6	0.0	0.0

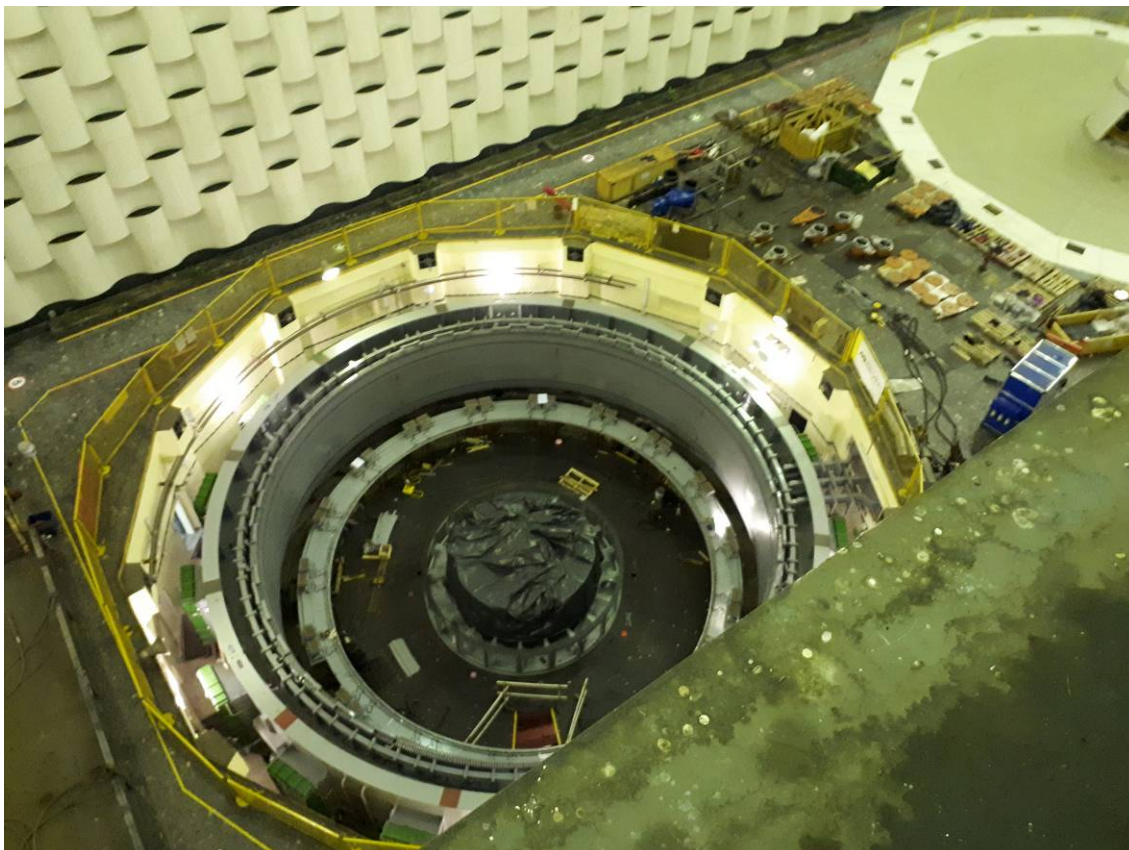
Табела 5.18. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба и одступања поље „4“

Оптерећење	Положај на греди (mm)	Директно мерене вредности (mm)	Вредности добијене прорачуном (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
I случај: неоптерећен кран поље 4	3700	<u>-2.1</u>	-2.0	0.1	4.8
	7400	<u>-3.0</u>	-2.9	0.1	3.3
	11100	<u>-2.0</u>	-2.0	0.0	0.0
II случај: кран са теретом 50 kN поље 4	3700	<u>-2.2</u>	-2.2	0.0	0.0
	7400	<u>-3.2</u>	-3.1	0.1	3.1
	11100	<u>-2.1</u>	-2.2	0.1	4.8

Након успешно извршених пробних оптерећења, приступило се постављању ротора у пројектовани положај. Приликом овог поступка није било могуће мерити утицаје у пољу "3" за случај оптерећења када се кранска дизалица са теретом налазила у средини распонског поља "3", јер би то изискивало заустављање дизалице, што самим процесом постављања ротора није било дозвољено. Међутим, како је положај статора лоциран у средини распонског поља

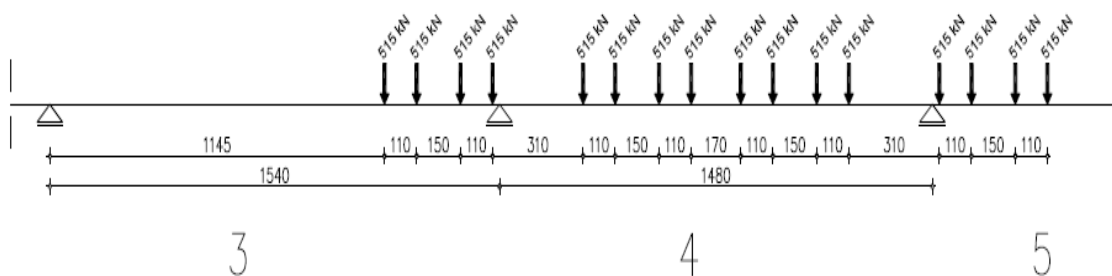
Поглавље 5: Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

"4", било је могуће обавити мерења локалних и глобалних деформационих карактеристика у пољима "2", "3" и "4", за тренутак када се кранска дизалица са ротором налазила у средини распонског поља "4". У даљем ће се приказати делови предложеног поступка прорачуна за поље "4", као и поређење остварених вредности угиба са вредностима добијених директним мерењем.



Слика 5.11. Статор погонског агрегата "1" (поље „4“ кранског носача)

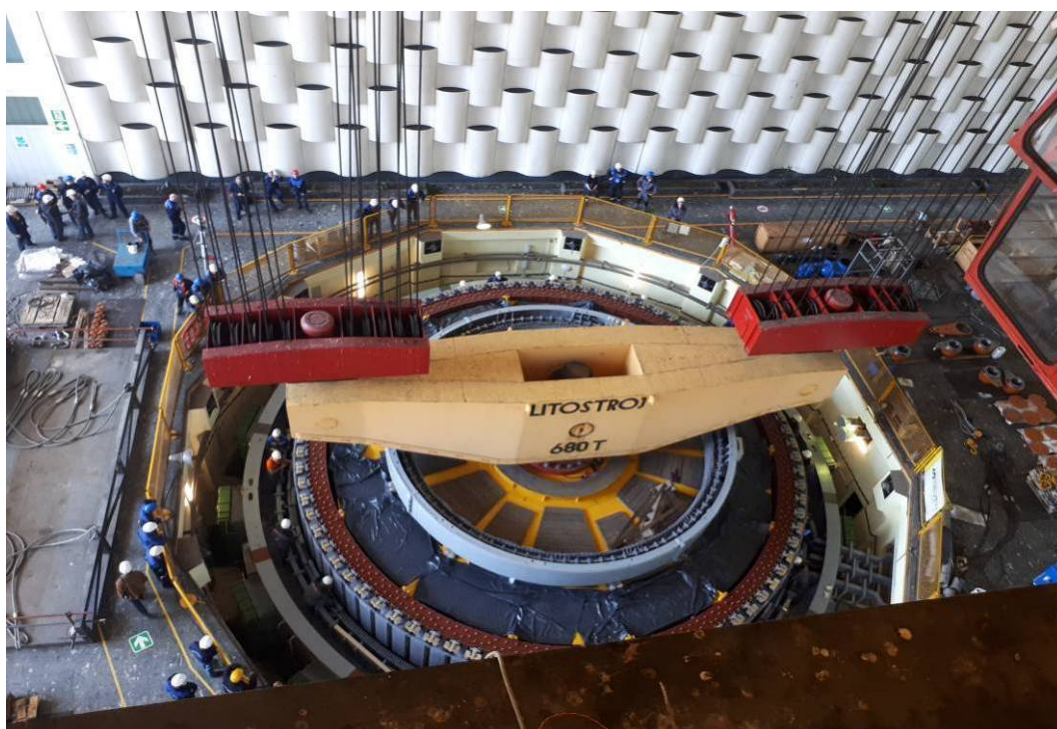
Радно оптерећење: Постављање ротора у пројектовани положај, поље „4“



Слика 5.12. Постављање ротора у пројектовани положај, поље „4“, распоред и величина оптерећења



Слика 5.13. Подизање ротора погонског агрегата "1" са системом две кранске дизалице укупне носивости 8000 kN



Слика 5.14. Спуштање ротора погонског агрегата "1" у пројектовани положај

Табела 5.19. Карактеристике носача кранске стазе и измерене вредности угиба (Постављање ротора - поље "4")

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
бр.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	2100	U_{Losl}	0.0
1	3700		U_{10}	-3.6
2	7400		U_{11}	-5.9
3	11100		U_{12}	-3.7
4	14800		U_{Dosl}	0.0

Табела 5.20. Улазни подаци прорачуна (Постављање ротора - поље "4")

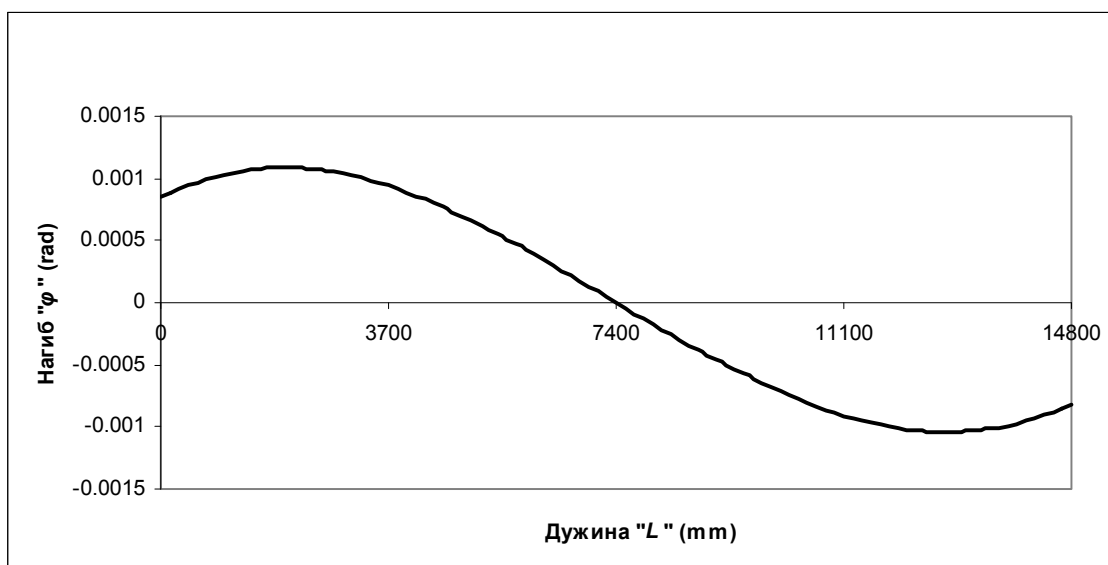
Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	2.75E-04	-2.33E-04	-963.48	-4129213.483	-2.42177E-07
1	-1.67E-04	1.77E-04	1081.99	6108033.241	1.63719E-07
2	-2.48E-04	3.71E-04	1259.35	3394919.169	2.94558E-07
3	-1.52E-04	1.67E-04	1097.01	6582089.552	1.51927E-07
4	2.50E-04	-2.21E-04	-986.36	-4454545.455	-2.2449E-07

Табела 5.21. Улазни параметри поступка интерполације (Постављање ротора - поље "4")

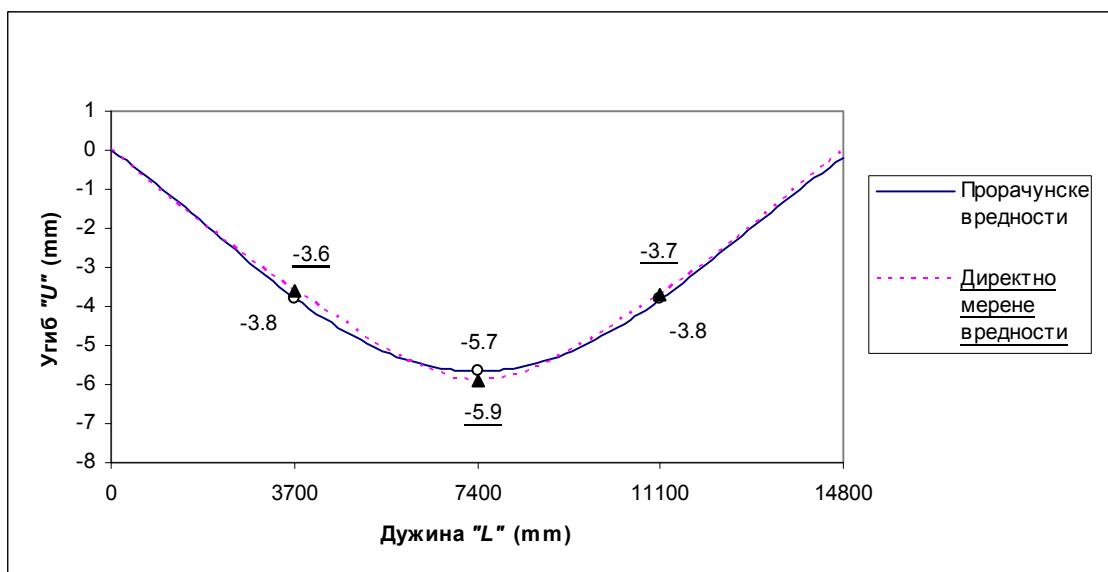
Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	3700	-2.42177E-07
1	3700	1.63719E-07
2	3700	2.94558E-07
3	3700	1.51927E-07
4		-2.2449E-07

Табела 5.22. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (Постављање ротора - поље "4")

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интеполационе кубне криве			
		бр.	(x_j)	(a_j)	(b_j)
0	3700	-2.42177E-07	1.25463E-10	1.14116E-28	-1.15131E-18
1	3700	1.63719E-07	7.81788E-11	-1.27795E-14	3.26318E-19
2	3700	2.94558E-07	-2.98768E-12	-9.15737E-15	-1.22629E-19
3	3700	1.51927E-07	-7.57886E-11	-1.05186E-14	9.47618E-19
4	0	-2.2449E-07		0	



Дијаграм 5.9. Функција нагиба (Постављање ротора - поље "4")



Дијаграм 5.10. Функција угиба греде након интеграције функције нагиба (Постављање ротора - поље "4")

Поглавље 5: Испитивање на реалној структури носача кранске стазе и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања

Табела 5.23. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба и одступања-Постављање ротора, поље „4“

Оптерећење	Положај на греди (mm)	Директно мерене вредности (mm)	Вредности добијене прорачуном (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
Радно оптерећење : Поље 4	3700	<u>-3.6</u>	-3.8	0.2	5.6
	7400	<u>-5.9</u>	-5.7	0.2	3.4
	11100	<u>-3.7</u>	-3.8	0.1	2.7

Може се приметити да недостају вредности вертикалних померања на почетку и крају распонских поља, тј. на местима ослањања на стубове. Као што је напоменуто, предложени поступак прорачуна је у могућности да одреди вертикална померања гредних носача, али не и њено померање као крутог тела у простору. Приликом дејства радног оптерећења, регистрована су вертикална померања на местима ослањања носача кранске стазе на стубове, и те вредности нису биле занемарљиве. Како би се добиле вредности вертикалних померања распонског поља "4" под радним оптерећењем, вредности померања стубова – слегања ослонаца, морају се одузети од укупно измерених померања како би се добила само вертикална померања носача кранске стазе у разматраном пољу, без регистрованих слегања ослонаца. Као што је и наведено у опису предложеног поступка прорачуна, за примену ове методе неопходна је примена инструмената за директно мерење вертикалног померања ослонаца – слегања ослонаца, уколико се жели применити на реалним структурама.

Поглавље 6

Резултати обављених испитивања и упоређење добијених резултата

6.1 Дискусија резултата обављеног лабораторијског испитивања - I фаза истраживања

На основу приказаних вредности добијених директним мерењем и применом поступка прорачуна (табела 6.1.) можемо закључити да су одступања најмања на месту највећег вертикалног померања у средини оптерећеног носача, и то за све фазе оптерећења. Ни у једној фази оптерећења вредности вертикалног померања услед деловања различитих нивоа оптерећења немају већа релативна одступања више од 1.2 %, тј. апсолутна одступања већа од 0.06 mm. У другим мерним местима одступања су незнатно већа, при чему нису забележена већа одступања од 6 % , када се разматра релативно одступање. Уколико се разматра апсолутно одступање, види се да вредности у средини распона незнатно разликују, у питању су одступања у стотим деловима милиметра, док су на другим мерним местима одступања нешто већа, и износе десетине делова милиметра.

Приликом осматрања реалних структура, услед деловања различитих врста експлоатационих оптерећења, вредности остварених вертикалних померања изражавају се у милиметрима, а понекад и у десетим деловима милиметра. Већа прецизност мерења не утиче на квалитет остварених резултата при анализи структура, тј. вредности стотих делова милиметра се сматрају занемарљивим и нису од значаја.

На основу свега наведеног, можемо да закључимо да предложени поступак прорачуна вертикалних померања на основу познатих дилатација у посматраним пресецима оптерећеног гредног носача, остварује резултате са довољном тачношћу и да је експерименталним испитивањем потврђена валидност предложеног поступка прорачуна.

Табела 6.1. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба и одступања

Фаза оптерећења	Положај на греди (mm)	Директно мерене вредности (mm)	Вредности добијене прорачуном (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
I фаза - P =11.5 kN	300	-0.39	-0.41	0.02	5.1
	1250	-1.42	-1.47	0.05	3.5
	2500	-2.02	-2.04	0.02	1.0
	3750	-1.45	-1.46	0.01	0.7
	4700	-0.41	-0.40	0.01	2.4
II фаза - P =23.0 kN	300	-0.68	-0.67	0.01	1.5
	1250	-2.37	-2.46	0.09	3.8
	2500	-3.37	-3.41	0.04	1.2
	3750	-2.42	-2.44	0.02	0.8
	4700	-0.70	-0.66	0.04	5.7
III фаза - P =34.5 kN	300	-0.97	-0.94	0.03	3.1
	1250	-3.34	-3.45	0.11	3.3
	2500	-4.76	-4.80	0.04	0.8
	3750	-3.39	-3.43	0.04	1.2
	4700	-0.98	-0.93	0.05	5.1
IV фаза - P =46.0 kN	300	-1.26	-1.21	0.05	4.0
	1250	-4.30	-4.44	0.14	3.2
	2500	-6.14	-6.19	0.05	0.8
	3750	-4.34	-4.43	0.09	2.1
	4700	-1.28	-1.21	0.07	5.5
V фаза - P =57.5 kN	300	-1.56	-1.49	0.07	4.5
	1250	-5.31	-5.50	0.19	3.6
	2500	-7.62	-7.68	0.06	0.8
	3750	-5.37	-5.49	0.12	2.2
	4700	-1.58	-1.49	0.09	5.7
VI фаза - P =70.0 kN	300	-1.83	-1.75	0.08	4.4
	1250	-6.24	-6.47	0.23	3.7
	2500	-8.98	-9.04	0.06	0.7
	3750	-6.32	-6.46	0.14	2.2
	4700	-1.85	-1.75	0.10	5.4

Током експерименталног испитивања, греда је била оптерећена максималном концентрисаном силом од $P=70.0 \text{ kN}$, тј. расподељеним оптерећењем од $q = 14 \text{ kN/m}$. Максимални остварени напони напрезања у пресеку у средини греде износе: у доњем влакну $\sigma_{d,max} = 61.5 \text{ MPa}$ и у горњем влакну $\sigma_{g,max} = -60.9 \text{ MPa}$. С обзиром да је греда израђена од челика квалитета S235JR, код кога се сматра да допуштени радни напон треба да буде $\sigma_{max} \leq 160 \text{ MPa}$, тј. да се све до достизања те вредности напона напрезања, гредни носач налази у линеарно-еластично стању напрезања и деформација, испуњен је услов који је био задат у Поглављу 1.

6.2 Дискусија резултата обављеног испитивања на реалној конструкцији носача кранске стазе - II фаза истраживања

На основу приказаних вредности добијених директним мерењем и применом поступка прорачуна можемо закључити да су одступања релативно мала. У пољу 3 највеће одступање забележено је у $\frac{1}{2}$ распона, док је у пољу 4, највећа одступања забележена су у $\frac{1}{4}$ распона, за I случај оптерећења – неоптерећена кранска дизалица, уколико се посматра релативно одступање. Уколико се посматра апсолутно одступање, тада се може закључити да су одступања мала, тј. највеће апсолутно одступање износи 0.1 mm . Када се рачуна релативно одступање као референтна вредност узимана је вредност добијена директним мерењем, механичким угибомерима, са податком мерења од 0.1 mm . За II случај оптерећења – оптерећена кранска дизалица, релативна одступања су нешто већа, али уколико се гледају апсолутна одступања, поново највећа одступања износе 0.1 mm . С обзиром да податак мерења механичких угибомера износи 0.1 mm , може се рећи да су вредности добијене предложеним прорачуном у границама грешке механичких угибомера којима су добијене вредности директним мерењем.

Код анализе деформационог стања структура под оптерећењем, разматрају се вертикални угиби изражени у „mm“, тако да величина ових одступања не утиче на квалитет добијених резултата. Поред тога, вредности вертикалних угиба носача кранске стазе су релативно мале, али и очекиване, пошто је I случај оптерећења изведен само са тежином кранске дизалице, а II случај оптерећења са додатним теретом од 50 kN .

Табела 6.2. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба и одступања-поље „3“

Оптерећење	Положај на греди (mm)	Директно мерене вредности (mm)	Вредности добијене прорачуном (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
I случај: неоптерећен кран поље „3“	3850	<u>-2.1</u>	-2.1	0.0	0.0
	7700	<u>-3.2</u>	-3.1	0.1	3.1
	11550	<u>-2.1</u>	-2.1	0.0	0.0
II случај: кран са теретом 50 kN поље „3“	3850	<u>-2.7</u>	-2.6	0.1	3.7
	7700	<u>-3.7</u>	-3.6	0.1	2.7
	11550	<u>-2.6</u>	-2.6	0.0	0.0

Табела 6.3. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба и одступања-поље „4“

Оптерећење	Положај на греди (mm)	Директно мерене вредности (mm)	Вредности добијене прорачуном (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
I случај: неоптерећен кран поље 4	3700	<u>-2.1</u>	-2.0	0.1	4.8
	7400	<u>-3.0</u>	-2.9	0.1	3.3
	11100	<u>-2.0</u>	-2.0	0.0	0.0
II случај: кран са теретом 50 kN поље 4	3700	<u>-2.2</u>	-2.2	0.0	0.0
	7400	<u>-3.2</u>	-3.1	0.1	3.1
	11100	<u>-2.1</u>	-2.2	0.1	4.8

Кранска дизалица је намењена подизању терета тежине 8000 kN, тако да ова два случаја оптерећења изазивају минималне глобалне деформације и напрезања у основном материјалу структуре, и ови подаци су послужили само како би се проверила следљивост резултата добијених статичким прорачуном и података добијених при пробном оптерећењу (I и II случај оптерећења), а све у циљу провере могућности подизања максималне величине терета одређене пројектном документацијом. При деловању ових пробних оптерећења потврђена је валидност усвојеног рачунског модела, тако да се могло приступити подизању

и транспорту терета – ротора, до пројектованог положаја. Поред тога, предложени поступак прорачуна проверен је и при дејству оптерећења које изазива минималне утицаје у разматраној структури, и као резултат су добијене вредности са незнатним одступањима.

Табела 6.4. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба и одступања-Постављање ротора, поље „4“

Оптерећење	Положај на греди (mm)	<u>Директно мерене вредности</u> (mm)	Вредности добијене прорачуном (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
Радно оптерећење : Поље 4	3700	<u>-3.6</u>	-3.8	0.2	5.6
	7400	<u>-5.9</u>	-5.7	0.2	3.4
	11100	<u>-3.7</u>	-3.8	0.1	2.7

Из поређења резултата, видимо да су апсолутна одступања на местима највећих измерених угиба (у средини распонског поља) и у овом случају релативно мала, у највећем износу од 0.2 mm. Релативна одступања су незнатно већа у односу на I и II случај оптерећења, али је максимално релативно одступање мање од 6 %. Како је већ раније наведено, сматра се да овакве вредности одступања нису од значаја за анализу деформационог стања структуре носача кранске стазе.

Поглавље 7

Приказ развијеног мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура

На основу резултата I и II фазе истраживања, као и испуњеног постављеног услова да вредности угиба гредних структура добијене применом прорачунског модела не одступају у износу већем од 6% од директно измерених величина угиба, приступило се се изради мерног мехатроничког система.

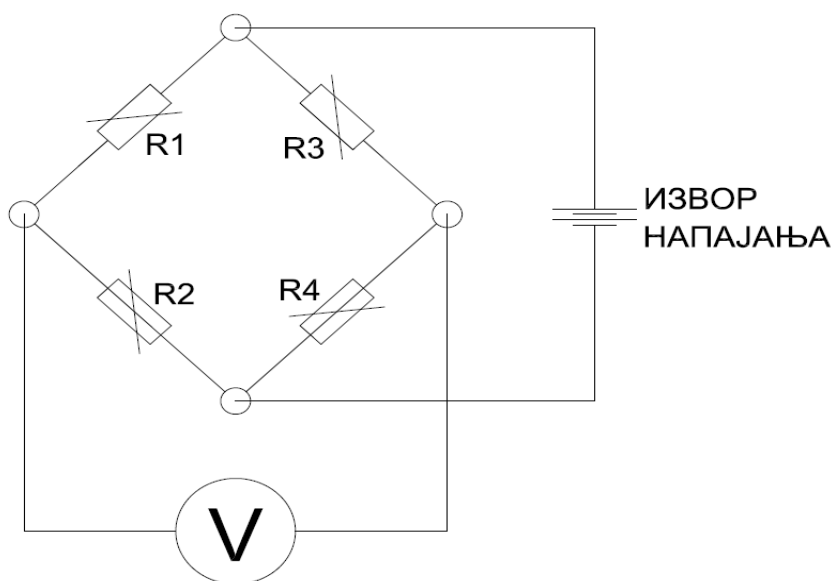
7.1 Приказ елемената мерног мехатроничког система

Развијени поступак прорачуна није везан за тип сензора који врши мерење механичких дилатација. Као сензори за мерење механичких дилатација за развој мерног мехатроничког система одабране су мерне траке – електроотпорни екстензометри, због своје економски повољне вредности. У односу на остале сензоре (*VW*, *FBG*, *LVDT*) за мерење механичких дилатација, њихова економска вредност је вишеструко нижа, што доводи и до економски повољније вредности мерног мехатроничког система у будућој примени на реалним структурама.

С обзиром на одабир типа сензора, мора се извршити и одабир типа мерног уређаја који ће вршити мерење и читавање измерених вредности са постављених сензора, тј. мерно појачало мора имати способност рада са мерним тракама. Као што је у Поглављу 4. речено, мерене дилатације су уобичајено веома мале, из чега произилази да су и промене отпора на мерним тракама такође мале величине, тј. уобичајено се крећу у износу од $\pm 2 \text{ mV/V}$ на укупном мерном опсегу. За мерење промене отпора овако малих вредности морају се користити уређаји који су способни да региструју тако мале промене отпора.

Мерни мехатронички систем састоји се из више компоненти, и за правилно функционисање неопходно је да све компоненте буду усаглашене у свом раду. Прва компонента мерног система је мерна трака. Она претвара механичку дилатацију у промену електричног отпора. Друга компонента система је мерно

коло, које је изведено у систему Витстоновог моста (*Wheatstone bridge*). Струјна кола мерне траке су уобичајено прикључена на конфигурацију Витстоновог моста, који се састоји од једне, две или четири активне траке у зависности од захтева мерења. Преостали елементи Витстоновог моста су уобичајено допуњени са прецизним отпорницима. Витстонов мост дефинисан је као четири отпорника или мерне траке, спојених на такав начин да формирају затворену петљу са четири тачке споја.



Слика 7.1. Схема Витстоновог моста

Напонска побуца је спојена на две супротне тачке споја (напојне жице), а излазне жице (сигналне жице) су спојене на преостале две тачке споја. У пракси ове тачке споја се обично налазе на самом мерном појачалу. Треба нагласити да физичка локација ове четири тачке споја, а не физичка локација отпорника/мерних трака, јесте та која дефинише локацију Витстоновог моста.

И мерна трака и мерно коло су у физичком смислу пасивне компоненте. Њима се мора довести електрично напајање да би се добио сигнал који се може искористити. Напајање се врши из одвојеног извора, и уобичајено је да се користи извор константног електричног напајања једносмерне струје. Уколико нема механичких дилатација, мерно коло моста је избалансирано (сва четири отпорника имају једнаке вредности, излазни напон је константан). Када се

отпорност мерне траке промени услед појаве механичке дилатације, мерно коло моста губи своју симетричност и постаје дебалансирано. Излазни напон мерног кола моста који се региструје управо је пропорционално дебалансиру мерног кола моста.

Трећа компонента мерног система је појачало, које појачава излазни напон мерног кола моста до нивоа који је погодан за мерни индикациони уређај. Применом линеарног појачала излазни напон је пропорционалан улазном напону појачала, који је уједно и излазни напон мерног кола моста, а он је пропорционалан измереној механичкој дилатацији.

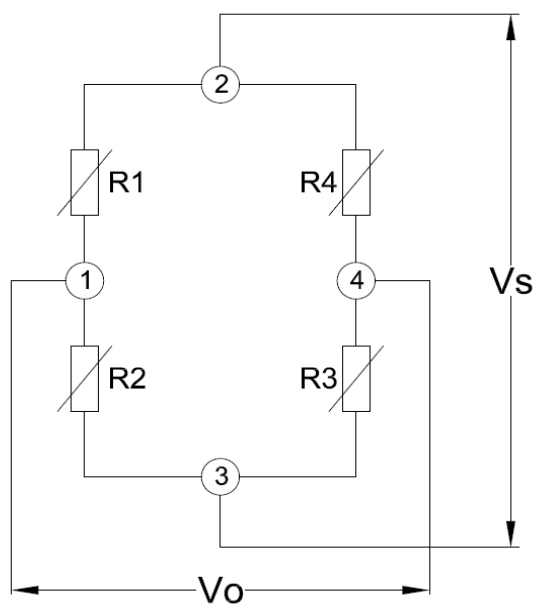
Четврта компонента мерног система јесте уређај који врши приказ измерених величина. Овај уређај претвара излазни напон са појачала у форму која је погодна за корисника. У најједноставнијем случају мерене вредности се приказују помоћу индикативне скале волтметра, али за случај да се врши мерење при динамичким или квази-динамичким побудама, неопходно је користити уређаје који могу вршити приказ мерених величина при побудама оваквог типа и/или вршити снимање и чување података извршеног мерења. Са развојем рачунарске технике и рачунарских програма, приказ мерених величина врши се на монитору рачунара, а облици приказа мерених података могу бити разнолики.

7.2 Различите конфигурације мерног моста

Напајање мерног кола Витстоновог моста може бити са струјом константног или наизменичног напона. Тип побуде Витстоновог моста зависи од типа појачала које се користи. Примарни задатак мерног појачала је да подигне ниво излазног напона мерног кола моста од нивоа миливолта до неколико волта. Појачани волтни сигнал требао би да у потпуности репродукује мерену променљиву. Сметње, које могу настати од температурних утицаја или од утицаја помоћних елемената мерног система (проводници, конектори) не би смеле имати утицај. Мерна појачала која врше напајање мерног кола моста са струјом константног напона садрже генератор који обезбеђује стабилизирани константни напон. Овај тип појачала, појачава статичне и динамичне сигнале до високих фреквенција, најчешће до вредности од 10 kHz. Недостатак овог типа појачала, је што сметње услед температурних утицаја и утицаја помоћних елемената, као и

утицаја електричног и магнетног поља који се појављују у мерном колу, се такође повећавају и добија се грешка у мереним величинама. Неопходна је заштита од утицаја електричног и магнетног поља да би се отклонила настала грешка, док се грешке услед температурних утицаја морају кориговати прорачуном [24].

У случају напајања струјом са наизменичним напоном, користи се носач фреквенције (*carrier frequency*) који мерно коло моста напаја са стабилизованим променљивим напоном и по фреквенцији и по напону. Када мерно коло моста постане дебалансирано од утицаја измерене величине, тада се производи излазни напон моста на исти начин као и у случају напајања константним напоном, али код напајања са наизменичним напоном је њена амплитуда пропорционална дебалансиру моста. Појачало је пројектовано тако да појачава само фреквенцију напон напајања моста и да не појачава фреквенције испод или изнад фреквенције напона напајања. На овај начин елиминисани су негативни температурни утицаји на вредност излазног напона, који су били присутни код првог типа појачала. Уобичајене вредности носећих фреквенција су 225 Hz и 5 kHz.



Слика 7.2. Схема Витстоновог моста

R_1, R_2, R_3, R_4 – отпорници или мерне траке

V_s – напон напајања моста

V_o – излазни напон моста (мерни сигнал)

Појачала са носећом фреквенцијом од 225 Hz погодна су за обављање мерења код статичких и квази-статичких процеса код којих фреквенција промене мерених величина не прелази 9 Hz. Појачала са носећом фреквенцијом од 5 kHz могу вршити мерења и при статичким и при динамичким побудама структура све до фреквенција промене мерених величина до 1 kHz [25].

Приказ Витстоновог моста на слици 7.2. је приближнији за разумевање особама које немају искуства у електроници. Када се напон напајања моста доведе до тачки 2 и 3, тада се он дели на две гране моста, R_1, R_2 и R_3, R_4 као однос који одговара отпору моста, тј. свака половина моста формира делилац напона. Када мост није у балансу, узрок томе је разлика у напону од електричних отпора R_1, R_2, R_3, R_4 :

$$V_o = V_s \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \quad 7.1$$

Када је мост у балансу, излазни напон моста једнак је нули:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad 7.2$$

Када дође до појаве механичких дилатација, отпорност мерне траке мења се за величину ΔR , чиме једначина 7.1 постаје:

$$V_o = V_s \left(\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4 + \Delta R_4}{R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4} \right) \quad 7.3$$

За мерења механичких дилатација, отпори R_1 и R_2 морају бити једнаки у Витстоновом мосту. Исто важи и за R_3 и R_4 , па следи:

$R_1 = R_2 = R_1$ и $R_3 = R_4 = R_3$, што нам даје следећи облик једначине 7.3:

$$V_o = V_s \left(\frac{(R_1 + \Delta R_1) \cdot (2R_3 + \Delta R_3 + \Delta R_4) - (R_3 + \Delta R_4) \cdot (2R_1 + \Delta R_1 + \Delta R_2)}{(2R_1 + \Delta R_1 + \Delta R_2) \cdot (2R_1 + \Delta R_3 + \Delta R_4)} \right) \quad 7.4$$

Величине $\Delta R_i \cdot \Delta R_j$ су мале величине и оне се могу занемарити, из разлога што су величине механичких дилатација мале величине, а самим тим су и промене отпора мале величине. Након сређивања једначине 7.4, добијамо:

$$V_o = V_s \left(\frac{R_1 \cdot (\Delta R_3 + \Delta R_4) - R_1 \cdot (\Delta R_1 + \Delta R_2) + 2R_3 \Delta R_1 - 2R_1 \Delta R_4}{4R_1 R_3 + 2R_1 \Delta R_3 + 2R_1 \Delta R_4 + 2R_3 \Delta R_1 + 2R_3 \Delta R_2} \right) \quad 7.5$$

Уколико се сада погледа делилац, види се да је величина $4R_1R_3$ значајно већа вредност од осталих чланова делиоца, тако да се једначина 7.5 трансформише у:

$$\begin{aligned} \frac{V_o}{V_s} &= \frac{R_1\Delta R_3}{4R_1R_3} + \frac{R_1\Delta R_4}{4R_1R_3} - \frac{R_3\Delta R_1}{4R_1R_3} - \frac{R_3\Delta R_2}{4R_1R_3} + \frac{2R_3\Delta R_1}{4R_1R_3} - \frac{2R_1\Delta R_4}{4R_1R_3} \\ \frac{V_o}{V_s} &= \frac{\Delta R_3}{4R_3} + \frac{\Delta R_4}{4R_3} - \frac{\Delta R_1}{4R_1} - \frac{\Delta R_2}{4R_1} + \frac{\Delta R_1}{2R_1} - \frac{\Delta R_4}{2R_3} \\ \frac{V_o}{V_s} &= \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \end{aligned} \quad 7.6$$

Следећи корак јесте замена израза $\Delta R/R$, количник промене отпора и почетног отпора са вредности механичке дилатације:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad 7.7$$

Вредност „ k “ назива се фактор траке, и он представља карактеристику траке коју произвођач мерне траке доставља. Фактором траке дефинисана је величина измерене механичке дилатације у односу на количник промене отпора и почетног отпора траке, и за различите типове мерних трака има различите вредности. Убацавањем израза из 7.7 у 7.6, добијамо:

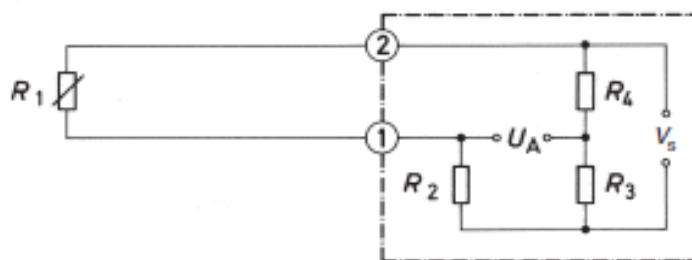
$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad 7.8$$

Једначине су изведене уз претпоставку да долази до промене отпора у свим мерним тракама – отпорницима. Оваква ситуација дешава се у мерним уређајима за мерење механичких величина (сила, померање, итд.) чији се рад заснива на принципу рада мерних трака (*Strain gauge based transducer*). Приликом мерења механичких дилатација на структурама ова ситуација се ретко дешава, и уобичајено је да само неке гране мерног моста садрже активне мерне траке, док остале гране мерног моста допуњују конфигурацију пуног Витстоновог моста. За мерење механичких дилатација користи се неколико облика Витстоновог моста:

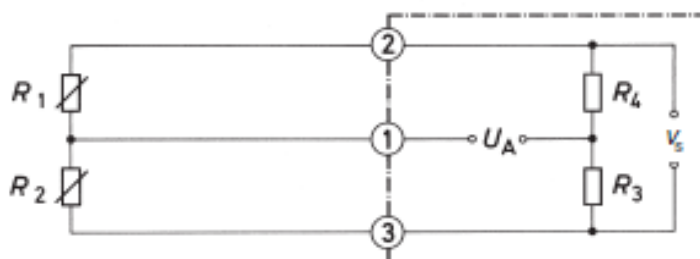
- $\frac{1}{4}$ мерног моста
- $\frac{1}{2}$ мерног моста
- Двострука $\frac{1}{4}$ мерног моста

- Пун мерни мост

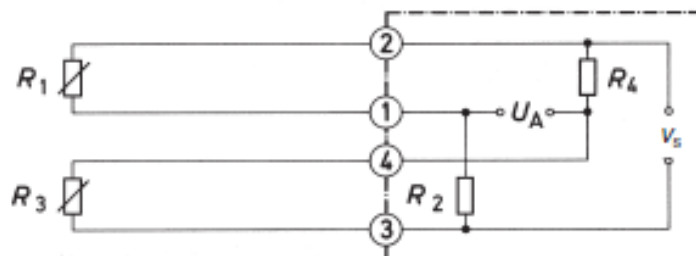
Случај $\frac{1}{4}$ мерног моста подразумева да је само једна мерна трака активна – изложена механичкој дилатацији, док су остала три отпорника неоптерећена и непроменљиве вредности. Код савремених мерних појачала, ова три неоптерећена отпорника су изведени од високо прецизних отпорника и налазе се у самом електронском склопу мерног појачала. За случај $\frac{1}{2}$ мерног моста, две мерне траке изложене су промени вредности отпора, а друге две потребне за комплетирање пуног мерног моста налазе се уграђене у електронском склопу мерног појачала. Двострука $\frac{1}{4}$ мерног моста подразумева две одвојене активне мерне траке које се не налазе у истој грани мерног моста и ова конфигурација се управо по томе разликује од $\frac{1}{2}$ мерног моста где се две активне траке налазе на једној грани мерног моста. Код конфигурације пуног мерног моста, код све четири мерне траке долази до промене отпора [24].



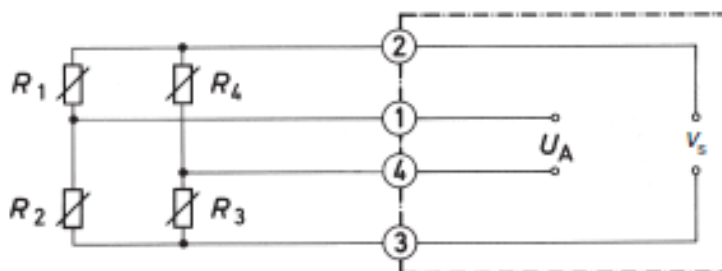
Слика 7.3. Конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста



Слика 7.4. Конфигурација $\frac{1}{2}$ мерног моста



Слика 7.5. Конфигурација двоструке $\frac{1}{4}$ мерног моста



Слика 7.6. Конфигурација пуног мерног моста

7.3 Мерне грешке различитих конфигурација мерног моста

Приликом одабира конфигурације мерног моста за мерење механичких дилатација мора се водити рачуна и о могућим грешкама мерења које могу настати. Да би се обавила мерења високе прецизности постављају се веома високи захтеви за отпорнике који врше допуну мерног моста, тј. неопходно је да то буду високопрецизни отпорници како би се остварила дуготрајна стабилност сигнала као и независност измерених вредности од негативних утицаја изазваних температурним променама. У зависности од тога да ли се промена отпора јавља у једној или више грана мерног моста, као и колика је промена отпора и којег је знака, зависи и линеарна девијација дебаланса мерног моста која се појављује. Максимална линеарна девијација јавља се у случајевима $\frac{1}{4}$ мерног моста и код конфигурације двоструке $\frac{1}{4}$ мерног моста [24].

Негативни утицаји од температурних промена јављају се када долази до промене температуре на структури на којој се врши мерење механичких дилатација, на конекционим кабловима и/или на мерним појачалима која врше мерења. Још један фактор који је под утицајем температурних промена јесу и електричне конекције унутар самог мерног моста. Овај фактор је посебно изражен када су мерне траке између себе повезане или када су повезане са мерним појачалом дугачким конекционим кабловима. У принципу потребно је користити мерне траке које су температурно компензоване (мерне траке којима су процесом производње дате могућности промене температурног коефицијента електричне отпорности материјала од којих су израђене) за одговарајући термални коефицијент експанзије који је зависан од врсте материјала на коме се врши мерење механичких дилатација [24]. Уколико температурна компензација мерне траке није довољна или када се користи мерне траке неодговарајуће температурне компензације у односу на основни материјал на коме се мере механичке дилатације, примењује се компензација Витстоновим мостом.

Принцип компензације мерног моста базиран је на чињеници да сигнал сметњи истог знака, који утиче на суседну грану мерног моста, доприноси дебалансу мерног моста са супротним знаком. Уколико имају исту амплитуду, они се међусобно поништавају.

$$\varepsilon_0 = \frac{4}{k} \cdot \frac{V_o}{V_s} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \quad 7.9$$

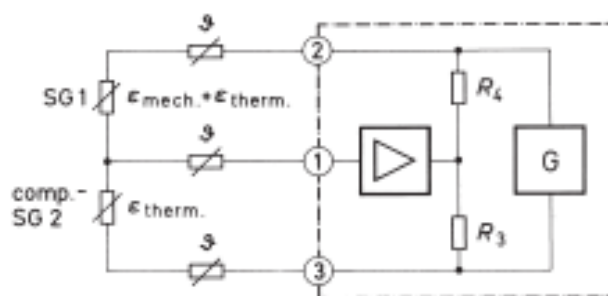
У изразу 7.9, ознака „ ε_0 “ представља вредност механичке дилатације, а вредности „ $\varepsilon_1 - \varepsilon_4$ “ представљају сигнале дилатација у гранама мерног моста.

Приликом мерења механичких дилатација често је у употреби конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста. Иако се користе температурно компензоване мерне траке, конекциони каблови између мерне траке и осталих грана мерног моста подложни су температурним утицајима. Разлог лежи у зависности проводљивости каблова и температурне промене. За бакар, температурни коефицијент електричне отпорности износи око 0.4 %/К, тј. повећава се отпорност са порастом температуре. Све промене отпора које се јављају унутар мерног моста, имају утицаја на дебаланс моста. Мерни мост не може разликовати промену отпорности у мерној траци од промене која се дешава у кабловима,

којима су повезани елементи мерног моста. Ови додатни утицаји од температурних промена умањују ефективност температурне компензације самих мерних трака или чак потпуно поништавају овај ефекат. Из ових разлога, конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста може се користити, са задовољавајућим резултатима мерења, само код случаја кратких конекционих каблова и у случајевима константне температуре за време трајања мерења, што одговара највише лабораторијским условима [25].

За случајеве код којих није могуће обезбедити кратке конекционе каблове између елемената мерног моста и где су присутне температурне промене примењује се конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста са температурно компензационом мерном траком. Компензациона мерна трака се разликује од активне, по својој функцији у мерном мосту. Мора имати идентичне карактеристике као и активна трака, па се препоручује употреба мерних трака из истог паковања и исте производне партије. Компензациона трака се поставља на неоптерећени део структуре и мора бити изложена истим температурним утицајима као и активна трака. Код структура изложених напрезању скоро да је немогуће наћи такве делове структуре, па се врши постављање компензационе мерне траке на део материјала истих карактеристика као и материјала на којима се врши мерење механичких дилатација, који се затим доводи у контакт са основним материјалом структуре. Термални контакт се остварује механичким путем, помоћу завртњева или лепка. Не сме бити преноса механичког оптерећења са структуре на којој се врше мерења и дела материјала на који је постављена компензациона трака. Термални капацитет дела материјала на који је постављена компензациона трака, тј. његова запремина треба бити довољно мала да би његова температура могла пратити промену температуре структуре на којој се врше мерења. Тек након достизања потпуне температурне једнакости, потпуна температурна компензација је остварена.

Активна и компензациона мерна трака повезане су у конфигурацији $\frac{1}{2}$ мерног моста. Ово је конфигурација $\frac{1}{4}$ моста са тачке гледишта мерења, али са тачке гледишта мерног кола, ово је конфигурација $\frac{1}{2}$ мерног моста.



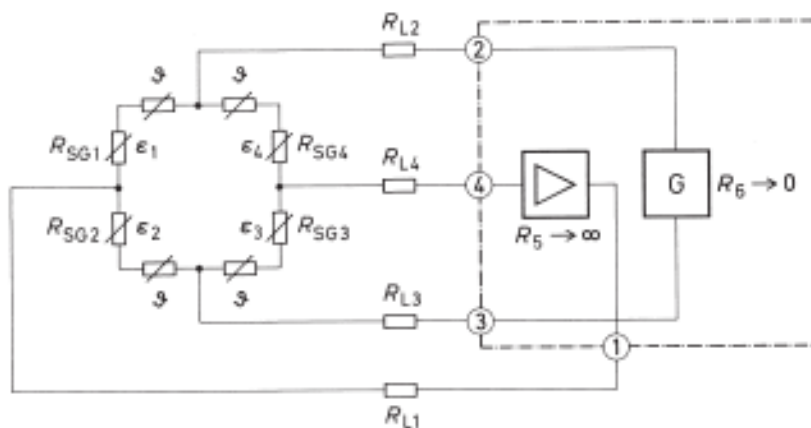
Слика 7.7. Конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста са компензационом мерном траком

Најбољи резултати постижу се уколико је компензациона мерна трака постављена у близини активне мерне траке, чиме се неутралишу грешке услед дугачких конекционих каблова једне гране моста (активна $SG1$ и компензациона $SG2$ мерна трака), мада је могуће и постављање компензационе мерне траке на удаљеној локацији, поготово када једна компензациона трака прави једну грану моста са активним тракама у случајевима када се користе механички или аутоматски преклопници који омогућавају мерења са више мерних трака на једном каналу мерног појачала [24].

Конфигурација пуног моста се углавном користи код израде сензора чији је рад заснован на принципу рада мерних трака, или код одговарајућих мерних техника. У овој конфигурацији мерног кола, све четири гране мерног моста имају активне мерне траке, које су постављене на веома малој удаљености. Из тог разлога, конекциони каблови су веома кратки и грешке које настају услед температурних промена унутар саме конфигурације мерног моста су сведене на минимум и остварује се висока прецизност мерења. Термална дилатација која се јавља на мерном објекту утиче на све четири мерне траке у истом износу, тако да се остварује веома добра температурна компензација. Мерни сигнал „ ε_i “ добија се као аритметички збир вредности са све четири активне мерне траке:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \quad 7.10$$

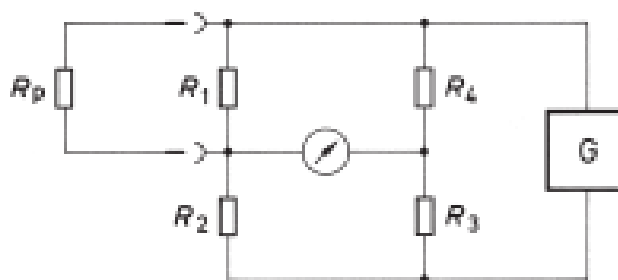
Сигнални каблови који имају отпоре R_{L1} и R_{L4} немају утицаја ни на температурни излаз ни на мерни сигнал. Напојни каблови који имају отпоре R_{L2} и R_{L3} такође немају утицаја на температурни излаз.



Слика 7.8. Конфигурација пуног мерног моста

Код анализе напонског стања, конфигурација пуног моста може се користити када је позната дистрибуција напрезања на све четири мерне траке, као и њихови знакови и међусобни односи, нпр. код напрезања греде чистим савијањем симетричног попречног пресека или код шипки константног попречног пресека изложених затезању или притиску. У осталим случајевима мора се користити конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста, тј. када је дистрибуција напрезања непозната [24].

Отпори конекционих каблова између мерних трака унутар мерног моста могу произвести велике дебалансе код асиметричних конфигурација ($\frac{1}{4}$ мерног моста, дупла $\frac{1}{4}$ мерног моста), у таквом износу да се они више не могу компензовати мерним појачалима. Тада се морају на одговарајући начин повећати отпори високо прецизних отпорника који се налазе у самом мерном појачалу. Други ефекат отпора конекционих каблова јесте смањење мерне вредности која се добија са постављених мерних трака. У тим случајевима се користи паралелна калибрација (*Shunt calibration*). Додатни уређај са дефинисаним ефектом на мерно појачало се поставља унутар мерног моста, тј. формира се мерни мост са паралелним отпорником.



Слика 7.9. Принцип паралелне калибрације (*Shunt calibration*)

R_1, R_2, R_3, R_4 – отпорници или мерне траке

R_p – паралелни отпорник

G – генератор напајања

Коришћењем паралелног отпорника могуће је извршити промену баланса мерног моста (ако је мерни мост дебалансиран, може се довести у стање баланса).

За конфигурацију $1/4$ мерног моста биће:

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R}, \quad R_p \text{ P } R \rightarrow R_r, \quad R_r = \frac{R - R_p}{R + R_p}, \quad \Delta R = R_r - R$$

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{4} \frac{R_p - R}{R} = \frac{1}{4} \frac{\frac{R - R_p}{R + R_p} - R}{R} = \frac{1}{4} \left(\frac{R_p}{R + R_p} - 1 \right)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon, \quad \frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{4} k \cdot \varepsilon \quad 7.11$$

Ако се калибрисана вредност механичке дилатације обележи са „ ε^* “,

$$\varepsilon^* = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{k} \left(\frac{R_p}{R + R_p} \right) - 1 \quad [m/m]$$

$$\varepsilon^* = \frac{1}{k} \left(\frac{R_p}{R + R_p} - 1 \right) \quad [\mu m/m] \quad 7.12$$

Знак калибрисане вредности постаје негативан ако се једна од грана мерног моста са отпорницима R_1 и R_3 изложи паралелном отпору (пригуши), односно постаје позитивна ако се пригуше отпори R_2 и R_4 . Код конфигурације $1/4$ мерног моста, активна трака је увек R_1 тако да се знак напрезања и индикације слажу, па је калибрација могућа само у негативном опсегу. Наравно, потребно је да индикациони уређај има негативни опсег и тада је калибрација могућа и у

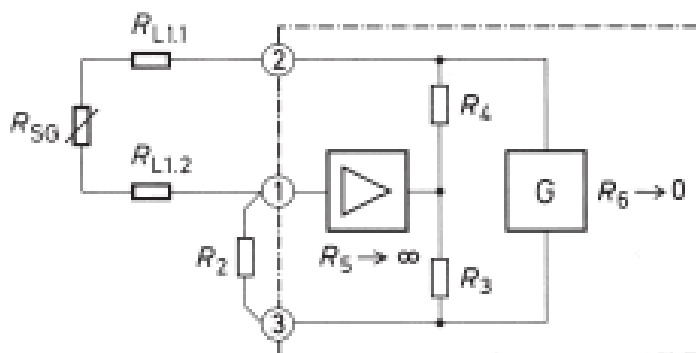
позитивном опсегу. Код $\frac{1}{2}$ мерног моста и пуног моста калибрација је могућа и у негативном и у позитивном опсегу.

Уколико се појединачна мерна трака изложи паралелној калибрацији тада су сви утицаји који утичу на индикувану вредност обухваћени (отпор конекционог кабла, појачање појачала и осетљивост индикационог уређаја). Ако се успостави однос између калибрисане израчунате вредности „ ε^* “ и очитане вредности „ ε_i “, тада се добија корекциони фактор „ K_c “:

$$\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_i} = K_c \quad 7.13$$

Уколико се паралелна калибрација не може применити, тада се ефекти отпора каблова морају кориговати. У дијаграмима мерних кола претпоставља се да у конекцијама нема отпора. У стварности ова претпоставка зависи од дужине кабла и од његове отпорности, тј. да ли је отпорност кабла два или три пута мања од отпорности мерних трака и мерног моста, и тада се она може занемарити. Код дугачких конекционих каблова ова претпоставка не важи. Такође, уколико се користе каблови са танким жицама, при великим температурним променама, тада и на малим дужинама каблова долази до значајне мерне грешке [25]. Једначине за прорачун корекције мерене величине су различите за различите конфигурације мерних мостова.

Конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста



Слика 7.10. Утицаји отпора каблова код $\frac{1}{4}$ мерног моста

R_{SG} – активна мерна трака

R_{compSG} – компензациона мерна трака

R_{LL1}, R_{LL2} – отпори каблова између мерних трака и остатка мерног моста

R_2, R_3, R_4 – отпорници допуне мерног моста

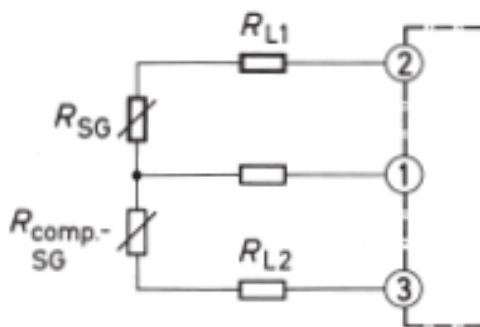
R_5 – отпор мерног појачала

R_6 – отпор генератор напајања константног напона

У обележавању ће стварна вредност бити означена са „ ε “, а измерена – индикована вредност са „ ε_i “.

$$\varepsilon = \varepsilon_i \frac{R_{LL1} + R_{SG} + R_{LL2}}{R_{SG}} \quad 7.14$$

Конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста са компензационом мерном траком



Слика 7.11. Утицаји отпора каблова код $\frac{1}{4}$ мерног моста са компензационом траком

R_{SG} – активна мерна трака

R_{compSG} – компензациона мерна трака

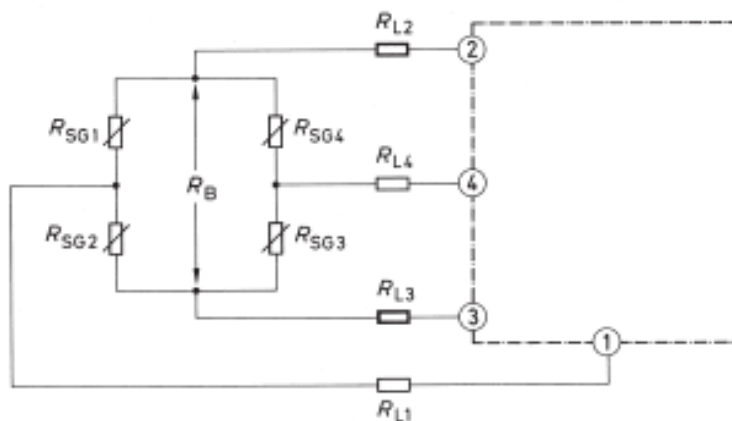
R_{L1}, R_{L2} – отпори каблова између мерних трака и остатка мерног моста

Стварна вредност механичке дилатације:

$$\varepsilon = \varepsilon_i \frac{R_{L1} + R_{SG} + R_{L2}}{R_{SG}} \quad 7.15$$

Конфигурација пуног мерног моста

Ова конфигурација има веома добре карактеристике – велику вредност мерног сигнала, аутоматску компензацију температурних утицаја. У овом случају отпорност конекционих каблова између мерних трака је тако мала, да се може занемарити. У обзир се узима отпорност конекционих каблова између мерног појачала и мерног моста. Отпорност сигналних каблова, као и код претходних конфигурација не утиче на смањење мерног сигнала.



Слика 7.12. Утицаји отпора каблова код конфигурације пуног мерног моста

R_{SG1} , R_{SG2} , R_{SG3} , R_{SG4} – активне мерне траке

R_{L2} , R_{L3} – отпори напојних каблова

R_{L1} , R_{L4} – отпори сигналних каблова

R_B – отпор паралелне калибрације моста

Стварна вредност механичке дилатације:

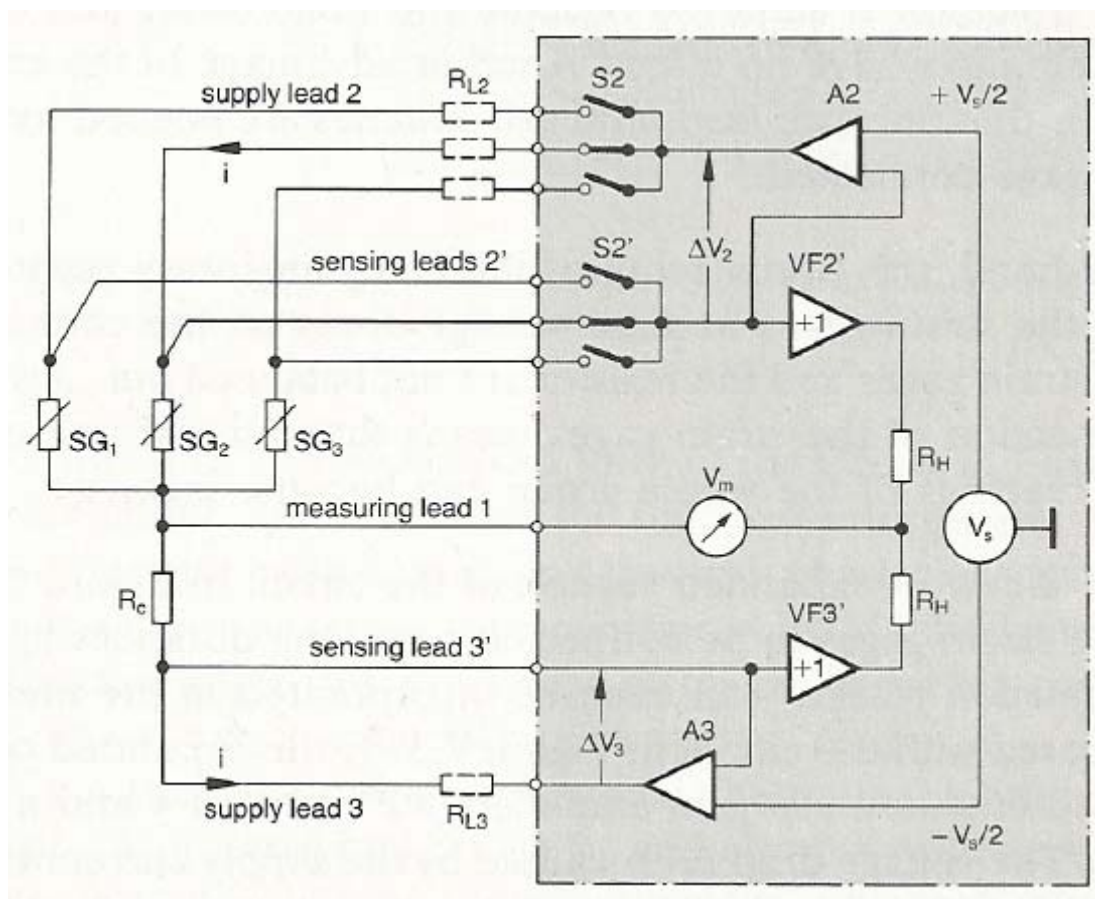
$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 = \varepsilon_i \frac{R_{L2} + R_B + R_{L3}}{R_B}$$

$$R_B = \frac{(R_{SG1} + R_{SG2}) \cdot (R_{SG3} + R_{SG4})}{R_{SG1} + R_{SG2} + R_{SG3} + R_{SG4}} \quad 7.16$$

Уколико су отпори свих мерних трака једнаки, што је уобичајено у оваквим конфигурацијама, тада је отпор моста једнак отпору мерних трака.

7.4 Елиминисање негативних утицаја конекционих каблова посебним мерним колима у мерним појачалима - „Кројцерово мерно коло“ (*Kreuzer Circuit*)

Претходно су биле описане методе којима је могуће елиминисати утицаје који доводе до стварања грешака у процесу мерења. Могуће је је кренути и другим путем, тј. пројектовати мерно појачало на такав начин да се избегну грешке које настају од утицаја отпора каблова. Принцип рада оваквих уређаја базиран је на специјално развијеном мерном колу које је уграђено у мерно појачало – „Кројцерово мерно коло“. Ово мерно коло базирано је на принципу Витстоновог моста, али на такав начин да се готово у потпуности елиминирају могуће грешке мерења које могу настати [25].



Слика 7.13. Кројцерово мерно коло (*Kreuzer Circuit*)

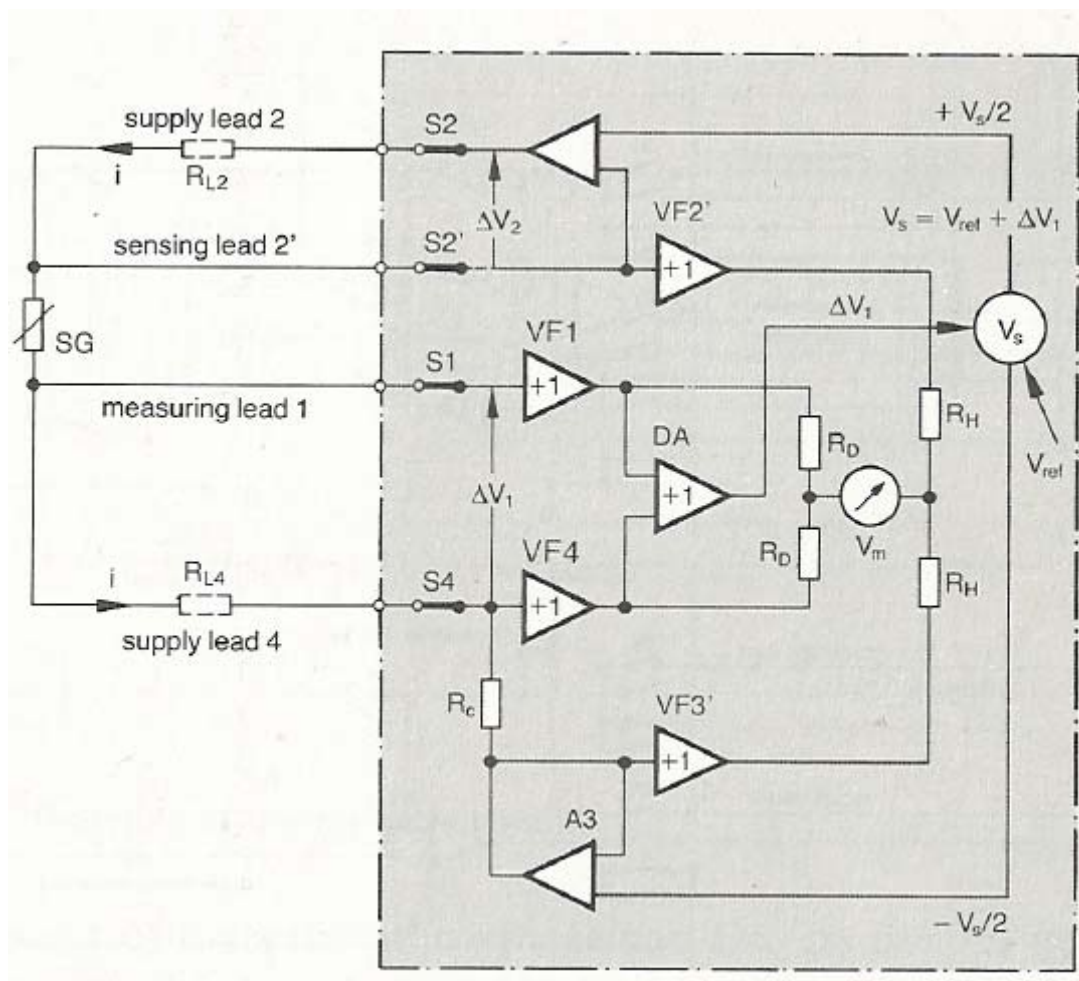
У случају Кројцеровог мерног кола, напон напајања мерног моста „ V_s ” се не доводи директно до мерних трака, већ он представља референтну вредност напона за појачала „ A_2 “ и „ A_3 “. Ова појачала коригују свој излазни напон све док

напони са сигналних каблова до мерних тачака, који се поново враћају преко појачала „ $VF2$ “ и „ $VF3$ “, не буду једнаки са напонима „ $+V_s/2$ “ и „ $-V_s/2$ “. Падови напона „ ΔV_2 “ и „ ΔV_3 “ на напојним кабловима и на напојном прекидачу „ $S2$ “ су елиминисани; излазни напони са појачала „ $A2$ “ и „ $A3$ “ су већих вредности од вредности „ $+V_s/2$ “ и „ $-V_s/2$ “ за вредности падова напона „ ΔV_2 “ и „ ΔV_3 “, чиме је обезбеђено напајање моста прецизним и стабилним напоном на мерним тачкама.

На овај начин скоро у потпуности су елиминисане грешке. Овакав тип мерног кола погодан је и за појачала која врше напајања мерног моста једносмерном струјом константног напона и за појачала која врше напајања мерног моста помоћу носача фреквенције. Велика прецизност постиже се и зато што појачала имају мала одступања и мале температурне осцилације, тако да су њихови негативни утицаји у мерном колу занемарљиви. Предност овог мерног кола је и што су потребна два сигнална кабла и два прекидача за сваку појединачну мерну траку која је повезана на мерно појачало.

С друге стране, мерно коло захтева допунски отпорник „ R_c “ постављен у близини мерне траке, јер падови напона на конекционим кабловима између мерних трака и отпорника нису избалансирани ка споља. Такође директна метална конекција мерних трака значи да ако је једна мерна трака уземљена, вредности читавања за целу групу могу бити погрешна.

Из тог разлога развијен је још један тип овог мерног кола под називом „Проширено Кројцерово мерно коло (*Extended Kreuzer Circuit*)“ које омогућава да се појединачне мерне траке могу повезати на великим удаљеностима (све до дужина каблова до 1000 м), а отпорник допуне може се налазити у самом мерном појачалу. У поређењу са првим колом, друго коло садржи два додатна појачала „ $VF1$ “ и „ $VF4$ “ и диференцијално појачало „ DA “. Пад напона „ ΔV_1 “, изазван падом струје у напојном каблу „ 4 “ и прекидачу „ $S4$ “, тј. спој између мерне траке и отпорника „ R_c “ извучен је помоћу појачала „ $VF1$ “ и „ $VF4$ “ и подељен једнако помоћу отпорника „ R_d “, који омогућава једнаке износе за две гране спољашњег полу-моста.



Слика 7.14. Проширено Кројцерово мерно коло (*Extended Kreuzer Circuit*)

На овај начин елиминисан је пад напона „ V_1 “ на нулту вредност. Пошто се напон „ V_1 “ доводи до генератора напајања моста преко диференцијалног појачала „ DA “, и напајање моста „ V_s “ се повећава за вредност „ V_1 “, сума напона напајања мерних трака и додатних отпорника је увек константна вредност „ V_{ref} “. Из тог разлога, падови напона „ V_1 “ и „ V_2 “ немају утицаја на мерну осетљивост. Мерно коло искључује и укључује мерну траку у потпуности, тако да уземљење једне мерне траке не утиче на друге мерне траке [24].

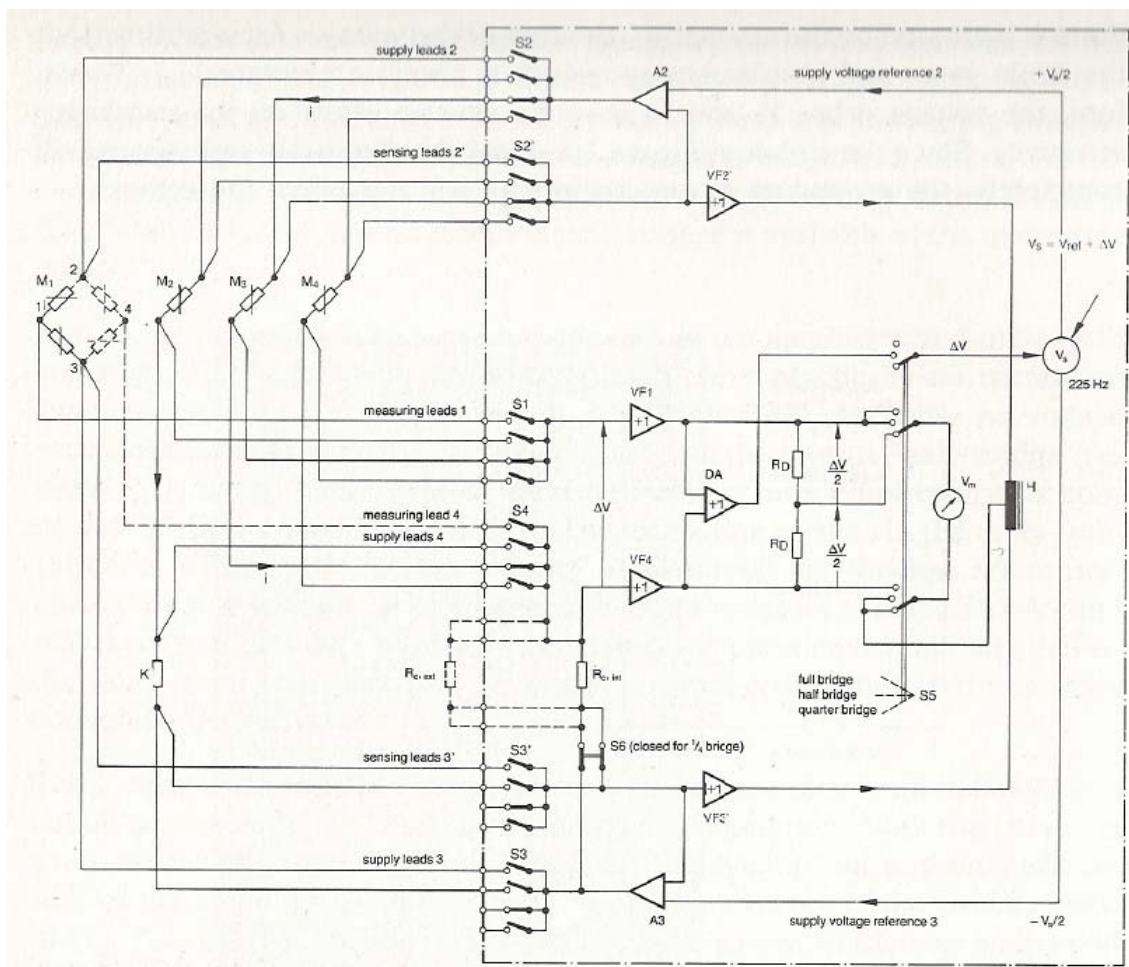
7.5 Одабир типа мерног појачала мехатроничког система

Предложена метода израчунавања вертикалних померања – угиба структура, заснива се на мерењу механичких дилатација које се појављују у основном материјалу структуре услед деловања оптерећења, а за њихово мерење користе се електроотпорни екстензометри – мерне траке. Одабир одговарајућег

мерног појачала, које ће обезбедити квалитетне мерне величине, има пресудан значај за успешност предложене методе. Реалне структуре мостова и носача кранских стаза, имају значајне распонске димензије, тако да се за мерење механичких дилатација са постављених мерних трака користе каблови значајних дужина. Такође, реалне структуре су изложене температурним променама које су или последица временских услова (дневне, годишње промене) који владају или последица утицаја производних процеса (температурне варијације у производним халама). Као што је наведено у тачки 7.3, негативни утицаји који се јављају при мерењу мерним тракама механичких дилатација могу имати велики утицај на квалитет добијених резултата мерења, а самим тим и на квалитет података угиба добијених предложеним поступком.

Мерна појачала Немачког произвођача „*Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH – HBM*“ развијана су у периоду после другог светског рата па све до данашњих дана, са циљем да у потпуности обезбеде веома добар квалитет мерених података са постављених мерних трака, узимајући у обзир све могуће негативне утицаје који се могу појавити у таквим мерењима. Може се рећи да је овај произвођач имао пресудну улогу у развоју како самих мерних трака, тако и мерних појачала и мерне опреме за рад са мерним тракама. Развој технологије мерних трака и мерних појачала напредовао је упоредо са развојем електронике, тако да су нови типови мерних појачала били све бољих карактеристика. Инжењери овог произвођача дали су огроман допринос у развоју метода прорачуна и отклањања грешака које се могу појавити у раду са мерним тракама.

Један од тренутака који је означио прекретницу у развоју мерних појачала овог произвођача десио се 1976. године, када су усвојили принцип елиминисања могућих грешака у мерењу мерним тракама уградњом Проширеног Кројцеровог мерног кола у своја мерна појачала [24]. Поред тога, одлучили су се да своја појачала израђују тако да се напајања мерног моста не врше са једносмерном струјом константног напона, већ да се напајање мерног моста врши помоћу носача фреквенције од 4.8 kHz (*carrier frequency 4.8 kHz*), чиме су елиминисали услове за настајање грешака мерења која су својствена за мерна појачала са констатним напонам. Развој мерних појачала био је поступан и методичан, и сваки нови тип био је бољих карактеристика од претходног.



Слика 7.15. Усвојена шема мерног кола у мерним појачалима произвођача *HBM* – мерни мост ослобођен грешке за повезивање у конфигурацији $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, и пуног мерног моста

Узимајући све наведено, као избор мерног појачала које је саставни део развијеног мехатроничког система, одређено је мерно појачало управо овог произвођача, комерцијалне ознаке „*QUANTUM MX840B*“. Овај тип, од стране произвођача је означено као универзално мерно појачало, које поседује осам (8) електрично-изолованих канала са могућношћу индивидуалног конфигурисања – на свим каналима могу се поставити потпуно различити сензори и посебно конфигурирати.

Обезбеђена је могућност мерења са мерним трака различитих отпора (120Ω , 350Ω , 700Ω , 1000Ω) и различитих конфигурација мерног моста ($\frac{1}{4}$ мерног моста са температурно компензационом мерном траком, $\frac{1}{2}$ мерног моста,

конфигурација пуног мерног моста). Спектар осталих типова сензора који се могу повезати на ово мерно појачало је доста широк:

- Сензори на бази индукције у конфигурацији $\frac{1}{2}$ мерног моста
- Сензори на бази индукције у конфигурацији пуног мерног моста
- Пиезоотпорни сензори у конфигурацији пуног моста
- Потенциометријски сензори
- Напонски сензори ($300mV$, $10V$, $60V - 300V$),
- Струјни сензори ($0 - 20 mA$)
- Отпорни сензори (PTC , NTC , KTY)
- Отпорни термометри ($PT100$, $PT1000$)

На сваком каналу је могуће подесити индивидуалну брзину узорковања до максималне вредности од $40 kS/s$, сваки канал има свој $24-bit$ аналогно-дигитални претварач сигнала, и на сваком каналу се може подешавати величина напона напајања за раличите врсте сензора у опсегу од $3 - 24 V$, или код струјних сензора од $0 - 20 mA$. Класа прецизности је дата у зависности од типа сензора и она се креће у границама од $0.05 - 0.1$. Линеарна грешка је такође дата у зависности од типа сензора, и креће се у границама ± 0.02 до $\pm 0.3 \%$, при чему се мора напоменути да је линеарна грешка дата у односу на цео опсег мерења.



мерна трака

QUANTUM MX840B

CATMAN AP HBM

Слика 7.16. Схематски приказ мерног ланца од постављеног сензора до читавања мерених вредности на рачунару

„QUANTUM MX840“ не може самостално вршити мерења, нити се могу конфигурирати сензори који су прикључени. Да би се могла обавити мерења, неопходно је повезати мерно појачало са рачунаром, на коме је инсталиран

рачунарски програм „*CATMAN AP HBM*“. Мерно појачало се повезује са рачунаром преко *Ethernet* конекције, а након повезивања се стартује програм. Након покретања програма, приступа се подешавању у складу са захтевима мерења које је потребно обавити. Врши се подешавање канала у зависности од типа повезаног сензора, брзине узорковања, почетак и крај мерења, дефинисање лимитирајућих регистрованих вредности уколико се врши мониторинг неког догађаја.

Овај уређај поседује могућност повезивања више мерних појачала, до максималног броја од шест међусобно повезаних појачала, чиме се формира јединствено мерно појачало са четрдесетосам (48) мерних канала, који се сви такође могу индивидуално конфигурисати. Међусобно повезивање мерних појачала изводи се помоћу *IEEE1394b „FireWire“* конекције, која омогућава велику брзину комуникације (40 *kS/s*) између међусобно повезаних појединачних мерних појачала.

Поред канала на којима се могу директно читавати вредности са постављених сензора, постоји могућност формирања „виртуелних“ канала, на којима се могу обављати различите калкулације са подацима са једног или више активних канала. Приказ измерених величина може се извршити на више начина, од једноставног алгебарског приказа до приказа измерених података у различитим графичким облицима. Чување измерених података се врши на рачунару, а могући су различити облици и формати снимљених података (*ASCII, Excel, MDF, MAT, DIAdem, UFF*), тако да се снимљени подаци касније могу обрађивати у разним рачунарским програмима који се користе у ту сврху (*Microsoft Excel, National Instruments DIAdem, Mathcad, Matlab*, итд.).

Могућност креирања „виртуелних“ канала које пружа рачунарски програм „*CATMAN AP HBM*“ омогућава да се вредности дилатација које су забележене помоћу мерних трака у основном материјалу структуре, унесу у предложени поступак прорачуна и да се на тако креираним "виртуелним" каналима читавају вредности угиба применом прорачуна у реалном времену. Коришћењем ове могућности програма „*CATMAN AP HBM*“, могуће је приказати прорачунски добијене вредности угиба и вредности угиба добијене помоћу линеарних сензора померања, без временског одлагања приказа израчунатих вредности угиба. Код

других типова мерних појачала неопходно би било да се измерене вредности са мерних трака унесу у неку врсту прорачунског програма, који би вршио израчунавање вредности угиба на основу измерених вредности дилатација, тако да би се читавале вредности са временским размаком у односу на директно мерене величине угиба.

Рачунарски програм „*CATMAN AP HBM*“ одликује једноставност примене, тј. након краћег упознавања основних алата програма могуће је у потпуности извршити сетовање постављених сензора и креирање „виртуелних канала“. Након физичког повезивања сензора са мерним појачалом „*QUANTUM MX840B*“ које је претходно повезано са рачунаром на коме је активиран програм „*CATMAN AP HBM*“, приступа се одабиру врсте постављеног сензора из понуђених опција у програму, на основу карактеристика постављеног сензора. Понуђене опције су јасно и детаљно приказане, што омогућава кориснику да на лак и једноставан начин изабере једну од понуђених опција. Овакав приступ рада програма „*CATMAN AP HBM*“ омогућава повезивање великог броја различитих типова сензора без знања рачунарског програмирања, што није случај са мерним појачалима других произвођача (*Campbell Scientific*, *DATAtaker*, итд.). По извршеној поставци сензора, приступа се дефинисању вршења мерења, у смислу одређивања брзине узорковања мерених података, започињања и прекидања процеса мерења, начину чувања података. И ови процеси су јасно и детаљно приказани, и корисник их лако и једноставно може изабрати из понуђених опција.

7.6 Одабир конфигурације мерног моста за мерење механичких дилатација

Као што је у тачки 7.3. речено, грешке мерења зависе од типа конфигурације мерног моста, а с обзиром да су мерене дилатације уобичајено веома мале, да су промене отпора на мерним тракама мале величине, и да је веома тешко избећи велике дужине напојних и конекционих каблова код мерења механичких дилатација на реалним структурама, могуће је да се изабере $\frac{1}{4}$ мерног моста са температурно компензационом мерном траком или конфигурација пуног мерног моста, која има најмање грешке у мерењу величина. Код конфигурације $\frac{1}{4}$ мерног моста (без температурно компензационе мерне траке) због великих дужина напојних каблова имала би велику грешку мерења, што директно утиче на

квалитет добијених вредности померања структуре предложеним поступком прорачуна.

Како је постављени задатак развијање мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура праћењем вредности дилатација у основном материјалу, и како је задато расподељено вертикално оптерећење које делује на укупној дужини греде, можемо рећи да је гредна структура изложена савијању силама. У попречним пресецима греде јављају се попречна сила и момент савијања. Као што смо раније навели, утицај трансверзалних сила на деформацију штапа се може занемарити, и у том случају разматрамо случај чистог савијања греде, константног попречног пресека од хомогеног материјала [19],[20],[21]. У посматраном пресецима греде тада делују само моменти савијања "M". Тада је вредност напона напрезања у посматраном попречном пресеку,

$$\sigma_{xi} = \pm \frac{M_i}{I_{yi}} \cdot y_i$$

где је са „i“ означен попречни пресек који се разматра. У горњем влакну појавиће се напони притиска, а у доњем влакну напони затезања. Теоријска претпоставка је да постоје само напони затезања и притиска у доњем и горњем влакну, тј. механичке дилатације издужења у доњем влакну и механичке дилатације скупљања у горњем влакну, али код структура израђених од реалних материјала то није случај. У случају аксијалног затезања или притиска штапа, доминантне вредности дилатација јављају се у правцу простирања штапа, али постоје и дилатације у попречном правцу које су управо пропорционалне *Poisson*-овом коефицијенту „v“. Оне су зависне од врсте основног материјала греде, и за челичне материјале износи $v=0.3$, што значи да вредности механичких дилатација у попречном правцу износе 30 % вредности дилатација које се јављају у подужном правцу. Слично, код греде изложене савијању, у разматраном попречном пресеку, јављају се подужне дилатације издужења и попречне дилатације скупљања на доњем делу пресека, а на горњем делу пресека се јављају подужне дилатације скупљања и попречне дилатације издужења. Предложени поступак прорачуна узима у обзир само подужне дилатације на горњој и доњој страни пресека, тј. подужне дилатације горњег и доњег влакна.

Због постојања и попречних и подужних дилатација у разматраном попречном пресеку није могуће вршити мерења подужних дилатација у конфигурацији $\frac{1}{2}$ мерног моста, јер би у тој конфигурацији биле две активне мерне траке, од који би једна вршила мерења подужних, а друга мерна трака би вршила мерења попречних дилатација. Формула Витстоновог моста је таква да уколико постоји друга активна мерна трака, њен утицај се узима у обзир и добија се неодговарајућа вредност подужне дилатације, која је од значаја за предложени поступак прорачуна.

За вршење мерења само подужних дилатација, неопходно је применити конфигурацију $\frac{1}{4}$ мерног моста са температурно компензационом мерном траком, тј. мерном траком која није изложена напрезању, што и јесте препорука дата у тачки 7.3 [24].

На самом почетку развоја мерног мехатроничког система усвојена је управо ова конфигурација мерног моста, али су у току развоја система уочени одређени проблеми. Препознато је благо одступање мерених вредности у току дужег временског интервала, такозвани „*drift*“ мерених вредности где су мерене вредности имале прираст вредности који се није могао довести у везу са владајућим температурним променама или са променама вредности оптерећења које су деловале на експериментално постављену греду. Греда је постављена у оквиру Лабораторије за испитивање конструкција Института ИМС и на њу је нането оптерећење које је било константног интензитета за све време трајања експеримента. Температурне промене које су се дешавале у лабораторији и које су утицале на промену температуре саме греде, мерене су помоћу отпорних термометара *P100*. Ове температурне промене су биле малог интензитета, али је било потребно и њихово мерење, у циљу добијања што тачнијих података мерења механичких дилатација. Након обављених мерења на експерименталном моделу греде, установљено је да постоји прираст вредности мерених механичких дилатација које нису у вези са температурним променама, нити су последица промене делујућег оптерећења (оптерећење је све време било истог интензитета – „мртав“ терет).

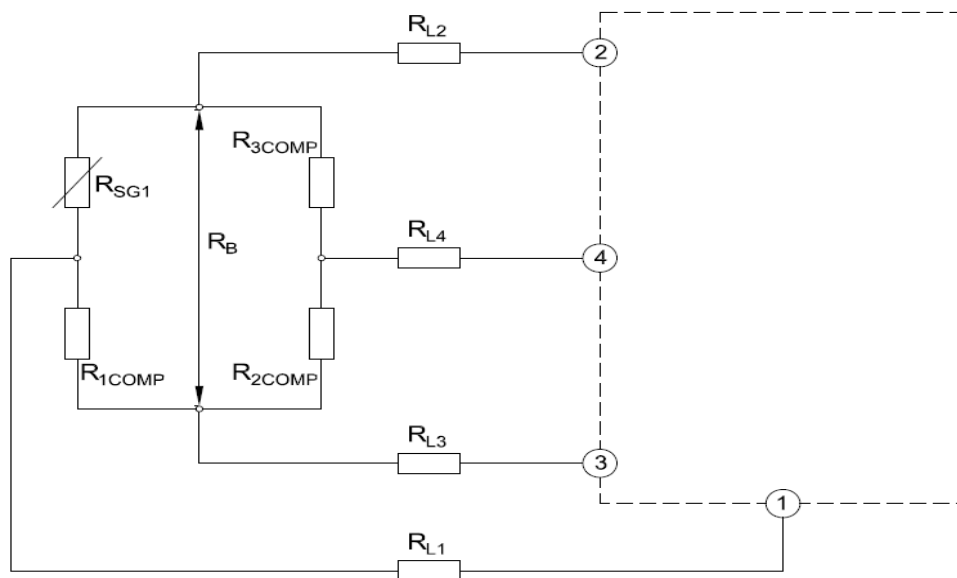
Тачност предложеног поступка прорачуна је у великој мери зависан од квалитета измерених вредности дилатација, а откривено је да у дужем временском периоду мерења, може доћи до одступања у мереним вредностима услед непознатог фактора. Сви елементи мерног система су проверавани више пута и донета је одлука да се изврши промена конфигурације мерног моста, тј. да се усвоји конфигурација пуног мерног моста за мерење механичких дилатација.

Конфигурација пуног моста се углавном користи код израде сензора чији је рад заснован на принципу рада мерних трака. У овој конфигурацији мерног кола, све четири гране мерног моста имају активне мерне траке, које су постављене на веома малој удаљености. Из тог разлога, конекциони каблови су веома кратки и грешке које настају услед температурних промена унутар саме конфигурације мерног моста су сведене на минимум и остварује се висока прецизност мерења. Термална дилатација која се јавља на мерном објекту утиче на све четири мерне траке у истом износу, тако да се остварује веома добра температурна компензација. Проблем код употребе конфигурације пуног мерног моста је што је неопходно познавати дистрибуцију напрезања на све четири мерне траке, што је својствено само код израде сензора који раде на принципу мерних трака – све четири мерне траке су изложене напрезању.

У нашем случају неопходно је вршење мерења механичких дилатација само у једном правцу, што значи да је само једна мерна трака активна, а да преостале три мерне траке служе као температурна компензација и оне нису механички оптерећене. Оваквом конфигурацијом усвојене су све добре карактеристике конфигурације пуног Витстоновог моста и остварени резултати мерења су и дужем временском интервалу имали стабилне вредности, што је од пресудног значаја за тачност предложеног поступка прорачуна вертикалних померања на основу познавања дилатација у основном материјалу структуре.

Све четири мерне траке постављене су на месту мерења дилатације, али је само једна мерна трака активна. Све четири мерне траке су изложене истим температурним променама, и све мерне траке имају исту термалну дилатацију, чиме се поништава грешка настала услед температурних промена унутар самог мерног моста. Грешке које се могу појавити настају само услед температурних

утицаја који се јављају у напојним кабловима мерног моста, али се применом мерног кола усвојеног у мерним појачалима произвођача „Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH – HBM“ (слика 7.14.) заснованог на принципу Проширеног Кројцеровог мерног кола и оне елиминишу.



Слика 7.17. Утицаји отпора каблова код конфигурације пуног мерног моста – једна активна и три компензационе мерне траке

R_{SG1} – активна мерна трака

R_{1COMP} , R_{2COMP} , R_{3COMP} – компензационе мерне траке

R_{L2} , R_{L3} – отпори напојних каблова

R_{L1} , R_{L4} – отпори сигналних каблова

R_B – отпор паралелне калибрације моста

Стварна вредност механичке дилатације:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 = \varepsilon_i \frac{R_{L2} + R_B + R_{L3}}{R_B}$$

$$R_B = \frac{(R_{SG1} + R_{1COMP}) \cdot (R_{2COMP} + R_{3COMP})}{R_{SG1} + R_{1COMP} + R_{2COMP} + R_{3COMP}}$$

$$\varepsilon_1 \neq 0, \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0$$

$$R_{L2} = R_{L3} = 0$$

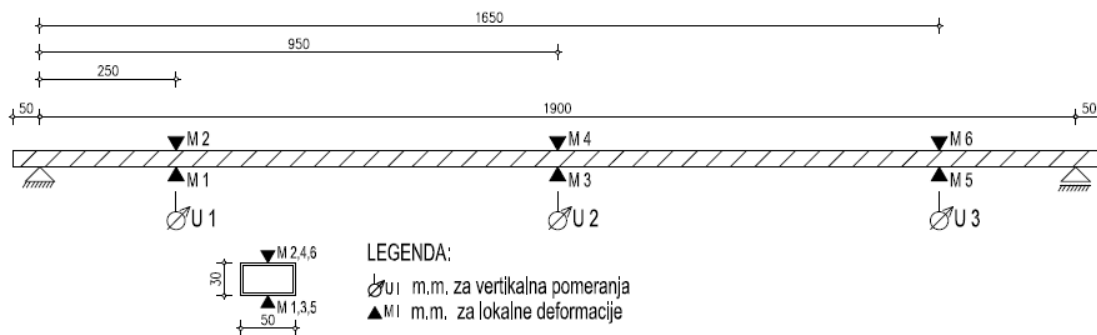
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_i \frac{R_B}{R_B} \rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_i$$

7.17

Одабир овакве конфигурације пуног мерног моста подразумева да се на једном мерном месту изврши постављање четири (4) мерне траке, што је са економског погледа неповољнија варијанта (конфигурација пуног мерног моста, једно мерно место – 4 мерне траке, конфигурација $\frac{1}{4}$ мерног моста са компензационом мерном траком - 2 мерне траке), али је квалитет добијених мерених вредности значајно стабилнији у дужем временском интервалу мерења. И поред већег броја мерних трака за одабрану конфигурацију мерног моста, економска вредност мерних трака је далеко нижа у односу на друге типове сензора који се могу користити за оваква мерења, тако да и са овим повећањем броја мерних трака, одабир мерних трака за мерење механичких дилатација у структурама под делујућим оптерећењем је економски најповољнији.

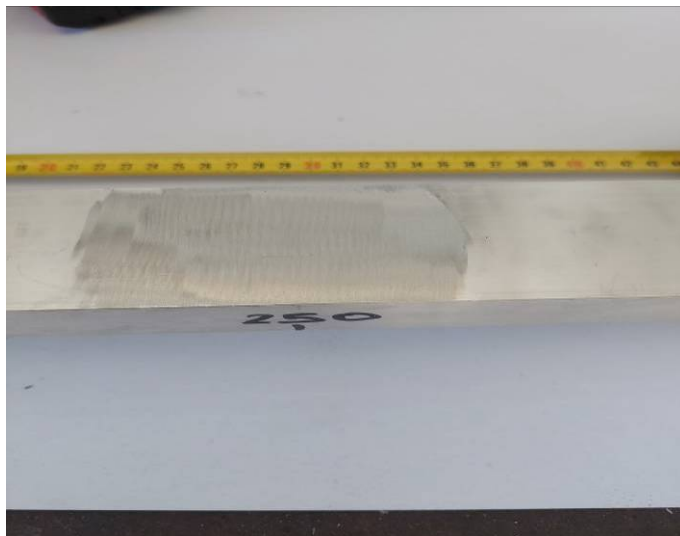
7.7 Поставка модела гредног носача за проверу континуалног рада мерног мехатроничког система

У сврху провере мехатроничког система, израђен је модел у статичком систему просте греде, статичке дужине $L=1900.00\text{ mm}$. Греда је изведена од алуминијумског кутијастог профила $50\times 30\times 2\text{ mm}$, у класи квалитета материјала $\text{AlMgSi}0.5$ (6060).



Слика 7.18. Диспозиција за проверу мерног мехатроничког система

Диспозиција модела греде приказана је на слици бр.7.18. На моделу греде постављене су мерне траке на три позиције, које се гледано од левог ослонца налазе на растојању од: $L_1=250.00\text{ mm}$, $L_2=950.00\text{ mm}$ и $L_3=1650.00\text{ mm}$. Мерне траке су постављене у пару, на горњем и доњем влакну попречних пресека ($M_1 - M_6$), како би се измериле механичке дилатације услед делујућег оптерећења.



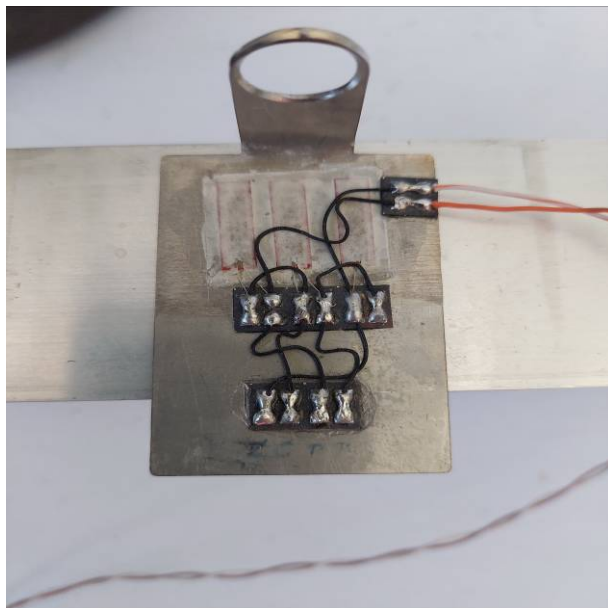
Слика 7.19. Припрема за постављање мерне траке

Приликом постављања мерних трака поштује се прописана процедура (слике 7.19. – 7.22): чишћење површине на коју је потребно извршити постављање мерне траке, изравнавање површине, лепљење мерне траке, повезивање са компензационим делом Витстоновог моста (једна активна и три компензационе мерне траке) у циљу добијања конфигурације пуног Витстоновог моста на самом мерном месту.

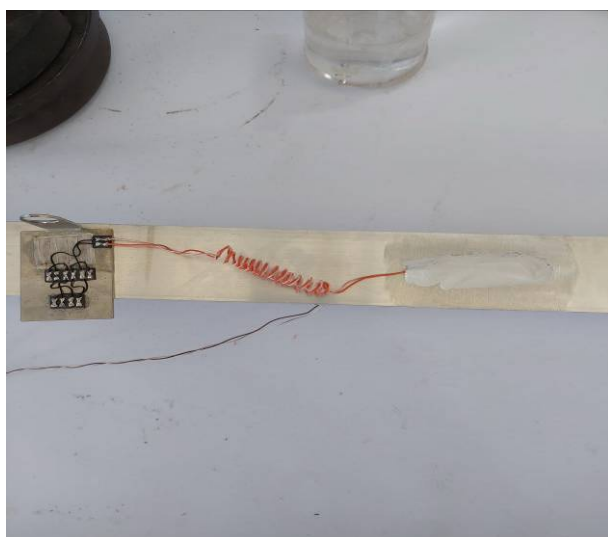


Слика 7.20. Постављена мерна трака

Након постављања мерне траке и њеног повезивања са компензационим делом, приступило се заштити мерне траке помоћу материјала препорученог од стране произвођача.

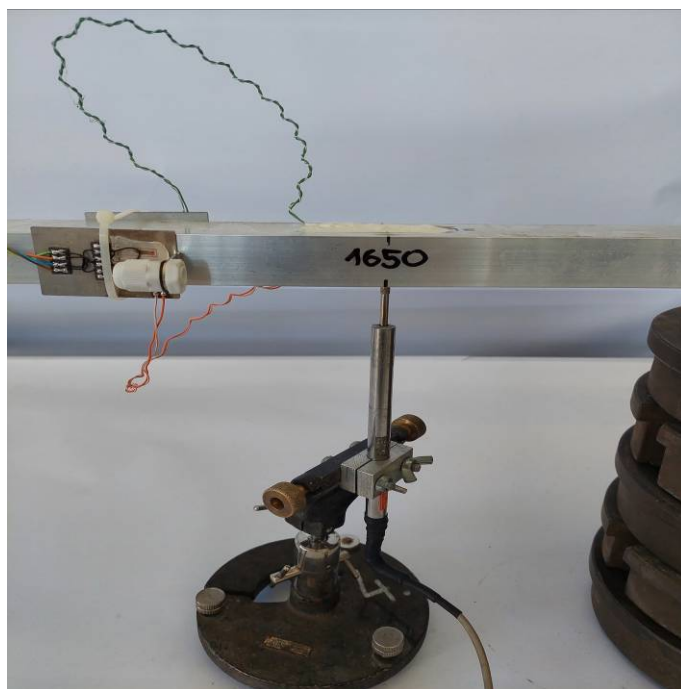


Слика 7.21. Компензациони део Витстоновог моста (три неактивне траке)



Слика 7.22. Постаљена и заштићена активна мерна трака повезана са компензационим делом - формирана конфигурација пуног Витстоновог моста на мерном месту

Поред мерних трака, на истим позицијама постављени су и индуктивни угибомери ($U_1 - U_3$) за вршење директног мерења угиба. За директно мерење померања услед деловања оптерећења коришћени су индуктивни угибомери *WA 10 НВМ*, а за мерење дилатација у основном материјалу носача примењени су електроотпорни екстензометри – мерне траке *PFL 10 ТМЛ*.



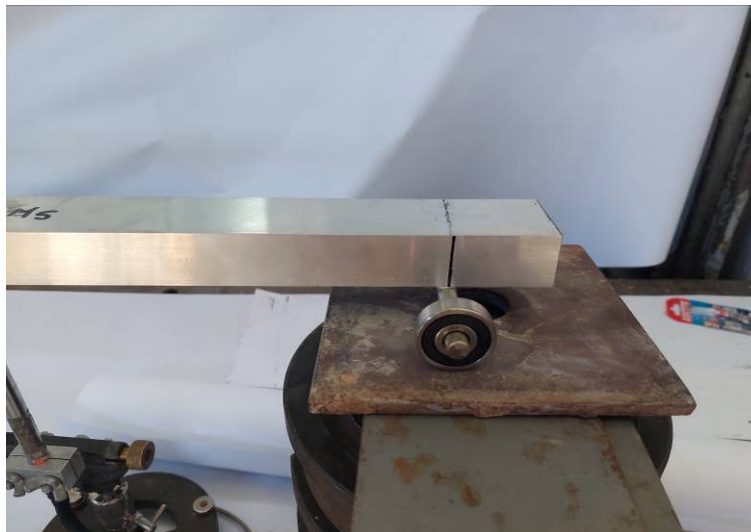
Слика 7.23. Сензор померања - угибомер, на посебном сталку који омогућава управно постањање померљивог дела на модел греде

Сензори за мерење вертикалног померања (угиба) постављају се на посебне сталке (слика 7.23.), којима се може подешавати правац ослањања и положај сензора, а затим се померљиви део доводи у додир са моделом греде у наведеним позицијама



Слика 7.24. Ослоначки пресек на левом крају греде, омогућено само ротирање пресека

У циљу што вернијег модела греде у складу са усвојеним статичким системом просте греде, ослонци модела греде изведени су помоћу радијалних кугличних лежајева, који су постављени на осовину.



Слика 7.25. Ослоначки пресек на десном крају греде, омогућено и хоризонтално померање пресека

На левом крају греде, осовина са кугличним лежајевима је постављена тако да је омогућено само ротирање ослоначког пресека, а на десном крају греде је постављање изведено тако да се омогући и хоризонтално померање ослоначког пресека. Овако формирани ослонци у потпуности одговарају усвојеном статичком моделу просте греде. Приказ постављених сензора на моделу греде дат је на слици 7.21.



Слика 7.26. Модел у статичком систему просте греде

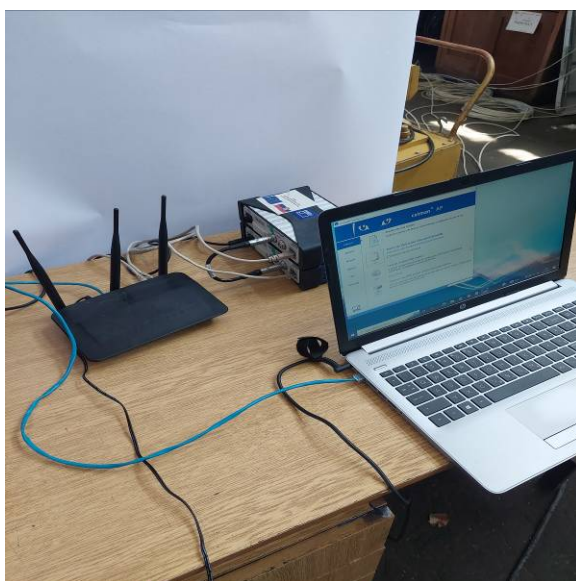
Након постављања свих сензора на модел греде, приступа се повезивању сензора са мерним појачалом „*QUANTUM MX840B*“ и мерног појачала са

рачунаром. Врши се покретање рачунарског програма „*CATMAN AP HBM*“, који омогућава рад са мерним појачалима и подешавање свих постављених сензора.



Слика 7.27. Повезивање сензора на мерно појачало

Поред мерних канала на којима се врши читавање вредности са постављених сензора, програм омогућује и креирање "виртуелних" канала у које се уписује формуле прорачунског поступка за посредно одређивање угиба на основу података који се читавају са сензора за мерење дилатација.



Слика 7.28. Аквизициони део мерног мехатроничког система

Пошто су дефинисане тачке на којима се врши директно мерење угиба (тачке U_1 , U_2 и U_3) које се налазе на познатим растојањима од левог ослоначког пресека, у "виртуелне" канале се морају уписати формуле за прорачунске вредности угиба за дефинисане позиције на моделу греде.

У претходним поглављима прорачун рачунских вредности угиба рађен је након добијања измерених вредности механичких дилатација, тј. након извршених мерења вршила се обрада измерених података и прорачун вредности угиба. У случају формирања мерног мехатроничког система за надзор угиба, то није могуће, тј. неопходно је да се вредности прорачунских угиба прате у реалном времену. Да би се то остварило, из предложеног поступка прорачуна угиба на основу познатих вредности дилатација, морају се извести изрази за прорачунске вредности угиба у дефинисаним положајима на моделу греде. У даљем ће се приказати поступак добијања израза за рачунске вредности угиба, који се уписују у "виртуелне" канале чиме се омогућава праћење вредности угиба у реалном времену:

Са диспозиције модела греде, растојања мерних тачака од левог ослонца су:

$l_1 = 250 \text{ mm}$ – растојање тачке U_1 од левог ослонца

$l_2 = 950 \text{ mm}$ – растојање тачке U_2 од левог ослонца

$l_3 = 1650 \text{ mm}$ – растојање тачке U_3 од левог ослонца

$l_4 = 1900 \text{ mm}$ – растојање до десног ослонца

Кораци интерполације:

$$h_0 = l_1 - 0 = 250 \text{ mm}$$

$$h_1 = l_2 - l_1 = 700 \text{ mm}$$

$$h_2 = l_3 - l_2 = 700 \text{ mm}$$

$$h_3 = l_4 - l_3 = 250 \text{ mm}$$

Матрица "А":

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_0 & 2 \cdot (h_0 + h_1) & h_1 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 2 \cdot (h_1 + h_2) & h_2 & 0 \\ 0 & 0 & h_2 & 2 \cdot (h_2 + h_3) & h_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 250 & 1900 & 700 & 0 & 0 \\ 0 & 700 & 2800 & 700 & 0 \\ 0 & 0 & 700 & 1900 & 250 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матрица "Y":

$$Y = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{h_1} \cdot (a_2 - a_1) - \frac{3}{h_0} \cdot a_1 \\ \frac{3}{h_2} \cdot (a_3 - a_2) - \frac{3}{h_1} \cdot (a_2 - a_1) \\ -\frac{3}{h_3} \cdot a_3 - \frac{3}{h_2} \cdot (a_3 - a_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Матрица "C":

$$C = A^{-1} \cdot Y$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{9 \cdot a_2}{2170000} - \frac{111 \cdot a_1}{10850000} - \frac{9 \cdot a_3}{5425000} \\ \frac{171 \cdot a_1}{37975000} - \frac{39 \cdot a_2}{7595000} - \frac{171 \cdot a_3}{37975000} \\ \frac{9 \cdot a_2}{2170000} - \frac{9 \cdot a_1}{5425000} - \frac{111 \cdot a_3}{10850000} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Коефицијенти " c_i " интерполационог полинома:

$$c_0 = 0$$

$$c_1 = \frac{9 \cdot a_2}{2170000} - \frac{111 \cdot a_1}{10850000} - \frac{9 \cdot a_3}{5425000}$$

$$c_2 = \frac{171 \cdot a_1}{37975000} - \frac{39 \cdot a_2}{7595000} - \frac{171 \cdot a_3}{37975000}$$

$$c_3 = \frac{9 \cdot a_2}{2170000} - \frac{9 \cdot a_1}{5425000} - \frac{111 \cdot a_3}{10850000}$$

$$c_4 = 0$$

Коефицијенти " b_i " интерполационог полинома:

$$b_0 = \frac{1}{h_0} \cdot (a_1 - 0) - \frac{h_0}{3} \cdot (2 \cdot c_0 + c_1) = \frac{1053 \cdot a_1}{217000} - \frac{3 \cdot a_2}{8680} + \frac{3 \cdot a_3}{21700}$$

$$b_1 = \frac{1}{h_1} \cdot (a_2 - a_1) - \frac{h_1}{3} \cdot (2 \cdot c_1 + c_2) = \frac{249 \cdot a_1}{108500} + \frac{3 \cdot a_2}{4340} - \frac{3 \cdot a_3}{10850}$$

$$b_2 = \frac{1}{h_2} \cdot (a_3 - a_2) - \frac{h_2}{3} \cdot (2 \cdot c_2 + c_3) = \frac{3 \cdot a_3}{1750} - \frac{3 \cdot a_1}{1750}$$

$$b_3 = \frac{1}{h_3} \cdot (0 - a_3) - \frac{h_3}{3} \cdot (2 \cdot c_3 + c_4) = \frac{3 \cdot a_1}{10850} - \frac{3 \cdot a_2}{4340} - \frac{249 \cdot a_3}{108500}$$

Коефицијенти " d_i " интерполационог полинома:

$$d_0 = \frac{1}{3 \cdot h_0} \cdot (c_1 - c_0) = \frac{3 \cdot a_2}{54250000} - \frac{37 \cdot a_1}{2712500000} - \frac{3 \cdot a_3}{1356250000}$$

$$d_1 = \frac{1}{3 \cdot h_1} \cdot (c_2 - c_1) = \frac{373 \cdot a_1}{53165000000} - \frac{47 \cdot a_2}{10633000000} + \frac{39 \cdot a_3}{13291250000}$$

$$d_2 = \frac{1}{3 \cdot h_2} \cdot (c_3 - c_2) = \frac{47 \cdot a_2}{10633000000} - \frac{39 \cdot a_1}{13291250000} - \frac{373 \cdot a_3}{53165000000}$$

$$d_3 = \frac{1}{3 \cdot h_3} \cdot (c_4 - c_3) = \frac{3 \cdot a_1}{1356250000} - \frac{3 \cdot a_2}{542500000} + \frac{37 \cdot a_3}{2712500000}$$

Интерполациони коефицијенти " c_i ", " b_i " и " d_i " изражени су преко коефицијента " a_i ". Коефицијенти " a_i " се добијају из измерених величина механичких дилатација у горњем и доњем влакну попречног пресека, у

дефинисаним пресецима 1-1, 2-2 и 3-3, тј. на истим оним местима на којима се врши и директно мерење угиба. Коефицијенти " a_i " добијају се на основу формула:

$$a_1 = \frac{|\varepsilon_1| + |\varepsilon_2|}{d}, a_2 = \frac{|\varepsilon_3| + |\varepsilon_4|}{d}, a_3 = \frac{|\varepsilon_5| + |\varepsilon_6|}{d},$$

$d = 30 \text{ mm}$ – висина попречног пресека

Вредности " ε_i " су вредности механичких дилатација који се читавају са мерних трака $M_1 - M_6$. Следећи корак јесте формирање функције кривине греде - функције кубне криве, са дефинисаним коефицијентима:

$$f_{x_i} = d_0 \cdot x_i^3 + c_0 \cdot x_i^2 + b_0 \cdot x_i + a_0, \quad i = 0, 50, \dots, 200$$

$$f_{x_i+250} = d_1 \cdot x_i^3 + c_1 \cdot x_i^2 + b_1 \cdot x_i + a_1, \quad i = 0, 50, \dots, 650$$

$$f_{x_i+950} = d_2 \cdot x_i^3 + c_2 \cdot x_i^2 + b_2 \cdot x_i + a_2, \quad i = 0, 50, \dots, 650$$

$$f_{x_i+1650} = d_3 \cdot x_i^3 + c_3 \cdot x_i^2 + b_3 \cdot x_i + a_3, \quad i = 0, 50, \dots, 250$$

Као што је наведено у Поглављу 3., формирају се функције на појединим интервалима, тј. у нашем разматраном случају, на четири подинтервалне дужине модела греде: $0 - 250 \text{ mm}$, $250 - 950 \text{ mm}$, $950 - 1650 \text{ mm}$ и $1650 - 1900 \text{ mm}$.

Након формирања функције кривине греде, приступа се I нумеричкој интеграцији по формули дефинисаној у Поглављу 3.:

$$f'_{x_i} = \frac{f_{x_i} + f_{x_{i-1}}}{2} \cdot h + f'_{x_{i-1}}, \quad i = 0, 50, \dots, 1900,$$

$h = 50$ - усвојени корак интеграције

По наведеном у у Поглављу 3, тачка 3.2, добијају се неодговарајуће вредности функције нагиба греде, након I интеграције функције кривине греде, из разлога што смо до вредности за кривину греде у посматраним пресецима дошли на основу вредности дилатација у горњем и доњем влакну, при чему се не може утврдити позитивна или негативна вредност нагиба греде.

Зато се у поступку интеграције, а пре II интеграције мора извршити модификација вредности I интеграције - функције нагиба греде, и то на следећи начин:

- налази се вредност I интеграције за $x = 950 \text{ mm}$ (средина греде),
- вредности I интеграције се умањују за ту вредност,
- добијају се вредности модификоване I интеграције са нултом вредности у пресеку $x = 950 \text{ mm}$.

$$f'_{Mx_i} = f'_{x_i} - f'_{950}, i = 0, 50, \dots, 1900,$$

На овај начин формирали смо одговарајућу функцију нагиба дуж греде услед деловања оптерећења.

Сада приступамо II интеграцији функције кривине греде, тј. I интеграцији модификоване вредности функције нагиба греде:

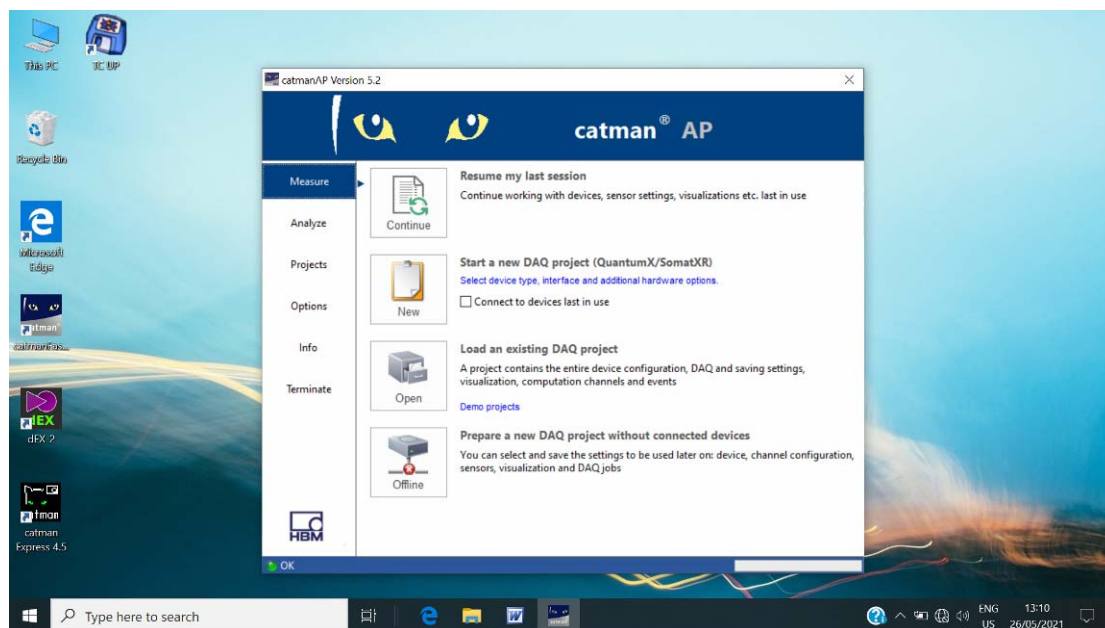
$$f''_{x_i} = \frac{f'_{Mx_i} + f'_{Mx_{i-1}}}{2} \cdot h + f''_{x_{i-1}}, i = 0, 50, \dots, 1900,$$

$h = 50$ - усвојени корак интеграције

Као резултат добијена је функција угиба греде, на укупном распону греде. Нама су од интереса вредности угиба греде на положајима: $x = 250 \text{ mm}$, $x = 950 \text{ mm}$ и $x = 1650 \text{ mm}$ и вредности функције угиба греде изражене у зависности од коефицијената " a_i " су:

$$U_1 = f''_{x=250} = \frac{618300 \cdot a_3}{31} - \frac{40724875 \cdot a_2}{434} - \frac{60176975 \cdot a_1}{434}$$
$$U_2 = f''_{x=950} = \frac{79378200 \cdot a_3}{1519} - \frac{414418625 \cdot a_2}{1519} - \frac{406083350 \cdot a_1}{1519}$$
$$U_3 = f''_{x=1650} = \frac{78797575 \cdot a_3}{434} - \frac{40724875 \cdot a_2}{434} - \frac{65023550 \cdot a_1}{217}$$

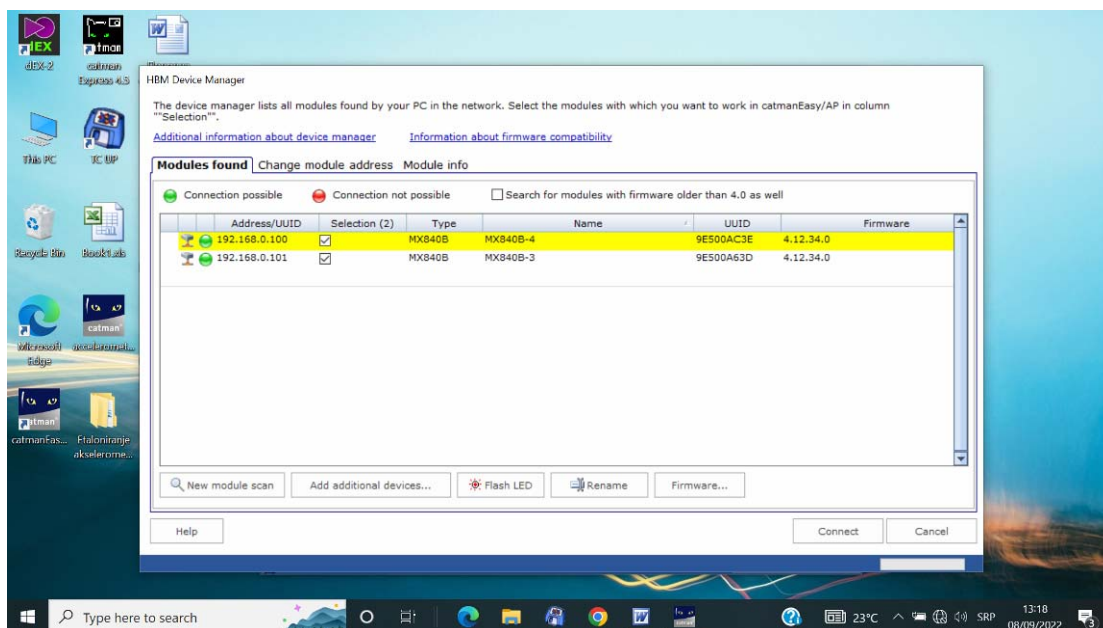
Како коефицијенти " a_i " зависе искључиво од измерених вредности механичких дилатација, које се добијају помоћу постављених сензора - мерних трака, ове формуле се уписују у "виртуелне" канале у рачунарском програму „*CATMAN AP HBM*“, и повезују са каналима на којима се врши мерење на мерним тракама. Вредности механичких дилатација измерених помоћу мерних трака се преузимају, обрађују у "виртуелним" каналима по уписаним формулама, и као резултат се добијају вредности угиба, које се могу регистровати на екрану рачунара у реалном времену.



Слика 7.29. Покретање рачуарског програма „*CATMAN AP HBM*“

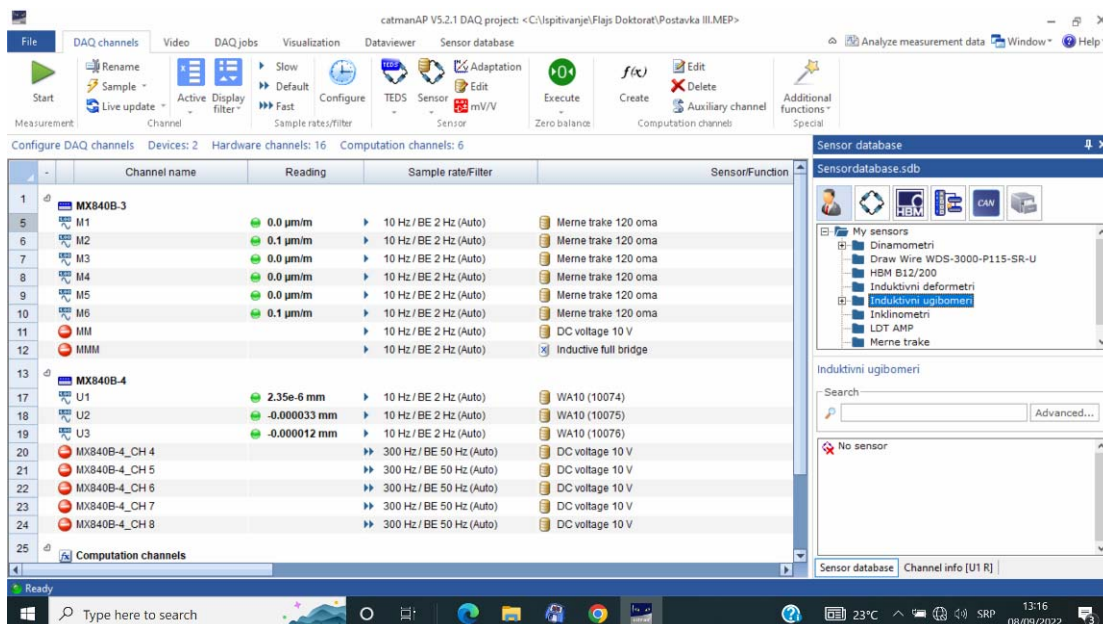
Покретањем програма отвара се прозор на коме је могуће одабрати жељене опције, од којих је за покретање програма потребно означити "*Start a new DAQ project*". Следећи корак је повезивање рачунара са мерним појачалима, и програм сам врши читавање и приказ повезаних мерних појачала, а на кориснику је да означи са којим очитаним мерним појачалима жели да програм успостави комуникацију. У нашем случају, успостављен је мехатронички систем са два мерна појачала „*QUANTUM MX840B*“, и на слици 7.30. се може видети да је успостављена комуникација са оба мерна појачала.

Поглавље 7: Приказ развијеног мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура



Слика 7.30. Повезивање система са мерним појачалима

Након потврде броја активних мерних појачала, програм врши читавање свих активних мерних канала на мерним појачалима, тј. оних мерних канала на којима су постављени сензори. У нашем случају, активно је 9 мерних канала: на првих 6 канала налазе се повезане мерне траке, а на следећа три канала повезани су индуктивни угибомери.



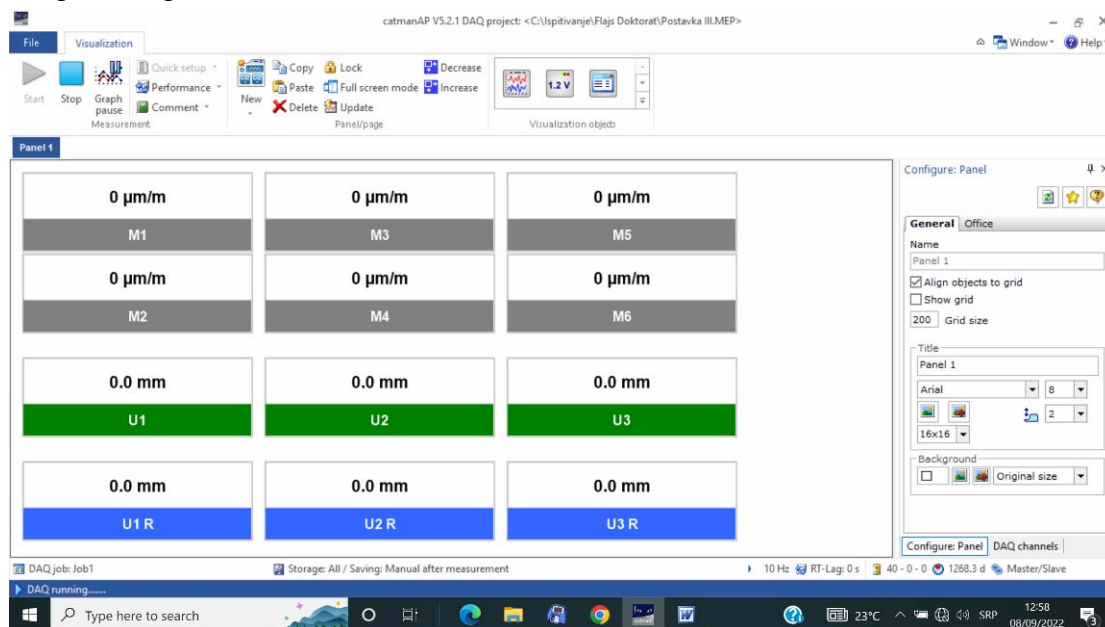
Слика 7.31. Поставка мерних канала у рачунарском програму „CATMAN AP HBM“

Поглавље 7: Приказ развијеног мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура

Уколико су сви постављени сензори исправни (исправно постављени и повезани) у колони "Reading" очитаване вредности биће обележене зеленом бојом, а ако постоје неки проблеми у комуникацији са постављеним сензорима, користи се црвена боја.

Као што смо већ напоменули, мерне траке су постављене на првих 6 канала, тако да се врши именовање тих канала ознакама "M1" до "M6", а преостала три канала резервисана су за угибомере, које ћемо обележити са ознакама "U1" до "U3".

Сада се врши поставка за сваки повезани сензор, једноставним одабиром из базе рачунарског програма, уз познавање типа сензора који је повезан на одабрани мерни канал.

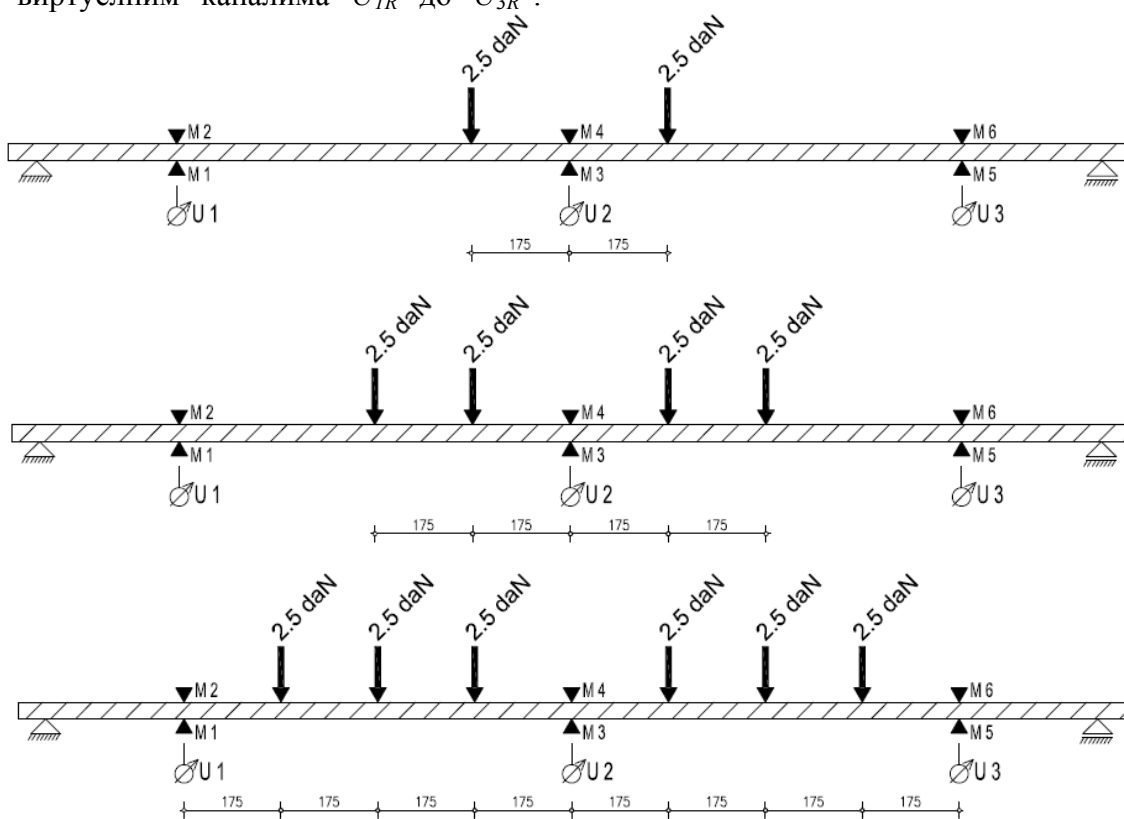


Слика 7.32. Приказ мерних и рачунских величина

У нашем случају, мерне траке које се користе су отпорности 120 Ω , а постављени индуктивни угибомери су "HBM WA 10". И један и други тип сензора налазе се у бази, али уколико се одређени тип сензора не налази у бази он се може додати заједно са својим карактеристикама (неопходно напајање сензора, калибрациона крива сензора, итд.). Сада је потребно формирати "виртуелне" канале у којима ће се обрачунавати измерене вредности по успостављеним формулама. Ради лакшег и прегледнијег рада мехатроничког система, формираће се "виртуелни" канали "a₁", "a₂" и "a₃", у којима се добијају вредности коефицијената "a_i" на основу измерених вредности механичких дилатација са

мерних трака "M1" до "M6". Затим се формирају "виртуелни" канали "U_{1R}" до "U_{3R}", на којима се врши израчунавање вредности угиба по приложеним формулама у зависности од коефицијената "a_i", тј. вредности меаничких дилатација са мерних трака "M1" до "M6".

Када се заврши са поставкама мерних и "виртуелних" канала, приступа се одабиру приказа мерених величина, и у овом случају врши се приказ измерених величина механичких дилатација са мерних канала "M1" до "M6", измерених угиба са мерних канала "U₁" до "U₃", и рачунски добијених вредности угиба на "виртуелним" каналима "U_{1R}" до "U_{3R}".



Слика 7.33. I, II и III фаза оптерећења за проверу мерног мехатроничког система

Након свих извршених поставки, врши се покретање рада успостављеног мехатроничког система, једноставним селектовањем иконице у облику троугла у горњем левом углу – иконица „Start“. Модел греде је у овом тренутку неоптерећен, тако да су све вредности које се читавају и израчунавају једнаке нули (слика 7.32.). Приступа се наношењу оптерећења на модел греде по унапред дефинисаном распореду, који је приказан на слици 7.33. Да би се извршила

Поглавље 7: Приказ развијеног мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура

контрола успостављеног мехатроничког система, оптерећење се наноси у три корака, три фазе оптерећења.

Као оптерећење које делује на модел греде користе се тегови познате јединичне тежине од 2.5 daN.



Слика 7.34. I фаза оптерећења за проверу мерног мехатроничког система



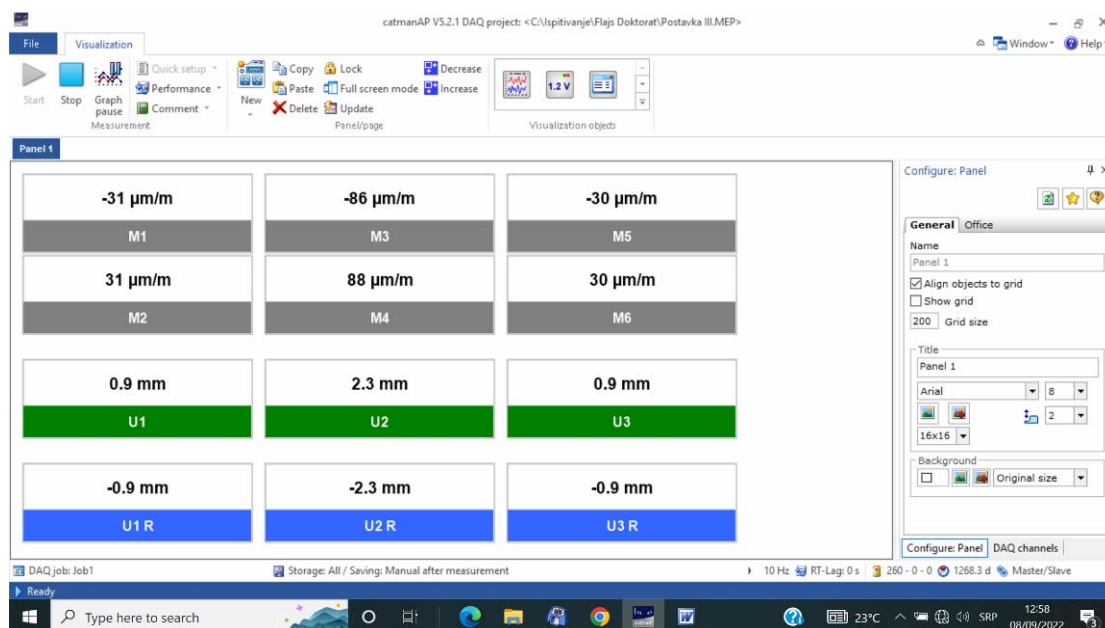
Слика 7.35. II фаза оптерећења за проверу мерног мехатроничког система



Слика 7.36. III фаза оптерећења за проверу мерног мехатроничког система

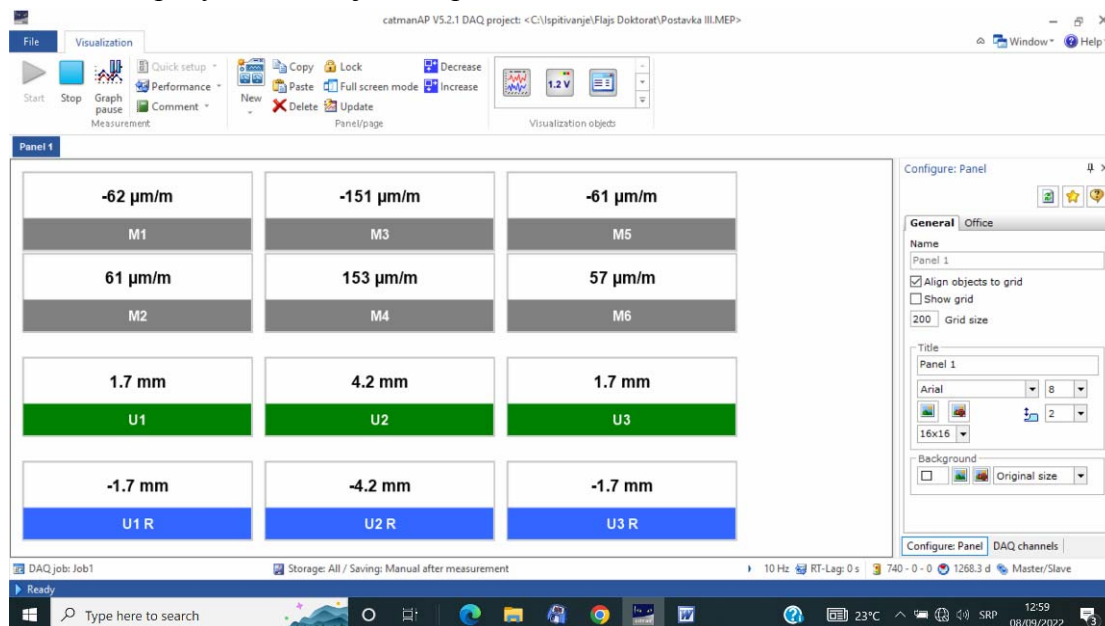
Контрола директно измерених величина и рачунски добијених вредности угиба врши се за сваку фазу, а вредности се у реалном времену приказују на екрану рачунара. За I фазу оптерећења, која је по интензитету оптерећења најмања, видимо да нема одступања између измерених и рачунски добијених вредности.

Поглавље 7: Приказ развијеног мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура



Слика 7.37. Приказ измерених и рачунских величина - I фаза оптерећења

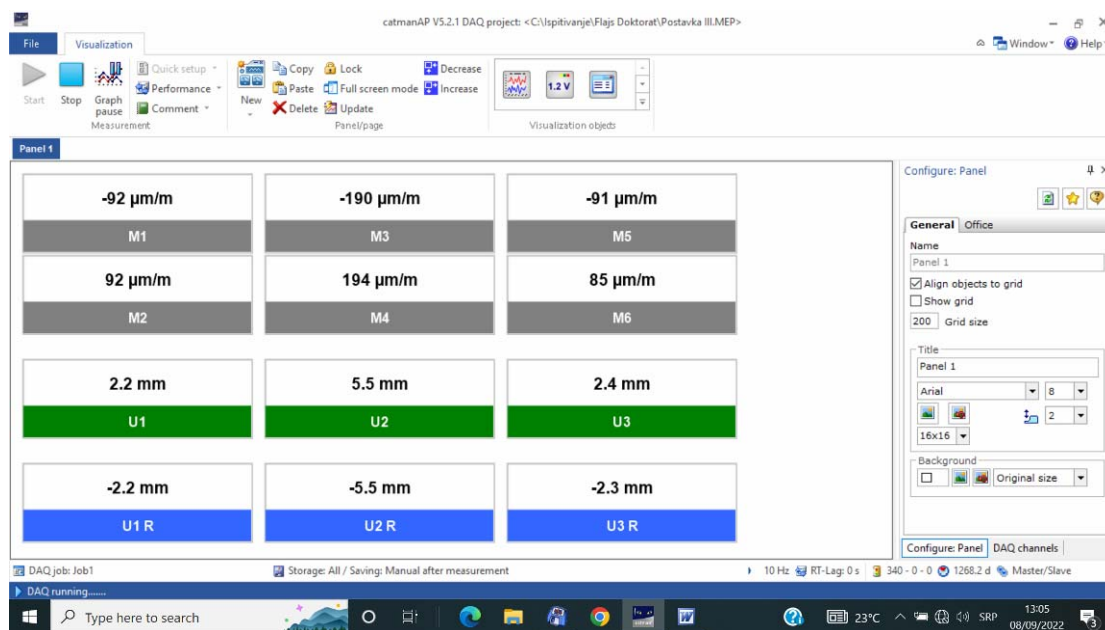
И код II фазе оптерећења нема одступања између директно измерених величина и рачунски добијених вредности.



Слика 7.39. Приказ измерених и рачунских величина - II фаза оптерећења

Код III фазе оптерећења, која је по интензитету највећа, упоређењем вредности видимо да су вредности угиба у средини распона, где се и очекују највеће вредности једнаке, док код вредности угиба на растојању од 1650 mm од левог ослоначког пресека имамо одступање које износи: $\Delta U = U_3 - U_{3R} = 0.1 \text{ mm}$.

Поглавље 7: Приказ развијеног мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура



Слика 7.40. Приказ измерених и рачунских величина - III фаза оптерећења

Приказ измерених и рачунски добијених вредности дат је табеларно, као и вредности апсолутних и релативних одступања, за све фазе оптерећења, табела 7.1.

Табела 7.1. Вредности измерених и прорачунских добијених угиба

Оптерећење	Положај на греди (mm)	Директно мерене вредности (mm)	Рачунске вредности (mm)	Апс. одступање (mm)	Рел. одступање (%)
I фаза оптерећења	250	<u>0.9</u>	-0.9	0.0	0.0
	950	<u>2.3</u>	-2.3	0.0	0.0
	1650	<u>0.9</u>	-0.9	0.0	0.0
II фаза оптерећења	250	<u>1.7</u>	-1.7	0.0	0.0
	950	<u>4.2</u>	-4.2	0.0	0.0
	1650	<u>1.7</u>	-1.7	0.0	0.0
III фаза оптерећења	250	<u>2.2</u>	-2.2	0.0	0.0
	950	<u>5.5</u>	-5.5	0.0	0.0
	1650	<u>2.4</u>	-2.3	0.1	4.2

Приказане вредности измерених и израчунатих угиба разликују се по знаку. Измерене вредности су са позитивним предзнаком, а израчунате вредности са негативним предзнаком. До ове разлике у предзнаку дошло је услед усвајања конвенције знака у прорачунском поступку, тј. усвојено је да ће угиб имати негативан предзнак, а одизање позитиван предзнак. Позитиван предзнак измерених вредности последица је другачије усвојене конвенције у изради сензора померања, тј. када се покретни елемент сензора помера на доле, приказује се позитивна вредност, а када се покретни елемент помера на горе, приказује се негативна вредност. Разлика у предзнацима добијених вредности не утиче на квалитет добјених података.

На основу приказаних резултата види се да су релативна одступања и у овом случају мања од 6%, чиме је испуњен постављени циљ. Треба напоменути да приликом поређења резултата није увођен прорачун грешке резултата мерења индуктивних угибомера, која зависи како од прецизности самог инструмента, тако и од самог поступка постављања сензора на моделу греде, која се уобичајено усваја да износи ± 0.1 mm, уколико се поштују све процедуре у постављању сензора угиба. Добијени резултати показали су исти ниво одступања као и случајевима I и II фазе истраживања, тј. када су вршена мерења деформационих величина, али је обрада података изведена након завршетка мерења.

Поглавље 8

Закључак

8.1 Резултати истраживања

Предмет истраживања докторске дисертације јесте развој мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу, када на структури постоји деловање оптерећења. Да би се успоставио мехатронички систем неопходно је развити, у првом кораку, нумерички поступак прорачуна за посредно одређивање угиба структура на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу. У другом кораку, неопходно је извршити одабир мерних појачала, и одговарајућих сензора за мерење дилатација у основном материјалу структуре при деловању оптерећења, који чине „*hardwer*“-ску основу једног мехатроничког система. Трећи корак јесте формирање мехатроничког система од одабраних мерних појачала и сензора, путем рачунарског програма који омогућава управљање мерним појачалима и одабраним сензорима, врши неопходне прорачуне помоћу развијеног нумеричког поступка и обезбеђује стабилан и поуздан рад мехатроничког система.

Основна идеја мехатроничког система за надзор угиба гредних структура под делујућим оптерећењем јесте континуално мерење угиба, код структура код којих није могуће применити конвенционалне начине мерења угиба (геодетски инструменти, сензори мерења угиба) за континуално мерење угиба. Угиби структура су глобалне деформационе величине које недвосмислено описују понашање структура под делујућим оптерећењем, тј. уколико се на структури забележе повећане вредности угиба од очекиваних рачунских вредности, у великом проценту случајева анализа структура долази се до закључка да постоји значајно оштећење које утиче на стабилност и сигурност структуре.

Други могући закључак при анализи структура са повећаним вредностима угиба јесте грешка у основном прорачуну структуре, али и тада успостављени мехатронички систем указује на неправилности у основном прорачуну структуре

који се могу отклонити. Позитивна карактеристика овако развијеног мехатроничког система је што поред вредности угиба који се добијају у реалном времену, јесте и познавање напонског стања напрезања у свим пресецима на структури у којима су постављени сензори за мерење дилатација, чиме је омогућено да је при анализи структура под делујућим оптерећењем познато и глобално деформационо стање и локално деформационо стање структуре. Познавање и глобалног и локалног деформационог стања је од велике користи, јер у случају регистровања повећаних угиба структуре и повећаних вредности напона напрезања, при анализи структуре можемо са великом сигурношћу рећи да постоји проблем на структури који угрожава њену стабилност и сигурност. У осталим случајевима (веће глобалне деформације и локалне деформационе величине у границама рачунских или мање глобалне деформације од рачунских вредности, а веће локалне деформационе величине), потребно је са већом пажњом анализирати добијене податке, као и извршити проверу усвојеног прорачунског модела како би се отклонила или потврдила сумња у могуће настајање оштећења на структури које може довести до угрожавања њене стабилности и сигурности. Истраживање је мотивисано великим предностима које примена мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура има у односу на конвенционалне методе, посебно у својој применљивости на структурама великих распона и у својој карактеристици дуготрајног познавања глобалног и локалног деформационог стања. Током истраживања остварени су следећи резултати:

- Развијен је нумерички поступак прорачуна који на основу познатих вредности дилатација у основном материјалу структуре врши посредно израчунавање угиба гредних структура,
- Развијени нумерички поступак прорачуна је изведен на такав начин да се може имплементирати у мерни мехатронички систем за надзор угиба гредних структура,
- Извршена је провера нумеричког поступка у лабораторијским условима на моделу статичког система прости греде, и поређењем резултата предложеног поступка и директно измерених величина угиба забележено је релативно одступање измерених вредности $< 6\%$,
- Извршена је провера нумеричког поступка на реалној структури кранског носача при деловању експлоатационог оптерећења, и

поређењем резултата предложеног поступка и директно измерених величина забележено је релативно одступање вредности угиба < 6%,

- Доказана је могућа примена економски најповољнијих сензора за мерење дилатација – мерних трака, у сврху посредног прорачуна угиба гредних структура на основу познатих дилатација,
- Извршено је формирање мехатроничког система за надзор угиба гредних структура праћењем дилатација у основном материјалу, уз одабир мерних појачала, сензора за мерење дилатација и рачунарског програма који омогућава лаку и стабилну примену система, уз релативно повољну економску вредност,
- Провера рада мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура извршена је на лабораторијском моделу у статичком систему просте греде,
- Поређењем резултата угиба добијених помоћу мерног мехатроничког система и директно мерених величина забележено је релативно одступање вредности угиба < 6%.

8.2 Научни доприноси дисертације

Познавање глобалне деформацијске величине - угиба гредне структуре даје јасну слику о њеној деформабилности, на основу које се са великом сигурношћу може утврдити степен сигурности структуре у прихватању пројектованог или експлоатационог оптерећења. Структура током свог експлоатационог века може бити изложена већим оптерећењима од пројектованих или може бити оштећења услед великог броја негативних фактора (удари возила, удари пловила, повећана динамичка оптерећења, корозиони процеси на елементима структуре који утичу на њену крутост у целини или на локализованим позицијама, итд.), при чему се из познавања вредности угиба гредних структура у току дужег временског периода могу пратити појаве и степени насталих оштећења, као и планирати санациони радови како би овакви типови структура имали што дужи експлоатациони век уз мања инвестициона улагања. Током истраживања остварени су резултати који ће бити корисни за даља истраживања у области развоја посредног одређивања угиба гредних структура на основу познатих дилатација у основном материјалу, мерних мехатроничких система за надзор угиба, предвиђања потребних радова на

одржавању или ојачању структура и увођењу система упозорења корисника структура у смислу безбедности и сигурности. У истраживању су систематизоване методе за директно одређивање угиба гредних структура, приказана је теоријска веза између дилатација у основном материјалу и угиба гредних структура и приказана су постојећа истраживања на посредном утврђивању угиба структура на основу познатих дилатација у основном материјалу.

Научни допринос који је проистекао из истраживачког рада у току израде докторске дисертације:

- Унапређење поступка прорачуна угиба, из познатих вредности дилатација у основном материјалу структуре под делујућим оптерећењем - развијање нумеричког поступка прорачуна угиба из познатих дилатација, који се заснива на употреби интерполационе кубне криве и нумеричке интеграције. Развијени нумерички поступак прорачуна угиба гредних структура је независан од врсте основног материјала, врсте сензора за мерење дилатација и одговарајућег мерно-аквизиционог система. Развијени нумерички поступак прорачуна независан је од промене интензитета оптерећења које делује на гредној структури и врсте статичког система гредне структуре.

Теоријски поступак одређивања угиба гредних структура из познатих дилатација, заснован на основним једначинама техничке теорије савијања штапа у равни, решавањем диференцијалних једначина и одређивањем интеграционих константи у зависности од важећих контурних услова, који није погодан за примену код аутоматизованих система прорачуна, је прилагођен за примену у мехатроничким системима, развијањем нумеричког поступка прорачуна који се заснива на употреби интерполационе кубне криве и нумеричке интеграције у циљу добијања вредности угиба структура. Развијени нумерички поступак је могуће имплементирати у мерни мехатронички систем који врши аутоматизовани прорачун угиба. Верификација развијеног нумеричког поступка извршена је и у лабораторијским условима на моделу греде, као и на реалној структури кранског носача, и остварени резултати су у складу са постављеним циљевима истраживања (релативно одступање вредности директно измерених и посредно израчунатих вредности угиба $< 6\%$). Након успешно обављене провере

развијеног нумеричког поступка, формиран је мерни мехатронички систем за надзор угиба гредних структура на основу познатих дилатација у основном материјалу структуре и његова оперативност је успешно проверена у лабораторијским условима на моделу греде.

Стручни доприноси који су проистекли из истраживачког рада у току израде докторске дисертације:

- Систематизација метода за директно мерење угиба гредних структура,
- Приказ поступка прорачуна угиба на основу познатих дилатација, заснованог на основним једначинама техничке теорије савијања штапа у равни,
- Продубљивање разумевања примене интерполационе кубне криве и нумеричке интеграције на реалним, измереним подацима дилатација структуре у циљу посредног одређивања угиба гредних структура,
- Систематизација сензора за мерење дилатација у гредним структурама,
- Одабир одговарајућих сензора за мерење дилатација у зависности од мерно-аквизиционих система којима се врше мерења у циљу посредног одређивања угиба гредних структура,
- Остваривање поузданог рада одабраних сензора за мерење дилатација - елетроотпорних екстензометара (мерних трака) у оквиру мерно-аквизиционог ланца, одабиром електронске конфигурације Витстоновог моста мерне траке који врши поуздано, дуготрајно мерење података,
- Продубљивање разумевања поузданости рада мерних трака у зависности од одабране електронске конфигурације Витстоновог моста, отклањање грешака у мерењу са мерним тракама у циљу добијања поузданих података мерења,
- Развој и провера исправности рада мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура на основу познатих дилатација у основном материјалу заснованог на мерном појачалу „*QUANTUM MX840B*“ и рачунарском програму „*CATMAN AP HBM*“ произвођача „*Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH – HBM*“.

8.3 Препоруке за будући рад

У току истраживања унапређен је и прилагођен поступак прорачуна угиба гредних структура на основу познатих вредности дилатација, на такав начин да се може имплементирати у мехатронички систем за прорачун угиба. Нумерички поступак прорачуна је независан од врсте основног материјала од којег је изведена гредна структура и интензитета делујућег оптерећења. Такође, применљив је код различитих статичких система гредних структура (проста греда, обострано укљештена греда, конзолна греда, једноструко укљештена греда) чиме је омогућена примена мехатроничког система на великом броју реалних структура (мостови, носачи кранских стаза, гредни носачи машинске опреме, различите врсте стубова, итд.). У току истраживања анализирани су структуре које су биле оптерећене у вертикалном правцу, али је мерни мехатронички систем за надзор угиба - померања структура, применљив и код структура које су оптерећене и у другим правцима (савијање стубова од дејства ветра или негативног деловања постављених електро-енергетских инсталација, померања мостова у хоризонталном правцу услед дејства оптерећења ветром или дејством бујичне водене масе).

Познавањем глобалних померања структура са великом сигурношћу се може проценити способност гредне структуре да прихвати предвиђено оптерећење и да уколико се региструју недозвољене вредности померања, превентивно делује у смислу заустављања употребе путем система за упозорење или система за обуставу рада уграђених машинских или електроенергетских инсталација постављених на структурама. Системи за упозорење и престанак употребе се могу поставити код мостовских структура, када услед повећања угиба није безбедно да се саобраћај и даље одвија преко њих. Системи за обуставу рада машинских или електроенергетских система се могу поставити код стубова ветрогенератора, када се услед деловања оптерећења ветром или квара на самом ветрогенератору могу јавити осцилације стуба - недозвољена померања већа од прорачунских вредности, која могу довести до хаваријских ситуација. Још један могући случај примене је код структура стрела роторних копача, када се услед повећаног отпора услед ископа јављају претерана померања саме стреле копача, чиме могу настати хаваријски инциденти.

У току истраживања, приликом развоја нумеричког поступка прорачуна угиба на основу познатих дилатација, код кога се примењује поступак двоструке нумеричке интеграције, примећено је да се након прве интеграције добијају вредности нагиба гредне структуре. Подаци о нагибу гредне структуре такође могу указивати на проблеме који се могу појавити услед насталих оштећења, поготово у зонама ослањања структуре на лежишта. Повећане вредности нагиба у околини лежишта указивале би или на оштећење самог лежишта или на губитак крутости структуре у зони ослањања.

Као што је већ наведено, мерни мехатронички систем поред израчунавања угиба структура, располаже и са подацима о напонима напрезања у структури, што даје додатне могућности за обављање потребних анализа структуре. Само мерење врши се у континуитету, а брзина узорковања података се може повећавати или смањивати. Код структура које су претежно мирно оптерећене, са малим динамичким утицајима, брзина узорковања података се може подесити на 1 - 10 узорака у секунди. Код структура које су динамички оптерећене, брзина узорковања података се може подесити на 10 - 19200 података у секунди (уколико се користи исти тип развијеног мерног мехатроничког система), чиме се стичу услови и за динамичку анализу структуре, без употребе сензора убрзања.

На основу искуства стеченог приликом израде ове дисертације, у циљу даљег развоја и унапређења мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних носача, могу се навести препоруке за даљи истраживачки рад:

- Мерни мехатронички систем за надзор угиба гредних структура проверити и на другим статичким системима (модел обострано укљештена греда, модел једноструко укљештена греда, модел конзолна греда) који су заступљени код реалних структура,
- Извршити одабир система напајања електричном енергијом који ће обезбедити поуздан и сигуран рад мехатроничког система у условима који владају на реалним структурама, а где није могуће користити напајање електричном енергијом са електроенергетске мреже,
- Унапредити рад мехатроничког система у смислу приступа и прикупљања података, развој даљинског система слања и приказа података коришћењем интернет или GSM мреже. На тај начин би се омогућило слање података у формиране центре за управљање, који би

надгледали стање структуре на основу прикупљених података и превентивно реаговали приликом регистравања повећаних вредности угиба,

- Приликом узорковања са великим бројем забележених података, величина записа на рачунару постаје већа, па слањем података ка формираним центрима смањујемо заузеће простора у расположивој рачунарској меморији,
- Извршити постављање мерног мехатроничког система за надзор угиба гредних структура на основу дилатација у основном материјалу на једној мостовској структури која се налази на магистралном или аутопутном правцу у Републици Србији, у дефинисаном временском периоду. Извршити анализу података прикупљених са мехатроничког система, установити поузданост развијеног мехатроничког система у условима теренског рада и реалног оптерећења,
- На основу анализе рада мерног мехатроничког система постављеног на мостовској структури, проверити могућност примене за мониторинг мостовских структура, која је обавезна по новом усвојеном "Правилнику за грађевинске конструкције" (Сл. гласник РС, бр.89 од 18.12.2019. године, члан 21.), за друмске и железничке мостовске структуре наведених распона [106].

Литература

- [1] B. Akesson, “*Understanding Bridge Collapses*”, Taylor&Francis Group, London, UK, 2008, ISBN 978-0-203-89542-9 (ebook)
- [2] Правилник о техничким нормативима за одређивање оптерећења мостова, Службени лист СФРЈ, бр.1/91
- [3] SIA 260:2003, *Basis of structural design*
- [4] American Association of State Highway and Transportation Officials, “*AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*”, 2005, ISBN 1-56051-273-3
- [5] SRPS EN 1991-2:2018, *Actions on structures – Part 2: Traffic loads on bridges*
- [6] SRPS EN 1992-2:2018, *Design of concrete structures – Part 2: Concrete bridges – design and detailing rules*
- [7] SRPS EN 1993-2:2018, *Design of steel structures – Part 2: Steel bridges*
- [8] DIN 1072, Deutsche Norm, *Strassen und Webrucken (Road bridges; design loads)*, 1985
- [9] SRPS EN 1993-6:2018, *Eurocode 3: Design of Steel Structures – part 6: Crane Supporting Structures*
- [10] V.Vašková, R. Fojtík, D. Pustka, “*Analysis of a Crane Runway Failure*, *Procedia Engineering* 190 (2017), 255 – 262, doi: 10.1016/j.proeng.2017.05.335
- [11] P. Kossakowski, W. Wciślik, and M. Bakalarz, “*Failure of the overhead crane runway*”, *MATEC Web of Conferences* 284, 09001 (2019) ICSF 2019 <https://doi.org/10.1051/matecconf/201928>
- [12] M. Ayub, S. Jin, C.M. Reynolds, “*Investigation of the March 31, 2013 Temporary Overhead Crane Collapse at Arkansas Nuclear One Power Plant in London/Russellville, AR*” U.S. Department of Labor, Occupational Safety and Health Administration, Directorate of Construction, August 2013
- [13] Правилник бр. 07-4744/1 од 1986-11-25, „Испитивање конструкција високоградње пробним оптерећењем и испитивање до лома“, СРПС У.М1.047:1987, Службени лист СФРЈ, бр.4/87
- [14] Р. Вукотић, „Испитивање конструкција“, Научна књига, Београд, 1989, ISBN 862-234-1020-3

- [15] “*Levelling instrument WILD N2 – Instructions for use*”, Wild Heerbrugg, Switzerland
- [16] „*Syrveying Instruments SDL30, SDL50 – Operator's manual*“, Sokkia Topcon co., LTD, 13th edition, 2000
- [17] С. Контић, “*Геодезија*”, Научна књига, Београд, 1980
- [18] M.R. Kaloop, H.Li. “*Monitoring of Bridge Deformation Using GPS Tehnique*”, *KSCSE Journal of Civil Engineering* 13(6), 423-431. (2009)
- [19] Ш. Дуница, „*Отпорност материјала (Увод у механику деформабилног тела)*“, Грађевински факултет, „Гроскњига“ Београд, 1995, ISBN 86-485-0020-6
- [20] М. Ђурић, *Статика конструкција, Грађевинска књига Београд 1979*
- [21] В.Шимић, *Отпорност материјала I, Школска књига, Загреб, 2002, ISBN 953-0-30692-X*
- [22] Правилник бр.07-93/43 од 1987-01-29, „*Носеће челичне конструкције спојене заковицама и вијцима – Технички услови*“, *JUS U.E7.145/1987, Службени лист СФРЈ, бр.17/87*
- [23] H. Wenzel, “*Health Monitoring of Bridges*”, *John Wiley&Sons, Ltd, 2009, ISBN 978-0-470-03173-5*
- [24] K. Hoffmann, “*An Introduction to Measurements using Strain Gauges*”, *Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstad 1989*
- [25] K. Hoffmann, “*An Introduction to Stress Analysis and Transducer Design using Strain Gauges*”, *Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH*
- [26] D. M. Stefanescu, “*Handbook of Force Transducers*”, *Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011, ISBN 978-3-642-18295-2, doi:10.1007/978-3-642-18296-9, pages 204-217*
- [27] I.R. Matias, S. Ikezawa, J. Corres, “*Fiber Optic Sensors: Current Status and Future Possibillities*, *Springer International Publishing Switzerland 2017, ISBN 978-3-319-42624-2*
- [28] Huston, D.R., Fuhr, P.L., Udd, E. And Inaudi, D. „*Fiber Optic sensors for Evaluation and Monitoring of Civil Structures*“*Fiber Optic Sensor Technology and Applications, Proc. SPIE, 3860,2-11 (1999)*
- [29] А.Вер, “*Мали речних мехатронике*”,
- [30] D.S Nyce, “*Linear Position Sensors – Theory and application*”, *John Wiley & Sons, Inc. 2004, ISBN 0-471-23326-9*

- [31] E. Meier, A. Geiger, H. Ingensand, H. Licht, P. Limpach, A. Steiger, R. Zwyszig “*Hydrostatic levelling systems: Measuring at the system limits*”, *Journal of Applied Geodesy* 4 (2010), 91–102, DOI: 10.1515/JAG.2010.009
- [32] O.L. Burdet, “*Experience in the Long-Term Monitoring of Bridges*”, 3rd *fib International Congress - 2010*
- [33] O.L Burdet, “*Load Testing and Monitoring of Swiss Bridges*”, Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne
- [34] J. Hanwen, , C. Guanwen, L. Jiaxiang, L. Honglei, Q. Jiawei, “*A correction method for the ambient temperature-induced error in hydrostatic leveling systems and application*”, *Measurement*, February 2021, doi: 10.1016/j.measurement.2020.108880
- [35] E. Meier, F. Wei, L. Rivkin, A. Wrulich, S. Zelenika, H. Ingensand, M. Haberecht, F. Akeret, “*Long-Term Results of the Hydrostatic Levelling System at the Swiss Light Source (SLS), IWAA2004, CERN, Geneva, 4-7 October 2004*
- [36] V.V. Epin, R.V. Cvetkov, I.N. Sardakov, “*Deformation Monitoring of Building Foundations by Hydrostatic Leveling*”, *Magazine of Civil Engineering*, Nr.3, doi: 10.5862/MCE.55.3 (2015)
- [37] *Technical Specification “H-Level Liquid Level System”, SISGEO, www.sisgeo.com*
- [38] P. Psimoulis, S. Stiros, “*Measuring deflections of a Short-Span Railway Bridge Using a Robotic Total Station*”, *Journal of Bridge Engineering* 18, 182-185 (2013)
- [39] M.R. Kaloop, L. Hui, “*Monitoring of Bridge Deformation Using GPS Technique*”, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2009, doi: 10.1007/s12205-009-0423-y
- [40] M. Pieraccini, “*Monitoring of Civil Infrastructures by Interferometric Radar: A Review*”, *The ScientificWorld Journal*, Volume 2013, Article ID 786961, 8 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2013/786961>
- [41] C. Gentile, “*Application of Radar Technology to Deflection Measurement and Dynamic Testing of Bridges*” *Radar Technology, Book, ISBN 978-953-307-029-2, pp. 410, December 2009, INTECH, Croatia*
- [42] S.Vurpillot, G.Krueger, D.Benouaich, D.Clement and D. Inaudi. „*Vertical deflection of a Pre-Stressed Concrete Bridge Obtained Using Deformation sensors and Inclinator Measurements*“, *ACI Structural Journal* 95 (1998)

- [43] S.Vurpillot, D. Inaudi and A. Scano. „*Mathematical Model for the Determination of the Vertical Displacement from Internal Horizontal Measurements of a Bridge*“, *Smart Structures and Materials, Proc. SPIE*, 2719, 46-53, (1996)
- [44] Cho, N.S., Kim, N.S. „*Estimating Deflection of a Simple Beam Model Using Fiber Optic Bragg-grating Sensors*“, *Journal of Experimental Mechanics*, (2004)
- [45] Г. Сеничић, „*Интерполација*“, <https://goransen.files.wordpress.com>
- [46] D.S.G. Pollock, “*Smoothing With Cubic Splines*”, *Queen Mary and Westfield College, The University of London*, pages 2-5
- [47] R.V. Dukkipati, “*Numerical Methods*”, *New Age International (P) Ltd*, 2010, ISBN (13): 978-81-224-2978-7, pages 239 -244
- [48] Cho, N.S., Kim, N.S., Jang, J.H., and Chang, S.P. „*Estimation of Deflection Curve of Bridges Using Fiber Optic Strain Sensors*“, *Proc. SPIE*, 3988, 339-348(2000)
- [49] A. Mufti, C. Klowak, L.Jaeger, B. Bakht, and G. Tadros. “*Calculating Deflections from Observed Strains*”, *The 3rd International Conference on structural Health Monitoring of Intelligent Infrastructure, Vancouver, British Columbia, Canada (2007)*
- [50] H. Sousa, F. Cavadas, A. Henriques, J. Bento and J. Figueiras. “*Bridge deflection evaluation using strain and rotation measurements*”, *Smart Structures & Systems, Volume 11*, 365-386 (2013)
- [51] M.Z. Sarwar, J.W. Park, “*Bridge Displacement Estimation Using a Co-Located Acceleration and Strain*”, *Sensors 2020*, 20, 1109; doi:10.3390/s20041109 (2020)
- [52] W. Chung, S. Kim. “*Deflection estimation of a full scale prestressed concrete girder using long-gauge fiber optic sensors*”, *Costruction and Building Materials 22*, 394-401(2008)
- [53] W. Hong, Z. Qin, K. Lv, X. Fang, “*An Indirect Method for Monitoring Dynamic Deflection of Beam-Like Structures Based on Strain Responses*”, *Applied Sciences*, 8, 811 (2018); doi:10.3390/app8050811
- [54] S. Cho, S.H. Sim, J.W. Park, J. Lee, “*Extension of indirect displacement estimation method using acceleration and strain to various types of beam structures*”, *Smart Structures & Systems Volume 14*, 699–718, (2014)
- [55] A. Chupyra, M. Kondaurov, A. Medvedko, S. Singatulin, E. Shubin, “*SAS Family of Hydrostatic Level and Tilt Sensors for Slow Ground Motion Studies and Precise Alignment*”, *IWAA2004, CERN, Geneva, 4-7, October 2004*

- [56] S. Singatulin, J. Volk, V. Shiltsev “*A High Precision Double Tubed Hydrostatic Leveling System for Accelerator Alignment Applications*”, *FERMILAB-CONF-06-508-AD, Fermilab, Batavia, IL, 60510*
- [57] A. Seryi, R. Ruland, B. Baklakov, A. Chupyra, A. Erokhin, M. Kondaurov, A. Medvedko, V. Parkhomchuk, Sh. Singatulin, E. Shubin, J. Lach, D. Plant, V. Shiltsev, “*Hydrostatic Level System for Slow Ground Motion Studies at Fermilab and Slac*”, *Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference, Chicago*
- [58] X. Zhang, Y. Zhang, L. Zhang, G. Qiu, D. Wei, “*Power Transmission Tower Monitoring with Hydrostatic Leveling System: Measurement Refinement and Performance Evaluation*”, *Journal of Sensors, Volume 2018, Article ID 4176314, 12 pages, <https://doi.org/10.1155/2018/4176314>*
- [59] X. Hou, X. Jang. “*Using Inclinometers to Measure Bridge Deflection*”, *Journal of Bridge Engineering 10, 564-569 (2005)*
- [60] R.B. Panuntun, A. Aminullah, B. Suhendro, “*Bridge displacement Estimation using Tiltmeter Data*”, *Journal of the Civil Engineering Forum, Vol.5, No.2(2019)*
- [61] P. Olaszek, “*Deflection monitoring system making use of inclinometers and cubic spline curves*”, *In Bridge Maintenance, Safety, Management and Life Extension; CRC Press: London, UK, pp. 2305–2312, ISBN 978- 1-138-00103-9 (2014)*
- [62] O. Burdet, J.-L. Zanella, “*Automatic monitoring of bridges using electronic inclinometers*”, *In Proceedings of International Association for Bridge and Structural Engineering, Lucerne, Switzerland, 18–21(2000)*
- [63] N.H. Gao, M. Zhao, S.Z. Li, “*Displacement monitoring method based on inclination measurement*” *Advance Material Research, 368, 2280–2285 (2012)*
- [64] P. Psimoulis, S. Stiros, “*Measurement of deflections and oscillation frequencies of engineering structures using robotic theodolites (RTS)*, *Engineering Structures 29(12), 3312-3324 (2008)*
- [65] S. Stiros, P. Psimoulis, “*Response of a historical shortspan railway bridge to passing trains: 3-D deflections and dominant frequencies derived from Robotic Total Station (RTS) measurements*”, *Engineering Structures 45:362–371 (2012)*
- [66] J. Yu, P. Zhu, B. Xu, X. Meng, “*Experimental assessment of high sampling-rate robotic total station for monitoring bridge dynamic responses*”, *Measurement 104:60–69, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.03.014>, (2017)*

- [67] D.R. Palazzo, R.M.P, Friedmann, C.A. Nadal, M.L. Santos Filho, L.A.K. Veiga, P.L. Faggion, “*Dynamic monitoring of structures using a robotic total station*”, In: *Proceedings of XXIII FIG congress, Munich, Germany, October 8-13, (2006)*
- [68] R.C. dos Santos, A.P. C. Larocca, J. O. A. Neto, A. C. B. Barbosa, J.V.M. Oliveira, “*Detection of a curved bridge deck vibration using robotic total stations for structural health monitoring*”, *Journal of Civil Structural Health Monitoring* <https://doi.org/10.1007/s13349-019-00322-1> (2018)
- [69] A. Weiser, F.K.Bruner, “*Analysis of bridge deformations using continuous GPS measurements*”, *Proceeding 2nd Conference of Engineering Surveying, INGEO 2002, 45-42 (2002)*
- [70] A.P.C. Larocca, J.O. Araujo Neto, J.L.A Trabanco, M.C. Santos, “*First steps using two GPS Satellites for monitoring the dynamic behavior of a small concrete highway bridge*”, *Journal of Surv Eng Asce* 142:4016008 (2016)
- [71] G.W. Roberts, C. Brown, X. Meng, “*Deflection Monitoring of the Forth Road Bridge by GPS*”, *ION GNSS 18th International Technical Meeting of the Satellite Division, 13-16, Long Beach, CA, (2005)*
- [72] C.J. Brown, R. Karuna, V. Ashkenazi, G.W. Roberts, R. Evans, “*Monitoring of Structures using GPS*”, *Proc Institution of Civil Engineers, Structures, ISSN 0965 092X, pp 97 – 105, (1999)*
- [73] Y. Robert-Nicoud, B. Raphael, O.Burdet&I.F.C. Smith, “*Model Identification of Bridges Using Measurement Data*”, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 20, 118-131 (2005)
- [74] X. He, X. Yang, and L. Zhao, “*New Method for High-Speed Railway Dynamic Deflection Measurement*”, *Journal of Bridge Engineering*, 19(7), p.05014004, doi: 10.161/(asce)be.1943-5592.0000612 (2014)
- [75] S. Yoneyama, A. Kitagawa, S. Iwata., K. Tani, H. Kikuta, “*Bridge deflection measurement using digital image correlation. Experimental Techniques*, 31(1), pp. 34-40. (2007)
- [76] J.J Lee, M. Shinozuka, “*Real-time displacement measurement of a flexible bridge using digital image processing techniques*”, *Experimental Mechanics*, 46(1), 105-114, (2006)
- [77] P.J. Sousa, F. Barros, P. Loboc, P.J. Tavares, P.M.G.P. Moreira, “*Experimental measurement of bridge deflection using Digital Image Correlation*”, *ICSI 2019 The 3rd*

International Conference on Structural Integrity, Procedia Structural Integrity 17 (2019) 806–811

[78] S. Yoneyama, H. Ueda, “*Bridge Deflection Measurement Using Digital Image Correlation with Camera Movement Correction*”, *Materials Transactions, Vol. 53, No. 2 (2012) pp. 285 to 290, The Japanese Society for Non-Destructive Inspection*

[79] L. Tian, B. Pan, Y. Cai, H. Liang, Y. Zhao, “*Application of Digital Image Correlation for Long-Distance Bridge Deflection Measurement*”, *International Conference on Optics in Precision Engineering and Nanotechnology (icOPEN2013), Proc. of SPIE Vol. 8769 87692V-1*

[80] L. Luo, M.Q. Feng, Z.Y. Wu “*Robust vision sensor for multi-point displacement monitoring of bridges in the field*”, *Engineering Structures 163 (2018), 255-266*

[81] L. Tian, J. Zhao, B. Pan, Z. Wang, “*Full-Field Bridge Deflection Monitoring with Off-Axis Digital Image Correlation*”, *Sensors 2021, 21, 5058. <https://doi.org/10.3390/s21155058>*

[82] S. Taghavikish, M. Elhabiby, “*Target Based 2D Digital Image Correlation Deflection Monitoring to Analyze the Environmental Effect on Variations of Deflection on Structures*”, *Geomatics 2021, 1, 192–205. <https://doi.org/10.3390/geomatics1020012>*

[83] Z. Xuefeng, L. Hao, Y. Yan, X. Xiaodong, H. Weitong, L. Mingchu, O. Jingping, “*Bridge Displacement Monitoring Method Based on Laser Projection-Sensing Technology*”, *Sensors 2015, 15, 8444-8463; doi:10.3390/s150408444*

[84] L. Truong-Hong, D.F. Laefer, “*Using Terrestrial Laser Scanning for Dynamic Bridge Deflection Measurement*”, *IABSE Istanbul Bridge Conference, Istanbul, Turkey, 11 – 13, (2014)*

[85] T. Lovas, A. Barsi, A. Detrekoi, L. Dunai, Z. Csak, A. Polgar, A. Berenyi, Z. Kibedy, K. Szocs, “*Terrestrial laser scanning in deformation measurements of structures*” *Proc., ISPRS congress, 527-531, (2008)*

[86] Pieraccini, M. Fratini, F. Parrini, and C. Atzeni, “*Dynamic Monitoring of Bridges Using a High-Speed Coherent Radar*”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 44, no. 11, november 2006*

[87] C. Gentile, “*Vibration measurement by radar techniques*”, *Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EURO DYN 2011*

[88] C. Gentile, “Radar-based measurement of deflections on bridges and large structures”, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, April 2010, doi: 10.1080/19648189.2010.9693238

[89] C. Gentile, G. Bernardini, “An interferometric radar for non-contact measurement of deflections on civil engineering structures: laboratory and full-scale tests”, *Structure and Infrastructure Engineering*, October 2010, doi: 10.1080/15732470903068557

[90] Q. Huang, Y. Wang, G. Luzi, M. Crosetto, O. Monserrat, J. Jiang, H. Zhao, Y. Ding, “Ground-Based Radar Interferometry for Monitoring the Dynamic Performance of a Multitrack Steel Truss High-Speed Railway Bridge”, *Remote Sensing* 2020, 12, 2594; doi:10.3390/rs12162594

[91] D. Dei, D. Mecatti, and M. Pieraccini, “Static Testing of a Bridge Using an Interferometric Radar: The Case Study of <Ponte degli Alpini>, Belluno, Italy”, *The ScientificWorld Journal*, Volume 2013, Article ID 504958, 7 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2013/504958>

[92] C. Gentile, “Dynamic investigation of a suspension footbridge using accelerometers and microwave interferometer”, *MATEC Web of Conferences*, October 2015, doi: 10.1051/mateconf/20152407004

[93] G. Bernardini, N. Gallino, C. Gentile, P. Ricci, “Dynamic Monitoring of Civil Engineering Structures by Microwave Interferometer”, *4th Conceptual Approach to Structural Design Venice, Italy – 2007, June 27- 29*

[94] M. Pieraccinia, F. Parrinia, M. Fratinia, C. Atzenia, P. Spinellib, M. Michelonic, “Static and dynamic testing of bridges through microwave interferometry”, *NDT&E International* 40 (2007) 208–214 doi: 10.1016/j.ndteint.2006.10.007

[95] P. Kuras, T. Owerko, Ł. Ortyl, R. Kocierz, P. Kohut, K. Holak, K. Krupiński, “Comparison of Methods for Measuring Deflection and Vibration of Bridges”, *FALE REFERENCE*

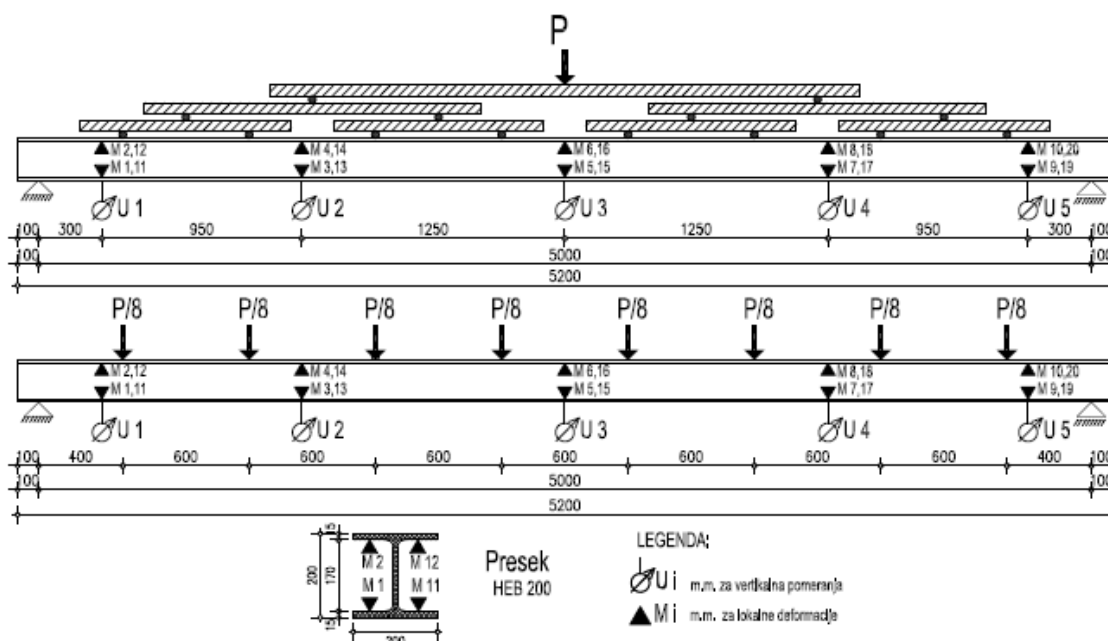
[96] P. Olaszek, “Innovative methods of measuring bridge displacements under static and dynamic loads”, *WEO 2021 - 2nd Workshop on Engineering Optimization*, 7-8 October 2021, Warsaw, Poland

[97] P. Frankovský, I. Delyová, P. Sivák, P. Kurylo, E. Pivarciová, V. Neumann, “Experimental Assessment of Time-Limited Operation and Rectification of a Bridge Crane”, *Materials* 2020, 13, 2708; doi:10.3390/ma13122708

- [98] N.S. Trahair, “*Limit states design of crane runway girders*”, *Engineering Structures* 240 (2021) 112395, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112395>
- [99] F. Pelayo, C. Rodríguez, A.F. Canteli, “*Failure and repair analysis of a runway beam: Influence of the standard applied to lifetime prediction*”, *Engineering Failure Analysis* 56 (2015) 89–97, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.04.008>
- [100] O. Caglayan, K. Ozakgul, O. Tezer, E. Uzgider, “*Fatigue life prediction of existing crane runway girders*”, *Journal of Constructional Steel Research* 66 (2010) 1164 – 1173, [doi:10.1016/j.jcsr.2010.04.009](https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2010.04.009)
- [101] M. Euler, C. Taylor, “*Fatigue action on crane runway beams*”, *Journal of Constructional Steel Research* 181 (2021), <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106476>
- [102] K. Hoffmann, “*The Route to Measurement Transducers – A Guide to the Use of the HBM K series Foil Strain Gages and Accesories*”, Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
- [103] “*Operating Manual Quantum X*”, Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH
- [104] Правилник бр. 50-14233/1 од 1984-10-05, „Испитивање мостова пробним оптерећењем“, СРПС У.М1.046:1984, Службени лист СФРЈ, бр.60/84
- [105] Правилник о техничким нормативима за одређивање оптерећења и категоризацију железничких мостова, пропуста и осталих објеката на железничким пругама, Службени лист СФРЈ, бр.23/92
- [106] Правилник за грађевинске конструкције, Службени гласник РС, бр.89/2019, 52/2020 и 122/2020

Прилог

Експериментално испитивања на гредном носачу и примена поступка прорачуна за посредно израчунавање вертикалних померања



Слика 10.1. Лабораторијско испитивање на моделу греде - Схематски приказ диспозиције испитивања

Табела 10.1. Карактеристике греде и измерене вредности угиба (I фаза оптерећења)

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
br.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	170	U_{Losl}	0
1	300		U_1	-0.39
2	1250		U_2	-1.42
3	2500		U_3	-2.02
4	3750		U_4	-1.45
5	4700		U_5	-0.41
6	5000		U_{Dosl}	0

Табела 10.2. Улазни подаци прорачуна (I фаза оптерећења)

Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	0	0	85.0	0	0
1	-2.84E-05	1.79E-05	65.7	3679653.68	2.71765E-07
2	-5.04E-05	5.15E-05	85.9	1669121.257	5.99118E-07
3	-6.51E-05	6.51E-05	85.0	1305683.564	7.65882E-07
4	5.04E-05	5.04E-05	85.0	1686507.937	5.92941E-07
5	-1.58E-05	1.58E-05	85.0	5396825.397	1.85294E-07
6	0	0	85.0	0	0

Табела 10.3. Улазни параметри поступка интерполације (VI фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	300	0
1	950	2.71765E-07
2	1250	5.99118E-07
3	1250	7.65882E-07
4	950	5.92941E-07
5	300	1.85294E-07
6		0

Табела 10.4. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (VI фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интерполационе кубне криве			
		(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
бр.	(x_j)	(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
0	300	0	9.75006E-10	-1.28054E-26	-7.68045E-16
1	950	2.71765E-07	7.67634E-10	-6.91241E-13	2.58866E-16
2	1250	5.99118E-07	1.55157E-10	4.65278E-14	-5.1139E-17
3	1250	7.65882E-07	3.17622E-11	-1.45243E-13	7.321E-18
4	950	5.92941E-07	-2.97029E-10	-1.1779E-13	-2.23523E-17
5	300	1.85294E-07	-5.81348E-10	-1.81494E-13	2.0166E-16
6		0		0	

Табела 10.5. Интерполациони полином на укупном распону греде - део 1(I фаза)

Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_i	b_i	c_i		
0	0	9.75006E-10	-1.28054E-26	-7.68045E-16	0	0
50					-4.86543E-08	-1.21636E-06
100					-9.67326E-08	-4.85103E-06
150					-1.43659E-07	-1.08608E-05
200					-1.88857E-07	-1.91737E-05
250					-2.31751E-07	-2.96889E-05
300	2.71765E-07	7.67634E-10	-6.91241E-13	2.58866E-16	-2.71765E-07	-4.22768E-05
350					-3.08451E-07	-5.67822E-05
400					-3.41875E-07	-7.30403E-05
450					-3.72231E-07	-9.08929E-05
500					-3.99713E-07	-0.000110192
550					-4.24515E-07	-0.000130797
600					-4.46833E-07	-0.000152581
650					-4.66859E-07	-0.000175423
700					-4.84787E-07	-0.000199214
750					-5.00813E-07	-0.000223854
800					-5.1513E-07	-0.000249253
850					-5.27932E-07	-0.000275329
900					-5.39414E-07	-0.000302013
950					-5.49769E-07	-0.000329243
1000					-5.59192E-07	-0.000356967
1050					-5.67876E-07	-0.000385143
1100					-5.76017E-07	-0.000413741
1150					-5.83808E-07	-0.000442736
1200					-5.91444E-07	-0.000472118
1250	5.99118E-07	1.55157E-10	4.65278E-14	-5.1139E-17	-5.99118E-07	-0.000501882
1300					-6.06985E-07	-0.000532034
1350					-6.15047E-07	-0.000562585
1400					-6.23265E-07	-0.000593543
1450					-6.31601E-07	-0.000624915
1500					-6.40016E-07	-0.000656705
1550					-6.48471E-07	-0.000688917
1600					-6.5693E-07	-0.000721552
1650					-6.65352E-07	-0.000754609
1700					-6.737E-07	-0.000788086
1750					-6.81936E-07	-0.000821976
1800					-6.9002E-07	-0.000856275
1850					-6.97916E-07	-0.000890974
1900					-7.05583E-07	-0.000926061
1950					-7.12985E-07	-0.000961525
2000					-7.20083E-07	-0.000997352
2050					-7.26838E-07	-0.001033525
2100					-7.33211E-07	-0.001070026
2150					-7.39166E-07	-0.001106836
2200					-7.44663E-07	-0.001143932
2250					-7.49663E-07	-0.00118129
2300					-7.54129E-07	-0.001218884
2350					-7.58023E-07	-0.001256688
2400					-7.61305E-07	-0.001294671
2450					-7.63938E-07	-0.001332803
2500	7.65882E-07	3.17622E-11	-1.45243E-13	7.321E-18	-7.65882E-07	-0.001371048

Табела 10.6. Интерполациони полином на укупном распону греде - део 2(I фаза)

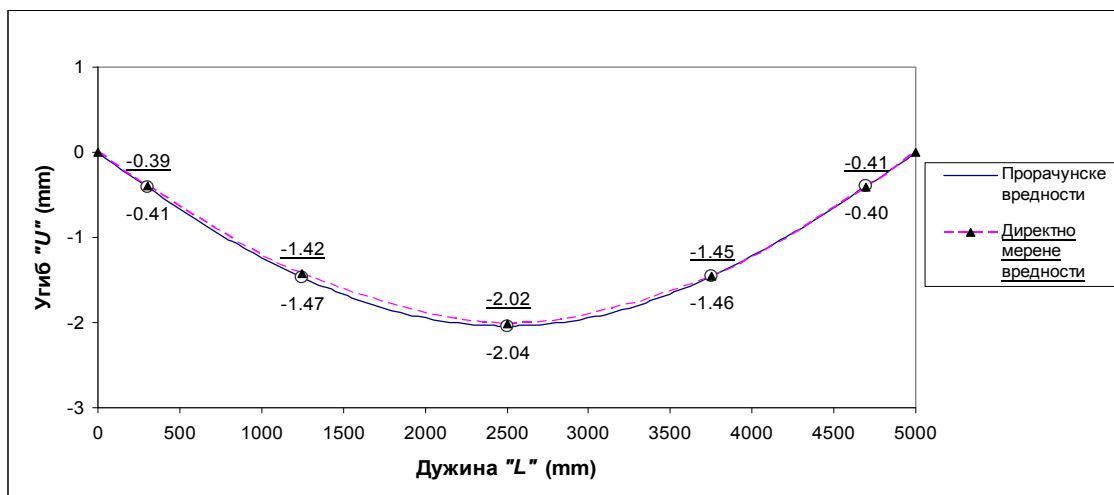
Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
2500	7.65882E-07	3.17622E-11	-1.45243E-13	7.321E-18	-7.65882E-07	-0.001371048
2550					-7.67108E-07	-0.001409373
2600					-7.67613E-07	-0.001447741
2650					-7.67403E-07	-0.001486116
2700					-7.66484E-07	-0.001524463
2750					-7.6486E-07	-0.001562747
2800					-7.62537E-07	-0.001600932
2850					-7.59521E-07	-0.001638983
2900					-7.55817E-07	-0.001676867
2950					-7.51431E-07	-0.001714548
3000					-7.46368E-07	-0.001751993
3050					-7.40633E-07	-0.001789168
3100					-7.34233E-07	-0.00182604
3150					-7.27173E-07	-0.001862575
3200					-7.19458E-07	-0.001898741
3250					-7.11093E-07	-0.001934504
3300					-7.02085E-07	-0.001969834
3350					-6.92438E-07	-0.002004697
3400					-6.82158E-07	-0.002039062
3450					-6.71251E-07	-0.002072897
3500					-6.59722E-07	-0.002106171
3550					-6.47577E-07	-0.002138854
3600					-6.34821E-07	-0.002170914
3650					-6.21459E-07	-0.002202321
3700					-6.07497E-07	-0.002233045
3750	5.92941E-07	-2.97029E-10	-1.1779E-13	-2.23523E-17	-5.92941E-07	-0.002263056
3800					-5.77792E-07	-0.002292324
3850					-5.62038E-07	-0.00232082
3900					-5.45661E-07	-0.002348512
3950					-5.28645E-07	-0.00237537
4000					-5.10973E-07	-0.00240136
4050					-4.92628E-07	-0.00242645
4100					-4.73593E-07	-0.002450606
4150					-4.53853E-07	-0.002473792
4200					-4.33389E-07	-0.002495973
4250					-4.12185E-07	-0.002517112
4300					-3.90225E-07	-0.002537173
4350					-3.67491E-07	-0.002556116
4400					-3.43968E-07	-0.002573902
4450					-3.19637E-07	-0.002590492
4500					-2.94483E-07	-0.002605845
4550					-2.68488E-07	-0.002619919
4600					-2.41636E-07	-0.002632672
4650					-2.13911E-07	-0.002644061
4700	1.85294E-07	-5.81348E-10	-1.81494E-13	2.0166E-16	-1.85294E-07	-0.002654041
4750					-1.55798E-07	-0.002662569
4800					-1.25546E-07	-0.002669602
4850					-9.46889E-08	-0.002675108
4900					-6.3378E-08	-0.00267906
4950					-3.17646E-08	-0.002681438
5000					3.39144E-23	-0.002682232

Табела 10.7. Поступак добијања угиба на укупном распону греде - део 1 (I фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
0	0	0	-0.001371048	0.001371048	0.00
50	-4.86543E-08	-1.21636E-06		0.001369832	-0.07
100	-9.67326E-08	-4.85103E-06		0.001366197	-0.14
150	-1.43659E-07	-1.08608E-05		0.001360187	-0.21
200	-1.88857E-07	-1.91737E-05		0.001351874	-0.27
250	-2.31751E-07	-2.96889E-05		0.001341359	-0.34
300	-2.71765E-07	-4.22768E-05		0.001328771	-0.41
350	-3.08451E-07	-5.67822E-05		0.001314266	-0.47
400	-3.41875E-07	-7.30403E-05		0.001298008	-0.54
450	-3.72231E-07	-9.08929E-05		0.001280155	-0.60
500	-3.99713E-07	-0.000110192		0.001260856	-0.67
550	-4.24515E-07	-0.000130797		0.001240251	-0.73
600	-4.46833E-07	-0.000152581		0.001218467	-0.79
650	-4.66859E-07	-0.000175423		0.001195625	-0.85
700	-4.84787E-07	-0.000199214		0.001171834	-0.91
750	-5.00813E-07	-0.000223854		0.001147194	-0.97
800	-5.1513E-07	-0.000249253		0.001121795	-1.02
850	-5.27932E-07	-0.000275329		0.001095719	-1.08
900	-5.39414E-07	-0.000302013		0.001069035	-1.13
950	-5.49769E-07	-0.000329243		0.001041805	-1.19
1000	-5.59192E-07	-0.000356967		0.001014081	-1.24
1050	-5.67876E-07	-0.000385143		0.000985905	-1.29
1100	-5.76017E-07	-0.000413741		0.000957307	-1.34
1150	-5.83808E-07	-0.000442736		0.000928312	-1.38
1200	-5.91444E-07	-0.000472118		0.00089893	-1.43
1250	-5.99118E-07	-0.000501882	0.000869166	-1.47	
1300	-6.06985E-07	-0.000532034	0.000839014	-1.52	
1350	-6.15047E-07	-0.000562585	0.000808463	-1.56	
1400	-6.23265E-07	-0.000593543	0.000777505	-1.60	
1450	-6.31601E-07	-0.000624915	0.000746133	-1.64	
1500	-6.40016E-07	-0.000656705	0.000714343	-1.67	
1550	-6.48471E-07	-0.000688917	0.000682131	-1.71	
1600	-6.5693E-07	-0.000721552	0.000649496	-1.74	
1650	-6.65352E-07	-0.000754609	0.000616439	-1.77	
1700	-6.737E-07	-0.000788086	0.000582962	-1.80	
1750	-6.81936E-07	-0.000821976	0.000549072	-1.83	
1800	-6.9002E-07	-0.000856275	0.000514773	-1.86	
1850	-6.97916E-07	-0.000890974	0.000480074	-1.88	
1900	-7.05583E-07	-0.000926061	0.000444987	-1.90	
1950	-7.12985E-07	-0.000961525	0.000409523	-1.93	
2000	-7.20083E-07	-0.000997352	0.000373696	-1.95	
2050	-7.26838E-07	-0.001033525	0.000337523	-1.96	
2100	-7.33211E-07	-0.001070026	0.000301022	-1.98	
2150	-7.39166E-07	-0.001106836	0.000264212	-1.99	
2200	-7.44663E-07	-0.001143932	0.000227116	-2.01	
2250	-7.49663E-07	-0.00118129	0.000189758	-2.02	
2300	-7.54129E-07	-0.001218884	0.000152164	-2.02	
2350	-7.58023E-07	-0.001256688	0.00011436	-2.03	
2400	-7.61305E-07	-0.001294671	7.63766E-05	-2.04	
2450	-7.63938E-07	-0.001332803	3.82455E-05	-2.04	
2500	-7.65882E-07	-0.001371048	0	-2.04	

Табела 10.8. Поступак добијања угиба на укупном распону греде - део 2 (I фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
2500	-7.65882E-07	-0.001371048	-0.001371048	0	-2.04
2550	-7.67108E-07	-0.001409373		-3.83248E-05	-2.04
2600	-7.67613E-07	-0.001447741		-7.66928E-05	-2.04
2650	-7.67403E-07	-0.001486116		-0.000115068	-2.03
2700	-7.66484E-07	-0.001524463		-0.000153415	-2.02
2750	-7.6486E-07	-0.001562747		-0.000191699	-2.02
2800	-7.62537E-07	-0.001600932		-0.000229884	-2.01
2850	-7.59521E-07	-0.001638983		-0.000267935	-1.99
2900	-7.55817E-07	-0.001676867		-0.000305819	-1.98
2950	-7.51431E-07	-0.001714548		-0.0003435	-1.96
3000	-7.46368E-07	-0.001751993		-0.000380945	-1.94
3050	-7.40633E-07	-0.001789168		-0.00041812	-1.92
3100	-7.34233E-07	-0.00182604		-0.000454992	-1.90
3150	-7.27173E-07	-0.001862575		-0.000491527	-1.88
3200	-7.19458E-07	-0.001898741		-0.000527693	-1.85
3250	-7.11093E-07	-0.001934504		-0.000563456	-1.83
3300	-7.02085E-07	-0.001969834		-0.000598786	-1.80
3350	-6.92438E-07	-0.002004697		-0.000633649	-1.77
3400	-6.82158E-07	-0.002039062		-0.000668014	-1.73
3450	-6.71251E-07	-0.002072897		-0.000701849	-1.70
3500	-6.59722E-07	-0.002106171		-0.000735123	-1.66
3550	-6.47577E-07	-0.002138854		-0.000767806	-1.63
3600	-6.34821E-07	-0.002170914		-0.000799866	-1.59
3650	-6.21459E-07	-0.002202321		-0.000831273	-1.55
3700	-6.07497E-07	-0.002233045		-0.000861997	-1.50
3750	-5.92941E-07	-0.002263056		-0.000892008	-1.46
3800	-5.77792E-07	-0.002292324		-0.000921276	-1.41
3850	-5.62038E-07	-0.00232082		-0.000949772	-1.37
3900	-5.45661E-07	-0.002348512		-0.000977464	-1.32
3950	-5.28645E-07	-0.00237537		-0.001004322	-1.27
4000	-5.10973E-07	-0.00240136		-0.001030312	-1.22
4050	-4.92628E-07	-0.00242645		-0.001055402	-1.17
4100	-4.73593E-07	-0.002450606	-0.001079558	-1.11	
4150	-4.53853E-07	-0.002473792	-0.001102744	-1.06	
4200	-4.33389E-07	-0.002495973	-0.001124925	-1.00	
4250	-4.12185E-07	-0.002517112	-0.001146064	-0.95	
4300	-3.90225E-07	-0.002537173	-0.001166125	-0.89	
4350	-3.67491E-07	-0.002556116	-0.001185068	-0.83	
4400	-3.43968E-07	-0.002573902	-0.001202854	-0.77	
4450	-3.19637E-07	-0.002590492	-0.001219444	-0.71	
4500	-2.94483E-07	-0.002605845	-0.001234797	-0.65	
4550	-2.68488E-07	-0.002619919	-0.001248871	-0.59	
4600	-2.41636E-07	-0.002632672	-0.001261624	-0.52	
4650	-2.13911E-07	-0.002644061	-0.001273013	-0.46	
4700	-1.85294E-07	-0.002654041	-0.001282993	-0.40	
4750	-1.55798E-07	-0.002662569	-0.001291521	-0.33	
4800	-1.25546E-07	-0.002669602	-0.001298554	-0.27	
4850	-9.46889E-08	-0.002675108	-0.00130406	-0.20	
4900	-6.3378E-08	-0.00267906	-0.001308012	-0.14	
4950	-3.17646E-08	-0.002681438	-0.00131039	-0.07	
5000	3.39144E-23	-0.002682232	-0.001311184	-0.01	



Дијаграм 10.1. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (I фаза оптерећења)

Табела 10.9. Карактеристике греде и измерене вредности угиба (II фаза оптерећења)

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
br.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	170	U_{Losl}	0
1	300		U_1	-0.70
2	1250		U_2	-2.37
3	2500		U_3	-3.37
4	3750		U_4	-2.42
5	4700		U_5	-0.71
6	5000		U_{Dosl}	0

Табела 10.10. Улазни подаци прорачуна (II фаза оптерећења)

Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	0	0	85.0	0	0
1	-3.99E-05	2.84E-05	70.6	2490842.491	4.01471E-07
2	-8.40E-05	8.61E-05	86.0	999412.1105	1.00059E-06
3	-1.08E-04	1.10E-04	85.8	778388.2784	1.28471E-06
4	-8.40E-05	8.51E-05	85.5	1005619.639	9.94412E-07
5	-2.73E-05	2.63E-05	83.3	3174603.175	0.000000315
6	0	0	85.0	0	0

Табела 10.11. Улазни параметри поступка интерполације (II фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	300	0
1	950	4.01471E-07
2	1250	1.00059E-06
3	1250	1.28471E-06
4	950	9.94412E-07
5	300	0.000000315
6		0

Табела 10.12. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (II фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интерполационе кубне криве			
		(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
бр.	(x_j)				
0	300	0	1.42192E-09	-2.53013E-26	-9.29828E-16
1	950	4.01471E-07	1.17087E-09	-8.36845E-13	2.82312E-16
2	1250	1.00059E-06	3.4522E-10	-3.22564E-14	-4.96677E-17
3	1250	1.28471E-06	3.17622E-11	-2.1851E-13	5.8497E-18
4	950	9.94412E-07	-4.87093E-10	-1.96574E-13	-4.57979E-17
5	300	0.000000315	-9.8458E-10	-3.27098E-13	3.63442E-16
6		0		0	

Табела 10.13. Интерполациони полином на укупном распону греде - део 1(II фаза)

Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
0	0	1.42192E-09	-2.53013E-26	-9.29828E-16	0	0
50					-7.09798E-08	-1.77449E-06
100					-1.41262E-07	-7.08054E-06
150					-2.1015E-07	-1.58658E-05
200					-2.76945E-07	-2.80432E-05
250					-3.40951E-07	-4.34906E-05
300	4.01471E-07	1.17087E-09	-8.36845E-13	2.82312E-16	-4.01471E-07	-6.20512E-05
350					-4.57957E-07	-8.35369E-05
400					-5.10471E-07	-0.000107748
450					-5.59224E-07	-0.00013449
500					-6.04429E-07	-0.000163581
550					-6.46295E-07	-0.000194849
600					-6.85037E-07	-0.000228133
650					-7.20864E-07	-0.00026328
700					-7.5399E-07	-0.000300152
750					-7.84625E-07	-0.000338617
800					-8.12982E-07	-0.000378557
850					-8.39271E-07	-0.000419863
900					-8.63706E-07	-0.000462438
950					-8.86497E-07	-0.000506193
1000					-9.07856E-07	-0.000551052
1050					-9.27995E-07	-0.000596948
1100					-9.47127E-07	-0.000643826
1150					-9.65461E-07	-0.000691641
1200					-9.83211E-07	-0.000740358
1250	1.00059E-06	3.4522E-10	-3.22564E-14	-4.96677E-17	-1.00059E-06	-0.000789953
1300					-1.01776E-06	-0.000840411
1350					-1.03474E-06	-0.000891724
1400					-1.05148E-06	-0.000943879
1450					-1.06794E-06	-0.000996865
1500					-1.0841E-06	-0.001050666
1550					-1.09991E-06	-0.001105266
1600					-1.11533E-06	-0.001160647
1650					-1.13034E-06	-0.001216789
1700					-1.14488E-06	-0.00127367
1750					-1.15893E-06	-0.001331265
1800					-1.17244E-06	-0.001389549
1850					-1.18538E-06	-0.001448494
1900					-1.19771E-06	-0.001508072
1950					-1.2094E-06	-0.001568249
2000					-1.22041E-06	-0.001628995
2050					-1.23069E-06	-0.001690272
2100					-1.24022E-06	-0.001752045
2150					-1.24895E-06	-0.001814274
2200					-1.25685E-06	-0.001876919
2250					-1.26388E-06	-0.001939937
2300					-1.27001E-06	-0.002003285
2350					-1.27519E-06	-0.002066915
2400					-1.27939E-06	-0.00213078
2450					-1.28258E-06	-0.002194829
2500	1.28471E-06	3.17622E-11	-2.1851E-13	5.8497E-18	-1.28471E-06	-0.002259011

Табела 10.14. Интерполациони полином на укупном распону греде - део 2(II фаза)

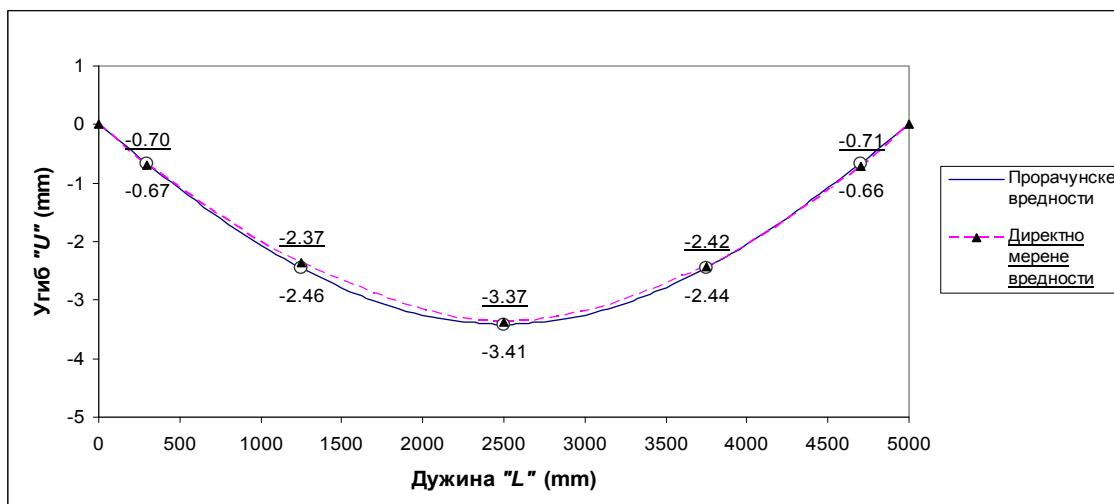
Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
2500	1.28471E-06	3.17622E-11	-2.1851E-13	5.8497E-18	-1.28471E-06	-0.002259011
2550					-1.28575E-06	-0.002323272
2600					-1.2857E-06	-0.002387559
2650					-1.28457E-06	-0.002451816
2700					-1.28236E-06	-0.002515989
2750					-1.27908E-06	-0.002580025
2800					-1.27473E-06	-0.00264387
2850					-1.26931E-06	-0.002707471
2900					-1.26282E-06	-0.002770774
2950					-1.25528E-06	-0.002833727
3000					-1.24669E-06	-0.002896276
3050					-1.23705E-06	-0.00295837
3100					-1.22636E-06	-0.003019955
3150					-1.21464E-06	-0.00308098
3200					-1.20188E-06	-0.003141393
3250					-1.18808E-06	-0.003201142
3300					-1.17326E-06	-0.003260176
3350					-1.15742E-06	-0.003318443
3400					-1.14056E-06	-0.003375893
3450					-1.12269E-06	-0.003432474
3500					-1.10381E-06	-0.003488136
3550					-1.08392E-06	-0.003542829
3600					-1.06303E-06	-0.003596503
3650					-1.04115E-06	-0.003649108
3700					-1.01827E-06	-0.003700593
3750	9.94412E-07	-4.87093E-10	-1.96574E-13	-4.57979E-17	-9.94412E-07	-0.003750911
3800					-9.6956E-07	-0.00380001
3850					-9.43691E-07	-0.003847841
3900					-9.1677E-07	-0.003894353
3950					-8.88764E-07	-0.003939491
4000					-8.59637E-07	-0.003983201
4050					-8.29356E-07	-0.004025426
4100					-7.97885E-07	-0.004066107
4150					-7.65192E-07	-0.004105184
4200					-7.31241E-07	-0.004142595
4250					-6.95997E-07	-0.004178276
4300					-6.59428E-07	-0.004212161
4350					-6.21497E-07	-0.004244184
4400					-5.82172E-07	-0.004274276
4450					-5.41417E-07	-0.004302366
4500					-4.99199E-07	-0.004328381
4550					-4.55482E-07	-0.004352248
4600					-4.10233E-07	-0.004373891
4650					-3.63417E-07	-0.004393232
4700	0.000000315	-9.8458E-10	-3.27098E-13	3.63442E-16	-0.000000315	-0.004410193
4750					-2.64999E-07	-0.004424693
4800					-2.13634E-07	-0.004436659
4850					-1.6118E-07	-0.004446029
4900					-1.07908E-07	-0.004452756
4950					-5.40901E-08	-0.004456806
5000					8.27181E-24	-0.004458158

Табела 10.15. Поступак добијања угиба на укупном распону греде - део 1 (I фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
0	0	0	-0.002259011	0.002259011	0.00
50	-7.09798E-08	-1.77449E-06		0.002257236	-0.11
100	-1.41262E-07	-7.08054E-06		0.00225193	-0.23
150	-2.1015E-07	-1.58658E-05		0.002243145	-0.34
200	-2.76945E-07	-2.80432E-05		0.002230968	-0.45
250	-3.40951E-07	-4.34906E-05		0.00221552	-0.56
300	-4.01471E-07	-6.20512E-05		0.00219696	-0.67
350	-4.57957E-07	-8.35369E-05		0.002175474	-0.78
400	-5.10471E-07	-0.000107748		0.002151263	-0.89
450	-5.59224E-07	-0.00013449		0.002124521	-1.00
500	-6.04429E-07	-0.000163581		0.00209543	-1.10
550	-6.46295E-07	-0.000194849		0.002064162	-1.21
600	-6.85037E-07	-0.000228133		0.002030878	-1.31
650	-7.20864E-07	-0.00026328		0.001995731	-1.41
700	-7.5399E-07	-0.000300152		0.001958859	-1.51
750	-7.84625E-07	-0.000338617		0.001920394	-1.60
800	-8.12982E-07	-0.000378557		0.001880454	-1.70
850	-8.39271E-07	-0.000419863		0.001839148	-1.79
900	-8.63706E-07	-0.000462438		0.001796573	-1.88
950	-8.86497E-07	-0.000506193		0.001752818	-1.97
1000	-9.07856E-07	-0.000551052		0.001707959	-2.06
1050	-9.27995E-07	-0.000596948		0.001662063	-2.14
1100	-9.47127E-07	-0.000643826		0.001615185	-2.22
1150	-9.65461E-07	-0.000691641		0.00156737	-2.30
1200	-9.83211E-07	-0.000740358		0.001518653	-2.38
1250	-1.00059E-06	-0.000789953	0.001469058	-2.46	
1300	-1.01776E-06	-0.000840411	0.0014186	-2.53	
1350	-1.03474E-06	-0.000891724	0.001367287	-2.60	
1400	-1.05148E-06	-0.000943879	0.001315132	-2.66	
1450	-1.06794E-06	-0.000996865	0.001262146	-2.73	
1500	-1.0841E-06	-0.001050666	0.001208345	-2.79	
1550	-1.09991E-06	-0.001105266	0.001153745	-2.85	
1600	-1.11533E-06	-0.001160647	0.001098364	-2.91	
1650	-1.13034E-06	-0.001216789	0.001042222	-2.96	
1700	-1.14488E-06	-0.00127367	0.000985341	-3.01	
1750	-1.15893E-06	-0.001331265	0.000927746	-3.06	
1800	-1.17244E-06	-0.001389549	0.000869462	-3.10	
1850	-1.18538E-06	-0.001448494	0.000810517	-3.15	
1900	-1.19771E-06	-0.001508072	0.000750939	-3.18	
1950	-1.2094E-06	-0.001568249	0.000690762	-3.22	
2000	-1.22041E-06	-0.001628995	0.000630016	-3.25	
2050	-1.23069E-06	-0.001690272	0.000568739	-3.28	
2100	-1.24022E-06	-0.001752045	0.000506966	-3.31	
2150	-1.24895E-06	-0.001814274	0.000444737	-3.33	
2200	-1.25685E-06	-0.001876919	0.000382092	-3.35	
2250	-1.26388E-06	-0.001939937	0.000319074	-3.37	
2300	-1.27001E-06	-0.002003285	0.000255726	-3.39	
2350	-1.27519E-06	-0.002066915	0.000192096	-3.40	
2400	-1.27939E-06	-0.00213078	0.000128231	-3.41	
2450	-1.28258E-06	-0.002194829	6.41821E-05	-3.41	
2500	-1.28471E-06	-0.002259011	0	-3.41	

Табела 10.16. Поступак добијања угиба на укупном распону греде - део 2 (II фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
2500	-1.28471E-06	-0.002259011	-0.002259011	0	-3.41
2550	-1.28575E-06	-0.002323272		-6.42614E-05	-3.41
2600	-1.2857E-06	-0.002387559		-0.000128548	-3.41
2650	-1.28457E-06	-0.002451816		-0.000192805	-3.40
2700	-1.28236E-06	-0.002515989		-0.000256978	-3.39
2750	-1.27908E-06	-0.002580025		-0.000321014	-3.37
2800	-1.27473E-06	-0.00264387		-0.000384859	-3.35
2850	-1.26931E-06	-0.002707471		-0.00044846	-3.33
2900	-1.26282E-06	-0.002770774		-0.000511763	-3.31
2950	-1.25528E-06	-0.002833727		-0.000574716	-3.28
3000	-1.24669E-06	-0.002896276		-0.000637265	-3.25
3050	-1.23705E-06	-0.00295837		-0.000699359	-3.22
3100	-1.22636E-06	-0.003019955		-0.000760944	-3.18
3150	-1.21464E-06	-0.00308098		-0.000821969	-3.14
3200	-1.20188E-06	-0.003141393		-0.000882382	-3.10
3250	-1.18808E-06	-0.003201142		-0.000942131	-3.05
3300	-1.17326E-06	-0.003260176		-0.001001165	-3.01
3350	-1.15742E-06	-0.003318443		-0.001059432	-2.95
3400	-1.14056E-06	-0.003375893		-0.001116882	-2.90
3450	-1.12269E-06	-0.003432474		-0.001173463	-2.84
3500	-1.10381E-06	-0.003488136		-0.001229125	-2.78
3550	-1.08392E-06	-0.003542829		-0.001283819	-2.72
3600	-1.06303E-06	-0.003596503		-0.001337492	-2.65
3650	-1.04115E-06	-0.003649108		-0.001390097	-2.59
3700	-1.01827E-06	-0.003700593		-0.001441583	-2.52
3750	-9.94412E-07	-0.003750911	-0.0014919	-2.44	
3800	-9.6956E-07	-0.00380001	-0.001540999	-2.37	
3850	-9.43691E-07	-0.003847841	-0.00158883	-2.29	
3900	-9.1677E-07	-0.003894353	-0.001635342	-2.21	
3950	-8.88764E-07	-0.003939491	-0.00168048	-2.12	
4000	-8.59637E-07	-0.003983201	-0.00172419	-2.04	
4050	-8.29356E-07	-0.004025426	-0.001766415	-1.95	
4100	-7.97885E-07	-0.004066107	-0.001807096	-1.86	
4150	-7.65192E-07	-0.004105184	-0.001846173	-1.77	
4200	-7.31241E-07	-0.004142595	-0.001883584	-1.68	
4250	-6.95997E-07	-0.004178276	-0.001919265	-1.58	
4300	-6.59428E-07	-0.004212161	-0.00195315	-1.49	
4350	-6.21497E-07	-0.004244184	-0.001985173	-1.39	
4400	-5.82172E-07	-0.004274276	-0.002015265	-1.29	
4450	-5.41417E-07	-0.004302366	-0.002043355	-1.19	
4500	-4.99199E-07	-0.004328381	-0.00206937	-1.08	
4550	-4.55482E-07	-0.004352248	-0.002093237	-0.98	
4600	-4.10233E-07	-0.004373891	-0.00211488	-0.87	
4650	-3.63417E-07	-0.004393232	-0.002134221	-0.77	
4700	-0.000000315	-0.004410193	-0.002151182	-0.66	
4750	-2.64999E-07	-0.004424693	-0.002165682	-0.55	
4800	-2.13634E-07	-0.004436659	-0.002177648	-0.44	
4850	-1.6118E-07	-0.004446029	-0.002187018	-0.34	
4900	-1.07908E-07	-0.004452756	-0.002193745	-0.23	
4950	-5.40901E-08	-0.004456806	-0.002197795	-0.12	
5000	8.27181E-24	-0.004458158	-0.002199147	-0.01	



Дијаграм 10.2. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (II фаза оптерећења)

Табела 10.17. Карактеристике греде и измерене вредности угиба (III фаза оптерећења)

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
бр.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	170	U_{Losl}	0
1	300		U_1	-0.97
2	1250		U_2	-3.34
3	2500		U_3	-4.76
4	3750		U_4	-3.39
5	4700		U_5	-0.98
6	5000		U_{Dosl}	0

Табела 10.18. Улазни подаци прорачуна (III фаза оптерећења)

Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	0	0	85.0	0	0
1	-5.15E-05	3.89E-05	73.1	1882613.511	5.31176E-07
2	-1.18E-04	1.21E-04	86.1	713236.8366	1.40206E-06
3	-1.53E-04	1.55E-04	85.6	550696.4691	1.81588E-06
4	-1.19E-04	1.19E-04	85.0	716392.7518	1.39588E-06
5	-3.89E-05	3.68E-05	82.6	2248677.249	4.44706E-07
6	0	0	85.0	0	0

Табела 10.19. Улазни параметри поступка интерполације (III фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	300	0
1	950	5.31176E-07
2	1250	1.40206E-06
3	1250	1.81588E-06
4	950	1.39588E-06
5	300	4.44706E-07
6		0

Табела 10.20. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (III фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интерполационе кубне криве			
		(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
бр.	(x_j)	(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
0	300	0	1.86933E-09	-3.86062E-26	1.09711E-15
1	950	5.31176E-07	1.57311E-09	-9.87398E-13	3.12065E-16
2	1250	1.40206E-06	5.41966E-10	-9.80145E-14	-5.65691E-17
3	1250	1.81588E-06	3.17622E-11	-3.10149E-13	1.27511E-17
4	950	1.39588E-06	-6.83839E-10	-2.62332E-13	-7.55507E-17
5	300	4.44706E-07	-1.38682E-09	-4.77651E-13	5.30724E-16
6		0		0	

Табела 10.21. Интерполациони полином на распону греде - део 1(III фаза)

Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
0	0	1.86933E-09	-3.86062E-26	-1.09711E-15	0	0
50					-9.33293E-08	-2.33323E-06
100					-1.85836E-07	-9.31236E-06
150					-2.76696E-07	-2.08757E-05
200					-3.65089E-07	-3.69203E-05
250					-4.5019E-07	-5.73023E-05
300	5.31176E-07	1.57311E-09	-9.87398E-13	3.12065E-16	-5.31176E-07	-8.18364E-05
350					-6.07402E-07	-0.000110301
400					-6.78925E-07	-0.000142459
450					-7.4598E-07	-0.000178082
500					-8.08799E-07	-0.000216951
550					-8.67617E-07	-0.000258862
600					-9.22669E-07	-0.000303619
650					-9.74188E-07	-0.00035104
700					-1.02241E-06	-0.000400955
750					-1.06756E-06	-0.000453204
800					-1.10989E-06	-0.000507641
850					-1.14962E-06	-0.000564128
900					-1.18698E-06	-0.000622543
950					-1.22222E-06	-0.000682774
1000					-1.25557E-06	-0.000744718
1050					-1.28725E-06	-0.000808289
1100					-1.31751E-06	-0.000873407
1150					-1.34657E-06	-0.000940009
1200					-1.37468E-06	-0.00100804
1250	1.40206E-06	5.41966E-10	-9.80145E-14	-5.65691E-17	-1.40206E-06	-0.001077459
1300					-1.42891E-06	-0.001148233
1350					-1.45522E-06	-0.001220336
1400					-1.48096E-06	-0.00129374
1450					-1.50608E-06	-0.001368416
1500					-1.53054E-06	-0.001444332
1550					-1.5543E-06	-0.001521453
1600					-1.57731E-06	-0.001599743
1650					-1.59954E-06	-0.001679165
1700					-1.62094E-06	-0.001759677
1750					-1.64147E-06	-0.001841237
1800					-1.66108E-06	-0.001923801
1850					-1.67973E-06	-0.002007321
1900					-1.69739E-06	-0.002091749
1950					-1.714E-06	-0.002177034
2000					-1.72954E-06	-0.002263122
2050					-1.74394E-06	-0.002349959
2100					-1.75717E-06	-0.002437487
2150					-1.7692E-06	-0.002525646
2200					-1.77997E-06	-0.002614376
2250					-1.78944E-06	-0.002703611
2300					-1.79758E-06	-0.002793286
2350					-1.80433E-06	-0.002883334
2400					-1.80966E-06	-0.002973684
2450					-1.81353E-06	-0.003064263
2500	1.81588E-06	3.17622E-11	-3.10149E-13	1.27511E-17	-1.81588E-06	-0.003154999

Табела 10.22. Интерполациони полином на распону греде - део 2(III фаза)

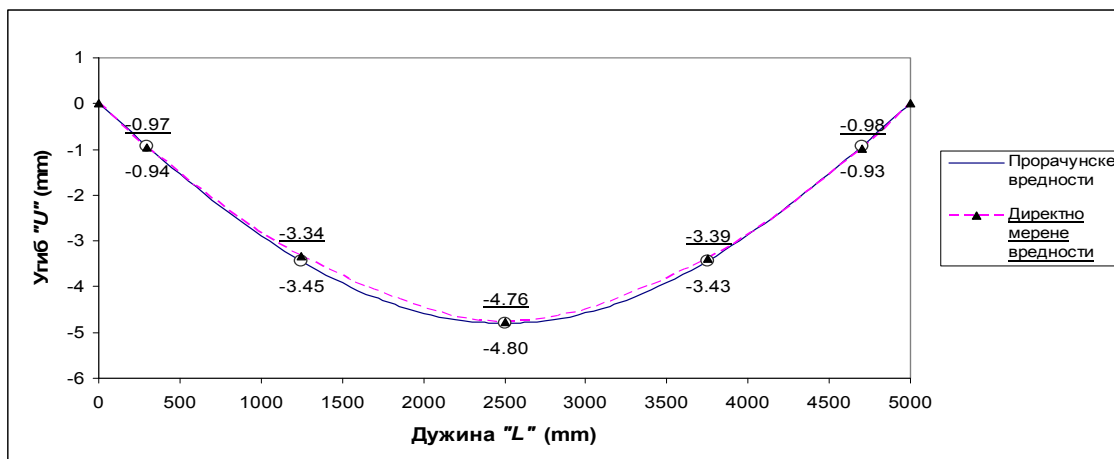
Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_i	b_i	c_i		
2500	1.81588E-06	3.17622E-11	-3.10149E-13	1.27511E-17	-1.81588E-06	-0.003154999
2550					-1.8167E-06	-0.003245813
2600					-1.81597E-06	-0.003336663
2650					-1.81371E-06	-0.003427372
2700					-1.80993E-06	-0.003517963
2750					-1.80464E-06	-0.003608327
2800					-1.79784E-06	-0.003698389
2850					-1.78955E-06	-0.003788074
2900					-1.77978E-06	-0.003877307
2950					-1.76853E-06	-0.003966015
3000					-1.75582E-06	-0.004054124
3050					-1.74165E-06	-0.004141561
3100					-1.72604E-06	-0.004228253
3150					-1.70899E-06	-0.004314129
3200					-1.69052E-06	-0.004399116
3250					-1.67062E-06	-0.004483145
3300					-1.64933E-06	-0.004566144
3350					-1.62663E-06	-0.004648043
3400					-1.60254E-06	-0.004728772
3450					-1.57708E-06	-0.004808263
3500					-1.55025E-06	-0.004886446
3550					-1.52205E-06	-0.004963253
3600					-1.49251E-06	-0.005038617
3650					-1.46163E-06	-0.005112471
3700					-1.42942E-06	-0.005184747
3750	1.39588E-06	-6.83839E-10	-2.62332E-13	-7.55507E-17	-1.39588E-06	-0.00525538
3800					-1.36103E-06	-0.005324302
3850					-1.3248E-06	-0.005391448
3900					-1.28715E-06	-0.005456747
3950					-1.24802E-06	-0.005520126
4000					-1.20735E-06	-0.00558151
4050					-1.16508E-06	-0.005640821
4100					-1.12116E-06	-0.005697977
4150					-1.07554E-06	-0.005752894
4200					-1.02815E-06	-0.005805486
4250					-9.78936E-07	-0.005855664
4300					-9.27846E-07	-0.005903333
4350					-8.74821E-07	-0.0059484
4400					-8.19804E-07	-0.005990765
4450					-7.62739E-07	-0.006030329
4500					-7.03569E-07	-0.006066987
4550					-6.42237E-07	-0.006100632
4600					-5.78687E-07	-0.006131155
4650					-5.12862E-07	-0.006158444
4700	4.44706E-07	-1.38682E-09	-4.77651E-13	5.30724E-16	-4.44706E-07	-0.006182383
4750					-3.74237E-07	-0.006202856
4800					-3.01778E-07	-0.006219757
4850					-2.27727E-07	-0.006232994
4900					-1.52481E-07	-0.0062425
4950					-7.64396E-08	-0.006248223
5000					3.97047E-23	-0.006250134

Табела 10.23. Поступак добијања угиба на распону греде - део 1 (III фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
0	0	0		0.003154999	0.00
50	-9.33293E-08	-2.33323E-06		0.003152665	-0.16
100	-1.85836E-07	-9.31236E-06		0.003145686	-0.32
150	-2.76696E-07	-2.08757E-05		0.003134123	-0.47
200	-3.65089E-07	-3.69203E-05		0.003118078	-0.63
250	-4.5019E-07	-5.73023E-05		0.003097696	-0.78
300	-5.31176E-07	-8.18364E-05		0.003073162	-0.94
350	-6.07402E-07	-0.000110301		0.003044698	-1.09
400	-6.78925E-07	-0.000142459		0.00301254	-1.24
450	-7.4598E-07	-0.000178082		0.002976917	-1.39
500	-8.08799E-07	-0.000216951		0.002938047	-1.54
550	-8.67617E-07	-0.000258862		0.002896137	-1.69
600	-9.22669E-07	-0.000303619		0.00285138	-1.83
650	-9.74188E-07	-0.00035104		0.002803958	-1.97
700	-1.02241E-06	-0.000400955		0.002754044	-2.11
750	-1.06756E-06	-0.000453204		0.002701794	-2.25
800	-1.10989E-06	-0.000507641		0.002647358	-2.38
850	-1.14962E-06	-0.000564128		0.00259087	-2.51
900	-1.18698E-06	-0.000622543		0.002532455	-2.64
950	-1.22222E-06	-0.000682774		0.002472225	-2.76
1000	-1.25557E-06	-0.000744718		0.00241028	-2.89
1050	-1.28725E-06	-0.000808289		0.00234671	-3.01
1100	-1.31751E-06	-0.000873407		0.002281591	-3.12
1150	-1.34657E-06	-0.000940009		0.002214989	-3.23
1200	-1.37468E-06	-0.00100804		0.002146958	-3.34
1250	-1.40206E-06	-0.001077459	-0.003154999	0.00207754	-3.45
1300	-1.42891E-06	-0.001148233		0.002006766	-3.55
1350	-1.45522E-06	-0.001220336		0.001934663	-3.65
1400	-1.48096E-06	-0.00129374		0.001861258	-3.74
1450	-1.50608E-06	-0.001368416		0.001786582	-3.83
1500	-1.53054E-06	-0.001444332		0.001710667	-3.92
1550	-1.5543E-06	-0.001521453		0.001633546	-4.01
1600	-1.57731E-06	-0.001599743		0.001555255	-4.09
1650	-1.59954E-06	-0.001679165		0.001475834	-4.16
1700	-1.62094E-06	-0.001759677		0.001395322	-4.23
1750	-1.64147E-06	-0.001841237		0.001313762	-4.30
1800	-1.66108E-06	-0.001923801		0.001231198	-4.36
1850	-1.67973E-06	-0.002007321		0.001147678	-4.42
1900	-1.69739E-06	-0.002091749		0.00106325	-4.48
1950	-1.714E-06	-0.002177034		0.000977965	-4.53
2000	-1.72954E-06	-0.002263122		0.000891876	-4.58
2050	-1.74394E-06	-0.002349959		0.000805039	-4.62
2100	-1.75717E-06	-0.002437487		0.000717511	-4.66
2150	-1.7692E-06	-0.002525646		0.000629352	-4.69
2200	-1.77997E-06	-0.002614376		0.000540623	-4.72
2250	-1.78944E-06	-0.002703611		0.000451388	-4.75
2300	-1.79758E-06	-0.002793286		0.000361712	-4.77
2350	-1.80433E-06	-0.002883334		0.000271665	-4.78
2400	-1.80966E-06	-0.002973684		0.000181315	-4.79
2450	-1.81353E-06	-0.003064263		9.07352E-05	-4.80
2500	-1.81588E-06	-0.003154999		0	-4.80

Табела 10.24. Поступак добијања угиба на распону греде - део 2 (III фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
2500	-1.81588E-06	-0.003154999	-0.003154999	0	-4.80
2550	-1.8167E-06	-0.003245813		-9.08145E-05	-4.80
2600	-1.81597E-06	-0.00333663		-0.000181631	-4.79
2650	-1.81371E-06	-0.003427372		-0.000272373	-4.78
2700	-1.80993E-06	-0.003517963		-0.000362964	-4.77
2750	-1.80464E-06	-0.003608327		-0.000453328	-4.74
2800	-1.79784E-06	-0.003698389		-0.00054339	-4.72
2850	-1.78955E-06	-0.003788074		-0.000633075	-4.69
2900	-1.77978E-06	-0.003877307		-0.000722309	-4.66
2950	-1.76853E-06	-0.003966015		-0.000811016	-4.62
3000	-1.75582E-06	-0.004054124		-0.000899125	-4.58
3050	-1.74165E-06	-0.004141561		-0.000986562	-4.53
3100	-1.72604E-06	-0.004228253		-0.001073254	-4.48
3150	-1.70899E-06	-0.004314129		-0.00115913	-4.42
3200	-1.69052E-06	-0.004399116		-0.001244118	-4.36
3250	-1.67062E-06	-0.004483145		-0.001328146	-4.30
3300	-1.64933E-06	-0.004566144		-0.001411145	-4.23
3350	-1.62663E-06	-0.004648043		-0.001493044	-4.16
3400	-1.60254E-06	-0.004728772		-0.001573773	-4.08
3450	-1.57708E-06	-0.004808263		-0.001653264	-4.00
3500	-1.55025E-06	-0.004886446		-0.001731447	-3.91
3550	-1.52205E-06	-0.004963253		-0.001808255	-3.83
3600	-1.49251E-06	-0.005038617		-0.001883619	-3.73
3650	-1.46163E-06	-0.005112471		-0.001957472	-3.64
3700	-1.42942E-06	-0.005184747		-0.002029749	-3.54
3750	-1.39588E-06	-0.00525538		-0.002100381	-3.43
3800	-1.36103E-06	-0.005324302		-0.002169304	-3.33
3850	-1.3248E-06	-0.005391448		-0.002236449	-3.22
3900	-1.28715E-06	-0.005456747		-0.002301748	-3.10
3950	-1.24802E-06	-0.005520126		-0.002365127	-2.99
4000	-1.20735E-06	-0.00558151		-0.002426511	-2.87
4050	-1.16508E-06	-0.005640821		-0.002485822	-2.74
4100	-1.12116E-06	-0.005697977	-0.002542978	-2.62	
4150	-1.07554E-06	-0.005752894	-0.002597896	-2.49	
4200	-1.02815E-06	-0.005805486	-0.002650488	-2.36	
4250	-9.78936E-07	-0.005855664	-0.002700665	-2.23	
4300	-9.27846E-07	-0.005903333	-0.002748335	-2.09	
4350	-8.74821E-07	-0.0059484	-0.002793401	-1.95	
4400	-8.19804E-07	-0.005990765	-0.002835767	-1.81	
4450	-7.62739E-07	-0.006030329	-0.00287533	-1.67	
4500	-7.03569E-07	-0.006066987	-0.002911988	-1.52	
4550	-6.42237E-07	-0.006100632	-0.002945633	-1.38	
4600	-5.78687E-07	-0.006131155	-0.002976156	-1.23	
4650	-5.12862E-07	-0.006158444	-0.003003445	-1.08	
4700	-4.44706E-07	-0.006182383	-0.003027384	-0.93	
4750	-3.74237E-07	-0.006202856	-0.003047858	-0.78	
4800	-3.01778E-07	-0.006219757	-0.003064758	-0.62	
4850	-2.27727E-07	-0.006232994	-0.003077996	-0.47	
4900	-1.52481E-07	-0.0062425	-0.003087501	-0.32	
4950	-7.64396E-08	-0.006248223	-0.003093224	-0.16	
5000	3.97047E-23	-0.006250134	-0.003095135	-0.01	



Дијаграм 10.3. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (III фаза оптерећења)

Табела 10.25. Карактеристике греде и измерене вредности угиба (IV фаза оптерећења)

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
br.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	170	U_{Losl}	0
1	300		U_1	-1.26
2	1250		U_2	-4.30
3	2500		U_3	-6.14
4	3750		U_4	-4.34
5	4700		U_5	-1.28
6	5000		U_{Dosl}	0

Табела 10.26. Улазни подаци прорачуна (IV фаза оптерећења)

Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	0	0	85.0	0	0
1	-6.30E-05	4.94E-05	74.7	1513128.616	6.60882E-07
2	-1.51E-04	1.56E-04	86.5	552575.9792	1.80971E-06
3	-1.97E-04	2.01E-04	85.7	427189.3454	2.34088E-06
4	-1.52E-04	1.53E-04	85.3	556373.7523	1.79735E-06
5	-5.04E-05	4.73E-05	82.3	1740911.418	5.74412E-07
6	0	0	85.0	0	0

Табела 10.27. Улазни параметри поступка интерполације (IV фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	300	0
1	950	6.60882E-07
2	1250	1.80971E-06
3	1250	2.34088E-06
4	950	1.79735E-06
5	300	5.74412E-07
6		0

Табела 10.28. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (IV фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интерполационе кубне криве			
		(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
бр.	(x_j)				
0	300	0	2.31524E-09	-5.14758E-26	1.24775E-15
1	950	6.60882E-07	1.97835E-09	-1.12298E-12	3.29939E-16
2	1250	1.80971E-06	7.38E-10	-1.82651E-13	-5.42363E-17
3	1250	2.34088E-06	2.71387E-11	-3.86037E-13	1.31741E-17
4	950	1.79735E-06	8.76201E-10	-3.36635E-13	-1.01166E-16
5	300	5.74412E-07	-1.78971E-09	-6.24958E-13	6.94398E-16
6		0		0	

Табела 10.29. Интерполациони полином на распону греде - део 1(IV фаза)

Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
0	0	2.31524E-09	-5.14758E-26	-1.24775E-15	0	0
50					-1.15606E-07	-2.89015E-06
100					-2.30276E-07	-1.15372E-05
150					-3.43075E-07	-2.5871E-05
200					-4.53066E-07	-4.57745E-05
250					-5.59314E-07	-7.1084E-05
300	6.60882E-07	1.97835E-09	-1.12298E-12	3.29939E-16	-6.60882E-07	-0.000101589
350					-7.57033E-07	-0.000137037
400					-8.47817E-07	-0.000177158
450					-9.33481E-07	-0.00022169
500					-1.01427E-06	-0.000270384
550					-1.09044E-06	-0.000323002
600					-1.16223E-06	-0.000379319
650					-1.22988E-06	-0.000439121
700					-1.29366E-06	-0.00050221
750					-1.3538E-06	-0.000568397
800					-1.41055E-06	-0.000637505
850					-1.46417E-06	-0.000709373
900					-1.51489E-06	-0.00078385
950					-1.56296E-06	-0.000860796
1000					-1.60863E-06	-0.000940086
1050					-1.65216E-06	-0.001021606
1100					-1.69378E-06	-0.001105254
1150					-1.73375E-06	-0.001190942
1200					-1.77231E-06	-0.001278594
1250	1.80971E-06	7.38E-10	-1.82651E-13	-5.42363E-17	-1.80971E-06	-0.001368144
1300					-1.84614E-06	-0.00145954
1350					-1.88163E-06	-0.001552735
1400					-1.91611E-06	-0.001647678
1450					-1.94957E-06	-0.00174432
1500					-1.98194E-06	-0.001842608
1550					-2.0132E-06	-0.001942486
1600					-2.04331E-06	-0.002043899
1650					-2.07221E-06	-0.002146787
1700					-2.09988E-06	-0.002251089
1750					-2.12626E-06	-0.002356743
1800					-2.15133E-06	-0.002463683
1850					-2.17504E-06	-0.002571842
1900					-2.19734E-06	-0.002681151
1950					-2.2182E-06	-0.00279154
2000					-2.23758E-06	-0.002902934
2050					-2.25544E-06	-0.00301526
2100					-2.27173E-06	-0.003128439
2150					-2.28642E-06	-0.003242393
2200					-2.29946E-06	-0.00335704
2250					-2.31082E-06	-0.003472297
2300					-2.32045E-06	-0.003588079
2350					-2.32831E-06	-0.003704298
2400					-2.33436E-06	-0.003820864
2450					-2.33857E-06	-0.003937688
2500	2.34088E-06	2.71387E-11	-3.86037E-13	1.31741E-17	-2.34088E-06	-0.004054674

Табела 10.30. Интерполациони полином на распону греде - део 2(IV фаза)

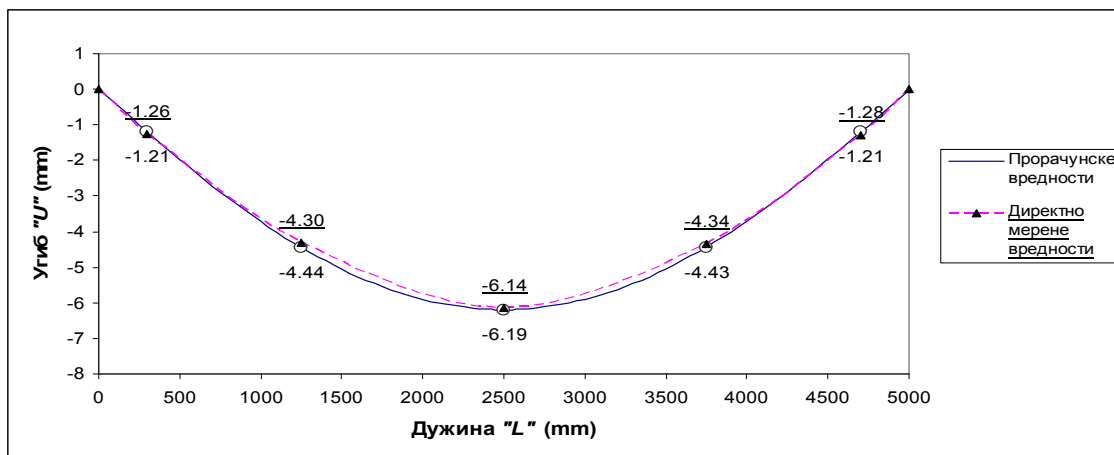
Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_i	b_i	c_i		
2500	2.34088E-06	2.71387E-11	-3.86037E-13	1.31741E-17	-2.34088E-06	-0.004054674
2550					-2.34128E-06	-0.004171728
2600					-2.33975E-06	-0.004288753
2650					-2.33631E-06	-0.004405655
2700					-2.33097E-06	-0.004522337
2750					-2.32375E-06	-0.004638705
2800					-2.31464E-06	-0.004754665
2850					-2.30366E-06	-0.004870122
2900					-2.29081E-06	-0.004984984
2950					-2.27612E-06	-0.005099157
3000					-2.25959E-06	-0.00521255
3050					-2.24122E-06	-0.00532507
3100					-2.22104E-06	-0.005436627
3150					-2.19904E-06	-0.005547129
3200					-2.17524E-06	-0.005656486
3250					-2.14965E-06	-0.005764608
3300					-2.12227E-06	-0.005871406
3350					-2.09313E-06	-0.005976791
3400					-2.06222E-06	-0.006080675
3450					-2.02956E-06	-0.006182969
3500					-1.99516E-06	-0.006283587
3550					-1.95902E-06	-0.006382442
3600					-1.92116E-06	-0.006479446
3650					-1.88159E-06	-0.006574515
3700					-1.84032E-06	-0.006667563
3750	1.79735E-06	-8.76201E-10	-3.36635E-13	-1.01166E-16	-1.79735E-06	-0.006758505
3800					-1.75269E-06	-0.006847256
3850					-1.70627E-06	-0.006933373
3900					-1.65801E-06	-0.007017837
3950					-1.60784E-06	-0.007099483
4000					-1.55568E-06	-0.007178571
4050					-1.50146E-06	-0.007255
4100					-1.44511E-06	-0.007328664
4150					-1.38654E-06	-0.007399455
4200					-1.32568E-06	-0.00746726
4250					-1.26245E-06	-0.007531963
4300					-1.19678E-06	-0.007593444
4350					-1.12859E-06	-0.007651578
4400					-1.05781E-06	-0.007706238
4450					-9.84361E-07	-0.007757293
4500					-9.08166E-07	-0.007804606
4550					-8.29149E-07	-0.007848039
4600					-7.47235E-07	-0.007887448
4650					-6.62348E-07	-0.007922688
4700	5.74412E-07	-1.78971E-09	-6.24958E-13	6.94398E-16	-5.74412E-07	-0.007953607
4750					-4.8345E-07	-0.007980053
4800					-3.89885E-07	-0.008001887
4850					-2.94237E-07	-0.00801899
4900					-1.97026E-07	-0.008031271
4950					-9.87733E-08	-0.008038666
5000					0	-0.008041136

Табела 10.31. Поступак добијања угиба на распону греде - део 1 (IV фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
0	0	0		0.004054674	0.00
50	-1.15606E-07	-2.89015E-06		0.004051784	-0.20
100	-2.30276E-07	-1.15372E-05		0.004043137	-0.41
150	-3.43075E-07	-2.5871E-05		0.004028803	-0.61
200	-4.53066E-07	-4.57745E-05		0.004008899	-0.81
250	-5.59314E-07	-7.1084E-05		0.00398359	-1.01
300	-6.60882E-07	-0.000101589		0.003953085	-1.21
350	-7.57033E-07	-0.000137037		0.003917637	-1.40
400	-8.47817E-07	-0.000177158		0.003877516	-1.60
450	-9.33481E-07	-0.00022169		0.003832983	-1.79
500	-1.01427E-06	-0.000270384		0.00378429	-1.98
550	-1.09044E-06	-0.000323002		0.003731672	-2.17
600	-1.16223E-06	-0.000379319		0.003675355	-2.35
650	-1.22988E-06	-0.000439121		0.003615552	-2.54
700	-1.29366E-06	-0.00050221		0.003552464	-2.72
750	-1.3538E-06	-0.000568397		0.003486277	-2.89
800	-1.41055E-06	-0.000637505		0.003417168	-3.06
850	-1.46417E-06	-0.000709373		0.0033453	-3.23
900	-1.51489E-06	-0.00078385		0.003270824	-3.40
950	-1.56296E-06	-0.000860796		0.003193878	-3.56
1000	-1.60863E-06	-0.000940086		0.003114588	-3.72
1050	-1.65216E-06	-0.001021606		0.003033068	-3.87
1100	-1.69378E-06	-0.001105254		0.00294942	-4.02
1150	-1.73375E-06	-0.001190942		0.002863731	-4.17
1200	-1.77231E-06	-0.001278594		0.00277608	-4.31
1250	-1.80971E-06	-0.001368144	-0.004054674	0.00268653	-4.44
1300	-1.84614E-06	-0.00145954		0.002595133	-4.58
1350	-1.88163E-06	-0.001552735		0.002501939	-4.70
1400	-1.91611E-06	-0.001647678		0.002406996	-4.83
1450	-1.94957E-06	-0.00174432		0.002310354	-4.94
1500	-1.98194E-06	-0.001842608		0.002212066	-5.06
1550	-2.0132E-06	-0.001942486		0.002112187	-5.17
1600	-2.04331E-06	-0.002043899		0.002010775	-5.27
1650	-2.07221E-06	-0.002146787		0.001907887	-5.37
1700	-2.09988E-06	-0.002251089		0.001803585	-5.46
1750	-2.12626E-06	-0.002356743		0.001697931	-5.55
1800	-2.15133E-06	-0.002463683		0.001590991	-5.63
1850	-2.17504E-06	-0.002571842		0.001482832	-5.71
1900	-2.19734E-06	-0.002681151		0.001373523	-5.78
1950	-2.2182E-06	-0.00279154		0.001263134	-5.84
2000	-2.23758E-06	-0.002902934		0.001151739	-5.90
2050	-2.25544E-06	-0.00301526		0.001039414	-5.96
2100	-2.27173E-06	-0.003128439		0.000926235	-6.01
2150	-2.28642E-06	-0.003242393		0.000812281	-6.05
2200	-2.29946E-06	-0.00335704		0.000697634	-6.09
2250	-2.31082E-06	-0.003472297		0.000582377	-6.12
2300	-2.32045E-06	-0.003588079		0.000466595	-6.15
2350	-2.32831E-06	-0.003704298		0.000350376	-6.17
2400	-2.33436E-06	-0.003820864		0.000233809	-6.18
2450	-2.33857E-06	-0.003937688		0.000116986	-6.19
2500	-2.34088E-06	-0.004054674		0	-6.19

Табела 10.32. Поступак добијања угиба на распону греде - део 2 (IV фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
2500	-2.34088E-06	-0.004054674	-0.004054674	0	-6.19
2550	-2.34128E-06	-0.004171728		-0.000117054	-6.19
2600	-2.33975E-06	-0.004288753		-0.00023408	-6.18
2650	-2.33631E-06	-0.004405655		-0.000350981	-6.17
2700	-2.33097E-06	-0.004522337		-0.000467663	-6.15
2750	-2.32375E-06	-0.004638705		-0.000584031	-6.12
2800	-2.31464E-06	-0.004754665		-0.000699991	-6.09
2850	-2.30366E-06	-0.004870122		-0.000815448	-6.05
2900	-2.29081E-06	-0.004984984		-0.00093031	-6.01
2950	-2.27612E-06	-0.005099157		-0.001044483	-5.96
3000	-2.25959E-06	-0.00521255		-0.001157876	-5.90
3050	-2.24122E-06	-0.00532507		-0.001270396	-5.84
3100	-2.22104E-06	-0.005436627		-0.001381953	-5.78
3150	-2.19904E-06	-0.005547129		-0.001492455	-5.70
3200	-2.17524E-06	-0.005656486		-0.001601812	-5.63
3250	-2.14965E-06	-0.005764608		-0.001709934	-5.54
3300	-2.12227E-06	-0.005871406		-0.001816732	-5.46
3350	-2.09313E-06	-0.005976791		-0.001922117	-5.36
3400	-2.06222E-06	-0.006080675		-0.002026001	-5.26
3450	-2.02956E-06	-0.006182969		-0.002128296	-5.16
3500	-1.99516E-06	-0.006283587		-0.002228913	-5.05
3550	-1.95902E-06	-0.006382442		-0.002327768	-4.94
3600	-1.92116E-06	-0.006479446		-0.002424773	-4.82
3650	-1.88159E-06	-0.006574515		-0.002519842	-4.69
3700	-1.84032E-06	-0.006667563		-0.002612889	-4.57
3750	-1.79735E-06	-0.006758505		-0.002703831	-4.43
3800	-1.75269E-06	-0.006847256		-0.002792582	-4.30
3850	-1.70627E-06	-0.00693373		-0.002879056	-4.15
3900	-1.65801E-06	-0.007017837		-0.002963163	-4.01
3950	-1.60784E-06	-0.007099483		-0.003044809	-3.86
4000	-1.55568E-06	-0.007178571		-0.003123897	-3.70
4050	-1.50146E-06	-0.007255		-0.003200326	-3.54
4100	-1.44511E-06	-0.007328664	-0.00327399	-3.38	
4150	-1.38654E-06	-0.007399455	-0.003344781	-3.22	
4200	-1.32568E-06	-0.00746726	-0.003412586	-3.05	
4250	-1.26245E-06	-0.007531963	-0.003477289	-2.88	
4300	-1.19678E-06	-0.007593444	-0.00353877	-2.70	
4350	-1.12859E-06	-0.007651578	-0.003596904	-2.52	
4400	-1.05781E-06	-0.007706238	-0.003651564	-2.34	
4450	-9.84361E-07	-0.007757293	-0.003702619	-2.16	
4500	-9.08166E-07	-0.007804606	-0.003749932	-1.97	
4550	-8.29149E-07	-0.007848039	-0.003793365	-1.78	
4600	-7.47235E-07	-0.007887448	-0.003832774	-1.59	
4650	-6.62348E-07	-0.007922688	-0.003868014	-1.40	
4700	-5.74412E-07	-0.007953607	-0.003898933	-1.21	
4750	-4.8345E-07	-0.007980053	-0.00392538	-1.01	
4800	-3.89885E-07	-0.008001887	-0.003947213	-0.81	
4850	-2.94237E-07	-0.00801899	-0.003964316	-0.61	
4900	-1.97026E-07	-0.008031271	-0.003976598	-0.42	
4950	-9.87733E-08	-0.008038666	-0.003983992	-0.22	
5000	0	-0.008041136	-0.003986462	-0.02	



Дијаграм 10.4. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (IV фаза оптерећења)

Табела 10.33. Карактеристике греде и измерене вредности угиба (V фаза оптерећења)

Мерни пресек	Положај пресека	Растојање горњег и доњег влана	Вертикална померања - угиби (директно мерење)	
br.	X_i (mm)	d (mm)	U (mm)	
0	0	170	U_{Losl}	0
1	300		U_1	-1.56
2	1250		U_2	-5.31
3	2500		U_3	-7.62
4	3750		U_4	-5.37
5	4700		U_5	-1.58
6	5000		U_{Dosl}	0

Табела 10.34. Улазни подаци прорачуна (V фаза оптерећења)

Мерни пресек	Дилатација у горњем влакну	Дилатација у доњем влакну	Растојање неутралне осе од доње ивице пресека	Полупречник кривине греде у посматраном пресеку	Кривина греде у посматраном пресеку
бр.	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)	e_{xxi} (mm)	ρ_i	$1/\rho_i$
0	0	0	85.0	0	0
1	-7.67E-05	5.99E-05	74.5	1245421.245	8.02941E-07
2	-1.87E-04	1.93E-04	86.4	447250.7235	2.23588E-06
3	-2.46E-04	2.49E-04	85.5	343746.8406	2.90912E-06
4	-1.89E-04	1.89E-04	85.0	449735.4497	2.22353E-06
5	-6.30E-05	5.88E-05	82.1	1395730.706	7.16471E-07
6	0	0	85.0	0	0

Табела 10.35. Улазни параметри поступка интерполације (V фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијент интерполације
бр.	(x_j)	(a_j)
0	300	0
1	950	8.02941E-07
2	1250	2.23588E-06
3	1250	2.90912E-06
4	950	2.22353E-06
5	300	7.16471E-07
6		0

Табела 10.36. Израчунати коефицијенти интерполационог полинома (V фаза оптерећења)

Мерни пресек	Корак интерполације	Коефицијенти интерполационе кубне криве			
		(a_j)	(b_j)	(c_j)	(d_j)
бр.	(x_j)				
0	300	0	2.80762E-09	-6.96704E-26	-1.45725E-15
1	950	8.02941E-07	2.41417E-09	-1.31152E-12	3.76884E-16
2	1250	2.23588E-06	9.42689E-10	-2.37402E-13	-6.8703E-17
3	1250	2.90912E-06	2.71387E-11	-4.95038E-13	2.76408E-17
4	950	2.22353E-06	-1.08089E-09	-3.91385E-13	-1.48111E-16
5	300	7.16471E-07	-2.22553E-09	-8.13503E-13	9.03892E-16
6		0		0	

Табела 10.37. Интерполациони полином на распону греде - део 1(V фаза)

Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_j	b_j	c_j		
0	0	2.80762E-09	-6.96704E-26	-1.45725E-15	0	0
50					-1.40199E-07	-3.50497E-06
100					-2.79305E-07	-1.39926E-05
150					-4.16225E-07	-3.13808E-05
200					-5.49867E-07	-5.55331E-05
250					-6.79136E-07	-8.62582E-05
300	8.02941E-07	2.41417E-09	-1.31152E-12	3.76884E-16	-8.02941E-07	-0.00012331
350					-9.20418E-07	-0.000166394
400					-1.03162E-06	-0.000215195
450					-1.13683E-06	-0.000269406
500					-1.23633E-06	-0.000328735
550					-1.3304E-06	-0.000392903
600					-1.41933E-06	-0.000461647
650					-1.5034E-06	-0.000534715
700					-1.58288E-06	-0.000611872
750					-1.65808E-06	-0.000692896
800					-1.72925E-06	-0.00077579
850					-1.7967E-06	-0.000865728
900					-1.8607E-06	-0.000957163
950					-1.92153E-06	-0.001051719
1000					-1.97948E-06	-0.001149245
1050					-2.03483E-06	-0.001249602
1100					-2.08787E-06	-0.00135267
1150					-2.13886E-06	-0.001458338
1200					-2.18811E-06	-0.001566512
1250	2.23588E-06	9.42689E-10	-2.37402E-13	-6.8703E-17	-2.23588E-06	-0.001677112
1300					-2.28241E-06	-0.00179007
1350					-2.32771E-06	-0.001905323
1400					-2.37171E-06	-0.002022808
1450					-2.41437E-06	-0.00214246
1500					-2.45564E-06	-0.002264211
1550					-2.49547E-06	-0.002387989
1600					-2.5338E-06	-0.00251372
1650					-2.57058E-06	-0.002641329
1700					-2.60576E-06	-0.002770738
1750					-2.63929E-06	-0.002901864
1800					-2.67112E-06	-0.003034624
1850					-2.70119E-06	-0.003168932
1900					-2.72946E-06	-0.003304698
1950					-2.75587E-06	-0.003441831
2000					-2.78038E-06	-0.003580238
2050					-2.80292E-06	-0.00371982
2100					-2.82345E-06	-0.003860479
2150					-2.84192E-06	-0.004002114
2200					-2.85828E-06	-0.004144619
2250					-2.87247E-06	-0.004287887
2300					-2.88444E-06	-0.00443181
2350					-2.89414E-06	-0.004576275
2400					-2.90152E-06	-0.004721166
2450					-2.90653E-06	-0.004866367
2500	2.90912E-06	2.71387E-11	-4.95038E-13	2.76408E-17	-2.90912E-06	-0.005011759

Табела 10.38. Интерполациони полином на распону греде - део 2(V фаза)

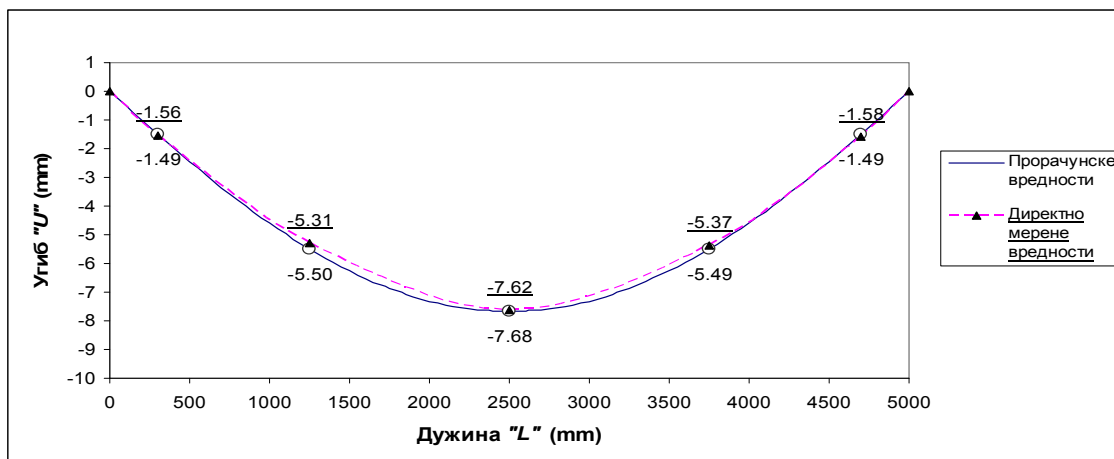
Положај пресека	Коефицијенти интерполационе кубне криве				Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде
	X_i	a_i	b_i	c_i		
2500	2.90912E-06	2.71387E-11	-4.95038E-13	2.76408E-17	-2.90912E-06	-0.005011759
2550					-2.90924E-06	-0.005157218
2600					-2.90691E-06	-0.005302621
2650					-2.90214E-06	-0.005447848
2700					-2.89496E-06	-0.005592775
2750					-2.88539E-06	-0.005737284
2800					-2.87345E-06	-0.005881256
2850					-2.85916E-06	-0.006024571
2900					-2.84254E-06	-0.006167113
2950					-2.8236E-06	-0.006308767
3000					-2.80238E-06	-0.006449416
3050					-2.77889E-06	-0.006588948
3100					-2.75316E-06	-0.006727249
3150					-2.72519E-06	-0.006864208
3200					-2.69503E-06	-0.006999714
3250					-2.66267E-06	-0.007133656
3300					-2.62816E-06	-0.007265927
3350					-2.5915E-06	-0.007396418
3400					-2.55271E-06	-0.007525024
3450					-2.51183E-06	-0.007651637
3500					-2.46886E-06	-0.007776154
3550					-2.42383E-06	-0.007898471
3600					-2.37676E-06	-0.008018486
3650					-2.32768E-06	-0.008136097
3700					-2.27659E-06	-0.008251204
3750	2.22353E-06	-1.08089E-09	-3.91385E-13	-1.48111E-16	-2.22353E-06	-0.008363707
3800					-2.16849E-06	-0.008473507
3850					-2.11138E-06	-0.008580504
3900					-2.05209E-06	-0.008684591
3950					-1.99051E-06	-0.008785656
4000					-1.92653E-06	-0.008883582
4050					-1.86004E-06	-0.008978246
4100					-1.79092E-06	-0.00906952
4150					-1.71907E-06	-0.00915727
4200					-1.64438E-06	-0.009241356
4250					-1.56672E-06	-0.009321634
4300					-1.486E-06	-0.009397952
4350					-1.4021E-06	-0.009470154
4400					-1.31491E-06	-0.00953808
4450					-1.22432E-06	-0.009601561
4500					-1.13022E-06	-0.009660425
4550					-1.0325E-06	-0.009714493
4600					-9.31037E-07	-0.009763581
4650					-8.25732E-07	-0.0098075
4700	7.16471E-07	-2.22553E-09	-8.13503E-13	9.03892E-16	-7.16471E-07	-0.009846055
4750					-6.03273E-07	-0.009879049
4800					-4.86686E-07	-0.009906298
4850					-3.67387E-07	-0.00992765
4900					-2.46055E-07	-0.009942986
4950					-1.23366E-07	-0.009952221
5000					7.61006E-23	-0.009955305

Табела 10.39. Поступак добијања угиба на распону греде - део 1 (V фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
0	0	0	-0.005011759	0.005011759	0.00
50	-1.40199E-07	-3.50497E-06		0.005008254	-0.25
100	-2.79305E-07	-1.39926E-05		0.004997766	-0.50
150	-4.16225E-07	-3.13808E-05		0.004980378	-0.75
200	-5.49867E-07	-5.55331E-05		0.004956226	-1.00
250	-6.79136E-07	-8.62582E-05		0.0049255	-1.25
300	-8.02941E-07	-0.00012331		0.004888449	-1.49
350	-9.20418E-07	-0.000166394		0.004845365	-1.73
400	-1.03162E-06	-0.000215195		0.004796564	-1.98
450	-1.13683E-06	-0.000269406		0.004742352	-2.21
500	-1.23633E-06	-0.000328735		0.004683023	-2.45
550	-1.3304E-06	-0.000392903		0.004618855	-2.68
600	-1.41933E-06	-0.000461647		0.004550112	-2.91
650	-1.5034E-06	-0.000534715		0.004477044	-3.14
700	-1.58288E-06	-0.000611872		0.004399887	-3.36
750	-1.65808E-06	-0.000692896		0.004318863	-3.58
800	-1.72925E-06	-0.000777579		0.004234179	-3.79
850	-1.7967E-06	-0.000865728		0.00414603	-4.00
900	-1.8607E-06	-0.000957163		0.004054595	-4.21
950	-1.92153E-06	-0.001051719		0.00396004	-4.41
1000	-1.97948E-06	-0.001149245		0.003862514	-4.60
1050	-2.03483E-06	-0.001249602		0.003762156	-4.79
1100	-2.08787E-06	-0.00135267		0.003659089	-4.98
1150	-2.13886E-06	-0.001458338		0.003553421	-5.16
1200	-2.18811E-06	-0.001566512		0.003445246	-5.33
1250	-2.23588E-06	-0.001677112	0.003334647	-5.50	
1300	-2.28241E-06	-0.00179007	0.003221689	-5.67	
1350	-2.32771E-06	-0.001905323	0.003106436	-5.82	
1400	-2.37171E-06	-0.002022808	0.002988951	-5.98	
1450	-2.41437E-06	-0.00214246	0.002869298	-6.12	
1500	-2.45564E-06	-0.002264211	0.002747548	-6.26	
1550	-2.49547E-06	-0.002387989	0.00262377	-6.40	
1600	-2.5338E-06	-0.00251372	0.002498039	-6.53	
1650	-2.57058E-06	-0.002641329	0.002370429	-6.65	
1700	-2.60576E-06	-0.002770738	0.002241021	-6.76	
1750	-2.63929E-06	-0.002901864	0.002109895	-6.87	
1800	-2.67112E-06	-0.003034624	0.001977135	-6.97	
1850	-2.70119E-06	-0.003168932	0.001842827	-7.07	
1900	-2.72946E-06	-0.003304698	0.001707061	-7.16	
1950	-2.75587E-06	-0.003441831	0.001569927	-7.24	
2000	-2.78038E-06	-0.003580238	0.001431521	-7.31	
2050	-2.80292E-06	-0.00371982	0.001291939	-7.38	
2100	-2.82345E-06	-0.003860479	0.001151279	-7.44	
2150	-2.84192E-06	-0.004002114	0.001009645	-7.50	
2200	-2.85828E-06	-0.004144619	0.00086714	-7.54	
2250	-2.87247E-06	-0.004287887	0.000723871	-7.58	
2300	-2.88444E-06	-0.00443181	0.000579949	-7.62	
2350	-2.89414E-06	-0.004576275	0.000435484	-7.64	
2400	-2.90152E-06	-0.004721166	0.000290593	-7.66	
2450	-2.90653E-06	-0.004866367	0.000145391	-7.67	
2500	-2.90912E-06	-0.005011759	0	-7.68	

Табела 10.40. Поступак добијања угиба на распону греде - део 2 (V фаза)

Положај пресека	Интерполирана кривине греде	I интеграција кривине греде	Средња вредност I интеграције	Модиф. вредност кривине греде	II интеграција кривине греде - Угиб греде
X_i	Y_i	Y_i^I	$Y_{i,ср}^I$	мод Y_i^I	Y_i^{II}
2500	-2.90912E-06	-0.005011759	-0.005011759	0	-7.68
2550	-2.90924E-06	-0.005157218		-0.000145459	-7.67
2600	-2.90691E-06	-0.005302621		-0.000290863	-7.66
2650	-2.90214E-06	-0.005447848		-0.000436089	-7.64
2700	-2.89496E-06	-0.005592775		-0.000581017	-7.62
2750	-2.88539E-06	-0.005737284		-0.000725526	-7.58
2800	-2.87345E-06	-0.005881256		-0.000869497	-7.54
2850	-2.85916E-06	-0.006024571		-0.001012812	-7.50
2900	-2.84254E-06	-0.006167113		-0.001155354	-7.44
2950	-2.8236E-06	-0.006308767		-0.001297008	-7.38
3000	-2.80238E-06	-0.006449416		-0.001437658	-7.31
3050	-2.77889E-06	-0.006588948		-0.00157719	-7.24
3100	-2.75316E-06	-0.006727249		-0.001715491	-7.16
3150	-2.72519E-06	-0.006864208		-0.00185245	-7.07
3200	-2.69503E-06	-0.006999714		-0.001987955	-6.97
3250	-2.66267E-06	-0.007133656		-0.002121898	-6.87
3300	-2.62816E-06	-0.007265927		-0.002254168	-6.76
3350	-2.5915E-06	-0.007396418		-0.00238466	-6.64
3400	-2.55271E-06	-0.007525024		-0.002513265	-6.52
3450	-2.51183E-06	-0.007651637		-0.002639878	-6.39
3500	-2.46886E-06	-0.007776154		-0.002764395	-6.26
3550	-2.42383E-06	-0.007898471		-0.002886713	-6.12
3600	-2.37676E-06	-0.008018486		-0.003006728	-5.97
3650	-2.32768E-06	-0.008136097		-0.003124339	-5.81
3700	-2.27659E-06	-0.008251204		-0.003239445	-5.66
3750	-2.22353E-06	-0.008363707		-0.003351948	-5.49
3800	-2.16849E-06	-0.008473507		-0.003461749	-5.32
3850	-2.11138E-06	-0.008580504		-0.003568745	-5.14
3900	-2.05209E-06	-0.008684591		-0.003672832	-4.96
3950	-1.99051E-06	-0.008785656		-0.003773897	-4.78
4000	-1.92653E-06	-0.008883582		-0.003871823	-4.59
4050	-1.86004E-06	-0.008978246		-0.003966487	-4.39
4100	-1.79092E-06	-0.00906952	-0.004057761	-4.19	
4150	-1.71907E-06	-0.00915727	-0.004145511	-3.98	
4200	-1.64438E-06	-0.009241356	-0.004229597	-3.78	
4250	-1.56672E-06	-0.009321634	-0.004309875	-3.56	
4300	-1.486E-06	-0.009397952	-0.004386193	-3.34	
4350	-1.4021E-06	-0.009470154	-0.004458396	-3.12	
4400	-1.31491E-06	-0.00953808	-0.004526321	-2.90	
4450	-1.22432E-06	-0.009601561	-0.004589802	-2.67	
4500	-1.13022E-06	-0.009660425	-0.004648666	-2.44	
4550	-1.0325E-06	-0.009714493	-0.004702734	-2.21	
4600	-9.31037E-07	-0.009763581	-0.004751822	-1.97	
4650	-8.25732E-07	-0.0098075	-0.004795741	-1.73	
4700	-7.16471E-07	-0.009846055	-0.004834297	-1.49	
4750	-6.03273E-07	-0.009879049	-0.00486729	-1.25	
4800	-4.86686E-07	-0.009906298	-0.004894539	-1.00	
4850	-3.67387E-07	-0.00992765	-0.004915891	-0.76	
4900	-2.46055E-07	-0.009942986	-0.004931227	-0.51	
4950	-1.23366E-07	-0.009952221	-0.004940463	-0.27	
5000	7.61006E-23	-0.009955305	-0.004943547	-0.02	



Дијаграм 10.5. Функција угиба греде након II интеграције кривине греде (V фаза оптерећења)

БИОГРАФИЈА

Жељко (Ратимира) Флајс, рођен је 08.10.1973. године у Београду. По завршеној основној школи „Јован Цвијић“ у Београду, уписао је I Београдску гимназију у Београду, где је матурирао 1992. године. По завршетку школовања у I Београдској гимназији, одлази на одслужење војног рока, који је у тадашњој држави био обавезан. Грађевински факултет у Београду уписао је 1994. године, а дипломирао је 2004. године, на грађевинском одсеку, конструктивног смера, са средњом оценом 7,48. Дипломски рад, на тему „ Пројекат армиранобетонског лучног моста“, кандидат је одбранио на Грађевинском факултету у Београду, оценом 10.

У јануару 2005. године, заснива стални радни однос у Институту за испитивање материјала у Београду – Институт ИМС, у оквиру организационе целине Центар за технологију преднапрезања и конструкције, Лабораторија за испитивање конструкција. У оквиру Лабораторије за испитивање конструкција, спроводио је испитивања грађевинских конструкција и елемената конструкција, и у највећој мери је био ангажован на спровођењу испитивања пробним оптерећењем друмских и железничких мостова у складу са захтевима стандарда СРПС У.М1.046:1984. У периоду од 2005. године до данас, у својству одговорног руководиоца испитивања, извршио је испитивање пробним оптерећењем на више од 200 друмских и железничких мостова.

У априлу 2009. године именован је за руководиоца Лабораторије за испитивање конструкција Института ИМС, и ту функцију обавља и данас. За време обављања дужности руководиоца лабораторије, уводи савремени приступ у спровођење механичких испитивања грађевинских структура, применом мерно-аквизиционих јединица, електроотпорних и индуктивних сензора за мерење глобалних и локалних деформационих карактеристика структура. Од значајнијих стручних пројеката које је спровео као одговорни рукодилац испитивања пробним оптерећењем издвајају се: Испитивање друмског моста „Газела“ преко реке Саве у Београду, испитивање друмског моста преко реке Дунав у Бешкој, испитивање друмског моста преко реке Дунав на путу Смедерево – Ковин, испитивање кранског носача у машинској сали ХЕ „Бердап 1“ у Кладову, испитивање ротокопача на објекту ДУ1 ТЕ „Никола Тесла 1“ у Обреновцу.

Школске 2009/2010. године уписује Докторске студије на Машинском факултету Универзитета у Београду. Кандидат је положио све испите на Докторским студијама са просечном оценом 9,90 (девет и 90/100).

Аутор и коаутор 20 научно-стручних радова. У оквиру сарадње са привредом учествовао је у изради више студија, елабората и главних грађевинских пројеката за различите објекте. Поседује искуство у коришћењу инжењерских софтверских пакета, програмима из пакета Office, програмима за одређивање статичких и динамичких утицаја у структурама применом методе коначних елемената - Radimpex Tower и Bentley StaadPro, КОМИПС, програмима за моделирање на рачунару – AutoCAD i Bentley ProStructure, програмима за прикупљање и обраду мерених података са мерно-аквизицијских уређаја Catman AP НВМ и Diadem National instruments. Кандидат течно говори енглески језик, а служи се немачким језиком.

Учешће на пројектима

Током Докторских студија учествовао је на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја под називом „Развој савремених метода дијагностике и испитивања машинских структура“, евиденциони број 35040ТР. Руководилац пројекта проф. др Ташко Манески. Трајање пројекта 01.01.2012. – 31.12.2019. године.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани: **Жељко Флајс**

број индекса: **Д38/09**

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

МЕРНИ МЕХАТРОНИЧКИ СИСТЕМ ЗА НАДЗОР УГИБА ГРЕДНИХ СТРУКТУРА ПРАЋЕЊЕМ ДИЛАТАЦИЈА У ОСНОВНОМ МАТЕРИЈАЛУ

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, мај 2023.

Прилог 2.

**Изјава о истоветности штампане и електронске
верзије докторског рада**

Име и презиме аутора: **Жељко Флајс**
број индекса: **Д38/09**
Студијски програм: **Докторске академске студије**
Наслов рада: **Мерни мехатронички систем за надзор угиба
гредних структура праћењем дилатација у
основном материјалу**
Ментор: **ван. проф. др Емил Вег**
Потписани: **Жељко Флајс**

Изјављујем

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, мај 2023.

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку "Светозар Марковић" да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

МЕРНИ МЕХАТРОНИЧКИ СИСТЕМ ЗА НАДЗОР УГИБА ГРЕДНИХ СТРУКТУРА ПРАЋЕЊЕМ ДИЛАТАЦИЈА У ОСНОВНОМ МАТЕРИЈАЛУ

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство - некомерцијално - без прераде
4. Ауторство - некомерцијално - делити под истим условима
5. Ауторство - без прераде
6. Ауторство - делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа)

Потпис докторанда

У Београду, мај 2023.

1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.