

**Оливера Ј. Ђокић\***

Универзитет у Београду, Факултет за образовање учитеља и васпитача

**Кристина Д. Спасић\***

Основна школа „Биса Симић”, Младеновац

## **РАЗЛИЧИТЕ ВРСТЕ ЗНАЊА О МЕРЕЊУ ДУЖИНЕ У УЧБЕНИЦИМА МАТЕМАТИКЕ ЗА ПРВИ ЦИКЛУС ОСНОВНОГ ОБРАЗОВАЊА\*\***

**Апстракт:** Садржај уџбеника у великој мери утиче на наставу и на рад учитеља у процесу учења и поучавања. Истраживања показују да су задаци посвећени мерењу величина високо процедурално засновани у уџбеницима за први циклус образовања и да се мало пажње посвећује концептуалном разумевању мерења величина, што може да ограничи поступке мерења. Стога смо анализирали актуелне уџбенике математике који су одобрени и који се користе у школама у Србији како бисмо уочили тенденције у учењу о мерењу дужине, будући да су се највеће промене у наставним програмима за први циклус образовања догодиле управо у области мерења величина. Циљ истраживања је испитати у којој мери су у уџбеницима математике у области мерења за појам дужине заступљени захтеви/задаци који су оријентисани на две врсте знања – на концептуално и на процедурално. У раду је примењена дескриптивна метода и техника анализе садржаја. На основу истраживања постигнућа ученика за концептуално разумевање и процедурално знање о мерењу дужине, површине и запремине (Tan Şişman, 2010), формирали смо листу индикатора који указују на то да ли су задаци својим захтевима усмерени на концептуално разумевање дужине или на процедурално знање о дужини и мерењу дужине. У питању су уџбеници математике за прва три разреда основне школе. Основни резултати истраживања показују да у уџбеницима за први разред доминирају задаци мерења дужине оријентисани на концептуално разумевање дужине, док у уџбеницима за други и трећи разред знатно је већа присутност оних задатака који

---

\* olivera.djokic@uf.bg.ac.rs

\* kris.spasic97@gmail.com

\*\* Истраживање представља резултат прерађеног и у теоријском делу допуњеног мастер дипломског рада *Концептуално разумевање дужине у уџбеницима математике*, одбрањеног на Учитељском факултету Универзитета у Београду 29. 6. 2021. године (под менторством проф. др Оливере Ј. Ђокић).

су оријентисани на процедурална знања о дужини и њеном мерењу. Посебно је вредан пажње резултат нашег истраживања који показује да су уџбеници за трећи разред различитих издавача уџбеника прилично уједначени када је реч о присутности задатака усмерених на концептуално разумевање и процедурално знање, а да се већа разлика у заступљености ових двеју врста задатака уочава у прва два разреда.

**Кључне речи:** *мерење дужине, концептуално и процедурално знање, уџбеници математике, наставни програм, Србија.*

## Увод

Знати како правилно мерити величине може се сматрати фундаменталним аспектом познавања света око нас. Развој мерења дужине је важна тема у школским програмима од почетка школовања због своје актуелности како у свакодневном животу тако и у геометрији, која повезује домене број и простор. Мерење величина је присутно у наставним програмима математике, а значај мерења величина истакнут је као један од основних градивних блокова школске наставе математике (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Појам величине који деца најпре показују јесте појам дужине, а испољава се у ситуацијама упоређивања предмета. Занимљиви су резултати студије Мекдоналда (MacDonald, 2012) у којој су предшколска деца на захтев да представе мерења цртала мерење дужине, јер је већина мерења управо повезана са овом величином. Дужина је фундаментална величина у физици и математици. Због њене природе, овај рад је посвећен откривању у које прилике за учење из уџбеника (Јелић и Ђокић, 2017) стављамо ученике у првом циклусу образовања када изводе мерење дужине, односно посвећен је откривању активности, поступака, процедура и уопште контекста у којем ученици формирају математичке појмове и у којем развијају математичко мишљење у вези с мерењем дужине у првом циклусу образовања.

Увођење појма дужине захтева добру припрему учитеља, а важним фактором у процесу његовог формирања сматра се и уџбеник математике. Начини на које се појмови о мерењу величина представљају у уџбеницима (прво дужине, а затим и изведених површине и запремине), у великој мери утичу на то како ће ученици формирати појмове о мерењу (дужине, као и површине и запремине) (Антић и Ђокић, 2018; Antić & Đokić, 2019). Наше истраживање је, стога, усмерено на садржинску анализу уџбеника у првом циклусу образовања у области мерење и појам дужине и прати настале промене наставних програма у Србији. Овим радом и дубљом методичком анализом утврдићемо како изгледа први сусрет ученика са појмом дужине и њеним мерењем. Утврдићемо начин на који је појам дужине уведен у уџбенике математике различитих изда-

вача и ка каквим знањима се у њима тежи. Да бисмо код ученика формирали појмове и конструисали знања која подразумевају разумевање и довођење појмова у везе, треба тежити ка концептуалном разумевању, уз процедуралну флексибилност. Због тога, испитаћемо каквим знањима теже уџбеници математике који се користе у настави у Србији. Пратићемо у којој мери су присутни показатељи концептуалног и процедуралног знања у математичким задацима у области мерења за појам дужине. Под показатељима знања подразумевамо оне математичке појмове који се као кључни јављују у уџбеничким захтевима/задацима, а на основу којих ученици конструишу знања о дужини и о мерењу дужине. Неки од тих математичких кључних појмова су нпр. полоњени лењир, мерење лењиром, обим (фигуре), поређење дужина, подељци на лењиру и др. Листу показатеља знања сачинили смо дедуктивним путем на основу опсежног истраживања Тан Шишман (Tan Şişman, 2010) и она је дата у Прилогу 1 овог рада. Иначе, о поменутом истраживању Тан Шишман и о наведеним показатељима, на које се овде ослањамо, биће још речи у нашем раду.

## **Теоријски оквир истраживања**

Иако уџбеници нису једини извор информација, они представљају главни извор са којим се ученици сусрећу, те, уколико оскудно информишу о одређеним математичким областима, то може бити разлог потешкоћа у савладавању наставног градива (Ђерић, Гутвајн, Јошић, Шева, 2021; Јелић и Ђокић, 2017; Rezat, Visnovska, Trouche, Qi, Fan, 2018). Ово запажање наведених аутора нас је подстакло да садржински анализирамо уџбенике у првом циклусу основног образовања из којих ученици у Србији уче о мерењу дужине (Спасић, 2021).

## **Врсте знања – концептуално и процедурално**

У литератури (Tirosh, 1999) често се помињу различите врсте знања. Настава се све више препознаје као професија која захтева доношење одлука и решавање проблема у сложеном и динамичном окружењу. Све више се увиђа да математичко знање само по себи не гарантује бољу наставу и чине се покушаји да се дефинишу различите врсте знања потребних за наставу.

Тако Скемп процедурално знање дефинише као знање о специфичним алгоритамским поступцима и њиховом коришћењу, а под концептуалним сматра разумевање математичких принципа и процеса кроз које се тренутно стање знања ученика повезује са претходним (Skemp, 1993). Поступци усмерени на

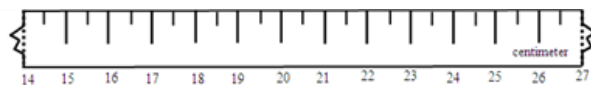
развијање концептуалног знања подразумевају проблемску ситуацију која захтева резоновање ученика и повезивање појмова који се формирају са претходно формираним (Henning, 2004). Резултати истраживања указују на потребу истовременог изграђивања и повезивања процедуралног и концептуалног знања (Antić & Đokić, 2019; Зељић, 2021).

Иако говоримо о двема врстама знања, о процедуралном и концептуалном, Ритл-Џонсон и сарадници их именују као *процедурално знање* и *концептуално разумевање*, наглашавајући да је за концептуално знање потребно дубље разумевање математичких појмова (Rittle-Johnson, Siegler, Alibali, 2001). Ми смо ове термине преузели од њих, а у методолошком смислу смо се ослањали на истраживање Тан Шишман (Tan Sisman, 2010). Она је у опсежном истраживању о мерењу дужине, површине и запремине представила примере математичких задатака који су својим захтевима усмерени на концептуална и на процедурална знања. Стога у даљем нашем раду наводимо типичне примере задатака које смо и ми преузели као моделе за задатке у нашем истраживању, а који се односе на појам дужине. Из њих смо, како смо већ напоменули, извели одређени број кључних математичких појмова које називамо индикаторима, будући да степен њихове присутности у захтевима/задацима показује на коју врсту знања (процедуралну или концептуалну) су усмерени математички задаци.

### **Индикатори који указују на концептуално разумевање и процедурално знање у уџбеницима математике при мерењу дужине**

Примери задатака који су усмерени на концептуално разумевање

*Поломљени лењир као индикатор концептуалног разумевања.* Задатак 1. Поломљени лењир: Каролинин лењир се поломио, оно што је остало приказано је на слици. Одговори на следећа питања: а) Пронађи дужину поломљеног лењира и објасни на који начин си до ње дошао/дошла; б) Уколико треба да измериш 2 метра тканине, да ли то можеш учинити помоћу Каролининог лењира? Ако је твој одговор да, објасни како би то изгледало. Ако је твој одговор не, објасни зашто то не може.



Carol's centimeter ruler is broken and all that she has is shown above. Please answer the following questions.

- a) Find the length of the broken ruler and explain how you found it.  
The length of the ruler: .....  
Explanation: .....  
.....  
.....
- b) Suppose you want to measure about 2 meters of cloth. Is it possible to measure this cloth with Carol's broken ruler? If so, describe how. If not, explain why not.

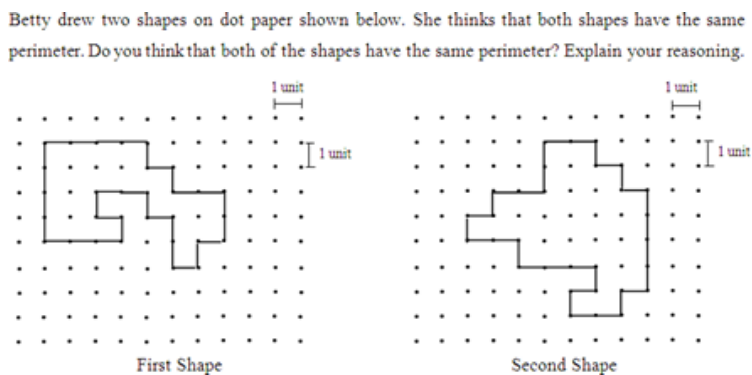
*Задатак 1. Поломљени лењир  
(Appendix C)*

(Tan Sisman & Aksu, 2016)

Како би ученик успешно решио овај задатак, потребно је да разуме лењир као алат за мерење дужине неког предмета, тј. да је лењир састављен од једнаких подељака – мерних јединица. Поред тога, неопходно је да ученици разумеју разлику између мерног броја и мерне јединице и да разумеју појам надовезивања мерних јединица. Ученик који о мерној јединици мисли као о делу који се непрекидно надовезује целом дужином предмета (без остављања празних места или преклапања), успешно ће пре свега израчунати дужину лењира, а потом и успешно измерити и знати да објасни начин на који је измерио тканину дужине 2 метра. Уколико се јаве потешкоће у решавању задатка, оне проистичу из тога да ученик не разуме да сваки подељак на лењиру може представљати почетак (нулти подељак) за мерење дужине, те је то разлог што неће знати да процени да је могуће задатим лењиром измерити дужину тканине.

*Обим фигуре као индикатор концептуалног разумевања.* Овде ћемо навести два задатка. Један се тиче израчунавања обима фигуре, а други промена обима фигуре, будући да смо индикатор *обим фигуре* разматрали кроз израчунавање обима фигуре и кроз промену обима фигуре.

**Задатак 2.** Поређење обима фигура: Бети је нацртала две фигуре на квадратној мрежи. Она мисли да ове две фигуре имају исти обим. Да ли ти мислиш да су фигуре истог обима? Образложи свој одговор.



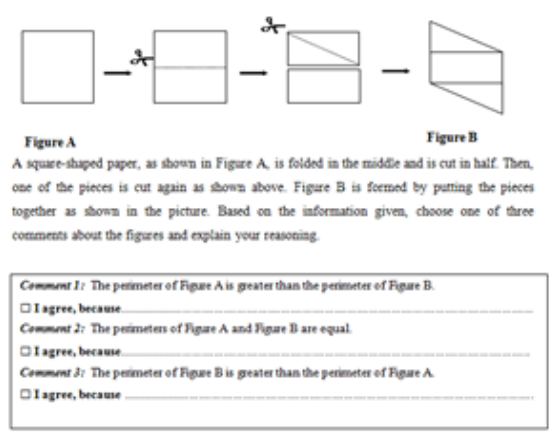
**Задатак 2. Поређење обима фигура**  
(Appendix C)

(Tan Sisman & Aksu, 2016)

Ученик који не разуме појам обима фигуре, тј. да обим представља збир дужина свих дужи од којих је састављена многоугаона линија (која раздваја њену унутрашњу и спољашњу област), неће успешно решити приказани задатак. Како би ученик успешно решио задатак, пре свега, треба да при израчунавању обима фигуре као мерну јединицу користи страницу квадрата квадратне мреже, а да њиховим даљим надовезивањем дође до укупног броја (мерни број) за обе фигуре и да упореди њихове обиме.

**Задатак 3.** Промена обима фигуре: Папир облика квадрата, приказан на слици А, пресавије се по средини и исече на пола. Затим се један од делова поново исече као што је приказано. Фигура на слици В формира се слагањем добијених делова папира на приказани начин. На основу информација, одабери један од три понуђена коментара и образложи свој одговор.

Коментар 1: Обим фигуре на слици А већи је од обима фигуре на слици В, јер... Коментар 2: Обим фигуре на слици А и обим фигуре на слици В су једнаки, јер... Коментар 3: Обим фигуре на слици В већи је од обима фигуре на слици А, јер...



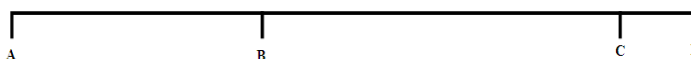
*Задатак 3. Промена обима фигуре раздељивањем/сечењем папира (Appendix C)*

(Tan Sisman & Aksu, 2016)

Како би ученик решио задатак, потребно је да већ има формиран појам обима фигуре. Тачније, ученик ће схватити да ће приликом сечења папира облика квадрата и променом положаја добијених делова папира, поред облика фигуре, бити промењен и њен обим. Уколико ученик увиди да се сечењем папира добијају нове дужи које имају већу дужину на новонасталој фигури, схватиће зашто је дошло до промене обима, и то до његовог повећања.

Примери задатака који су усмерени на процедурално знање

*Коришћење лењира за мерење дужине као индикатор процедуралног знања.* Задатак 4. Коришћење лењира: Користећи лењир, измери дужину дужи ВС.



Using a ruler, measure the length of the line segment between points B and C.

→ The length of the line segment between points B and C: .....

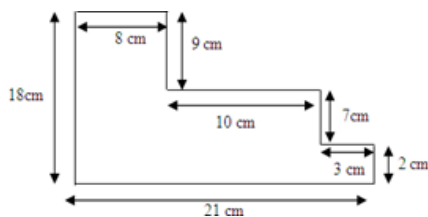
*Задатак 4. Коришћење лењира  
(Appendix D)*

(Tan Sisman & Aksu, 2016)

Ученик који уме да користи лењир као алат за мерење дужине, решиће задатак. Уколико ученик схвата да је лењир састављен од једнаких мерних јединица, тј. да подељци на лењиру представљају мерне јединице, знаће да одреди дужину задате дужи.

*Обим многоугла као индикатор процедуралног знања.* Задатак 5. Обим многоугла: Израчунај обим сложене фигуре са слике.

Find the perimeter of this shape.  
Show all your work.



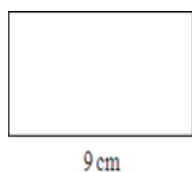
*Задатак 5. Обим многоугла  
(Appendix D)*

(Tan Sisman & Aksu, 2016)

Приказани задатак од ученика захтева познавање појма обима фигуре, односно искључиво знање ученика да збир свих дужина страница (дужи)једне фигуре чини њен обим. У задатку су дате дужине свих дужи приказане фигуре, те ученик има задатак да израчуна збир дужина свих страница.

*Израчунавање ширине правоугаоника као индикатор процедуралног знања.* Задатак 6. Израчунавање ширине правоугаоника: Обим правоугаоника са слике је 30 cm, а његова дужина је 9 cm. Израчунај ширину овог правоугаоника.





The perimeter of the rectangle shown at the left side is 30 cm and its length is 9 centimeters. Find the width.

*Задатак 6. Израчунавање ширине правоугаоника  
(Appendix D)*

(Tan Sisman & Aksu, 2016)

Задатак од ученика захтева познавање формуле за израчунавање обима правоугаоника. Познат је обим и дужина странице правоугаоника. Применом формуле, ученик има задатак да израчуна колика је ширина приказаног правоугаоника. Уколико ученик индуктивним путем није научио формулу за израчунавање обима и не уме да је примени у оваквим типовима задатака, може да има потешкоће при решавању задатка.

*Појам дужине у првом циклусу основног образовања у Србији.* Од школске 2018/2019. године у Србији се уводе промене у наставним програмима математике, а оно што је за наш рад занимљиво је промена у прва три разреда у вези са садржајима о мерењу дужине (*Правилник о програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања*, 2017; *Правилник о програму наставе и учења за други разред основног образовања и васпитања*, 2018; *Правилник о програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања*, 2019). Наставни програми уносе измене и прописују упознавање ученика са појмом мерења дужине у првом разреду нестандардним јединицама мере. У другом разреду се уводе и стандардне. Новина у другом разреду је и увођење појма обима фигуре и израчунавање обима, али без коришћења формуле. Уводи се и квадратна (или тачкаста) мрежа која се користи за цртање фигура. Осим цртања, уводе се и појмови везани за подударност фигура, те симетричност и померање на квадратној мрежи за неку дужину (реч је о геометријској трансформацији транслацији, на интуитивној основи). У трећем разреду се, поред изражавања обима фигуре преко формуле, уводи и развија идеја мерења површине поплочавањем површи. Напоменимо да се већ прво нумеричко рачунање, а то је површина (изражавање величине мерене површине, те формулско изражавање површине), уводи у првом циклусу образовања, што представља основу мерења, поред мерења

запремине као другог нумеричког рачунања крајем истог циклуса образовања. Овако постављене захтеве у наставним програмима аутори и издавачи уџбеника математике имају у виду при интерпретацији наставних програма и при њиховом конципирању.

Подстакнути чињеницом да ће ученици првог, другог и трећег разреда на часовима математике изучавати дужину, као и резултатима истраживања којима смо се бавили у теоријском концепту рада, поставили смо следећа истраживачка питања: У којој мери су у уџбеницима математике за први, други и трећи разред у области мерења дужине заступљени захтеви/задачи који су оријентисани на ове две врсте знања – на концептуално и на процедурално?

### Методолошки оквир истраживања

С обзиром на то што су постављена претходно наведена истраживачка питања, јасно је да је циљ овако конципираног истраживања испитивање заступљености у уџбеницима математике у области мерења и појма дужине оних задатака који су усмерени на концептуално и на процедурално знање; отуда је и наш основни истраживачки задатак утврдити значајне чињенице у вези с тим.

Што се тиче истраживачке методе, служили смо се дескриптивном методом, тежећи да опишемо тенденције уочене у анализираним уџбеницима. У оквиру дескриптивне методе користили смо се техником анализе садржаја. Као инструмент истраживања користили смо протокол у коме су бележене посматране појаве (видети Прилог 1). Протокол, као инструмент у истраживању, садржи индикаторе концептуалног и процедуралног знања, о којима је већ било речи у нашем раду. На основу тог протокола, тј. праћењем датих индикатора у тексту математичких задатака, бележили смо учесталост појављивања задатака и једне и друге врсте знања како би се утврдило у којој мери су заступљени задаци усмерени на концептуално знање, а у којој мери задаци усмерени на процедурално знање. Узорак истраживања чинили су сви уџбеници математике за први, други и трећи разред основне школе оних издавача који су у сва три разреда имали уџбенике као део јединственог уџбеничког комплета и то су Клет, Креативни центар, БИГЗ школство, ЈП Завод за уџбенике, Фреска и Нови Логос (*Каталог уџбеника за први и пети разред основног образовања и васпитања*, 2019; *Каталог уџбеника за други и шести разред основног образовања и васпитања*, 2019; *Каталог уџбеника за трећи и седми разред основног образовања и васпитања*, 2021). Истраживање је изведено у периоду фебруар–април 2021. Уџбеници су анализирани као део јединственог уџбеничког комплета, који је различит у зависности од издавача. Стога, наш узорак чини укупно 6 уџбеничких комплета. За јединицу анализе узет је математички задатак.

## Резултати истраживања са дискусијом

Заступљеност захтева/задатака који су оријентисани на концептуално разумевање и процедурално знање у уџбеницима за први разред

У Табели 1 дајемо приказ учесталости појављивања индикатора према наведеним врстама знања у уџбеницима за први разред, а у Табели 2 дајемо приказ за целокупан узорак нашег истраживања за први разред.

Табела 1. Индикатори који указују на врсту знања према издавачима уџбеника за први разред

Индикатор	Клет	Креативни центар	БИГЗ школство	ЈП Завод за уџбенике	Фреска	Нови Логос
Концептуално разумевање						
1. Поломљени лењир	2	6	6	6	2	3
2. Обим	–	–	–	–	–	–
3. Резоновање о обиму	–	–	–	–	–	–
4. Резоновање о мерној јединици и мерном броју	7	2	4	0	0	2
5. Поређење дужина	3	4	4	3	1	2
6. Избор погодне мерне јединице	0	7	1	0	0	0
Укупно концептуално разумевање f (%)	12,46	29,23	23,08	13,84	4,62	10,77
Процедурално знање						
7. Претварање мерних јединица	0	0	0	3	0	0
8. Обим многоугла	–	–	–	–	–	–
9. Обим квадрата	–	–	–	–	–	–
10. Обим правоугаоника	–	–	–	–	–	–
11. Лењир за мерење	0	8	9	3	2	3
Укупно процедурално знање f (%)	0	28,57	32,14	21,43	7,15	10,71
Укупно f (%)	12,90	29,03	25,81	16,13	5,38	10,75

На основу података датих у Табели 1, ако посматрамо увођење појма мерење дужине, запажамо да уџбенички комплети који су чинили узорак нашег истраживања за први разред у знатно већем проценту садрже задатке усмерене на концептуално разумевање него што садрже задатке усмерене на процедурално знање. Такође, запажамо да је највише индикатора концептуалног знања препознато у уџбенику издавача Креативни центар, следи уџбеник БИГЗ школства, затим ЈП Завода за уџбенике, Клета и Новог Логоса, а најмање их је препознато у уџбенику издавача Фреска. Мора се приметити да је велика неуједначеност у погледу присутности индикатора у уџбеницима.

Те неуједначености највише се читавају код индикатора који се тичу концептуалног разумевања дужине (без појма обима фигуре). Тако уџбеници Креативног центра, БИГЗ школства и ЈП Завода за уџбенике много више препознају значај поломљеног лењира за развој концептуалног знања него што је то случај с уџбеницима других издавача. Даље, резонување о мерној јединици и о мерном броју у Клетовом уџбенику препознато је као значајније у стварању математичког мишљења него што је то учињено у уџбеницима других аутора и издавача, док уџбеници ЈП Завода за уџбенике и Фреске уопште те индикаторе не препознају као значајне. Креативни центар и БИГЗ школство придају већи значај развоју идеје поређења дужина у односу на остале издаваче. Запазили смо код Креативног центра и да се избор погодне (нестандардне) мерне јединице узима као значајан индикатор за концептуално разумевање, док издавачи Клет, ЈП Завод за уџбенике, Фреска и Нови Логос уопште не препознају нестандартне мерне јединице као битне за концептуално разумевање мерења дужине, а готово да су у уџбенику БИГЗ школства нестандартне мерне јединице занемарене.

Слична ситуација је и када се сагледавају индикатори процедуралног знања; дакле, и овде је у питању неуједначено придавање значаја појединим индикаторима процедуралног знања о мерењу дужине (без појма обима фигуре), као и њихова различита присутност у уџбеницима. Тако смо претварање (нестандарних) мерних јединица једино препознали у уџбенику ЈП Завода за уџбенике. Лењир за мерење (као алат са нестандартним мерним јединицама) појављује се као значајан за процедуру мерења у уџбеницима БИГЗ школства и Креативног центра, а мање у уџбеницима осталих издавача. У Клетовом уџбенику пак лењир се уопште не узима као алат сврсисходан за извођење процедуре мерења.

Табела 2. Индикатори који указују на врсту знања за целокупни узорак уџбеника за први разред

Индикатор	f (%)
Концептуално разумевање	
Надовезивање мерне јединице	19 20,43
Мерна скала на алатима за мерење дужине	1 1,07
Нулта тачка	2 2,15
Бројеви на лењиру; подељци као једнаки делови	3 3,23
1. Поломљени лењир	25 26,88
Израчунавање обима	–
Промена обима у зависности од мерне јединице	–
2. Обим	–
Обим	–
Обим и површина	–
3. Резоновање о обиму	–
Релација мерног броја и мерне јединице	12 12,90
Мерна јединица	3 3,23
4. Резоновање о мерној јединици и мерном броју	15 16,13
Погодна мерна јединица	4 4,30
Мерни објекат и мерна јединица	13 13,98
5. Поређење дужина	17 18,28
Обим фигуре на квадратној мрежи	–
Подударне фигуре на квадратној мрежи	4 4,30
Симетричне фигуре на квадратној мрежи	4 4,30
6. Избор погодне мерне јединице	8 8,60
Укупно концептуално разумевање	
	65 69,89
Процедурално знање	
7. Претварање мерних јединица	3 3,23

Индикатор	f (%)
Концептуално разумевање	
8. Обим многоугла	–
9. Обим квадрата	–
10. Обим правоугаоника	–
Коришћење лењира	4
	4,30
Уочавање дужи	21
	22,58
Фигура на квадратној (или тачкастој) мрежи	–
	25
11. Лењир за мерење	26,88
	28
	30,11
	93
	100

Погледајмо сваки од индикатора у Табели 2. Уочавамо да је у текстовима уџбеничких задатака за мерење дужине много више оних индикатора који упућују на концептуално разумевање него оних који упућују на процедурално знање.

Највише је захтева/задатака у којима се као индикатор појављује полоњени лењир и готово искључиво је оних задатака који упућују на надовезивање мерне јединице. То показује да се занемарује мерење путем бројева на лењиру, затим да се не узима нулта тачка за почетак мерења нити се користе мерне скале на алату за мерење дужине (мерна скала означава да на алату за мерење дужине постоје једнаки подељци дуж целе дужине). Дакле, у уџбеницима за први разред у Србији најчешћи захтеви/задаци у области мерења дужине усмерени су на развој идеје надовезивања мерне јединице, без дубљег улажења у концептуалну идеју мерног инструмента/алата за мерење дужине. Од других индикатора, по учесталости се издваја поређење дужина. Дужине се пореде успостављањем релације између објекта који се мери и мерне јединице, а знатно је мање захтева/задатака у којима треба изабрати погодну мерну јединицу. Следећи индикатор по учесталости јесте резоновање о мерној јединици и мерном броју. У погледу мерних јединица и мерних бројева много је више захтева/задатака у којима се успоставља релација између мерног броја и мерне јединице, док су са мањом учесталошћу захтеви усмерени на сам развој идеје мерне јединице која ученицима може да остане нејасна. Избор погодне мерне јединице има најмању учесталост на листи индикатора усмерених на концептуално разумевање. Захтеви на интуитивној основи упућују на фигуру на квадратној мрежи и избор погодне мерне јединице за мерење дужине, при чему се ради о подударним и симетричним фигурама.

Код процедуралног знања највећу учесталост има тзв. индикатор лењира за мерење. Но, чешћи су они захтеви/задаци који упућују на уочавање дужи, а ређи они који упућују на коришћење лењира. Захтеви за претварање мерних јединица се у задацима врло мало појављују, те можемо да кажемо да овај индикатор има слабу учесталост. Ово нам јасно показује да задаци у математичким уџбеницима за први разред својим захтевима ученицима не пружају могућности да уче претварање нестандартних јединица за мерење, што се касније може негативно одразити на конструисање оних процедуралних знања која се односе на претварање стандардних јединица.

### **Заступљеност захтева/задатака који су оријентисани на концептуално разумевање и процедурално знање у уџбеницима за други разред**

По аналогiji за први разред, наводимо резултате истраживања за други.

*Табела 3. Индикатори који указују на врсту знања према издавачима уџбеника за други разред*

Индикатор	Клет	Креативни центар	БИГЗ школство	ЈП Завод за уџбенике	Фреска	Нови Логос
<b>Концептуално разумевање</b>						
1. Поломљени лењир	7	5	9	7	1	1
2. Обим	0	4	5	3	6	4
3. Резоновање о обиму	0	0	0	0	3	0
4. Резоновање о мерној јединици и мерном броју	2	1	4	1	9	1
5. Поређење дужина	5	5	4	0	10	1
6. Избор погодне мерне јединице	13	17	13	14	16	9
Укупно концептуално разумевање f (%)	27 12,56	32 14,89	35 16,27	25 11,62	45 20,94	16 7,44
<b>Процедурално знање</b>						
7. Претварање мерних јединица	14	9	25	2	20	0
8. Обим многоугла	5	0	5	1	1	7
9. Обим квадрата	0	0	0	0	0	0

Индикатор	Клет	Креативни центар	БИГЗ школство	ЈП Завод за уџбенике	Фреска	Нови Логос
10. Обим правоугаоника	0	0	0	0	0	0
11. Лењир за мерење	46	34	36	17	38	27
Укупно процедурално знање f (%)	65 15,98	43 10,56	66 16,21	20 4,91	59 14,49	34 8,35
Укупно f (%)	92 14,79	75 12,06	101 16,24	45 7,23	104 16,73	50 8,03

Према датим табеларним подацима уочавамо да задаци у уџбеничким комплетима који су чинили узорак нашег истраживања за други разред у знатно већем проценту су оријентисани на процедурално знање него на концептуално разумевање мерења дужине. Највише индикатора процедуралног знања препознали смо код издавача Фреска, БИГЗ школство, затим код Клета, те Креативног центра и Новог Логоса, а најмање их је било код издавача ЈП Завод за уџбенике. Такође, примећујемо да су разлике између издавача велике, као што је то био случај и са уџбеницима за први разред.

Тако, за разлику од уџбеника других издавача, у Бигзовом уџбенику у задацима усмереним на концептуално разумевање поломљеног лењира и мерење дужи помоћу њега, овај се индикатор (лењир као стандардни алат за мерење дужине) најчешће јавља. У овом разреду се појам обима уводи без формулског изражавања, и тако је у уџбенику издавача Фреска. У уџбенику издавача Клет ситуација није таква. Дакле, резоновање о обиму препознаје једино Фреска. Запажамо да се при увођењу појма обима врло мало пажње обраћа на то да захтеви у задацима којима се овај појам учи и увежбава буду видно усмерени на његово концептуално разумевање. То се, верујемо, касније може лоше одразити на изражавање обима путем формуле, уколико се основна знања о обиму у самом почетку добро не представе. Резоновање о мерној јединици и мерном броју, према ономе што налазимо у задацима, од свих уџбеника највише се препознаје у Фрескином уџбенику. Фреска придаје и већи значај идеји поређења дужина у односу на остале издаваче, док ЈП Завод за уџбенике то уопште не препознаје као битно. Индикатор који смо назвали избор погодне мерне јединице присутан је у захтевима уџбеника скоро свих издавача, с тим што напомињемо да је у уџбенику Креативног центра избор погодне мерне јединице ипак значајан индикатор на листи индикатора за концептуално разумевање.



Задаци са претварањем мерних јединица највише су присутни у уџбенику издавача БИГЗ школство, док таквих задатака нема у уџбенику издавача Нови Логос. Захтева и задатака којима се уводи појам обима највише је у уџбенику Новог Логоса, и то за обим многоугла. Претпостављамо да је томе допринела развијена идеја изломљене линије. С друге стране пак изненадило нас је то да се идеја изломљене линије надаље не развија у истом том уџбенику када су у питању квадрат и правоугаоник, који представљају посебне случајеве четвороуглова из скупа многоуглова. Лењир за мерење, као индикатор концептуалног знања, најчешће се препознаје у задацима Клетовог уџбеника, мада су и у другим уџбеницима чести такви захтеви/задаци. Са приближавањем формалним идејама (мерна јединица, нулти подељак као почетак мерења, надовезивање мерне јединице, мерни број), индикатори су бележени са већом учесталošћу.

*Табела 4. Индикатори који указују на врсту знања за целокупни узорак уџбеника за други разред*

Индикатор	f (%)
Концептуално знање	
Надовезивање мерне јединице	15
	3,21
Мерна скала на алатима за мерење дужине	8
	1,71
Нулта тачка	1
	0,21
Бројеви на лењиру; подељци као једнаки делови	5
	1,07
1. Поломљени лењир	29
	6,20
Израчунавање обима	22
	4,71
Промена обима у зависности од мерне јединице	0
	0
2. Обим	22
	4,71
Обим	3
	0,64
Обим и површина	0
	0
3. Резоновање о обиму	3
	0,64
Релација мерни број и мерна јединица	16
	3,43
Мерна јединица	2
	0,42

Индикатор	f (%)
Концептуално знање	
4. Резоновање о мерној јединици и мерном броју	18
	3,85
Погодна мерна јединица	9
	1,92
Мерни објекат и мерна јединица	16
	3,43
5. Поређење дужина	25
	5,35
Обим фигуре на квадратној мрежи	1
	0,21
Подударне фигуре на квадратној мрежи	36
	7,71
Симетричне фигуре на квадратној мрежи	46
	9,87
6. Избор погодне мерне јединице	83
	17,77
Укупно концептуално знање	
	180
	38,54
Процедурално знање	
7. Претварање мерних јединица	70
	14,99
8. Обим многоугла	19
	4,07
9. Обим квадрата	0
	0
10. Обим правоугаоника	0
	0
Коришћење лењира	65
	13,92
Уочавање дужи	43
	9,21
Фигура на квадратној (или тачкастој) мрежи	90
	19,27
11. Лењир за мерење	198
	42,40
Укупно процедурално знање	
	287
	61,46
Укупно	
	467
	100

Ако погледамо податке за сваки од индикатора у Табели 4, примећујемо да је више оних индикатора који указују на то да су захтеви/задаци у учбеницима махом оријентисани на процедурално знање, а не на концептуално разумевање.

Упоређивањем запажамо да су у учбеницима другог разреда захтеви за избор погодне мерне јединице чешћи него у учбеницима за први разред. Ти захтеви су сада формални програмски и односе се на фигуре на квадратној мрежи и избор мерне јединице, па је стога било очекивано и да се чешће јављају. На сличан начин су заступљени и задаци у којима се препознају и следећи индикатори – поломљени лењир, поређење дужина објеката који се мере, те резоновање о мерној јединици и мерном броју. Примећујемо и да је код поломљеног лењира и даље идеја надовезивања мерне јединице најчешће присутна. Поред ње, чешће се јављају и захтеви/задаци за мерну скалу на алату за мерење дужине, јер је лењир сада и формално уведен као програмски захтев. Иако се обим фигуре уводи у овом разреду без формуле (на интуитивној основи), израчунавање обима као збира дужина дужи није тако присутно у учбеницима. Уопште није препознато да је важно истаћи зависност промене обима фигуре у односу на промену мерне јединице. Од укупног броја захтева/задатака који су се односили на садржаје о мерењу дужине при концептуалном разумевању, најмање је било оних задатака у којима би се могао препознати индикатор резоновања о обиму.

Што се тиче процедуралног знања у другом разреду, опет као и у првом, највише је препознато оних индикатора коју указују на то да се акценат ставља на процедуру мерења лењиром. Највише се мери фигура на квадратној (или тачкастој) мрежи, а нешто мање се при мерењу користи лењир и уочавају дужи. И резултати истраживања са ученицима другог и четвртог разреда представљени у раду Маричић и Стојкановић (2021) дају предност коришћењу квадратне (или тачкасте) мреже у геометријским задацима у односу на задатке без квадратне мреже. Ово истраживање показује и више од тога, а то је да ученици коришћењем квадратне мреже постижу боље резултате при решавању проблемских задатка. Наши резултати даље показују и ово. Од индикатора које смо у истраживању посматрали, према заступљености на нашој скали издвајају се претварање мерних јединица, затим следи развој идеје обима многоугла, што је у складу са програмским захтевом. Међутим, видно је да изостају задаци у којима се од ученика тражи да израчунавају обим четвороугла, што сасвим извесно отежава касније увођење формуле за изражавање обима правоугаоника и обима квадрата.

### Заступљеност захтева/задатака који су оријентисани на концептуално разумевање и процедурално знање у уџбеницима за трећи разред

И овде ћемо навести резултате истраживања, сада за трећи разред.

Табела 5. Индикатори који указују на врсту знања према издавачима уџбеника за трећи разред

Индикатор	Клет	Креативни центар	БИГЗ школство	ЈП Завод за уџбенике	Фреска	Нови Логос
Концептуално разумевање						
1. Поломљени лењир	2	7	5	3	6	2
2. Обим	10	8	8	12	6	11
3. Резоновање о обиму	2	5	6	3	3	2
4. Резоновање о мерној јединици и мерном броју	0	0	3	0	4	0
5. Поређење дужина	2	0	1	0	2	3
6. Избор погодне мерне јединице	3	11	5	5	6	5
Укупно концептуално разумевање f (%)	19 12,58	31 20,53	28 18,55	23 15,23	27 17,88	23 15,23
Процедурално знање						
7. Претварање мерних јединица	18	9	12	16	18	14
8. Обим многоугла	19	18	11	11	6	13
9. Обим квадрата	7	2	3	5	4	5
10. Обим правоугаоника	1	0	4	1	1	5
11. Лењир за мерење	32	42	26	23	23	19
Укупно процедурално знање f (%)	77 20,92	71 19,29	56 15,22	56 15,22	52 14,13	56 15,22
Укупно f (%)	96 18,50	102 19,65	84 16,19	79 15,22	79 15,22	79 15,22

Подаци из Табеле 5 казују следеће: Уџбенички комплети који су чинили узорак нашег истраживања за трећи разред у знатно већем проценту подржавају процедурално знање него концептуално разумевање мерења дужине. Највише индикатора знања потврђено је у уџбенику издавача Креативни центар, следи уџбеник Клета, затим уџбеник БИГЗ школства. Најмање их је препознато у уџбеницима издавача ЈП Завод за уџбенике, Фреска и Нови Логос. Примећујемо и да разлике између издавача у овом погледу нису велике као што су велике у првом и другом разреду.

Индикатор поломљени лењир у уџбенику Креативног центра је индикатор са највећом учесталošћу. И индикатори који упућују да се у захтевима/задацима посебна пажња обраћа на обим фигуре такође су веома учестали, што показује да се аутори држе програмског захтева за трећи разред. У томе предњачи уџбеник ЈП Завод за уџбенике, мада у томе не заостају ни остали издавачи. Међутим, показатељи за резоновање о обиму имају малу учесталост. Највише је задатака са таквим захтевима у уџбенику издавача БИГЗ школство. Захтеве/задатке везане за резоновање о мерној јединици и о мерном броју имају уџбеници у издању Фреске и БИГЗ школства, а уопште их немају Клетов уџбеник, уџбеник Креативног центра, ЈП Завода за уџбенике и Новог Логоса. Одатле проистиче наше следеће виђење. Захтеви/задачи у уџбеницима конципирани су тако да ученицима не пружају много могућности, прилика да досегну највиши ниво знања – ниво закључивања (резоновања) о обиму, те мерној јединици и мерном броју. Захтеви/задачи који се односе на поређење дужина најчешћи су у уџбенику Новог Логоса, а уопште их нема у уџбеницима ЈП Завод за уџбенике и Креативног центра. Избор погодне мерне јединице се и даље препознаје као значајан индикатор на листи индикатора за концептуално разумевање, и надаље највише код Креативног центра.

Задатака и захтева за претварање мерних јединица највише је у уџбенику Фреске и Клета. За израчунавање обима многоугла највише је захтева/задатака у Клетовом уџбенику, мада ту не заостају ни други издавачи. Но, и даље се примећује да се у израчунавању обима већи значај придаје самом појму затворене изломљене линије и појму многоугла него што се то чини с појмовима правоугаоника и квадрата. То доводи до тога да се несвесно потискује чињеница да су правоугаоник и квадрат врсте многоугла. Па ипак, задатака за израчунавање обима квадрата најчешће је у Клетовом уџбенику, а за израчунавање обима правоугаоника у уџбеницима Новог Логоса. У уџбенику Креативног центра такви задаци пак изостају. При премеравању дужина, лењир за мерење као алат врло је чест у уџбеницима свих издавача, а понајвише у уџбенику Креативног центра.

Табела 6. Индикатори који указују на врсту знања за целокупни узорак уџбеника за трећи разред

Индикатор	f (%)
Концептуално разумевање	
Надовезивање мерне јединице	19 3,65
Мерна скала на алатима за мерење дужине	3 0,58
Нулта тачка	3 0,58
Бројеви на лењиру; подеоци као једнаки делови	0 0
1. Поломљени лењир	25 4,81
Израчунавање обима	55 10,60
Промена обима у зависности од мерне јединице	0 0
2. Обим	55 10,60
Обим	21 4,05
Обим и површина	0 0
3. Резоновање о обиму	21 4,05
Релација мерни број и мерна јединица	7 1,35
Мерна јединица	0 0
4. Резоновање о мерној јединици и мерном броју	7 1,35
Погодна мерна јединица	4 0,77
Мерни објекат и мерна јединица	4 0,77
5. Поређење дужина	8 1,54
Обим фигуре на квадратној мрежи	11 2,12
Подударне фигуре на квадратној мрежи	4 0,77
Симетричне фигуре на квадратној мрежи	20 3,85
6. Избор погодне мерне јединице	35

Индикатор	f (%)
Концептуално разумевање	
	6,74
Укупно концептуално разумевање	151 29,09
Процедурално знање	
7. Претварање мерних јединица	87 16,76
8. Обим многоугла	78 15,03
9. Обим квадрата	26 5,00
10. Обим правоугаоника	12 2,31
Коришћење лењира	94 18,11
Уочавање дужи	44 8,48
Фигура на квадратној (или тачкастој) мрежи	27 5,20
11. Лењир за мерење	165 31,79
Укупно процедурално знање	368 70,91
Укупно	519 100

Подаци из Табеле 6 јасно показују да је у математичким уџбеницима за трећи разред више задатака у којима се препознају индикатори оријентисани на процедурално знање него на концептуално разумевање. Другим речима, знања су у трећем разреду ‘порасла’ и сада уџбеници кроз различите типове задатака неретко стављају ученике у ситуације да они сами изводе одређене процедуре при мерењу дужине.

Најчешће је оних задатака у којима се захтева израчунавање обима фигура. Међутим, морамо констатовати да се при састављању задатака ни у једном уџбенику није радило на томе да се ученицима предочи чињеница да се обим фигуре мења зависно од мерне јединице. И у трећем разреду се наставља тренд да су међу задацима за мерење дужине најчешћи захтеви за избор погодне мерне јединице, који су усмерени на концептуално разумевање дужине. По учесталости појављивања следе задаци везани за тзв. индикаторе поломљени лењир и резоновање о обиму. Примећујемо да је код задатака у којима се препознају захтеви са поломљеним лењиром и даље надовезивање мерне јединице најчешће. Према ономе што се тражи у задацима, запажамо да

се уочавање бројева на лењиру и једнаких подељака на њему уопште не сматрају важним, што би могло да се одрази на разломке и њихово представљање на бројевној прави. Наиме, за приказивање разломака на бројевној прави од велике важности су, поред разумевања да се јединице надовезују једна на другу, још и схватање да су бројеви на лењиру оделите тачке (Siegler et al., 2010). Недовођење у везу ових двеју ствари може отежавати учење садржаја о разломцима. Само резонување о обиму не укључује и резонување о површини. Ниједан издавач не препознаје и не развија ову идеју. А ученици, како показују резултати истраживања Тан Шишман (Tan Şişman, 2010) и Тан Шишман и Аксу (Tan Şişman & Aksu, 2016), често имају великих потешкоћа баш у вези с тим. Даље, индикатор поређења дужина следећи је по учесталости у уџбеницима, затим следи резонување о мерној јединици и мерном броју. Издавачи и даље не препознају и не разрађују идеју о мерној јединици, као ни потребу за задацима при чијем решавању је потребно закључивање (резонување) ученика о мерним јединицама.

Ка процедуралном знању највише су оријентисани они задаци који захтевају коришћење лењира као алата за мерење дужине. Тако је било у првом разреду, у другом разреду, а тако је и у трећем. Много је мање задатака у којима се захтева уочавање дужи и фигура на квадратној (или тачкастој) мрежи. Претварање мерних јединица и обим многоугла је следећи индикатор по присуству у захтевима/задацима. Примећујемо да и даље готово да нема задатака у којима се захтева израчунавање обима правоугаоника и обима квадрата. Тај податак је без сумње заборављив.

## Закључци

У овом раду анализирали смо захтеве/задатке посвећене мерењу дужине у уџбеницима математике за први циклус основног образовања, а циљ је био сагледати у којој мери су заступљени задаци чији су захтеви усмерени на концептуално разумевање дужине, а у којој мери су заступљени задаци чији су захтеви усмерени на процедурално знање о дужини. Заступљеност тих задатака сагледавали смо према тзв. индикаторима, које смо поделили у две групе – индикатори који упућују на концептуално разумевање и индикатори који упућују на процедурално знање. На основу података добијених садржајном анализом уџбеничких комплета можемо да закључимо да су у уџбеницима за први разред више присутни индикатори који указују на то да су уџбеници оријентисани на концептуално разумевање дужине. У уџбеницима за други и трећи разред пак више је оних индикатора који указују на усмереност уџбеника на конструисање процедуралног знања. Међутим, велике су разлике од издавача до издавача. Нарочито су те разлике изражене у првом и другом разреду, а готово да нестају како знања „нарастају” у трећем разреду. Другим



речима, уџбеници за трећи разред разматраних издавача међусобно се не разликују много у погледу тога у којој мери су оријентисани на концептуална, а у којој мери на процедурална знања. Ово можемо да објаснимо и већим програмским променама за прва два разреда у односу на трећи разред када је реч о мерењу дужине.

Оно што нас је подстакло на истраживање јесте чињеница да из актуелних, нових уџбеника ученици уче да мере дужину, а њихова постигнућа у овој области биће мерена у циклусу TIMSS 2023. Биће то прва генерација ученика која учи према комплетно измењеним наставним програмима математике и према новим уџбеницима који из тих програма проистичу, па се ефекти постигнућа ученика могу пратити и кроз контекст учења и поучавања. Будући да садржај уџбеника снажно обликује наставу и оно што учитељи раде (нпр. Ђерић и др., 2021; Јелић и Ђокић, 2017; Rezat et al., 2018; Smith III & Barrett, 2017), јасно је и да садржај и структура наставних програма утичу на то каква ће искуства ученици имати на часу. Истраживања показују да су у уџбеницима математике за први циклус образовања задаци у области мерења дужине високо процедурално засновани (Smith III & Barrett, 2017) и да се мало пажње посвећује концептуалном разумевању дужине, што, с друге стране, може да ограничи поступке, процедуре мерења. Из нашег истраживања видимо да се резултати слажу за други и трећи разред, али да нема слагања за први разред. Уџбеници математике који су у употреби у Србији за наставу у првом разреду конципирани су тако да ученике више усмеравају ка концептуалом разумевању дужине, док су задаци у уџбеницима за други и трећи разред такви да више траже процедурално знање. Међутим, бројни резултати истраживања указују на то да је потребно код ученика истовремено изграђивати и процедурално знање и концептуално разумевање и те две врсте знања међусобно повезивати (Antić & Đokić, 2019; Зељић, 2021; Rittle-Johnson, Schneider, Star, 2015; Rittle-Johnson, 2017). Овим би се могла отворити питања за даља истраживања о уџбеницима у Србији у погледу итеративног редоследа конструисања одређене врсте знања, који је истраживачки и најприхваћенија перспектива, као и о интеракцији двосмерности при конструисању ове две врсте знања, уз њихова секвенцијална јављања (Rittle-Johnson et al., 2015; Rittle-Johnson, 2017).

*Методичке импликације.* Резултати нашег истраживања могу се користити за унапређивање развоја идеје мерења дужине у првом циклусу образовања, али и као показатељ тенденција у новим наставним програмима математике и њиховим интерпретацијама у новим уџбеницима. Могу, такође, да укажу на добре стране, али и мањкавости које треба уклонити из уџбеника како би ученицима створили добре прилике, околности за учење при мерењу дужине, усмерене на обе врсте знања, на концептуално и на процедурално.

Узорак истраживања може да буде проширен одобреним новим уџбеницима, чиме се указује стална потреба за истраживањима развојем уџбеника математике у области мерење дужине.

## Извори

- Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2018). *Математика: уџбеник за први разред основне школе – 1. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2018). *Математика: уџбеник за први разред основне школе – 2. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2018). *Математика: уџбеник за први разред основне школе – 3. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2018). *Математика: уџбеник за први разред основне школе – 4. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019). *Математика: уџбеник за други разред основне школе – 1. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019). *Математика: уџбеник за други разред основне школе – 2. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019). *Математика: уџбеник за други разред основне школе – 3. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019). *Математика: уџбеник за други разред основне школе – 4. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И., Тахировић и Раковић, С. (2020). *Математика: уџбеник за трећи разред основне школе – 1. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И., Тахировић и Раковић, С. (2020). *Математика: уџбеник за трећи разред основне школе – 2. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И., Тахировић и Раковић, С. (2020). *Математика: уџбеник за трећи разред основне школе – 3. део*. Београд: Нови Логос.
- Иванчевић Илић, И., Тахировић и Раковић, С. (2020). *Математика: уџбеник за трећи разред основне школе – 4. део*. Београд: Нови Логос.
- Јовановић, Б., Русић, Ј. и Николић Гајић, Н. (2020). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе – 1. део*. Београд: БИГЗ школство.
- Јовановић, Б., Русић, Ј. и Николић Гајић, Н. (2020). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе – 2. део*. Београд: БИГЗ школство.
- Јовановић, Б., Русић, Ј. и Николић Гајић, Н. (2020). *Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе*. Београд: БИГЗ школство.
- Јоксимовић, С. (2018). *Математика: уџбеник за први разред основне школе – 1. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2018). *Математика: уџбеник за први разред основне школе – 2. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2018). *Математика: уџбеник за први разред основне школе – 3. део*. Београд: Фреска.

- Јоксимовић, С.(2018). *Математика: уџбеник за први разред основне школе – 4. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2019). *Математика: уџбеник за други разред основне школе – 1. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2019). *Математика: уџбеник за други разред основне школе – 2. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2019). *Математика: уџбеник за други разред основне школе – 3. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2019). *Математика: уџбеник за други разред основне школе – 4. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2020). *Математика: уџбеник за трећи разред основне школе – 1. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2020). *Математика: уџбеник за трећи разред основне школе – 2. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2020). *Математика: уџбеник за трећи разред основне школе – 3. део*. Београд: Фреска.
- Јоксимовић, С. (2020). *Математика: уџбеник за трећи разред основне школе – 4. део*. Београд: Фреска.
- Каталог уџбеника за први и пети разред основног образовања и васпитања* (2019). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије, бр. 2/2019-1.
- Каталог уџбеника за други и шести разред основног образовања и васпитања* (2019). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије, бр. 6/2019-153.
- Каталог уџбеника за трећи и седми разред основног образовања и васпитања* (2021). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије, бр. 2/2021-24.
- Маричић, С. (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе*. Београд: БИГЗ школство.
- Маричић, С. (2018). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе – 1. део*. Београд: БИГЗ школство.
- Маричић, С. (2018). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе – 2. део*. Београд: БИГЗ школство.
- Маричић, С. и Ђуровић, Д. (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе*. Београд: БИГЗ школство.
- Маричић, С. и Ђуровић, Д. (2019). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе – 1. део*. Београд: БИГЗ школство.
- Маричић, С. и Ђуровић, Д. (2019). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе – 2. део*. Београд: БИГЗ школство.
- Милинковић, Ј. (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе*. Београд: Креативни центар.

- Милинковић, Ј. и Матић, Н. (2018). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе*. Београд: Креативни центар.
- Милинковић, Ј. (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе*. Београд: Креативни центар.
- Милинковић, Ј. (2019). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе*. Београд: Креативни центар.
- Милинковић, Ј. (2020). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе*. Београд: Креативни центар.
- Милинковић, Ј., Дабић и Боричић, М. (2020). *Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе*. Београд: Креативни центар.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе – 1. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе – 2. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе – 3. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе – 4. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2018). *Математика 2: уџбеник за први разред основне школе – 1. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2018). *Математика 2: уџбеник за први разред основне школе – 2. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2018). *Математика 2: уџбеник за први разред основне школе – 3. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2018). *Математика 2: уџбеник за први разред основне школе – 4. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2020). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе – 1. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2020). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе – 2. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2020). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе – 3. део*. Београд: Клет.
- Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П. и Кандић, М. (2020). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе – 4. део*. Београд: Клет.
- Правилник о програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања* (2017). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије, бр. 10/2017-1.
- Правилник о програму наставе и учења за други разред основног образовања и васпитања* (2018). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије, бр. 16/2018-47.

*Правилник о програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања* (2019). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије, бр. 5/2019-6.

Тодоровић, О. и Огњановић, С. (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе*. Београд: Завод за уџбенике.

Тодоровић, О. и Огњановић, С. (2018). *Математика 1: вежбанка за први разред основне школе*. Београд: Завод за уџбенике.

Тодоровић, О. и Огњановић, С. (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе*. Београд: Завод за уџбенике.

Тодоровић, О. и Огњановић, С. (2019). *Математика 2: вежбанка за други разред основне школе*. Београд: Завод за уџбенике.

Тодоровић, О. и Огњановић, С. (2020). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе*. Београд: Завод за уџбенике.

Тодоровић, О. и Огњановић, С. (2020). *Математика 3: вежбанка за трећи разред основне школе*. Београд: Завод за уџбенике.

## Литература

Антић, М. и Ђокић, О. (2018). Развој компоненти појма мерења дужине код ученика првог разреда основне школе. *Иновације у настави*, 31(1), 58–74. <https://doi.org/10.5937/inovacije1801058A>

Antić, M. D. & Đokić, O. J. (2019). The Development of the Components of the Length Measurement Concept in the Procedure of Measurement Using a Ruler. *Research in Mathematical Education*, 22(4), 261–282. <https://doi.org/10.7468/JKSMED.2019.22.4.261>

Ђерић, И., Гутвајн, Н., Јошић, С. и Шева, Н. (2021). *Национални извештај: ТИМСС 2019 у Србији – преглед основних налаза*. Београд: Институт за педагошка истраживања.

Зељић, М. (2021). *Учење и поучавање математике – једнакост са више (не)познатих*. Београд: Учитељски факултет.

Јелић, М. и Ђокић, О. (2017). Ка кохерентној структури уџбеника математике – анализа уџбеника према структурним блоковима истраживања ТИМСС. *Иновације у настави*, 30(1), 67–81. <https://doi.org/10.5937/inovacije1701067J>

Маричић, С. М. и Стојкановић, Ј. Р. (2021). Тачкаста и квадратна мрежа у настави геометрије у млађим разредима основне школе. *Зборник радова Педагошког факултета*, Ужице, 23, 111–126. <https://doi.org/10.5937/ZRPFU2123111M>

MacDonald, A. (2012). Young children's photographs of measurement in the home. *Early years*, 32(1), 71–85. <https://doi.org/10.1080/09575146.2011.608651>

- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Rezat, S., Visnovska, J., Trouche, L., Qi, C. & Fan, L. (2018). Present Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources in ICME-13: Conclusion and Perspectives. In L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat & J. Visnovska (eds.): *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources. ICME-13 Monographs* (343–358). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_16)
- Rittle-Johnson, B. (2017). Developing Mathematics Knowledge. *Child Development Perspectives*, 11(3), 184–190. <https://doi.org/10.1111/cdep.12229>
- Rittle-Johnson, B., Schneider M. & Star, J. R. (2015). Not a One-Way Street: Bidirectional Relations between Procedural and Conceptual Knowledge of Mathematics. *Educational Psychology Review*, 27(4), 587–597. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x>
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346–362. <http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.93.2.346>
- Siegler, R. S., Carpenter, T., Fennell, F. S., Geary, D., Lewis, J. R., Okamoto, Y., Thompson, L. & Wray, J. (2010). *Developing effective fractions instruction for kindergarten through 8th grade: A practice guide* (Report No. NCEE #2010-4039). National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- Skemp, R. R. (1993). *The Psychology of Learning Mathematics* (2<sup>nd</sup> ed.). London: Penguin Books.
- Smith III, J. P. & Barrett, J. E. (2017). The learning and teaching of measurement: Coordinating quantity and number. In J. Cai (ed.): *Compendium for research in mathematics education* (355–385). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Спасић, К. (2021). *Концептуално разумевање дужине у уџбеницима математике* (Необјављен мастер рад). Београд: Учитељски факултет.
- Tan Şişman, G. (2010). *Sixth grade students' conceptual and procedural knowledge and word problem solving skills in length, area, and volume measurement*. (Unpublished doctoral dissertation). Ankara: Middle East Technical University.
- Tan Şişman, G. & Aksu, M. (2016). A Study on Sixth Grade Students' Misconceptions and Errors in Spatial Measurement: Length, Area, and Volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1293–1319. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9642-5>
- Tirosh, D. (ed.) (1999). *Forms of Mathematical Knowledge. Learning and Teaching with Understanding*. Kluwer Academic Publishers.
- Henning, P. H. (2004). Everyday Cognition and Situated Learning. In D. H. Jonassen (ed.): *Handbook of Research on Educational Communications and Technology* (143–168). Mahwah, New Jersey & London: Lawrence Erlbaum Associates.

*Прилог 1. Протокол индикатора концептуалног и процедуралног знања  
за област мерење и појам дужине у уџбеницима  
математике*

Индикатори концептуалног разумевања	Присутност у уџбенику
1. Поломљени лењир <ul style="list-style-type: none"><li>– Надовезивање мерне јединице</li><li>– Мерна скала на алатима за мерење дужине</li><li>– Нулта тачка</li><li>– Бројеви на лењиру; подеоци као једнаки делови</li></ul>	
2. Обим <ul style="list-style-type: none"><li>– Израчунавање обима</li><li>– Промена обима у зависности од мерне јединице</li></ul>	
3. Резоновање о обиму <ul style="list-style-type: none"><li>– Обим</li><li>– Обим и површина</li></ul>	
4. Резоновање о мерној јединици и мерном броју <ul style="list-style-type: none"><li>– Релација мерног броја и мерне јединице</li><li>– Мерна јединица</li></ul>	
5. Поређење дужина <ul style="list-style-type: none"><li>– Погодна мерна јединица</li><li>– Мерни објекат и мерна јединица</li></ul>	
6. Избор погодне мерне јединице <ul style="list-style-type: none"><li>– Обим фигуре на квадратној мрежи</li><li>– Подударне фигуре на квадратној мрежи</li><li>– Симетричне фигуре на квадратној мрежи</li></ul>	
Индикатори процедуралног знања	Присутност у уџбенику
7. Претварање мерних јединица	
8. Обим многоугла	
9. Обим квадрата	
10. Обим правоугаоника	
11. Лењир за мерење <ul style="list-style-type: none"><li>– Коришћење лењира</li><li>– Уочавање дужи</li><li>– Фигура на квадратној (или тачкастој) мрежи</li></ul>	

**Olivera J. Đokić**

University of Belgrade, Teacher Education Faculty

**Kristina D. Spasić**

Elementary School “Bisa Simić”, Velika Krsna, Mladenovac

## **DIFFERENT TYPES OF KNOWLEDGE ABOUT LENGTH MEASUREMENT IN MATHEMATICS TEXTBOOKS FOR THE FIRST CYCLE OF PRIMARY EDUCATION**

### **Summary**

Textbook content strongly shapes instruction and what teachers do during education and instruction. Research shows that measurement tasks in textbooks are procedural in the first cycle of primary education and that little attention is paid to conceptual understanding of measurement, which can limit measurement procedures. Therefore, we analyzed the current mathematics textbooks that have been approved and are used in schools in Serbia in order to observe tendencies in them as opportunities for learning about measuring length, since the biggest changes in the curricula for the first cycle of primary education occurred in the domain of measuring. The goal of the research is to examine the extent to which requirements/tasks orientated to two types of knowledge – conceptual and procedural – are represented in mathematics textbooks for the domain of measurement and the concept of length. The descriptive method and content analysis technique were applied in the paper. Based on the research of students' achievement for conceptual understanding and procedural knowledge of measuring length, area and volume (Tan Şişman, 2010), we formed a list of indicators that indicate learning opportunities in mathematics textbooks for the aforementioned different types of knowledge about measuring length that are presented to students of the first three grades of primary school. The basic results of the research show that in textbooks for the first grade, length measurement tasks orientated to conceptual understanding dominate, while in the textbooks for the second and third grades, there is a significantly greater presence of those tasks orientated to procedural knowledge. We highlight an interesting research result for textbooks for the third grade from different textbook publishers with smaller differences in the frequency of the presence of tasks focused on conceptual understanding and procedural knowledge compared to the larger difference between the two types of knowledge in the first two grades.

**Keywords:** *length measurement, conceptual and procedural knowledge, mathematics textbooks, curriculum, Serbia.*