

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

ШУМАРСКИ ФАКУЛТЕТ



Марко М. Казимировић

СИМУЛАТОР РАСТА ШУМСКИХ СТАБАЛА И
САСТОЈИНА „РАСТко“: РАЗВОЈ И
ПАРАМЕТРИЗАЦИЈА ЗА БУКВУ У ЗАПАДНОЈ
СРБИЈИ

докторска дисертација

Београд, 2022.

ИНФОРМАЦИЈЕ О МЕНТОРУ И ЧЛАНОВИМА КОМИСИЈЕ

Ментор:

Др Бранко Стајић, редовни професор Универзитета у Београду – Шумарског факултета

Чланови Комисије:

1. др Бранко Стајић, редовни професор Универзитета у Београду - Шумарског факултета, ужа научна област Планирање газдовања шумама.
2. др Дамјан Пантић, редовни професор Универзитета у Београду - Шумарског факултета, ужа научна област Планирање газдовања шумама.
3. др Оливера Кошанин, редовни професор Универзитета у Београду - Шумарског факултета, ужа научна област Екологија шума.
4. др Ненад Петровић, ванредни професор Универзитета у Београду - Шумарског факултета, ужа научна област Планирање газдовања шумама.
5. др Војислав Дукић, редовни професор Универзитета у Бањој Луци - Шумарског факултета, ужа научна област Планирање газдовања шумама.

Датум одбране: __ / __ / 2023. године.

ИЗЈАВЕ ЗАХВАЛНОСТИ

Неизмерну захвалност на свесрдној помоћи дугујем својој супрузи Милици која не само да ми је била безрезервна подршка у свим епизодама кроз које сам пролазио у току израде дисертације, него ми је и несебично помогла приликом премера узорака и контроле добијених резултата.

Безграничну захвалност дугујем својим родитељима и брату, који су ми давали несебичну подршку свих ових година и подржавали моје школовање.

За све идеје, савете и помоћ у току израде докторске дисертације огромну захвалност дугујем свом ментору Др Бранку Стајићу, редовном професору Шумарског факултета у Београду.

На свим корисним сугестијама захваљујем се члановима комисије и поштованим професорима Шумарског факултета, Универзитета у Београду Др Дамјану Пантићу, Др Оливери Кошанин, Др Ненаду Петровићу, као и колеги Др Војиславу Дукићу са Шумарског факултета Универзитета у Бањој Луци.

Велику захвалност дугујем и свим осталим колегама са Шумарског факултета, ЈП „Србијашума“ и Националног парка „Тара“, који су својим саветима и конкретним залагањем помогли израду ове дисертације. Такође, изузетну захвалност на свесрдној помоћи приликом припреме узорака дугујем свом паши Владици Томовићу.

Захваљујем се својим кумовима и пријатељима који су били уз мене да ме саслушају и посаветују када ми је то требало.

Израда дисертације је реализована уз подршку билатералног пројекта број (*Geschäftszeichen*) 334-06.01-13-281-020-01, под називом „Развој и имплементација адаптивних стратегија газдовања шумама у условима климатских промена - (Адаптивно управљање шумама - Немачка - Србија)- ANKLIWA-DS“. Пројекат је реализован кроз сарадњу Шумарског факултета у Београду и Albert-Ludwigs универзитета из Фрајбурга, на основу средстава одобрених кроз грант (*Förderkennzeichen*) 28102001 донирало Немачког федерално министарство за храну и пољопривреду (BMEL) преко Федералне агенције за храну и пољопривреду (*ptble*).

The dissertation was done with the support of the bilateral project number (*Geschäftszeichen*) 334-06.01-13-281-020-01, entitled "*Development and implementation of adaptation strategies to climate change in forest management (Adaptive Forest Management - Germany - Serbia) - ANKLIWA-DS*". The project was realized through the cooperation of the Faculty of Forestry in Belgrade and the Albert-Ludwigs University from Freiburg, based on funds approved through the grant (*Förderkennzeichen*) 28102001 donated by the German Federal Ministry for Food and Agriculture (BMEL) through the Federal Agency for Food and Agriculture (*ptble*).

у Београду, 2022. године

СИМУЛАТОР РАСТА ШУМСКИХ СТАБАЛА И САСТОЈИНА „РАСТко“: РАЗВОЈ И ПАРАМЕТРИЗАЦИЈА ЗА БУКВУ У ЗАПАДНОЈ СРБИЈИ

Резиме

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“ развијен је и параметризован на основу података о расту букве у западној Србији. Истраживања структуре састојина и моделовање раста стабала реализовани су за огледне површине у ГЈ „Источна Борања“, Лозница и ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара. Анализирана база података састоји се од детаљног премера укупно 66 огледних поља (ОП) односно 2,27 ha високих букових шума. Поред извртака узетих свим стаблима на ОПа, реконструисани су и токова раста и прираста код 52 доминантна стабла. Прикупљени су подаци о расту букве на три геолошке подлоге- гранодиориту, кречњаку и филиту, а покривају и преко 600 m вертикалне дистрибуције букових састојина (395-1020 m н.в.), одражавајући на тај начин динамику раста стабала и састојина букве у горњим деловима ниже брдске зоне вегетације и у целокупној нижој планинској зони. Истраживања старосне структуре ОПа показала су да се у 75% случајева ради о једнодобним (25/66) и приближно једнодобним састојинама (25/66), док је разnodобна старосна структура евидентирана код четвртине анализираних ОПа (16/66). Показано је да искуствена процена старости у буковим састојинама није поуздан метод и да у преко 50% случајева доводи до грешке која је већа од половине добног разреда једнодобних састојина. На формирање погрешног утиска о састојинској старости највише утиче густина састојине исказана преко броја стабала. Анализом података о достигнутим висинама утврђено је да буква на истраживаном подручју у зрелим састојинама достиже висине преко 40 m, што ова станишта сврстава у једна од најпроизводнијих за ову врсту дрвећа код нас и у Европи. У сврху квантификације токова висинског раста на истраживаном подручју тестирана је могућност примене 7 различитих форми модела добијених генерализованим алгебарско диференцијалним поступком (GADA). Након поступка вишекритеријумског избора најбоље динамичне GADA функције, формиране су криве станишних индекса. На основу износа станишног индекса у 100. години (SI_{100}) утврђено је да буква на стаништима највећег производног потенцијала на подручју ШГ "Борања", Лозница достижу веће висине у односу на букву на подручју НП "Тара". Шире посматрано, буква на најбољим стаништима у западној Србији има и до 8 m веће износе SI_{100} него на подручју источне и централне Србије. Доступни подаци нису показали да постоје статистички значајне разлике у оствареним висинама на типовима станишта мапираним у оквиру ГЈ „Источна Борања“. Да би се омогућиле симулације раста стабала букве извршена је и калибрација модела 1) максималног раста пречника, 2) промене ширине крошње и 3) раста почетка крошње. РАСТко је формиран као хибридни симулатора раста шумских стабала и састојина чији извршни је написан у програмском језику R. Оперативна верзија са одговарајућим интерфејсом представљена је корисницима у форми интерактивне *shiny* интернет апликације. Повезаност модула симулатора приказана је одговарајућим алгоритмом, а поред тога детаљно су представљене и доступне функционалности програма. Показано је да је примена GADA приступа приликом конструкције модела висинског раста прикладнија је за разврставање станишта по производности у односу на приступ који је коришћен приликом израде полиморфних станишних индекса у склопу симулатора SILVA (Немачка) и SYBILA (Словачка). Прва тестирања су показала да РАСТко функционише на очекивани начин и да може да симулира раст стабала и састојина букве на подручју на којем је вршена параметризација модела.

Кључне речи: раста стабала, раст састојина, буква, западна Србија, модели, симулације

GROWTH SIMULATOR OF FOREST TREES AND STANDS „RASTko“: DEVELOPMENT AND PARAMETRIZATION FOR BEECH IN WEST SERBIA

Summary

The growth simulator of forest trees and stands "RASTko" was developed and parameterized based on data reflecting the beech growth in western Serbia. Investigations of the stand's structure and modelling of tree growth were carried out for sample areas in GJ "Istočna Boranja", Loznica and GJ "MZ Rača", NP Tara. The studied database consists of a detailed survey of 66 sample fields (SP) in total, i.e. 2.27 ha of high beech forests. In addition to the core samples taken from all the trees at the SPs, the growth of 52 dominant trees was also reconstructed. Data were collected on three geological substrates - granodiorite, limestone and phyllite, and they cover over 600 m of the vertical distribution of beech stands (395-1020 m a.s.l.), thus showing the dynamics of beech growth in the upper parts of the lower hilly vegetation zone and the entire lower mountain zone. Investigations of the age structure showed that in 75% of cases, SPs are even-aged (25/66) and approximately same-age stands (25/66), while uneven age structure was recorded in a quarter of the investigated SPs (16/66). It has been shown that the experiential assessment of age in beech forests isn't a reliable approach, which leads in more than 50% of cases to an error greater than half of the age class for even-aged stands. The wrong impression is primarily influenced by the stand density expressed through the number of trees. The analysis of the heights reached revealed that the beech in the researched area in mature stands reaches a height of over 40 m, which ranks these habitats as one of the most productive for this type of tree in our country and Europe. To quantify the height growth patterns in the researched area, the possibility of applying 7 different forms of models obtained by the generalized algebraic differential procedure (GADA) was tested. After the multi-criteria selection of the best dynamic GADA function, site index curves were formed. Based on the value of the site index in the 100th year (SI_{100}), it was determined that beech at the most productive sites in the area of ŠG "Boranja", Loznica reached greater heights compared to the beech in the area of NP "Tara". More broadly, beech growth at the best sites in western Serbia is up to 8 m higher than SI_{100} values in Eastern and Central Serbia. The available data did not show statistically significant differences in heights along site types mapped for GJ "Istočna Boranja". To enable simulations of the beech growth, the model of 1) maximum growth of diameter, 2) changes in crown width and 3) growth of the crown base was calibrated. RASTko was formed as a hybrid individual tree growth simulator coded in the R programming language. The operational version with the appropriate interface is presented to users as an interactive shiny internet application. The relation between simulator modules is shown with the descriptive algorithm, and in addition, the available functionalities of the program are presented in detail. It has been discussed that the GADA approach in the height growth modelling is more suitable for classifying habitats by productivity compared to the approach used during the creation of polymorphic habitat indices as part of the SILVA (Germany) and SYBILA (Slovakia) simulators. The first tests showed that RASTko works expectedly and can simulate the growth of trees and beech stands in the area where the model was parameterized.

Key words: tree growth, stand growth, beech, western Serbia, models, simulation

КЉУЧНЕ ДОКУМЕНТАЦИОНЕ ИНФОРМАЦИЈЕ

Редни број (RBB)	
Идентификациони број (IBR)	
Тип документације (TD)	Монографска публикација
Тип записа (TZ)	Текстуални штампани материјал
Врста рада (VR)	Докторска дисертација
Аутор (AU)	МСц Марко М. Казимировић
Ментор (MN)	Др Бранко Стајић, редовни професор
Наслов рада (NR)	СИМУЛАТОР РАСТА ШУМСКИХ СТАБАЛА И САСТОЈИНА „РАСТко“: РАЗВОЈ И ПАРАМЕТРИЗАЦИЈА ЗА БУКВУ У ЗАПАДНОЈ СРБИЈИ
Језик публикације (JP)	Српски
Земља публикације (ZP)	Републике Србија
Географско подручје (GP)	Србија
Година издавања (GI)	
Издавач (IZ)	Ауторски репринт
Место издавања (MS)	11030 Београд, Р. Србија, Кнеза Вишеслава 1
Физички обим рада (FO) (број поглавља / страна / литературних цитата / табела / прегледа / графикана / дијаграма / шема / карти / фототаблица / прилога)	10 поглавља, 227 страница, 295 литературних цитата, 30 табела, 51 графикон, 19 слика, 1 шема, 1 код
Научна област (NO)	Шумарство
Научна дисциплина (DIS)	Планирање газдовања шумама
Предметна одредница/Кључне речи (PO)	раст стабала, раст састојина, буква, западна Србија, модели, симулације
UDK	
Чува се (CU)	Библиотека Шумарског факултета, Кнеза Вишеслава 1, 11030 Београд, Србија
Важна напомена (VN)	Нема
Датум прихватања теме (DP)	Одлука ННВ Шумарског факултета, бр. 01-2/42, од 31.03.2021. год. Одлука Већа научних области биотехничких наука, 02-08 број: 61206-1555/2-21, од 13.04.2021. год.
Датум одбране (DO)	
Комисија за оцену (KO)	<ol style="list-style-type: none"> 1. др Бранко Стајић, редовни професор Универзитета у Београду - Шумарског факултета, ужа научна област Планирање газдовања шумама. 2. др Дамјан Пантић, редовни професор Универзитета у Београду - Шумарског факултета, ужа научна област Планирање газдовања шумама. 3. др Оливера Кошанин, редовни професор Универзитета у Београду - Шумарског факултета, ужа научна област Екологија шума. 4. др Ненад Петровић, ванредни професор Универзитета у Београду - Шумарског факултета, ужа научна област Планирање газдовања шумама. 5. др Војислав Дукић, редовни професор Универзитета у Бањој Луци - Шумарског факултета, ужа научна област Планирање газдовања шумама.

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number (ANO)	
Identification number (INO)	
Document type (DT)	Monographic publication
Type of record (TR)	Textual printed article
Contains code (CC)	Ph.D. thesis
Author (AU)	Marko Kazimirović, MSc
Mentor (MN)	Dr Branko Stajić, Professor
Title (TI)	GROWTH SIMULATOR OF FOREST TREES AND STANDS „RASTko“: DEVELOPMENT AND PARAMETRIZATION FOR BEECH IN WEST SERBIA
Language of text (LT)	Serbian
Country of publication (CP)	Republic of Serbia
Locality of publication (LP)	Serbia
Publication year (PY)	
Publisher	Author's reprint
Publication place (PL)	11030 Belgrade, R. Serbia, Kneza Višeslava 1
Physical description (PD) (Number of chapters/pages/ citations/tables/reviews/ charts/diagrams/scheme/maps/images/annexes)	10 chapters, 227 pages, 295 literature citations, 30 tables, 51 graphics, 19 figures, 1 schema, 1 code
Science field (SF)	Forestry
Science discipline (SD)	Forest management planning
Subject/Key words (CX)	tree growth, stand growth, beech, western Serbia, models, simulation
UDC	
Holding data (HD)	Library of Faculty of Forestry, Kneza Višeslava 1, 11030 Belgrade, Serbia
Note (N)	None
Accepted by scientific board on (ACB)	Decision of Academic-Scientific Council of Faculty of Forestry, No. 01-2/42, from 31.03.2021. Decision of Professional Board of Biotechnical Sciences, 02-08 No: 61206-1555/2-21, from 13.04.2021.
Defended on (DE)	
Thesis defend board (DB)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Dr Branko Stajić, full professor the University of Belgrade – Faculty of Forestry, scientific field of Forest management planing. 2. Dr Damjan Pantić, full professor the University of Belgrade – Faculty of Forestry, scientific field of Forest management planing. 3. Dr Olivera Košanin, full professor the University of Belgrade – Faculty of Forestry, scientific field of Forest ecology 4. Dr Nenad Petrović, full professor the University of Belgrade – Faculty of Forestry, scientific field of Forest management planing. 5. Dr Vojislav Dukić, full professor the University of Banja Luka – Faculty of Forestry, scientific field of Forest ecology

САДРЖАЈ

ПОПИС ТАБЕЛА.....	i
ПОПИС ГРАФИКОНА	iii
ПОПИС СЛИКА	vi
ПОПИС ШЕМА.....	vii
ПОПИС КОДОВА	vii
1. УВОД	1
2. ПРОБЛЕМ И ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА	9
2.1. Подаци – извори и начини њиховог прикупљања	9
2.2. Моделовање раста.....	11
2.2.1. Модели и симулатори раста	11
2.2.2. Модели раста у висину.....	14
2.2.3. Модели раста у дебљину	20
2.2.2. Моделовање раста у Србији	23
3. ОБЈЕКАТ ИСТРАЖИВАЊА	29
3.1. Мапирање станишних типова	30
3.2. Огледна површина.....	34
3.3. Анализа раста доминантних стабала	42
3.4. Вертикална дистрибуција узорка	47
4. ЦИЉ И ЗАДАТАК РАДА	49
5. ХИПОТЕЗЕ У ИСТРАЖИВАЊУ	51
6. МЕТОД РАДА	52
6.1. Прикупљање емпиријских података	52
6.2. Анализа и приказ прикупљених података	54
6.3. Извршни код симулатора.....	72
7. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА.....	74
7.1. Структура састојина	74
7.1.1. Старост	74
7.1.2. Број стабала	83
7.1.3. Дебљинска структура	86
7.1.4. Висинска структура.....	96
7.1.5. Мапе крошњи.....	103
7.1.6. Темелница и запремина састојина	106

7.2. Модели раста стабала.....	111
7.2.1. Раст стабала у висину - станишни индекси.....	111
7.2.1.1 Поређење са станишним индексима у Србији и Европи.....	124
7.2.1.2 Раст у висину на различитим типовима станишта.....	127
7.2.2. Раст стабала у дебљину.....	128
7.2.2.1 Зависност радијалног прираста од станишних услова.....	131
7.2.2.2 Зависност радијалног прираста од састојинских услова.....	136
7.2.2.3 Модел максималног раста и прираста пречника.....	138
7.2.3. Раст крошњи стабала.....	141
7.3. Структура симулатора раста РАСТко.....	142
7.3.1. Основне информације.....	142
7.3.2. Алгоритам.....	145
7.3.3. Модули.....	146
7.3.3.1 Модул за израчунавање елемената раста.....	146
7.3.3.2 2D и 3D приказ састојине.....	148
7.3.3.3 Модул за одређивање конкуренције.....	155
7.3.3.4 Модул раста.....	164
7.3.3.5 Модул одумирања стабала.....	182
7.3.3.6 Модул за узгојне интервенције.....	184
7.4. Могућности и ограничења симулатора.....	188
8. ДИСКУСИЈА.....	191
8.1. Симулатор раста РАСТко.....	196
8.2. Значај резултата истраживања за шумарску праксу и задаци будућих истраживања.....	198
9. ЗАКЉУЧЦИ.....	201
9.1. Структура састојина.....	201
9.2. Модели раста.....	203
9.3. Симулатор раста РАСТко.....	205
10. ЛИТЕРАТУРА.....	208
БИОГРАФИЈА.....	229
ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ.....	234
ИЗЈАВУ О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКОГ РАДА.....	235
ИЗЈАВУ О КОРИШЋЕЊУ.....	236

ПОПИС ТАБЕЛА

Табела 1. Зоне раста вегетације у Србији према Кошанин и остали (2017).....	31
Табела 2. План узорковања састојина и доминантних стабала на кречњачкој геолошкој подлози и филиту.	33
Табела 3. Основне информације о огледним пољима постављеним у буковим састојинама на различитим типовима станишта на гранодиоритној геолошкој подлози на огледној површини 1 (ГЈ „Источна Борања“).....	35
Табела 4. Основне информације о огледним пољима постављеним оквиру огледне површине 2 у чистим буковим састојинама на кречњачкој геолошкој подлози у ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара.	38
Табела 5. Основне информације о доминантним стаблима узетим за анализу раста и прираста у чистим буковим састојинама на типовима станишта у оквиру гранодиоритне геолошке подлоге у ГЈ „Источна Борања“.	42
Табела 6. Основне информације о доминантним стаблима узетим за анализу раста и прираста у буковим састојинама на кречњачку и филиту у ГЈ „Источна Борања“.	43
Табела 7. Основне информације о доминантним стаблима узетих за анализу раста и прираста у буковим састојинама на кречњачкој геолошкој подлози у ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара.	47
Табела 8. Базични модели и тестирани динамични облици модела М1-М5 (Cieszewski 2004), М6 (Cieszewski 2001; Cieszewski et al. 2006) и М7 (Cieszewski 2002). Са $\beta_1 - 2$ означени су параметри модела, H_0 је доминантна висина у референтној старости T_0 , H доминантна висина у старости T , а X_0 варијабла која представља производност станишта.	62
Табела 9. Основни статистички показатељи дистрибуције старости стабала по станишним типовима и огледним пољима на гранодиоритској геолошкој подлози.	77
Табела 10. Основни статистички показатељи старости стабала по експозицијама, рељефним облицима и огледним пољима на кречњачкој геолошкој подлози.	81
Табела 11. Карактеристични средњи пречници састојине (dg и Dg), њихова релативна разлика ($\Delta dg - Dg[\%]$), стандардна девијација (SD) и коефицијенти асиметрије- α_3 и спљоштености- α_4 дистрибуције пречника на огледним пољима постављеним у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту.	88
Табела 12. Број дебљинских степени емпиријске и параметри теоријске дистрибуције пречника код огледних поља постављених у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. Апсолутна максимална дистанца (D), критична дистанца ($D_{0,05}$) и вероватноћа (p) код Kolmogorov-Smirnov теста.	90
Табела 13. Карактеристични средњи пречници састојине (dg и Dg), њихова релативна разлика ($\Delta dg - Dg[\%]$), стандардна девијација (SD) и коефицијенти асиметрије - α_3 и спљоштености - α_4 дистрибуције пречника на огледним пољима постављеним у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози.	94
Табела 14. Број дебљинских степени емпиријске и параметри теоријске дистрибуције пречника код огледних поља постављених у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. Апсолутна максимална дистанца (D), критична дистанца ($D_{0,05}$) и вероватноћа (p) код Kolmogorov-Smirnov теста.	95
Табела 15. Параметри (a , b , c) Проданове функције, стандардна грешка регресије ($RMSE$) висинских кривих ОПа у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту као и износи средње састојинске висине и средње висине доминантних стабала.	98
Табела 16. Параметри (a , b , c) Проданове функције, стандардна грешка регресије ($RMSE$) висинских кривих ОПа у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози, као и износи средње састојинске висине и средње висине доминантних стабала.	101

Табела 17. Основне информације о сетовима података коришћеним за параметризацију и верификацију модела, дате по старосним класама ширине 20 година.....	113
Табела 18. Параметри и основни статистички показатељи тестираних GADA модела. Значајност процењених параметара модела приказана је на следећи начин: $p < 0,001^{***}$, $p < 0,01^{**}$, $p < 0,05^*$, $p < 0,1$. и $p > 0,1$ (ns).....	114
Табела 19. Калибрациона и верификациона статистика селектованих модела кандидата након примене AP2MA1.....	116
Табела 20. Асимптотски износи висина (A [m]), старост (T [god]) и износ (i_{th} [m]) текућег висинског прираста у моменту кулминације према моделима на стаништима различитог производног потенцијала (CI_{100} од 20 до 40 m).	117
Табела 21. Очекивани износи висина код станишних индекса од 20 до 40 m у 100. години (CI_{100} [m]).	123
Табела 22. Параметри и основни статистички показатељи модела максималног раста пречника доминантних стабала M15.	138
Табела 23. Калибрациона статистика модела M15.....	139
Табела 24. Параметри и основни статистички показатељи модела раста ширине крошње (b [m])- M12 и почетка крошње (hd [m])- M13, у односу на прсни пречник (d [cm]) и остварене висине (h [m]).....	141
Табела 25. Гранични износи коефицијената ci за свих 9 станишних варијабли код букве (према Kahn 1994)	167
Табела 26. Износи коефицијента γ за агрегационе функције (73 - 78) код букве (према Kahn 1994). .	170
Табела 27. Параметри за одређивање потенцијалног висинског раста букве у западној Србији.	172
Табела 28. Коефицијенти a_0 - a_5 коришћени приликом моделовања висинског прираста букве (Kahn, Āurský 1990; Kahn 1994; Kahn, Pretzsch 1997; Pretzsch et al. 2002a).	176
Табела 29. Коефицијенти a_0 - a_5 коришћени приликом моделовања дебљинског прираста букве (Kahn, Āurský 1990; Kahn 1994; Kahn, Pretzsch 1997; Pretzsch et al. 2002a).	177
Табела 30. Коефицијенти a_0 - a_4 и b_0 - b_2 коришћени приликом моделовања вероватноће преживљавања Lx помоћу израза (99) и одумирања $Mrt\%$ према (100) у састојинама букве (Dursky et al. 1996; Fabrika 2005).....	184

ПОПИС ГРАФИКОНА

Графикон 1. Вертикална дистрибуција постављених огледних поља и стабала узетих за анализу раста и прираста на гранодиориту, кречњаку и филиту. Значење коришћених ознака је приказано у легендама слика 3-7.	48
Графикон 2. Троструки приказ изгледа дебла и крошње.	71
Графикон 3. Дистрибуција старости стабала по станишним типовима и огледним пољима (ОП) на гранодиоритској геолошкој подлози.	76
Графикон 4. Дистрибуција старости стабала по експозицијама, рељефним облицима и огледним пољима на кречњачкој геолошкој подлози.	80
Графикон 5. Зависност између грешке процене старости [god] и броја стабала [N/ha]	82
Графикон 6. Број стабала по јединици површине на ОП постављеним у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. Зависност између старости и броја стабала исказана степеном функцијом са статистички значајним параметрима на нивоу $p < 0,001$	84
Графикон 7. Број стабала по јединици површине на ОП постављеним у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. Зависност између старости и броја стабала исказана степеном функцијом са параметрима који су статистички значајни на нивоу а- $p < 0,001$ и б- $p < 0,05$	85
Графикон 8. Дебљинска структура и величине карактеристичних пречника dg и Dg на огледним пољима постављеним у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. У левом доњем делу приказан је међусобни однос пречника и промена Dg са старошћу.	87
Графикон 9. Дебљинска структура и величине карактеристичних пречника dg и Dg на огледним пољима постављеним у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. У левом доњем делу приказан је међусобни однос пречника и промена Dg са старошћу.	93
Графикон 10. Висинске криве ОПа у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту и промена износа средње висине доминантних стабала (Hg) са повећањем старости.	97
Графикон 11. Висинске криве ОПа у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози и промене износа доминантних висина - Hg са просечном старошћу.	101
Графикон 12. Мапе крошњи за ОПа на различитим станишним типовима на гранодиориту. Зависност између прсног пречника (d [cm]) и застрте површине (Zp) приказан степеном функцијом.	104
Графикон 13. Мапе крошњи за ОПа у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. Зависност између прсног пречника (d [cm]) и застрте површине (Zp) приказана је степеном функцијом.	105
Графикон 14. Темељнице (G/ha у m^2) и запремине (V/ha у m^3) ОПа постављених у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту., као и дистрибуција запремина у оквиру "добног разреда" 85-105 година код прва четири типа станишта.	108
Графикон 15. Запремине (V/ha) и темељнице (G/ha) огледних поља постављених у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози.	109
Графикон 16. Емпиријске серије висинског раста 52 доминантна стабала букве у западној Србији. Нијансе сиве боје линија усклађене су са износивима станишних индекса (SI_{100}) и постају тамније са већим износивима овог показатеља.	112
Графикон 17. Пристрасност (e) и стандардне грешке регресије ($RMSE$) процене висина помоћу модела M_5 , M_6 , M_7 , M_9 и M_{10} по старосним класама ширине 10 година.	116

Графикон 18. Дистрибуција грешке модела без ($M5$) и са моделовањем варијансе и аутокорелационе структуре резидуала ($M5(AR2MA1)$). Код делова графика под а) и б), испрекидана линија представља линију регресије, а под ц) пуном линијом дат је линеарни модел.	119
Графикон 19. Релативна грешка (RE [%]) избора референте старости код модела $M5$	120
Графикон 20. Стабилност процене станишних индекса са старошћу код модела $M5$	120
Графикон 21. Стандардна грешка регресије ($RMSE$) у зависности од старости и ширине интервала лага (лево) и критична грешка процене ($Ecrit.$) доминантних висина у односу на ширину интервала лага (десно) код модела $M5$	120
Графикон 22. Криве висинског раста и текућег прираста за станишне индекса од 20 до 40 m у 100. години ($СИ_{100}$ [m]).	122
Графикон 23. Упоредни приказ станишних индекса за букву у западној Србији са анаморфним кривим (Stajić et al. 2016) за Жагубицу (лево) и полиморфним кривим (Stajić et al. 2021) за Жагубицу и Рудник.	124
Графикон 24. Упоредни приказ кривих станишних индекса за букву у западној Србији и кривих у Великој Британији (Manso et al. 2021b), Словачкој (Sharma et al. 2019a), Пољској (Socha et al. 2020), западној Летонији (Matisons et al. 2018), Данској (Nord-larsen 2006) и Швајцарској (Álvarez-González et al. 2010).	125
Графикон 25. Анализа варирања висина доминантних стабала у 100. години ($СИ_{100}$) на анализираним геолошким подлогама (лево, под а и б) и станишним типовима на гранодиориту (десно, под ц и д).	128
Графикон 26. Износи радијалног прираста код доминантних стабала и стабала нижег социјалног положаја на различитим геолошким подлогама. Пуном и тачкастом линијом су приказане упросечене хронологија радијалног прираста ове две категорије стабала.	129
Графикон 27. Раст прсног пречника доминантних стабала и стабала нижег социјалног положаја на анализираним огледним пољима.	130
Графикон 28. Дистрибуција емпиријских података и средњи износи радијалног прираста (i_r [mm]) доминантних стабала на гранодиориту, кречњаку и филиту.	132
Графикон 29. Дистрибуција емпиријских података и средњи износи радијалног прираста (i_r [mm]) осталих стабала нижег социјалног положаја на гранодиориту и кречњаку.	133
Графикон 30. Упросечени радијални прирасти (i_r [mm]) остварени код доминантних стабала и осталих стабала (црне и сиве тачке), у појединачним годинама живота (T [god]) и на стаништима различитог производног потенцијала ($СИ_{100}$ [m]).	134
Графикон 31. Коефицијенти корелације и ниво њихове значајности између радијалног прираста (i_r [mm]) формираног у појединачним годинама (Година) и станишних индекса у 100. години старости ($СИ_{100}$ [m]) код доминантних и осталих стабала.	135
Графикон 32. Износи коефицијената конкуренције KKL и остварени радијални прирасти (i_r [mm]) у оквиру обе групе стабала различитог социјалног положаја.	137
Графикон 33. Дистрибуција резидуалне грешке модела $M15$ ($AR2MA1$) у односу на процењени пречник (лево) и аутокорелациони коефицијенти код првих 15 доцњи резидуала (десно).	139
Графикон 34. Модел раста максималног пречника [cm] на стаништима различитог производног потенцијала ($СИ_{100}$ [m]). Боје на представљеној равни индикативно одражавају промену $СИ_{100}$	140
Графикон 35. Висине почетка крошње (hd [m]) (црне тачке) и ширине крошње (b [m]) (сиве тачке) у односу на прсни пречник (d [cm]) и остварене висине (h [m]). Идентичним бојама приказане су равни добијене на основу модела $M12$ и $M13$	142
Графикон 36. Алгоритам функционисања симулатора раста шумских стабала и састојина „РАСТко“.	146

Графикон 37. Принцип одређивања конкурената и улазне величине за калкулацију коефицијента крошњи доступне светлости – KKL (према Pretzsch 1995).	156
Графикон 38. Спољна граница ОП29, одређена на основу ивице крошњи, применом алгоритма конвексног тупа.	158
Графикон 39. Угао пресека- δ између купе светлости пројектоване са посматраног стабла j на конкурента i (сиви круг) и спољне границе огледног поља.	158
Графикон 40. Изглед купе прилива светлости конструисане за стабло 2 у односу на остала стабла са ОП 29 приказан из бочне перспективе (лево) и одозго (десно).	159
Графикон 41. Изглед купа прилива светлости конструисане за стабло 3 у односу на остала стабла са ОП 29 и конкурентска стабла 1, 2 и 4 који нарушавају овај простор из бочне перспективе (лево) и одозго (десно).	160
Графикон 42. Експоненцијално опадање износа $\ln(1 + CCL)$ са повећањем запремине код 783 анализираних стабала букве на 66 огледних површина.	161
Графикон 43. Утврђивања индекса $RDIST$ на примеру стабла 6 (j) на ОП 29.	163
Графикон 44. Механизам трансформације станишних варијабли у релативне коефицијенте (према Kahn 1994).	166
Графикон 45. Трансформационе криве станишних варијабли и њихова подобност за букву (према Kahn 1994).	168
Графикон 46. Зависност облика криве- b од времена кулминације- $tkulm$ код висинског прираста за станишта букве у западној Србији.	172
Графикон 47. Пример криве висинског раста букве за конкретне станишне услове.	173
Графикон 48. Упоредни приказ кривих висинског раста букве у оптималним и најмање повољним станишним условима код симулатора PACTко, SILVA (Pretzsch и остали, 2002) и SYBILA (Fabrika, 2005).	174
Графикон 49. Крива потенцијалног дебљинског прираста $idpot$ формирана за стабла са различитим износима површине омотача крошње (Pok) и на станишту са наведеним износом $СИ_{100}$ од 30 m.	178
Графикон 50. Разлика (Δid) између емпиријских (id) и моделованих ($idSILVA$) износа дебљинског прираста букве (плаве тачке). Нормалне криве указују на растурање резидуала по класама, а пуна црна линија представља линеарни модел промене $X\Delta id$ са порастом независне променљиве ($idSILVA$).	180
Графикон 51. Појавни облици систематске пристрасности грешке резидуала.	181

ПОПИС СЛИКА

- Слика 1. Административне границе округа и подручја западне Србије у којем је извршено прикупљање података о расту и прирасту шумских стабала и састојина букве. 29
- Слика 2. Развојне фазе састојина букве: 1. Младе (старости до 60 година), 2. Средњедобне (60-80 година), 3. Дозревајуће (80-100 година) и 4. Зреле састојине (100-120 година). 34
- Слика 3. Карта станишних типова у ГЈ „Источна Борања“, са локацијама постављених огледних поља и стабала узета за реконструкцију раста у чистим буковим састојинама. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења.....37
- Слика 4. Локација постављених огледних поља и узетих доминантних стабала за анализу раста и прираста у чистим буковим састојинама на кречњачкој матичној подлози. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења у ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара. 40
- Слика 5. Локација постављених огледних поља у чистим буковим састојинама на кречњачкој матичној подлози. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења у ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара.41
- Слика 6. Локација узетих стабала за анализу раста и прираста на кречњачкој матичној подлози у ГЈ „Источна Борања“. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења. 45
- Слика 7. Локација оборених стабала за анализу раста и прираста на филитској матичној подлози у ГЈ „Источна Борања“. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења. 46
- Слика 8. Дискретни и континуални приказ тродимензионалних модела раста у висину (Cieszewski 2002). 60
- Слика 9. Учитавање података у симулатор раста „РАСТко“143
- Слика 10. Пример стандардизованог обрасца за унос података премера ОП у симулатор раста „РАСТко“ 144
- Слика 11. Унос године премера, координата (а), станишног индекса (б) и провера унесених података (ц) у симулатору раста „РАСТко“145
- Слика 12. Пример 2D интерактивних графикона које симулатор формира за висинске криве и дебљинску структуру.....149
- Слика 13. Изглед опције „Obrada“ са свим табеларним и графичким резултатима обраде података.150
- Слика 14. Пример 2D интерактивног графикона који симулатор формира приликом приказивања карте крошњи..... 151
- Слика 15. Терен у форми изломљене равни, добијене на основу дигиталног елевационог модела (ДЕМ) резолуције 25x25 m. 152
- Слика 16. Просторне позиције стабала у односу на мрежу ДЕМ-а као основ за реализацију алгорита билинеарне интерполације. 153
- Слика 17. Пример 3D интерактивног графикона који симулатор формира приликом приказивања терена и стабала.154
- Слика 18. Пример класификације у једну од категорија стабала: 1) доминантна, 2) ко-доминантна, 3) индиферентна и 4) потиштена.185
- Слика 19. Четири маргиналне ситуације у погледу тачности, прецизности и пристрасности симулације, илустроване помоћу различито пробушених мете..... 189

ПОПИС ШЕМА

Шема 1. Веза између фактора окружења и типа шумског станишта (Кошанин et al. 2021). 30

ПОПИС КОДОВА

Код 1. Извршни код функције која класификује састојине према старосној структури и одређује пратеће статистичке параметре.55

1. УВОД

Производња крупног дрвета и дрвне биомасе у шумарству карактерише се са две специфичне особине (Stajić, Vučković 2021): дуго продукционо раздобље (често преко 100, па и до 200 година) и зависност од разноврсних продукционих услова (станиште, узгојни третман, елементарне непогоде, каламитети, епифитоције, случајни фактори итд.). Имајући претходно у виду, Стајић и Вучковић (2021) напомињу да услед утицаја ових фактора, често непредвидљивих, могу настати следеће ситуације од значаја за обезбеђење максимално могуће производње у шумарству:

1. планови газдовања, на оперативном и стратешком нивоу, могу бити оптерећени **несигурношћу и ограничени**, пре на глобалне претпоставке и искуства, а не на конкретна сазнања,
2. нови концепти узгојних третмана или продукционих програма могу се проверити кроз експеримент у природи само у одговарајуће дугом временском интервалу, **тако да се актуелна решења не могу ослањати директно на емпијски осигурана (проверена) дотадашња знања.**

У начелу, да би се адекватно одговорило свим изазовима са којима се среће савремено газдовање и управљање шумама, шумарска наука и струка треба да обезбеде поуздане нормативе на којима ће базирати мултифункционално газдовања шумама (Vučković, Stajić 2003a). Између осталих, један од кључних критеријума који доприноси правилном газдовању и управљању шумама базира се на познавању динамике раста стабала на стаништима различитог производног потенцијала и у састојинама специфичног структурног облика. Стога је увек неопходно имати сигурне прогнозе о могућим променама раста, структуре и производње шума и шумских станишта (количине произведеног дрвета или биомасе) у будућности, користећи *моделе раста стабала и шума*, који нуде представе о динамици њиховог раста и развоја у времену и простору (Stajić, Vučković 2021). С обзиром на све претходно, може се рећи да је моделовање раста шумских стабала и састојина веома важан део истраживања у шумарству, јер модели раста и прираста представљају основ за ажурирање инвентуре, планирање коришћења и узгојних третмана, односно планирања генерално (Sharma et al. 2019a).

Моделовање представља математички израз природних или друштвених појава (Trifunović 1995), односно формални поступак апстракције стварног света (Fabrika, Pretzsch 2013). Према Стајићу и Вучковићу (2021) *модел* је скуп функција и параметара који описују везе између карактеристичних величина једног процеса или система. С тим у вези, да би се математички описала нека појава, неопходно је да се најпре правилно окарактерише њена природа, затим одабере одговарајућа математичка формулација и да се на крају применом релевантних техника одреде параметри одабраног модела. Поступак одређивања највероватнијих износа параметара назива се калибрација, односно параметризација модела.

У том смислу, *модели раста у шумарству* представљају упрошћену слику раста и развоја шумских стабала и шума (Stajić, Vučković 2021). Овакви модели могу да описују појаве различитог степена сложености, почевши од увећања елемената раста код појединачних стабала, па све до промена параметара структурне

изграђености састојина (Wykoff et al. 1982). Приликом описивање слојевитих и сложенијих појава, као што је раст састојина, појединачни модели могу се формирати за сваки елемент раста (пречник, висину итд.), а затим интегрисати у алгоритам, чијом апликацијом се предвиђа коначан исход једне овакве појаве.

Почетак моделовања раста у шумарству везује се за практичну потребу познавања и предвиђања утицаја различитих директних и индиректних фактора на динамику раста и развоја стабала и састојина. С обзиром да је у једном тренутку примећено да квалитет услова за раст опредељује ниво продукције дрвета, јавило се и настојање да се степен уочених разлика измери и формулише одговарајућим математичким изразима. На самом почетку развоја шумарства, релативно мали сет емпиријских података послужио је као основ за формирање првих модела раста, чијим удруживањем су давне 1795. године настале Паулсенове таблице приноса и прираста.

Појава персоналних рачунара је убрзала развој модела раста у шумарству, најпре кроз дигитализацију постојећих таблица приноса и прираста, а затим и њихово даље усавршавање и трансформацију у моделе раста детаљније резолуције. Тако је, у односу на комплексност структуре и ниво примене, Vanclay (1994) формулисао разлике између модела раста који су оперативни **на нивоу целе састојине** или **појединачних стабала**. Анализирајући разлике између ове две групе модела, Pretzsch (2009) је указао да састојински модели раста нису довољно флексибилни и да не могу адекватно да симулирају раст састојина чија структура на било која начин одступа од структуре састојина на основу којих је модел калибрисан. Уочени недостаци учинили су да модели раста појединачних стабала постану изузетно популарни, јер својом финијом резолуцијом омогућавају симулирање динамике развоја структурно комплексних састојина. Прелазак на анализе структуре и раста стабала и састојина, утемељене на истраживањима раста и услова за раст појединачних стабала и њихових непосредних суседа, ствара нове могућности за спознају и разумевање компликованих законитости процеса раста састојина и омогућавају прецизне прогнозе њиховог даљег развоја (Stajić 2010).

Поред ове две категорије модела, Стајић и Вучковић (2021) наводе и **моделе расподела стабала** по одређеним елементима раста (најчешће пречнику и висинама), који стоје између модела раста састојина и модела раста појединачних стабала.

У ситуацији када треба обезбедити ефикасно управљање већим бројем модела, неопходно је креирање компјутерских програма са одговарајућим функционалностима (Muys et al. 2011; Surový et al. 2011; Härkönen et al. 2019). Оваква софтверска решења називају се **симулатори** и они пружају широк спектар могућности у погледу манипулације улазним факторима који утичу на функционисања и динамику развоја одређеног система (Vanclay 2006; Fabrika, Pretzsch 2013). Говорећи о разликама у појмовима *модел*, *симулација* и *симулатор* Стајић и Вучковић (2021) наводе да је симулатор компјутерски програм који омогућује експериментисање с дигиталним системима моделовања и представља оруђе за реализацију симулације. Према овим ауторима, симулатор се може састојати од једног или више усклађених модела и најбитнија његова одлика јесте широка могућност управљања симулацијом. С друге стране, симулација представља флексибилан експериментални метод, који у релативно кратком временском року

омогућава да се сагледају комбиновани ефекти различитих утицаја на стање система.

Основни циљ експериментисања путем симулација јесте да се кроз методе анализе и синтезе утврди најповољнији поступак управљања одређеним системом у датим околностима. Па тако, да би се израдио и имплементирао нови симулатор раста, Dufour-Kowalski и остали (2012) указују на чињеницу да се њихови аутори морају приликом таквих активности суочити са комплексношћу поступка развоја модела, који између осталог подразумева кодирање и оптимизацију ефикасности рада. То ће, према њима, учинити модел употребљивим и од стране других научника или доносиоца одлука у шумарству и у крајњој линији омогућити да се анализирају резултати симулација и сходно томе донесу одговарајућа газдинска решења.

До сада је развијен значајан број модела и симулатора раста шума и шумских стабала, при чему најсавременији покушавају да систем, односно шумска стабла, шуму или шумски екосистем што реалистичније представе, чиме се стварају вишеструке могућности њихове оцене и коначне примене (Stajić, Vučković 2021). Према Pretzsch-у и осталима (2002) симулатори раста се могу поделити на (цитирано у Stajić, Vučković 2021):

- 1) Симулаторе раста базиране на моделима раста састојина
- 2) Симулаторе раста базиране на моделима дистрибуције стабала
- 3) Симулаторе базиране на моделима раста стабала.

Симулатори раста појединачних стабала настали су интеграцијом модела основних елемената раста, уз примену одговарајућих позиционо зависних или независних индекса конкуренције. За разлику од традиционалних модела раста састојина (таблица приноса и прираста), симулатори раста појединачних стабала омогућавали су до тада неизводиву, а преко потребну флексибилност у погледу:

- 1) избора полазног састојинског стања,
- 2) уноса параметара који описују конкретне станишне услове и
- 3) избора и примене различитих узгојних поступака.

Поред претходно наведене поделе, симулатори раста се, према Стајићу и Вучковићу (2021), могу поделити према начинима моделовања на: емпиријске, процесно-базиране и структурне. *"... Модели и симулатори емпиријске природе су конструисани применом метода регресионе анализе на подацима добијеним мерењем стабала или састојина. За њихову калибрацију неопходни су емпиријски подаци, који се могу добити са дугорочних експерименталних површина, затим премером састојина у различитим развојним фазама ("површине у низу") или из анализе раста стабала. Поред оваквих симулатора, постоје и специфични алгоритми који подразумевају прелазе и комбинације између различитих принципа моделовања. Такве симулаторе Fabrika (2005) назива и хибридни. Најчешће, у комбинацији емпиријских и процесно-базираних модела, доминирају први, те се овакви модели називају и полу-емпиријским...."* (Стајић и Вучковић 2021).

Hasenauer (2006) сматра да емпиријски и полуемпиријски симулатори раста појединачних стабала треба да буду главна потпора за доношење одлука у условима

савременог газдовања шумама. Кључну компоненту овог типа симулатора представљају модели раста висина и пречника појединачних стабала. С тим у вези, од изузетне важности су резултати претходних истраживања, у којима су селектовани и параметризовани одговарајући емпиријски модели раста за различите врсте дрвећа, станишне услове и подручја. У случају када су у литератури доступни релевантни емпиријски модели, поступак креирања симулатора раста се донекле поспешује, јер је тада главни задатак објединити доступне моделе у функционалан систем који може да симулира раст појединачних стабала, а тиме и састојина. На тај начин, сви напори могу бити концентрисани на креирање и тестирање функционалности алгорита симулатора, а затим и на отклањање евентуалних недостатака, додатно усавршавање и коначну верификацију резултата спроведених симулација. Тако је на пример, приликом израде симулатора SIBYLA Fabrika (2005) употребио полиморфне криве висинског раста, које су у таблицама прираста и приноса за приведено важне врсте дрвећа у условима Словачке, презентовали Halaj и остали (1987). Поред тога, у овим таблицама дати су подаци о расту пречника на различитим бонитетима станишта, који су послужили за формирање регресионих модела максималног дебљинског прираста. На сличан начин су Aussenas и остали (2021a, 2021b), приликом формирања симулатора раста састојина SALEM искористили претходно прикупљене податке и параметризоване моделе раста састојина, који су презентовани у оквиру пет различитих студија спроведених у чистим и мешовитим састојинама (састављеним од 12 најважнијих врста дрвећа у Француској).

Уколико неопходни подаци нису доступни ни по једној од наведених основа, то умногоме отежава калибрацију модела, а самим тим оптерећује поступак креирања емпиријских и полуемпиријских симулатора раста стабала. У тој ситуацији, један значајан део ресурса мора бити утрошен на теренске радове и успостављање иницијалне базе података. Консеквенца оваквог вида прерасподеле капацитета јесте појава читавог низа ограничења која се односе на израду и примену симулатора. На првом месту, лимитирају се могућности успостављања свих функционалности које се очекују од симулатора раста, што уједно значи и изостанак евентуалне даље разраде и побољшања одређених аспеката израде симулатора. Затим, треба имати у виду да је опсег употребе симулатора везан за специфичности емпиријских модела, који су валидни само у оним подручјима која су обухваћена приликом спровођења поступка калибрације. Идеално је да се параметризација модела базира на емпиријским подацима са географски најшире могуће територије, који уз то одражавају комплетан варијабилитет станишних услова у којима се проучавана појава одвија. Међутим, када се приликом израде симулатора креће од прикупљања података, за очекивати је да ће ограниченост ресурса условити компромис и сузити примену симулатора на подручје са којег је изводиво прикупити податке. Поред тога што се недостатак података негативно одражава на структуру и калибрацију симулатора, цео поступак додатно оптерећује чињеница да је, за веродостојно спровођење тестирања и верификацију програма, неопходно обезбедити потпуно независан сет података.

Подаци о тренутној и потенцијалној горњој састојинској висини за дату врсту у одређеним станишним условима, неке су од кључних варијабли за савремено газдовање шумама (Pretzsch et al. 2008; Skovsgaard, Vanclay 2008). Познавање карактеристика висинског раста, представља поуздан основ за реализацију читавог

низа задатака у шумарству, од којих се по својој важности издвајају дефинисање оптималног узгојног поступка, одређивање производног потенцијала станишта, пројекција приноса и оријентационо одређивања трајања опходње. Висински раст је готово потпуно независан од састојинске обраслости, посебно кад је у питању колектив доминантних стабала, те се због тога најчешће користи као непристрасан показатељ производности станишта за одређену врсту (Monserud 1985; Cieszewski et al. 2000; Stajić et al. 2016, 2021). Из тог разлога, висина представља један од кључних параметара модела раста и прираста једнодобних састојина (Cieszewski, Strub 2008). На тај начин се индиректно врши процена приносног потенцијала станишта и састојина, при чему се овакав приступ евалуацији базира на компарацији утврђених износа висина са формираним кривим станишних индекса (СИ). Ове криве представљају предефинисане трајекторије висинског развоја и истовремено служе као јединствена скала за рангирање и разврставање састојина на класе сличних висина, односно приносног потенцијала. У склопу дефинисања станишних индекса, конвенционална ознака нпр. $СИ_{100} = 32$ m упућује да је реч о очекиваној висини од 32 m у референтној старости од сто година.

Најједноставнији приступ моделовању висинског раста подразумева израду анаморфних бонитетних снопова методом водеће криве (Elfving, Kiviste 1997; Nanang, Nunifu 1999; Stajić et al. 2016). Успостављањем метода израде полиморфних бонитетних кривих, отклоњени су недостаци проистекли из чисто асимптотског скалирања водеће криве (Stage 1963; Smith 1974; Halaj 1978; Stajić et al. 2021). Појава алгебарско диференцијалног метода (ADA) израде станишних индекса, обезбедила је појаву такозване старосне непроменљивости, односно инваријантности (енгл. *invariant*). Ова особина модела подразумева да крива висинског раста код посматраног станишног индекса има константан облик, без обзира на то која се висина и референта старост са криве користе за пројекцију (Bailey, Clutter 1974; Clutter, Jones 1980; Tait et al. 1988; Trim 2018). Применом генерализованог алгебарско диференцијалног метода (GADA) створени су неопходни теоријски предуслови за формулацију флексибилних модела са више од једног станишно специфичног параметра. На тај начин омогућена је конструкција кривих станишних индекса који истовремено имају карактеристике полиморфних и анаморфних бонитета (Cieszewski, Bailey 2000). У последње две деценије, GADA модели представљају готово стандардан метод моделовање висинског раста и формирања станишних индекса широм планете (Cieszewski 2003; Diéguez-Aranda et al. 2005; Nord-larsen 2006; Pyo 2017; Sharma et al. 2018; Manso et al. 2021b). У склопу тежњи да се успостављени метод додатно унапреди, Nigh (2017) је тестирао могућности примене g-GADA процедуре. У складу са тим, приликом формулације динамичних функција уведен је специфичан приступ одређивања глобалних и локалних параметара, који подразумева њихово довођење у међусобну везу. Стављањем у први план везе између висинског раста и станишта уместо старости, настала је унифицирана теорија алгебарско диференцијалног приступа - UTADA (Cieszewski 2021), која за сада није нашла већу практичну примену. Поред тога, присутна су и интересовања да се појава висинског раста квантификује применом нелинеарних мешовитих модела (Fang, Bailey 2001; Y. Wang et al. 2007; Socha et al. 2021), који су посебно адекватни у контексту проучавања промена динамике раста у односу на одговарајуће климатске параметре (Sharma et al. 2015).

Пораст пречника и осталих елемената раста доминантних стабла одвија се према асиметричној сигмоидној функцији времена, која подразумева експоненцијални раст у младости, затим линеарну стабилизацију током фазе пуне снаге и коначно споро опадањем током фазе старости (Zeide 1989; Tomé et al. 2006; Schelhaas et al. 2018). Увећање пречника остварено током једне вегетационе сезоне представља текући дебљински прираст, који се може израчунати на основу првог извода интегралног облика функције раста. За разлику од висине, раст пречника стабала одвија се под доминантним утицајем конкурентских односа у састојини, чије дејство представља значајан модификатор ефекта станишних услова. Pretzsch и остали (2020) су, током детаљних проучавања природи препуштених и слабо негованих чистих и мешовитих састојина, утврдили да јак утицај конкуренције може у потпуности да "заравни" очекивани криволинијски ток раста пречника. Том приликом је доказано да се евидентирана динамика раста може поистоветити са линеарним трендом, што је затим и додатно потврђено наредним истраживањем на значајно проширеном узорку (Pretzsch et al. 2021). Извори података неопходни за спознају и квантификовање (моделовање) динамике дебљинског раста и прираста појединачних стабала готово су идентични као и код висина (видети Stajić, Vučković 2021). Поред опције премера експерименталних и примерних површина различитог карактера трајности, до информација о расту и прирасту пречника се најчешће долази премером извртака или евентуално котурова узетих на прсној висини. Приликом анализе, радијални прирасти могу бити поређани по хронологији или старости настајања года, у зависности од тога да ли се посматра тачна календарска или физиолошка година у којој је прираст формиран. Међутим, обрада података прикупљених применом наведених метода узорковања, као и премером привремених огледних површина, делом је оптерећена чињеницом да се о претходном газдовању на тим деловима шуме најчешће зна веома мало.

Имајући у виду изузетан практични и економски значај информација о динамици увећања пречника (Vučković, Stajić 2003b; Geßler et al. 2007; West 2016; Dyderski et al. 2018), евидентно је да постоји константно интересовање за унапређењем постојећих и формирањем нових модела раста пречника (Ritchie, Hamann 2008; Xu et al. 2014; Sharma et al. 2017; Pretzsch et al. 2021). У том смислу, Sharma и остали (2017) наводе да се прогноза очекиваног дебљинског раста и прираста стабала за дате станишне и састојинске услове може остварити 1) индиректном применом одговарајућих модификатора оствареног дебљинског прираста или 2) директно помоћу проширених детерминистичких модела. У првом случају се посредно или непосредно прогнозирани износи дебљинског прираста додатно коригују помоћу коефицијената који одражавају погодност услова за раст. С друге стране, ефекти станишта могу бити и директно инкорпорирани у сложене моделе, тако да се оваквим приступом ефекти станишта и састојинских услова директно оцењују приликом прогнозирања очекиваног раста и прираста. Иако се текући прираст често индиректно утврђује из модела раста пречника, подједнако често се практикује и непосредно моделовање серија радијалног или дебљинског прираста (Vučković, Stajić 2003a; Anderson et al. 2018; Schelhaas et al. 2018; Sharma et al. 2019a). Када се ради о моделима прираста пречника, због што ефикасније практичне примене, као независна променљива обично се користе прсни пречници (Schelhaas et al. 2018; Sharma et al. 2019a).

Када је реч о директним методама моделовања дебљинског раста и прираста, постоји широк спектар коришћених типова детерминистичких модела. У последње време су се за ову сврху, као посебно адекватни и робусни, показали нелинеарни мешовити модели - NLME (Xu et al. 2014; Ercanli et al. 2015; Anderson et al. 2018; Sharma et al. 2019a; Hu et al. 2021) и линеарни мешовити модели - LME (Calama, Montero 2005; Uzoh, Oliver 2008; Zhao et al. 2013; Rötzer et al. 2017; Hans Pretzsch et al. 2020; Pretzsch et al. 2021). Токови дебљинског раста и прираста се подједнако веродостојно могу представити и применом нелинеарних модела са фиксним ефектима - NLFE (Anderson et al. 2018; Schelhaas et al. 2018). Било да се ради о моделима са фиксним (FE) или мешовитим ефектима (ME), оба приступа омогућавају боље разумевање разлика које се јављају код хијерархијски и просторно груписаних података. Њиховом применом остварују се јединствене прогнозе за сваку од анализираних група, па се на тај начин повећава прецизност у поређењу са моделима који игноришу структуру података. Поред наведених приступа, моделовање раста пречника реализовано је и применом динамичних GADA модела (Sharma et al. 2017), али и различитим диференцијалним формама функција раста (Tomé et al. 2006; Manso et al. 2021a). Уколико се образовање и величина прираста анализирају у зависности од елемената изграђености крошње, зависност се може представити моделима вишеструке линеарне регресије и степене функције (Vučković, Stajić 2003b; Vučković et al. 2006, 2008; Stajić et al. 2015b), или помоћу генерализованих адитивних модела - GAMM (Podlaski, 2019).

За разлику од модела који су формиран да директно симулирају очекивани раст или прираст, код индиректног метода прогнозе раста параметри функције нису непосредно прилагођени дефинисаном степену конкуренције. У том случају први корак подразумева да се за дату независну променљиву врши процена потенцијалног дебљинског прираста (Kahn, Pretzsch 1997; Pretzsch 2002), односно максимално могућег увећања пречника у оптималним условима за раст (Fabrika 2005). Након што се за сваку годину утврђује максимално могући износ дебљинског прираста за посматрано стабло, у следећем кораку се врши његова редукација на ниво реално очекиваног увећања. Да би се адекватно проценио степен умањења максималног прираста сваке године изнова се израчунавају модификатори прирасног потенцијала, помоћу којих се материјализује и сумира утицај конкуренције, станишних услова и виталности стабала. На тај начин је комбинацијом одговарајућих редукационих коефицијената, омогућено да се све промене у непосредном окружењу стабала одразе и на износе оствареног дебљинског прираста. Управо оваква „сензитивност“ прираста и пратеће стохастичко варирање, представља главни квалитет индиректног метода.

Такође, треба подвући да *"примена симулатора омогућава прогнозу раста и развоја састојине узимајући у обзир широк спектар могућих опција код избора иницијалних старости и структурних облика састојина. Такође, могуће је мењати параметре који описују конкретне станишне услове, те на тај начин симулирати различите варијанте раста и развоја стабала и састојина у односу на врсту и јачину климатских промена. Поред тога, од посебног значаја за оптимизацију одрживог газдовања шумама јесте постојање могућности да се кроз симулације тестирају ефекти примене различитих узгојних поступака на раст и производност шумских састојина. Стога, хибридни симулатори представљају моћне алате на основу којих је могуће заснивати доношење практичних закључака*

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

везаних за избор оптималног газдинског поступка, који ће на крају продукционог периода дати најповољније производне и еколошке ефекте за састојине различите структуре" (Stajić, Vučković 2021).

Имајући у виду све претходно, може се уочити велики значај који имају модели раста и симулатори раста за данашњу шумарску науку и струку, али и за даљи развој екологије, климатологије и других области, чиме се значајно доприноси одрживом развоју наше земље.

2. ПРОБЛЕМ И ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА

2.1. Подаци – извори и начини њиховог прикупљања

Успостављање и параметризација емпиријских модела раста различитих врста дрвећа у неком подручју представља приоритетни задатак истраживача раста и прираста шумских стабала и састојина. Најприкладнији материјал за реализацију наведеног задатка представља база података формирана на основу сукцесивних премера мреже дугорочних огледних површина, са познатим експерименталним третманом. Алтернативно, до неопходних информација се може доћи и на основу мреже привремених огледних површина, које су постављене у састојинама различитих развојних фаза и на стаништима различитог производног потенцијала (видети Stajić, Vučković 2021). С тим у вези, Burkhardt (2012) и Nord-larsen (2006) деле став да периодичан премер висина и осталих елемената раста на сталним огледним површинама познате старости представља идеалан основ за моделовање раста у висину. Сличног мишљења су и Sharma и остали (2017), који наводе да преферирају употребу података са сталних огледних површина у сврху калибрације динамичних модела раста висина и пречника. Утемељење за овакав став проналазе у чињеници да у том случају постоје изузетно драгоцене информације о историјском развоју анализираних састојина. С друге стране, Sharma и остали (2011) су претходно указали и на једну негативну појаву приликом постављања сталних експерименталних површина. Наиме, уочено је да постоји тенденција да се формирање перманентно праћених огледа, претежно реализује у добро негованим састојинама, на бољим стаништима и на лако доступним локацијама. Имајући у виду да се у тим случајевима јавља одређени степен пристрасности, аутори сматрају да подаци прикупљени у оквиру мреже трајних и привремених примених површина, националне (НИШ) или састојинске инвентуре шума могу свеобухватније да репрезентују разлике у динамици раста. Идентичног мишљења су и Aussenas и остали (2021a), који истичу да су подаци прикупљени у оквиру НИШ „...посебно релевантни за моделовање састојинске динамике чистих и мешовитих састојина...“. Када су у питању већи шумски комплекси, Socha и остали (2017) су анализирали могућност моделовања података о висинском расту, прикупљених поновљеним ласерским скенирањем из ваздуха. Том приликом су у југозападном делу Пољске, са размаком од пет година, извршена два скенирање већег појаса претежно смрчевих шума, укупне површине 70.500 хектара. На основу процесуирања облака тачака добијених скенирањем и информација о старости из планова газдовања, успешно су успостављене станишно специфичне, али кратке "трајекторије" висинског раста, на основу којих су затим и конструисане криве станишних индекса. Приликом верификације резултата утврђено је да је величина узорка успешно надоместила недостатке кратких временских серија, те да се стога информације прикупљене на овај начин могу сматрати подједнако поузданим и релевантним основом за параметризацију модела раста у висину. У складу са тим, произашао је и став да је период од 5 година између два узастопна премера довољан да неутралише пратећи „шум“ и остале проблеме који се јављају услед кратког периода између везаних ласерских скенирања. На крају је закључено да ласерско скенирање из ваздуха представља нови и потпуно валидан извор података за моделовање висинског раста. У том смислу, уколико у будућности дође до очекиваног унапређења техничких перформанси ласерских скенера и додатног смањења трошкова спровођења скенирања из ваздуха, овај

извор информација има велики потенцијал да у потпуности замени терестријално прикупљање података у састојинама чији структурни облик то дозвољава.

До података за моделовање раста може се доћи и применом метода које подразумевају 1) реконструкцију раста стабала секционим методом и 2) анализу извртака узетих на прсној висини. Главни изазов приликом прикупљања података овим путем представља могућност да информације о расту појединачних стабала не морају нужно да одражавају и динамику раста састојине. Када је реч о једнодобним састојинама, до поузданих сазнања може доћи анализом раста довољног броја стабла која имају доминантан биолошки положај. Да би се подацима покрио целокупан период опходње препорука је да се доминантна стабла готово искључиво бирају у старијим састојинама. Приликом одабира стабала за узорковање, актуелне надпросечне димензије представљају главни индикатор доминантног социјалног статуса и позне физиолошке старости. Међутим, код врста дрвећа које добро подносе засену, као што је то случај са буквом, не мора априори да значи да су тренутно највећа стабла одувек имала доминантан положај и стога неометане токове раста (Pretzsch 2009). Уколико је стабло било засењивано на почетку живота, његова физиолошка старост је значајно већа у односу на очекивану, што умањује релевантност овог податка. Услед тога, моделовање раста на основу превисоких износа зависне променљиве, може да угрози конвергенцију модела или резултује одређивањем „пристрасних“ параметара (Cherubini et al. 1998; Feng et al. 2006; Hu, García 2010). За адекватно превазилажења овог проблема, пожељно је да се пре коначног избора стабала за обарање, спроведе селекција и пред истраживања стабала за анализу. Наиме, узимањем извртака до сржи и анализом токова радијалног прираста стабала могу се извести прилично поуздани закључци о историји њиховог социјалног статуса. Појава већег броја узастопних уских година у делу непосредно до сржи указује да је стабло у најранијим развојним фазама провело одређени временски период у засени матичног склопа и без директног дотока довољне количине светлости. На сличан начин могуће је и у другим развојним фазама идентификовати евентуално постојање периода када је раст био ометен дејством јаког конкурентског притиска суседних стабала. С друге стране, хронологије прираста такође могу да потврде да ли је стабло имало релативно неоптерећене токове прираста и с тим у складу вероватно повољан, односно доминантан социјални положај током целог живота. Након одабира адекватних доминантних стабала даље узорковање се одвија тако што се на делимично произвољан начин, одређује број и позиције попречних пресека који ће бити узети дуж централног вретена дебла. Том приликом, мора се имати у виду да се тачна висина у старости утврђеној на котуровима, увек налази негде изнад узетог пресека. Стога је, за валидну реконструкцију раста секционом методом, неопходно да се кроз примену неког од доступних алгоритама подаци коригују за дужину овершка који недостаје (Carmean 1972; Lenhart 1972; Newberry 1991; Fabbio et al. 1994; Kariuki 2002). Приликом избора методе за процену од великог су значаја резултати упоредних анализа тачности (Dyer, Bailey 1987; Machado et al. 2010; Subedi, Sharma 2010). Прецизност и поузданост споменутих процена зависи од растојања између узастопних пресека и примењеног поступка процене (Burkhart 2012). Иако прецизност података добијених анализом раста доминантних стабала може бити варијабилна, García (2005) сматра да су овакве информације поузданији основ за

моделовање раста у односу на периодичан премер сталних огледних површина, што се коси са претходно изнесеним мишљењем Burkhardt-a (2012) и Nord-Larsen-a (2006).

Када је у питању раст пречника, претходно наведене методе прикупљања података имају одређени вид предности у односу на премер, посебно када су у питању научна истраживања. Наиме, премер извртака или котурова омогућава формирање серија радијалног прираста стабала у годишњој резолуцији, где су све ширине година прецизно датирани, односно приписане тачној календарског години настајања (Fritts 1976; Cook, Kairiukstis 1990; Vučković, Stajić 2003b; Stajić 2010). Насупрот томе, конвенционалним премером пречника стабала се региструје периодични прираст, из којег се упросечавањем може само апроксимирати текући годишњи прираст. Међутим, анализа података са експерименталних површина омогућава да се токови раста и прираста пречника сагледају и као резултат утицаја одређеног газдинског третмана. Овакве информације су од изузетног значаја за решавање практичних недоумица везаних за оптималан газдински поступак и адекватно неговање простора за раст.

Недостатке обе поменуте методе могуће је отклонити тако што се на одређени број стабала у оквиру сталних огледних површина поставе инструменти за прецизно мерење прираста у одређеним временским интервалима. Један од ефикаснијих и јефтинијих начина за перманентно праћење прираста јесте постављање и мануелно читавање трака за мерење промена обима стабала. Убрзан развој технике у последњом деценији резултовао је појавом и све чешћом применом савремених дендрометара и различитих система сензора, који су у стању да прате и похрањују готово све промене на стаблима и у њиховом окружењу. Инсталирањем оваквих уређаја и аутоматизацијом преноса података са терена омогућено је вршење готово непрекидног мониторинга промена жељених елемената раста стабала.

2.2. Моделовање раста

Константна потреба за унапређењем газдовања шумама резултат је настојања да се успостави равнотежа између нарастајућих друштвених потреба за дрветом, с једне стране и природи блиског газдовања, с друге стране. То пре свега подразумева оптимизацију газдинског поступка, где је један од примарних циљева смањење диспропорције између станишно могуће и продукције дрвета која се тренутно остварује (Vučković, Stajić 2003a). Да би се то постигло, неопходно је да газдински поступак буде базиран на познавању карактеристике раста и развоја састојина, те да се у складу са тим одреде производни циљеви газдовања. Најприкладнији основ за успостављање природи блиског газдовања јесу параметризовани модели раста, који на најсвеобухватнији начин осликавају састојинску динамику у времену и простору. Овакве информације су посебно важне када су у питању букове састојине, које доминирају у шумског фонду наше земље.

2.2.1. Модели и симулатори раста

Таблице прираста и приноса се, као што је то већ назначено сматрају првим и најстаријим моделима раста у шумарској струци (Fabrika, Pretzsch 2013). Говорећи о значају таблица приноса и прираста за шумарску науку и струку, Prodan (1965) наводи да оне несумњиво представљају најколосалнију идеју и остварење у

шумарској науци, истовремено указујући да ће таблице у неком тренутку у будућности бити превазиђене и да ће се њихова намена свести на мање-више компаративну улогу. С појављивањем Паулсенових таблица, отпочела је више од два века дуга историја моделовања раста стабала и састојина. Анализом хронологије развоја моделовања у шумарству могуће је издвојити неколико препознатљивих сукцесивних стадијума, који су уско везани за историју усавршавања технологије и статистичких метода моделовања. У том смислу, појава и активна примена првих персоналних рачунара у другој половини 20. века значила је прекретницу у развоју ове, као и свих осталих научних дисциплина.

Савремена епоха моделовања у шумарству одликује се веома израженом хетерогеношћу у погледу карактеристика модела, који су се у литератури појавили крајем 20. и почетком 21. века. Као резултат такве разноликости, свеобухватна систематизација различитих типова модела представља првокласан изазов. У том смислу, једну од основних, али и најсвеобухватнијих класификација, дао је Kurth (1994). Овај аутор је уз помоћ троугла илустровао постојање различитих приступа у моделовању, на чијим је врховима поставио **емпиријске, структурне и процесно базиране моделе**, док саме странице троугла представљају **прелазне (хибридне) конструкције**. Практичну важност познавања резолуције и временских оквира у којима се моделовање одвија препознао је Pretzsch (2001) и на бази ова два фактора сачинио је хијерархијску класификацију модела. Исте године, Lischke (2001) је оформила вишеструко комплекснију категоризација модела, која је такође хијерархијски систематизована, али у односу на претходну класификацију, карактерише се детаљнијом поделом на функционалне класе, а временске одреднице су замењене просторним категоријама. Разлог за такав поступак заснован је на већој могућности практичне примене овакве класификације, јер непосредно упућује на просторни ниво на којем се врши имплементација модела.

Упркос експанзији различитих приступа у моделовању динамике раста шумских екосистема, највећи потенцијал у погледу практичне примене показали су **симулатори раста појединачних стабала**, настали као резултат интегрисања процесно базираног приступа са чисто емпиријским моделима раста (Fabrika 2005). Када се за неки симулатор каже да је хибридни, најчешће се мисли на претходно наведену комбинацију, иако Kurth (1994) све прелазне типове симулатора назива хибридним. Чињеница да код оваквих симулатора доминира емпиријска компонента, доводи до другог, можда прецизнијег назива - полуемпиријски симулатори. Типични представници овог типа симулатора су SILVA (Pretzsch и остали, 2002) и SIBYLA (Fabrika, 2005).

Иако таблице приноса и прираста шума заузимају важно место у шумарској пракси, Fabrika и Pretzsch (2013) наводе читав низ предности које имају хибридни симулатори раста појединачних стабала. Између осталог, наведено је да таблице приноса и прираста имају чисто детерминистички карактер, за разлику од симулатора раста који стохастички имитирају састојинску динамику. Симулатори раста се састоје од сета модела увезаних у компликовани алгоритам, за чију имплементацију је неопходно креирати компјутерски програм (Surový et al. 2011). С друге стране, таблице приноса и прираста су релативно једноставне структуре и постоје у виду табеларног приказа, што омогућава њихову ефикаснију и лакшу примену. Ипак, њихова примена ограничена је на стриктно дефинисане услове, док

су симулатори раста изузетно флексибилни и дају широк спектар излазних параметара. На основу поменуте флексибилности, применом симулатора раста могуће је креирати таблице приноса и прираста за различите услове и третмане.

Имплементацијом полуемпиријских модела раста на нивоу појединачних стабала омогућено је да састојина функционише као фрагментисан скуп појединачних стабала, чија се коегзистенција компјутерски симулира у просторно-временском систему (Pretzsch 2001; Fabrika, Pretzsch 2013). На основу овако спрегнутих јединичних делова омогућена је манипулација стањем и развојем свих елемената састојинске структуре. Хибридни симулатори раста стабала, својом конструкцијом и ниском резолуцијом омогућавају детаљније представљање процеса раста шумских стабала и састојина. То је од великог значаја, имајући у виду већ неколико деценија раније уведени тренд прелаза на анализе структуре и раста стабала и састојина које су утемељене на истраживањима раста и услова за раст појединачних стабала и њихових непосредних суседа (Стајић, 2010). Тиме се, према овом аутору, стварају нове могућности за спознају и разумевање компликованих законитости процеса раста састојина и омогућавају прецизне прогнозе њиховог даљег развоја. У том смислу, две посебно важне компоненте функционисања оваквог типа симулатора везане су за процену динамике раста у променљивим састојинским и станишним условима.

Састојински услови се најефикасније и најсврсисходније карактеришу преко величине простора за раст и из тога произашлог броја стабала по јединици површине. Простор за раст је, уз услове станишта и генетску конституцију стабла, основни фактор који одређује његову виталност и прираст (Vučković 1994). Међутим, стабла у састојини врло често стоје у конкурентским односима у односу на потребни надземни и подземни простор за раст. Стога Стајић и Вучковић (2021) напомињу да *"ако се жели оценити како дато стабло реагује на конкуренцију и њене промене нпр. приликом провођења узгојних интервенција и повећања простора за раст, потребна је одговарајућа "мера", која ће окарактерисати ниво конкурентског деловања којем је дато стабло било изложено. Стабла са различитом конкуренцијом у својој непосредној околини имаће и различиту реакцију на проведене узгојне захвате, али и различите будуће токове раста и прираста"*. Једну такву врло прикладну меру, којом се веза између раста и прираста стабала и јачине међусобног конкурентског деловања може са довољном тачношћу окарактерисати, и квантификовати представљају индекси конкуренције (Stajić, Vučković 2021). Још почетком деведесетих година XX века (Vučković 1994) указивано је на чињеницу да је у нашој шумарској струци и науци потребно више радити на плану практичне примене нумеричког дефинисања простора за растење, као услова за објективну примену одређених поступака у газдовању шумама, анализу постигнутих резултата и извлачење општих закључака.

Дефинисање и нумеричко карактерисање величине простора за раст може се у упрошћеном смислу означити као поступак моделовања састојинских услова. Моделовање састојинских услова може бити остварено применом *позиционо зависних и позиционо независних индекса конкуренције*. Најочитија разлика између наведених приступа везана је за могућност схватања, описивања и визуализације просторног распореда стабала у састојини. Код позиционо зависних индекса конкуренције, утврђивање конкурентског притиска на посматрано стабло

условљено је просторном анализом позиција суседних стабала, што уједно представља и одличан основ за тродимензионални графички приказ целе састојина. С друге стране, примена и тестирање позиционо зависних индекса конкуренције и њихово уклапање у симулаторе раста веома су захтевни по питању улазних информација, које се у неопходном обиму прикупљају једино у оквиру премера дугорочних огледних површина.

Поред тога, симулатори раста овог типа пружају могућност апликације различитих газдинских поступака и карактеришу се станишно сензитивном компонентом. То омогућава симулацију развоја састојина за одређене станишне услове, различит почетни број стабала и уз примену одабраног узгојног поступка. Поред продукционог дела, у целокупан поступак симулације најчешће је инкорпорирана и економска компонента. Симулатори раста представљају практичан, али и преко потребан алат, на основу којег је у кратком временском интервалу могуће извршити симулацију вишедеценијских процеса раста. Целокупан поступак реализује се уз уважавање затеченог састојинског стања и конкретних станишних услова, што пружа могућност да се у кратком временском року тестира примена различитих узгојних поступака. На бази добијених резултата у симулацијама врши се предлагање одговарајуће варијанте газдовања шумама, која превасходно има за циљ да остари трајност продукције и да испуни многе друге функције (Fabrika 2003). Услед великог броја наведених могућности, овакви симулатори раста представљају јако флексибилне и ефикасне алате за подршку доношење одлука и планирање у шумарству.

2.2.2. Модели раста у висину

Првобитно коришћени поступак конструисања станишних индекса за неко подручје, отпочињао је формирањем средње (водеће) криве, баш као што су то демонстрирали Stajić и остали (2016). С обзиром да динамика раста на стаништима мањег и већег производног потенцијала битно одступа од просечне криве следећи задатак подразумевао је конструисање сета кривих идентичног облика, позиционираних тако да се налазе изнад и испод водеће криве. На овај начин успоставља се низ вертикално посланих регресионих линија, које заједно чине анаморфни бонитетни сноп кривих станишних индекса. Анаморфне криве су конструисане тако да промена асимптота пропорционално одражава разлике у оствареним димензијама на стаништима различитог производног потенцијала. Том приликом, подразумева се константан релативни темпо раста $[(dH/dA)/H]$, где апсцисе код тачака инфлексије не корелирају са квалитетом станишта. То практично значи, да криве представљају раст у висину станишта различитог производног потенцијала, а да кулминације висинског прираста на свим стаништима наступају у истој старости, што никако не може бити тачно.

Управо оваква статичност облика анаморфних кривих препозната је као њихов главни недостатак. У циљу отклањања ове мане и омогућавања приказа уобичајене појаве ранијих кулминација на бољим стаништима, предложено је формирање биолошки прихватљивијег полиморфног бонитетног снопа (Bailey, Clutter 1974). У том смислу, главно унапређење везује се за идеју увођења станишно зависног "параметра облика" у моделе, који омогућити да релативни темпо раста буде истовремено у функцији и станишта и старости. Иницијални приступи изради

полиморфних кривих станишних индекса базирали су се на претходној класификацији токова раста на основу очекиваних димензија у произвољно одабраној референтној старости. Одвојеном калибрацијом за сваку од класа података (производних класа), формирају се статични модели са дисконтинуираним параметрима, који су уједно пристрасни и валидни само за претходно одабрану референтну старост. Нешто напредније методе израде станишних индекса подразумевале су успостављање континуалне везе између параметара облика са висинским прирастом на фиксној висини (Stage 1963) или са висином у референтној старости (Halaj 1978; Stajić et al. 2021). Међутим, у оба наведена приступа компромитована је тзв. инваријантност прогнозе, јер се процена параметара заснива на подацима претходно стратификованим по основу одабраног критеријума.

У циљу конструисања кривих станишних индекса, које су независне од избора референтне старости, Bailey и Clutter (1974) развили су технику познату као Алгебарско диференцијални приступ (ADA). Том приликом је на алгебарски валидан начин формулисано постојање станишно специфичних и заједничких параметара за све посматране састојине. Динамичан облик ADA модела изводи се заменом одабраног параметра базичне функције са његовим имплицитним решењем, уз коришћење иницијалних услова за висину у референтној старости (Cieszewski, Bailey 2000). Аутори наводе да је овакав приступ сличан методу који се користи за решења диференцијалних једначина са почетним условима, који је померен ван теорије интеграције јер се код основне једначине дефинише биолошки услов $Y(0) = 0$. На овај начин створени су услови да се применом методе најмањих квадрата симултано процене глобални и локални параметри, уз подједнако коришћење свих доступних података о висини и старости. У склопу презентације новог метода Bailey и Clutter (1974) су, за плантаже *Pinus radiata* D. на Новом Зеланду, конструисали полиморфне станишне индексе са заједничком асимптотом. Том приликом су предложили да се недостатак у виду јединствене асимптоте на свим стаништима реши лимитирањем дужине кривих у складу са очекиваним животним веком. На тај начин је привременим и искуствено базираним решењем постигнуто да се у оквиру посматраног периода максималне висине разликују на стаништима различитог бонитета. Иако је развој ADA метода обезбедио извођење динамичних функција независних од референтне старости, овим приступом није омогућено конструисање модела који истовремено имају различит облик и асимптоте. Наиме, ADA станишни индекси могу имати карактеристике само анаморфних или само полиморфних кривих, у зависности од параметра за који се базична функција реши.

У сврху отклањања појединих ограничења везаних за облик полиморфних кривих, McDill и Amateis (1992) предложили су приступ у којем се квалитет станишта интерпретира помоћу специфичних параметара модела. Аутори су настојали да формулишу нови поступак калибрације који се базира на свим доступним подацима, уместо претходне праксе да се користи само један пар података о висини у одабраној референтној старости. На примеру моделовања раста доминантних висина *Pinus taeda* L. тестирана је могућност примене различитог броја станишно-специфичних параметара. Код најфлексибилнијих варијанти модела сви параметри су процењивани одвојено за сваку састојину, што изискује детаљне податке премера висина који покривају релативно дуг животни век. Код мање флексибилних модела тестиране су различите комбинације глобалних и станишно-специфичних

параметара. Утврђено је да мање флексибилне поставке модела омогућавају да се појава раста представи јединственом комбинацијом глобалних и станишно специфичних параметара, као и да је у том случају могуће користити комбинацију података премера и реконструкције раста. Поред тога, тестирана могућност примене нове двопараметарске ADA формулације, која је добијена интеграљењем димензионално компатибилне диференцијалне једначине.

Да би се омогућило да бонитетних сноп станишних индекса истовремено има обе наведене карактеристике Cieszewski и Bailey (2000) су додатно усавршили претходно успостављени ADA метод и представили генерализовани алгебарско диференцијални приступ (GADA). Главна предност GADA приступа је у томе што представља математички утемељен метод трансформације различитих модела раста, помоћу којег је омогућено да више од једног параметара буду дефинисани као локални, односно станишно специфични. На тај начин су створени услови за извођење флексибилних динамичких функција, које истовремено могу осигурати неопходну полиморфност облика и имати различите асимптоте. Приликом дефинисања GADA модела параметри се доводе у везу са теоријском варијаблом x , која је представља јединствен одраз станишних карактеристика које предодређују темпо и интензитет раста (Cieszewski, Bailey 2000). Аутори наводе да је увођењем универзалне варијабле извршена трансформација иницијално дводимензионалне базичне функције у експлицитно тродимензионални простор, што омогућава истовремено представљање станишно и временски условљених промена посматраних димензија.

Веза између замишљене варијабле x и неког параметра функције раста може бити описана различитим математичким изразима, почевши од линеарне функције $(a+bx)$, полинома другог реда $(a+bx+cx^2)$, обрнуто пропорционалне линеарне функције $(a+b/x)$ итд. Избор најприкладније формулације за x зависи од комплексности полазне функције, разматраних параметара једначине, количине и квалитета доступних података и укупне дужине животног века који се жели представити (Burkhart 2012). Имајући у виду апстрактност варијабле x , њеним решавањем за иницијалне услове и враћањем имплицитне форме у једначину долази се до динамичног GADA модела. У зависности од тога да ли решавање за x изискује једноставну преформулацију функције или тражење позитивног и стварног корена квадратне једначине, Cieszewski и Bailey (2000) класификују GADA моделе као *једноставне* или *комплексне*. Наведене кораке неопходне за формулисања GADA модела систематизовао је Nord-Larsen (2006). Недостатак GADA модела, као и свих других предикционих модела, је у његовој смањеној тачности са повећањем дужине периода за који се прогноза дефинише. На пример, ако за референтну старост станишног индекса изаберемо 50 година, онда ће предикција модела бити најквалитетнија око 50. године старости, док се са све већим одступањем од референтне старости тачност модела смањује.

Приликом ажурирања модела винског раста *Pinus taeda* у интензивним засадима у Џорџији (САД), Harrison и остали (2002) су презентовали и упоредили два још увек актуелна приступа калибрацији GADA модела. Први начин одређивања параметра подразумева спровођење тзв. угнеждене итеративне процедуре наизменичне процене глобалних и локалних параметара (Tait et al. 1988). Процена параметара на други начин базрана је на примени бинарне вештачке варијабле.

Резултати тестирања за три различите референтне старости, показали су да се применом оба анализирана начина калибрације добијају идентични параметри GADA модела. Поред тога, извршено је упоређивање и са параметрима који се за исту поставку добијају устаљеним регресионим поступком минимизирања нелинеарне суме квадрата (NLS). За разлику од ново презентованих метода, које дају стабилну и инваријантну процену параметара, применом традиционалног NLS за све три одабране референтне старости утврђени су различити износи параметара. На бази тога закључено је да су обе савремене методе поузданије и подједнако погодне за употребу приликом параметризације GADA модела. Иако се динамичне GADA функције разликују од нелинеарних модела фиксних ефеката у погледу начина апликације и природе параметара, ипак структурно посматрано ова два приступа могу се готово у потпуности поистоветити (Pinheiro, Bates 2000; Socha et al. 2021). У том смислу, одређивање параметара код оба претходно наведена типа модела, (Bates et al. 1998), може да се реализује применом идентичних алгоритама, који се заснивају на рачунским методама максимизирања вероватноће (ML) или ограниченог максимизирања вероватноће (REML) Практична примена ових рутина је захваљујући напретку савремене рачунарске технологије, прилично поједностављена и додатно унапређена у односу на конвенционалне приступе (Pinheiro, Bates 2000; Stegmann et al. 2018; Pinheiro et al. 2021).

Убрзо након представљања GADA метода отпочела је његова практична примена приликом моделовања раста стабала и састојина великог броја различитих врста дрвећа широм планете. Тако су на овај начин успостављени састојински модели раста темељнице (Castedo-Dorado et al. 2007; Barrio-Anta et al. 2008; Álvarez-González et al. 2010) и броја стабала (Álvarez-González et al. 2010). Код појединачних стабала моделована је и надземна биомаса (Tang et al. 2017) и изводница вретена дебла (Quiñonez-Barraza et al. 2018). Због све широке могућности примене специјализовани GADA модели у задње две деценије представљају стандард у области моделовања висинског раста. Применом динамичних функција формиран су станишни индекси за већи број врста шумског дрвећа у Европи (Cieszewski, Zasada 2003; Adame et al. 2006; Bravo-Oviedo et al. 2007, 2008; Cieszewski et al. 2007; Nord-Larsen et al. 2009; Hu, García 2010; Nunes et al. 2011; Lopez-Senespleda et al. 2014; Seki, Sakici 2017; Socha, Ochał 2017; Akbas, Senyurt 2018), Северној Америци (Harrison et al. 2002; Cieszewski 2003; M. Wang et al. 2007; Hu, García 2010; Nigh 2017; Quiñonez-Barraza et al. 2018; Trim 2018) и Азији (Pyo 2017; Yilong et al. 2019; Hipler et al. 2021).

С обзиром да европска буква (*Fagus sylvatica* L.) представља једну од еколошки и привредно најзначајнијих врста у Европи, постоји перманентна потреба за ажурирањем постојећих и израдом нових савремених динамичних кривих висинског раста. С тим у вези, Nord-larsen (2006) је на основу изузетно обимног сета података формирао динамичне криве станишних индекса за букву у Данској. У ту сврху, коришћени су подаци о расту стабала и састојина, прикупљени на експерименталним површинама са узастопним премерима који покривају период од 120 година. Представљена мерења реализована су у оквиру 68 експеримената, чија је примарна намена праћење ефеката различитих проредних захвата на раст, прираст и производност састојина. У склопу експеримента укупно постављено је 184 сталне огледне површине, које су равномерно распоређене на целој територији Данске тако да репрезентују широк спектар услова за раст. Том приликом тестиране су три GADA форме Chapman-Richards-ове функције и логистичка функција,

модификована од стране Cieszewski-ог (2001, формула 21). Према анализираним параметрима верификационе статистике, већу флексибилност и боље могућности екстраполације показала је последња набројана функција. Приближно слични параметри модела могу се пронаћи и у резултатима формирања станишних индекса за шест најважнијих врста у Данској (Nord-Larsen et al. 2009). Уочене разлике у износима вероватно се дугују поновној калибрацији истог модела, на основу минимално проширеног сета емпиријских података.

У Швајцарској су станишни индекси за букву формиран на основу мреже од 143 дугорочне огледне површине, постављене у чистим и једнодобним састојинама различитих старости и станишних услова (Álvarez-González et al. 2010). Анализирани подаци део су базе података Швајцарског федералног института за шуму, снег и предео (WSL), намењене праћењу реакције у расту букових састојина под утицајем различитих режима проређивања. Том приликом тестирана је могућност примене две динамичне форме логистичке функције, презентоване од стране Cieszewski-ог (2002) и по једне Bertalanffy-јеве и Korf-ове функције. Као најпримеренија показала се GADA формулација Korf-ове једначине, код које је зависност асимптоте и параметра облика од замишљене варијабле x , дефинисана експоненцијалном и инверзном везом.

Matisons и остали (2018) проучавали су висински раст у две генерације вештачки подигнутих састојина букве у западним деловима Летоније. На овом подручју европска буква налази се изван свог природног ареала, па анализа у току две опходње омогућава добру евалуацију и компарацију утицаја климатских услова на висински раст. Резултати су базирани на анализи раста 20 доминантних стабала, узоркованих у 10 експерименталних састојина које су расле у хомогеним станишним условима, карактеристичним за равне терене и надморске висине између 80 и 105 метара. Од седам тестираних функција, најбоље су се показале динамичне форме Chapman-Richards и Sloboda базичног модела, при чему је прва имала нешто прихватљивије износе параметара верификационе статистике. Резултати су показали да се станишни индекси стабала из другог продукционог периода налазе у просеку за читаву једну класу изнад износа за прву генерацију. Утврђене разлике у оствареним висинама указују да је у међувремену дошло до одређеног побољшања услова за раст букве и да се на бази оваквих резултата може сматрати да постоји потенцијал за још бољу адаптацију ове врсте дрвећа у будућности на измене климатских услова. Такође, динамика висинског раста у другој генерацији премашила је очекиване износе за букву у јужном делу Шведске, који се сматра северном границом распрострањења букве. Као закључак наведено је да се у будућности очекује већа улога букве у шумарству Летоније и да се у 21. веку може претпоставити проширење природног ареала букве на територији ове балтичке земље.

Као резултат проучавања раста букве у Словачкој, Sharma и остали (2019a) су применом GADA приступа анализирали и висински раст. Станишни индекси су формиран на основу података са 12 експерименталних поља, од којих је 8 постављено у чистим састојинама букве, а 4 у мешовитим састојинама са смрчком и јелом. У оквиру ове две групе, налази се укупно по 26 и 15 правоугаоних огледних површина, димензија 50×50 m. Основни циљ формирања огледних поља био је проучавање утицаја различитих метода проређивања на ниво продукције и

квалитета дрвета букве. За израду станишних индекса коришћена је модификована логистичка функција (Cieszewski 2002, формула 21) где је, приликом утврђивања динамичког облика, квалитет станишта са асимптотом повезан помоћу константе, а са параметром облика применом директно пропорционалне везе. У закључку се између осталог наводи да се презентовани модели станишних индекса могу поуздано користити за симулацију динамике раста букових састојина широм Словачке. Презентоване криве станишних индекса, заједно са осталим неопходним моделима раста, представљају одличан основ за успостављање симулатора раста у неком тренутку у будућности.

Socha и остали (2020) спровели су калибрацију динамичних модела станишних индекса за осам најважнијих дрвенастих врста у шумском фонду Пољске. У склопу тога, висински раст букве анализиран је на основу 327 временских серија, добијених анализом доминантних стабала са целокупне државне територије. У циљу избора најпоузданије функције за квантификацију токова висинског раста, за сваку од проучаваних врста дрвећа тестирана је могућност примене 5 GADA облика. Добијени резултати показали су да се перформансе модела (интерполација и екстраполација) мењају у зависности од посматране врсте. За букву као поуздани модели означени су динамични облици Korf-ове и функције Cieszewski-ог (2001, формула 21). Занимљиво је да су се обе наведене форме већ издвојиле као најповољније решење за моделовање токова висинског раста букве и то прва у Швајцарског (Álvarez-González et al. 2010), а друга у Данској (Nord-larsen 2006; Nord-Larsen et al. 2009). Укупно гледано, утврђен је значајан несклад између новоформираних кривих висинског раста и оних које су садржане у Пољским националним таблицама приноса и прираста. За већину анализираних врста дрвећа, највеће разлике су уочене у најстаријим и најмлађим старостима. Код букве је евидентно да степен неслагања зависи од квалитета станишта, а највише је изражен на најбољим бонитетима ($СИ_{100}=32$ m), где тек непосредно након 90 године долази до „изједначавања“ старе са новоформираном кривом очекиваног висинског раста. На сваком од преостала четири приказана бонитета, изједначавање токова висинског раста дешава се за отприлике 10 година раније у односу на претходни бољи бонитет. На најлошијем бонитету, разлике између старе и нове криве раста су занемарљиве већ после 30. године старости. Интересантно је да су токови раста након изједначавања кривих, па све до посматране старости од 140 година, на свим посматраним бонитетима готово идентични. Услед тога, аутори сматрају да се уочене разлике могу приписати променама услова за раст, које су се десиле од момента израде таблица приноса и прираста.

У Великој Британији су Manso и остали (2021b) параметризовали динамичне моделе висинског раста за 10 главних шумских врста дрвећа. Том приликом су за моделовање били доступни подаци поновљених премера дугорочних огледних површина, којима управља Британски шумарски истраживачки центар, као и подаци о висинском расту добијени анализом доминантних стабала. Конкретно за букву, на располагању су биле 123 серије података о висинском расту, прикупљене у оквиру 21 огледног поља, као и додатне 43 серије формиране реконструкцијом раста. Код свих проучаваних врста дрвећа анализирана је могућност примене 6 различитих инваријантних облика Chapman–Richards и Hossfeld IV функције. Као најадекватнија показала се полиморфна верзија Chapman–Richards функције са варијабилним асимптотима. На основу презентованих резултата аутори су закључили да су нови

динамични модели поуздани и довољно робусни. Имајући то у виду, њиховом уградњом у постојеће симулаторе раста биће омогућена непристрасна прогноза токова раста и приноса у Великој Британији. Нова генерација GADA модела представља замену за статичне криве висинског раста формиране осамдесетих година прошлог века, за које се последњем периоду утврдило да више нису довољно поуздане.

2.2.3. Модели раста у дебљину

Модели раста и прираста пречника формирају се, најчешће, на основу изузетно великог броја хијерархијски и просторно структурисаних података (Schelhaas et al. 2018). Уколико се посматрају класификовано овакви подаци показују специфичан начин варирања и појаву случајних одступања у оквиру различитих нивоа. На пример, постојање стохастичке компоненте у структури података уочљиво је код сукцесивних премера код једног истог стабла, затим између стабала унутар огледних површина, огледних или примерних површина у оквиру једне састојине, огледних површина на стаништима различитог производног потенцијала итд. (Fox et al. 2001; Uzoh, Oliver 2008). Хијерархијска структура података прикупљених сукцесивним премерима истих јединица узорковања, које су уз то просторно повезане, резултује појавом временске и просторне аутокорељације (Pinheiro, Bates 2000; Fox et al. 2001). На тај начин нарушена је основна претпоставка метода најмањих квадрата везана за независност посматраних података (Crawley 2007), па би примена класичне регресионе анализе у том случају довела до пристрасне процене параметара модела (Schabenberger, Gregoire 1995; Candy 2008). Стога, да би се обезбедила валидна прогноза и очувала стохастичка компонента варирања, једно од најефикаснијих решења приликом моделовања хијерархијски структурираних података представља примена модела са мешовитим ефектима (Rathbun et al. 2011; Sharma et al. 2019a; Socha et al. 2021).

Модели мешовитих ефеката пружају могућност да се у модел истовремено укључе фиксни параметри, који су заједнички за целу посматрану појаву и случајни ефекти који су придружени нивоима и појединачним групама (Lindstrom, Bates 1990; Bates et al. 1998). Њиховом применом се уважава постојање специфичних варијанси унутар и између идентификованих група по нивоима, што је уједно и основ за утврђивање специфичних параметара за засебне јединице података. Поред фиксног ефекта, од којег зависи највећи проценат укупне варијансе података (Calama, Montero 2005), у резидуалима модела преостаје део варијација које се могу дефинисати као случајна варирања унутар група или чак структуриране разлике између група (Pinheiro, Bates 2000). Између осталог, главне предности оваквог приступа моделовању везане су за могућност боље анализе варијација и за лакшу детекцију степена разлика које се јављају по посматраним нивоима и групама. Када је у питању дебљински раст и прираст, заједнички ефекат промене код свих посматраних група најчешће се везује за старост или пречник.

Представљање стохастичких одступања унутар група код NLME модела реализује се формирањем коваријансне матрице случајних ефеката и њеним придруживањем одабраном фиксном параметру, чиме се омогућавају његови специфични износи за сваку групу. На овај начин се квантификовањем девијација унутар група додатно доприноси повећању укупног нивоа моделом објашњене

варијансе. Истовремено, укључивањем случајних ефеката се највећим делом елиминише и појава просторне и временске аутокорељације резидуала (Pinheiro, Bates 2000). Поред случајних варијација унутар група, резидуали могу да укажу и на структурисане разлике између група, које се могу анализирати укључивањем додатних коваријабли. Тако се на пример варијације у дебљинском прирасту између група могу приписати независним променљивим континуалног или дискретног карактера, које исказују станишне или састојинске карактеристике. У том смислу, укључивање коваријабли које ће описати међу групне варијације води бољем разумевању механизма појављивања зависне променљиве (Pinheiro, Bates 2000) и може да смањи или чак потпуно елиминише потребу за укључивањем случајних ефеката у модел. У тој ситуацији, примењују се нелинеарни модели само са фиксним ефектима- NLFE, који представљају проширену верзију стандардних нелинеарних модела, али се и равноправно могу сматрати поједностављеном формом NLME модела (Pinheiro, Bates 2000).

Иако буква представља једну од најважнијих европских врста, детаљном претрагом доступне литературе идентификован је релативно скроман број публикација које садрже резултате моделовање раста и прираста пречника применом флексибилних нелинеарних или линеарних модела са мешовитим и фиксним ефектима. У том смислу, Sharma и остали (2019a) су, приликом квантификације токова дебљинског прираста букве у Словачкој, анализирали могућност примене различитих структура NLME модела. Ово истраживање је имало за циљ формирање модела раста пречника појединачних стабала који су независни од удаљености са суседним стаблима, али уз укључивање коваријабли које описују 1) ефекте производности станишта, 2) фазе развоја састојине, 3) густине састојине и степена конкуренције, 4) мешовитости и 5) узгојног третмана, као и стохастичких компоненти везаних за случајну варијабилност прираста пречника унутар и између анализираних састојина. Подаци коришћени приликом моделовања воде порекло из 41-е дугорочне огледне површине у чистим (26) и мешовитим састојинама (15) букве широм Словачке. У оквиру њих идентификовано је седам узгојних третмана, чији ефекти се прате у 7 до 13 сукцесивних премера реализованих у петогодишњим интервалима. Приликом моделовања разматрана је могућност примене 8 најчешће примењиваних функција раста и прираста у форми извода, где је за јединствену независно променљиву уместо старости узет прсни пречник. Засебном параметризацијом модела за сваки од седам узгојних третмана утврђено је да најмању стандардну грешку регресије има функција Chapman-Richards, те је на бази тога одабрана за даље проширивање за случајне и фиксне ефекте. Потенцијални допринос различитих варијабли на варијације прираста пречника анализиран је укључивањем 23 коваријабле, прикупљених на нивоу појединачних стабала и састојина. Допринос анализираних коваријабли оцењиван је на основу информационог критеријума AIC (енгл. *Akaike information criteria*) и теста односа вероватноћа (LRT), који је истовремено послужио за спречавање „прекомерне“ параметризације. Највеће унапређење предиктивних способности одабраног модела регистровано је довођењем у зависност асимптота од шест фиксних ефеката, од којих овом приликом треба издвојити станишни индекс, старост и бинарну варијаблу која указује да ли су прореде спровођене или не. Додатна флексибилност модела осигурана је везивањем случајних ефеката за асимптоту и параметар облика. Због ефикасније практичне примене проверене су могућности

модела независног од старости, али је закључено да NMLE модел који укључује старост као коваријаблу објашњавања уочљиво већи део варијација. У склопу резултата одвојено су сагледани ефекти свих фиксних варијабли код проређиваних и непроређиваних састојина, при чему је евидентно да старост највише доприноси објашњавајућој способности модела, као и да се код проређиваних састојина очекује већи прираст пречника. На основу анализа грешке предикције закључено је да успостављени NLME модел прецизно прогнозира прираст пречника у свих седам узгојних третмана.

Pretzsch и остали (2021) су анализирали раст пречника код 1240 доминантних стабала букве из чистих и мешовитих састојина, распрострањених у планинским регионима широм Европе. Резултати овог истраживања базирани су на подацима прикупљеним на укупно 91 огледној површини, од чега се 45 налази у чистим састојинама букве, а 46 у мешовитим састојинама букве, јеле и смрче. У склопу анализираних узорка налази се и 9 огледних површина које су у сврху овог истраживања постављене на територији Србије. Приликом постављања огледних површина бирани су слабо неговане или потпуно непроређиване састојине, у висинском појасу од 500 до 1500 метара надморске висине. На самом почетку тестирана је линеарност појаве раста пречника применом трансформисане степене функције са придруженим случајним ефектима на нивоу стабла и састојине. Том приликом утврђен је изостанак очекиваног сигмоидног облика код раста пречника доминантних стабала букве што је такође документовано од стране Pretzsch-а и осталих (2020) код пречника јеле и смрче. Имајући то у виду, раст пречника квантификован је применом линеарних мешовитих модела LME, са четири придружена фиксна ефекта везана за станишне и састојинске варијабле, као и њихове међусобне интеракције до другог нивоа. Укључени фиксни ефекти представљају композицију врста у састојини (0: чисте; 1: мешовите), надморску висину, средњу годишњу температуру и de Martonne индекс аридности. Након параметризације модела, извршено је упоређивање нагиба кривих раста у чистим и мешовитим састојинама и дуж вертикалног градијента. Поред тога, анализирана је промена нагиба кривих раста у времену, при чему је у претходни LME модел укључен и додатни фиксни ефекат дужине периода засењивања, као и пратеће интеракције до другог нивоа. Анализом добијених резултата уочено је се да код доминантних стабала букве у чистим састојинама јавља израженији нагиб просечне криве раста и уједно већи просечни износи пречника у поређењу са стаблима из мешовитих састојина. С друге стране, повећање надморске висине јаче је редуковало динамику раста стабала у чистим састојинама, тако да се на висинама изнад 1200 метара раст пречника букве интензивније одвија у мешовитим састојинама. Такође, уочено је да су разлике у токовима раста дуж зона висинског градијента, тренутно мање изражене него што су то биле у прошлости. У претходном истраживању које су Pretzsch и остали (2020) реализовали на нешто мањем сету података, такође је евидентирана значајна зависност токова дебљинског раста од промене надморске висине.

У склопу напора да се формирају модели дебљинског прираста валидни за подручје целог Европског континента, а истовремено тачни и на локалном нивоу, Schelhaas и остали (2018) успоставили су огромну базу података, која се састоји од преко 2,3 милиона опсервација прираста стабала. Том приликом обједињени су подаци од укупно 10 националних инвентура, у склопу којих је премерено више од

190 хиљада примерних површина. На основу прикупљених података анализирани су карактеристике дебљинског прираста код 20 различитих група и појединачних врста дрвећа, са нешто више од 163.000 стабала буква. У циљу математичке представе токова раста пречника, аутори су тестирали различите варијанте проширеног нелинеарног модела са фиксним ефектима NLFE. Због утврђених повољних карактеристика, за најприкладнији модел одабрана је функција Gompertz-a, при чему је зарад ефикасније апликације одлучено да се за предиктор користи прсни пречник. Могућност проширивања оба фиксна параметра модела потенцијалним коваријаблама, остварена је применом модела вишеструке линеарне регресије. У ту сврху ауторима је на располагању био пратећи сет од чак 99 потенцијалних коваријабли фактора које описују састојинску структуру, климатске прилике, земљишна својства и нутритивни режим. Одабир варијабли које ће бити укључене у крајњи NLFE модел, обављен је у две сукцесивне фазе селекције и за сваку врсту независно. Код букве је у финално успостављени модел укључено 19 коваријабли, које су објасниле укупно 25% варијација дебљинског прираста. Том приликом, утврђено је да највећи и најмањи допринос објашњеној варијанси, дају по две коваријабле из групе оних које представљају структурну изграђеност састојине и нутритивни капацитет земљишта. Примена коначног NLFE модела раста пречника букве у Европи указала је на постојање јасно израженог тренда увећања текућег прираста од севера ка југу континента.

2.2.2. Моделовање раста у Србији

Због чињенице да буква доминира у шумским екосистемима у Србији, где чини 40,5% укупне дубеће запремине и у запреминском прирасту учествује са 30,6% (Banković et al. 2009), посебно је изражено интересовање за истраживање чистих и мешовитих састојина ове наше најважније врсте дрвећа. Буква расте у широком спектру станишних услова, док се укупна површина њеног ареала у Европи процењује на преко 12 милиона хектара (Brus et al. 2012). Сматра се једном од најперспективнијих врста у Европи, где у централном делу континента показује трендове увећања продуктивности (Pretzsch et al. 2014; Bosela et al. 2016). Приликом представљања сазнања везаних за развојно-производне карактеристикама букве у Србији, између осталог Вучковић и Стајић (2005) закључују да: *„Буква спада међу најпроизводније домаће врсте, посебно када се производност исказује на основу суве супстанце дрвета. У случају квалитетних састојина на високо вредну дебловину отпада и преко 60% запремине ... Стога, газдовање буквом треба да буде оријентисано на производњу јаких стабала високог квалитета, јер само високо учешће вредног дрвета гарантује успешно привређивање“*. С друге стране, узимајући у обзир распрострањење, еколошки и економски значај букових шума у Србији, као и изузетно хетерогено стање у којем се налазе, исти аутори закључују да ове састојине заслужују већу стручну пажњу од до сада исказане. Данас се газдовање буковим шумама у Србији одвија без таблица приноса и прираста, а недостаје и мрежа трајних експерименталних површина, која такође није оформљена. Један од корака ка отклањању ових непознаница представљају и резултати истраживање карактеристика висинског раста, до којих су Стајић и остали (2016) дошли на територији Жагубице у источној Србији, а затим и на ширем подручју централне и источне Србије (Stajić et al. 2021).

Постоји дуга традиција проучавања **елемената раста и структуре букових састојина**, као и велики број истраживача који су се кроз историју бавили овом тематиком. Пре готово једног века, Милетић (1930) је у својој дисертацији истраживао структуру у састојинама прашумског типа. У дисертацијама Мишчевића (1964), Панића (1964), Милина (1965) и Стајића (2010) опсежно је анализирана структурна изграђеност састојина букве различитог састојинског облика и станишних карактеристика. Нарочито детаљно је то урађено у дисертацији Стајића (2010), који је, поред традиционалних показатеља структуре, спровео прва обимнија истраживања просторне структуре састојина и нашој шумарској науци и струци презентовао показатеље којима се ова структура карактерише. Поред тога, урађено је и неколико значајних дисертација истраживача из шумарске оперативе (Aleksić 1994; Вакović 2018) које су третирале проблематику структуре и појединих производних циљева у састојинама букве различите изграђености. Такође, објављен је и велики број научних радова који се баве питањима везаним за различите аспекте структуре букових састојина (Panić 1964; Bunuševac, Jovanović 1972; Stojanović, Krstić 1996; Bobinac 2000, 2003, 2006; Medarević et al. 2001, 2003; Krstić et al. 2002; Pantić et al. 2003; Stajić et al. 2014; Stajić 2014).

Приликом утврђивања продуктивности високих букових састојина на Источној Борањи, Мишчевић (1971) је тренутни ниво дубећих залиха и интензитет прираштавања поистоветио са продуктивношћу истраживаних састојина. Очигледно је да приказани резултати представљају затечено стање, док је за свеобухватну оцену производности састојина, неопходно анализирати пређашње газдовање и обрачунати претходни принос. Исто се може констатовати и за највећи део осталих истраживања која су третирали проблем производности шумских састојина и станишта.

Коришћење постојећих резултата истраживања за детаљнија и шира моделовања делом су оптерећена и проблемима неке друге врсте. Нпр. за потребе издвајања типова шума Јовић и остали (1991) анализирали су развојно-производне карактеристике еколошких јединица букових шума на Жељину. У циљу доласка до детаљнијих сазнања у погледу динамике раста на стаништима различитог квалитета извршено је узорковање доминантних стабала за анализу раста и прираста. Међутим, добијени подаци о расту пречника, висине и запремине доминантних стабала представљени су само у емпиријској форми, без одговарајућих математичких израза којима се раст може квантификовати. С обзиром да је моделовање података о расту ових стабала изостало, није на прави начин омогућен континуитет даље примене, али и провере и даље разраде ових вредних резултата. Оно што је заједничко за ова истраживања јесте појава да узгојни облик и старост анализираних састојина нису прецизирани и утврђени, као што нису разматране ни приказане обраслости, односно ефекти претходног начина газдовања. Томанић (1991) је приликом анализе промена стања инвентара субалпијских шума букве у периоду од 40 година, детаљно евалуирао ефекте примењиваних система газдовања на број стабала, запремину и запремински прираст. Аутор сматра да су „недовољно познавање букових станишта и биолошких особина букве на стаништима веома различите еколошке вредности (бонитета), доводили и доводе до прописивања система газдовања који нису прилагођени биолошким особинама врсте на различитим стаништима“. На значајна одступања од оптималног стања у појединим фазама развоја букових састојина упућују и Вучковић и Стајић (2003а),

који сматрају да је због неадекватне састојинске изграђености, тренутна продукција дрвета у Србији доста испод станишно могуће. У том смислу, исти аутори су демонстрирали како је помоћу моделовања зависности дебљинског прираста од површине застирања крошњи могуће дефинисати оптималан број стабала у различитим развојним фазама и станишним условима (Vučković, Stajić 2003b). Уједно, презентовани резултати садрже неке од првих параметризованих модела, којима се нумерички описује веза између појединих елемената раста у буковим састојинама у Србији. Неколико година пре тога, Раткнић (1998) је у склопу проучавања еколошко-производних карактеристика букових састојина на подручју југозападне Србије, квантификовао елементе раста доминантних стабала на стаништима различитог производног потенцијала. Том приликом, поред модела дебљинског, висинског и запреминског раста, формиран су и станишни индекси. Међутим, остало је нејасно која техника израде станишних индекса је примењивана, као ни зашто је за референту старост одабрана 150 година, када је прописана опходња за букве састојине у Србији краћа. Додатне недоумице тичу се приказаних кулминација текућег висинског прираста, које су у потпуној супротности са до сада више пута потврђеном и опште познатом чињеницом, да се на бољим стаништима кулминације дешавају раније и са већим износима (Stajić et al. 2016).

У оквиру истраживања која су за циљ имала **моделовање везе између изграђености крошње, односно простора за раст и прираста стабала**, поред претходно наведених (Vučković, Stajić 2003b), научно-стручно веома значајна су била и истраживања: Стаменковић, Вучковић, (1988), Вучковић (1994), Вучковић и Стајић (2003b), Стајић (2003), Вучковић и остали (2006, 2008), Стајића и осталих (2017b, 2017c) итд. Наведени аутори су у оквиру специфичног поступка, развијаног у току вишедеценијског истраживачког рада наставника из дисциплине *Раст и производност шума* и за чију примену нису потребни подаци са перманентно праћених и анализираних дугорочних огледних површина, утврдили оптимално стање са продукционог аспекта, дефинишући при томе низ производних циљева у састојинама различитих врста дрвећа. За такве анализе користили су различите параметре изграђености крошње, који су у следећем кораку довођени у везу са прирастом и другим елементима раста стабала (Стајић, Вучковић 2021). Поред наведених, посебан значај за нашу шумарску науку и праксу имају истраживања Вучковића и Стајића (2009) који су на бази везе између параметара изграђености и развијености крошњи и прираста стабала дефинисали различите елементе продукционог програма (продукционе циљеве газдовања) за:

- шуму планинске букве (*Fagenion moesiacaе montanum*) на средње дубоким и дубоким кисело смеђим земљиштима на шкриљцима (А1),
- шуму планинске букве (*Fagenion moesiacaе montanum*) на плитким до средње дубоким смеђим земљиштима на кречњаку (А2).

Наиме, за зреле састојине на истраживачким објектима А₁ и А₂ на Јужном Кучају Вучковић и Стајић (2009) дефинисали су следеће продукционе циљеве газдовања: циљни пречник на крају опходње, циљни (оптимални) број на крају опходње, циљну темељницу и циљну запремину по хектару.

Најобухватнија и најсложенија истраживања карактеристика раста букве до сада у Србији, која су за резултат имала дефинисање производних циљева (циљни

број стабала, циљни пречник, циљна темељница и циљна запремина) у састојинама ове врсте дрвећа на подручју источне Србије, настала су као плод истраживачких активности Стајића и сарадника (2015) у оквиру пројекта „Израда нормала за пребирне шуме и утврђивање нормалног стања за високе једнодобне шуме букве у Србији (израда таблица приноса и прираста)“, финансираног од стране Министарства пољопривреде, шумарства и водопривреде Републике Србије. Резултати су презентовани у форми прелиминарних таблица прираста и приноса за букву у источној Србији (Stajić et al. 2015b).

У оквиру **моделовања раста стабала у висину** углавном су вршена истраживања којима су дефинисани модели раста различитих врста дрвећа на бази функција раста (Vučković 1989; Stajić 2003, 2018; Vučković et al. 2003; Andrašev 2007; Stajić, Vučković 2013a; Stajić et al. 2015a). Анаморфне криве станишних индекса су први пут у Србији конструисане од стране Стајића и осталих (2016). Они су на територији Жагубице у источној Србији анализирали податке о просечној старости и висини доминантних стабала букве, прикупљених на 109 привремених огледних површина величине 500 m². Приликом конструкције анаморфних кривих примењена је метода водеће криве и тестирана је могућност примене седам функција раста (Chapman-Richards, Korf, Korsun, Hessfeld IV, Todorović, Schumacher и Prodan). Овом приликом, наведени метод конструкције је први пут реализован на основу података прикупљених на огледним површинама привременог карактера. На основу статистичких параметра и визуелне контроле добијених кривих, утврђено је да Korsun-ова функција најбоље објашњава варирање висина и старости у чистим буковим састојинама у истраживаном подручју. На основу одабране функције, креиран је бонитетни сноп и презентовано пет кривих раста које се очекују на стаништима различитог производног потенцијала. У склопу закључка аутори су изнели став, да је даља истраживања неопходно оријентисати према проширивању постојеће базе података о расту букве у проучаваном подручју, али и широј територији земље, као и да ограничења анаморфних модела треба превазићи формирањем полиморфних кривих станишних индекса.

У том смислу, нова истраживања на пољу моделовања висинског раста резултирала су креирањем првих полиморфних кривих станишних индекса у Србије, које су Стајић и остали (2021) спровели на подручју централног и источног дела земље. Том приликом су користили податке добијене анализом 107 доминантних стабала буква, од чега је 53 прикупљено на подручју Жагубице, а 54 на територији Рудник планине. Добијене емпиријске серије висинског раста доминантних стабала су разврстане у пет класа, које репрезентују раст букве, у низу од најповољнијих до најмање повољних услова за раст. Након стратификације, тестирана је могућност примене нелинеарних функција раста Chapman-Richards-a, Korf-a и Korsun-a. У првој калибрацији модела најпре је проверена значајност параметара модела, а затим су и анализирани показатељи резидуалне статистике. Секундарна параметризација реализована је довођењем у везу параметара темпа и облика модела, са емпиријским износима кулминације текућег висинског прираста. Добијени резултати показали да Chapman-Richards-ов проширени полиморфни модел даје најбоље предикције очекиваног висинског раста у оквиру оба истраживана подручја и на стаништима различитог производног потенцијала. Међусобним упоређивањем конструисаних бонитетних снопова утврђено је да постоје минималне разлике у висинском расту и развоју, које су јасно уочљиве једино до у периоду до 50. године

старости, где се нешто веће висине очекују на Руднику. Закључено је да даља истраживања висинског раста букве треба да подразумевају примену старосно независних приступа моделовању, као што су алгебарско диференцијални приступ-ADA ((Bailey, Clutter 1974) и генерализовани алгебарско диференцијални приступ-GADA (Cieszewski, Bailey 2000).

Моделовање раста у дебљину и везе између дебљинског прираста и различитих фактора (изграђености крошње, климатских елемената, станишта) најчешће је вршено преко функција раста или основних математичких функција (једначина праве, квадратна једначина, степена или експоненцијална функција), којима су на бази емпиријских података утврђивани параметри. Међу најзначајнија и шумарској пракси најинтересантнија спадају истраживања којима се моделовао раст пречника црног бора (Vučković 1989), букве (Stajić 2010), различитих клонова црне тополе (Andrašev 2007), багрема (Vučetić 2009) и храстова (Stajić, Vučković 2013b). Моделовање везе између дебљинског, односно радијалног прираста и климатских елемената (температуре, падавина) новијег су датума и настала су као резултат увођење дендрохронолошких и дендроклиматолошких истраживања у Србији. Од тада је спроведено више истраживања овакве природе у Србији, која су имала за циљ: утврђивање јачине заједничког климатског сигнала у расту стабала неких других врста дрвећа (Stajić et al. 2018), утврђивање јачине климатског сигнала у појединим компонентама радијалног прираста, односно у укупној величини прираста, у прирасту раног и у прирасту касног дрвета (Radaković, Stajić 2021), анализу утицаја варијација температуре и падавина на прираст различитих врста дрвећа (Stajić et al. 2015c, 2020; Stojanović et al. 2015; Stajić, Kazimirović 2018; Kostić et al. 2021) и утврђивања тзв. карактеристичних година у расту букве (Stajić 2014; Stajić et al. 2017a).

Моделовање расподеле стабала по дебљинским степенима је, такође, новијег датума. Иначе, циљ оваквих анализа, према Стајићу и Вучковићу (2021), утврђивање да ли дата емпиријска расподела неког елемента раста, у овом случају пречника, случајно или сигнификантно одступа од теоријских расподела, као и одређивање вероватноће с којом се може статистички поуздано назначити да се величина пречника или висине неког стабла налази унутар одређеног интервала (дебљинског). Једна од најчешће употребљаваних функција за моделовање дебљинске и висинске структуре у шумарској науци и пракси јесте Weibull-ова функција вероватноће, која је у Србији коришћена у истраживањима Андрашева и осталих (2004), Андрашева (2007) и Стајића (2010).

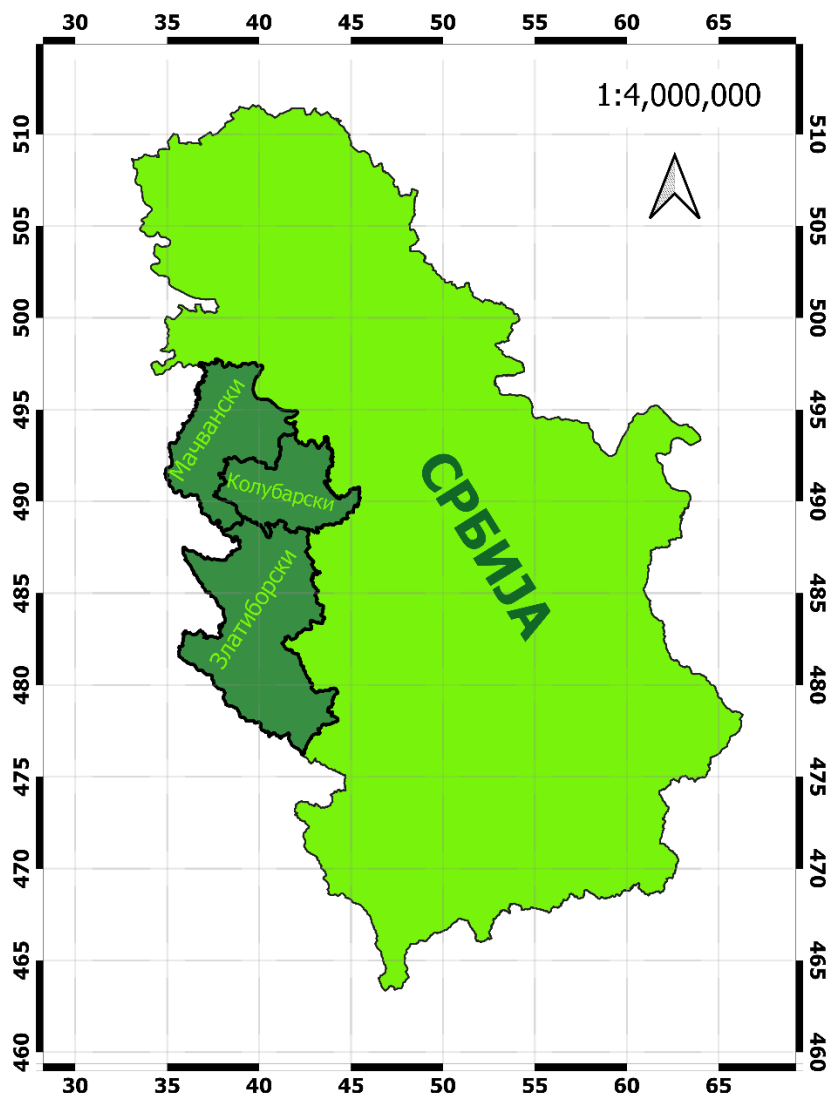
Почетком овог века, Вучковић и Стајић (2005) су у оквиру монографије о букви, систематично представили дотадашња сазнања у погледу развојно-производних карактеристика букових састојина. Том приликом, они су указали да резултати досадашњих истраживања „*нису довољни за потпуно сагледавање и систематизацију станишта и састојина према тренутном и потенцијалном нивоу продукције*“. Недостатак оваквих информације онемогућава успостављање и примену правилног концепта газдовања, посебно ако имамо у виду да се савремени начин спровођења узгојних интервенција базира на познавању динамике висинског раста доминантних стабала. У целини посматрано, Вучковић и Стајић (2005) наводе да су састојине букве у Србији, због деловања низа неповољних фактора, доста удаљене од оптималног стања и могућег нивоа производности, те су потребна нова

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

и добро конципирана истраживања. С обзиром на претходно, али и чињеницу да су веродостојне и употребљиве информације о динамици раста букве у Србији доступне за релативно малу територију, од изузетног стручног интересе је да се база података о расту букве прошири на нова подручја и станишта.

3. ОБЈЕКАТ ИСТРАЖИВАЊА

У сврху реализације истраживачких задатака успостављена је мрежа од 66 привремених огледних поља кружног облика и оборено је 52 доминанта стабла букве. Прикупљање нових и систематизација постојећих података реализована је у циљу формирања нове и обимније базе података, од значаја за утврђивање карактеристика раста букве на подручју западног дела Србије. Према административној подели државе, у њен западни део се сврставају мачвански, колубарски и златиборски округ (слика 1). Иако се генерално буква сврстава међу најпроизводније домаће врсте дрвета (Vučković, Stajić 2003a, 2005), чисте букове састојине у западном делу земље сматрају се посебно вредним и високо производним. Такође, на овом подручју је у претходном периоду спроведено доста различитих истраживања шумских екосистема, а посебно у задњих неколико година, те стога постоје добре полазне основе за даља истраживања.



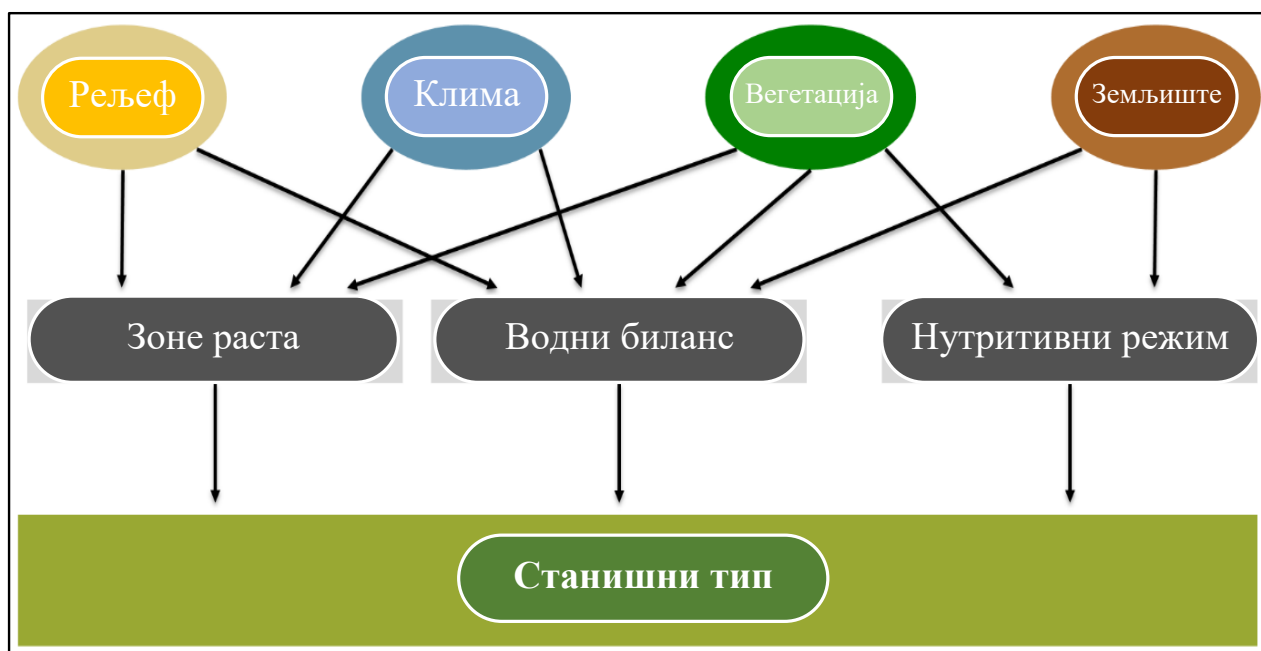
Слика 1. Административне границе округа и подручја западне Србије у којем је извршено прикупљање података о расту и прирасту шумских стабала и састојина букве.

Приликом исказивања позиција коришћена је најновија службена картографска пројекција Србије (Borisov, Banković 2012), која подразумева употребу

координатног референтног система добијеног Универзалном попречном Меркаторовом пројекцијом (UTM) елипсоида WGS 84 у зону 34N.

3.1. Мапирање станишних типова

Под шумским стаништем се подразумевају сви фактори спољашње средине, који су значајни за раст шумског дрвећа. У станишне или еколошке факторе убрајају се: положај и рељеф (надморска висина, експозиција, нагиб, облик терена), климатски параметри (температура, падавине итд.), земљиште и вегетација (тип земљишта, матични супстрат, физичке и хемијске карактеристике).



Шема 1. Веза између фактора окружења и типа шумског станишта (Košanin et al. 2021).

Релације између наведених група појединачних фактора су изузетно комплексне. Услед међусобног условљавања и модификовања утицаја појединачних фактора резултујући ефекат на раст стабала и састојина се мења у времену и простору. Упркос веома сложеним међусобним односима фактора окружења, могуће је издвојити делове шуме који се одликују приближно хомогеним условима за раст, односно сличним производним потенцијалом. Такви делови називају се станишни типови, а поступак њиховог одређивања и картирања назива се мапирање шумских станишта. Методологија дефинисања станишних типова заснива се на преклапању и анализирању различитих тематских карти, од којих су код нас као најзначајније препознате оне које приказују зоне раста, водни и нутритивни режим земљишта (Košanin et al. 2017, 2021). Концептуална шема међусобних веза између фактора окружења и шумског станишта приказана је на шеми 1 (Košanin et al. 2021).

Према смерницама о мапирању шумских станишта у Србији (Košanin et al. 2017), у зоне раста вегетације се сврставају подручја и локалитети са сличним топлотним режимом и њихово издвајање се може вршити у хоризонталном и вертикалном правцу. Регионалне зоне раста вегетације се издвајају на бази надморских висина и географског положаја, док се локално мењају у складу са променом услова рељефа и нагиба терена/инсолације, при чему велике разлике постоје између осветљеног и

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

неосветљеног дела терена. Приликом дефинисања регионалних зона раста вегетације у Србији Кошанин и остали (2017) су користили следеће климатске параметре: просечна годишња температура (°C), просечна температура у вегетационом периоду - шестомесечни период април-септембар (°C) и просечне температуре најхладнијег месеца у години - јануар (°C). Интерполацијом података са 10 метеоролошких станица у Србији, прикупљених у периоду осматрања од 1971. до 2000. године, дефинисане су зоне раста дате у табели 1. Припадност посматране састојине зонама раста вегетације утврђује се на основу упоређивања климатских параметара за конкретну локацију, са граничним износима из табеле 1.

Табела 1. Зоне раста вегетације у Србији према Кошанин и остали (2017).

Зона раста вегетације	Надморска висина (m)	Просечна годишња температура (°C)	Просечна температура у вегетационом периоду (°C)	Просечна температура јануара (°C)
Низијска	0 - 100	12,24	18,50	1,70
Брдска	100 - 600	10,54	16,70	0,09
Нижа планинска	600 - 1200	7,41	13,40	-0,63
Виша планинска	1200 - 1500	4,84	10,80	-2,24
Субалпијска	1500 - 1800	3,13	8,97	-6,89
Алпијска	Изнад 1800	-0,01	5,70	-9,84

Други битан елемент приликом дефинисања типова станишта је нутритивна способност земљишта, која варира на нешто ужем - локалном и микронивоу. Хранидбени режим је уско везан за тип вегетационог покривача и физичко-хемијске карактеристике земљишта. Приликом просторне анализе ове станишне компоненте формирају се класе нутритивног режима, које се дефинишу на основу информација о засићености земљишта базама у односу на облике рељефа, матични супстрат, трофични ниво и потенцијал снабдевања базама. Синтезом наведених информација врши се оцена хранидбеног потенцијала на различитим облицима рељефа - геоморфонима. У последњем кораку, груписањем геоморфона са истим или сличним нутритивним способностима, формира се карта нутритивног режима на одређеном подручју. Скала нутритивног потенцијала се даје описно, дефинисањем класа које су у хранидбеном смислу окарактерисане као богате, средње богате, средње обезбеђене, средње сиромашне и сиромашне.

Водни режим или водни биланс (WBL) земљишта представља садржај влаге у зони корена. Поред вегетационог покривача и рељефа, за водни режим су јако битне климатске карактеристике локалитета, али и евентуално присуство подземних вода. У том смислу изузетно велике разлике постоје између терестричних и

хидроморфних земљишта. Водни биланс терестичних земљишта одређује се на основу података о 1) доступној води у зони кореновог система (AWC), 2) суми падавина у летњим месецима и 3) облику рељефа датог у виду геоморфона. Класе водног режима се, такође, картирају и исказују описно као: екстремно суве, веома суве, суве, средње суве, мало влажне, умерено влажне, врло влажне и екстремно влажне. Поред нивоа водног режима, успостављена скала указује и на могућност појаве и трајања водног дефицита, који је најизраженији код екстремно суве класе.

Коначна карта шумских станишта за конкретно подручје формира се на основу информација о зонама раста и преклапањем мапа водног биланса и нутритивног режима. Овакав приказ станишта различитих еколошких карактеристика, представља целовит основ за прикупљање података о расту шумских стабала и састојина. На тај начин, прикупљање података се поред географске одреднице базира и на еколошкој класификацији станишта. У експерименталном смислу, станишни типови се могу посматрати као вид третмана, за које се анализира могућност постојања разлика у динамици раста.

Имајући у виду претходно, прикупљени су подаци о расту букве на три различите геолошке подлоге- гранодиорита, кречњака и филита у оквиру ГЈ „Источна Борања“ и „МЗ Рача“, којима управљају ШГ „Борања“ из Лознице и НП „Тара“, Бајина Башта. Приликом избора локација за постављање огледних поља и обарање доминантних стабала коришћене су доступне мапе станишних типова или се вршило усклађивање плана са текућим процесом мапирања. Тренутно су станишни типови дефинисани само на гранодиориту у планинској зони раста, док је на кречњаку и филиту поступак мапирања станишта у току. Кошанин и остали (2021), у склопу истраживања станишних карактеристика у ГЈ „Источна Борања“, израдили су и презентовали карту станишних типова на гранодиориту у нижој планинској зони раста. На слици 3 приказан је просторни распоред издвојених станишних типова, заједно са позицијама постављених огледних поља и оборених доминантних стабала. Том приликом су у оквиру дела газдинске јединице, дефинисани следећи станишни типови:

1. **Влажно – средње обезбеђено** станиште планинске шуме букве (*Fagetum montanum* В. Јовановић 1953; Syn. *Asperulo odoratae-Fagetum* В. Јовановић 1973; Syn.) – израженији нагиби, обично од 12,5 – 15° (максимално 20°). Дубина земљишта најчешће 50 – 80 см, са мул до модер типом хумуса.
2. **Врло влажно – средње обезбеђено** станиште планинске шуме букве (*Fagetum montanum* В. Јовановић 1953; Syn. *Asperulo odoratae-Fagetum* В. Јовановић 1973; Syn.) – израженији нагиби, најчешће од 15 – 30°, земљиште је најчешће дубоко од 80 – 120 см, образује се мул модер до модер тип хумуса.
3. **Врло влажно – сиромашно** станиште планинске шуме букве (*Fagetum montanum* В. Јовановић 1953; Syn. *Asperulo odoratae-Fagetum* В. Јовановић 1973; Syn.) – нагиби израженији (најчешће 15 од 30°), образује се модер тип хумуса, дубина профила нешто мања у односу на тип станишта 4, најчешће 60 – 100 см.
4. **Умерено влажно – средње обезбеђено** станиште планинске шуме букве (*Fagetum montanum* В. Јовановић 1953; Syn. *Asperulo odoratae-Fagetum* В. Јовановић 1973; Syn.). Овај тип станишта обухвата шире гребене, платое, мањих нагиба најчешће до 12,5°, неутралне експозиције, дубина најчешће од 50 – 80 см, углавном се образује

мул облик хумуса (местимично и мул модер). Могућа слаба каменитост површине и слаба скелетност земљишта. На плићим, каменим и скелетним земљиштима могућа појава шума букве са вијуком (*Festuco drymeiae-Fagetum* Мишић 1972.), а на местима изражене ацидифкације јавља се заједница шума букве са бекицом (*Luzulo-Fagetum* Мишић, Поповић 1978).

5. **Екстремно влажно – сиромашно** до средње обезбеђено станиште планинске шуме букве (*Fagetum montanum* В. Јовановић 1953; *Syn. Asperulo odoratae-Fagetum* В. Јовановић 1973; *Syn.*), које карактеришу ниже рН вредности и модер хумус.

У деловима анализираних газдинских јединица где се поступак мапирања станишних типова одвијао паралелно са прикупљањем информација о расту, постављање огледних поља и обарање доминантних стабала реализовано је на истим местима на којима су вршена ископавања педолошких профила за потребе мапирања станишта. Приликом утврђивања станишних типова на филиту и кречњаку педолошки профили су на терену позиционирани тако да се њиховом анализом може доћи до неопходних података о нутритивном и водном режиму на различитим експозицијама и рељефним облицима. Услед различите дужине и интензитета инсолације, експозиције су подељене на групу топлих (SE, S, SW, W), хладних (N, E, NE, NW) и неутралних (нагиб до 12,5°). Да би се оптимизовао процес прикупљања података геоморфони су здружени тако да представљају различите рељефне облике терена: раван, врх падине, њен средњи и доњи део. У експерименталном смислу, овакав план узорковања се може поистоветити са факторијалним огледом по плану блок система са три фактора (Нађивуковић 1991; Коривица 2015), чији план је дат у табели 2.

Табела 2. План узорковања састојина и доминантних стабала на кречњачкој геолошкој подлози и филиту.

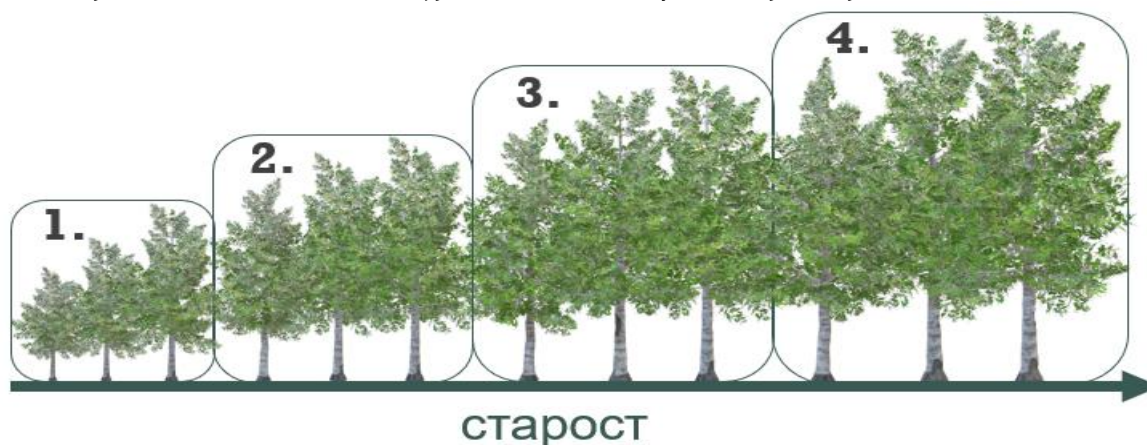
		Геолошка подлога							
		Кречњак, Филит							
		Експозиције							
Облик →		● Равно/Неутрална							
терена		≈60	≈80	≈100	≈120	≈60	≈80	≈100	≈120
↓		Топле				Хладне			
Горњи део		▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲
Средњи део		—	—	—	—	—	—	—	—
Доњи део		▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼
		≈60	≈80	≈100	≈120	≈60	≈80	≈100	≈120
		Старост састојина							

Приликом постављања огледних поља, као додатни четврти фактор укључена је и старост састојина. С тим у вези, постављање и прикупљање података са огледних поља кружног облика реализовано је у састојинама које се налазе у различитим развојним фазама. Том приликом, пред-истраживањима је утврђено да су информације о састојинској старости, дате у посебним основама газдовања шумама (ПОГШ), недовољно поуздане и да као такве не могу послужити као релевантан фактор за стратификацију узорка. Да би се превазишао овај недостатак, приликом рекогносцирања терена и избора локација за постављање огледних поља вршена је процена старости на основу средњег састојинског пречника, затеченог броја стабала по јединици површине и висине доминантних стабала.

У склопу процене састојинске старости дефинисане су четири развојне фазе, по следећем принципу:

1. Младе (старости до 60 година),
2. Средњедобне (60-80 година),
3. Дозревајуће (80-100 година),
4. Зреле састојине (100-120 година).

На слици 2 приказан је хипотетички изглед дефинисаних развојних фаза, које Стајић и Вучковић (2021) називају "огледне површине у низу".



Слика 2. Развојне фазе састојина букве: 1. Младе (старости до 60 година), 2. Средњедобне (60-80 година), 3. Дозревајуће (80-100 година) и 4. Зреле састојине (100-120 година).

Усаглашавањем прикупљања података о расту и прирасту са процесом мапирања типова станишта обезбеђени су поуздани предуслови за свеобухватно сагледавање динамике раста шумских стабала и састојина букве у широкој палети различитих станишних услова. Сматра се да овде анализирани геолошке подлоге представљају најзаступљеније матичне супstrate у чистим буковим састојинама у Србији, а посебно у њеном западном делу.

3.2. Огледне површина

У делу ГЈ „Источна Борања“ (огледна површина 1) у оквиру мапираних станишних типова на гранодиориту постављено је укупно 37 огледних поља (ОП). Локације постављених огледних поља приказане су на слици 3. Информације о

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

ознакама огледних поља, њиховој величини, одељењу и одсеку, станишном типу, развојној фази и процењеној старости, координатама и надморској висини, дате су у табели 3. Избор величине кружног огледног поља (1, 2 или 5 ари) вршен је у складу са процењеном развојном фазом и затеченим броје стабала у састојини. Надморске висине на којима су постављене огледне поља износе од 678 до 870 m. Од укупног броја, 13 огледних поља постављено је у састојинама различите старости на влажном–средње обезбеђеном станишту, по 8 на врло влажном–средње обезбеђеном, врло влажно–сиромашном и умерено влажном–средње обезбеђеном станишту, док су 4 огледне поља постављене у састојинама које су расле на екстремно влажном–сиромашно до средње обезбеђеном станишту. У односу на дефинисане развојне фазе, 8 огледних поља постављено је у зрелим састојинама, 13 у дозревајућим и 16 у средњедобним састојинама.

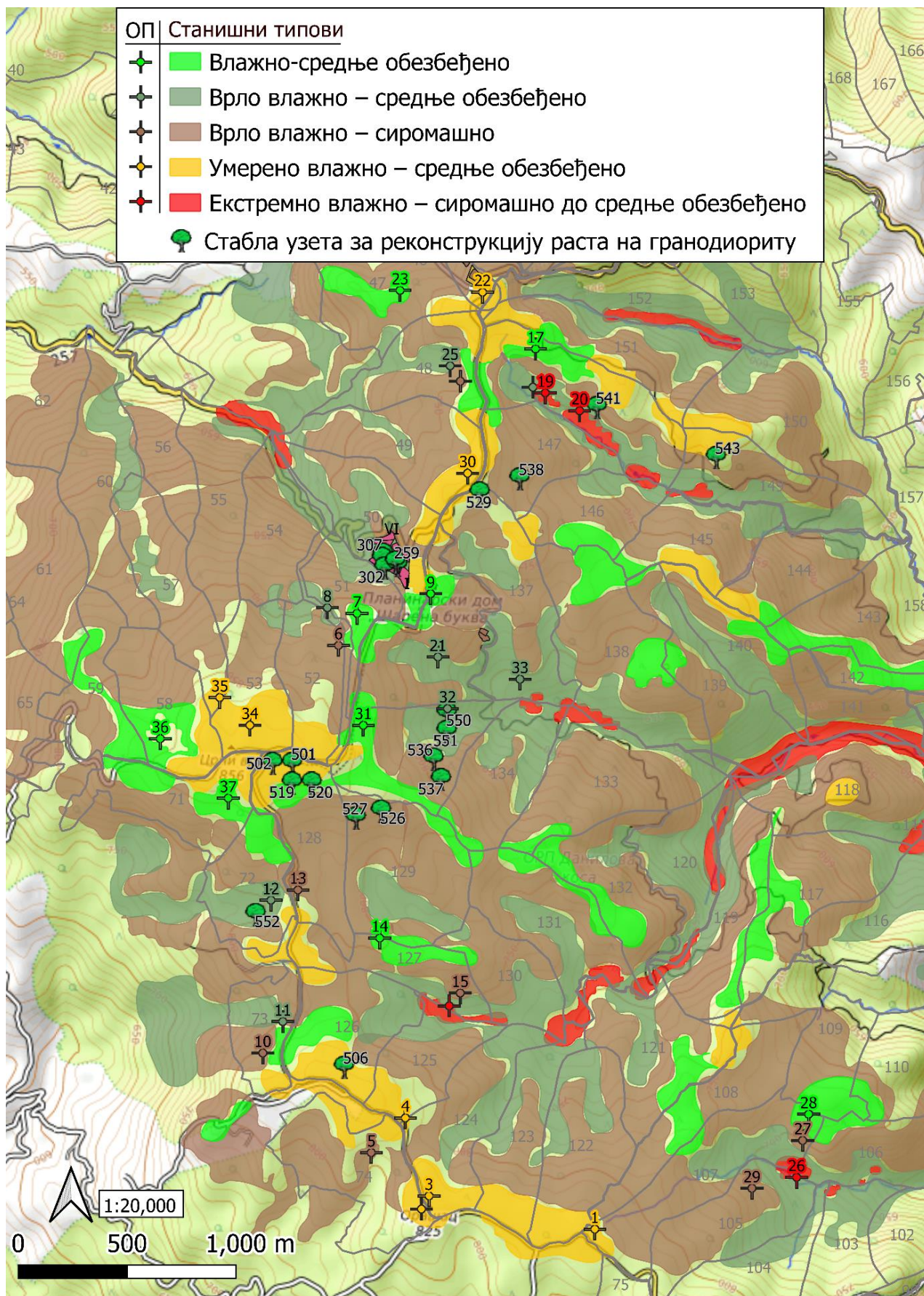
Табела 3. Основне информације о огледним пољима постављеним у буковим састојинама на различитим типовима станишта на гранодиоритној геолошкој подлози на огледној површини 1 (Г) „Источна Борања“).

ОП	Величина	Одељење	Одсек	Станишни тип	Развојна фаза	Процењена старост	Координате		Надморска висина [m]
							х	у	
1	5	107	а	Умерено влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	100	362872	4912903	825
2	2	74	б	Умерено влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	70	362077	4912996	827
3	2	124	б	Умерено влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	80	362112	4913056	826
4	2	125	б	Умерено влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	70	362003	4913414	817
5	5	74	а	Врло влажно-сиромашно	Дозревајућа	90	361847	4913255	813
6	2	124	д	Врло влажно-сиромашно	Средњедобна	70	361696	4915585	823
7	2	51	а	Влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	70	361781	4915731	809
8	2	51	а	Врло влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	70	361645	4915757	797
9	5	136	а	Влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	100	362119	4915822	788
10	2	73	б	Врло влажно-сиромашно	Средњедобна	60	361349	4913712	804
11	5	73	б	Врло влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	90	361441	4913857	801
12	2	72	с	Врло влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	70	361386	4914414	805
13	5	128	а	Врло влажно-сиромашно	Дозревајућа	105	361510	4914461	813
14	2	127	с	Влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	60	361886	4914241	798
15	5	127	а	Врло влажно-сиромашно	Зрела	120	362255	4913988	757

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

ОП	Величина	Одељење	Одсек	Станишни тип	Развојна фаза	Процењена старост	Координате		Надморска висина [m]
							X	Y	
16	5	127	a	Екстремно влажно-средње обезбеђено	Зрела	110	362204	4913929	745
17	5	148	b	Влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	90	362600	4916946	751
18	5	48	b	Врло влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	80	362588	4916770	719
19	2	148	b	Екстремно влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	80	362645	4916744	714
20	2	148	b	Екстремно влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	80	362802	4916662	699
21	2	136	a	Врло влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	60	362153	4915531	763
22	2	46	a	Умерено влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	90	362357	4917206	773
23	5	47	a	Влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	80	361979	4917215	734
24	2	48	a	Врло влажно-сиромашно	Дозревајућа	80	362256	4916798	753
25	5	48	a	Врло влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	100	362209	4916868	745
26	5	107	e	Екстремно влажно-средње обезбеђено	Зрела	120	363798	4913142	678
27	5	107	e	Врло влажно-сиромашно	Зрела	120	363826	4913311	696
28	5	107	e	Влажно-средње обезбеђено	Зрела	120	363854	4913431	714
29	5	105	a	Врло влажно-сиромашно	Зрела	120	363593	4913091	724
30	5	49	a	Умерено влажно-средње обезбеђено	Зрела	120	362289	4916375	777
31	2	135	a	Влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	90	361810	4915217	838
32	2	135	c	Врло влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	60	362197	4915294	759
33	5	137	a	Врло влажно-средње обезбеђено	Зрела	120	362529	4915429	692
34	5	57	a	Умерено влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	60	361290	4915218	859
35	5	53	a	Умерено влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	100	361152	4915345	870
36	2	58	a	Влажно-средње обезбеђено	Средњедобна	60	360879	4915156	843
37	5	71	e	Влажно-средње обезбеђено	Дозревајућа	110	361190	4914883	852

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Слика 3. Карта станишних типова у ГЈ „Источна Борања“, са локацијама постављених огледних поља и стабала узета за реконструкцију раста у чистим буковим

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

састојинама. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења.

Прикупљање материјала за анализу раста и прираста шумских стабала и састојина букве вршено је и на подручју ГЈ „МЗ Рача“ (огледна површина 2), где се паралелно одвијао и поступак мапирања станишта на кречњаку. На основу усклађене шеме узорковања, укупно је постављено 29 огледних поља кружног облика. Локације постављених огледних поља приказане су на сликама 4 и 5, док су основни подаци сумирани у табели 4. Величине постављених огледних поља у средњедобним, дозревајућим и зрелим састојинама су 2 и 5 ари. Само једно огледно поље има величину од 1 ара, јер је постављена у делу састојине која се на основу претходно наведених индикатора старости може окарактерисати као млада. Наиме, приликом обиласка терена уочен је релативно мали део одсека, који као такав није испуњавао услове да буде издвојен у посебан одсек, али је довољно велики и хомоген да се у њему постави огледно поље. Вертикално распрострањење постављених огледних поља износи од 741 m, где се налази ОП 58, до највише тачке од 1020 m (ОП60 и ОП61).

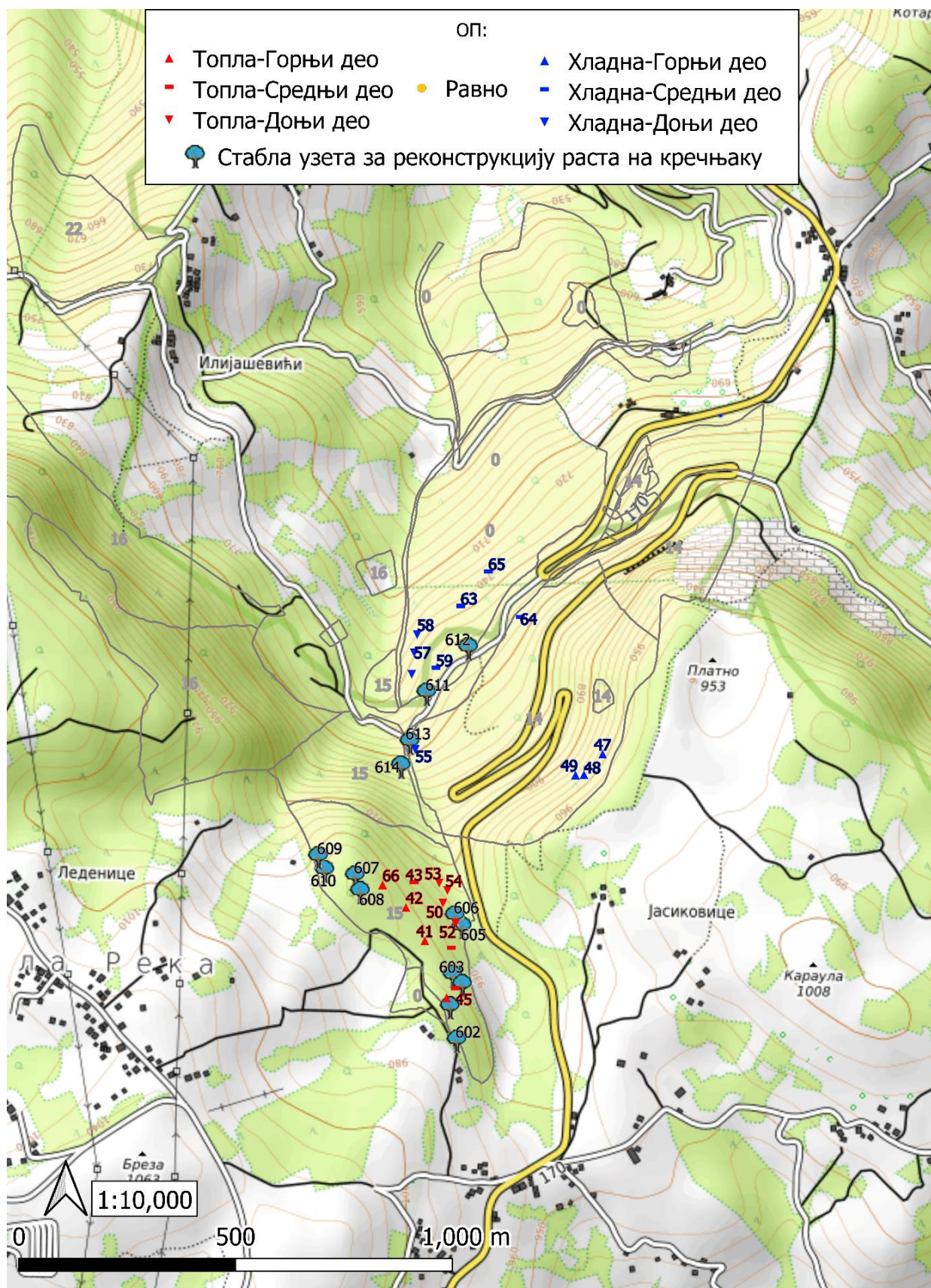
Табела 4. Основне информације о огледним пољима постављеним оквиру огледне површине 2 у чистим буковим састојинама на кречњачкој геолошкој подлози у ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара.

ОП	Величина	Одељење	Одсек	Сулстрат	Експозиција	Рељефни облик	Развојна фаза	Процењена старост	Координате		Надморска висина [m]
									Х	У	
38	5	15	а	Кречњак	Топла	Горњи део падине	Дозревајућа	80	384247	4862232	962
39	5	29	а	Кречњак	Неутрална	Равно	Средњедобна	60	380295	4864894	993
40	2	29	а	Кречњак	Неутрална	Равно	Средњедобна	60	380162	4864809	998
41	2	15	а	Кречњак	Топла	Горњи део падине	Средњедобна	60	384197	4862364	954
42	2	15	а	Кречњак	Топла	Горњи део падине	Дозревајућа	100	384153	4862441	953
43	2	15	а	Кречњак	Топла	Средњи део падине	Средњедобна	80	384172	4862494	935
44	2	15	а	Кречњак	Топла	Средњи део падине	Средњедобна	60	384258	4862343	939
45	5	15	а	Кречњак	Топла	Средњи део падине	Дозревајућа	100	384267	4862250	954
46	5	30	а	Кречњак	Топла	Средњи део падине	Зрела	120	379934	4863261	1005
47	2	14	а	Кречњак	Хладна	Горњи део падине	Средњедобна	60	384607	4862796	944
48	2	14	а	Кречњак	Хладна	Горњи део падине	Средњедобна	80	384593	4862733	958
49	2	14	а	Кречњак	Хладна	Горњи део падине	Дозревајућа	100	384574	4862732	950
50	2	15	а	Кречњак	Топла	Доњи део падине	Средњедобна	80	384239	4862451	925

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

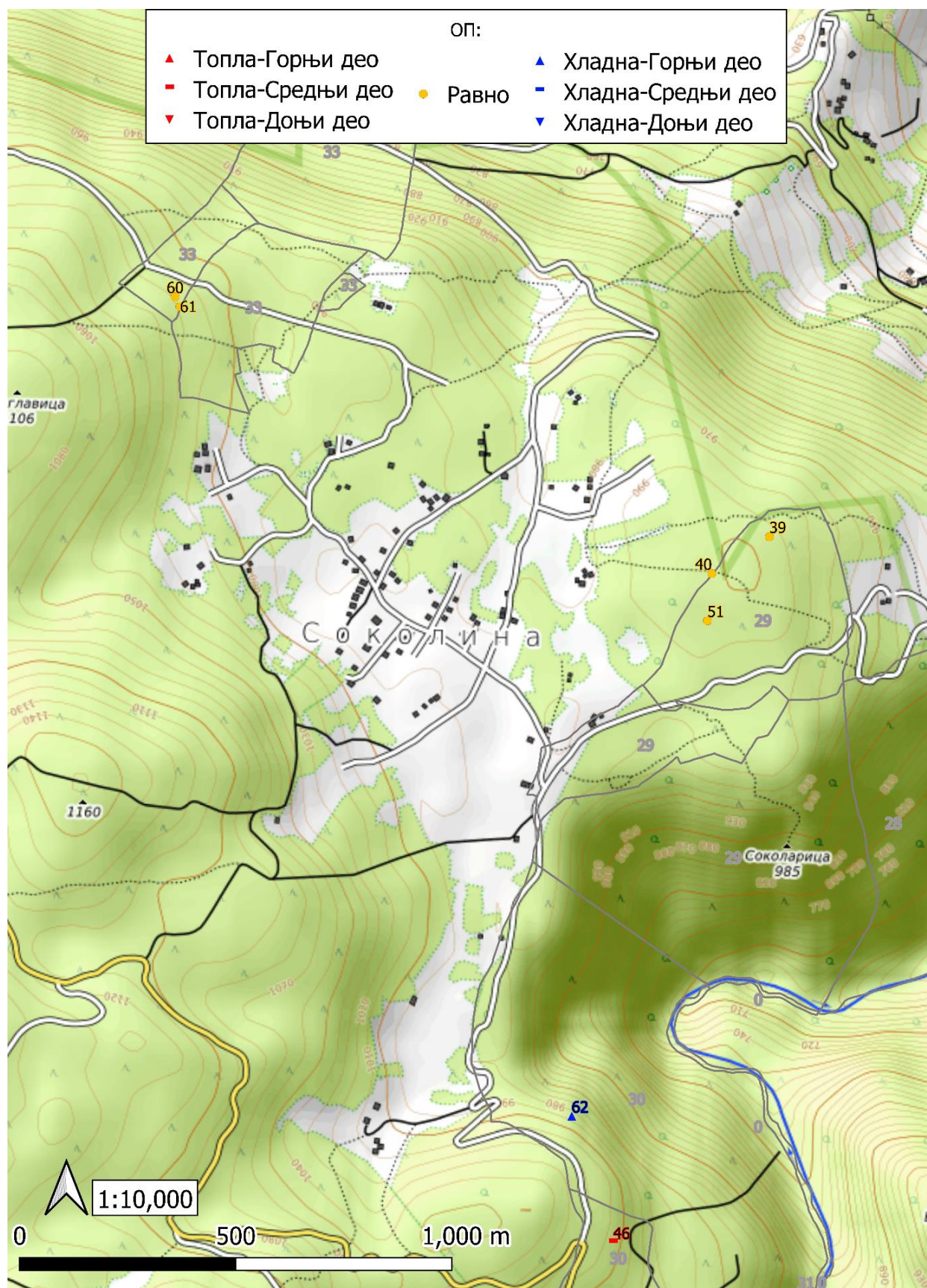
ОП	Величина	Одељење	Одсек	Сулстрат	Експозиција	Рељефни облик	Развојна фаза	Процењена старост	Координате		Надморска висина [m]
									X	Y	
51	5	29	a	Кречњак	Неутрална	Равно	Зрела	120	380152	4864700	994
52	2	15	a	Кречњак	Топла	Доњи део падине	Средњедобна	60	384268	4862405	935
53	5	15	a	Кречњак	Топла	Доњи део падине	Дозревајућа	100	384230	4862498	916
54	5	15	a	Кречњак	Топла	Доњи део падине	Зрела	120	384249	4862480	915
55	2	14	a	Кречњак	Хладна	Доњи део падине	Средњедобна	60	384175	4862806	797
56	2	13	a	Кречњак	Хладна	Доњи део падине	Дозревајућа	80	384167	4862980	754
57	5	13	a	Кречњак	Хладна	Доњи део падине	Зрела	120	384172	4863030	748
58	2	13	a	Кречњак	Хладна	Доњи део падине	Зрела	120	384179	4863072	741
59	2	13	a	Кречњак	Хладна	Средњи део падине	Средњедобна	80	384223	4862990	772
60	5	33	d	Кречњак	Неутрална	Равно	Дозревајућа	100	378921	4865449	1020
61	1	33	a	Кречњак	Неутрална	Равно	Млада	40	378932	4865426	1020
62	5	30	c	Кречњак	Хладна	Горњи део падине	Зрела	120	379838	4863553	985
63	5	13	a	Кречњак	Хладна	Средњи део падине	Дозревајућа	100	384280	4863133	748
64	2	14	a	Кречњак	Хладна	Средњи део падине	Средњедобна	60	384417	4863107	788
65	2	13	a	Кречњак	Хладна	Средњи део падине	Зрела	120	384344	4863213	738
66	2	15	a	Кречњак	Топла	Горњи део падине	Дозревајућа	100	384099	4862493	961

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Слика 4. Локација постављених огледних поља и узетих доминантних стабала за анализу раста и прираста у чистим буковим састојинама на кречњачкој матичној подлози. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења у ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Слика 5. Локација постављених огледних поља у чистим буковим састојинама на кречњачкој матичној подлози. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења у ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара.

Свих 66 огледних поља постављено је у чистим састојинама букве високог порекла, у којима се у последње две деценије редовно газдовало проредним сечама умереног до ниског интензитета. Примарна намена ових састојина је производња високо вредних дрвних сортимената.

3.3. Анализа раста доминантних стабала

Приликом анализе података о старости састојина из ПОГШ за обе газдинске јединице уочено је потпуно одсуство младих састојина у инвентару. Нарушени нормалан размер добних разреда уочен је и приликом рекогносцирања терена, као и током премера на постављеним огледним пољима. Да би се дошло до података о расту стабала и састојина у младости, једино адекватно решење била је реконструкција раста доминантних стабала. Подаци о токовима раста 21 доминантног стабла букве прикупљени су оквиру дела ГЈ „Источна Борања“ где је претходно извршено мапирање станишних типова. Локације узоркованих стабала приказане су на слици 3, док су ознаке и остали битне информације дате у табели 5. Најнижа надморска висина на којој је узето стабло за анализу раста на гранодиориту износила је 765 m (стабло 100), а највиша на 871 m (стабло 501).

Табела 5. Основне информације о доминантним стаблима узетим за анализу раста и прираста у чистим буковим састојинама на типовима станишта у оквиру гранодиоритне геолошке подлоге у ГЈ „Источна Борања“.

Стабло	Одељење	Одсек	Станишни тип	Висина [m]	Координате		Надморска висина [m]
					X	Y	
100	50	b	Врло влажно-средње обезбеђено	32,5	361892	4915984	765
257	50	b	Врло влажно-сиромашно	34,0	361961	4915951	783
259	50	b	Врло влажно-сиромашно	34,3	361951	4915966	780
302	50	b	Врло влажно-средње обезбеђено	32,0	361902	4915940	768
307	50	b	Врло влажно-сиромашно	30,6	361896	4916003	767
501	128	b	Умерено влажно-средње обезбеђено	29,7	361478	4915042	871
502	128	b	Умерено влажно-средње обезбеђено	32,8	361388	4915042	865
506	126	a	Умерено влажно-средње обезбеђено	31,6	361716	4913647	830
519	126	a	Влажно-средње обезбеђено	30,6	361478	4914952	861
520	126	a	Влажно-средње обезбеђено	31,7	361568	4914952	865
526	120	c	Врло влажно-сиромашно	27,8	361886	4914823	832
527	120	c	Врло влажно-сиромашно	30,1	361771	4914792	836
529	137	a	Умерено влажно-средње обезбеђено	34,5	362339	4916284	777
536	135	a	Врло влажно-сиромашно	34,8	362128	4915061	785
537	136	a	Врло влажно-сиромашно	32,3	362162	4914968	791

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

Стабло	Одељење	Одсек	Станишни тип	Висина [m]	Координате		Надморска висина [m]
					X	Y	
538	147	a	Врло влажно-сиромашно	30,5	362522	4916349	776
541	148	b	Врло влажно-средње обезбеђено	29,6	362876	4916677	703
543	149	a	Врло влажно-сиромашно	31,8	363423	4916447	695
550	135	c	Врло влажно-средње обезбеђено	32,0	362189	4915272	758
551	135	c	Врло влажно-средње обезбеђено	27,1	361892	4915984	751
552	72	c	Врло влажно-средње обезбеђено	31,6	361961	4915951	798

Поред тога, у оквиру огледне поља 1 (Г) „Источна Борања“ изабрано је и додатно оборено укупно 17 доминантних стабала букве, упоредо са током процеса мапирања станишних типова на кречњаку и филиту. На различитим експозицијама и рељефним облицима земљишта формираних на кречњаку оборено је 9 доминантних стабала, чије су позиције приказане на слици 6. Локације 8 оборених стабала у оквиру дела где геолошка подлога филит приказане су на слици 7. Ознаке свих узетих стабала на кречњаку и филиту, заједно са свим осталим неопходним информацијама, дате су у табели 6.

Табела 6. Основне информације о доминантним стаблима узетим за анализу раста и прираста у буковим састојинама на кречњачку и филиту у Г) „Источна Борања“.

Стабло	Одељење	Одсек	Супстрат	Експозиција	Рељефни облик	Висина стабла [m]	Координате		Надморска висина [m]
							X	Y	
401	172	a	Кречњак	Топла	Доњи падине	35,1	363400	4918526	551
402	172	a	Кречњак	Неутрална	Равно	22,2	362982	4918772	715
403	172	a	Кречњак	Топла	Средњи део падине	28,8	363096	4918585	599
406	171	a	Кречњак	Топла	Доњи део падине	37,8	363236	4918523	618
408	172	a	Кречњак	Топла	Горњи део падине	28,4	363002	4918659	696
424	25	a	Кречњак	Хладна	Доњи падине	32,2	360323	4919768	395
425	24	a	Кречњак	Хладна	Доњи део падине	35,5	360384	4919746	416
426	24	a	Кречњак	Хладна	Средњи део падине	35,6	360435	4919683	457
427	24	a	Кречњак	Хладна	Горњи део падине	38,0	360456	4919623	483
433	93	a	Филит	Топла	Горњи део падине	33,3	364787	4912113	687
435	91	a	Филит	Неутрална	Равно	32,4	365022	4912268	658
436	91	a	Филит	Топла	Средњи део падине	33,1	364967	4912390	630
439	91	a	Филит	Топла	Доњи део падине	30,1	365002	4912516	582
446	89	a	Филит	Хладна	Доњи падине	31,0	364811	4911152	610

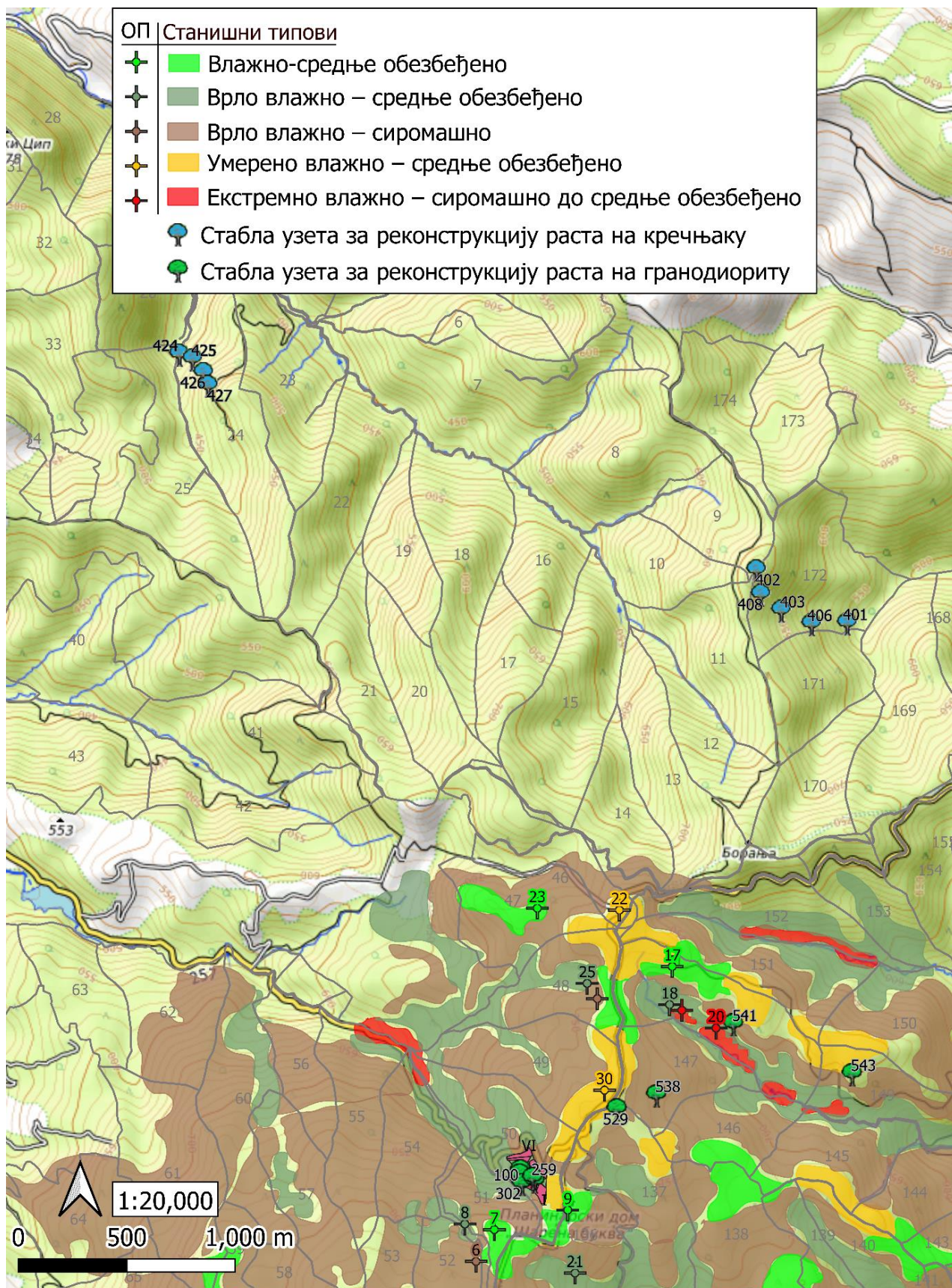
Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

Стабло	Одељење	Одсек	Супстрат	Експозиција	Рељефни облик	Висина стабла [m]	Координате		Надморска висина [m]
							X	Y	
448	88	е	Филит	Хладна	Горњи део падине	31,1	364417	4911195	752
450	88	а	Филит	Хладна	Средњи део падине	35,5	364458	4911132	725
451	88	а	Филит	Хладна	Доњи део падине	30,0	364735	4911123	642

Најнижа надморска висина на којој је на кречњачкој геолошкој подлози узорковано стабло 424 износи 395 m, а највиша 752 m (стабло 448), што представља чак 357 m висинске разлике. Висине најнижег и највишег стабла обореног на кречњаку износиле су 22,2 m (стабло 402) и 38,0 m (стабло 427).

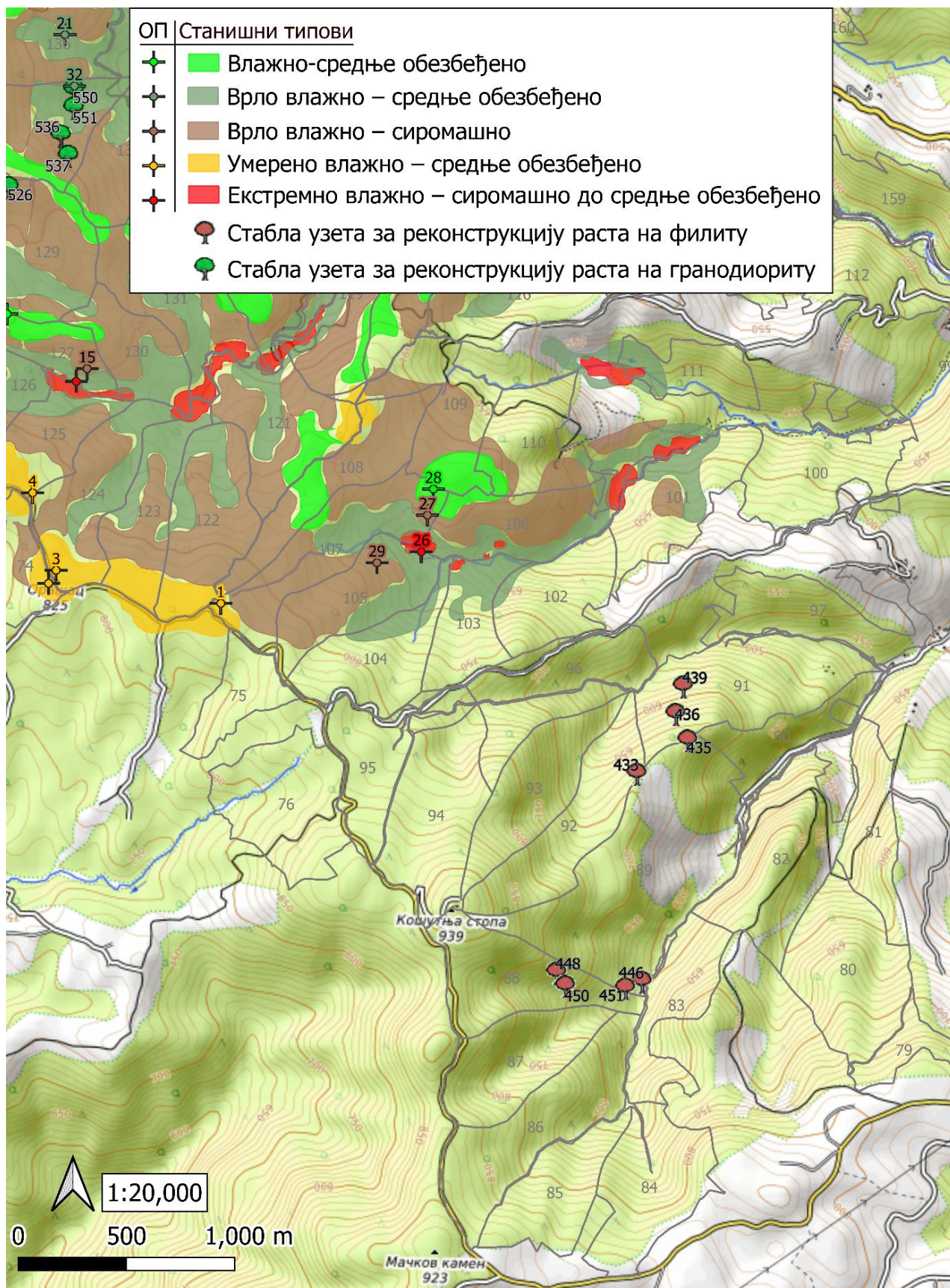
Најнижа надморска висина на којој је на филиту узето стабло за анализу износи 582 m (стабло 439), док је стабло 448 оборено на највишој надморској висини од 752 m. Висине узоркованих доминантних стабала на филиту износе од 30,0 m (стабло 451) до 35,5 m (стабло 450).

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Слика 6. Локација узетих стабала за анализу раста и прираста на кречњачкој матичној подлози у ГЈ „Источна Борања“. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Слика 7. Локација оборених стабала за анализу раста и прираста на филитској матичној подлози у ГЈ „Источна Борања“. Тамносивим линијама и бројевима приказане су ознаке и границе одељења.

Одабир локација на којима је у оквиру огледног поља 2 (ГЈ „МЗ Рача“) вршена селекција и обарање доминантних стабала у циљу реконструкције раста, реализовано је по плану узорковања усклађеним са процесом мапирања станишта (Табела 2). На овај начин узето је укупно 14 доминантних стабала, чије позиције су назначене на претходно приказаним сликама 4 и 5, док су ознаке и остале основне информације дате у табели 7. Висине анализираних стабала износиле су од минималних 21,6 m, колико су имала стабла 607 и 608, која су оборена на равном терену (гребену), до 30,9 m, колико је у доњем делу падине достигло стабло 605. Најнижа надморска висина на којој је оборено стабло 611 износи 771 m, а највиша 974 m (стабло 608).

Табела 7. Основне информације о доминантним стаблима узетих за анализу раста и прираста у буковим састојинама на кречњачкој геолошкој подлози у ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара.

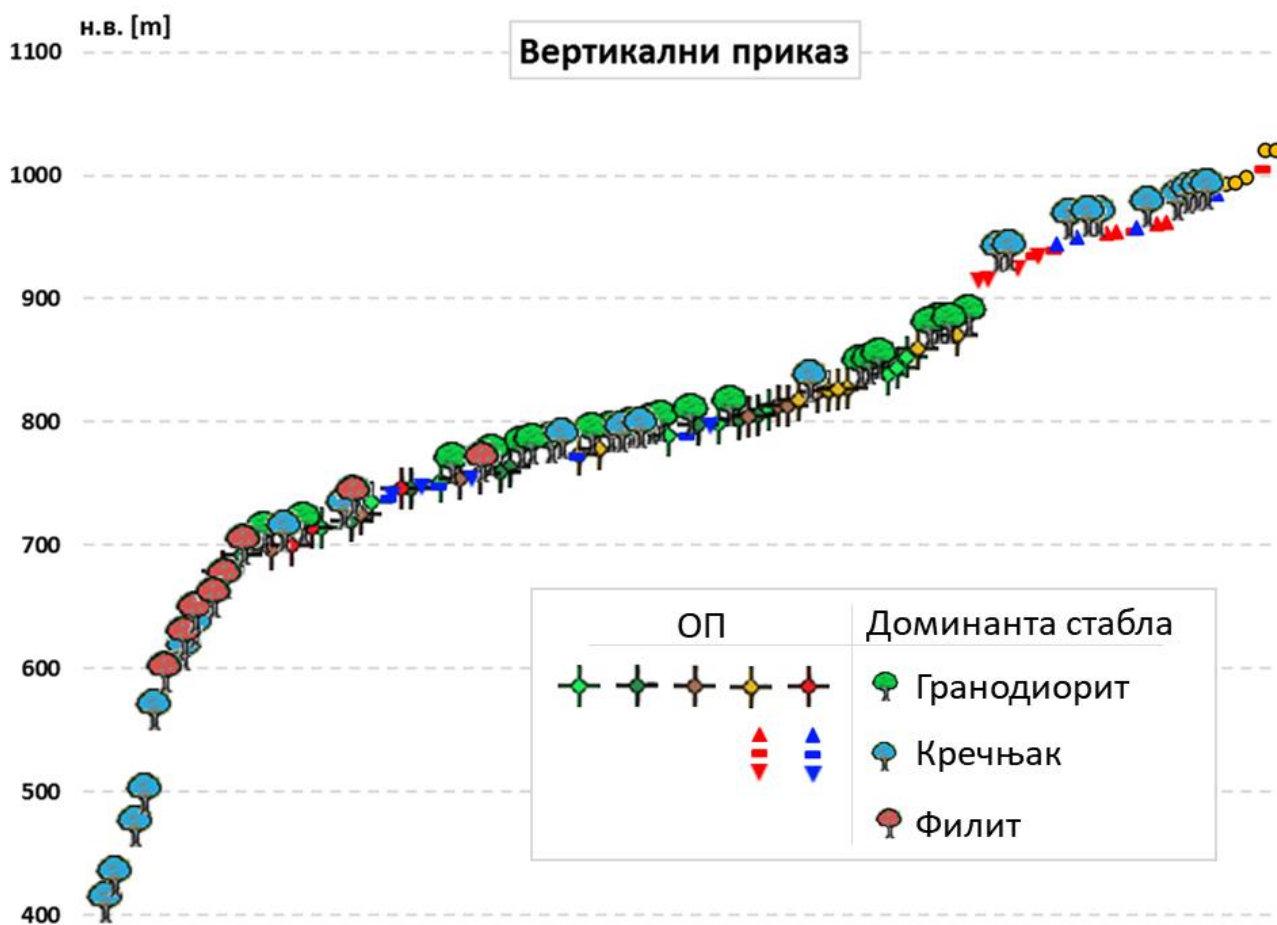
Стабло	Одељење	Одсек	Супстрат	Експозиција	Рељефни облик	Висина стабла [m]	Координате		Надморска висина [m]
							X	Y	
614	15	b	Кречњак	Хладна	Доњи део падине	27,0	384139	4862765	818
613	14	a	Кречњак	Хладна	Доњи део падине	29,0	384160	4862821	780
612	13	a	Кречњак	Хладна	Средњи део падине	28,0	384295	4863039	777
611	14	a	Кречњак	Хладна	Средњи део падине	29,6	384198	4862934	771
610	15	a	Кречњак	Хладна	Горњи део падине	26,8	383963	4862524	959
609	15	a	Кречњак	Хладна	Горњи део падине	25,0	383948	4862556	952
608	15	a	Кречњак	Неутрална	Равно	21,6	384045	4862475	974
607	15	a	Кречњак	Неутрална	Равно	21,6	384033	4862511	972
606	15	a	Кречњак	Топла	Доњи део падине	28,5	384264	4862419	924
605	15	a	Кречњак	Топла	Доњи део падине	30,9	384280	4862394	923
604	15	a	Кречњак	Топла	Средњи део падине	29,2	384281	4862260	949
603	15	a	Кречњак	Топла	Средњи део падине	27,0	384259	4862282	952
602	15	a	Кречњак	Топла	Горњи део падине	29,8	384268	4862131	970
601	15	a	Кречњак	Топла	Горњи део падине	27,2	384252	4862209	965

3.4. Вертикална дистрибуција узорка

На графикону 1 приказана је вертикална дистрибуција прикупљеног материјала у односу на форму података (огледно поље, доминантно стабло, геолошка подлога, станишни тип, рељефни облик и експозиција). Из приложеног се види да је приликом формирања узорка покривен трансект у дужини од преко 600 m вертикалне дистрибуције букових састојина. Најшири распон (између 395 и 1020 m) уједно представља и опсег у којем је извршено узорковање на кречњачкој геолошкој подлози. На тај начин систематизоване су информације о расту стабала и

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

састојина букве на кречњаку у нижој планинској и другој половини брдске зона раста. Поред тога, на филитима су прикупљени подаци о расту доминантних стабала букве у доњем делу планинске зоне раста (582-752 m н.в.). Најобимнији сет података формиран је на основу премера састојина и анализе стабала која су расла на гранодиоритској матичној подлози, за коју је овом приликом једино била израђена карта станишних типова. Подаци о расту и прирасту односе се на станишта на гранодиориту у нижој планинској зони, на надморским висинама између 765 m и 871 m.



Графикон 1. Вертикална дистрибуција постављених огледних поља и стабала узетих за анализу раста и прираста на гранодиориту, кречњаку и филиту. Значење коришћених ознака је приказано у легендама слика 3-7.

4. ЦИЉ И ЗАДАТАК РАДА

Главни циљ овог рада је развој и параметризација симулатора раста шумских стабала и састојина, под називом РАСТко. У питању је хибридни симулатор са интегрисаним моделима раста појединачних стабала и позиционо-зависним индексима конкуренције. Овај симулатор је први симулатор раста који се формира и калибрише за услове Србије, са могућности разноврсне примене и решавања низа практичних, пре свега недоумица везаних за процену очекиваног нивоа продукције у односу на примењени газдински третман, па све до предикције раста стабала и састојина у условима климатских промена.

Приликом израде симулатора раста РАСТко било је потребно испунити неколико посебних међу фазних циљева. Први такав циљ укључивао је реализацију низа задатака који се тичу формирања адекватне базе података о расту букве у чистим састојинама на ужем подручју западне Србије. Поред извршене систематизације постојећих података и сазнања, спроведени су и додатни теренски радови у оквиру којих је извршено постављање и детаљан премер огледних поља, као и узимање великог броја доминантних стабала за реконструкцију раста букве на анализираном подручју. Након успостављања базе података, следећи циљ представљао је моделовање висинског раста и формирање кривих станишних индекса применом GADA методологије (Cieszewski, Bailey 2000). Конструкцијом кривих станишних индекса ствара се у пракси преко потребан и поуздан основ за оцену и рангирање производног потенцијала станишта. Поред тога, на овај начин се стичу и услови за реално поређење динамике висинског раста на истраживаном подручју са токовима раста на стаништима различитог производног потенцијала у другим деловима земље, али и другим европским земљама. Трећи специфични циљ подразумева моделовање максимално очекиваних износа дебљинског прираста применом одговарајућих варијанти проширеног нелинеарног модела са фиксним ефектима NLFE (Pinheiro, Bates 2000). У последњој фази је било неопходно моделовати промене димензија крошњи на начин како су то предложили Pretzsch (2002) и Fabrika (2005).

У сврху остваривања главног и посебних циљева рада било је неопходно реализовати већи број задатака, од којих се као најбитнији, издвајају следећи:

- проучити методологију мапирања станишних типова и еколошке услове који су од значаја приликом прикупљања и анализе емпиријских података,
- успоставити синхронизоване серије радијалног (дебљинског) прираста и емпиријске серије висинског раста,
- извршити анализу састојинске структуре на огледним пољима, уз посебан осврт на разматрање старосне структуре и варијација броја стабала, дебљинске и висинске структуре, мапирања крошњи и одређивање запремина и темељница,
- моделовати токове висинског раста и израдити станишне индексе одабраном GADA функцијом, које се на основу калибрационе и верификационе статистике покаже као најподеснија од неколико тестираних модела,

- проучити динамику висинског раста и прираста у односу на ефекте станишних услова и упоредити је са станишним индексима формираним за букву у оквиру централне и источне Србије, као и са кривим конструисаним у неколико европских земаља,
- детектовати природу утицаја фактора окружења и састојинских услова на дебљински раст, а затим формирати и калибрисати одговарајући NLME модел,
- на основу прикупљених емпиријских података о изграђености крошњи, калибрисати локалне моделе промене ширине и висине почетка крошњи у односу на прсни пречник,
- успоставити алгоритам рада симулатора РАСТко, написати извршни код за реализовање појединачних модула и формирати кориснички интерфејс shiny апликације.

5. ХИПОТЕЗЕ У ИСТРАЖИВАЊУ

У складу са прикупљеним материјалом и постављеним циљевима и задацима истраживања, као и прегледном резултата досадашњих истраживања, дефинисане су следеће полазне хипотезе:

1. Чисте састојине букве су на малим површинама доминантно једнодобне или приближно једнодобне старосне структуре.
2. Окуларна процена старости на основу елемената структурне изграђености није поуздан метод у буковим састојинама.
3. Буква у истраживаном подручју у зрелим састојинама достиже висине преко 40 m, што ова станишта сврстава у једна од најпроизводнијих за ову врсту дрвећа код нас и у Европи.
4. Износ станишног индекса SI_{100} на станишту највећег производног потенцијала (бонитета) на подручју ШГ "Борања"- Лозница већи је него за букву на подручју НП "Тара" и подручју источне и централне Србије.
5. Висински раст стабала букве се разликује по анализираним типовима станишта.
6. Оперативна верзија симулатора, са одговарајућим интерфејсом, може бити формирана у функционално-оријентисаном програмском језику R и представљена корисницима у форми интерактивне *shiny* интернет апликације.
7. Примена генерализованог алгебарско-диференцијалног приступа (GADA) приликом конструкције модела висинског раста прикладнија је за разврставање станишта по производности у односу на приступ који је коришћен приликом израде полиморфних станишних индекса у склопу симулатора SILVA (Немачка) и SYBILA (Словачка).
8. Симулатор „РАСТко“ поуздано симулира раст стабала и састојина букве на подручју на којем је вршена параметризација модела.

6. МЕТОД РАДА

6.1. Прикупљање емпиријских података

Постављање огледних поља реализовано је у хомогеним и добро обраслим деловима састојина. На одабраним локацијама постављане су примерне површине облика круга са константним полупречником, чија величина је одређивана у складу са упутствима за састојинску инвентуру шума (Banković, Pantić 2006). У том смислу, у састојинама са мањим бројем стабала по јединици површине постављане су примерне површине од 500 m², а млађим и гушћим састојинама величине огледних поља су биле 100 m² и 200 m². Корекција полупречника постављених ОП на падинама вршена је управно на изохипсе и у зависности од нагиба терена. Одређивање координата центра ОП вршено је помоћу *Qfield* андроид апликације (верзија 1,8.4), која за позиционирање користи унапређени GPS протокол, обезбеђујући на тај начин довољну прецизност (грешка мања од 5 m).

Пример стабала на огледним пољима подразумевао је утврђивање износа свих елемената раста и просторне структуре које Burkhart (2012) сматра неопходним. Том приликом, најпре су сва стабла обележена (n), а затим и позиционирана у односу на центар круга, мерењем хоризонталне дистанце (HD) и азимута (AZ). Свим стаблима су мерени прсни обими (из којих су одређивани прсни пречници d), затим висине (h), висине крошње светлости (h_l), висине почетка крошње (h_d) као и осам полупречника (R) крошње према главним (R_n, R_s, R_e, R_w) и споредним странама света ($R_{ne}, R_{se}, R_{sw}, R_{nw}$). Обим стабала одређиван је помоћу савитљиве метар траке, док је LaserVertex GEO коришћен за утврђивање азимута, мерење дистанци и висина. У сврху прецизног утврђивања старости и токова дебљинског прираста, преслеровим сврдлом су узети извртци са свих стабала. Извртци су узимани на прсној висини, убушивањем ка геометријском центру стабла, до дубине која је за неколико центиметара већа од полупречника (Stokes, Smiley 1996; Tenzin et al. 2018).

Поред података о огледним пољима, база података је употпуњена и информацијама о токовима раста доминантних стабала букве. У ту сврху вршено је обарање и узорковање стабала Хуберовом секционом методом. Котурови за анализу раста узимани су на сваких метар дужине, почевши од пања до 10-ог метра, а затим отприлике на свака два метра размака до терминалног врха стабла. На узетим котуровима записивана је висина са које су узети и број стабала. У просеку, по стаблу је узиман по 21 котур, што се може сматрати и више него довољним бројем података за реконструкцију токова раста букве.

Узети извртци и котурови допремљени су у Лабораторију за истраживање прираста и дендрохронологију Шумарског факултета, где су најпре подвргнути површинској припреми, а затим и премери. Када су у питању котурови, да би се постигла равна површина и омогућило ефикасно шмирглање, пред-припрема је вршена уз помоћ "цнц" рутера са глодалицом. Површинска припрема узорака подразумева њихову обраду шмирглањем или засецањем, све до момента јасне видљивости година (Gärtner, Nievergelt 2010; Crivellaro, Schweingruber 2015; Gärtner et al. 2015; García-Hidalgo et al. 2022). Након површинске припреме, узорци су скенирани у високој резолуцији, коришћењем равног скенера EPSON V600 и похрањени у лабораторијску базу података. На добијеним фотографијама извршено је мерење

ширине прстенова прираста помоћу програма CooRecorder. На великом броју извртака било је неопходно радити процену удаљености последњег видљивог года од сржи, што је вршено на основу закривљености границе унутрашњих прстенова прираста. Метод процене помоћу конструкције концентричних кругова детаљно је описан од стране Duncan-а (1989), а његова тачност евалуирана је резултатима већег броја истраживања (Duncan 1989; Rozas 2003; Clark, Hallgren 2004; Villalba et al. 2011; Pirie et al. 2015).

Посебна пажња посвећена је прецизности мерења и евалуацији квалитета измерених података, јер поступак синхронизације токова прираста представља један од најважнијих корака приликом истраживања дебљинског раста и прираста (Grissino-Mayer 2001). Приликом утврђивања старости код стабала букве и китњака, Rozas (2003) наводи да је поступак унакрсног датирања значајно прецизнији у односу на окуларно утврђивање броја година и да те разлике иду и до 7 година. У том смислу, висока тачност мерења постиже се преклапањем нормализованих кривих радијалног прираста и провером слагања упадљиво уских или широких (карактеристичних) година. Поред визуелне провере, квалитет премера је квантификован и помоћу параметара интерсеријске и мастер корелације. Провере добијених података мерења извршена је применом софтвера Cdendro (Larsson 2013), али и коришћењем сопствених кодова написаних у програмском језику R (Robinson, Hamman 2011; Team R Core 2020).

Раст доминантних стабала у висину реконструисан је на основу података о висинама на којима су узимани котурови и броја прстенова прираста који је на њима утврђен. Међутим, висине на којима су узимани котурови најчешће се не могу приписати тачно одређеној старости, јер су услед коничног раста дебла котурови готово увек узети испод стварне висине коју је стабло остварило у датој старости. Неколико различитих метода постоји у литератури којима се наведени недостатак може отклонити. Приликом одабира најподеснијег, који је у овом случају примењен, помогли су резултати анализе тачности до којих су дошли Machado и остали (2010). Корекција емпиријских података добијених анализом раста стабала извршена је помоћу методе предложене од стране Carmean (1972), која се математички може представити следећим изразом:

$$H_{ij} = h_i + \frac{h_{i+1} - h_i}{(2 \cdot (r_i \cdot r_{i+1}))} + (j - 1) \cdot \frac{h_{i+1} - h_i}{r_i \cdot r_{i+1}} \quad (1)$$

при чему су подаци из вршног дела стабала кориговани у складу са модификацијом предложеном од стране Newberry (1991):

$$H_{ij} = h_i + \tan(\alpha) \cdot w_j \quad (2)$$

У формулама (1) и (2) j представља редни број прстена прираста од сржи на i -том пресеку, који може да има износе $j=1, 2, \dots, r_i$, где је r_i укупан број прстенова прираста на i -том пресеку; h_i је висина на којој је узет пресек i ; α је угао који заклапа последњи котур и врх стабла; w_j је ширина j тог года на пресеку i ; H_{ij} је коригована висина коју је стабло имало у крају j -те године изнад котура узетог на висини i .

На тај начин су за сва стабла добијени подаци о висинама у датим старостима, који су на графичком приказу још једном преконтролисани. На формираним графиконима за свако стабло је прегледан тренд растурања парова података висина-старост, са циљем да се том приликом детектују и коригују евентуалне аномалије у токовима раста. Ове аномалије могу бити грешке настале приликом премера или дужи периоди у којима је стабло било под засеном.

6.2. Анализа и приказ прикупљених података

Величине основних елемената раста и параметри структурне изграђености детерминисани су за сваку огледну површину и огледно поље. Резултати су одвојено приказивани за огледна поља огледне површине 1 и огледне површине 2. Матични супстрат на првом локалитету су гранодиоритске стене, а на другом је кречњак. Добијени резултати су даље груписани на основу података о станишним типовима (гранодиорит) или на основу фактора (експозиција, рељефних облика) који служе за дефинисање станишних типова (кречњак).

Фактичка старост сваког појединачног стабла (t у год) установљена је на основу броја година на извртцима и додавања броја година неопходних да стабло достигне прсну висину. Том приликом, нису били доступни калибрисани регресиони модели на начин како су то урадили Fraver и остали (2011) или Wang и остали (2007), па је за свако стабло вршена приближна процена броја година који недостају.

У сврху аутоматизације поступка одређивања старосне структуре састојина било је неопходно најпре осмислити одговарајући алгоритам, помоћу којег ће се спровести поступак оцене и израчунавања. Следећи корак представљала је његова имплементација и креирање векторизованог метода у одабраном програмском језику, који ће на крају бити уграђен у симулатор.

Извршни код ове функције, са два улазна аргумента, дат је на у форми приказа као Код 1, на једној од следећих страна. Представљена функција на основу вектора старости стабала најпре испитује да ли се ради о једнодобним састојинама. У ту сврху, одређује се разлика између крајњих износа старости и затим упоређује са другим параметром - одабраном ширином доброг разреда. Оба улазна параметра функције пролазе логичку контролу уноса, при чему добни разред може имати било који целобројни износ између 5 и 25. У случају да је разлика мања од ширине доброг разреда, састојина се означава као једнодобна и функција враћа листу резултата. Поред информације о старосној структури стабала, резултат садржи и податке о минималном, средњем и максималном износу старости у анализираној састојини.

Када је варијациона ширина преко 20 година, приступа се итеративном уклањању екстремних вредности, са циљем испитивања да ли се ради о приближно једнодобној састојини. Том приликом сукцесивно се тестирају све могуће комбинације уклањања екстремних износа старости, при чему се може уклонити највише 20% од укупног броја стабала у скупу. Услед тога, ниво сложености поступка директно је пропорционалан укупном броју стабала. Што је већи број стабала која се могу оставити по страни приликом одређивања старосне структуре, линеарно расте и број комбинација за тестирање које функција мора најпре да предвиди, а затим и реализује. На пример, да би се из скупа уклонило 6 стабала са екстремним износива старости, постоји 26 уникатних комбинација.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

```
1 starostSastojine <- function(Starost = 0, dobniRazred = 20) {
2   if (!is.numeric(Starost))
3     stop("Vector must be integer!")
4   if (!is.numeric(dobniRazred) && dobniRazred %in% 5:25)
5     stop("Have to be an integer between 5 and 20!")
6   trees <- sort(Starost); nRm <- round(length(Starost) * 0.2, 0)
7   komb <- setNames(as.data.frame(do.call(rbind,
8     lapply(1:nRm,
9       function(x)
10        cbind(rep(x, x + 1),
11              matrix(x:0),
12              matrix(0:x))))),
13     c("Uklonjeno", "min", "maks"))
14   rez <- rem <- c()
15   if (diff(quantile(trees, c(0, 1))) <= dobniRazred) {
16     rez <- list( struktura = "jednodobna", od = min(trees, na.rm = TRUE),
17               sredina = mean(trees, na.rm = TRUE), do = max(trees, na.rm = TRUE)
18           )
19   } else {
20     for (i in 1:nrow(komb)) {
21       if (all(komb[i, "min"] != 0 &
22         diff(quantile(trees[0:-komb[i, "min"]], c(0, 1))) <= dobniRazred)) {
23         rem <- c(rem, i)
24         break
25       }
26       if (all(komb[i, "maks"] != 0 &
27         diff(quantile(trees[-length(trees):-length(trees) - komb[i, "maks"]],
28           c(0, 1))) <= dobniRazred)) {
29         rem <- c(rem, i)
30         break
31       }
32     }
33     if (is.null(rem)) {
34       rez <- list(struktura = "raznodobna")
35     } else {
36       if (komb[rem, "min"] != 0) sredina <- trees[-1:-komb[rem, "min"]]
37       if (komb[rem, "maks"] != 0) sredina <- trees[-length(trees):-
38         (length(trees) - komb[i, "maks"])]
39       rez <- list(struktura = "priblizno jednodobna", uklonjenaStabla=
40         komb[rem, 1],
41         od = ifelse((komb[rem, "min"]) == 0,
42           min(trees, na.rm = TRUE),
43           head(trees[!(trees %in% head(trees,
44             komb[rem, "min"])]), 1)),
45         sredina = round(mean(sredina, na.rm = TRUE), 0) ,
46         do = ifelse((komb[rem, "maks"]) == 0,
47           max(trees, na.rm = TRUE),
48           tail(trees[!(trees %in% tail(trees,
49             komb[rem, "maks"])]), 1)
50         ),
51         uklonjena = c( head(trees, komb[rem, "min"]),
52           tail(trees, komb[rem, "maks"])
53       )
54     }
55   }
56   return(rez)
57 }
```

Код 1. Извршни код функције која класификује састојине према старосној структури и одређује пратеће статистичке параметре.

Уколико од нека од n тестираних варијанти уклањања екстрема резултује да се варијациона ширина смањи испод 20 година, таква састојина се означава као приближно једнодобна. Овом приликом се додатно евидентира број и старост стабала која су алгоритмом уклоњена, што се у резултатима приказује заједно са осталим информације о старосној структури огледног поља.

На крају, ако се све комбинације исцрпе, а да се распон старости не успе редуковати у границе једног добног разреда, сматра се да реч о стаблимично једнодобној састојини. У том случају, у резултатима се не дају статистички параметри као у претходним случајевима, него се уноси само исход класификације

У склопу анализе података о старости стабала на огледним пољима одређени су и приказани основни статистички показатељи дистрибуције овог структурног елемента. Том приликом за свако огледно поље (ОП) утврђен је укупан број анализираних старости, проста аритметичка средина утврђених износа, стандардна девијација, минимални и максимални износи, коефицијенти асиметрије (α_3), спљоштености (α_4) и стандардна грешка процене. Затим, за свако ОП детерминисан је тип структурне изграђености и израчуната просечна старост састојина (T у год). Код састојина једнодобне структуре старост је еквивалентна аритметичкој средини, док је код приближно једнодобних састојина старост утврђена као просечан износ након уклањања екстремних вредности старости стабала.

За свако огледно поље одређени су број стабала (N), темељница (G) и запремина (V) по хектару. У циљу приказивања општег тренда опадање броја стабала са повећањем старости употребљена је степена функција (Pretzsch 2009), која има следећи облик:

$$y = a \cdot x^b \quad M1$$

Темељница сваког појединачног стабла (g у m^2) утврђена је као површина круга на основу датог прсног пречника (d у m):

$$g = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad (3)$$

Приликом одређивања запремине појединачних стабала (v у m^3), коришћена је запреминска функција калибрисана за подручје Западне Србије:

$$v = 0,00006 \cdot d^{1,88652} \cdot h^{0,97552}, \quad (4)$$

где је прсни пречник дат у cm , а висина у m .

У склопу анализе дебљинске структуре извршено је одређивање средњег састојинског пречника по темељници - d_g и средњег пречника доминантних стабла - D_g . За њихово рачунање код негруписаних података, коришћени су следећи изрази:

$$d_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}}, \quad (5)$$

$$D_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n D_i^2}{n}}, \quad (6)$$

при чему су са d_i означени пречници појединачних стабала, а са $D_{i...n}$ износи пречника код 100 најјачих стабала по хектару (Assmann 1961) прерачунати на конкретну површину. Тако је за израчунавање D_g на огледним пољима величине 0,05, 0,02 и 0,01 ha, селековано је по пет, два и једно доминантно стабло.

Поред разлика у величинама карактеристичних састојинских пречника, анализирана је и промена средњег пречника доминантних стабала са старошћу. У сврху приказивања везе између средњег пречника доминантних стабала и старости коришћена је линеарна функција.

За моделовање дебљинске структуре коришћена је Weibull-ова функција расподеле вероватноћа (Bailey, Dell 1973):

$$f(d) = \frac{c}{b} \cdot \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \cdot e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c} \quad M2$$

У изразу M2 параметар a представља локацијски параметар, који позиционира дистрибуцију дуж апсцисе и везан је за минималне износе пречника. У сврху адекватног одређивања сва три параметра Weibull-ове функције неопходно је обезбедити релативно велики број података (Shiver 1988; Saborowski 1995). Поред тога, приликом накнадног генерисања дистрибуције пречника за задате критеријуме правилна перцепција стварности налаже да се у расподели могу наћи сви реални износи пречника. Имајући у виду наведено, параметар a који је условљен минималним могућим износима пречника изједначен је са нулом (Pretzsch et al. 2002a; Fabrika, Pretzsch 2013). На тај начин функција је сведена на двопараметарски облик, који је нешто мање флексибилан, али је префериран као знатно практичнији. За одређивање коефицијената c и b потребно је одредити се за једну од неколико често примењиваних метода израчунавања. Од аналитичких метода, најједноставнији и уједно најстарији приступ параметризацији овог модела базира се на процени перцентила и предложен је од стране Zanakis (1979), а усавршио га је Gerold (1988). Поред овог начина одређивања параметара, Merganič и Sterba (2006) су развили и презентовали алгоритам познат као тзв. метода момената. Предложени поступак поред велике прецизности процене параметара (Merganič, Sterba 2006; Lei 2008), одликује се и једноставном процедуром приликом креирања дистрибуције. Комбинацијом ова два метода процене, настао је трећи - хибридни приступ. С друге стране, развојем софтвера посебно је постао актуелан регресиони метод, који подразумева максимизирања логаритма вероватноће (*mle*). Ова техника се сматра изузетно ефикасном у погледу достизања праве асимптоте дистрибуције, али и генерално представља прецизан начин одређивања коефицијената модела (Zarnoch 1985; Shiver 1988; Sghaier et al. 2016). То је утицало на одређење да параметри Weibull-овог модела буду одређивани на овај начин.

Утврђивање везе између висина и пречника реализовано је применом два математички потпуно различита типа модела. Селековане функције представљају неке од најчешће употребљаваних и најпоузданијих, које се у литератури употребљавају у ову сврху. У том смислу, тестирана је могућност примене Проданове функције (Prodan 1944):

$$h = \frac{d^2}{a + b \cdot d + c \cdot d^2} + 1,3 \quad \text{M3}$$

и Михајлове функције (Michailoff 1943):

$$h = 1,3 + a \cdot e^{\frac{-b}{d}} \quad \text{M4}$$

У сврху оцене степена прилагођавања функције емпиријским подацима, коришћена је средња грешка резидуала (*RMSE*). Карактеристичне састојинске висине (средња састојинска висина по темељници - h_g и средња висина доминантних стабла - H_g) одређене су читавањем из висинске криве за претходно детерминисане пречнике d_g и D_g . Промена H_g са старошћу на различитим станишним типовима и експозицијама моделована је применом степене функције истоветног облика као модел M1.

Функције формиране приликом одређивања анализираних елемената раста и структуре састојина, као и рутине везане за успостављање међусобних зависности, уграђене су у симулатор раста РАСТко.

Значајност разлика средњих износа анализираних елемената раста тестирана је применом студентовог *t* теста. Приликом анализе варирање код више од две групе третмана или фактора било је неопходно применити анализу варијансе (*ANOVA*). У склопу провере неопходних теоретских претпоставки за *ANOVA* (независност података, једнакост варијансе и нормална дистрибуција) у првом кораку вршена је параметарска провера да ли анализирани подаци долазе из нормалне дистрибуције. Код узорак са мање од 30 података коришћен је Shapiro-Wilk тест, док је код узорак са више података нормалност њиховог растурања проверена коришћењем Kolmogorov-Smirnov теста. Ослањајући се на карактеристике централне теореме, Stevens (2013) наводи да се средње вредности код већих узорка ($n \geq 30$) најчешће могу добро апроксимирати нормалном расподелом чак иако подацима више одговара нека друга дистрибуција. Када се код мањих узорка утврди значајно одступање од нормалне дистрибуције, за анализу варирања примењиван је Kruskal-Wallis тест, који представља непараметарски еквивалент *ANOVA*. С друге стране, уколико је хипотеза о нормалној дистрибуцији узорка потврђена, у следећем кораку вршено је тестирање претпоставке о хомогености варијанси између анализираних група, односно третмана. Код мањих узорак у ту сврху примењиван је Bartlett-ов тест, док је код већих узорак хомогеност варијансе проверавана помоћу Levene теста, који је нешто мање осетљив на одступања од нормалности. Уколико је утврђено нехомогено варирање унутар тестираних група, примењивана је тзв. Welch *ANOVA*, за чију ефикасност није неопходно да буде испуњена претпоставка о једнакости варирање по групама. У случају да је хомогеност варијансе потврђена, примењиван је одговарајући поступак *ANOVA*.

На основу израчунатих сума квадрата одступања и средњих величина утврђени су резултујући *F* износи, чија статистичка значајност је тестирана за дати број степени слободе. Приказ резултата *ANOVA* и Welch *ANOVA* дат је у складу са препорукама Field (2013). Поред износа *F* статистике, у загради су наведени степени слободе везани за број група и понављања, а у наставку је дата вероватноћа да су

уочене разлике случајног карактера (p износ). Код вероватноћа које оповргавају нулту хипотезу једнакости и које су веће од 0,05 навођени су тачни p износи. Насупрот томе, ако вероватноће упућују на постојање изражених разлика између група, износи вероватноће су означавањем као мањи од одабраног прага значајности α (0,05, 0,01 или 0,001). Провера добијених резултата вршена је двојачко, графички и нумерички. Претпоставка о хомогеној варијанси резидуала, проверавана је визуелно помоћу графикана растурања 1) обичних резидуала и 2) корена стандардизованих резидуала. Нормална дистрибуција стандардизованих резидуала проверена је помоћу квантил-квантил графикана и додатно квантификована применом Kolmogorov-Smirnov или Shapiro-Wilk теста. У случају одбацавања нулте хипотезе о једнакости варирања, неопходно је идентификовати групу или групе чије варирање и средње величине одступају од остатка. У ту сврху је статистичка значајност разлика између тестираних група код ANOVA, утврђивана помоћу Tukey HSD теста. Код Welch ANOVA, примењивано је упарено t тестирање са бонферони корекцијом прага поверења. У случају када се примењује Kruskal-Wallis тест, за упоређивање разлика између група најчешће се користи Games-Howell тест.

Приликом тестирања разлика код узорка са мањим бројем понављања по групама постоји сразмерно већа могућност да се направи грешка типа 2 (β), односно да се прихвати погрешна нулта хипотеза. У том случају, анализа снаге статистичког теста (енгл. *power analysis*) је изузетно важна процедура, која омогућава да се утврде шансе за добијање реалних резултата (Reinhart 2022). Резултат ове анализе базира се на износивама варијансе између и унутар група, које заједно са датим прагом значајности α треба да покажу колики је то оптимални број података неопходан да буде у свакој анализираној групи, да би се са вероватноћом $p = 1 - \beta$ осигурало одбацавање погрешне нулте хипотезе. С повећањем вероватноће теста долази и до експоненцијалног раста неопходне величине узорка, па је опште прихваћено да се за праг грешке 2 узима износ $\beta = 0,2$.

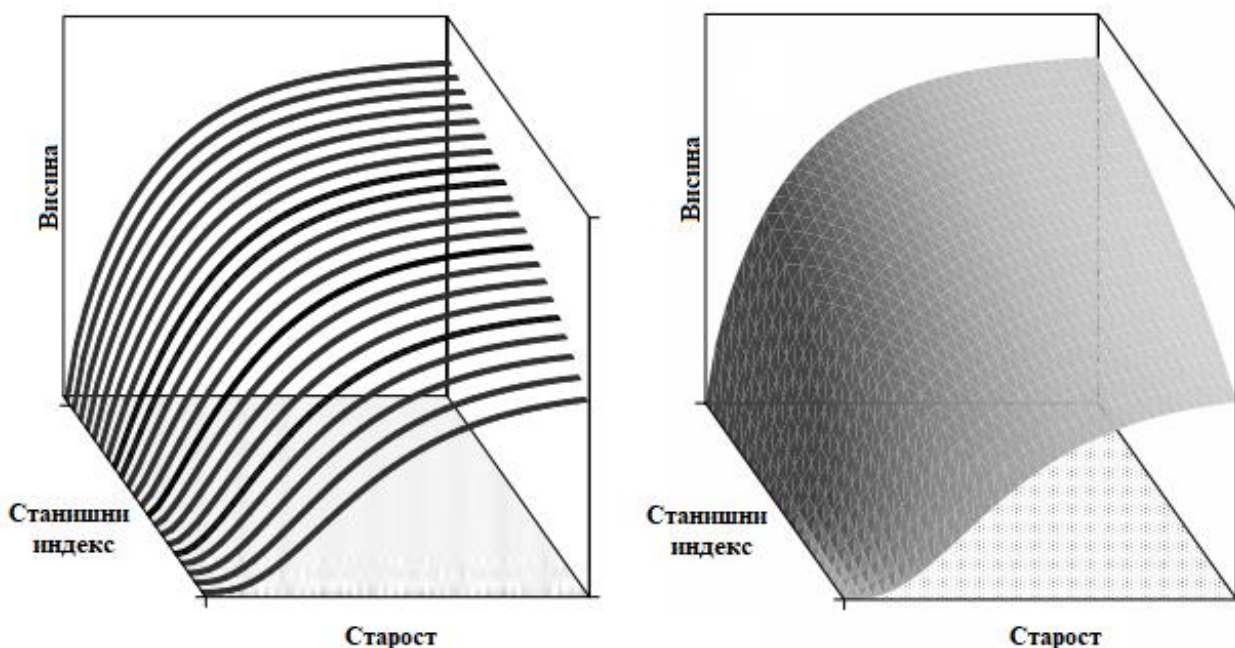
Конструкција станишних индекса се базира на емпиријским подацима о висинском расту стабала и састојина прикупљених у оквиру анализираног подручја. За калибрацију модела висинског раста коришћени су подаци о расту у висину 52 доминантна стабла, док су подаци о висинама и старостима доминантних стабала прикупљени на 67 привремених огледних поља употребљени у поступку верификације.

Приликом конструкције станишних индекса, тестирани су различити динамични модели, развијени применом генерализованог алгебарско-диференцијалног приступа- GADA (Cieszewski, Bailey 2000). Овакав приступ формулацији модела, презентован од стране Cieszewski и Bailey (2000), омогућава да се креирају веома флексибилне динамичке форме базичних функција раста, које имају низ предности у односу на друге методе конструкције бонитетног снопа. Наиме, GADA модели су теоретски добро утемељени, не зависе од избора референтне старости и омогућавају формирања бонитетног снопа у којем се криве раста истовремено одликују полиморфним карактером и варијабилним асимптотима. У овом случају динамички модели се прилагођавају тродимензионалном простору, у којем доминантна висина представља зависну променљиву, а старост и станишни индекс независне варијабле (Слика 8).

Приликом калибрације модела, ефекти различитих станишних услова се процењују директно, као специфични или локални параметри (Cieszewski, Bailey 2000; Nord-larsen 2006). За разлику од њих, захваљујући примењеним трансформацијама, сви остали заједнички параметри се процењују глобално и исти су за сва станишта. Имајући у виду наведено, моделовање висинског раста се реализује у функцији од:

$$H = f(H_0, T_0, T, \vec{\beta}), \quad (7)$$

где је су: H - доминантна висина у старости T , H_0 - доминантна висина у референтној старости T_0 и $\vec{\beta}$ - вектор параметара модела.



Слика 8. Дискретни и континуални приказ тродимензионалних модела раста у висину (Cieszewski 2002).

Поступак извођења GADA модела састоји се од неколико узастопних корака, од којих први подразумева избор базичног модела. Генерализовани облик GADA модела може се представити следећим изразом (Cieszewski и Strub, 2008):

$$Y = M \cdot T^b \quad (8)$$

где су M и b параметри функције или њихове трансформације, Y је зависна променљива, док је са T означена функција времена. Облик параметра T зависи од избора базичне функције, које су претежно разломачке или експоненцијалне форме (Cieszewski, Strub 2008). Најчешће коришћена базична функција експоненцијалног облика јесте функција Chapman-Richards-а, који уједно представља једну од најчешће употребљаваних функција у моделовању раста и прираста шумских стабала и састојина.

Следећи корак подразумева одабир параметара базичне функције и њихово везивање за претпостављени параметар X_0 , који у том смислу представља теоријску меру производности станишта. У том смислу, могуће је претпоставити различите форме зависности између параметара M и b , с једне и замишљене варијабле X_0 , с

друге стране. Веза између параметара и променљиве може имати различит карактер, те се у складу са тим може представити линеарном, обрнуто пропорционалном, квадратном или неком другом функцијом. На пример, експонент времена b може бити постављен обрнуто пропорционално према варијабли и дат изразом $\beta_1 + \beta_2 X_0^{-1}$, док је асимптота M исказана помоћу e^{X_0} . Заменом наведених параметара у генерализовани облик добија се да је:

$$H = e^{X_0}(1 - e^{b \cdot T})^{\beta_1 + \beta_2 X_0^{-1}} \quad (9)$$

Логаритмовањем обе стране претходног израза и даљим сређивањем једначине, долазимо до израза чије решење за X_0 захтева решавање квадратне једначине:

$$X_0 = \frac{1}{2} \left[\Psi + \sqrt{\Psi^2 - 4\beta_2 \varphi} \right] \quad (10)$$

У том случају, очекује се да услед биолошких карактеристика процеса раста стабала, X_0 има реалан и позитиван корен, па су стога $\Psi = \ln H_0 - b \cdot \varphi$, и $\varphi = \ln(1 - e^{\beta_1 T_0})$, где су β_{1-2} глобални параметри модела. Коначно, решавањем једначине (9) за асимптоту и њеним враћањем у оригиналну GADA формулу долазимо до коначног динамичног облика M5, који је дат у табели 8.

У циљу избора генерализованог модела који најцелисходније описује висински раст стабала на истраживаном подручју, поред наведеног модела M5, тестирано је још шест одабраних динамичних форми тропараметарских функција, које се најчешће користе за моделовање раста у шумарству (Zeide 1993). У литератури се може пронаћи већи број изведених GADA генерализација базичних Schumacher, Chapman-Richards, Lundqvist, Weibull, Hossfeld и осталих функција, које су најчешће примењиване приликом формирања станишних индекса. Имајући у виду да станишни индекси у овом раду имају специфичну намену, за моделовање висинског раста циљано су биране базичне функције, које одликује присуство параметра који карактерише асимптоту и бар један параметар облика. Овакве функције су погодне за полиморфну интерполацију, којом је могуће постићи интеграцију модела раста и станишних варијабли на начин који је презентован од стране Kahn-а (1994). Имајући то у виду, као најпогодније за тестирање, одабране су следеће често коришћене GADA форме (Табела 8):

Табела 8. Базични модели и тестирани динамични облици модела М1-М5 (Cieszewski 2004), М6 (Cieszewski 2001; Cieszewski et al. 2006) и М7 (Cieszewski 2002). Са β_{1-2} означени су параметри модела, H_0 је доминантна висина у референтној старости T_0 , H доминантна висина у старости T , а X_0 варијабла која представља производност станишта.

Базична функција	Параметри везани за станиште	Динамични облик функције	Ознака
	$a = e^{X_0}$ $b = \beta_1 + \beta_2 X_0^{-1}$	$H = H_0 \cdot \left(\frac{1 - e^{-cT}}{1 - e^{-cT_0}} \right)^{\beta_1 + \frac{\beta_2}{X_0}}$ <p>где је</p> $X_0 = \frac{(\ln H_0 - \beta_1 \ln(1 - e^{-cT_0})) + \sqrt{(\ln H_0 - \beta_1 \ln(1 - e^{-cT_0}))^2 - 4\beta_2 \ln(1 - e^{-cT_0})}}{2}$	М5
Чарман-Ричардс: $H = a \cdot (1 - e^{-cT})^b$	$a = e^{X_0}$ $b = \beta_1 + \beta_2 X_0$	$H = H_0 \cdot \left(\frac{1 - e^{-cT}}{1 - e^{-cT_0}} \right)^{\beta_1 + \beta_2 \cdot X_0}$ <p>где је</p> $X_0 = \frac{(\ln H_0 - \beta_1 \ln(1 - e^{-cT_0}))}{1 + \beta_2 \ln(1 - e^{-cT_0})}$	М6
	$a = e^{X_0}$ $b = \beta_1 + X_0^{-1}$	$H = e^{X_0} \cdot (1 - e^{-ct})^{\beta_1 + \frac{1}{X_0}}$ <p>где је</p> $X_0 = \frac{(\ln H_0 - \beta_1 \ln(1 - e^{-cT_0})) + \sqrt{(\beta_1 \ln(1 - e^{-cT_0}) - \ln H_0)^2 - 4 \ln(1 - e^{-cT_0})}}{2}$	М7

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

Базична функција	Параметри везани за станиште	Динамични облик функције	Ознака
Lundqvist: $H = a \cdot e^{-b \cdot T^{-c}}$	$a = e^{X_0}$ $b = \beta_1 + \beta_2 X_0^{-1}$	где је $X_0 = \frac{\beta_1 \cdot T^{-c} + \ln H_0 + \sqrt{(\beta_1 \cdot T_0^{-c} + \ln H_0)^2 + 4\beta_2 \cdot T_0^{-c}}}{2}$	M8
Weibull: $H = a \cdot (1 - e^{-b \cdot T^c})$	$a = X_0$ $b = \beta_1 + \beta_2 X_0$	где је $X_0 = \frac{\ln H_0 - \beta_1 \cdot \ln(1 - e^{-T^c})}{1 + \beta_2 \cdot \ln(1 - e^{-T^c})}$	M9
$H = \frac{b \cdot T^c}{T^c + a}$	$a = \beta_1 R_0^{-1}$ $b = \beta_2 + R_0$	где је $R_0 = H_0 - \beta_1 + \sqrt{(H_0 - \beta_1)^2 + \frac{2H_0 e^{\beta_2}}{T_0^c}}$	M10
Hossfeld IV модификације	$a = \beta_1 + X_0$ $b = \beta_2 X_0^{-1}$	где је $X_0 = \frac{H_0 - \beta_1 + \sqrt{(H_0 - \beta_1)^2 + 4H_0 \beta_2 T_0^{-c}}}{2}$	M11

Приликом параметризације одабраних GADA модела примењени су поступци одређивања параметара помоћу узастопних итерација и применом вештачке (енгл. “dummy”) променљиве (Cieszewski 2001). Овакав приступ омогућава унакрсну контролу добијених износа параметара. Најпре су параметри динамичних модела одређени применом угњеждане итеративне процедуре, при чему се свака појединачна итерација састоји из два корака. У првом кораку су израчунати глобални параметри користећи почетне вредности локалних параметара - прелиминарни параметри, који се мењају са променом станишта. Локални параметар представља станишни индекс у некој унапред и произвољно одређеној референтној старости. У другом кораку су израчунати нови локални параметри, тако што су претходно одређени глобални параметри коришћени као константе. У наредној итерацији целокупан поступак се понавља, односно поново се одређују глобални и локални параметри на основу ажурираних износа. Итерације се понављају све док се вредности параметара не стабилизују, што износи приближно од 10 до 50 итерација.

Након што су параметри одређени итеративном процедуром врши се њихово поновно израчунавање и верификација применом тзв. пенализованог нелинеарног модела најмањих квадрата (енгл. *penalized nonlinear least squares*) (Pinheiro, Bates 2000; Stegmann et al. 2018; Pinheiro et al. 2021). Примена овог поступка подразумева везивање локалног (варирајућег) параметра за вештачку варијаблу, која је категоричког карактера и представља контраст анализираних третмана. У суштини, реч је о дискретној променљивој бинарних износа, који по принципу прекидача активирају и деактивирају одређене делове регресионе формуле. Као пример оваквог приступа израчунавању параметара модела, дата је следећа форма Chapman-Richards-овог модела (Cieszewski 2001):

$$H = (S_1 p_1 + S_2 p_2 + \dots + S_n p_n) \cdot \left[\frac{1 - e^{(-\alpha T)}}{1 - e^{(-\alpha T_0)}} \right]^\beta, \quad (11)$$

где је $S_{i,n}$ локални параметар - станишни индекс дефинисан као H у референтној старости T_0 ; $p_{i,n}$ вештачка варијабла са бинарним износима; T_0 референтна старост станишног индекса; T независна променљива - старост; H зависна променљива, доминанта висина, а α, β су параметри модела.

Истраживања раста и прираста стабала и састојина базирана су на анализи временских серија, које представљају узастопна мерења на истом стаблу или огледној површини. Било да је реч о анализи раста доминантних стабала или хронолошки поређаним подацима о величинама елемената раста, поновљена мерења нису међусобно независна, па је стога неизбежна појава серијске аутокорељације података. Поред тога, варијанса оваквих временских серија може да се одликује и појавом хетероскедастичности, која представља појаву тренда у варирању резидуала са променом независне променљиве. Обе наведене карактеристике временских серија представљају нежељена својства, која ремете основне теоријске претпоставке, неопходне за веродостојно одређивања параметара модела. Појава аутокорељације и хетероскедастичности утиче на пристрасну процену параметара модела, што чини резултате примене модела мање поузданим.

У циљу отклањања наведених недостатака, приликом параметризације динамичних модела примењен је генерализовани поступак најмањих квадрата, у склопу којег је извршено моделовање варијансе и аутокорелационе структуре резидуала. У сврху хомогенизације варијансе коришћена је степена функција (Quiñonez-Barraza et al. 2018):

$$\text{Var}(e_{ij}) = \sigma^2 |v_{ij}|^{2\theta}, \quad (12)$$

у којој је са σ^2 означена варијанса резидуала, v_{ij} је независна коваријабла код i мерења на j стаблу или огледном пољу, док је θ параметар функције који се процењује. На овај начин моделовани износи варијансе употребљени су као тежински коефицијенти приликом динамичног израчунавања параметара.

Аутокорелациона структура резидуала уклоњена је применом одговарајућег ауторегресионог модела са покретном средином (ARMA). Грешка резидуала (e_{ij}) је представљена на следећи начин:

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{p=1} \rho_k e_{ij-k} + \sum_{k=1}^{q=1} \theta_k a_{ij-k} + a_{ij} + \epsilon_{ij}, \quad (13)$$

где су: p и ρ ред и параметри ауторегресионог модела (AR); q , θ и a ред, параметри и износи покретне средине (MA); ϵ нови резидуали код стабла или огледног поља i и j висине. У циљу избора најповољнијег модела тестирано је неколико прогресивно сложенијих ауторегресионих структура. Као најбоља одабрана је она структура након које анализа варијанса резидуала не показује значајно веће разлике у објашњеним варијацијама.

Након уклањања хетероскедастичности и аутокорелације резидуала, провера тренда у растурању резидуала је извршена графичким увидом у дистрибуцију. У ту сврху, формиран су графикони са:

- 1) емпиријским и израчунатим висинама доминантних стабала;
- 2) износима аутокорелационих коефицијената;
- 3) дистрибуцијом резидуала око линије регресије и
- 4) дистрибуцијом резидуала упросечених за дату старост.

Претпоставка о хомогеном варирању средњег износа резидуала око линије регресије проверена је применом t теста. Поред тога, значајност одступања од очекиваног коефицијента нагиба и одсечка код графика емперијских и израчунатих висина тестирана је применом F теста (Nord-Larsen et al. 2009).

Да би се додатно стекао утисак о важности и ефекту моделовања аутокорелације и хетероскедастичности варијансе упоређена су растурања резидуала са резидуалима прве доцње, код модела са и без моделовања ова два параметра. Такође, извршена је и нумеричка квантификација присуства аутокорелације резидуала применом робусно модификованог Durbin-Watson теста (\overline{DwM}). Просечан износ коефицијента одређен је за сва анализирана стабла помоћу следећих израза:

$$\overline{DwM} = \frac{\sum_{s=1}^S DW}{S} \quad (14)$$

$$\text{и } DW = \frac{\sum_{n=2}^N (e_n - e_{n-1})^2}{\sum_{n=1}^N e_t^2}, \quad (15)$$

где је DW износ Durbin-Watson статистике за свако од $s \dots S$ стабала, $n \dots N$ је број података, а e_n и e_{n-1} су резидуали. Износи коефицијента \overline{DwM} се крећу у опсегу од 0 до 4 и уколико су значајно мањи од 2, онда је присутна врло изражена позитивна аутокорељација резидуала. Потпуно одсуство аутокорељације одговара износима \overline{DwM} приближним 2, док присуство негативне аутокорељације одговара износима значајно већим од 2.

У циљу одабира најподобнијег динамичног модела за описивање висинског раста доминантних стабала у оквиру истраживаног подручја, коришћени су (1) параметри калибрационе и верификационе статистике, (2) графички методи за анализу резидуала и (3) подобност модела да представе биолошке законитости раста (Goelz, Burk 1992; Socha et al. 2020), јер избор најбољег модела представља компромис између биолошких и статистичких разматрања (Barrio-Anta, Diéguez-Aranda 2005).

Прва фаза поступка евалуације модела подразумевала је, најпре, оцену прилагођавања тестираних модела подацима који су служили за њихову калибрацију. Да би се проверило евентуално присуство систематске грешке код резидуала параметар пристрасности процене (\bar{e}) одређен је према формули:

$$\bar{e} = \frac{\sum_{n=1}^N (Y_n - \hat{Y}_n)}{N}, \quad (16)$$

где је \hat{Y}_n и Y_n представљају моделоване и емпиријске износе доминантних висина у одређеној старости, а са N је означен број парова података. Код непристрасних процена модела параметар \bar{e} имаће износе приближне 0.

У следећем кораку, израчуната је стандардна грешка регресије ($RMSE$), која представља корен средње квадратног износа резидуала:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (Y_n - \hat{Y}_n)^2}{N-p}}, \quad (17)$$

где је са p означен број параметара модела. Приликом коначног одабира модела предност имају они са значајно мањим износима $RMSE$. Додатно, да би се проучио утицај старости на квалитет прогнозе, анализирани су промене \bar{e} и $RMSE$ по петогодишњим класама старости.

Коефицијент детерминације (R^2) за нелинеарну регресију одређен је на основу корелације између емпиријских и моделованих износа (Barrio-Anta et al. 2008):

$$R^2 = r_{\hat{Y}_n Y}^2 \quad (18)$$

За сваки од тестираних динамичких модела, израчунати су Akaike information criterion (*AIC*) и Bayes-ов (*BIC*) информациони критеријум, према следећим обрасцима:

$$AIC = -2 \cdot \log(Lik) + 2 \cdot n_{par} \quad (19)$$

$$BIC = -2 \cdot \log(Lik) + n_{par} \cdot \log(N), \quad (20)$$

где је са *Lik* означена максимална вероватноћа, n_{par} је број параметара у моделу, док је N број парова података коришћених приликом калибрације модела. Према овим дефиницијама, мањи износи наведених информационих критеријума су бољи. Другим речима, ако користимо *AIC* за упоређивање два или више модела за исте податке, преферирамо модел са најнижим *AIC*. Слично томе, одабира се модел са најнижим износима *BIC* параметра.

Имајући у виду да калибрациона статистика не говори ништа о прогностичким квалитетима модела, следећи корак подразумева верификацију резултата на подацима који нису учествовали приликом параметризације (Myers 1990). У ту сврху, најпре је помоћу формуле (16) проверена пристрасност \bar{e} процене висина код независног сета података. Надаље, утврђена је и средња апсолутна разлика (*MAD*) између моделованих и емпиријских износа код N доминантних стабала на огледним пољима:

$$MAD = \frac{\sum_{n=1}^N |(Y_n - \hat{Y}_n)^2|}{N} \quad (21)$$

Износи *MAD* параметра указују на очекивано одступање приликом прогнозе износа висина помоћу датог модела.

Степен ефикасности модела приликом прогнозе раста висина, квантификован је помоћу *MEF* коефицијента, који се израчунава на основу следећег израза:

$$MEF = 1 - \frac{\sum_{n=1}^N (Y_n - \hat{Y}_n)^2}{\sum_{n=1}^N (Y_n - \bar{Y})^2} \quad (22)$$

Приликом избора најбољег модела, у обзир су узимани само они модели чији сви параметри статистички значајно доприносе квалитету прогнозе. Дистрибуција резидуала око линије регресије одабраног модела мора да одговара нормалној дистрибуцији и да не показује трендове промене варијације у оквиру анализираних група. Поред графичке контроле трендова, потребно је да групе резидуала одабраног модела показују хомогено растурање око линије регресије. Подједнако је важно да величина \overline{DwM} статистике код резидуала најбољег модела буде око 2 и да резидуали различите доцње међусобно не показују статистички значајну линеарну зависност. Када су у питању наведени коефицијенти калибрационе и верификационе статистике, најкориснији модел треба да има најмање износе \bar{e} , *RMSE*, *AIC*, *BIC* и *MAD* параметара, а највеће износе прилагођеног коефицијента детерминације R^2 и *MEF*. Код одабраног модела, пожељно је да се параметри

верификационе статистике MAD и \bar{e} минимално мењају са старошћу, односно да у свим старосним класама пружају исти квалитет прогнозе раста висина.

Међутим, одговарајући износи наведених параметара статистике не гарантују увек да разматрани модели генеришу трајекторије висинског раста које су биолошки очекиване. Стога, један од најбитнијих аспеката избора најподобнијег модела подразумева графичку и нумеричку анализу моделованих кривих раста, остварених асимптота, износа и времена кулминација текућег прираста (Huang et al. 2003). Добијени износи би требали да у што већој мери одговарају природним законитостима раста, које подразумевају ранију кулминацију и веће асимптоте на бољим стаништима, као и каснију кулминацију прираста и мање асимптоте на лошијим стаништима.

Утврђивања износа станишних индекса захтева да се поред података о висини и старости, одабере и одговарајућа референтна старост. С обзиром да прецизност модела зависи од броја доступних података и да се додатно мења са старошћу, избор референтне старости може значајно да утиче на поузданост добијених резултата (Diéguez-Aranda et al. 2005; Barrio-Anta et al. 2008; Manso et al. 2021b). Према мишљењу Goelz и Burk (1992), избор референтне старости 1) треба бити усклађен са дужином опходње или 2) спроведен тако да се пронађе износ који ће омогућити веродостојно предвиђање доминантне висине. Diéguez-Aranda и остали (2005) су у ту сврху предложили израчунавање релативне грешке процене ($RE\%$) помоћу следећег обрасца:

$$RE\% = \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^N (Y_n - \hat{Y}_n)^2 / (N-p)}}{\bar{Y}} \cdot 100, \quad (23)$$

где је са \bar{Y} представљена просечна висина, док све остале ознаке имају исто значење као и у претходном тексту. Израчунавањем $RE\%$ за различите износе референтне старости формиран је графикон на основу којег је идентификован интервал са најмањом грешком прогнозе.

Станишни индекс по својој дефиницији представља статични елемент састојинске структуре (Monserud 1984), чији износ је приближан без обзира на старост и висину из које се станишни индекс израчунава. Стабилност процене станишних индекса у референтној старости проверена је конструкцијом графикона који приказује како се предикција мења, у зависности од старости и висина из којих се врши израчунавање овог елемента састојинске структуре.

Процена износа висине H_2 у старости T_2 на основу претходних износа H_1 и T_1 , може указати на максималну дужина периода за који модел даје поуздане процене будућих висина. У ту сврху, тестиране су различите дужине интервала $T_2 - T_1$, односно лагова, за које су израчунати средњи квадратни износи грешке $RMSE$. Поред тога, одређена је и критична грешка процене ($E_{crit.}$) изражена у процентима од опажених средњих износа:

$$E_{crit.} = \frac{\sqrt{\tau^2 \sum_{n=1}^N (Y_n - \hat{Y}_n)^2 / \chi^2_{crit.}}}{\bar{Y}} \cdot 100, \quad (24)$$

где је са n означен број података, Y_n су емпиријски износи висина, \hat{Y}_n су њихови процењени износи, \bar{Y} је просечна емпиријска висина, τ је стандардна нормална девијација за постављени праг значајности ($\tau = 1,96$ за $\alpha = 0,05$), док $\chi^2_{crit.}$ представља критичан износ χ^2 квадратне дистрибуције за $\alpha = 0,05$ и n степени слободе. Модел даје задовољавајуће предикције доминантних висина Уколико се процењени износи $E_{crit.}$ крећу у оквиру дозвољених граница одступања, сматра се да модел даје поуздане прогнозе.

Приликом израде симулатора, један део извршног кода има задатак да реализује основну обраду унесених података премера и врши припрему за визуализацију. Ова група команди је такође коришћена приликом анализе структурне изграђености крошњи на огледним пољима. У том смислу, наведени програмски део садржи наредбе којима се утврђују:

$$1. \text{ укупне дужине крошњи} \quad l = h - h_d \quad (25)$$

$$2. \text{ дужине крошњи светлости} \quad l_{sv} = h - h_l \quad (26)$$

$$3. \text{ дужине крошњи сенке} \quad l_{se} = l - l_{sv} \quad (27)$$

$$4. \text{ средњи полупречници крошњи} \quad \bar{R} = \sqrt{\frac{R_n^2 + R_{ne}^2 + R_e^2 + R_{se}^2 + R_s^2 + R_{sw}^2 + R_w^2 + R_{nw}^2}{8}} \quad (28)$$

$$5. \text{ површину застирања крошњи} \quad Z_p = \bar{R}^2 \cdot \pi \quad (29)$$

$$6. \text{ ширине крошњи} \quad b = 2 \cdot \bar{R} \quad (30)$$

Наведени показатељи изграђености крошњи приказани су на графикону 2.

Затим, за све огледна поља формиране су карте пројекција крошњи на хоризонталну раван. На основу хоризонталних дистанци (HD) и углова (AZ), одређене су просторне координате сваког од 8 полупречника крошњи. У сврху спајања ових тачки у затворене полигоне коришћени су базични X сплајнови (Blanc, Schlick 1995). Да би се постигао одговарајући облик крошњи и затвореност трајекторије за сваку од осам контролних тачки одабран је максимални износ тзв. тензионог параметра. Таква поставка модела уједно представља и гранични случај, када се добијају облици идентични кубним Б сплајновима.

У циљу омогућавања тродимензионалног приказа крошњи неопходно је извршити моделовање облика изводнице крошње. Да би се што ефикасније интерпретирао геометријски облик крошњи Pretzsch (2001) је предложио њену поделу на крошњу светлости и крошњу сенке. На тај начин, омогућено је да се комбинацијом одговарајућих ротационих тела постигне најбоља апроксимација облика крошње. Облик крошње светлости варира у зависности од врсте дрвећа, док се крошња сенке увек представља као превршена купа. Облик крошње светлости је преваходно контролисан параметром b , чијом изменом може да се генерише изводница цилиндра ($b = 0$), купе ($b = 1$), квадратног ($b = 1/2$) или кубног параболоида ($b = 1/3$). Када је у питању буква, облик крошње светлости је апроксимиран кубним параболоидом, који у суштини представља параболу трећег степена ротирану око x осе. Поред тога, изглед овог дела крошње је додатно

регулисан параметрима a и c . Параметар a се одређује као пропорција између дужина крошњи светлости и укупне дужине крошње: $a = l_{sv}/l$, док параметар c представља однос између полупречника основе крошње и средњег полупречника крошње: $c = r/\bar{R}$. На основу овако дефинисаних параметара, изводница крошње се израчунава на следећи начин:

$$r(x) = \begin{cases} (x \geq 0) \wedge (x < a \cdot l) \Rightarrow \frac{\bar{R}}{(a \cdot l)^b} \cdot x^b \\ (x \geq a \cdot l) \wedge (x \leq l) \Rightarrow \bar{R} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot (c - 1)}{1 - a} + \frac{x \cdot (c - 1)}{l \cdot (1 - a)}\right) \end{cases} \quad (31)$$

Тродимензионални изглед модела крошње добијене применом обрасца (31) приказан је на графикону 2. Формуле намењене за одређивање запремине крошње (V_k) и површине спољног омотача крошње (P_{ok}), представљају укупне суме ових параметара одређених за појединачна ротациона тела. За одређивања запремине (V_k) коришћен је израз:

$$V_k = \frac{2\pi}{3} \cdot l_{se} \cdot (r^2 \cdot R + R^2) + r^2 \cdot h \quad (32)$$

Површине спољног омотача крошње (P_{ok}) представља збир омотача крошње светлости (P_{oksv}) и крошње сенке (P_{okse}):

$$P_{ok} = P_{oksv} + P_{okse} \quad (33)$$

где се P_{okse} израчунава на следећи начин:

$$P_{okse} = \pi \cdot \sqrt{l_{se} + (R + r)^2} \cdot (R + r), \quad (34)$$

при чему се елементи формуле (34) одређују као:

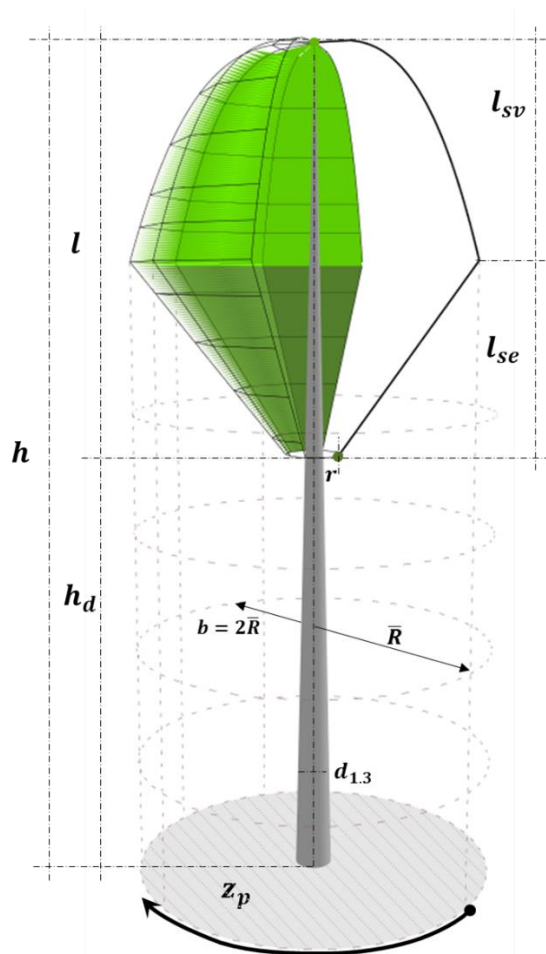
$$r = c \cdot R \quad (35)$$

$$l_{se} = (1 - a) \cdot l \quad (36)$$

Поред тога, површина омотача крошње светлости (P_{oksv}) одређује се помоћу обрасца:

$$P_{oksv} = \frac{\pi \cdot \alpha_1^3}{6} + \frac{3}{\alpha_1} \cdot \sqrt[3]{l_{sv}^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{9}{\alpha_1^3} \cdot \sqrt[3]{l_{sv}^2}} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{3}{\alpha_1} \cdot \sqrt[3]{l_{sv}^2} + \sqrt{1 + \frac{9}{\alpha_1^3} \cdot \sqrt[3]{l_{sv}^2}} \right), \quad (37)$$

$$\text{где је: } l_{sv} = a \cdot l, \text{ а } \alpha_1 = \frac{R}{\sqrt[3]{l_{sv}}} \quad (38), (39)$$



Графикон 2. Трoдимензионални приказ изгледа дебла и крошње.

Зависности између ширине крошње (b) и прсног пречника (d) и висина (h), описана је помоћу следећег експоненцијалног модела (Pretzsch et al. 2002a):

$$b = e^{a_0 + a_1 \cdot \ln(d) + a_2 \cdot h + a_3 \cdot \ln\left(\frac{h}{d}\right)} \quad \text{M12}$$

Исте независне променљиве коришћене су за моделовање варирања висина почетка крошње (h_d), помоћу следећег обрасца:

$$h_d = h \cdot \left(1 - e^{a_0 + a_1 \cdot \frac{h}{d} + a_2 \cdot d}\right) \quad \text{M13}$$

Зависност између застрте површине - Z_p и пречника - d стабала, представљена је степеном функцијом M1.

Измерени износи радијалног прираста (i_r [mm]) анализирани су посебно у односу на календарску годину и фактичку старост. Поред тога, сумирањем свих величина дебљинског прираста ($2 \cdot i_r$) формиране су линије раста пречника за свако стабло. Да би се идентификовали фактори који најизраженије утичу на раст пречника извршена је анализа варирања величина радијалног прираста у односу на станишне и састојинске услове. Најзначајнији фактори оваквих уграђени су у модел максималног дебљинског раста.

Приликом анализе радијалног прираста на различитим матичним супстратима, постојање значајних разлика између остварених износа проверено је помоћу t-теста. У сврху отклањања ефеката различитих састојинских услова, анализа је вршена одвојено за групу стабала која су претходно означена као доминантна и за групу коју чине сва остала стабла. У склопу анализе разлика у оствареном радијалном прирасту на огледним површима са различитим износива станишних индекса примењена је корелациона анализа између просечно остварених радијалних прираста и износа $СИ_{100}$ а сваку годину старости и код група стабала различитог социјалног положаја.

У сврху анализе зависности радијалног прираста од састојинских услова, квантификација степена конкурентског притиска извршена је помоћу KKL коефицијента (Pretzsch 1995). Разлике у просечном степену конкурентског притиска код анализираних група стабала различитог социјалног положаја тестирана је применом t теста. За изравнавање везе између радијалног прираста и KKL коришћена је експоненцијална функција:

$$i_r = a \cdot e^{b \cdot KKL} \quad M14$$

Као крајњи резултат, калибрисан је модел максималног раста пречника, применом одговарајућег нелинеарног модела са фиксним ефектима (енгл. *Fixed-effect models*) - NLFE (Pinheiro, Bates 2000). Као базични модел одабрана је функција Chapman Richards-a:

$$H = a \cdot (1 - e^{-c \cdot T})^b \quad M15$$

Приликом проширивања базичног модела одговарајућом коваријаблом асимптотски параметар функције је представљен као функција независне променљиве:

$$a = \theta_i \cdot T_i \quad (40)$$

Због лонгитудиналне природе података серија раста пречника суседни износи на трајекторији налазе се у значајној корелацији, а претпоставка о независним грешкама може бити нарушена. Због тога је, као и код моделовања висина, извршено моделовање аутокорелације и варијансе одговарајућом ауторегресионом и степеном функцијом.

6.3. Извршни код симулатора

Симулатор раста „РАСТко“ успостављен је у функционално оријентисаном програмском језику R (Team R Core 2020) у облику *Shiny* апликације и тренутно је депонован на бесплатном www.shinyapps.io серверу. *Shiny* представља програмски оквир имплементиран у "R", који се састоји од низа конкретних класа и омогућава прављење интерактивних веб апликација. Главна карактеристика *Shiny* окружења је његова реактивност, која омогућава да се апликација одмах ажурира када корисник направи промену у корисничком интерфејсу. Извршни код симулатора састоји се из корисничког интерфејса и главне функције чији задатак је извршавање задатих инструкција на серверу. Алгоритам рада симулатора представљен је процесним дијаграмом, који се састоји од основних симбола формализованог псеудо кода.

Начин функционисања симулатора конципиран је на основу методологије имплементираних у симулаторима раста SILVA (Pretzsch 2002) и SYBILA (Fabrika 2005). Поред врло сличне структуре са наведеним западноевропским симулаторима раста, директно је преузет и део параметара и модификатора који услед недостатка података нису могли бити утврђени овом приликом, а неопходни су за функционисање таквих симулатора.

У циљу омогућавања адекватне обраде улазних података формирано је преко 30 јединствених екстерних функција. Ради брзине процесуирања, улазни и излазни подаци су претежно задржавани у форми основних структура података (матрица, вектора и листи), али су по потреби коришћене и структуре изведених S3 класа, најчешће сложених листи. Иако је рад симулатора процесно оријентисан и свака функција егзистира сама за себе, ипак је могуће на основу намене извршити њихову класификацију у 6 програмских модула. Поред претходно наведених јединствених функција, за реализацију задатих наредби коришћене су генеричке функције из 15 различитих библиотека. Посебно се издвајају функције садржане у пакетима *rgl* и *plotly*, које су укључене у модул дводимензионалног (2D) и тродимензионалног (3D) графичког представљања стабала и састојина.

Кориснички интерфејс је формиран прилагођавањем корисничке табле из *shinydashboard* пакета. За унос података и читавање података постављена су обележена реактивна поља и слајдери. Додатно визуелно подешавање и увођење неопходних функционалности реализовано је уз помоћ чeonих програмских језика HTML, CSS и JavaScript.

7. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

7.1. Структура састојина

Стандардна анализа нумеричке структуре састојина подразумева утврђивање износа низа елемената раста, којима се карактерише тренутно посматрано стање (Pretzsch 2009). Милетић (1950) сматра да структуру чине „*сви елементи који изграђују запремину и распоређују је у простору*“. Свака промена састојинске структуре директно је везана за процесе раста и диференцирања стабала у састојини (Milojković 1962; Vučković, Stamenković 2000), Стајић 2010). У том смислу, најчешће разматрани сумарни елементи прости састојинске структуре су број стабала, темељница и запремина по хектару површине. За подробнију анализу састојинског стања, изузетно значајни елементи су статистичка обележја која описују дистрибуцију елемената раста појединачних стабала у састојини. С тим у вези, врши се одређивање различитих параметара варијабилности, средње тенденције и моделовања расподела. На овај начин анализирани су подаци о старости, прснима пречницима, висинама, висинском и дебљинском прирасту, развијености крошњи итд.

Анализа структурне изграђености 66 огледних поља базирана је на прикупљеним подацима прикупљеним у оквиру 2,27 ха високих букових шума на подручју западне Србије. Редослед приказивања резултата у склопу проучаваних локалитета и третмана формиран је на основу средње састојинске старости. На тај начин, симулирана је уређена хронолошка секвенца развоја састојинске структуре у оквиру 1) истих станишних типова на гранодиориту и 2) сличних еколошких услова у погледу експозиције и рељефног облика на кречњаку.

7.1.1. Старост

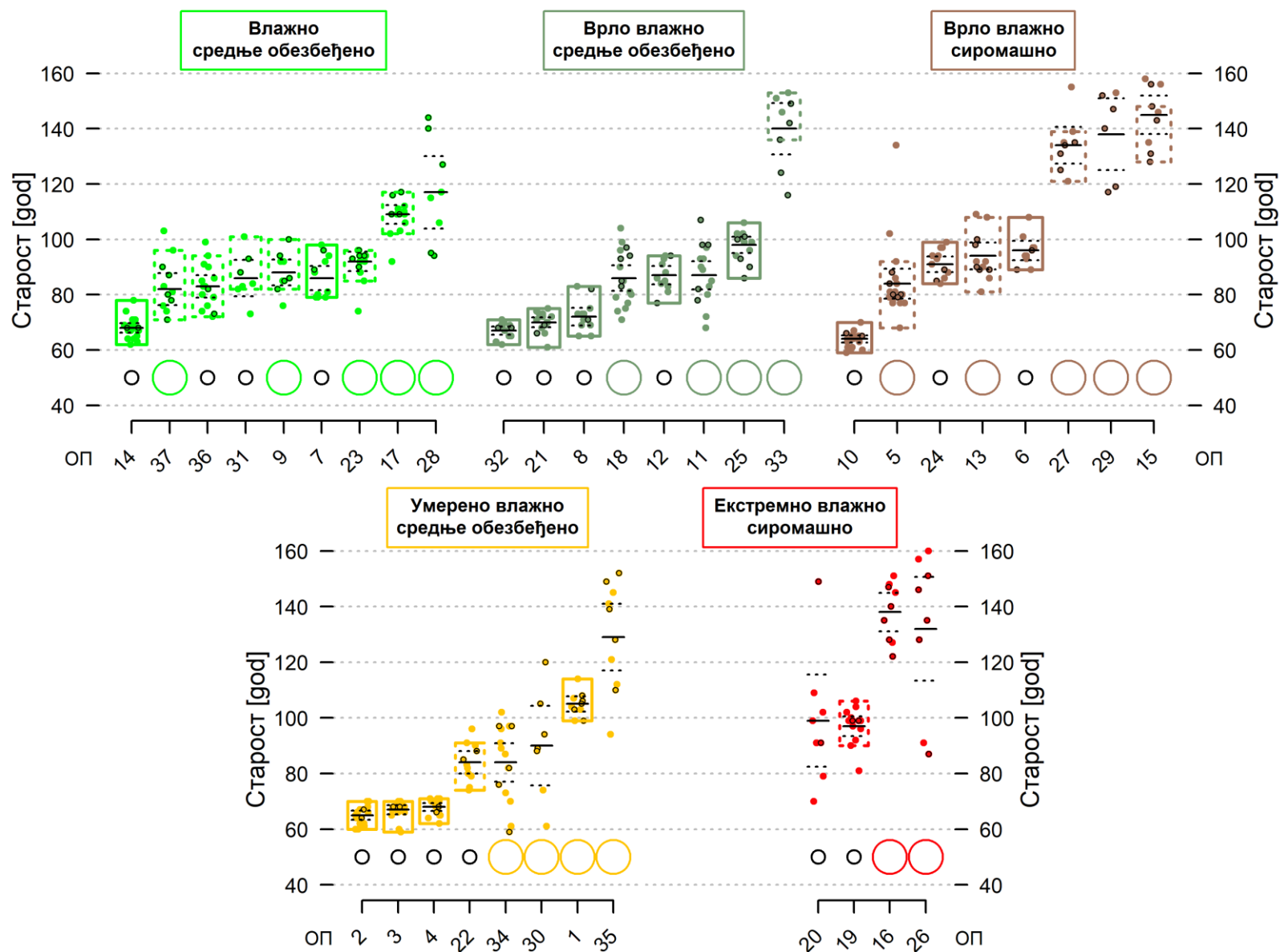
Тачни подаци о старости стабала су изузетно значајни за читав низ шумарских и еколошких студија (Fraver et al. 2011) и од суштинског су значаја за одрживо управљање шумама (Spiecker 2002). Стога, у циљу прецизног утврђивања старости појединачних стабала на огледним пољима, детектовано је и премерено укупно 75.730 година. Старост шумских састојина представља елемент структурне изграђености који се ретко детаљно проучава, било да је реч о евалуацији нумеричких или просторних варијација. С тим у вези, посебна пажња је посвећена темељној анализи малоповршинске старости проучаваних састојина, приликом чега је прецизно квантификована структура у односу на теоретски постављене оквире за једнодобност, приближну једнодобност и разnodобност (Medarević 2006). Поред тога, анализирана је тачност процене старости приликом постављања огледних поља, као и идентификација фактора који су утицали на исход процене.

Од укупног броја извађених извратака (један по стаблу), годови су били видљиви до саме сржи на 146, док је код преосталих извратака вршена процена методом концентричних кругова. Основни статистички показатељи дистрибуције старости стабала по станишним типовима и огледним пољима на гранодиориту приказани су на графикону 3 и дати у табели 9. На графикону 3 тачкама обојеним у складу са станишним типовима, приказане су старости појединачних стабала. Старост доминантних стабала на ОП представљена је тачкама које су оивичене

црном бојом.

Мањи црни кругови у доњем делу графикана представљају огледна поља величине 2 ара, док су сразмерно већим круговима одговарајућих боја приказана огледна поља од 5 ари. Црном хоризонталном линијом представљени су просечни износи старости на огледним пољима (аритметичка средина у табели 9). Испрекиданом линијом црне боје приказан је интервал поверења за израчунате средње величине са вероватноћом од 95%. Правоугаоници одговарајуће боје означавају распон између најмлађег и најстаријег стабла. Уколико је разлика између крајњих износа старости мања од једног доброг разреда (<20 година) састојине су једнодобне и у том случају правоугаоници су оивичени пуном линијом. Састојине у којима највише 20% од укупног инвентара одступа од граница једног доброг разреда називају се приближно једнодобним (Medarević 2006). Код састојина на којима је утврђена оваква старосна структура, правоугаоници који означавају добни разред приказани су тачкастом ивицом (графикон 3). На огледним пољима која су разнодобна, правоугаоници нису нацртани.

Резултати анализе показују да је једнодобна структура утврђена на 14 огледних поља, док је код њих 13 старосна структура окарактерисана као приближно једнодобна. На основу дисперзије података о старости појединачних стабала, може се сматрати да је 10 проучаваних састојина разнодобно. Највећа одступање од средњег износа забележена су на огледним пољима постављеним на екстремно влажном и средње обезбеђеном станишту. У том смислу, на ОП 26 и ОП 20 су утврђени износи стандардне девијације од 29 и 24 године. Поред њих, разнодобна структура је у оквиру овог станишног типа утврђена и за ОП 16, док за ОП 19 утврђено да је приближно једнодобна. Овом приликом је важно осврнути се и на потешкоће током постављања огледних поља у оквиру екстремно влажног-сиромашног станишног типа. На основу мапе, било је јасно да у поређењу са осталим, овај станишни тип заузима скромну површину, као и да је реч о састојинама које су лоциране на мање приступачним местима, по правилу у увалама уз токове. Приликом рекогносцирања терена, на овим локалитетима су затечене састојине готово искључиво у терминалним развојним фазама, које се карактеришу релативно малим бројем стабала великих димензија. Такође, у овим деловима ГЈ нису били присутни ни најмањи трагови претходних газдинских интервенција. Стога, имајући у виду је реч о састојинама приближне старости и сличног затеченог стање, у оквиру овог станишног типа постављена су само четири огледна поља.



Графикон 3. Дистрибуција старости стабала по станишним типовима и огледним пољима (ОП) на гранодиоритској геолошкој подлози.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

Насупрот томе, на сваком од преосталих четири типа станишта на гранодиориту постављен је најмање дупло већи број ОПа. Значајно шира распрострањеност ових станишних типова омогућила је да истраживањем буду обухваћене састојине различите старосне структуре. На тај начин, успешно су формиране секвенце премера у састојинама различите просечне старости код сва четири станишна типа.

Табела 9. Основни статистички показатељи дистрибуције старости стабала по станишним типовима и огледним пољима на гранодиоритској геолошкој подлози.

Станишни тип	ОП	Бр. Стабала	Ар. Средина	Ст. девијација	Мин.	Макс.	Асиметрија- α_3	Сплештеност- α_4	Ст. грешка	Тип структуре и просечна старост (T [год])
Влажно-средње обезбеђено	14	19	68	4	62	78	0,83	3,89	0,88	Једнодобна
Влажно-средње обезбеђено	37	11	84	10	71	103	0,7	2,56	2,93	Приближно јед. 80
Влажно-средње обезбеђено	36	15	83	8	72	99	0,37	2,31	2,05	Приближно јед. 81
Влажно-средње обезбеђено	31	7	86	9	73	101	0,26	2,49	3,36	Приближно јед. 88
Влажно-средње обезбеђено	9	9	88	7	76	100	0,02	2,35	2,4	Приближно јед. 90
Влажно-средње обезбеђено	7	11	87	7	79	98	0,19	1,44	2,25	Једнодобна
Влажно-средње обезбеђено	23	12	91	6	74	96	-1,79	5,55	1,78	Приближно јед. 92
Влажно-средње обезбеђено	17	13	108	6	92	117	-1,04	4,15	1,72	Приближно јед. 109
Влажно-средње обезбеђено	28	8	117	19	94	144	0,15	1,72	6,68	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	32	13	67	3	62	71	-0,64	2,35	0,75	Једнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	21	16	70	4	61	75	-0,96	3,66	0,89	Једнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	8	12	72	6	65	83	0,63	2,7	1,63	Једнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	18	17	86	10	71	104	0,21	1,88	2,38	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	12	11	87	6	77	94	-0,15	1,96	1,7	Једнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	11	16	87	10	68	107	-0,04	2,45	2,58	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	25	13	98	6	86	106	-0,64	2,7	1,53	Једнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	33	8	140	13	116	153	-0,77	2,17	4,74	Приближно јед. 146
Врло влажно-сиромашно	10	18	64	3	59	70	0,12	2,76	0,66	Једнодобна
Врло влажно-сиромашно	5	20	84	14	68	134	2,66	10,36	2,76	Приближно јед. 80
Врло влажно-сиромашно	13	12	94	8	81	109	0,63	2,47	2,45	Приближно јед. 91

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

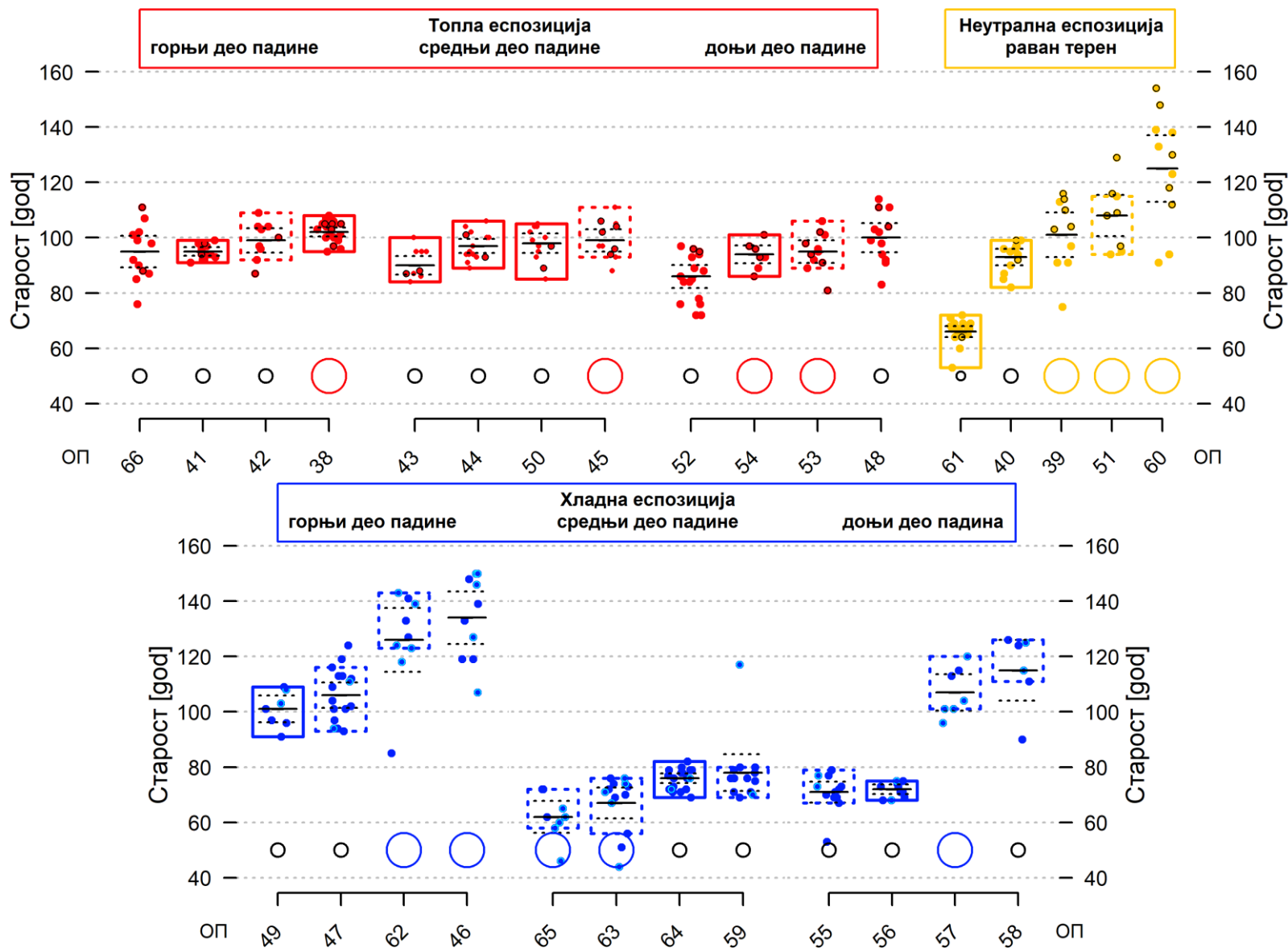
Станишни тип	ОП	Бр. Стабала	Ар. Средина	Ст. девијација	Мин.	Макс.	Асиметрија- α_3	Сплештеност- α_4	Ст. грешка	Тип структуре и просечна старост (T [god])
Врло влажно-сиромашно	24	12	91	5	84	99	-0,05	1,71	1,45	Једнодобна
Врло влажно-сиромашно	6	10	96	6	89	108	0,85	3,34	1,78	Једнодобна
Врло влажно-сиромашно	27	8	134	10	121	155	0,81	3,36	3,39	Приближно јед. 130
Врло влажно-сиромашно	29	6	138	16	117	153	-0,48	1,47	6,6	Разнодобна
Врло влажно-сиромашно	15	9	145	11	128	158	-0,23	1,63	3,55	Приближно јед. 138
Умерено влажно-средње обезбеђено	2	15	65	3	60	70	0,04	1,9	0,86	Једнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	3	15	67	3	59	70	-1,39	3,98	0,84	Једнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	4	16	68	3	62	71	-0,74	2,32	0,72	Једнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	22	11	84	7	74	96	0,18	2,08	2,07	Приближно јед. 82
Умерено влажно-средње обезбеђено	34	15	84	14	59	102	-0,5	2,08	3,52	Разнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	30	7	90	19	61	120	0,02	2,27	7,31	Разнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	1	10	105	4	99	114	0,57	3,11	1,4	Једнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	35	10	129	19	94	152	-0,47	2	6,12	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	20	8	99	24	70	149	1,08	3,66	8,43	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	19	13	97	7	81	106	-1,15	4,07	1,81	Приближно јед. 99
Екстремно влажно-средње обезбеђено	16	9	138	11	122	151	-0,28	1,58	3,51	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	26	8	132	29	87	160	-0,73	1,98	9,51	Разнодобна

Код најмлађих састојина евидентирана је просечна старост између 60 и 65 година, док у најстаријим просечна старост износи и преко 140 година. Међутим, за потпуно сагледавање старосне структуре проучаваних огледних поља и састојина у којима су иста постављена, просечни износи старости не значе пуно, уколико се не анализирају упоредо са мерама дисперзије. У том погледу, евидентно је да са повећањем старости, постоји изражена тенденција ка линеарном повећању дисперзије података о старости стабала. Наиме, приметно је да су најмлађе састојине у узорку углавном једнодобне, иза којих долазе нешто старије састојине са претежно једнодобном структуром, док су најстарије састојине у највећем броју случајева разнодобне. Да постоји закономерна промена старосне структуре, упућује и значајно увећање стандардне девијације са аритметички средњим износима старости ($r = 0,58$, $p < 0,001$). Насупрот томе, облик дистрибуције, исказан преко коефицијената спљештености и асиметрије (табела 9), не показује значајну промену са старошћу.

На графикону 4 и у табели 10 дати су основни статистички показатељи дистрибуције старости стабала за ОПа постављена на различитим експозицијама и рељефним облицима на кречњачкој геолошкој подлози у оквиру ГЈ „Рача“, НП „Тара“. Изузев различитих боја, све остале ознаке имају идентично значење као и на претходном графикону. ОП 61 означено је најмањим кругом, јер његова величина износи 1 ар. Због боље видљивости, старост доминантних стабала на хладним експозицијама приказана је плавим тачкама оивиченим тиркизном бојом.

Из приказаних резултата види се да је једнодобна и приближно једнодобна структура утврђена на 11, односно 12 огледних поља, а на преосталих 6 ОПа разнодобна. Иако са често и прилично различитом структуром података о старости појединачних стабала, код свих огледних поља на топлим експозицијама утврђени су слични износи просечне старости. У просеку, просечна старост износи између 88 и 104 године, што је у опсегу једног доброг разреда. Таква ситуација је донекле резултат ограничења, произашлог из чињенице да су у склопу НП „Тара“ чисте букове састојине на топлим експозицијама евидентиране само у одсеку 15а газдинске јединице „МЗ Рача“. Ипак, приликом рекогносцирања овог одсека, услед великог просторног варирања састојинске структуре, стекао се утисак да је реч о групично разнодобној састојини. Због тога је у деловима састојине за које је процењено да се одликују битно другачијом структуром извршено постављање свих 12 огледних поља на топлим експозицијама. Међутим, приказани резултати још једном су потврдили да се просечни износи прских пречника или број стабала у састојини не могу користити као поуздани индикатори развојне фазе и старости састојине. Истовремено, показало се да је издвојени одсек 15а заиста једнодобан и да је према том критеријуму добро издвојен.

За разлику од топлих, на неутралним и хладним експозицијама су премером обухваћене састојине различите старости. Том приликом, на делу састојине, на средњем делу падине на хладним експозицијама, евидентирана је најмања старост у целокупном узорку. Реч је о ОП 65 са приближно једнодобном структуром, са старошћу од 62 године. Интересантно је указати да је прецизно детерминисана стварна старост дупло мања од онога што је процењено приликом постављања. Такође, погрешна процена старости регистрована је и на преосталим огледним пољима на средњем делу падине хладних експозиција. Том приликом, код једнодобне ОП 64 и приближно једнодобних ОП 59 и ОП 63 регистроване су сличне, незнатно веће просечне старости, које варирају између 71 и 78 година. Највећа просечна старост стабала (134 ± 9 година) утврђена је на ОП 46 са разнодобном структуром, која је постављена на горњем делу падине хладних експозиција. На овом облику терена и преостала ОПа имају просечну старост преко 100 година, с том разликом што је на ОП 49 евидентирана једнодобна структура, док су ОП 47 и ОП 62 са приближно једнодобном структуром. На доњем делу падине хладних експозиција, за све постављена ОП утврђено је да су једнодобне (ОП 56) или приближно једнодобне структуре (ОП 55, ОП 57 и ОП 58). Просечна старост на ОП 55 и ОП 56 је идентична и износи 72 године, док су ОП 57 и ОП 58 значајно старије и у просеку имају 109 и 120 година. Код неутралних експозиција, по две састојине су означене као једнодобне (ОП 40 и ОП 61) и разнодобне (ОП 39 и ОП 60), док је ОП 51 приближно једнодобно. Просечни износи старости крећу се од 66 година колико су имала стабла на најмлађој ОП 61 до 125 година на разнодобном ОП 60.

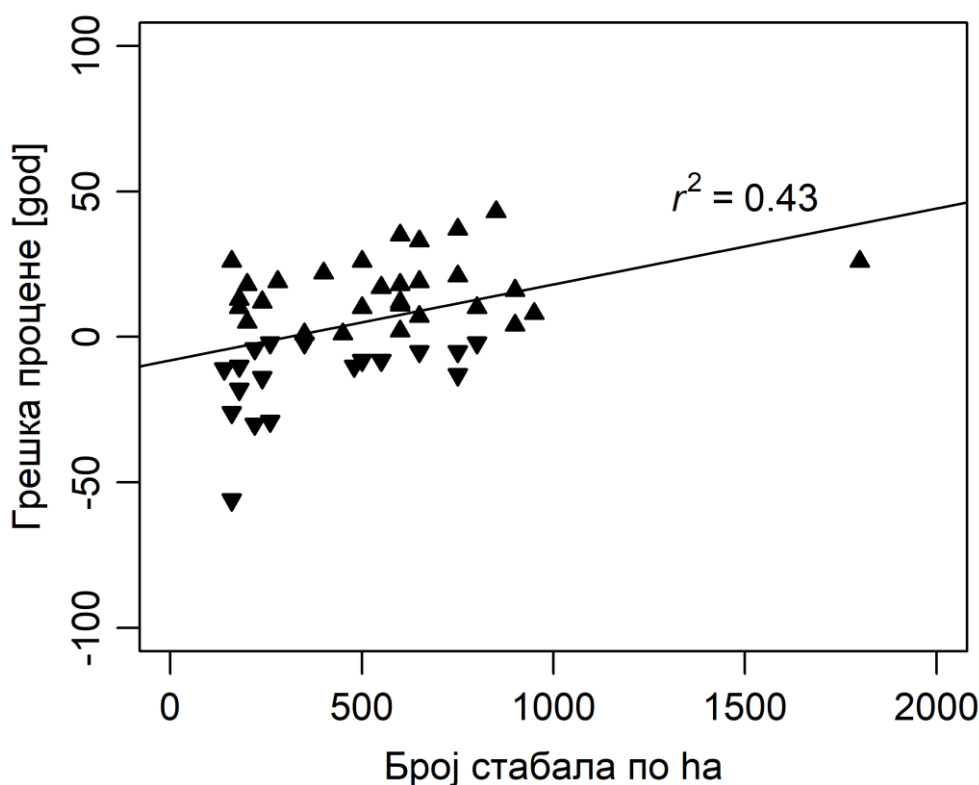


Графикон 4. Дистрибуција старости стабала по експозицијама, рељефним облицима и огледним пољима на кречњачкој геолошкој подлози.

Табела 10. Основни статистички показатељи старости стабала по експозицијама, рељефним облицима и огледним пољима на кречњачкој геолошкој подлози.

Супстрат	Експозиција	Рељефни облик	ОП	Бр. стабала	Ар. средина	Ст. девијација	Мин.	Макс.	Асиметрија- α_3	Сплештеност- α_4	Ст. грешка	Тип структуре и просечна старост (T [god])
Кречњак	Топла	Горњи део	66	12	95	10	76	111	-0,12	2,27	2,91	Разнодобна
Кречњак	Топла	Горњи део	41	12	95	3	91	99	0,18	1,67	0,78	Једнодобна
Кречњак	Топла	Горњи део	42	9	99	7	87	109	-0,38	2,27	2,28	Приближно јед. 101
Кречњак	Топла	Горњи део	38	20	102	4	95	108	-0,56	2,33	0,82	Једнодобна
Кречњак	Топла	Средњи део	43	10	90	5	84	100	0,54	1,87	1,69	Једнодобна
Кречњак	Топла	Средњи део	44	15	97	5	89	106	0,3	1,99	1,29	Једнодобна
Кречњак	Топла	Средњи део	50	12	98	6	85	105	-0,63	2,48	1,79	Једнодобна
Кречњак	Топла	Средњи део	45	11	99	7	88	111	0,07	2,13	2,05	Приближно јед. 100
Кречњак	Топла	Доњи део	52	17	86	9	72	97	-0,27	1,77	2,11	Разнодобна
Кречњак	Топла	Доњи део	54	8	94	5	86	101	-0,05	2,4	1,65	Једнодобна
Кречњак	Топла	Доњи део	53	11	95	7	81	106	-0,36	2,86	2,08	Приближно јед. 96
Кречњак	Топла	Доњи део	48	12	100	9	83	114	-0,16	2,22	2,67	Разнодобна
Кречњак	Неутрална	Равно	61	18	66	4	53	72	-1,59	6,06	1,01	Једнодобна
Кречњак	Неутрална	Равно	40	13	93	5	82	99	-0,78	2,37	1,51	Једнодобна
Кречњак	Неутрална	Равно	39	10	101	13	75	116	-0,71	2,61	4,11	Разнодобна
Кречњак	Неутрална	Равно	51	9	108	11	94	129	0,37	2,36	3,8	Приближно јед. 102
Кречњак	Неутрална	Равно	60	11	125	20	91	154	-0,43	2,17	6,15	Разнодобна
Кречњак	Хладна	Горњи део	49	7	101	7	91	109	-0,07	1,81	2,48	Једнодобна
Кречњак	Хладна	Горњи део	47	17	106	10	93	124	0,21	1,87	2,36	Приближно јед. 103
Кречњак	Хладна	Горњи део	62	9	126	18	85	143	-1,4	4,31	5,88	Приближно јед. 133
Кречњак	Хладна	Горњи део	46	10	134	15	107	150	-0,42	1,84	4,84	Разнодобна
Кречњак	Хладна	Средњи део	65	8	62	8	46	72	-0,62	2,96	2,94	Приближно јед. 64
Кречњак	Хладна	Средњи део	63	13	67	10	44	76	-1,26	3,21	2,84	Приближно јед. 71
Кречњак	Хладна	Средњи део	64	18	76	4	69	82	-0,13	1,82	0,89	Једнодобна
Кречњак	Хладна	Средњи део	59	13	78	12	69	117	2,65	9,14	3,39	Приближно јед. 75
Кречњак	Хладна	Доњи део	55	12	71	7	53	79	-1,49	5,36	1,93	Приближно јед. 72
Кречњак	Хладна	Доњи део	56	10	72	3	68	75	-0,2	1,6	0,86	Једнодобна
Кречњак	Хладна	Доњи део	57	7	107	9	96	120	0,24	1,6	3,35	Приближно јед. 109
Кречњак	Хладна	Доњи део	58	6	115	14	90	126	-1,11	2,91	5,61	Приближно јед. 120

Поред утврђивања старосне структуре и просечних старости на ОП, интересантно је упоредити старости које су процењене приликом постављања огледних поља (Табела 10) и просечне старости које су прецизно детерминисане након анализе извртака. Информације везане за могућност процене старости букових састојина имају изузетно апликативан карактер, јер се у пракси често покушава проценити старост, али готово никада не долази до верификације датих процена. У сврху оцене прецизности, усвојено је да половина доброг разреда буде критеријум изнад кога се сматра да је направљена значајна грешка. С тим у складу, крупна грешка процене (>10 година) направљена је код 28 ОП, од чега 13 код једнодобних и 15 код приближно једнодобних састојина. Када се на то дода 16 разnodobних састојина, то је свеукупно чак 67% случајева где је начињена драстична грешка процене старости. Увидом у структуру грешке, утврђено је да се углавном ради о потцењивању стварне старости, што је евидентирано у 19 случајева. Од тог броја, код седам састојина је грешка процене износила преко 20 година, а најекстремније грешке од 35, 37 и 43 године забележене су на ОП 41, ОП 44 и ОП 47. Осим тога, у 9 ситуација регистровано је и значајно прецењивање фактичке старости састојина. У том контексту, најдрастичније грешке уочене су на ОП 37, ОП 63 и ОП 65, код којих је утврђено да је стварна старост у односу на процењену мања за 20, 29 и чак 56 година.



Графикон 5. Зависност између грешке процене старости [god] и броја стабала [N/ha]

На овај начин квантификована структура грешке процене старости указује на постојање тенденције ка пристрасном процењивању фактичке старости стабала и састојина. Свеукупно посматрано, погрешна процене старости састојине у овом случају је јаче везана за број стабала по јединици површине ($r = 0,43$, $p < 0,01$), него за средњи састојински пречник по темељници ($r = -0,28$, $p = 0,045$). Линеарна

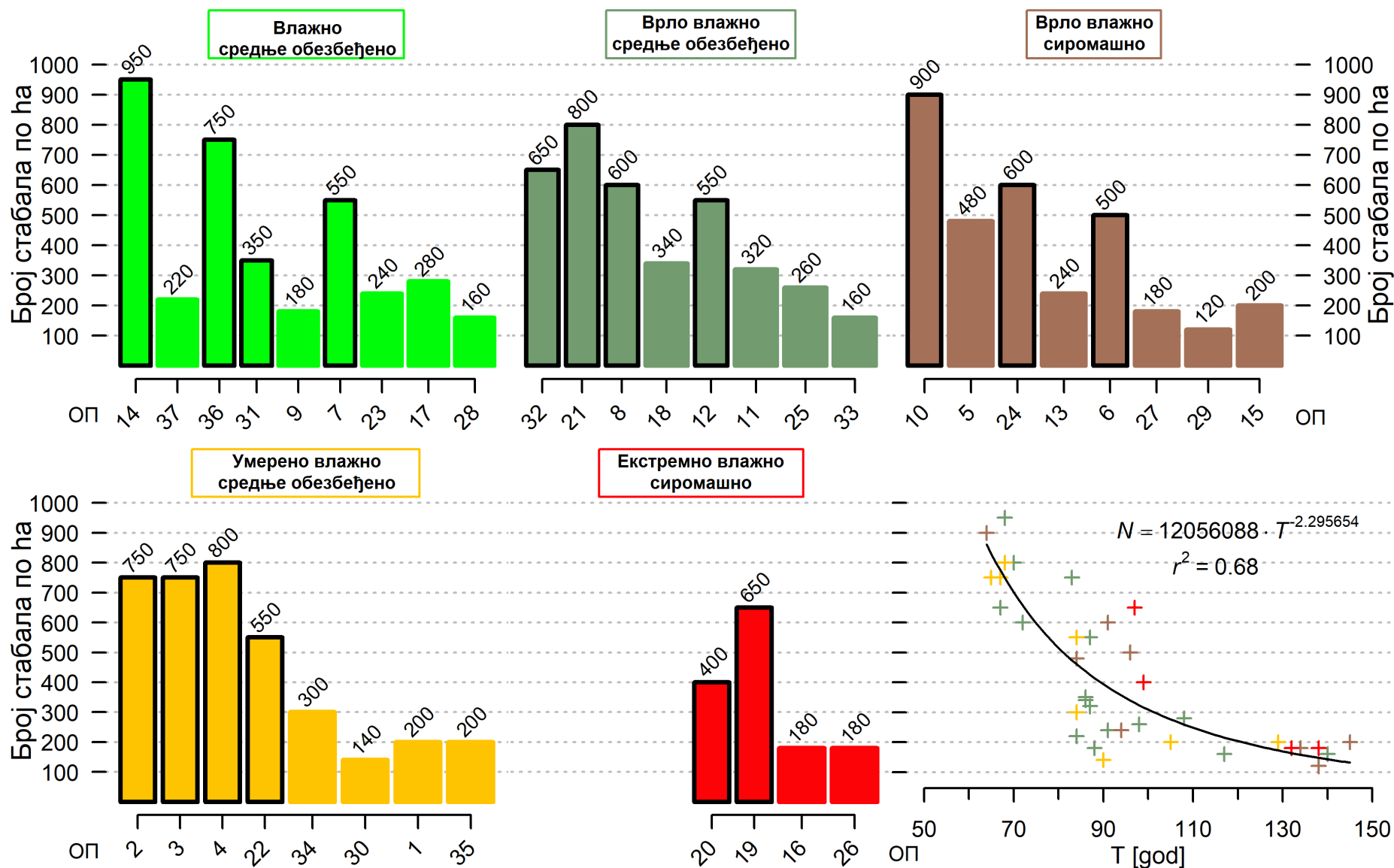
зависност између грешке процене старости у [год] и броја стабала (ha) приказана је на графикону 5. То значи да је густина састојине, исказана преко броја стабала, фактор који најјаче утиче на формирање погрешне слике о састојинској старости, док пречник у том погледу има мањи значај. У складу са тим, састојинама са малим бројем стабала често се додељује већа старост, док је у гушћим састојинама стварна старост потцењена.

Колико је тешко правилно оценити старост састојине само на основу броја стабала и резултујућег пречника, говори податак да је на ОП 65 старост прецењена за чак -58 година. На овој ОП величине 500 m² утврђено је свега 140 стабала по хектару, са просечним пречником од 42 cm, што је утицало да се приликом процене направи грешка од готово 100%. С друге стране, изузетно велики број стабала и мали износи пречника ($d_g = 15,5$ cm) условили су да се ОП 61 сматра далеко најмлађом састојином која је овом приликом евидентирана. Резултати анализе су показали да је ипак само реч о најгушћој састојини са 1800 стабала по хектару, где је стварна старост, уместо процењених 40 година, износила 26 година више – 66 година.

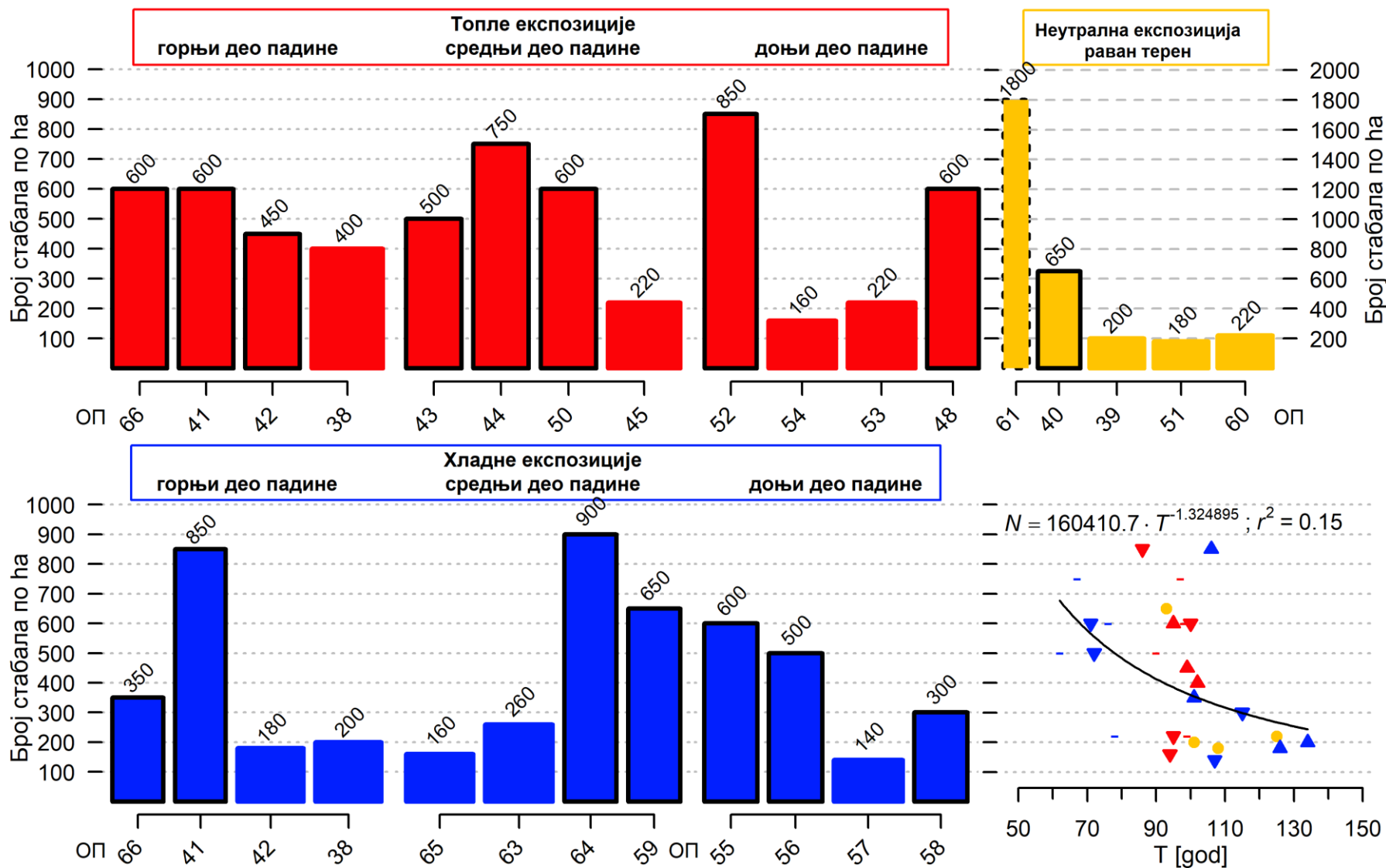
Укупно посматрано, од 793 стабла у узорку, свега њих 10 има мање од 60 година. То су стабла на 7 огледних поља (ОП 3, ОП 10, ОП 34, ОП 55, ОП 61, ОП 63, ОП 63, ОП 63, ОП 65, ОП 65), на којима се просечна старост креће између 62 и 71 године. Поред набројаних састојина, на истраживаном подручју није било могуће пронаћи друге млађе састојине, па чак ни веће групе млађих стабала у оквиру групимично разнодобних састојина. Оваква ситуација јасно указује на озбиљну нарушеност правилног размера добних разреда. Ипак, имајући у виду претходно изнете резултате везане за структуру грешке процене, постоји реална вероватноћа да је старост код одређеног броја састојина прецењена и проглашена за већу него што заиста јесте. То оставља одређени проценат могућности да на терену младе састојине ипак постоје, али структурном изграђеношћу знатно одступају од оног изгледа који се од њих очекује.

7.1.2. Број стабала

Број стабала у једнодобним састојинама се смањује са повећањем старости што представља једну од најважнијих, али и најмање схваћених компоненти динамике природних процеса (Álvarez-González et al. 2007, 2010). С тим у вези, на графикону 6 приказани су стубасти дијаграми броја стабала по хектару (N/ha) на огледним пољима разврстаним на основу припадности станишним типовима за гранодиорит. Стубци код огледних поља од 2 ара су дупло ужи у односу на 5 ари, а поред тога су и оивичени црном бојом. На ОП 29 и 30 детектовано је по 140 стабала по јединици површине, што је најмањи број, док је на ОП 14 са највећим бројем стабала – 950 по ha. Уколико изузмемо екстремно влажно и сиромашно станиште, на свим осталим типовима је уочљив тренд опадања броја стабала са старашћу, што је и очекивана последица процеса раста састојине. Зависност између ова два елемента на нивоу свих ОП на овој геолошкој подлози приказана је на доњем десном делу датог графикана. Укупно гледано, постоји изузетно значајна негативна веза између броја стабала и старости ($r = -0,75$, $p < 0,001$). Тренд опадања квантификован је степеном функцијом, при чему коефицијент детерминације (r^2) износи 0,63 и сви параметри модела су статистички значајни на нивоу $p < 0,001$.



Графикон 6. Број стабала по јединици површине на ОПа постављеним у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. Зависност између старости и броја стабала исказана степеном функцијом са статистички значајним параметрима на нивоу $p < 0,001$.



Графикон 7. Број стабала по јединици површине на ОП постављеним у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. Зависност између старости и броја стабала исказана степеном функцијом са параметрима који су статистички значајни на нивоу а- $p < 0,001$ и б- $p < 0,05$.

Број стабала на огледним пољима постављеним на различитим експозицијама и рељефним облицима кречњачке геолошке подлоге приказан је на графикону 7. Ширина стубаца има идентично значење као и код претходног графикона, с једином разликом што је стубац од ОП величине 1 ар најужи и има црну испрекидану линију по ивици. На ОП 61 утврђен је убедљиво највећи број стабала у целокупном узорку (1800 стабала по хектару). С друге стране, на ОП 57 са приближно једнодобном структуром има свега 140 стабала по ha. У старијим састојинама има значајно мањи броја стабала ($r = -0,45$, $p < 0,05$), али је степена функција у овом случају, прилично лоше окарактерисала варирање података ($r^2 = 0,15$).

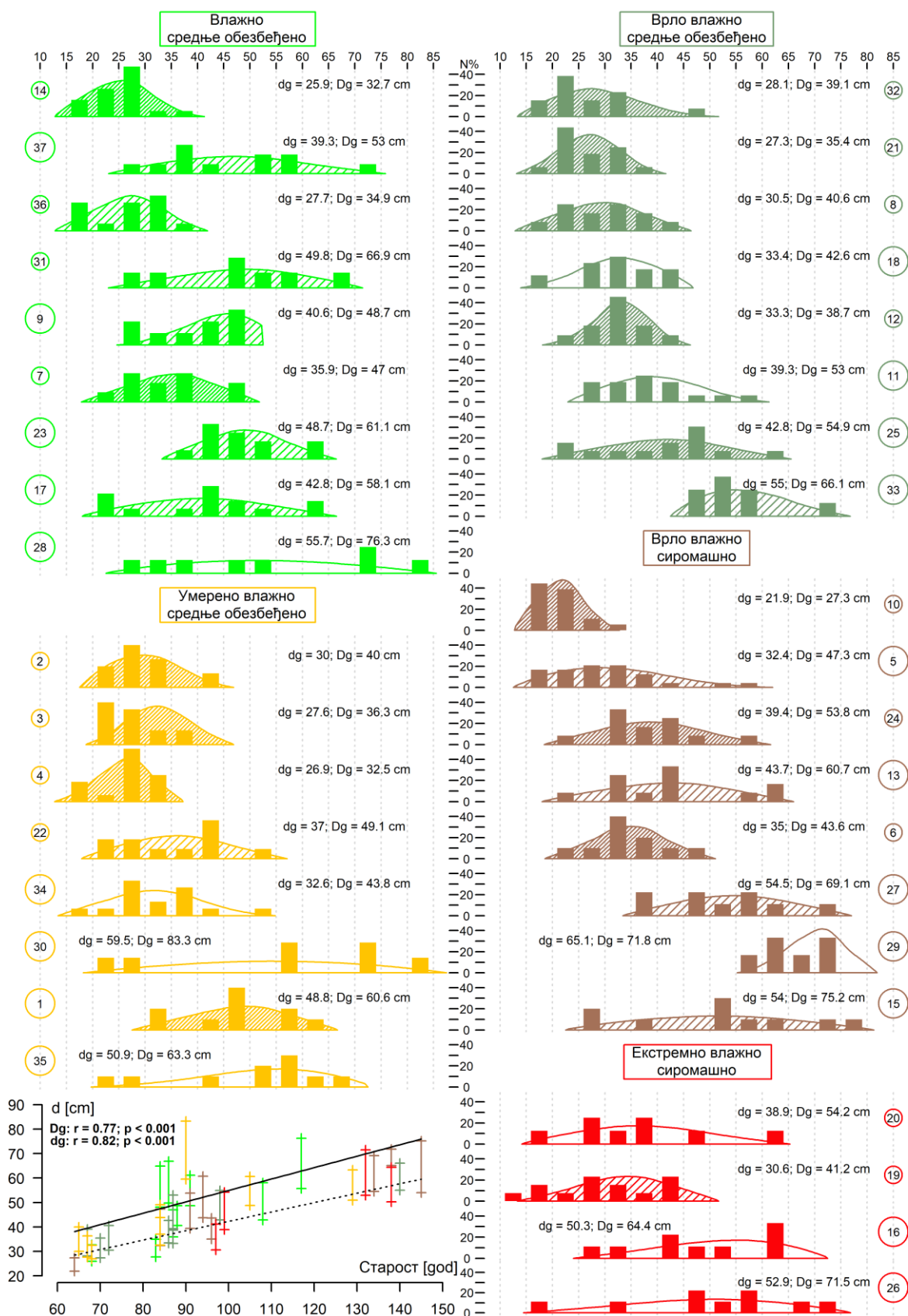
7.1.3. Дебљинска структура

Дистрибуција стабала по дебљинским степенима приказује расподелу простора за раст између стабала различитих прских пречника, истовремено указујући да ли је исти простор окупиран са мањом групом великих или већим бројем малих стабала (Pretzsch 2009). С обзиром да уско корелира са оствареним запреминама и генералном вредношћу произведеног дрвета, пречник представља есенцијални индикатор за пројекцију приноса, а тиме и доношење утемељених одлука приликом газдовања (Gadow, Hui 2013). Приликом формирања криве дебљинске структуре врши се груписање стабала у дебљинске степене чија ширина може бити од 1 до 5 cm (Stamenković, Vučković 1988).

С тим у вези, на графикону 8 приказана је дебљинска структура огледних поља постављених у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. Број стабала у дебљинским степенима ширине 5 cm, приказан је стубићима одговарајућих боја. Редни бројеви ОП дати су са страна у круговима, чије димензије су усклађене са величином ОП.

Дебљинска структура састојине се првенствено анализира преко параметара који карактеришу централну тенденцију и варијацију емпиријских података. Стога су најпре утврђени износи средњег састојинског пречника по пресеку d_g и средњег пречника доминантних стабала D_g . Ови износи су приказани на графикону 8 и у табели 11. Најмање величине оба карактеристична пречника ($d_g = 21,9$ cm, $D_g = 27,3$ cm) установљене су на ОП 10, које је на овом локалитету уједно и најмлађе (64 године). Највећи износи ових пречника ($d_g = 65,1$ cm и $D_g = 71,8$ cm) утврђени су на ОП 29. У доњем левом углу графикона 8, у складу са претходно установљеним симболима и бојама, приказани су износи карактеристичних пречника d_g и D_g за свако ОП. Хоризонталне линије означавају величине карактеристичних пречника, док дужине вертикалних линија представљају међусобне разлике. Црном тачкастом линијом приказана је очекивана корелација између средњих састојинских пречника и старости (d_g : $r = 0,87$; $p < 0,001$), а пуном линијом зависност између средњих пречника доминантних стабала и старости (D_g : $r = 0,77$; $p < 0,001$). Приказане линије линеарне регресије имају приближне износе коефицијента нагиба (d_g : $b = 0,3841$; D_g : $b = 0,4670$), што сугерише да се анализирани састојински пречници са старошћу увећавају на сличан начин, односно константно и паралелно.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Графикон 8. Дебљинска структура и величине карактеристичних пречника d_g и D_g на огледним пољима постављеним у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. У левом доњем делу приказан је међусобни однос пречника и промена D_g са старошћу.

Разлика између карактеристичних састојинских пречника код једнодобних и приближно једнодобних састојина представља поуздан показатељ тренутног састојинског стања, али и контролу ефеката реализованих узгојних захвата. Имајући то у виду, у табели 11 су за све ОП дате релативне разлике између поменутих карактеристичних пречника састојине ($\Delta d_g - D_g$ [%]). Најмање одступање забележено је на ОП 29, које се по структури карактерише разнодобношћу. На основу тих резултата, извршено је упоређивање амплитуда одступања код различитих структурних облика. Резултати компарације сугеришу да не постоји изражена закономерност у том погледу, односно да су утврђене релативне разлике између карактеристичних пречника, идентичне без обзира на структурни облик састојина ($F(2, 34) = 0,60, p = 0,55$). Додатно, нису детектоване значајне осцилације релативних разлика са променом старости. Процентуално највеће одступања од 31,5% регистровано је код 80 година старе и приближно једнодобне састојине ОП 5.

Параметри који карактеришу варијацију и облик дебљинске структуре по ОП и станишним типовима на гранодиориту дати су у табели 11.

Табела 11. Карактеристични средњи пречници састојине (d_g и D_g), њихова релативна разлика ($\Delta d_g - D_g$ [%]), стандардна девијација (SD) и коефицијенти асиметрије- α_3 и спљоштености- α_4 дистрибуције пречника на огледним пољима постављеним у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту.

Станишни. тип	ОП	d_g	D_g	$\Delta d_g - D_g$ [%]	SD	Асиметрија- α_3	Сплљоштеност- α_4	Тип структуре и старост (T [god])
Влажно-средње обезбеђено	14	25,9	32,7	20,8	5,26	0,83	3,89	Једнодобна 68
Влажно-средње обезбеђено	37	48,1	64,9	25,9	13,02	0,70	2,56	Приближно јед. 80
Влажно-средње обезбеђено	36	27,7	34,9	20,6	6,48	0,37	2,31	Приближно јед. 81
Влажно-средње обезбеђено	31	49,8	66,9	25,6	13,6	0,26	2,49	Приближно јед. 88
Влажно-средње обезбеђено	9	40,6	48,7	16,6	8,53	0,02	2,35	Приближно јед. 90
Влажно-средње обезбеђено	7	35,9	47	23,6	7,91	0,19	1,44	Једнодобна 87
Влажно-средње обезбеђено	23	48,7	61,1	20,3	7,51	-1,79	5,55	Приближно јед. 92
Влажно-средње обезбеђено	17	42,8	58,1	26,3	13,42	-1,04	4,15	Приближно јед. 109
Влажно-средње обезбеђено	28	55,7	76,3	27	19,99	0,15	1,72	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	32	28,1	39,1	28,1	8,21	-0,64	2,35	Једнодобна 67
Врло влажно-средње обезбеђено	21	27,3	35,4	22,9	5,6	-0,96	3,66	Једнодобна 70
Врло влажно-средње обезбеђено	8	30,5	40,6	24,9	7,79	0,63	2,7	Једнодобна 72
Врло влажно-средње обезбеђено	18	33,4	42,6	21,6	7,44	0,21	1,88	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	12	33,3	38,7	14	4,8	-0,15	1,96	Једнодобна 87
Врло влажно-средње обезбеђено	11	39,3	53	25,8	8,68	-0,04	2,45	Разнодобна

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

Станишни. тип	оп	d_g	D_g	Δ d_g - D_g [%]	SD	Асиметрија α_3	Спљоштеност- α_4	Тип структуре и старост (T [god])
Врло влажно-средње обезбеђено	25	42,8	54,9	22	11,73	-0,64	2,70	Једнодобна 98
Врло влажно-средње обезбеђено	33	55	66,1	16,8	8,56	-0,77	2,17	Приближно јед. 146
Врло влажно-сиромашно	10	21,9	27,3	19,8	3,89	0,12	2,76	Једнодобна 64
Врло влажно-сиромашно	5	32,4	47,3	31,5	10,58	2,66	10,36	Приближно јед. 80
Врло влажно-сиромашно	13	43,7	60,7	28	11,91	0,63	2,47	Приближно јед. 91
Врло влажно-сиромашно	24	39,4	53,8	26,8	9,42	-0,05	1,71	Једнодобна 91
Врло влажно-сиромашно	6	35	43,6	19,7	6,53	0,85	3,34	Једнодобна 96
Врло влажно-сиромашно	27	54,5	69,1	21,1	11,69	0,81	3,36	Приближно јед. 130
Врло влажно-сиромашно	29	65,1	71,8	9,3	6,09	-0,48	1,47	Разнодобна
Врло влажно-сиромашно	15	54	75,2	28,2	17,52	-0,23	1,63	Приближно јед. 138
Умерено влажно-средње обезбеђено	2	30	40	25	6,71	0,04	1,90	Једнодобна 65
Умерено влажно-средње обезбеђено	3	27,6	36,3	24	5,62	-1,39	3,98	Једнодобна 67
Умерено влажно-средње обезбеђено	4	26,9	32,5	17,2	5,63	-0,74	2,32	Једнодобна 68
Умерено влажно-средње обезбеђено	22	37	49,1	24,6	10,11	0,18	2,08	Приближно јед. 82
Умерено влажно-средње обезбеђено	34	32,6	43,8	25,6	8,13	-0,5	2,08	Разнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	30	59,5	83,3	28,6	22,92	0,02	2,27	Разнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	1	48,8	60,6	19,5	10,16	0,57	3,11	Једнодобна 105
Умерено влажно-средње обезбеђено	35	50,9	63,3	19,6	14,78	-0,47	2	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	20	38,9	54,2	28,2	12,47	1,08	3,66	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	19	30,6	41,2	25,7	9,27	-1,15	4,07	Приближно јед. 99
Екстремно влажно-средње обезбеђено	16	50,3	64,4	21,9	14,2	-0,28	1,58	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	26	52,9	71,5	26	16,93	-0,73	1,98	Разнодобна

Према датим износима стандардне девијације пречника (SD), максимално просечно одступање од 17,52 cm забележено је на ОП 15, док су најуједначенији износи пречника евидентирани на ОП 12 ($SD = 4,80$ cm). Додатно, утврђено је да код старијих састојина пречници значајно више варирају око аритметичке средине ($r = 0,53$; $p < 0,001$). Поред тога, облик емпиријске дистрибуције пречника окарактерисан је помоћу коефицијента асиметрије- α_3 и спљоштености- α_4 . С тим у вези, очекивани развој дистрибуције пречника, подразумева постепену транзицију од издужене позитивне (десне) асиметрије ($\alpha_3 > 0$; $\alpha_4 > 3$), преко приближно симетричне расподеле ($\alpha_3 \approx 0$; $\alpha_4 \approx 3$), до спљоштене леве (негативне) закривљености ($\alpha_3 < 0$; $\alpha_4 < 3$). Међутим, овом приликом нису установљене претходно наведене

законитости везане за развој дистрибуције пречника. Наиме, код 27 једнодобних и приближно једнодобних ОП, није утврђено је да старењем долази до очекиваних промена анализираних параметара дистрибуције пречника.

Закономерност расподеле броја стабала по дебљинским степенима карактеристичног је облика за састојине различите структурне изграђености. У том смислу, код високих једнодобних састојина, најчешће се срећу различите варијације унимодалне дистрибуције, чији облик зависи од старости и начина газдовања. Приликом моделовања дебљинске структуре, у литератури се као погодне наводи велики број различитих теоријских дистрибуција (Гаусова нормална, Бета, Гама итд.) и њихових модификација (Neuman, флексибилна Charlier A-функција, Pearl-Reed, SB Jonson итд.). Ипак, као најчешћа примењивана и једна од најадекватнијих издвојила се веома флексибилна Weibull-ова функција расподеле (van Laar, Акџа 2007; Fabrika, Pretzsch 2013). Поред тога, ова функција се добро показала приликом моделовања дебљинске структуре код једнодобних састојина букве старијих од 40 година (Nord-Larsen, Сао 2006) и мешовитих полидоминантних заједница букве и племенитих лишћара (Stajić 2010), па је из наведених разлога и овом приликом употребљена. У табели 12 су за свако ОП дати параметри амплитуде (b) и облика (c) параметризованих Weibull-ових модела. Графички приказ наведених модела дат је у склопу графикона 8 и то у виду линија које су приказане преко стубића емпиријских износа. Полигони које формирају крива дистрибуције са горње и апсциса с доње стране, шрафирани су у зависности од претходно утврђене старосне структуре на ОП. Код једнодобних састојина, полигон има најгушћу попречну шрафуру, која је код приближно једнодобних састојина дупло ређа, а код разнодобних састојина потпуно изостаје, па су само приказане спољне линије полигона. Поред тога, у табели 12 приказан је број дебљинских степени, који на свим ОП варира у уском опсегу између 4 и 7.

Табела 12. Број дебљинских степени емпиријске и параметри теоријске дистрибуције пречника код огледних поља постављених у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. Апсолутна максимална дистанца (D), критична дистанца ($D_{0,05}$) и вероватноћа (p) код Kolmogorov-Smirnov теста.

Станишни тип	ОП	Бр. стабала	Бр. деб. степени	Параметри Weibull-ове функције		Kolmogorov Smirnov тест			Тип структуре и старост (T [год])
				b	c	D	$D_{0,05}$	p	
Влажно-средње обезбеђено	14	19	5	4,9136	27,5233	0,29	0,56	0,94	Једнодобна 68
Влажно-средње обезбеђено	37	11	7	4,0517	51,2717	0,25	0,41	0,85	Приближно јед. 80
Влажно-средње обезбеђено	36	15	5	5,0112	29,4183	0,29	0,56	0,94	Приближно јед. 81
Влажно-средње обезбеђено	31	7	6	4,5109	53,0129	0,27	0,43	0,81	Приближно јед. 88
Влажно-средње обезбеђено	9	9	5	6,2789	43,0356	0,14	0,52	1	Приближно јед. 90
Влажно-средње обезбеђено	7	11	5	5,167	38,1395	0,25	0,52	0,96	Једнодобна 87
Влажно-средње обезбеђено	23	12	5	6,896	51,3939	0,12	0,52	1	Приближно јед. 92
Влажно-средње обезбеђено	17	13	7	3,6175	45,448	0,27	0,43	0,81	Приближно јед. 109

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

Станишни тип	ОП	Бр. стабала	Бр. деб. степени	Параметри Weibull-ове функције		Kolmogorov Smirnov тест			Тип структуре и старост (T [god])
				b	c	D	D _{0,05}	p	
Влажно-средње обезбеђено	28	8	7	3,1506	58,9258	0,50	0,39	0,06	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	32	13	5	3,357	29,8811	0,22	0,48	0,98	Једнодобна 67
Врло влажно-средње обезбеђено	21	16	5	5,2663	29,0636	0,14	0,56	1	Једнодобна 70
Врло влажно-средње обезбеђено	8	12	6	4,4843	32,4201	0,25	0,52	0,96	Једнодобна 72
Врло влажно-средње обезбеђено	18	17	5	5,2585	35,4301	0,25	0,52	0,96	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	12	11	5	8,2813	34,9296	0,29	0,56	0,94	Једнодобна 87
Врло влажно-средње обезбеђено	11	16	7	4,6559	41,8104	0,22	0,48	0,98	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	25	13	8	4,2834	45,4651	0,27	0,45	0,81	Једнодобна 98
Врло влажно-средње обезбеђено	33	8	4	6,1466	58,1138	0,38	0,52	0,63	Приближно јед. 146
Врло влажно-сиромашно	10	18	4	5,6147	23,1806	0,17	0,62	1	Једнодобна 64
Врло влажно-сиромашно	5	20	8	3,0587	34,3529	0,18	0,43	0,99	Приближно јед. 80
Врло влажно-сиромашно	13	12	6	4,0299	46,543	0,27	0,43	0,81	Приближно јед. 91
Врло влажно-сиромашно	24	12	6	4,428	41,92	0,20	0,45	0,99	Једнодобна 91
Врло влажно-сиромашно	6	10	6	6,0734	37,0466	0,25	0,52	0,96	Једнодобна 96
Врло влажно-сиромашно	27	8	6	5,1821	57,9203	0,30	0,45	0,76	Приближно јед. 130
Врло влажно-сиромашно	29	6	4	14,2207	67,3112	0,33	0,56	0,89	Разнодобна
Врло влажно-сиромашно	15	9	7	3,5341	57,2376	0,31	0,39	0,57	Приближно јед. 138
Умерено влажно-средње обезбеђено	2	15	4	4,5816	31,9968	0,14	0,56	1	Једнодобна 65
Умерено влажно-средње обезбеђено	3	15	4	5,0656	29,3764	0,17	0,56	1	Једнодобна 67
Умерено влажно-средње обезбеђено	4	16	4	6,2348	28,4823	0,17	0,62	1	Једнодобна 68
Умерено влажно-средње обезбеђено	22	11	6	4,1439	39,4198	0,22	0,48	0,98	Приближно јед. 82
Умерено влажно-средње обезбеђено	34	15	7	4,1812	34,7605	0,20	0,45	0,99	Разнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	30	7	5	3,0371	62,4725	0,53	0,36	0,03	Разнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	1	10	5	5,8441	51,6968	0,22	0,48	0,98	Једнодобна 105
Умерено влажно-средње обезбеђено	35	10	7	4,5312	53,8873	0,33	0,39	0,52	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	20	8	6	3,3864	41,3288	0,25	0,43	0,85	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	19	13	7	3,7776	32,5155	0,25	0,48	0,96	Приближно јед. 99
Екстремно влажно-средње обезбеђено	16	9	6	4,2332	53,4866	0,30	0,43	0,76	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	26	8	7	3,681	55,9619	0,36	0,38	0,33	Разнодобна

У сврху упоређивања емпиријске и референтне теоријске дистрибуције примењен је Kolmogorov-Smirnov тест. За детерминисани број дебљинских степени одређени су критични износи дистанце за могућност двостране грешке од 5% ($D_{0,05}$), а затим је одређена и максимална апсолутна дистанца (D) између емпиријске и теоријске кумулативне дистрибуције. Након упоређивања ова два износа, утврђена је вероватноћа подударности дистрибуција (p). Износи свих претходно наведених параметара везаних за Kolmogorov-Smirnov тест дати су у табели 12. Том приликом, једино је на ОП 30, са разнодобном структурном изграђеношћу, утврђено да емпиријска расподела значајно одступа од теоријске ($p < 0,05$). С тим у вези, може се констатовати да дистрибуција пречника код готово свих огледних поља на гранодиориту има унимодалну дистрибуцију, која се адекватно може апроксимирати Weibull-овом функцијом расподеле.

Дебљинска структура огледних поља постављених оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози приказана је на графикону 9. Утврђени износи средњег састојинског пречника по пресеку- d_g и пречника 20% доминантних стабала - D_g приказани су на графикону 9 и дати у табели 13. Најмањи карактеристични пречници евидентирани су на ОП 61, са једнодобном структурном изграђеношћу и просечном старошћу од 66 година ($d_g = 15,5$ cm; $D_g = 19,7$ cm). Максимални износ d_g од 53,6 cm евидентиран је на приближно једнодобној ОП 58, где су стабла у просеку стара 120 година. Најдебља доминантна стабла забележена су на ОП 51, са приближно једнодобном структурном изграђеношћу, на којој су стабла у просеку стара 102 године ($D_g = 19,7$ cm). Вертикалним линијама су спојени и у доњем левом углу графикана 9 приказани износи карактеристичних пречника и линеарни тренд њихове промене са старошћу.

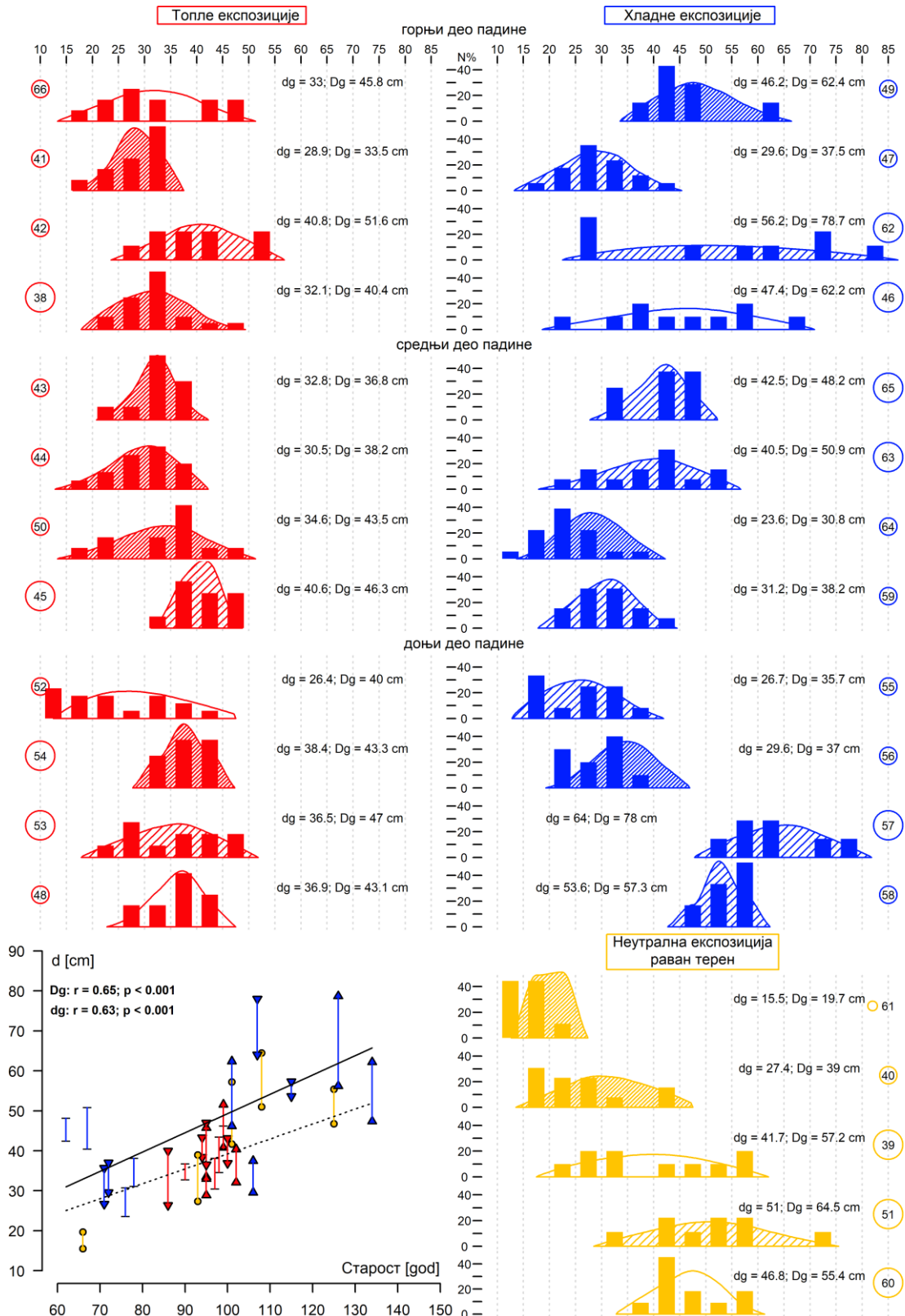
Пуна црна линија представља модел линеарног повећања D_g код ОПа са различитом старошћу, при чему је утврђено да коефицијент корелације између посматраних елемената раста износи $r = 0,65$; а $p < 0,001$. Сличан тренд увећања идентификован је и за d_g ($r = 0,63$; $p < 0,001$), при чему је графички приказ линеарне функције, којом је ова веза изравната, дат тачкастом линијом. Том приликом су утврђени коефицијенти нагиба слични оним на претходном локалитету ($D_g:b = 0,4828$ и $d_g:b = 0,3735$). Ипак, минималне разлике износа параметара резултовале су да линије модела не буду паралелне у нешто мањој мери у односу на ОПа на гранодиориту.

Најмањи проценат разлика између карактеристичних пречника ($\Delta d_g - D_g$ [%]) од свега 6,5% забележен је на приближно једнодобном ОП 58, док је највеће одступање у износу од 29,7% утврђено на ОП 40, са једнодобном структуром. Иако је код разнодобног ОП 52 тај проценат износио 34%, ни у овом случају није уочено да структурни облик састојина значајно утиче на амплитуду разлика између карактеристичних пречника, при чему је $F_{(2, 26)} = 1,26$, а $p=0,30$. Такође, није детектовано ни да се проценат разлика сигнификантно мења са повећањем просечне старости ОПа.

Просечна девијација прских пречника (SD) креће се између 3,21 cm, колико је забележено на ОП 61, па све до 21,87 cm, на ОП 62. Укупно гледано, постоји сигнификантна позитивна зависност између SD и просечне старости ($r = 0,44$, $p < 0,05$). С друге стране, код 23 једнодобна и приближно једнодобна ОПа, није утврђено

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

да са повећањем старости долази до статистички значајне промене коефицијената асиметрије - α_3 и спљоштености- α_4 .



Графикон 9. Дебљинска структура и величине карактеристичних пречника d_g и D_g на огледним пољима постављеним у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. У левом доњем делу приказан је међусобни однос пречника и промена D_g са старошћу.

Табела 13. Карактеристични средњи пречници састојине (d_g и D_g), њихова релативна разлика ($\Delta d_g - D_g$ [%]), стандардна девијација (SD) и коефицијенти асиметрије - α_3 и спљоштености - α_4 дистрибуције пречника на огледним пољима постављеним у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози.

Супстрат	Експозиција	Релефни облик	оп	d_g	D_g	$\Delta d_g - D_g$ [%]	SD	Асиметрија- α_3	Сплештеност- α_4	Тип структуре и старост (T [god])
Кречњак	Топла	Горњи део	66	33	45,8	27,9	9,25	-0,12	2,27	Разнодобна
Кречњак	Топла	Горњи део	41	28,9	33,5	13,7	4,45	0,18	1,67	Једнодобна 95
Кречњак	Топла	Горњи део	42	40,8	51,6	20,9	7,96	-0,38	2,27	Приближно јед. 101
Кречњак	Топла	Горњи део	38	32,1	40,4	20,5	5,82	-0,56	2,33	Једнодобна 102
Кречњак	Топла	Средњи део	43	32,8	36,8	10,9	4,23	0,54	1,87	Једнодобна 90
Кречњак	Топла	Средњи део	44	30,5	38,2	20,2	6,40	0,30	1,99	Једнодобна 97
Кречњак	Топла	Средњи део	50	34,6	43,5	20,5	9,05	-0,63	2,48	Једнодобна 98
Кречњак	Топла	Средњи део	45	40,6	46,3	12,3	4,10	0,07	2,13	Приближно јед. 100
Кречњак	Топла	Доњи део	52	26,4	40	34	10,61	-0,27	1,77	Разнодобна
Кречњак	Топла	Доњи део	54	38,4	43,3	11,3	4,76	-0,05	2,40	Једнодобна 94
Кречњак	Топла	Доњи део	53	36,5	47	22,3	8,93	-0,36	2,86	Приближно јед. 96
Кречњак	Топла	Доњи део	48	36,9	43,1	14,4	5,19	-0,16	2,22	Разнодобна
Кречњак	Неутрална	Равно	61	15,5	19,7	21,3	3,21	-1,59	6,06	Једнодобна 66
Кречњак	Неутрална	Равно	40	27,4	39	29,7	8,86	-0,78	2,37	Једнодобна 93
Кречњак	Неутрална	Равно	39	41,7	57,2	27,1	13,43	-0,71	2,61	Разнодобна
Кречњак	Неутрална	Равно	51	51	64,5	20,9	10,88	0,37	2,36	Приближно јед. 102
Кречњак	Неутрална	Равно	60	46,8	55,4	15,5	6,25	-0,43	2,17	Разнодобна
Кречњак	Хладна	Горњи део	49	46,2	62,4	26	8,18	-0,07	1,81	Једнодобна 101
Кречњак	Хладна	Горњи део	47	29,6	37,5	21,1	6,28	0,21	1,87	Приближно јед. 103
Кречњак	Хладна	Горњи део	62	56,2	78,7	28,6	21,87	-1,40	4,31	Приближно јед. 133
Кречњак	Хладна	Горњи део	46	47,4	62,2	23,8	13,29	-0,42	1,84	Разнодобна
Кречњак	Хладна	Средњи део	65	42,5	48,2	11,8	6,54	-0,62	2,96	Приближно јед. 64
Кречњак	Хладна	Средњи део	63	40,5	50,9	20,4	9,14	-1,26	3,21	Приближно јед. 71
Кречњак	Хладна	Средњи део	64	23,6	30,8	23,4	5,63	-0,13	1,82	Једнодобна 76
Кречњак	Хладна	Средњи део	59	31,2	38,2	18,3	5,48	2,65	9,14	Приближно јед. 75

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

Сулстрат	Експозиција	Релефни облик	ОП	d_g	D_g	Δ d_g - D_g [%]	SD	Асиметрија- α_3	Сплештеност- α_4	Тип структуре и старост (T [god])
Кречњак	Хладна	Доњи део	55	26,7	35,7	25,2	7,6	-1,49	5,36	Приближно јед. 72
Кречњак	Хладна	Доњи део	56	29,6	37	20	5,63	-0,20	1,6	Једнодобна 72
Кречњак	Хладна	Доњи део	57	64	78	17,9	8,98	0,24	1,6	Приближно јед. 109
Кречњак	Хладна	Доњи део	58	53,6	57,3	6,5	4,36	-1,11	2,91	Приближно јед. 120

Информације о емпиријској и моделованој дебљинској структури, као и резултати њиховог међусобног упоређивања, дати су у табели 14. Графички приказ дебљинске структуре на основу датих параметара Weibull-ових модела за свако ОП дат је на графикону 9, упоредо са стубићима емпиријске дистрибуције. Том приликом, значење шрафура је усклађено са структурним обликом састојина, на идентичан начин као и код графикона 8. Број дебљинских степени код емпиријске дистрибуције пречника стабала износи између 3 и 8. Упоредивањем емпиријске и теоријске дистрибуције пречника свих ОПа на кречњаку утврђено је да ни на једном ОП нису пронађени докази да се о ради расподелама које се значајно разликују.

Табела 14. Број дебљинских степени емпиријске и параметри теоријске дистрибуције пречника код огледних поља постављених у оквиру различитих експозиција и релефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. Апсолутна максимална дистанца (D), критична дистанца ($D_{0,05}$) и вероватноћа (p) код Kolmogorov-Smirnov теста.

Сулстрат	Експозиција	Релефни облик	ОП	Бр. Стабала	Број деб. степени	Параметри Weibull-ове функције		Kolmogorov Smirnov тест			Тип структуре и старост (T [god])
						b	c	D	$D_{0,05}$	p	
Кречњак	Топла	Горњи део	66	12	6	3,9155	35,1261	0,22	0,48	0,98	Разнодобна
Кречњак	Топла	Горњи део	41	12	4	8,7907	30,3269	0,17	0,62	1	Једнодобна 95
Кречњак	Топла	Горњи део	42	9	5	5,7327	43,2624	0,25	0,52	0,96	Приближно јед. 101
Кречњак	Топла	Горњи део	38	20	6	5,5224	33,9613	0,25	0,52	0,96	Једнодобна 102
Кречњак	Топла	Средњи део	43	10	4	11,6206	34,1472	0,17	0,62	1	Једнодобна 90
Кречњак	Топла	Средњи део	44	15	5	5,701	32,3499	0,14	0,56	1	Једнодобна 97
Кречњак	Топла	Средњи део	50	12	6	4,8306	36,7095	0,22	0,48	0,98	Једнодобна 98
Кречњак	Топла	Средњи део	45	11	4	11,1369	42,1856	0,33	0,62	0,89	Приближно јед. 100
Кречњак	Топла	Доњи део	52	17	7	2,5932	27,5321	0,25	0,48	0,96	Разнодобна

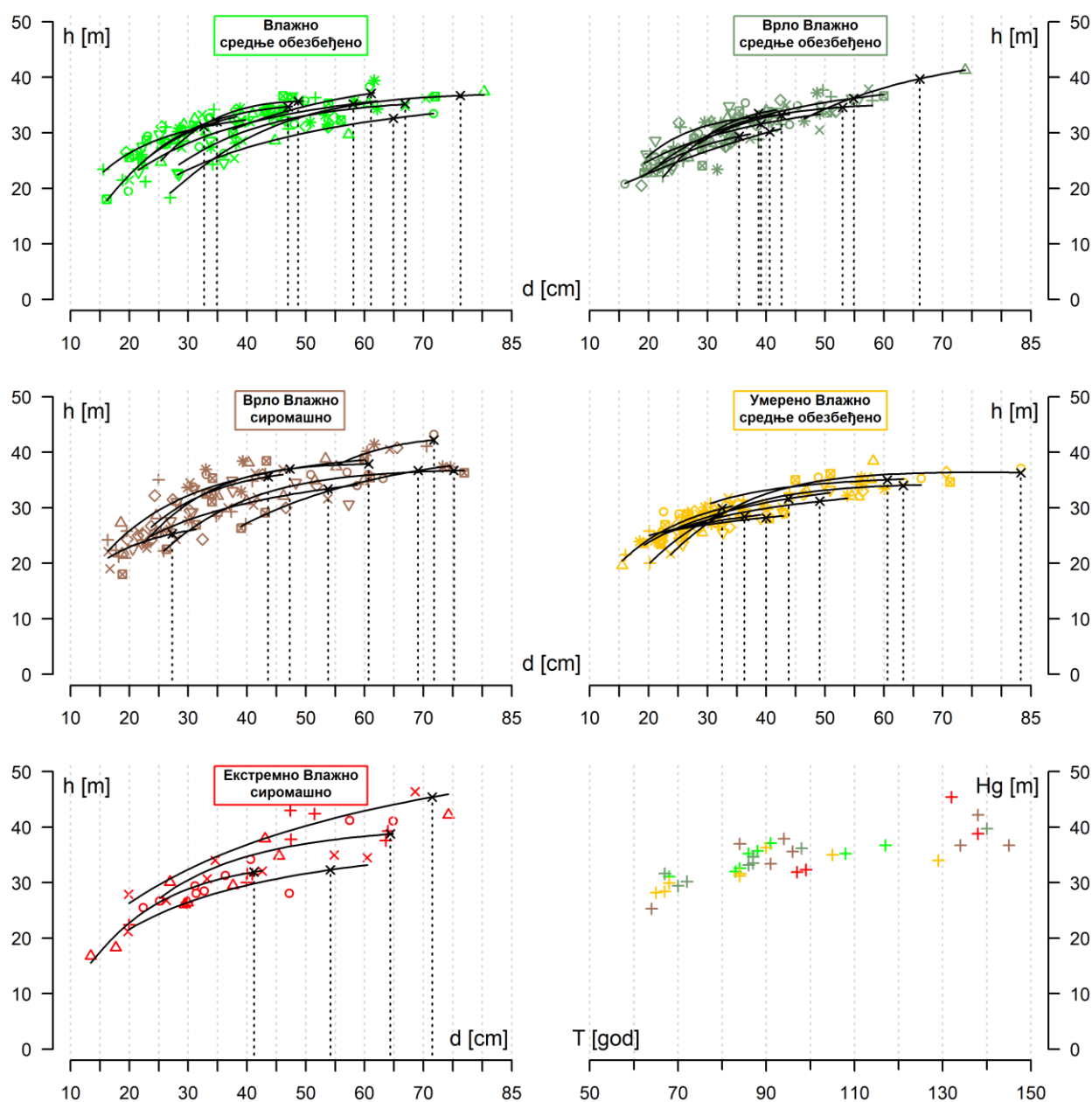
Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

Кречњак	Топла	Доњи део	54	8	3	10,1069	40,0799	0,2	0,71	1	Једнодобна	94
Кречњак	Топла	Доњи део	53	11	6	4,8652	38,8684	0,25	0,52	0,96	Приближно јед.	96
Кречњак	Топла	Доњи део	48	12	4	8,8882	38,6604	0,17	0,62	1	Разнодобна	
Кречњак	Неутрална	Равно	61	18	3	5,4231	16,471	0,50	0,84	0,7	Једнодобна	66
Кречњак	Неутрална	Равно	40	13	5	3,2301	29,1218	0,25	0,48	0,96	Једнодобна	93
Кречњак	Неутрална	Равно	39	10	7	3,5207	44,3443	0,30	0,45	0,76	Разнодобна	
Кречњак	Неутрална	Равно	51	9	6	5,1379	54,1719	0,27	0,43	0,81	Приближно јед.	102
Кречњак	Неутрална	Равно	60	11	5	8,4586	49,106	0,29	0,56	0,94	Разнодобна	
Кречњак	Хладна	Горњи део	49	7	4	5,6394	48,9204	0,25	0,52	0,96	Једнодобна	101
Кречњак	Хладна	Горњи део	47	17	6	5,4223	31,374	0,12	0,56	1	Приближно јед.	103
Кречњак	Хладна	Горњи део	62	9	6	2,8546	58,9782	0,43	0,38	0,15	Приближно јед.	133
Кречњак	Хладна	Горњи део	46	10	8	4,1392	50,4037	0,25	0,41	0,85	Разнодобна	
Кречњак	Хладна	Средњи део	65	8	3	9,4794	44,5056	0,17	0,62	1	Приближно јед.	64
Кречњак	Хладна	Средњи део	63	13	7	5,2517	43,0404	0,33	0,48	0,7	Приближно јед.	71
Кречњак	Хладна	Средњи део	64	18	6	4,5002	25,1599	0,29	0,56	0,94	Једнодобна	76
Кречњак	Хладна	Средњи део	59	13	5	6,3839	33,0143	0,14	0,62	1	Приближно јед.	75
Кречњак	Хладна	Доњи део	55	12	5	4,0401	28,4166	0,14	0,56	1	Приближно јед.	72
Кречњак	Хладна	Доњи део	56	10	4	5,9399	31,3869	0,17	0,56	1	Једнодобна	72
Кречњак	Хладна	Доњи део	57	7	5	8,0472	67,1934	0,25	0,52	0,96	Приближно јед.	109
Кречњак	Хладна	Доњи део	58	6	3	18,8217	55,1042	0,20	0,71	1	Приближно јед.	120

7.1.4. Висинска структура

Јаке корелације између остварених висина и пречника резултирала је да се висинска структура састојина не мора апсолутно анализирати директним проучавањем начина расподеле фреквенција висина, него може и индиректно - помоћу висинских кривих (Fabrika, Pretzsch 2013). Висинске криве представљају важне елементе састојинске инвентуре и газдовања, пошто су ове варијабле неопходне за процену износа запремине и биомасе састојина (Mensah et al. 2018; Sharma et al. 2019b). У суштини, висинска крива представља изравнате податке дистрибуције висина евидентираних у различитим дебљинским степенима и користи се за минимизирање трошкова инвентуре и неутралисање проблема везаних за грешке приликом премера висина (Macphee et al. 2018). Од великог броја математичких функција које у ову сврху користе (van Laar, Акџа 2007; Burkhardt 2012), у овом случају одабрана је Проданова функција.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Графикон 10. Висинске криве ОПа у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту и промена износа средње висине доминантних стабала (Hg) са повећањем старости.

На графикону 10 су црном пуном линијом приказане висинске криве формиране за сва ОПа постављена у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. Висине појединачних стабала по огледним пољима приказане су различитим симболима, а боја симбола је усклађена са раније установљеним бојама станишних типова. Параметри висинских кривих (a, b, c) и средње одступање емпиријских од моделованих података (RMSE) дати су у склопу табеле 15. Том приликом, евидентирано је да се висинска крива најбоље прилагодила подацима код приближно једнодобног 138 година старог ОП 15 (RMSE = 0,81 m). С друге стране, најлошије перформансе и највећа грешка предикције (RMSE = 3,48 m) забележена је на ОП 13, приближно једнодобне структуре, са просечном старошћу од 91 годину. Укупно посматрано, просечна грешка процене висина (RMSE) за сва ОПа износила је

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

1,71 m. Том приликом није уочено да се RMSE мења са просечном старошћу ($r = 0,09$, $p = 0,57$), као ни да значајно варира између ОПа различитих структурних облика ($F_{2,34} = 0,23$, $p = 0,80$).

Са старењем састојине, њена висинска крива се помера навише и удесно, при чему долази до њеног издуживања и заравњавања (Pretzsch 2001). Овом приликом је само код огледних поља на екстремно влажном и сиромашном станишту, поменута транзиција висинских кривих уочена у пуном обиму. Код осталих станишних типова, висинске криве једнодобних и приближно једнодобних састојина се преклапају без обзира на различиту старост, а промена нагиба и позиције кривих не показује очекиване трендове.

Табела 15. Параметри (a , b , c) Проданове функције, стандардна грешка регресије ($RMSE$) висинских кривих ОПа у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту као и износи средње састојинске висине и средње висине доминантних стабала

Станишни тип	ОП	Проданова функција				Средње висине		Тип структуре и старост (T [god])
		a	b	c	$RMSE$ [m]	h_g	H_g	
Влажно-средње обезбеђено	14	3,2404	4,5169	0,7174	1,44	29,2	31,1	Једнодобна 68
Влажно-средње обезбеђено	37	8,3613	12,9135	0,6475	1,08	29,6	32,6	Приближно јед. 80
Влажно-средње обезбеђено	36	13,0593	10,918	1,1961	2,06	28,8	32,0	Приближно јед. 81
Влажно-средње обезбеђено	31	20,8848	31,0466	0,6727	2,41	33,1	35,2	Приближно јед. 88
Влажно-средње обезбеђено	9	32,7726	12,3278	2,6584	0,98	34,7	35,7	Приближно јед. 90
Влажно-средње обезбеђено	7	14,6267	9,9457	1,4707	1,34	32,7	34,7	Једнодобна 87
Влажно-средње обезбеђено	23	11,2111	45,6911	0,2454	1,61	34,5	37,1	Приближно јед. 92
Влажно-средње обезбеђено	17	4,9726	9,0042	0,5523	2,12	32,4	35,2	Приближно јед. 109
Влажно-средње обезбеђено	28	40,4379	17,9136	2,2574	1,74	34,5	36,7	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	32	0,9337	7,4443	0,1254	1,83	28,6	31,6	Једнодобна 67
Врло влажно-средње обезбеђено	21	5,574	10,0629	0,5539	1,26	26,9	29,4	Једнодобна 70
Врло влажно-средње обезбеђено	8	-3,6618	6,4239	-0,57	1,61	26,9	30,2	Једнодобна 72
Врло влажно-средње обезбеђено	18	8,9048	9,107	0,9778	2,20	32,1	33,2	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	12	29,7083	14,598	2,0351	1,22	31,5	33,5	Једнодобна 87
Врло влажно-средње обезбеђено	11	17,0563	17,7267	0,9622	1,86	32,6	34,6	Разнодобна
Врло влажно-средње обезбеђено	25	6,5244	10,171	0,6415	2,07	34,0	36,2	Једнодобна 98
Врло влажно-средње обезбеђено	33	36,4129	63,9511	0,5694	1,26	36,4	39,7	Приближно јед. 146
Врло влажно-сиромашно	10	3,1948	10,5298	0,3034	1,51	23,7	25,3	Једнодобна 64
Врло влажно-сиромашно	5	4,9822	5,2675	0,9458	2,97	33,2	37,0	Приближно јед. 80
Врло влажно-сиромашно	13	20,6325	16,6183	1,2416	3,48	36,4	37,9	Приближно јед. 91

Станишни тип	ОП	Проданова функција				Средње висине		Тип структуре и старост (T [god])
		a	b	c	RMSE [m]	h_g	H_g	
Врло влажно-сиромашно	24	2,7646	9,7563	0,2834	1,37	30,7	33,4	Једнодобна 91
Врло влажно-сиромашно	6	13,5883	15,2238	0,8926	1,66	33,3	35,6	Једнодобна 96
Врло влажно-сиромашно	27	28,214	58,8681	0,4793	2,42	33,2	36,7	Приближно јед. 130
Врло влажно-сиромашно	29	106,279	155,837	0,682	1,12	41,2	42,2	Разнодобна
Врло влажно-сиромашно	15	25,7623	5,4293	4,7451	0,81	35,1	36,7	Приближно јед. 138
Умерено влажно-средње обезбеђено	2	-1,537	9,9262	-0,1548	1,38	27,0	28,2	Једнодобна 65
Умерено влажно-средње обезбеђено	3	-1,104	14,2683	-0,0774	1,76	26,9	28,4	Једнодобна 67
Умерено влажно-средње обезбеђено	4	4,7954	5,2815	0,908	1,15	28,0	29,9	Једнодобна 68
Умерено влажно-средње обезбеђено	22	1,2868	10,0606	0,1279	1,53	29,4	31,2	Приближно јед. 82
Умерено влажно-средње обезбеђено	34	2,4447	5,0803	0,4812	1,10	29,1	31,6	Разнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	30	24,6817	12,7889	1,9299	1,78	35,9	36,3	Разнодобна
Умерено влажно-средње обезбеђено	1	7,2266	12,7042	0,5688	1,03	34,3	35,0	Једнодобна 105
Умерено влажно-средње обезбеђено	35	16,2076	9,253	1,7516	1,50	33,3	34,0	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	20	2,2347	7,8582	0,2844	1,59	29,3	32,3	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	19	8,4889	4,49	1,8906	1,46	29,1	31,9	Приближно јед. 99
Екстремно влажно-средње обезбеђено	16	10,0425	11,3895	0,8817	1,99	37,1	38,8	Разнодобна
Екстремно влажно-средње обезбеђено	26	-0,7054	9,2634	-0,0761	3,46	41,2	45,4	Разнодобна

Висинске криве имају посебно важну улогу приликом одређивања висина средњег састојинског стабла по површини пресека (h_g) и висина средњег стабла по површини пресека из колектива најјачих стабала (H_g) (Banković, Pantić 2006). Наиме, ове висине се одређују читавањем из висинске криве за карактеристичне пречнике d_g и D_g . На овај начин су утврђени и у склопу табеле 15 дати износи висина h_g и H_g за сва ОПа постављена у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту. Вертикалним испрекиданим линијама црне боје су на графикону 10 приказани износи D_g и резултујуће средње висине доминантних стабала - H_g . Најнижи износи средњих састојинских висина евидентирани су код најмлађе једнодобне састојине на ОП 10 ($h_g = 23,7$ m и $H_g = 25,3$ m), док су висине преко 40 m евидентиране код разнодобне ОП 26 ($h_g = 41,2$ m и $H_g = 45,4$ m). Промена износа H_g са повећањем старости ($r = 0,78$, $p < 0,001$) приказана је у доњем десном углу графикона 10. Одговарајућим бојама приказане су величине H_g евидентиране на различитим типовима станишта.

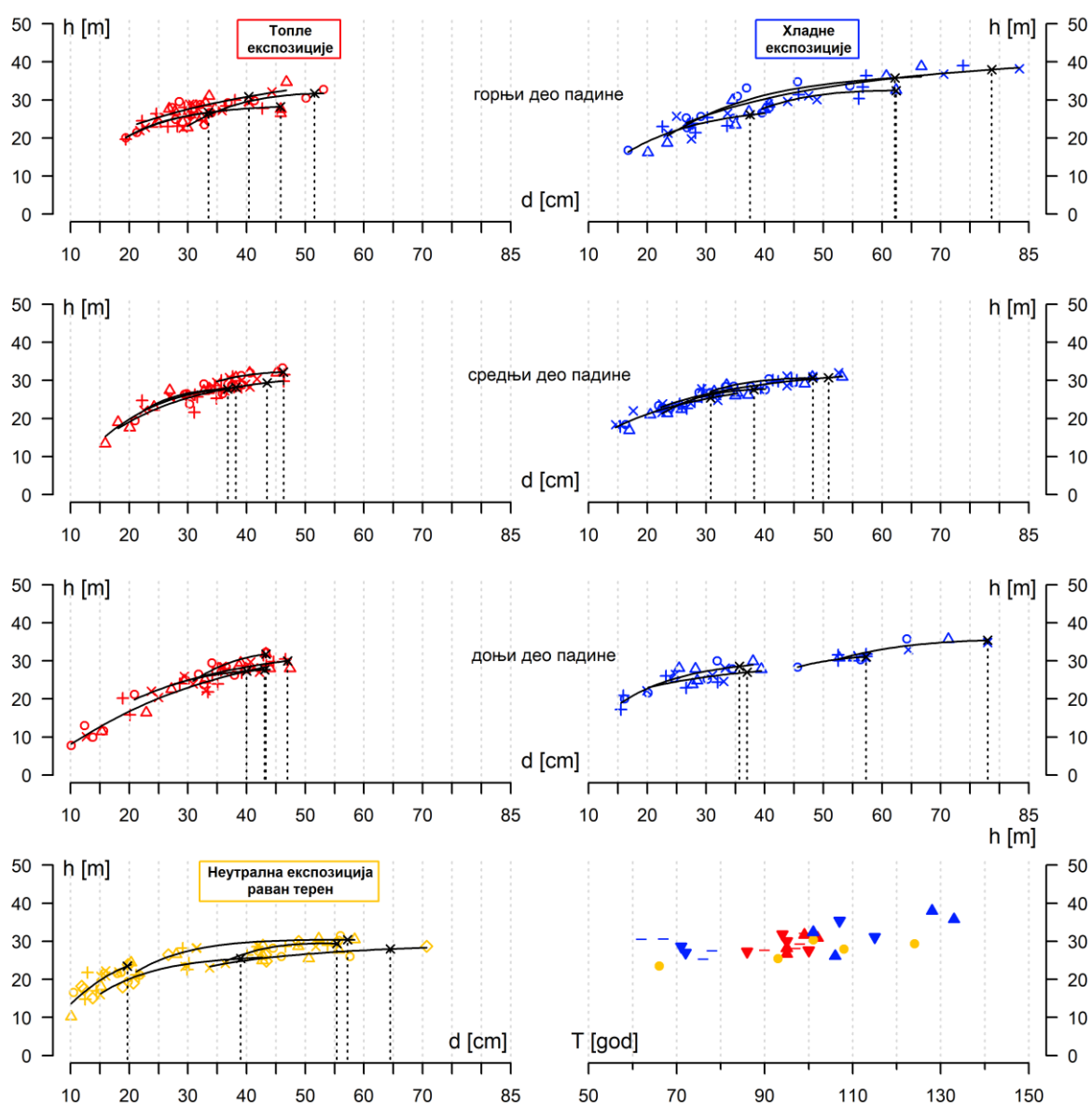
Висинске криве на ОПа постављеним у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози приказане су на графикону 11.

Висинске криве код ОПа на топлим експозицијама, услед сличне старости, не показују значајнију диференцијацију. С друге стране, код хладних експозиција је видљиво да са старошћу долази до хоризонталног и вертикалног померања висинских кривих. Сличан тренд израженог раслојавања забележен је и код ОПа на равном терену, с том специфичношћу што је код најстарије и уједно разнодобне састојине, евидентирана најниже позиционирана висинска крива.

У табели Поред тога, у табели су дати износи карактеристичних састојинских висина h_g и H_g . Том приликом, на ОП 61, са најмањом старошћу (66 година) утврђени су најнижи износи средњих висина ($h_g = 20,2$ m и $H_g = 23,5$ m). Насупрот томе, код приближно једнодобне, 133 године старе ОП 62, забележене су просечне висине средњег стабла по темељници од $h_g = 34,6$ m и доминантних стабала од $H_g = 38,0$ m. У доњем десном углу графикана 11, одговарајућим симболима и бојама приказана је промена доминантних висина са старошћу.

Табела 16 дати су параметри (a , b , c) Проданове функције и стандардна грешка регресије ($RMSE$) висинских кривих за ОПа постављена у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. Износи $RMSE$ варирају између 0,30 m (ОП 58) и 2,56 m (ОП 46), при чему ни у овом случају није евидентирана корелација са старошћу или значајно одступања код различитих структурних облика састојина.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Графикон 11. Висинске криве ОПа у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози и промене износа доминантних висина - H_g са просечном старошћу.

Поред тога, у табели су дати износи карактеристичних састојинских висина h_g и H_g . Том приликом, на ОП 61, са најмањом старошћу (66 година) утврђени су најнижи износи средњих висина ($h_g = 20,2$ m и $H_g = 23,5$ m). Насупрот томе, код приближно једнодобне, 133 године старе ОП 62, забележене су просечне висине средњег стабла по темељници од $h_g = 34,6$ m и доминантних стабала од $H_g = 38,0$ m. У доњем десном углу графикана 11, одговарајућим симболима и бојама приказана је промена доминантних висина са старошћу.

Табела 16. Параметри (a , b , c) Проданове функције, стандардна грешка регресије ($RMSE$) висинских кривих ОПа у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози, као и износи средње састојинске висине и средње висине доминантних стабала.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

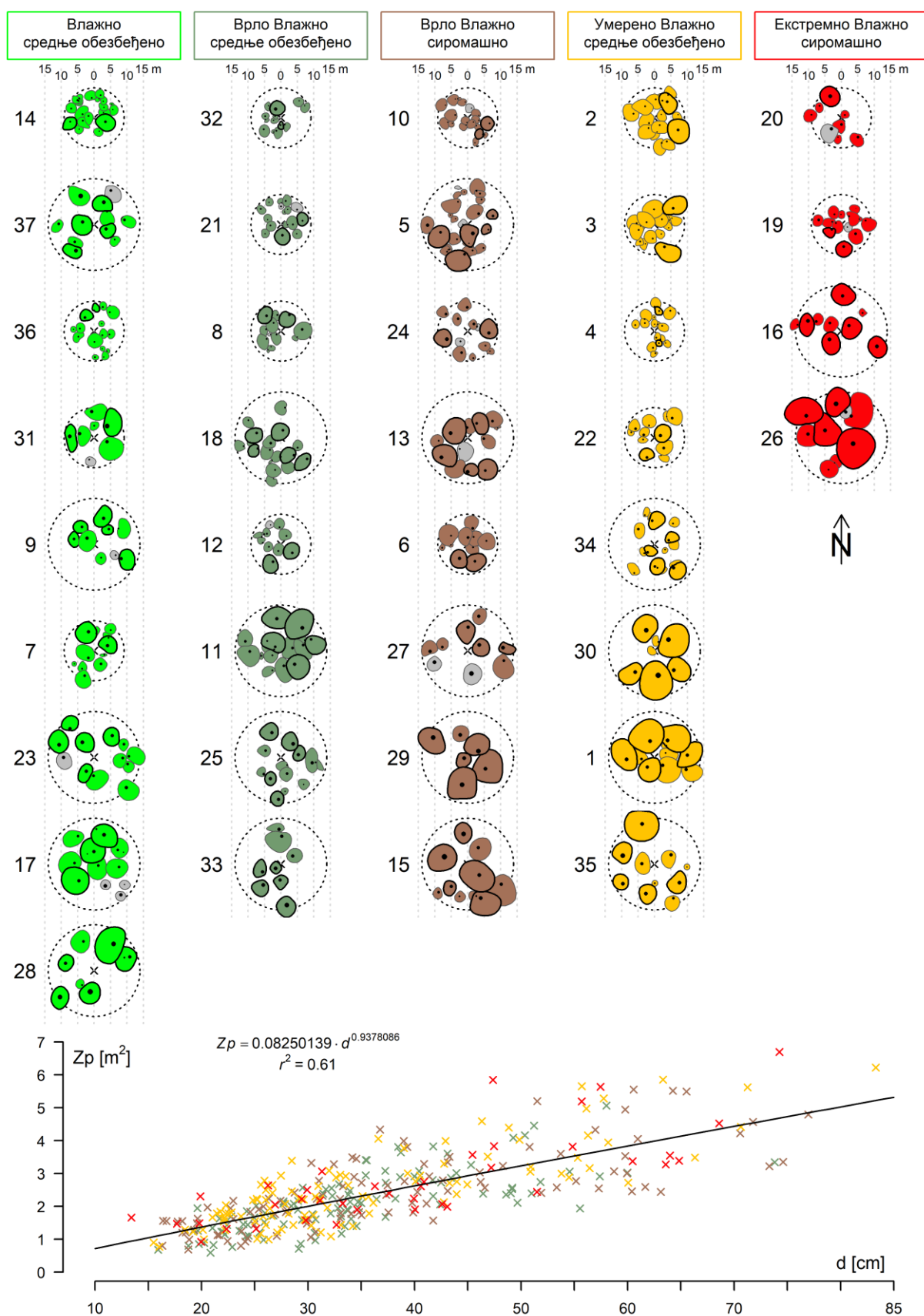
Сулстрат	Експозиција	Релефни облик	ОП	Проданова функција				Средње висине		Тип структуре и старост (T [god])
				a	b	c	RMSE [m]	h_g	H_g	
Кречњак	Топла	Горњи део	66	12,6593	9,3339	1,3563	1,34	26,6	28,2	Разнодобна
Кречњак	Топла	Горњи део	41	14,0604	34,1319	0,4119	2,33	25,5	26,7	Једнодобна 95
Кречњак	Топла	Горњи део	42	55,7853	39,22	1,4224	1,54	29,8	31,7	Приближно јед. 101
Кречњак	Топла	Горњи део	38	-0,4315	10,9066	-0,0396	1,75	28,4	30,9	Једнодобна 102
Кречњак	Топла	Средњи део	43	28,6732	18,8495	1,5212	0,90	27,3	27,7	Једнодобна 90
Кречњак	Топла	Средњи део	44	17,6101	14,564	1,2092	2,37	26,4	28,2	Једнодобна 97
Кречњак	Топла	Средњи део	50	11,6373	7,8072	1,4906	1,05	27,2	29,4	Једнодобна 98
Кречњак	Топла	Средњи део	45	39,8325	51,7895	0,7691	0,73	31,5	32,2	Приближно јед. 100
Кречњак	Топла	Доњи део	52	8,1182	7,5899	1,0696	2,20	21,0	27,3	Разнодобна
Кречњак	Топла	Доњи део	54	70,9824	62,7914	1,1304	1,08	30,2	31,8	Једнодобна 94
Кречњак	Топла	Доњи део	53	7,0772	12,7689	0,5543	1,42	27,4	30,0	Приближно јед. 96
Кречњак	Топла	Доњи део	48	21,9357	36,4442	0,6019	1,26	26,8	27,6	Разнодобна
Кречњак	Неутрална	Равно	61	5,0928	8,7858	0,5797	2,18	20,2	23,5	Једнодобна 66
Кречњак	Неутрална	Равно	40	9,1218	7,6404	1,1939	1,60	23,4	25,5	Једнодобна 93
Кречњак	Неутрална	Равно	39	15,9738	7,7621	2,0579	1,20	29,9	30,4	Разнодобна
Кречњак	Неутрална	Равно	51	11,5077	31,4601	0,3658	1,28	26,8	28,0	Приближно јед. 102
Кречњак	Неутрална	Равно	60	96,0027	51,3545	1,8694	0,98	29,0	29,4	Разнодобна
Кречњак	Хладна	Горњи део	49	68,3143	57,7735	1,1824	1,06	30,5	32,4	Једнодобна 101
Кречњак	Хладна	Горњи део	47	10,2251	14,2971	0,7152	2,06	24,0	26,1	Приближно јед. 103
Кречњак	Хладна	Горњи део	62	6,8729	15,027	0,4574	2,29	34,6	38,0	Приближно јед. 133
Кречњак	Хладна	Горњи део	46	20,843	18,5363	1,1244	2,56	33,5	35,8	Разнодобна
Кречњак	Хладна	Средњи део	65	29,5877	29,4117	1,006	0,71	30,3	30,6	Приближно јед. 64
Кречњак	Хладна	Средњи део	63	4,6774	8,8838	0,5265	1,19	29,1	30,7	Приближно јед. 71
Кречњак	Хладна	Средњи део	64	2,2346	4,7649	0,469	1,12	22,9	25,4	Једнодобна 76
Кречњак	Хладна	Средњи део	59	27,7217	18,977	1,4608	1,35	26,4	27,6	Приближно јед. 75
Кречњак	Хладна	Доњи део	55	6,3954	9,2029	0,6949	2,15	26,2	28,6	Приближно јед. 72
Кречњак	Хладна	Доњи део	56	0,7191	16,7654	0,0429	1,59	25,7	27,0	Једнодобна 72
Кречњак	Хладна	Доњи део	57	95,6404	154,776	0,6179	1,55	33,9	35,4	Приближно јед. 109
Кречњак	Хладна	Доњи део	58	95,2013	71,0296	1,3403	0,30	30,6	31,1	Приближно јед. 120

7.1.5. Мапе крошњи

Лисна површина крошње омогућава апсорпцију светлосне радијације неопходне за фотосинтезу, кључни физиолошки процес у расту дрвећа (Pretzsch 2009; Sharma et al. 2016). С тим у вези, димензије крошњи представљају најцелисходније индикаторе прирасног потенцијала стабала и у уској су вези са испуњавањем производних циљева газдовања и реализацијом читавог спектра осталих еколошких функције (Stajić 2010). Дозирањем простора за раст, шумарска оператива може да утиче на димензије крошњи и да на тај начин регулише динамику прирашћивања појединачних стабала и целе састојине. Стога, информације о токовима раста који ће проистећи из третмана различитог интензитета, представљају веома важна и апликативна сазнања (Bončina et al. 2007; Štefančík 2017). У складу са тим, веза између остварених износа прираста и површине које стабла застиру својим крошњама (Z_p), препозната је као зависност која експлицитно указује на искоришћеност простора за раст (Stajić 2004; Pretzsch, Schütze 2005; Sharma et al. 2016; Stajić et al. 2017c). Ради лакшег израчунавања и мале грешке која настаје том приликом, застрта површина се апроксимативно одређује као површина круга из средњег полупречника крошње (Burkhardt 2012; Štefančík 2017). Ипак, у циљу што веродостојнијег увида у просторну структуру састојине, графички приказ вертикалне пројекције крошњи добија се директним спајањем утврђених координата ивица крошњи. На тај начин формирају се мапе крошњи, које представљају дводимензионални приказ расподеле простора за раст у састојини.

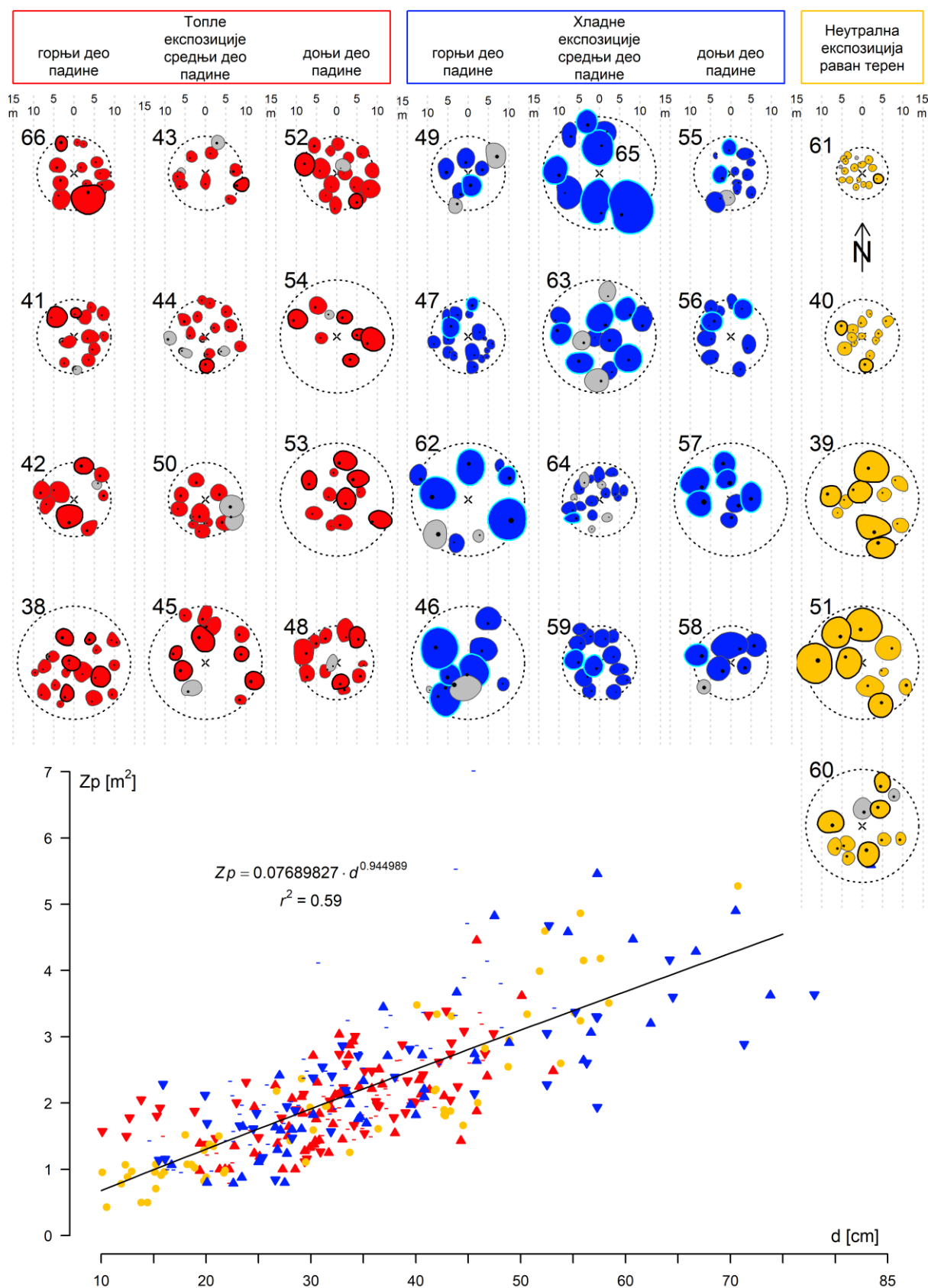
Мапе крошњи стабла у оквиру ОПа постављених на различитим станишним типовима на гранодиориту приказане су на графикону 12. Величине ОПа приказане су испрекиданим круговима, са x су означени центри, а поред кругова дата је нумерација ОП. Застрта површина крошњи представљена је неправилним полигонима одговарајућих боја, који су код доминантних стабала оивичени црном дебљом линијом, за разлику од стабала из осталих биолошких положаја, чија ивица је приказана танком тамно сивом бојом. У оквиру полигона застрте површине, црне тачке представљају позиције дебла и њихова величина је усклађена са димензијама пречника.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Графикон 12. Мапе крошњи за ОПа на различитим станишним типовима на гранодиориту. Зависност између прсног пречника (d [cm]) и застрте површине (Z_p) приказан степеном функцијом.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Графикон 13. Мапе крошњи за ОПа у оквиру различитих експозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози. Зависност између прсног пречника (d [cm]) и застрте површине (Z_p) приказана је степеном функцијом.

Сивом бојом су приказане крошње стабала која су оштећена или сува, а правац севера (N) приказан је стрелицом. У доњем делу графикана 12 приказана је симболима одговарајућих боја веома јака веза између остварених пречника и затечених износа Z_p . Поред тога, приказана је линија регресије и израчунати параметри степеног модела, који има коефицијент детерминације од $r^2 = 0,62$.

На графикону 13 приказане су мапе крошњи стабла у оквиру ОПа постављених на различитим експозицијама и рељефним облицима на кречњачкој геолошкој подлози. Приликом моделовања зависности између прсног пречника и застрте површине, степена функција је остварила коефицијент детерминације од $r^2 = 0,59$. Изводница крошњи код доминантних стабала на хладним експозицијама, приказана је цијан бојом.

7.1.6. Темељница и запремина састојина

Темељница (G/ha) и запремина (V/ha) састојине представљају сумарне елементе састојинске изграђености, чији износи су резултат интеракције између квалитета станишта, састојинских услова и генетског потенцијала врсте.

Приликом евалуације продукционог потенцијала станишта, Вучковић (1989) истиче да укупно произведена запремина на одређеном станишту, представља најпоузданији основ за диференцирање станишта различитог приносног потенцијала. Међутим, да би затечени износи запремине могли да послуже као поуздан индикатор производних способности станишта, неопходно је да се поред података о тренутном стању, обезбеде и релевантне информације о претходно уклоњеној дрвеној запремини (Barrio-Anta et al. 2008; Burkhardt 2012). Наиме, састојине исте старосне структуре расле у готово идентичним станишним условима, могу да услед различитог интензитета газдовања, имају битно другачије нивое обраслости (N/ha), а тиме и запремине. Стога, поуздане евиденције претходног газдовања имају суштинску улогу у објективном сагледавању ефеката спроведеног узгојног третмана и целисходној оцени продукционог потенцијала станишта. С обзиром да овакви подаци у привредним шумама генерално не постоје или су непотпуни (Burkhardt, Tomé 2012; Mathews et al. 2016), употреба затечених износа се може користити само за оријентациону оцену производних способности станишта. У том случају, неопходно је претпоставити једнак и постојан интензитет газдовања код упоређиваних састојина.

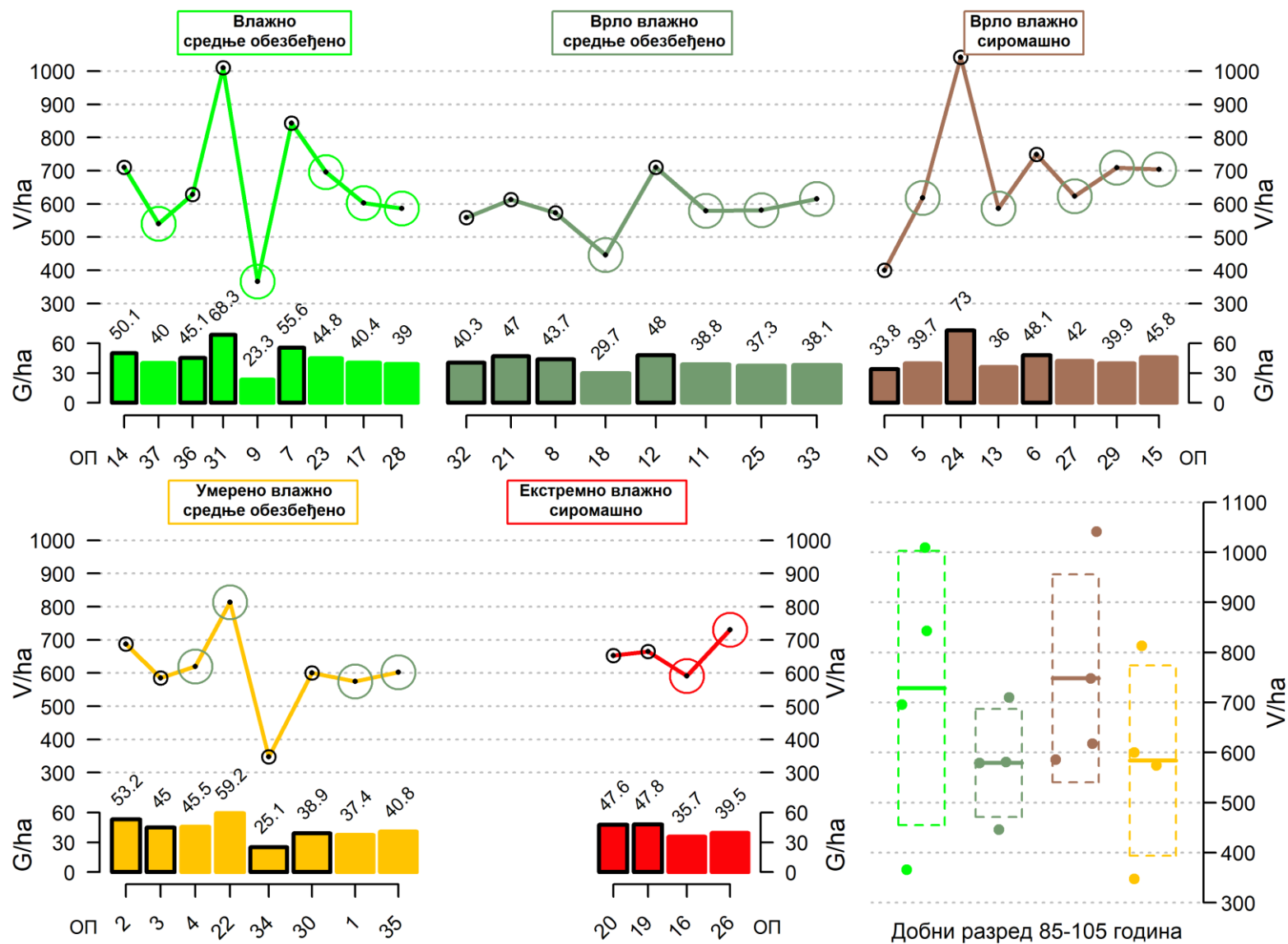
На графикону 14 су стубићима одговарајућих боја приказани износи темељнице (G/ha у m^2) одређених за ОПа на различитим станишним типовима на гранодиориту. Ширина стубића усклађена је са величином ОП, док су стубићи код ОП величине 2 ара, додатно оивичени линијама црне боје. Поред тога, тачкама и линијама које их повезују приказани су износи запремина (V/ha у m^3), а круговима различите величине и боје означене су величине огледних поља. Црни и мањи кругови око тачака означавају ОПа које имају величину 2 ара, док су већим круговима и у бојама станишних типова приказане ОПа величине 500 m^2 .

Између утврђених износа запремине и темељнице постоји изузетно јако слагање ($r = 0,92$, $p < 0,001$), што указује да претходно наведене и све следеће законитости истовремено важе за оба елемента раста. Највећи износи ових елемената регистровани су на ОП 31 и ОП 24, где су евидентирание запремине од чак

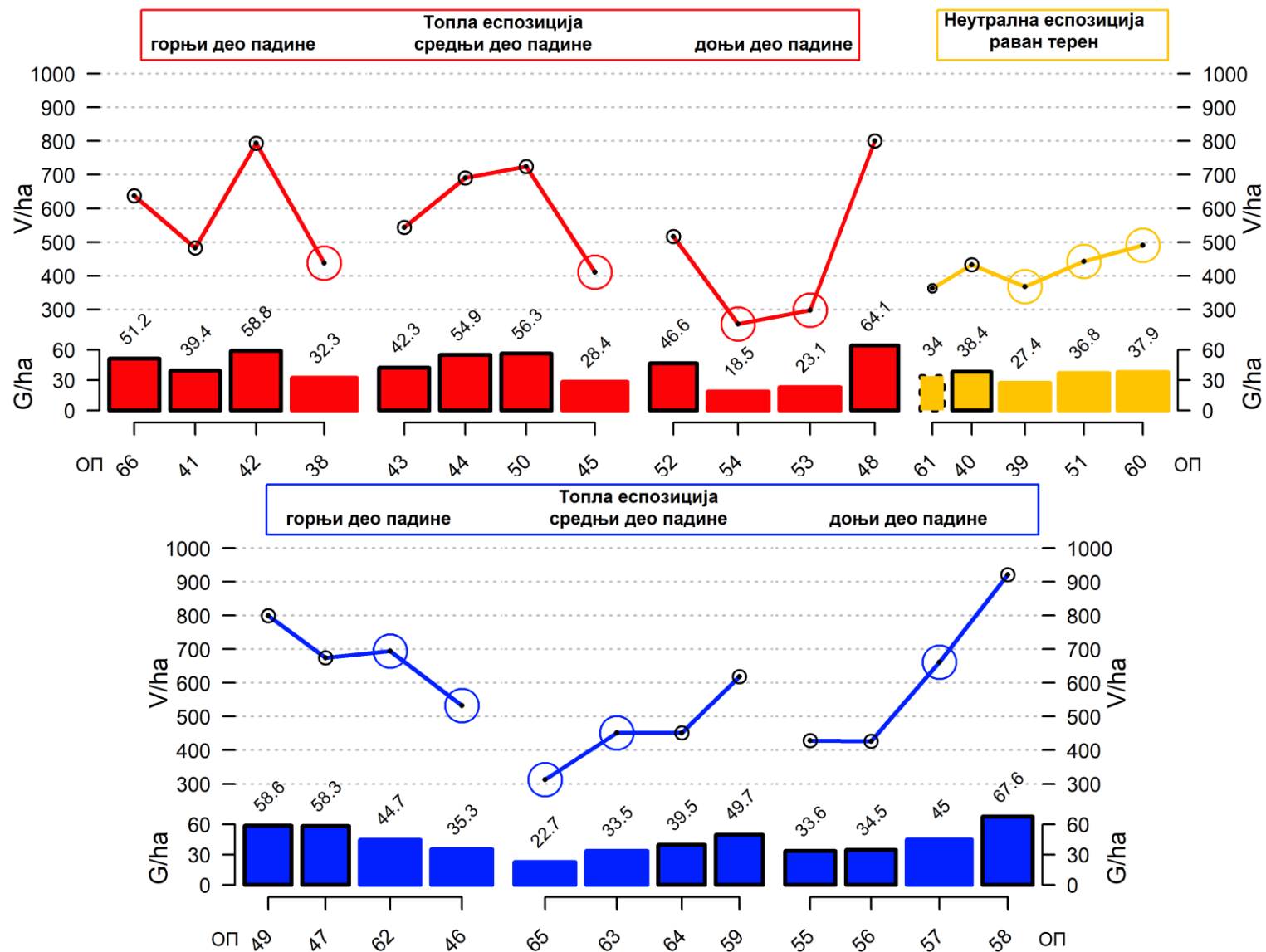
1009,7 и 1041,6 m³, док су темељнице у овим састојинама износиле 68,3 и 73,0 m². Најнижи износи запремине од 347,9 m³ и 366,1 m³ забележени су на ОП 34 и ОП 9, при чему су темељнице износиле 25,1 m² и 23,3 m². Докази о значајном увећању запремина на ОП повећањем просечне старости, нису евидентирани ни на једном од типова станишта без обзира на структуру. Такође, ова зависност није регистрована ни када се целовито посматрају сва ОПа са једнодобном и приближно једнодобном структуром ($r = 0,08$, $p = 0,66$).

Уочена избалансираност у погледу дубећих залиха на ОП различите старости указује на то да су се у анализираним састојинама вероватно активно спроводиле газдинске мере. Ако се прихвате овакве претпоставке о претходном газдовању, упоређивање затечених запремина, код састојина различите обраслости и старости, најисправније је извршити применом анализе коваријансе. Међутим, пошто је утврђено да запремина не показује значајне корелације са старашћу или бројем стабала, нарушена је претпоставка о линеарној зависности променљивих, која је неопходна за спровођење анализе коваријансе. Да би се превазишао овај проблем и омогућила непристрасна анализа варирања између станишних типова, потребно је филтрирати узорак тако да се утицај осталих фактора неутралише или у највећој могућој мери умањи. У овом случају, због ограниченог броја проучаваних ОПа није било могуће истовремено спровести уједначавање на основу више од једног фактора. С тим у вези, за делимично независну анализу варирања запремине у односу на структурне облике, издвојена су огледна поља која се на основу просечне старости налазе у "добном разреду" од 85. до 105 година. У наведеном добном разреду налази се 6 једнодобних (ОП 1, ОП 6, ОП 7, ОП 12, ОП 24 и ОП 25), 7 приближно једнодобних (ОП 5, ОП 9, ОП 13, ОП 22, ОП 23, ОП 19 и ОП 31) и 5 разnodобних ОПа (ОП 11, ОП 18, ОП 20, ОП 30 и ОП 34). Резултати анализе нису пружили довољно доказа о постојању статистички значајног варирања запремине код састојина различите старосне структуре ($F(2,15) = 2,34$, $p = 0,13$). С тим у складу, ни број стабала не показује систематску зависност према промени састојинске структуре ($F(2,15) = 1,31$, $p = 0,35$).

С обзиром да је утврђено да старосна структура и број стабала не утичу значајно на варирање запремине у анализираним добном разреду, стекли су се услови да се у следећем кораку упореде разлике у затеченим износима запремине ОПа у оквиру истих станишних типова на гранодиориту. Анализом варирања обухваћене су 4 ОПа на влажном и средње обезбеђеном станишту (ОП 31, ОП 9, ОП 7 и ОП 23), 4 ОПа на врло влажном и средње обезбеђеном (ОП 18, ОП 12, ОП 11 и ОП 25), 4 ОПа на врло влажном и сиромашном (ОП 5, ОП 24, ОП 13 и ОП 6) и 4 ОПа на умерено влажном средње обезбеђеном (ОП 22, ОП 34, ОП 30 и ОП 1). Резултати анализе варирања приказани су помоћу кутијастог дијаграма приказаног у доњем десном углу графикана 14. Испрекидане линије на врховима кутија означавају грешку оцене аритметичке средине са прагом од 0,05, док дебље линије у средини представљају аритметичку средину. Овом приликом, на типовима станишта конципираним на презентовани начин, нису уочене значајне разлике у тренутним износима запремине ($F(3, 12) = 0,80$, $p = 0,52$). Додатна анализа варијансе, показала је да такође у оквиру различитих станишних типова не постоји значајно варирање броја стабала ($F(3, 12) = 0,75$, $p = 0,54$), пречника доминантних стабала D_g ($F(3, 12) = 0,80$, $p = 0,52$) и висина H_g ($F(3, 12) = 1,60$, $p = 0,24$).



Графикон 14. Темељнице (G/ha у m²) и запремине (V/ha у m³) ОПа постављених у оквиру различитих станишних типова на гранодиориту, као и дистрибуција запремина у оквиру "добног разреда" 85-105 година код прва четири типа станишта.



Графикон 15. Запремине (V/ха) и темељнице (G/ха) огледних поља постављених у оквиру различитих еспозиција и рељефних облика на кречњачкој геолошкој подлози.

Ипак, због значајног варирања запремине и малог броја ОП које су учествовале у анализи, све претходно изнесене резултате анализе варијансе треба прихватити са извесном дозом резерве. За доношење уопштенијих закључака, неопходно је обратити пажњу на вероватноћу да се одбаци погрешна нулта хипотеза, односно да се не почини грешка типа 2. Том приликом утврђено је да би се са 80% вероватноће детектовао веродостојан ефекат различитих услова за раст, неопходно је да у оквиру сваког станишног типа буде анализирано најмање по 19 огледних поља сличне старости. С обзиром да је у овој анализи учествовало готово пет пута мање података, постоји тек 18% вероватноће да је уочен прави ефекат различитих станишних типова на затечену продукцију.

Утврђени износи темељница и запремина на ОПа постављеним на различитим експозицијама и рељефним облицима кречњачке геолошке подлоге, приказани су на графикону 15. Изузев другачијих боја, значење свих осталих елемената графикана је идентично као и код графикана 14. Једина разлика је ОП 61, код које је због величине од 1 ара, стубић који означава темељницу оивичен испрекиданом линијом. Уочљиво је да су најмања темељница и запремина регистровани ОП 54 (18,5 m² и 256,6 m³). Највећи износи ова два елемента раста евидентирани су код приближно једнодобног 120 година старог ОП 58, где је регистрована темељница од 67,6 m², а запремина од чак 921,2 m³. Различити износи запремина код ОПа на топлим експозицијама најбоље илуструју ниво структурних разлика у оквиру одсека 15а, за који је претходно потврђено да је у погледу старосне структуре једнодобан. Значајно увећање запремина код старијих ОПа, регистровано је на хладним експозицијама ($r = 0,68$, $p < 0,05$) и када се сва ОПа на кречњаку посматрају обједињено ($r = 0,42$, $p < 0,05$). Иако је у поглављу 7.1.2 утврђена зависност између просечне старости и броја стабала, између запремине и броја стабала није евидентирана статистички значајна повезаност.

За разлику од станишних типова на гранодиориту, на ОПа на кречњаку је утврђена сигнификантна промена запремина са старошћу, па су на тај начин испуњене неопходне теоријске претпоставке за спровођење анализе коваријансе. Том приликом анализирана је промена запремине у односу на структурни облик и тип експозиције, док је просечна старост послужила као континуална независна променљива. Код обе категоричке варијабле утврђено је да увођење различитих коефицијената за сваки од појединачних третмана није статистички значајно допринело објашњавању варијација емпиријских података. Другим речима, код оба испитивана фактора се као најадекватније показао минимални модел, са јединственим коефицијентом нагиба и одсечка за све анализиране третмане.

Додатно, извршена је и анализа варирања запремина у односу на старосну структуру, која је обухватила сва ОПа чија је старост у оквиру добног разреда од 85 до 105 година. Том приликом, у анализу варијансе је укључено 18 ОПа и то 8 једнодобних (ОП 38, ОП 40, ОП 41, ОП 43, ОП 44, ОП 49, ОП 50 и ОП 54), 6 приближно једнодобних (ОП 42, ОП 45, ОП 47, ОП 51, ОП 53 и ОП 57) и 4 разнодобних (ОП 39, ОП 48, ОП 52 и ОП 66). У овом случају нису пронађени докази да ОПа исте старости, али другачијих старосних структура, имају статистички сигнификантно различите износе запремина ($F(2,15) = 0,06$, $p = 0,95$). Поред тога, извршено је тестирање разлика у затеченим запреминама на различитим експозицијама код ОПа сличне старости и различите старосне структуре. У погледу броја понављања у оквиру

група, анализа је изузетно неуравнотежена јер су обухваћена само по 3 ОПа са хладних и неутралних експозиција, а насупрот томе имамо 12 ОПа на топлој страни. Међутим, када је реч о једнофакторској анализи варијансе, Crawley (2007) наводи да дисбаланс узорка не утиче у већој мери на веродостојност резултата. Имајући то у виду, утврђено је да различите експозиције не условљавају појаву систематског варирања запремина ($F(2,15) = 2,61$, $p = 0,11$). Међутим, ако се узме у обзир варирање унутар и између третмана, да би се са вероватноћом од 80% могла одбацити погрешна нулта хипотеза, неопходно је да сваки третман има најмање по 26 огледних поља.

Укупно посматрано, просечни износи запремина и темељница ОПа у оквиру добног разреда 85-105, су значајно мањи на кречњачкој геолошкој подлози у односу на гранодиорит ($t(33) = 2,1054$, $p = 0,043$). Том приликом, утврђено је да просечна запремина на гранодиориту износи $678 \pm 83 \text{ m}^3$, док је на кречњаку $553 \pm 80 \text{ m}^3$. Треба имати у виду да су овакви резултати евидентирани упркос претходно изнетим опсервацијама везаним за однос између старости и запремина, које указују на нешто интензивнији газдински третман код састојина на гранодиориту.

7.2. Модели раста стабала

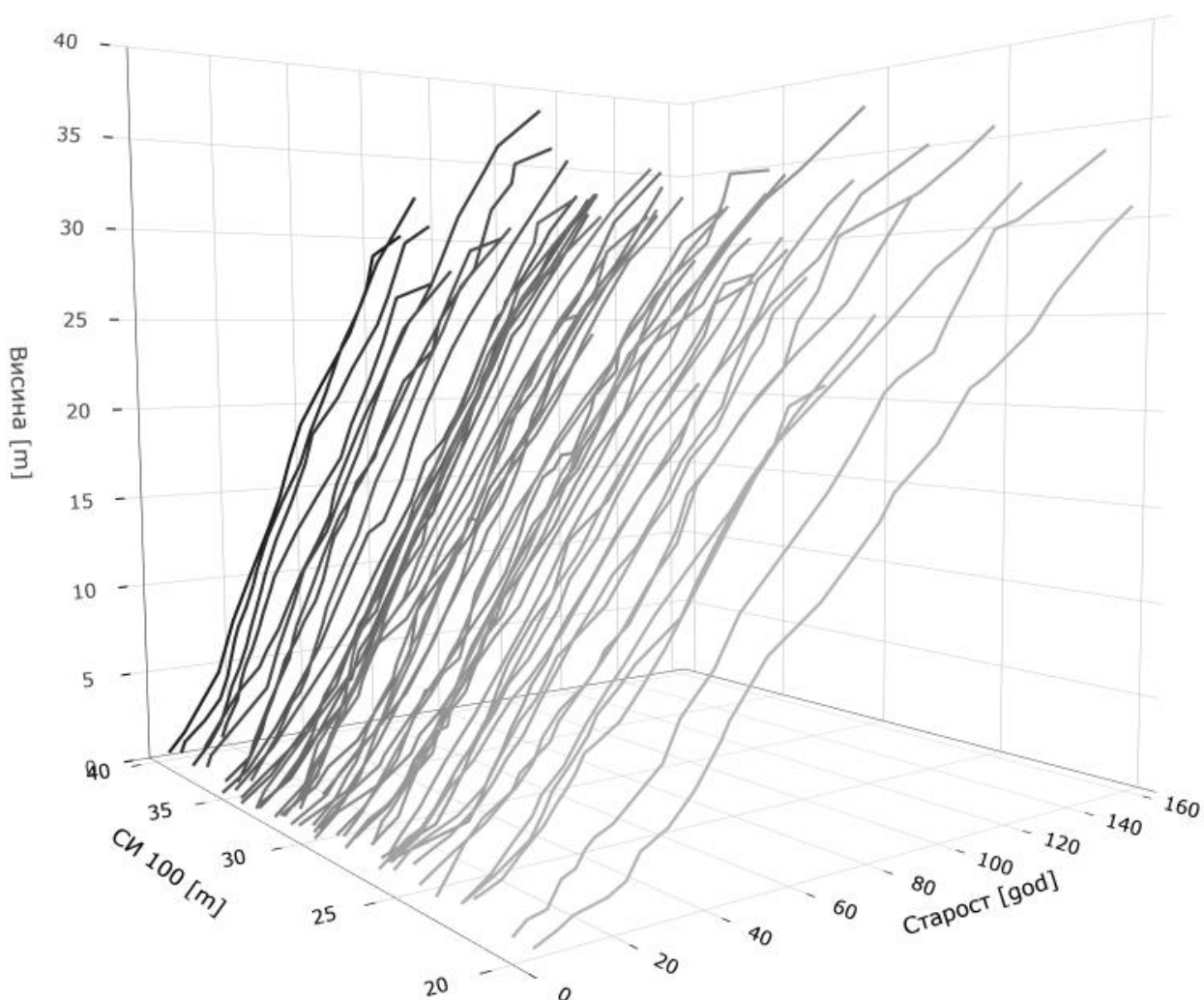
7.2.1. Раст стабала у висину - станишни индекси

Конструкција станишних индекса се базира на емпиријским подацима о висинском расту стабала и састојина прикупљених у оквиру анализираних подручја. Да би се обезбедила валидност примене модела висинског раста на целом истраживаном подручју неопходно је имати одговарајућу базу емпиријских података која ће на свеобухватан начин репрезентовати појаву висинског раста истраживане врсте дрвећа. Темељан приступ њеном формирању обухвата прикупљање информација о динамици висинског раста на стаништима различитог производног потенцијала. Станишни индекси могу бити конструисани на бази четири најважнија извора података (Harrison et al. 2002; M. Wang et al. 2007; Socha et al. 2020), а то су:

- Периодична мерења трајних огледних површина/поља;
- Анализа раста доминантних стабала;
- Поновљена ласерска скенирања из ваздуха и
- Привремене огледне површине/поља.

За реализацију постављених циљева и задатака овде проведених истраживања од наведених ставки на располагању су били подаци добијени анализом раста доминантних стабала и информације прикупљене на привременим огледним пољима.

Приликом параметризације одабраних GADA модела коришћени су емпиријски подаци о расту 52 доминантна стабала. На графикону 16 су приказане криве висинског раста анализираних стабала, разврстане према износива горњих висина у 100-ој години, односно $СИ_{100}$ [m]. Линије раста су представљене различитим варијантама сиве боје усклађене, које са већим износива $СИ_{100}$ прелазе из свелијих у тамније нијансе.



Графикон 16. Емпиријске серије висинског раста 52 доминантна стабала букве у западној Србији. Нијансе сиве боје линија усклађене су са износима станишних индекса ($СИ_{100}$) и постају тамније са већим износима овог показатеља.

На основу приказаног евидентна је добра избалансираност формираног узорка, јер је обухваћен је читав спектар података о висинском расту букве на стаништима различитог производног потенцијала. Код стабла са најизраженијом динамиком висинског раста, евидентирана је висина од чак 32,8 метара у старости од 68 година, док је за исти временски период најниже стабло остварило укупан висински прираст од свега 17,8 метара. Тако изражене разлике у динамици раста у висину по стаништима представљају неопходну карактеристику узорка, који омогућава свеобухватно сагледавање и моделовање висинског раста на неком подручју.

Поред тога, неопходно је осигурати и да су сви станишни индекси подједнако заступљени у свим старосним класама. Неуравнотеженост података по неком од ова два наведена критеријума, може резултовати пристрасном проценом параметара модела.

Приликом одређивања параметара модела коришћено је укупно 1027 парова података о оствареним висинама у одређеним старостима. У десном делу табеле 17

дата је расподела података по старосним класама ширине 20 година. Уопштено посматрано, број доступних података о висинском расту се линеарно смањује са повећањем старости. С тим у складу, највећи број података прикупљен је за класу између 20. и 40. године, док најмањи број у класи преко 120 година. Поред тога, у табели су дати просечни износи старости унутар класа са припадајућом стандардном девијацијом - $\bar{X}(SD)$, као и минимални и максимални износи остварених висина. На исти начин су у левом делу табеле 17 дате информације за сет података који је послужио за независну верификацију калибрисаних модела. Овај део чине подаци о старости и оствареним висинама 227 доминантних стабала, која су премерена и узоркована у оквиру 66 огледних поља.

Табела 17. Основне информације о сетовима података коришћеним за параметризацију и верификацију модела, дате по старосним класама ширине 20 година.

Параметризација						Верификација				
Анализа раста доминантних стабала						Доминантна стабла				
Старосна класа	Број података	$\bar{X}(SD)$	Мин.	Макс.		Број података	$\bar{X}(SD)$	Мин.	Макс.	
<20	225	12,12 (5,52)	1	20						
40	286	29,86 (5,78)	21	40						
60	208	50,22 (5,90)	41	60		5	53,4 (7,73)	44	60	
80	151	69,99 (5,47)	61	80		40	70,78 (4,79)	62	80	
100	102	89,94 (5,91)	81	100		83	91,73 (5,25)	81	100	
120	35	108,06 (4,52)	101	118		52	108,62 (5,98)	101	120	
>120	20	137,60 (13,53)	123	160		47	138,36 (9,95)	122	156	

Параметри и основни статистички показатељи тестираних GADA модела дати су у табели 18. Иницијално, модели кандидати M5-M11 су параметризовани без отклањања ауторегресионе структуре грешке, па је било очекивано да износи \overline{DwM} коефицијената укажу на постојање врло изражене позитивне аутокорељације резидуала. Након извршеног моделовање варијансе и аутокорељације резидуала, одређени су нови параметри модела који су у табели 18 приказани одмах испод претходних. На наведене ознаке додат је суфикс AR2MA1, који означава да се приликом уклањања ауторегресионе структуре резидуала модел са аутокорељацијом друге доцње (AR2) и покретном средином првог реда (MA1) се показао као најприкладнији.

Наведена структура модела селектована је након тестирања прогресивно сложенијих аутокорељационих облика, као решење које према анализи варијансе значајно доприноси смањењу грешке, с једне стране, а с друге резултује уклањањем аутокорељације резидуала (Diéguez-Aranda et al. 2006). Добијени коефицијенти аутокорељационе структуре ρ_1, ρ_2 и θ_1 за сваки од модела дати су у табели 18. Након примене адекватног аутокорељационог модела, робусна Durbin-Watson статистика (\overline{DwM}) достигла је износе који сугеришу да је аутокорељација из резидуала уклоњена у потпуности и да се нормализовани резидуали понашају као некорелисани звук. У следећој колони табеле 18 дати су износи коефицијената тежинске регресије δ_1 ,

израчунати приликом моделовања варијансе. Провером хомогености растурања резидуала помоћу t теста потврђена је статистички значајна хетероскедастичност ($p > 0,05$) код свих параметризованих модела. Ради прегледности у даљем делу текста везаном за избор најбољег модела неће бити експлицитно навођено да су у питању модели са коригованом аутокорељационом структуром помоћу AR2MA1 и моделованом варијансом, али се то подразумева.

Резултати калибрације су показали да су модели M5, M6, M7, M9 и M10 постигли потпуну конвергенцију и да у складу са тим имају статистички изузетно значајне износе параметара ($p < 0,001$). С друге стране, регистровано је да параметар β_2 минимално доприноси ($p < 0,1$) предикционој моћи модела M11. Најлошије се показала M8 форма Lundqvist-ове функције, која је калибрисана са високим износом толеранције код конвергенционог критеријума, услед чега оба станишно специфична параметра (β_1, β_2) нису статистички значајна. Калибрациона и верификациона статистика израчунате су само за оне моделе који имају све статистички значајне параметре. На овај начин, избор за модел који најадекватније описује висински раст доминантних стабала на истраживаном подручју сужен је на пет кандидата.

Табела 18. Параметри и основни статистички показатељи тестираних GADA модела. Значајност процењених параметара модела приказана је на следећи начин: $p < 0,001^{***}$, $p < 0,01^{**}$, $p < 0,05^*$, $p < 0,1$. и $p > 0,1$ (ns).

Модел кандидат и	Статистика коефицијената			Аутокорељациона структура					Варијанса резидуала	
	Процена	Стандардна грешка	t- износ	p	ρ_1	ρ_2	θ_1	DwM	δ_1	
M5	β_1	0,018118	0,000363	36,128657	***				0,76	
	β_2	-4,43407	0,423907	-10,46001	***					
	c	24,421565	1,674486	14,584511	***					
M5 (AR2MA1)	c	0,025406	0,00058	24,857033	***	1,44951	1,717345	1,3596	2,04	0,183108
	β_1	-5,774269	0,921	-6,269562	***					
	β_2	29,568244	3,594293	8,226442	***					
M6	β_1	7,857189	0,449321	17,486813	***				0,76	
	β_2	-1,545017	0,113777	-13,57932	***					
	c	0,0171	0,000363	36,093248	***					
M6 (AR2MA1)	β_1	9,345397	0,964662	9,687745	***	1,446191	1,718307	1,36226	2,04	0,182721
	β_2	-1,931234	0,247214	-7,811982	***					
	c	0. 023391	0,000579	24,84308	***					
M7	β_1	1,211551	0,017315	69,970996	***				0,74	
	c	0,008149	0,000401	20,320887	***					
		19,724026	0,248212	79,464453	***					
M7 (AR2MA1)	β_1	1,248451	0,039719	31,431879	***	7,350241	-4,0166	-13,194	2,11	0,206382
	c	0,009023	0,000801	11,265844	***					
		19,553045	0,229143	85,331206	***					
M8	β_1	-819,18394	1405,41492	-0,582877	ns				0,76	
	β_2	5025,3949	8486,5721	0,592158	ns					

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

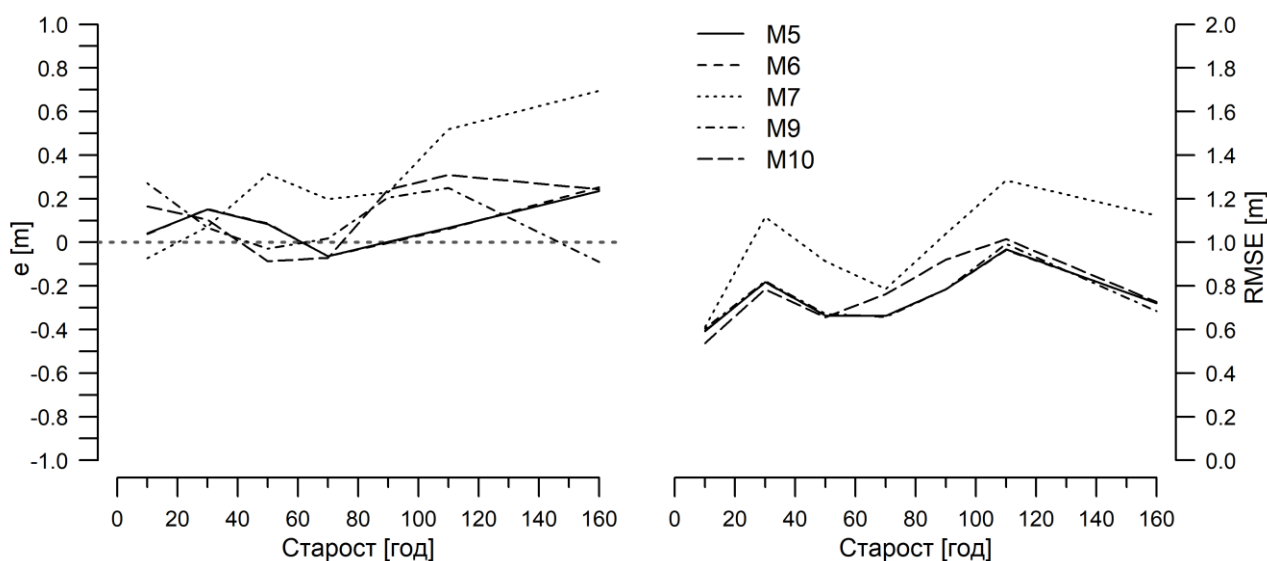
Модел кандидат и	Статистика коефицијената				Аутокорелациона структура					Варијанса резидуала
	Процена	Стандардна грешка	t- износ	ρ	ρ_1	ρ_2	θ_1	\overline{DwM}	δ_1	
	c	0,354114	0,013028	27,180031	***					
M8 (AR2MA1)	β_1	-263,6999	1012,58667	-0,260422	ns	8,39075	-6,4066	-5,0982	2,10	0,163093
	β_2	1626,2508	5937,69019	0,273886	ns					
	c	0,383876	0,03258	11,782443	***					
M9	β_1	227,720267	28,830037	7,898716	***				0,77	
	β_2	-44,121662	6,262473	-7,045405	***					
	c	0,234282	0,003344	70,062142	***					
M9 (AR2MA1)	β_1	237,891274	51,288044	4,638338	***	1,54096	1,65238	1,279708	2,05	0,164040
	β_2	-47,641801	11,480881	-4,149664	***					
	c	0,244925	0,004852	50,474388	***					
M10	β_1	1,529314	0,015765	97,008409	***				0,67	
	β_2	-17,176594	0,031091	-552,4674	***					
	c	70,423107	0,000118	598486,68	***					
M10 (ARMA21)	β_1	1,68247	0,033661	49,982709	***	3,08658	1,60597	0,96058	2,08	0,199735
	β_2	-6,3805	1,563117	-4,081909	***					
	c	55,33935	1,857769	29,788063	***					
M11	β_1	62,236936	14,427167	4,313871	***				0,51	
	β_2	32334,610	17558,2714	1,84156	.					
	c	1,422119	0,021869	65,028177	***					
M11 (AR2MA1)	β_1	61,163768	4,750277	12,875833	***	1,975584	-0,9782	-0,9999	1,98	0,212721
	β_2	-6418,14	3429,835	-1,87127	.					
	c	1,648012	0,052135	31,61037	***					

Сумарни подаци калибрационе и верификационе статистике ових 5 модела дати су у табели 19. Између осталог, евидентно је да су сви анализирани кандидати објаснили појединачно преко 99,5% укупне варијансе података. Ипак, параметри калибрационе статистике као најбоље функције издвојили су динамичне форе Чарман-Ричардс-овог модела М6 и М5. Обе функције имају готово идентичне и уједно највеће износе коефицијента псеудо корелације (R^2) и најмање износе пристрасности процене (\bar{e}), стандардне грешке регресије ($RMSE$) и информационалних критеријума (AIC и BIC). Модификована Hossfeld IV функција М10 (Cieszewski 2003) показала је нешто слабије перформансе у погледу величина AIC и BIC коефицијената, док им се износи R^2 , \bar{e} и $RMSE$ статистике минимално разликују. Генерализација Weibull-овог основног модела има осетно мање износе AIC и BIC статистике од модела М10, али су евидентирани већи износи параметара који имају за циљ да окарактеришу грешку процене (\bar{e} , $RMSE$), а нешто мањи R^2 . Иако изведен из исте базичне функције као и модели М6 и М5, модел М7 показао је да увођење само једног додатног параметра у Чарман-Ричардс-ов модел не пружа довољан степен флексибилности, што је резултовало укупно најлошијим износива параметара калибрациона статистике.

Табела 19. Калибрациона и верификациона статистика селектованих модела кандидата након примене AP2MA1.

Модел кандидати	Калибрациона статистика					Верификациона статистика		
	\bar{e}	$RMSE$	R^2	AIC	BIC	Bias (\bar{e})	MAD	MEF
M5	0,0660	0,7303	0,9972	1411,41	1707,47	0,0060	0,2483	0,9952
M6	0,0657	0,7301	0,9972	1411,23	1707,30	-0,0204	0,2492	0,9952
M7	0,1504	0,9464	0,9956	1495,63	1786,76	-0,0364	0,2559	0,9946
M9	0,1021	0,7552	0,9968	1416,33	1712,39	0,0231	0,2507	0,9947
M10	0,0763	0,7413	0,9971	1485,37	1781,43	-0,0253	0,2674	0,9945

Промене параметара \bar{e} и $RMSE$ по старосним класама ширине 10 година приказане су различитим типовима линија на графикону 17. Готово идентичне линије које означавају калибрационе грешке процене код функција M5 и M6, указују на потпуно идентичне осцилације код ова два модела, са минималним разликама које се јављају углавном у ивичним деловима посматраног интервала старости. Модел M9 и M10 су само спорадично у младости или старости показивали нешто боље резултате, док су модели M5 и M6 генерално мање грешили приликом предикције висина у старостима од приближно 50. године па све до 130. године.



Графикон 17. Пристрасност (\bar{e}) и стандардне грешке регресије ($RMSE$) процене висина помоћу модела M5, M6, M7, M9 и M10 по старосним класама ширине 10 година.

Поред квалитета прилагођавања подацима који су послужили за параметризацију, за целисходну оцену и избор најпогоднијег модела неопходно је тестирати моделе на независном сету података (Табела 19, десни део). Том приликом, поново су се модели M5 и M6 издвојили као најбољи, с том разликом што је у овом случају пристрасност модела (Bias \bar{e}) M5 евидентно мања. Поред тога, нешто мање разлике су регистроване код средњег апсолутног одступања (MAD), док је ефикасност предикције (ME) код оба кандидата идентична. Према износима MAD и

MEF статистике, кандидат M9 се нешто боље показао у односу на M10, док су најлошије верификационе карактеристике детерминисане код функције M7.

Повољни износи калибрационе и верификационе статистике истовремено не гарантују и биолошку оправданост модела кандидата. Ту се пре свега мисли на асимптотске износе, које на најбољим стаништима треба да буду у складу са максимално могућим висинама забележеним на истраживаном подручју. Према добијеним резултатима и практичном искуству, буква у Србији на најпроизводнијим стаништима прелази висине од 45 метара, а максимална физиолошка старост стабала иде и преко 300 година. Стога је приликом евалуације асимптотског понашања анализираних модела коришћена старост од 500 година. Такође, на најбољим бонитетима очекују се најраније кулминације и са највећим износива висинског прираста, док са смањењем бонитета станишта опадају максимални износи прираста, а кулминација се помера ка већим старостима.

У сврху провере реалистичности токова раста и достизања максималних висина анализираних динамичних функција одређени су и у табели 20 дати подаци о асимптотским износива висина (A [m]) на стаништима различитог производног потенцијала (CI_{100} од 20 m до 40 m), као и старости да кулминира текући висински прираста (T [god]) и износи текућег висинског прираста (i_{th} [m]).

Табела 20. Асимптотски износи висина (A [m]), старост (T [god]) и износ (i_{th} [m]) текућег висинског прираста у моменту кулминације према моделима на стаништима различитог производног потенцијала (CI_{100} од 20 до 40 m).

CI_{100} [m]	Модели														
	M5			M6			M7			M9			M10		
	A [m]	T [god]	i_t [m]	A [m]	T [god]	i_t [m]	A [m]	T [god]	i_t [m]	A [m]	T [god]	i_t [m]	A [m]	T [god]	i_t [m]
20	26,2	46	0,29	26,4	45	0,29	43,9	45	0,23	79,3	53	0,25	49,5	62	0,24
24	30,4	41	0,35	30,8	41	0,34	52,4	45	0,27	83,9	44	0,29	50,9	51	0,29
28	34,6	37	0,41	35,1	37	0,40	60,9	44	0,32	88,0	37	0,34	51,9	43	0,34
32	38,7	33	0,47	39,3	33	0,46	69,3	43	0,36	91,7	31	0,4	52,8	36	0,41
36	42,8	29	0,53	43,5	29	0,52	77,6	43	0,41	95,2	26	0,46	53,4	30	0,49
40	46,8	25	0,61	47,5	26	0,59	86,0	42	0,45	98,3	22	0,53	53,9	25	0,60

Очекиване разлике у брзини раста у младости на стаништима различитог производног потенцијала нису једино установљене код модела M7, где су старости када кулминира i_{th} готово идентичне. Поред тога, асимптоте код овог кандидата далеко су изнад реално остваривих висина, па тако на најпроизводнијим стаништима максимална висина букве ће износи 86 m, што је далеко од стварних износа висина утврђених на напроизводнијем станишту у анализираном подручју. Слично се може рећи и за податке који се могу добити применом модела M9. Такође, нешто виши асимптотски износи од на најбољем станишту (53,9) m евидентирани су и код модела M10. С обзиром да овакви резултати значајно превазилазе максималне висине које се могу измерити у најстаријим састојинама и на најбољим стаништима у оквиру истраживаног подручја, функције M7, M9 и M10 су искључене из даљег разматрања за избор најпогоднијег модела.

Компарацијом модела М5 и М6, уочава се да ова два модела за све анализиране износе $СИ_{100}$ показују слична времена и износе кулминације текућег прираста. Међутим, ако се максимално утврђене висине на најпроизводнијим стаништима ($СИ_{100} = 40$ m) упореде са максималним висинама које буква достиже у истраживаном подручју, може се закључити да модел М5 омогућава нешто веродостојније предикције максималне висине стабала букве.

Избор оптималног модела за представљање висинског раста не сме почивати искључиво на разматраним калибрационим и верификационим параметрима, него се мора реализовати као компромис између биолошких и статистичких критеријума (Barrio-Anta, Diéguez-Aranda 2005). Имајући у виду наведено, динамична форма Charman-Richards-ове функције (модел М5), изведена везивањем параметара облика и асимптоте за производност станишта, показала је истовремено најмању пристрасност и апсолутну грешку код верификационог сета података (Табела 17, десни део), али и нешто реалистичније износе асимптотских износа (Табела 20). Због тога је за представљање висинског раста букве на подручју Западне Србије, од укупно 7 тестираних модела, као најпогоднији изабран модел М5:

$$H = H_0 \cdot \left(\frac{1 - e^{-0,025406 \cdot T}}{1 - e^{-0,025406 \cdot T_0}} \right)^{-5,774269 + \frac{29,568244}{X_0}}, \quad (41)$$

где је H_0 висина у референтној старости T_0 , H процењена висина у старости T , док се X_0 израчунава као:

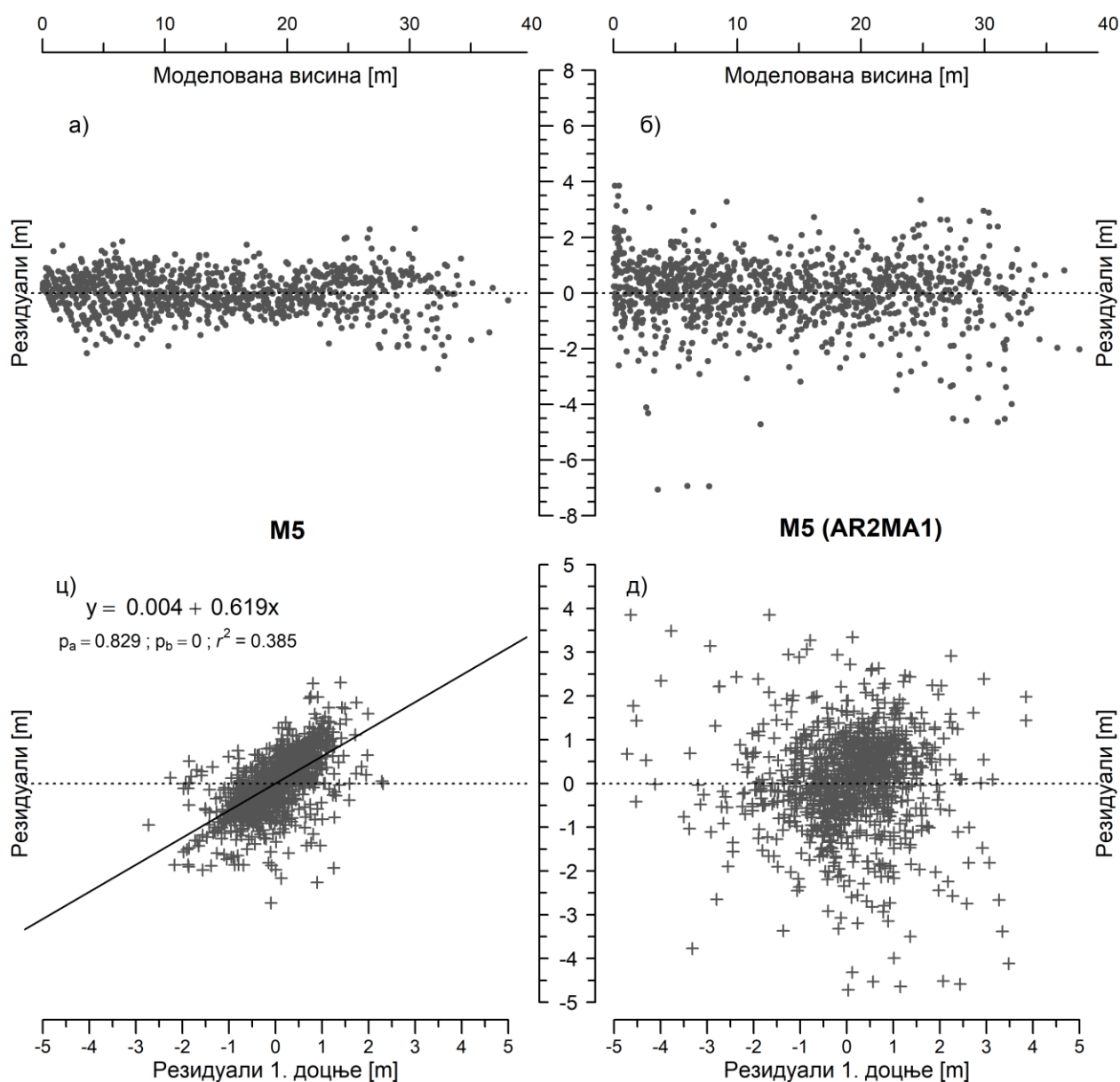
$$X_0 = \frac{(\ln H_0 + 5,774269 \cdot L_0) + \sqrt{(\ln H_0 + 5,774269 \cdot L_0)^2 - 4 \cdot 29,568244 \cdot L_0}}{2} \quad (42)$$

$$L_0 = \ln(1 - e^{-0,025406 \cdot T_0}) \quad (43)$$

Приликом предикција доминантне састојинске висине H неопходно је да се у изабрани модел М5 уврсте жељени износи старости T , станишног индекса H_0 и референтне старости T_0 . С друге стране, да би се на основу измерене висине и дате старости проценио станишни индекс у некој референтној старости, потребно је да H и H_0 замене места, као и T са T_0 (Cieszewski 2003).

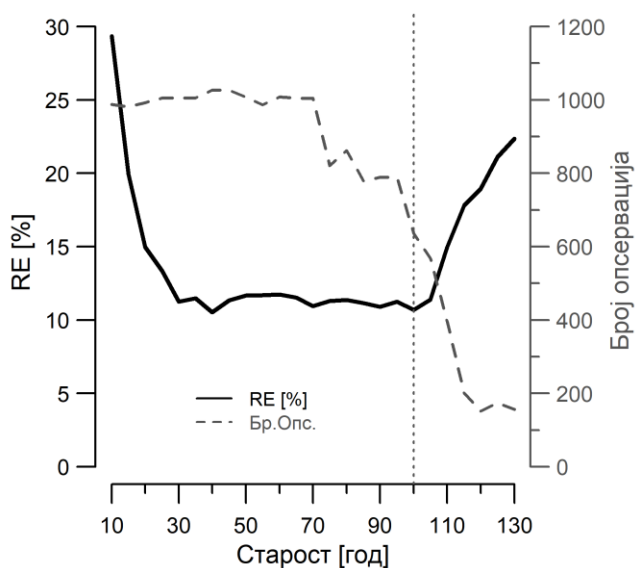
Дистрибуција резидуала код модела М5, са и без моделовања варијансе и аутокорелационе структуре, приказана је на десном и левом сегменту графикана 18. На графикону 18а приметно је да резидуали око линије регресије (тачкаста линија) варирају у облику таласа, а на графикону 18б види се да је варирање нормализованих резидуала стабилизовано и да не показује више никакав образац. Присуство аутокорелације приказано је на графикону 18ц, где се види растурање резидуала модела у зависности од резидуала са доцњом првог реда. У овом делу је пуном линијом представљен параметризовани линеарни модел, са коефицијентом детерминације од $r^2 = 0,385$ и параметром нагиба сигнификантно различитим од нуле ($p < 0,001$). Поред тога, износ \overline{DwM} статистике од 0,76 (Табела 18) упућује на постојање јаке негативне аутокорелације и код резидуала на вишим доцњама од прве. Резултати уклањања аутокорелације резидуала прве доцње приказани су на графикону 18д, а укупно елиминисање аутокорелације виших редова потврђеном је статистички значајним ($p < 0,001$) износом $\overline{DwM} = 2,04$ (Табела 18).

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

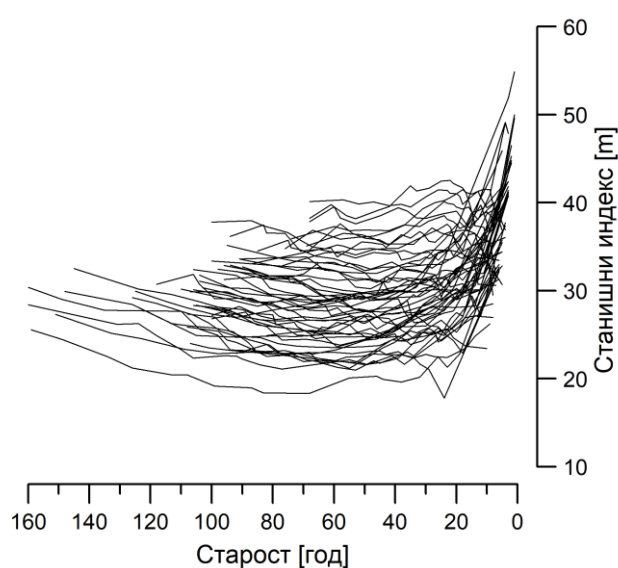


Графикон 18. Дистрибуција грешке модела без (M5) и са моделовањем варијансе и аутокорелационе структуре резидуала (M5(AR2MA1)). Код делова графика под а) и б), испрекидана линија представља линију регресије, а под в) пуном линијом дат је линеарни модел.

Практична употреба модела M5 приликом одређивања станишних индекса или предикције доминантних висина условљена је одабиром оптималног износа референтне старости (Barrio-Anta, Diéguez-Aranda 2005). У ту сврху, тестирана је могућност примене различитих износа референтне старости приликом предикције преосталих висина код сваког стабала. Степен разлика између моделованих и емпиријских висина добијених реконструкцијом раста стабала квантификован је помоћу релативне грешке предикције ($RE\%$). Промене нивоа $RE\%$ са старошћу, као и опадање броја опсервација, приказани су на графикону 19. Том приликом, конвенционално коришћена референтна старост од 100 година, која је графикону 19 означена вертикалном тачкастом линијом, показала се као довољно поуздан основ да се предвиђање висина у другим старостима реализује са најмањом грешком.

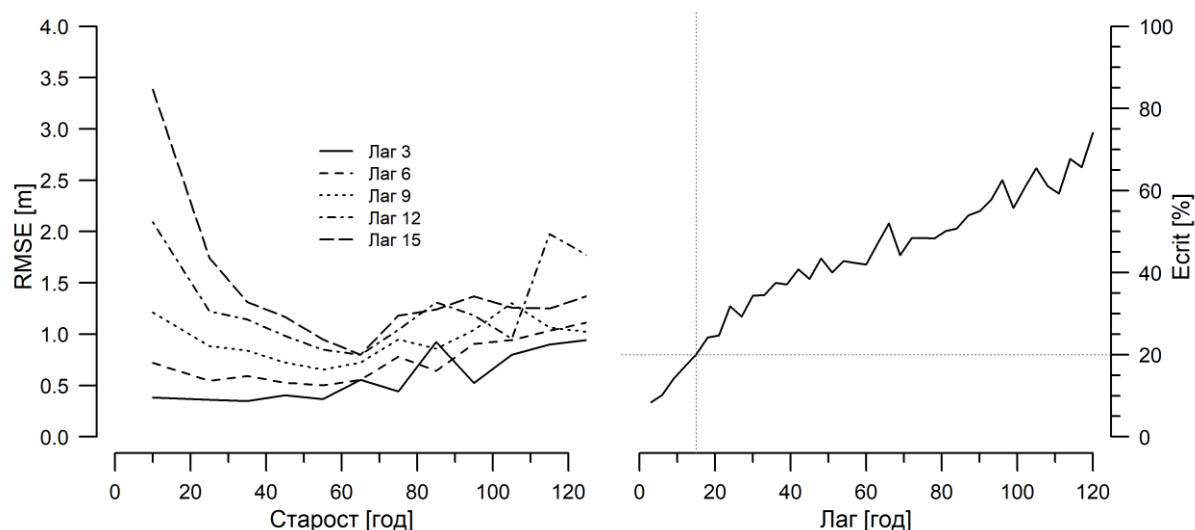


Графикон 19. Релативна грешка (RE [%]) избора референте старости код модела М5.



Графикон 20. Стабилност процене станишних индекса са старашћу код модела М5.

Да би се проверила стабилност одабраног модела М5, на графикону 20 су приказани резултати предвиђања станишних индекса за различите старости. Може се уочити да се у младости, до отприлике 30 године, дешавају највеће варијације предвиђања и значајно прецењивање потенцијалних висина, након чега долази до стабилизације. Непоуздана процена станишних индекса у младим састојинама везана је за чињеницу да се висински раст у раном периоду може понекад омести утицајем различитог степена засене матичног склопа или напреднијих суседних стабала (Huang 1999; Feng et al. 2006).

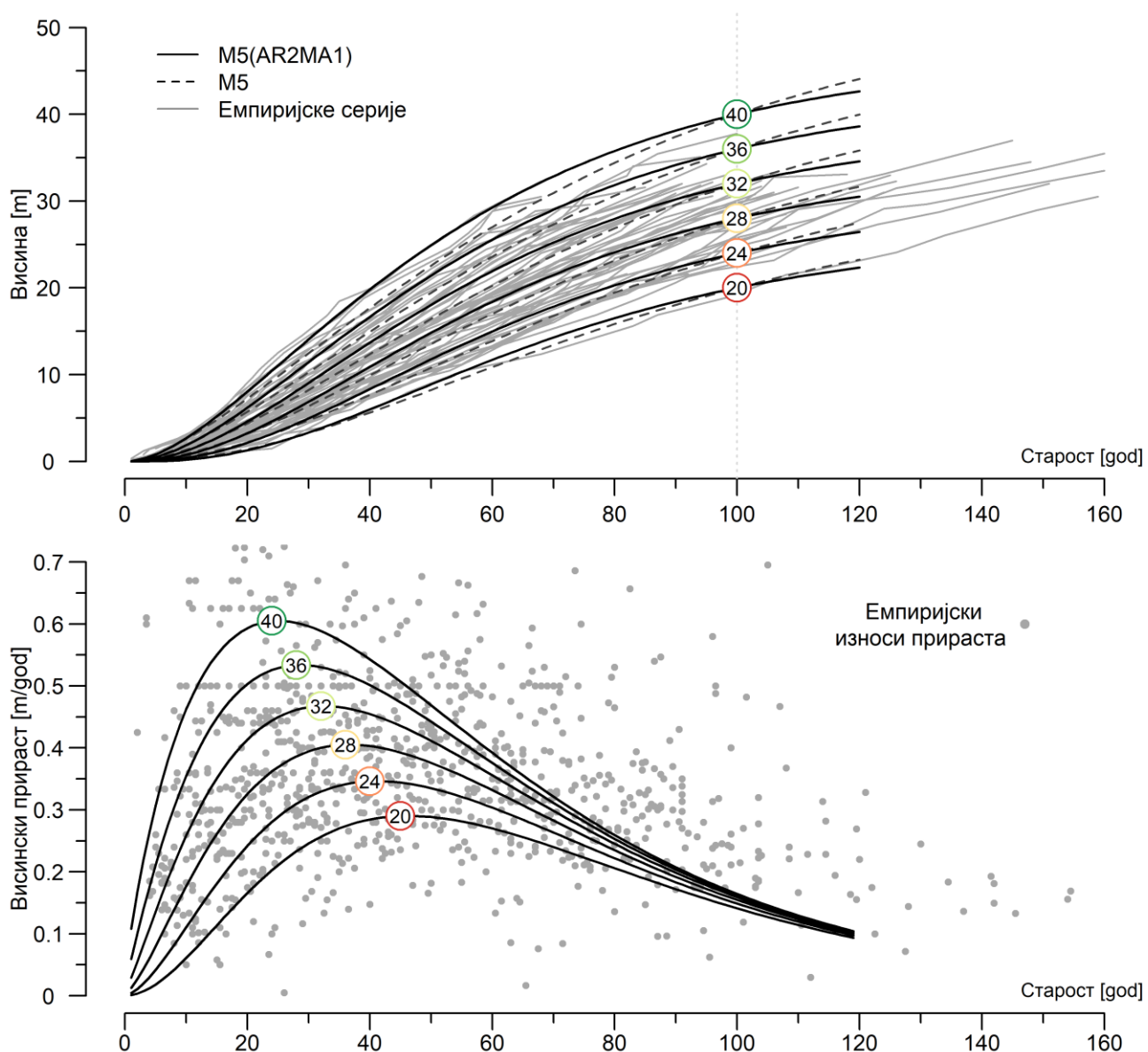


Графикон 21. Стандардна грешка регресије ($RMSE$) у зависности од старости и ширине интервала лага (лево) и критична грешка процене (E_{crit}) доминантних висина у односу на ширину интервала лага (десно) код модела М5.

У склопу одређивања периода за који се, на основу тренутне висине и старости, може довољно прецизно пројектовати будућа доминантна висина, најпре је на левом делу графикана 21 представљена промена $RMSE$ са старашћу код лагова ширине 3, 5, 9, 12 и 15 година. Евидентно је да се, без обзира на старост, $RMSE$ повећава са ширином интервала лага, а најизраженије разлике су регистроване у најранијем добу. Свеобухватно гледано, високи износи предикционе грешке у младости потврђују претходно констатовану слабију прецизност модела, када је у питању предикција на основу старости мањих од 30 година. Евидентирани старосни тренд повећање $RMSE$ дугује се опадању броја опсервација код најстаријих класа

На десном делу графикана 21 приказана је промене критичне грешке процене ($E_{crit.}$) у односу на ширину интервала лага. Пресек сивих линија означава да $E_{crit.}$ прелази износ од 20% код лагова чија је ширина већа од 15 година. Са становишта очекиване прецизности, сматра се да грешка процене средње висине до $\pm 20\%$ представља прихватљив опсег (Huang et al. 2003). То значи да се у погледу практичне примене модела, директна процена развоја доминантне састојинске висине за период дужи од 15 година треба узети са извесном дозом резерве. Да би се умањиле грешка предикције, препоручује се да се добијени подаци временом проверавају поређењем са износима измереним на терену, као и да се дате пројекције ажурирају на основу нових података (Barrio-Anta, Diéguez-Aranda 2005).

На графикону 22 приказане су конструисане криве раста и текућег висинског прираста станишних индекса у 100. години ($СИ_{100}$ [m]), за свака 4 метра промене висине, почевши од 20 до 40 метра. Сивим линијама и тачкама приказани су емпиријски подаци о расту и прирасту анализираних стабала. Пуном црном линијом представљене су криве раста и прираста добијене на основу $M5(ARMA21)$, док су испрекиданом линијом предочене криве одређене на бази $M5$. Анализирајући резултате приказане на овом графикону могу се уочити евидентне разлике у облику кривих раста $M5$ и $M5(AR2MA1)$, које су проистекле као ефекат моделовања варијансе и уклањања аутокорељације из резидуала. У том смислу, одступања су најизраженија на најбољим бонитетима, али имају тенденцију умањења према стаништима лошијег производног потенцијала, тако да су разлике код $СИ_{100}$ 20 и 24 минималне.



Графикон 22. Криве висинског раста и текућег прираста за станишне индекса од 20 до 40 m у 100. години ($СИ_{100}$ [m]).

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

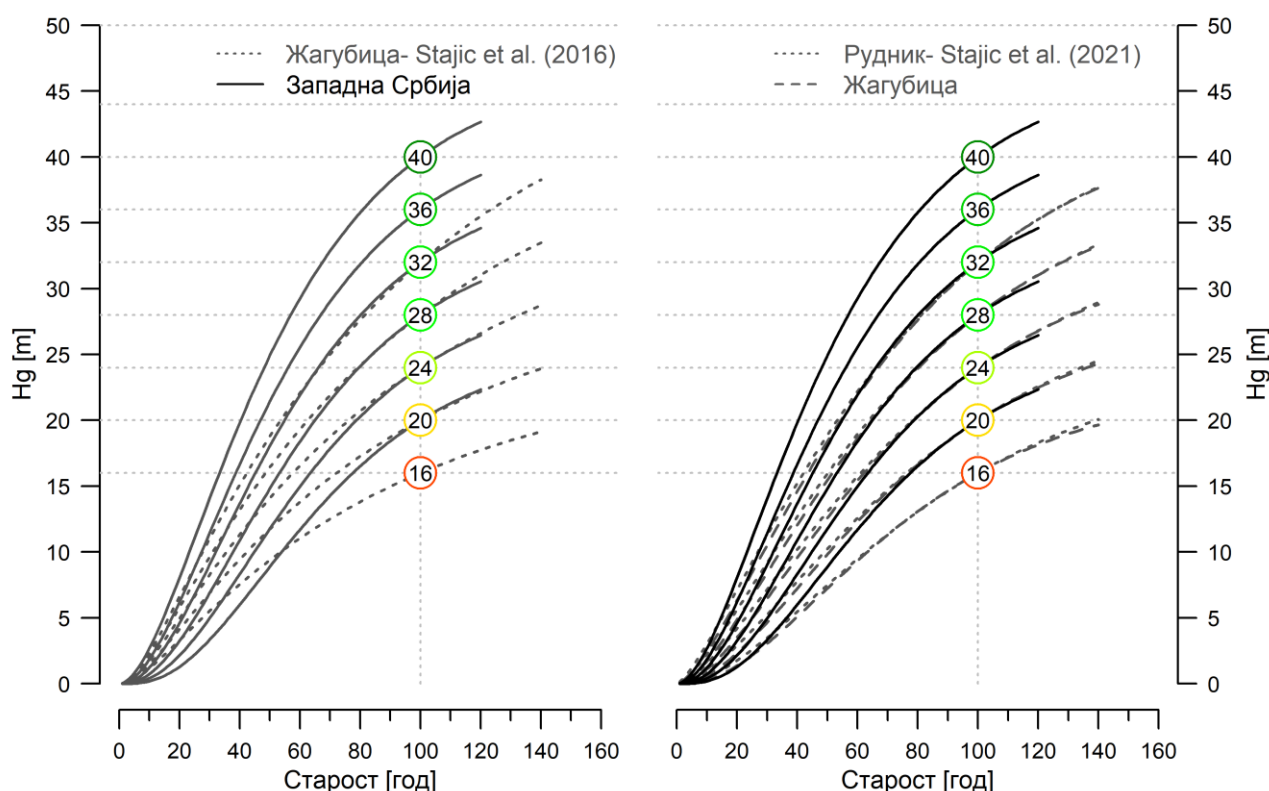
У табели 21 дати су израчунати износи висина за сваких метар промене $СИ_{100}$ од 20 до 40 m, и на сваких пет година, од 5. до 160. године старости.

Табела 21. Очекивани износи висина код станишних индекса од 20 до 40 m у 100. години ($СИ_{100}$ [m]).

T [god]	$СИ_{100}$ [m]																				
	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8
10	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,5	1,7	1,9	2,0	2,2	2,4	2,6
15	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,3	1,5	1,6	1,8	2,0	2,3	2,5	2,7	3,0	3,2	3,5	3,8	4,1	4,4	4,7	5,1
20	1,3	1,5	1,7	1,9	2,2	2,4	2,7	3,0	3,3	3,6	3,9	4,2	4,6	4,9	5,3	5,7	6,1	6,5	7,0	7,4	7,9
25	2,2	2,5	2,8	3,1	3,5	3,8	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8	6,2	6,7	7,1	7,6	8,1	8,6	9,1	9,7	10,2	10,8
30	3,3	3,7	4,1	4,5	4,9	5,4	5,8	6,3	6,8	7,3	7,8	8,4	8,9	9,5	10,0	10,6	11,2	11,8	12,4	13,1	13,7
35	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,1	7,6	8,2	8,7	9,3	9,9	10,5	11,2	11,8	12,4	13,1	13,8	14,5	15,1	15,8	16,6
40	5,9	6,4	7,0	7,6	8,2	8,8	9,4	10,0	10,7	11,3	12,0	12,7	13,4	14,1	14,8	15,5	16,3	17,0	17,8	18,5	19,3
45	7,2	7,9	8,5	9,1	9,8	10,5	11,2	11,9	12,6	13,3	14,0	14,8	15,5	16,3	17,1	17,9	18,6	19,4	20,2	21,0	21,9
50	8,6	9,3	10,0	10,7	11,4	12,2	12,9	13,7	14,4	15,2	16,0	16,8	17,6	18,4	19,2	20,0	20,9	21,7	22,5	23,4	24,3
55	9,9	10,7	11,5	12,2	13,0	13,8	14,6	15,4	16,2	17,0	17,8	18,7	19,5	20,4	21,2	22,1	22,9	23,8	24,7	25,6	26,5
60	11,2	12,0	12,8	13,7	14,5	15,3	16,2	17,0	17,8	18,7	19,6	20,4	21,3	22,2	23,1	24,0	24,9	25,8	26,7	27,6	28,5
65	12,5	13,3	14,2	15,0	15,9	16,7	17,6	18,5	19,4	20,3	21,2	22,1	23,0	23,9	24,8	25,7	26,6	27,5	28,5	29,4	30,3
70	13,7	14,5	15,4	16,3	17,2	18,1	19,0	19,9	20,8	21,7	22,6	23,6	24,5	25,4	26,3	27,3	28,2	29,2	30,1	31,0	32,0
75	14,7	15,6	16,6	17,5	18,4	19,3	20,2	21,2	22,1	23,0	24,0	24,9	25,9	26,8	27,8	28,7	29,7	30,6	31,6	32,5	33,5
80	15,8	16,7	17,6	18,6	19,5	20,4	21,4	22,3	23,3	24,2	25,2	26,2	27,1	28,1	29,0	30,0	31,0	31,9	32,9	33,9	34,9
85	16,7	17,6	18,6	19,5	20,5	21,5	22,4	23,4	24,4	25,3	26,3	27,3	28,2	29,2	30,2	31,2	32,1	33,1	34,1	35,1	36,1
90	17,5	18,5	19,5	20,4	21,4	22,4	23,4	24,4	25,3	26,3	27,3	28,3	29,3	30,2	31,2	32,2	33,2	34,2	35,2	36,2	37,2
95	18,3	19,3	20,3	21,3	22,3	23,2	24,2	25,2	26,2	27,2	28,2	29,2	30,2	31,2	32,2	33,2	34,2	35,1	36,1	37,1	38,1
100	19,0	20,0	21,0	22,0	23,0	24,0	25,0	26,0	27,0	28,0	29,0	30,0	31,0	32,0	33,0	34,0	35,0	36,0	37,0	38,0	39,0
105	19,6	20,6	21,7	22,7	23,7	24,7	25,7	26,7	27,7	28,7	29,7	30,7	31,7	32,7	33,7	34,8	35,8	36,8	37,8	38,8	39,8
110	20,2	21,2	22,2	23,3	24,3	25,3	26,3	27,3	28,3	29,4	30,4	31,4	32,4	33,4	34,4	35,4	36,4	37,4	38,4	39,5	40,5
115	20,7	21,7	22,8	23,8	24,8	25,8	26,9	27,9	28,9	29,9	30,9	32,0	33,0	34,0	35,0	36,0	37,0	38,0	39,0	40,1	41,1
120	21,2	22,2	23,2	24,3	25,3	26,3	27,4	28,4	29,4	30,4	31,5	32,5	33,5	34,5	35,5	36,5	37,6	38,6	39,6	40,6	41,6
125	21,6	22,6	23,7	24,7	25,7	26,8	27,8	28,8	29,9	30,9	31,9	32,9	34,0	35,0	36,0	37,0	38,0	39,0	40,1	41,1	42,1
130	21,9	23,0	24,0	25,1	26,1	27,2	28,2	29,2	30,3	31,3	32,3	33,3	34,4	35,4	36,4	37,4	38,4	39,5	40,5	41,5	42,5
135	22,3	23,3	24,4	25,4	26,5	27,5	28,5	29,6	30,6	31,6	32,7	33,7	34,7	35,8	36,8	37,8	38,8	39,8	40,9	41,9	42,9
140	22,6	23,6	24,7	25,7	26,8	27,8	28,8	29,9	30,9	32,0	33,0	34,0	35,0	36,1	37,1	38,1	39,1	40,2	41,2	42,2	43,2
145	22,8	23,9	24,9	26,0	27,0	28,1	29,1	30,2	31,2	32,2	33,3	34,3	35,3	36,4	37,4	38,4	39,4	40,5	41,5	42,5	43,5
150	23,0	24,1	25,2	26,2	27,3	28,3	29,4	30,4	31,4	32,5	33,5	34,6	35,6	36,6	37,6	38,7	39,7	40,7	41,7	42,8	43,8
155	23,3	24,3	25,4	26,4	27,5	28,5	29,6	30,6	31,7	32,7	33,7	34,8	35,8	36,8	37,9	38,9	39,9	41,0	42,0	43,0	44,0
160	23,4	24,5	25,6	26,6	27,7	28,7	29,8	30,8	31,9	32,9	33,9	35,0	36,0	37,0	38,1	39,1	40,1	41,2	42,2	43,2	44,2

7.2.1.1 Поређење са станишним индексима у Србији и Европи

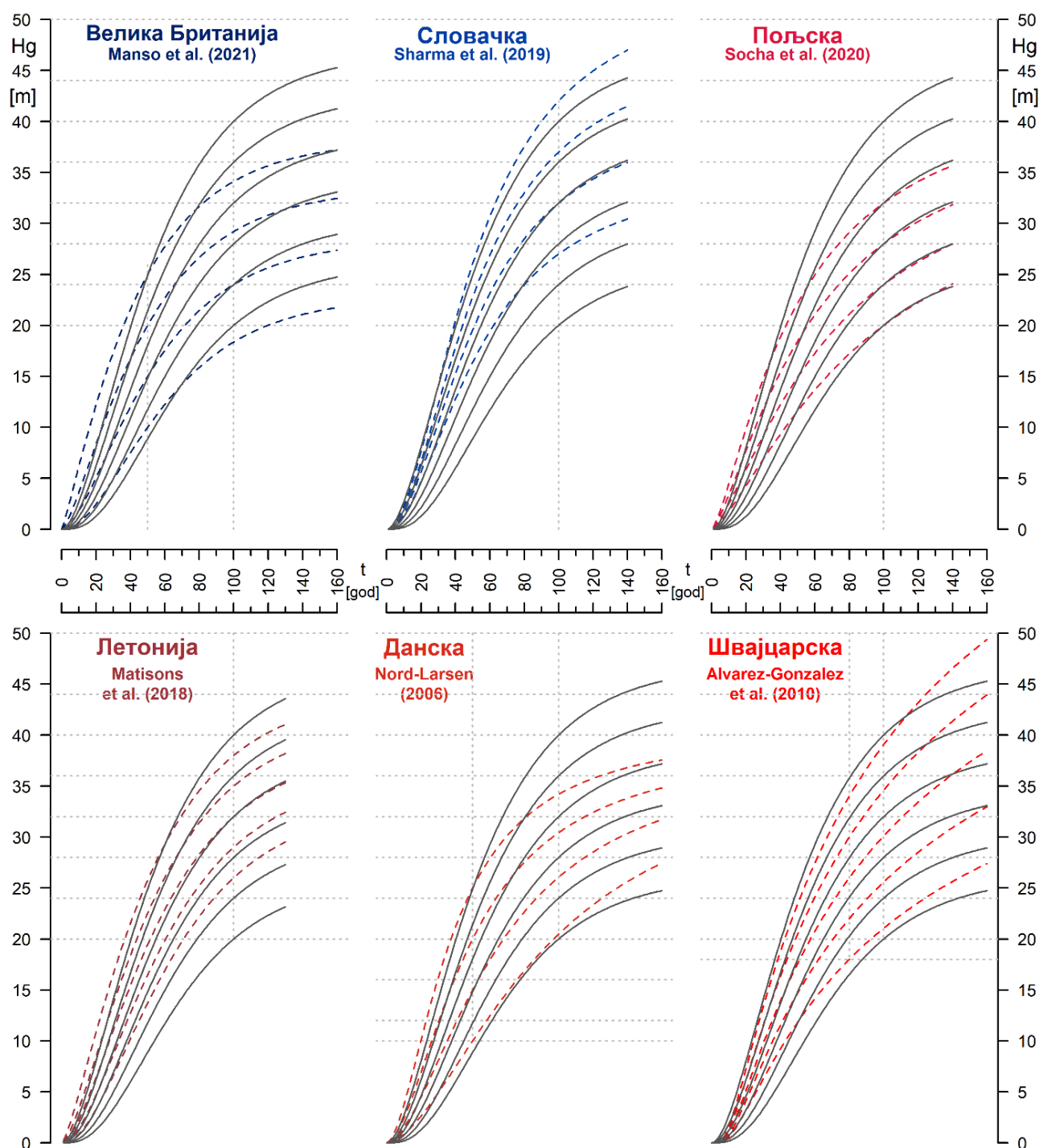
Свеобухватна валидација добијених резултата подразумева компарацију презентованих станишних индекса, најпре са до сада утврђеним "домаћим" кривама станишних индекса, а затим и са моделима и њиховим приказима (кривама) станишних индекса за букву, формираним у различитим европским земљама. С тим у вези, на левом делу графикана 23 упоредо су приказани анаморфни станишни индекси за букву на подручју Жагубице у источној Србији (Stajić et al. 2016). Поред тога, полиморфне криве станишних индекса формиране за букву на подручју Жагубице и Рудника (Stajić et al. 2021) приказане су на десној страни графикана 23. На пресецима вертикалне са попречним линијама у круговима одговарајућих боја приказани су износи станишних индекса, док сама вертикална линија представља заједничку референтну старост. У оба анализирана случаја, аутори су на основу растурања емпиријских података, конструисали криве станишних индекса на свака 4 m, почевши од 16 m па све до 32 m у стотој години.



Графикон 23. Упоредни приказ станишних индекса за букву у западној Србији са анаморфним кривим (Stajić et al. 2016) за Жагубицу (лево) и полиморфним кривим (Stajić et al. 2021) за Жагубицу и Рудник.

На графикону 24 су упоредно приказани станишни индекси (СИ₁₀₀) за букву у западној Србији и Великој Британији (Manso et al. 2021b), Словачкој (Sharma et al. 2019a), Пољској (Socha et al. 2020), западној Летонији (Matisons et al. 2018), Данској (Nord-larsen 2006) и Швајцарској (Álvarez-González et al. 2010).

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Графикон 24. Упоредни приказ кривих станишних индекса за букву у западној Србији и кривих у Великој Британији (Manso et al. 2021b), Словачкој (Sharma et al. 2019a), Пољској (Socha et al. 2020), западној Летонији (Matisons et al. 2018), Данској (Nord-larsen 2006) и Швајцарској (Álvarez-González et al. 2010).

Критеријум одабира везан је за чињеницу да је у наведеним земљама моделовање висинског раста букве реализовано применом GADA модела. Иако настали алгебарско-диференцијалном генерализацијом неколико различитих базичних функција, све овде анализирани криве станишних индекса се истовремено одликују полиморфношћу облика и варијабилним асимптотатама. Криве висинског

раста за западну Србију приказане су црном пуном линијом, док су све остале криве представљене испрекиданим линијама у једној од боја које се налазе на националним заставама. Износи референтних старости приказани су тачкастим вертикалним линијама сиве боје. Идентичну референтну старост као овде формиране криве висинског раста имају и станишни индекси успостављени у Словачкој, Пољској и Летонији. У случају Велике Британије и Данске референтна старости износи 50. година, док је у Швајцарској за референтну старост коришћена 80. година.

На основу приказаног, евидентно је да се криве висинског раста на најбољим бонитетима у Пољској, Данској и Великој Британији налазе значајно испод најбољег бонитета у западној Србији. Наведеним редом, у сва три случаја $СИ_{100}$ не прелазе 32, 34 и 34,5 m, док у западној Србији $СИ_{100}$ износи и до максималних 40 m. У поређењу са износима $СИ_{100}$ на најлошијим стаништима у западној Србији, значајно ниже висине у 100. години забележене су на најнижем бонитету у Великој Британији. У Пољској и Данској су на стаништима најлошијег квалитета за букву, забележене приближно сличне висине као у западној Србији. Ако се само посматра период од 90. до 140. године, све четири криве станишних индекса, које су Socha и остали (2020) формирали за територију целокупне Пољске, готово у потпуности се преклапају са трајекторијама код четири најлошија бонитета у западној Србији. До 90. године старости, раст букве у Пољској је приказан као интензивнији, посебно у лошијим условима. С обзиром на изнесено, може се закључити да су у западној Србији у просеку веће висине у односу на целокупну територију Пољске, Данске и Велике Британије.

Од анализираних података, највећи износи $СИ_{100}$ утврђени су на територији Словачке, где Sharma и остали (2019a) у 100. години на најквалитетнијим стаништима очекују висине од чак 42 m. У поређењу са тим, у западној Србији, на најпроизводнијим стаништима утврђени су значајно нижи износи $СИ_{100}$, док разлике у оствареним висинама на стаништима најнеповољнијим за раст букве износе чак 7 m. Из тога произилази констатација да буква у западној Србији у просеку остварује ниже висине у односу на Словачку. Слична констатација важи и када су у питању станишни индекси презентовани за вештачки настале састојине букве у западном делу Летоније. Иако је $СИ_{100}$ на најпродуктивнијим стаништима нешто испод максимално очекиваног износа у западној Србији, висине на најлошијим стаништима у Летонији су за 6 m веће од висина на најлошијим стаништима у западној Србији.

Криве станишних индекса формиране на основу података прикупљених са подручја целе Швајцарске (Álvarez-González et al. 2010) показали су највећу сличност са кривим станишних индекса у западној Србији утврђене истраживањима у оквиру ове докторске дисертације. Наиме, уколико се посматра период до 120. године, на најбољим и најлошијим стаништима се очекују међусобно слични износи $СИ_{100}$. Међутим, швајцарски модели имају драстично веће износе асимптота, због којих пројекције висинског раста букве резултују нереалним износима, посебно на најбољим стаништима, где се очекује да $СИ_{200}$ достигне 62 m, што је у стварности нереално.

7.2.1.2 Раст у висину на различитим типовима станишта

Приликом анализе карактеристика висинског раста стабала букве на истраживаном подручју коришћени су подаци прикупљени за укупно 279 доминантних стабала. Од наведеног броја, на гранодиориту је узорковано 153 стабла, на кречњачкој геолошкој подлози 116 и на филиту свега 8 стабала. Утврђено је да просечне старости, са припадајућим стандардним девијацијама, по претходно наведеном редоследу геолошких подлога, износе 100 ± 25 , 99 ± 23 и 124 ± 24 године, док су у просеку достигнуте висине од $34,2 \pm 3,8$, $30,1 \pm 3,3$ и $32,2 \pm 1,1$ м.

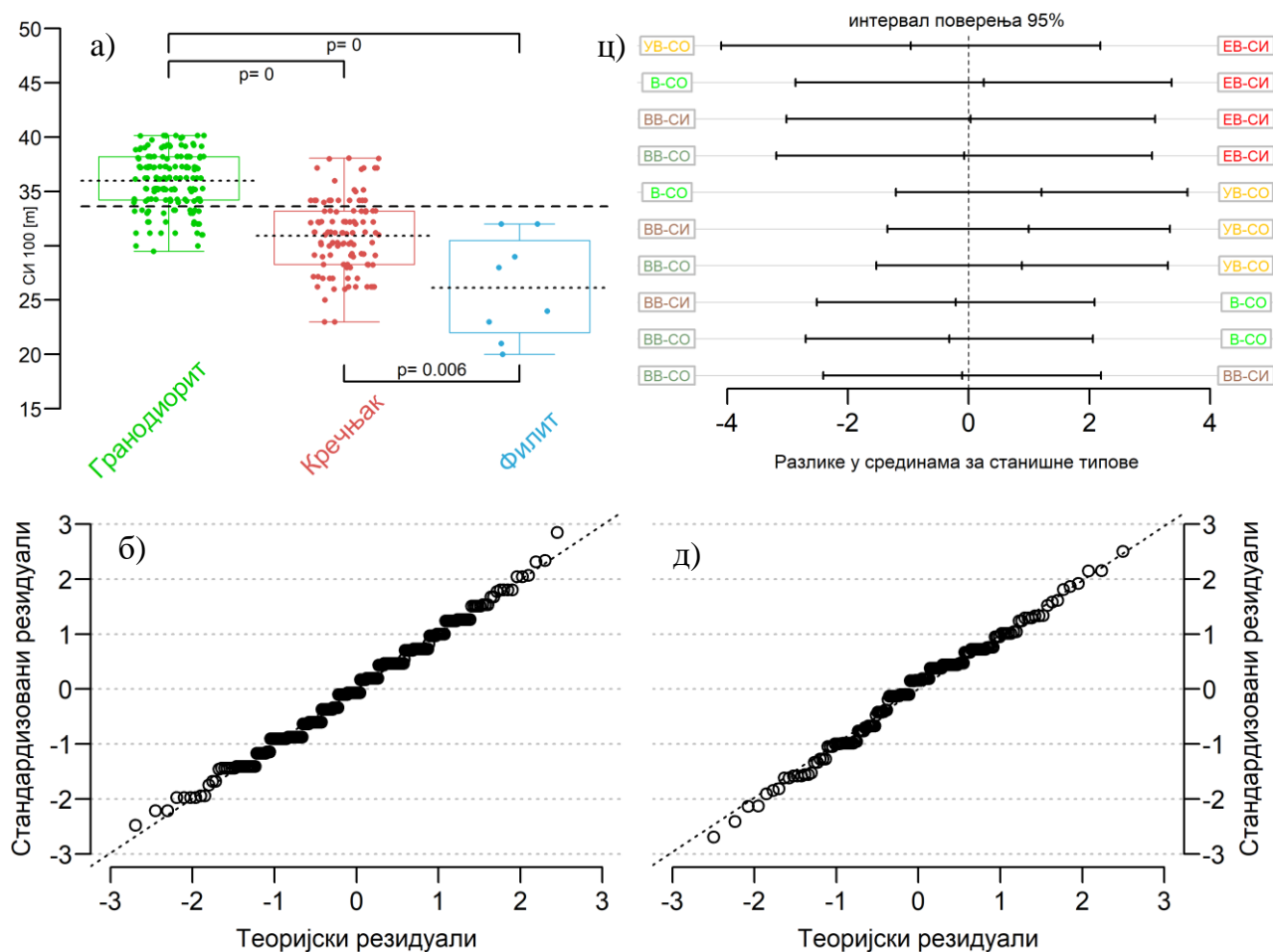
У циљу провере значајности разлика у оствареним висинама на анализираним матичним супстратима, спроведена је једно-факторска анализа варијансе на утврђеним износима $СИ_{100}$, а добијени резултати приказани су на графикону 25. Утврђено је да постоје статистички значајне разлике у оствареним висинама доминантних стабала по геолошким подлогама ($F(2, 273) = 69,25$, $p = 0$). На графикону 25а су тачкама различитих боја представљени утврђени износи $СИ_{100}$ на анализираним геолошким подлогама. Врхови приказаних кутија означавају део између првог и трећег квантила, док вертикалне линије означавају варијациону ширину. Испрекиданом црном линијом приказана је укупна средина износа $СИ_{100}$ у узорку, док тачкасте линије представљају средине по третманима. По приказаном редоследу, утврђени су просечни износи $СИ_{100}$ од $35,3 \pm 3,5$ (гранодиорит), $30,4 \pm 4,0$ (кречњак) и $26,1 \pm 4,8$ (филит). Резултати Tukey HSD теста недвосмислено су показали да буква на гранодиоритској геолошкој подлози, остварује значајно веће износе $СИ_{100}$ у односу на букву на кречњаку ($p < 0,001$) и филиту ($p < 0,001$). Такође, постоје статистички значајни докази ($p < 0,01$) да буква у референтној старости на кречњаку достиже веће висине него на филиту. Ипак, узорак на филитима се састоји од свега 8 података, па је анализа „статистичке снаге“ показала да је неопходно најмање 30 узорака по геолошкој подлози, да би се обезбедило 80% вероватноће за одбацивање погрешне нулте хипотезе.

Из линеарне зависности стандардизованих и теоријских резидуала, приказане на графикону 25б, евидентно је нормално растурање података, што је потврђено и резултатима Kolmogorov-Smirnov теста ($D = 0,054745$, $p = 0,8062$). Претходно је хомогеност варијансе по групама потврђена Bartlett-овим тестом ($K^2 = 1,5741$, $df = 2$, $p = 0,455$), тако да су испуњене све неопходне теоријске претпоставке за добијање веродостојних резултата. Резултати тестирања значајности разлика између остварених $СИ_{100}$ на различитим станишним типовима на гранодиориту нису пружили довољно доказа о постојању значајних разлика ($F(4, 148) = 0,558$, $p = 0,694$).

На графикону 25ц приказани су интервали поверења настали међусобним упоређивањем средина код свих могућих парова станишних типова, чије су скараћенице дате одговарајућим бојама са леве и десне стране линије интервала. Приликом анализе варирања, на екстремно влажно-сиромашном станишту (ЕВ-СИ) обухваћено је 14 доминантних стабала, на умерено влажном-средње обезбеђеном 32 (УВ-СО), на влажном-средње обезбеђеном 34 (В-СО), на врло влажном-сиромашном 39 (ВВ-СИ) и на врло влажном-средње обезбеђеном 34 стабла (ВВ-СО). На овај начин, обезбеђена је довољно висока снага теста ($p > 0,80$ за 17 узорака) да не би дошло до прихватања погрешног закључка о једнакости посматраних група. Резултати Bartlett-овог теста ($K^2 = 16,101$, $df = 11$, $p = 0,1374$), Kolmogorov-Smirnov теста

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

($D = 0,078431$, $p = 0,7344$), као и резултати приказани на графикону 25д, потврдили су неопходне претпоставке о хомогеној варијанси и нормално распоређеним резидуалима.



Графикон 25. Анализа варирања висина доминантних стабала у 100. години (SI_{100}) на анализираним геолошким подлогама (лево, под а и б) и станишним типовима на гранодиориту (десно, под ц и д).

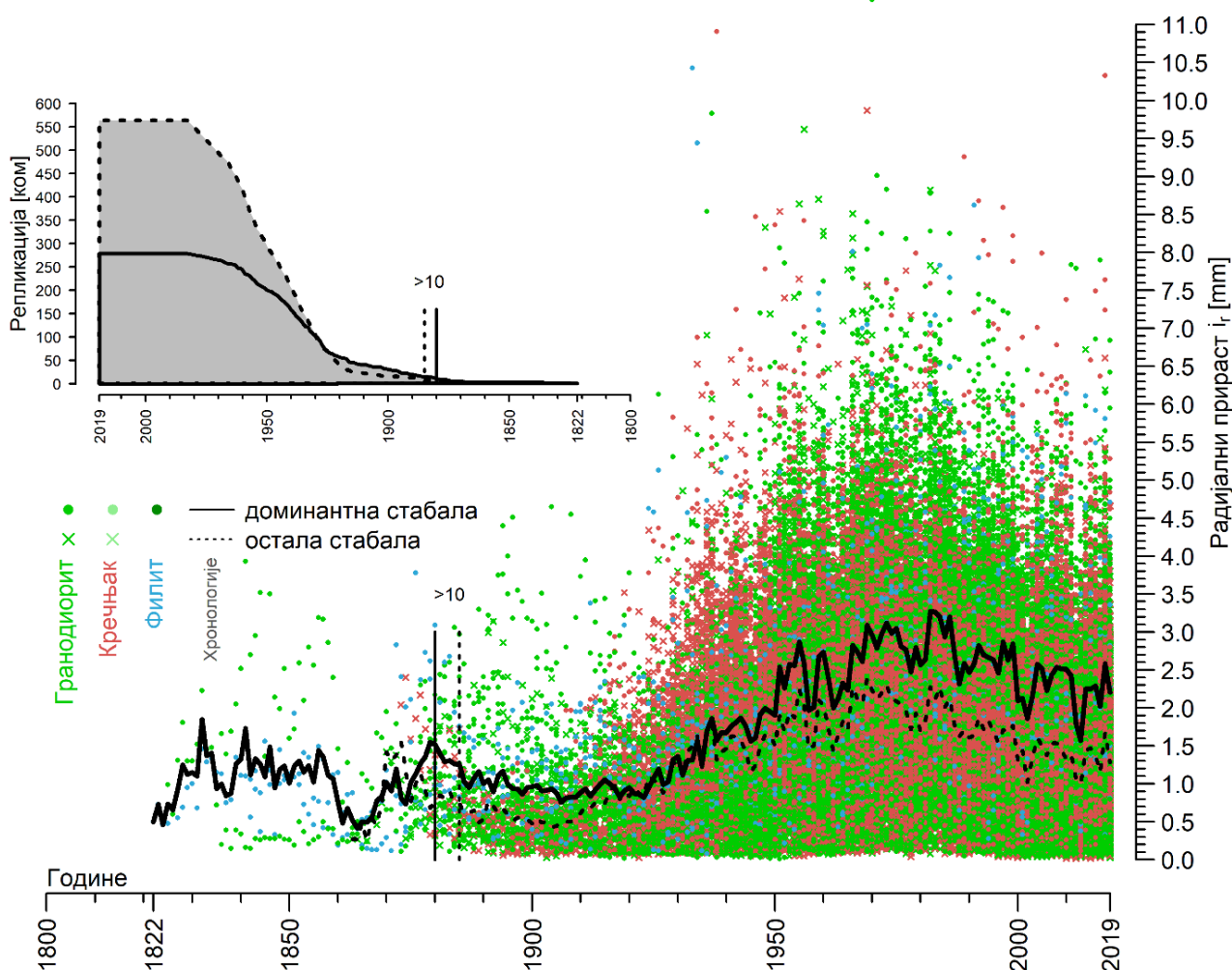
7.2.2. Раст стабала у дебљину

У сврху проучавања дебљинског раста стабала букве, формирано је укупно 279 временских серија радијалног прираста доминантних стабала. Поред тога, анализирано је додатних 564 серија дебљинског прираста кодоминантних стабала и стабала нижег социјалног положаја, тако да се укупан проучавани узорак састоји од 843 серије. Износи радијалног прираста (i_r mm) код доминантних и осталих стабала за сваку календарску годину приказани су на графикону 26. Различитим симболима су представљени радијални прирасти стабала различитих социјалних категорија, док су боје знакова усклађене са геолошким подлогама. На основу степена измешаности боја на графикону 26, евидентно је да не постоји изражена правилност у погледу варирања дебљинског прираста у односу на матични супстрат. Поред тога, на графикону су приказане упросечене хронологије радијалног прираста доминантних (пуна линија) и осталих стабала (тачкаста линија). Разлике између ове

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

две линије посебно су изражене у делу где је присутан велики број мерења, а то је период од 2019. до 1940. године. Након тог периода, амплитуда разлика варира услед смањене репликације узорка.

У горњем левом углу претходног графикана приказана је број измерених износа прираста у оквиру сваке године. Вертикалне линије означавају годину када је репликација достигла оријентационо постављену доњу границу од 10 података (>10). Код хронологије доминантних стабала усвојени ниво репликације почиње од 1880. године, док је код осталих стабала од 1885. године. Посматрано на нивоу стабла, најкраће хронологије радијалног прираста садрже свега 34 величине и забележене су код доминантних стабала 7 и 1 на огледним пољима 63 и 65, чије су процењене старости 44 и 46 година (Табела 10).

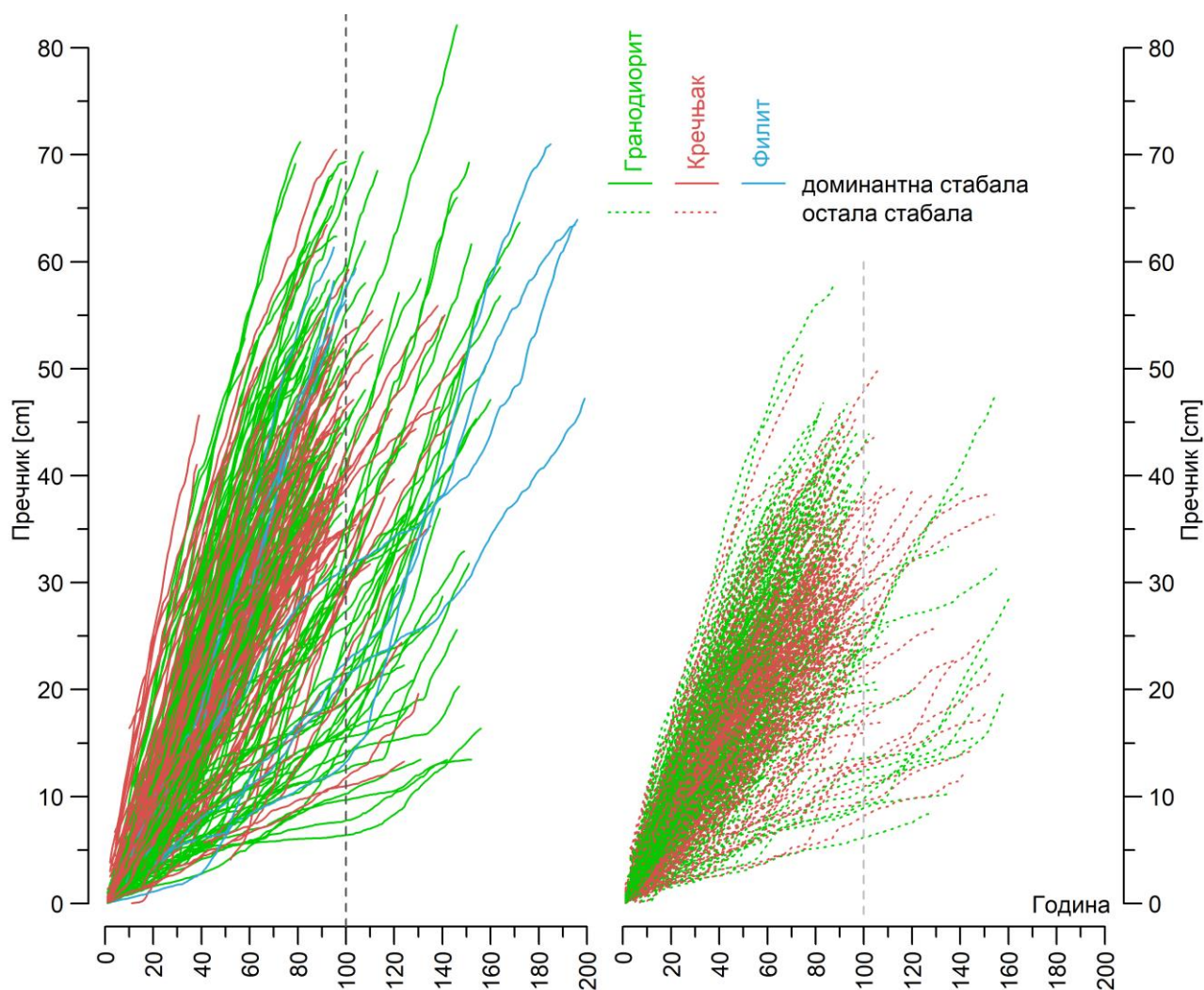


Графикон 26. Износи радијалног прираста код доминантних стабала и стабала нижег социјалног положаја на различитим геолошким подлогама. Пуном и тачкастом линијом су приказане упросечене хронологија радијалног прираста ове две категорије стабала.

С друге стране, најдужа хронологија се састоји од 198 величина радијалног прираста и покрива период између 1821. и 2019. године. Ова серија радијалног

прираста установљена је приликом анализе раста доминантног стабла 448. Највећи радијални прираст измерен је на код доминантног стабла 307. Овај год је формиран 1970. године и његова величина износи 11,33 mm. Најмањи евидентирани износ радијалног прираста од свега 0,01 mm остварен је 1951. године, код доминантног стабла 8 са ОП15.

Раст прсног пречника доминантних и стабала нижег социјалног положаја приказан је пуним и тачкастим линијама на графикону 27. Стабла која су расла на различитим матичним супстратима представљена су засебним бојама. Иако је број година на прсној висини мањи од апсолутне старости, зарад једноставније анализе и приказивања резултата, за први прираст узета је ширина календарски најстаријег года. Као и код претходног графикона, ни овде се не уочава груписање токова раста прсног пречника у односу на анализирани геолошке подлоге. Вертикалне испрекидане линије означавају референтну старост, за коју је као и код висина, одабрана 100-та година.



Графикон 27. Раст прсног пречника доминантних стабала и стабала нижег социјалног положаја на анализираним огледним пољима.

У складу са тим, евидентно је да у посматраној старости, код обе анализиране групе стабала, постоје изражене разлике у оствареним износима прсног пречника. Највећи пречник на прсној висини забележен је код доминантног стабла 425, који је у 146. години износио 82,1 cm. Такође, упадљиво је да одређени део доминантних стабала има изузетно изражену динамику дебљинског раста. На основу анализираних извртака утврђено је да су стабала 3 и 4 са ОП 31 и 30 у 79-ој години достигла пречнике од 69,2 и 70 cm. С друге стране, на графикону 27 су евидентне криве раста, које указују да након 100 година одређени број доминантних стабала има пречник мањи од 10 cm.

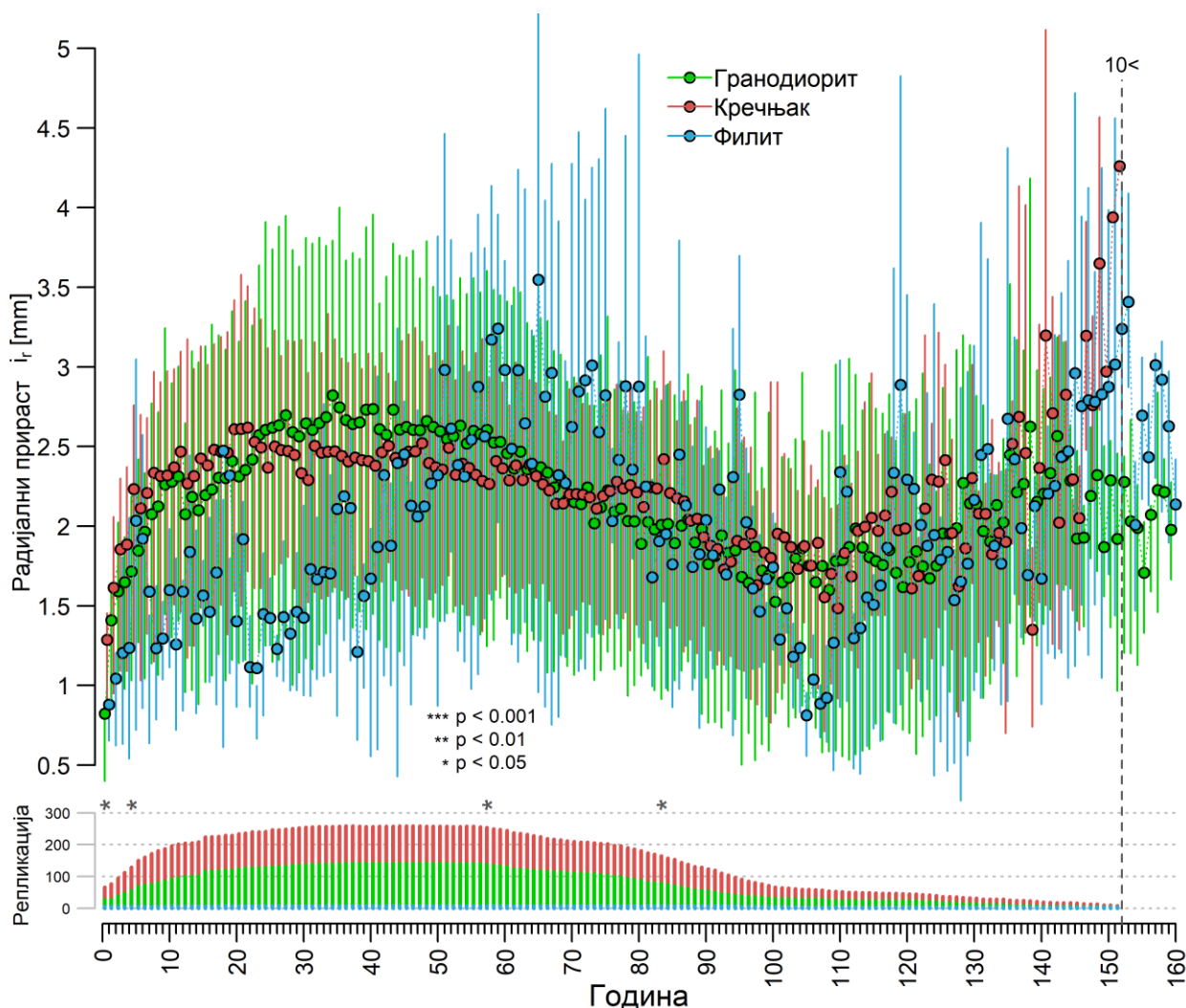
Да би се утврдили узроци појаве овако изражених разлика у динамици раста и прираст стабала у дебљину неопходно је анализирати утицај фактора који опредељујуће утичу на увећање пречника. У ширем смислу, раст стабала у дебљину зависи од продукционог потенцијала станишта, конкурентских односа унутар састојине и индивидуалних генетских карактеристика различитих врста дрвећа (Vučković, Stajić 2003b). Иако опредељујући утицај на темпо и интензитет раста пречника имају састојински услови, неопходно је имати у виду да остварени прираст представља биланс узајамне интеракције све три групе фактора, који се додатно мења са старењем стабала. Тако сложене међусобне релације отежавају спровођење потпуно независне анализе утицаја сваког од претходно поменутих фактора понаособ.

7.2.2.1 Зависност радијалног прираста од станишних услова

Имајући у виду претходно, у циљу евалуације ефеката различитих станишних услова на раст и прираст пречника, неопходно је минимизирати или потпуно искључити пратеће утицаје осталих наведених фактора. У сврху утврђивања разлика у дебљинском прирасту условљених различитим производним потенцијалом станишта најподесније би било поредити прирасте које су стабла формирала у истим физиолошким старостима и при истим састојинским условима. Први захтев има за циљ да се приликом поређења елиминише утицај опадања прирасног потенцијала који се јавља старењем. Када је у питању други критеријум, он је у већој мери остварив када је реч о сталним огледним површинама, за које су деценијама уназад доступни детаљни подаци премера за свако стабло. Уколико то ипак није случај, информације о интензитету и осцилацијама конкурентских утицаја током животног века не могу се измерити и датирати на месту, као што је то случај са ширином прстенова прираста. Делимична хомогенизација у овом погледу може се постићи кроз одвојену анализу стабала која су у тренутку мерења окарактерисана као доминантна и стабала осталих социјалних положаја. Иако се формирањем ове две групе указује само на тренутни статус, са довољним степеном извесности се може рећи да су и у њиховом највећем делу прошлости таква стабла имала сличан социјални положај. На крају, упросечавањем великог броја података о прирасту за сваку годину старости и у оквиру два наведене класе социјалног положаја, могуће је у довољној мери изоловати ефекте станишних услова и на тај начин избећи пристрасност у закључивању.

Величине радијалних прираста најпре су анализиране у оквиру различитих матичних супстрата. Стога су у горњем делу графикана 28 и 29, тачкама одговарајућих боја приказани средњи износи радијалног прираста (i_r [mm])

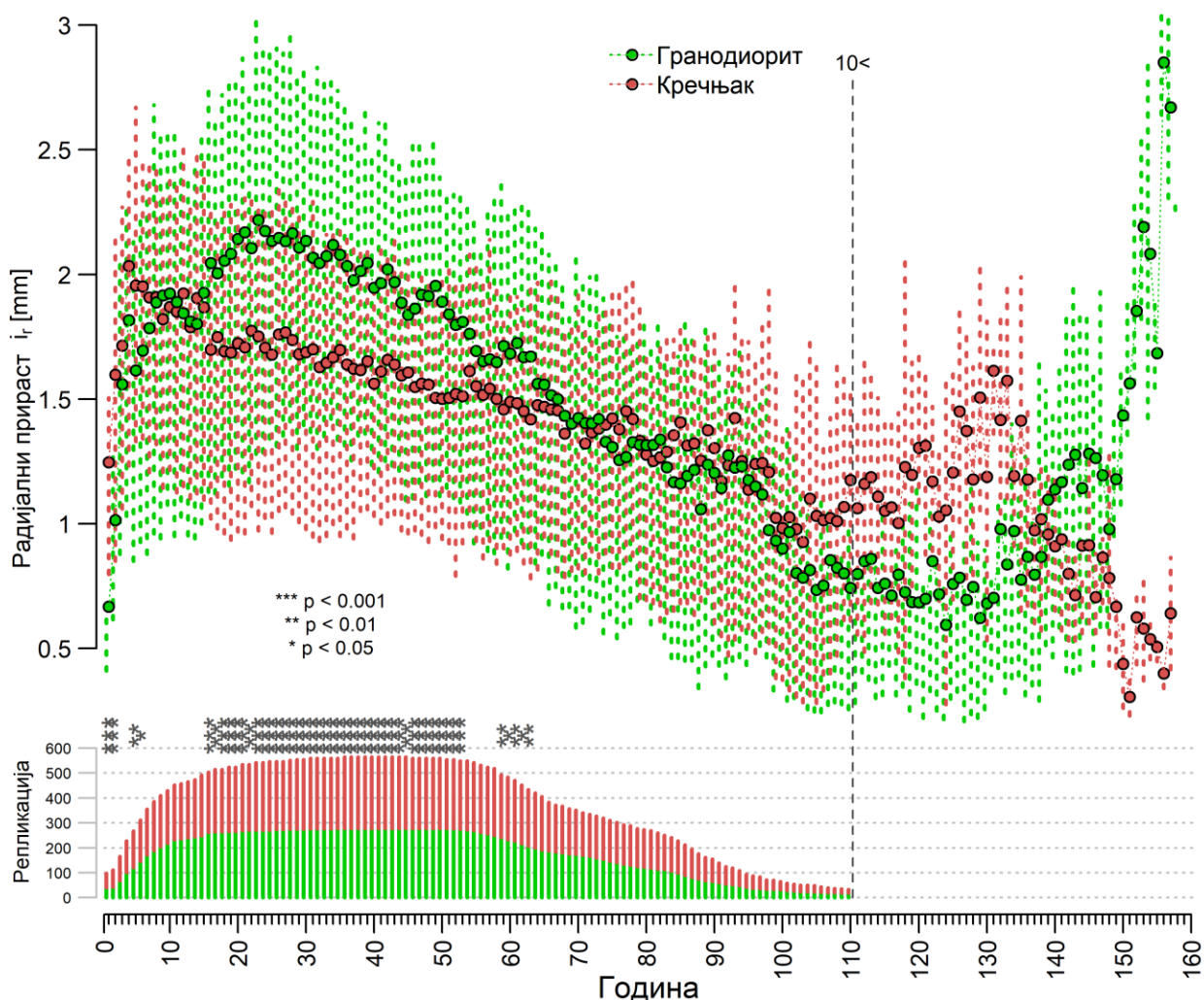
остварени на различитим геолошким подлогама, док идентично обојене вертикалне линије спајају први и четврти квантил дистрибуције износа утврђених мерењем. У доњем делу графикона, вертикалним линијама представљен је укупан број репликација по годинама старости, у оквиру којих је одговарајућим бојама означен број измерених радијалних прираста на сваком од анализираних матичних супстрата.



Графикон 28. Дистрибуција емпиријских података и средњи износи радијалног прираста (i_r [mm]) доминантних стабала на гранодиориту, кречњаку и филиту.

Изнад дела графикона са репликацијом приказани су резултати t-теста између износа радијалних прираста на кречњаку и гранодиориту за сваку од приказаних година старости. Звездицама је у складу са приказаном легендом представљена значајност добијених разлика по годинама. Иако су у горњем делу графикона 28 приказани износи радијалног прирасту и на филиту, услед великих разлика у броју доступних мерења, ови подаци нису обухваћени анализом варијансе. Насупрот томе, код гранодиорита и кречњака евидентна је добра репликација и равномерна избалансираност узорка, нарочито у првих 110 година. Испрекиданом вертикалном линијом означена је последња година обухваћена анализом разлика, у којој има најмање 11 података ($10 <$) о ширини прстенова

прираста на кречњаку и гранодиориту. Том приликом је код доминантних стабала утврђено да код 97% анализираних старости нема доказа о значајним разликама у износима оствареног радијалног прираста стабала букве на кречњаку и гранодиориту. Статистички значајне разлике између остварених износа радијалног прираста на кречњаку и гранодиориту са вероватноћом грешке мањом од $p < 0,05$, утврђене су само за 4 од посматраних 152 године.

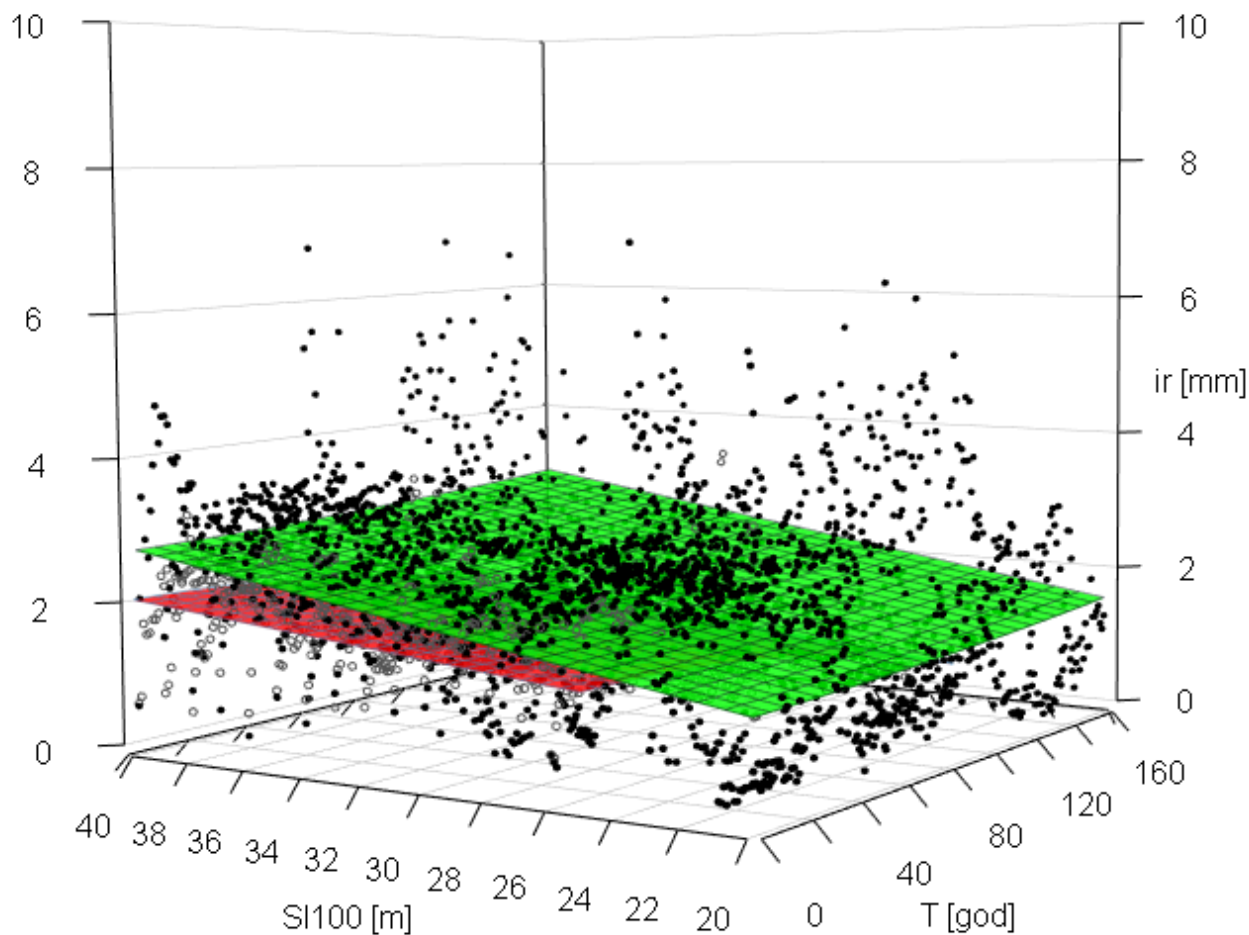


Графикон 29. Дистрибуција емпиријских података и средњи износи радијалног прираста (i_r [mm]) осталих стабала нижег социјалног положаја на гранодиориту и кречњаку.

За разлику од доминантних стабала, код групе коју чине стабла из нижих социјалних положаја евидентирани су изузетно значајне разлике у оствареним износима радијалног прираста између компарираних геолошких подлога (графикон 29). Наиме, приметно је да су просечне ширине година на гранодиориту већим делом изнад износа који су остварени на кречњацима. Нарочито су изражене разлике у годинама где је укупна репликација преко 500 мерења, при чему оба анализирани матична супстрата имају приближно једнак број података.

Додатна анализа варијабилности радијалног прираста извршена је након што станишта разврстана на основу износа станишног индекса у 100. години живота

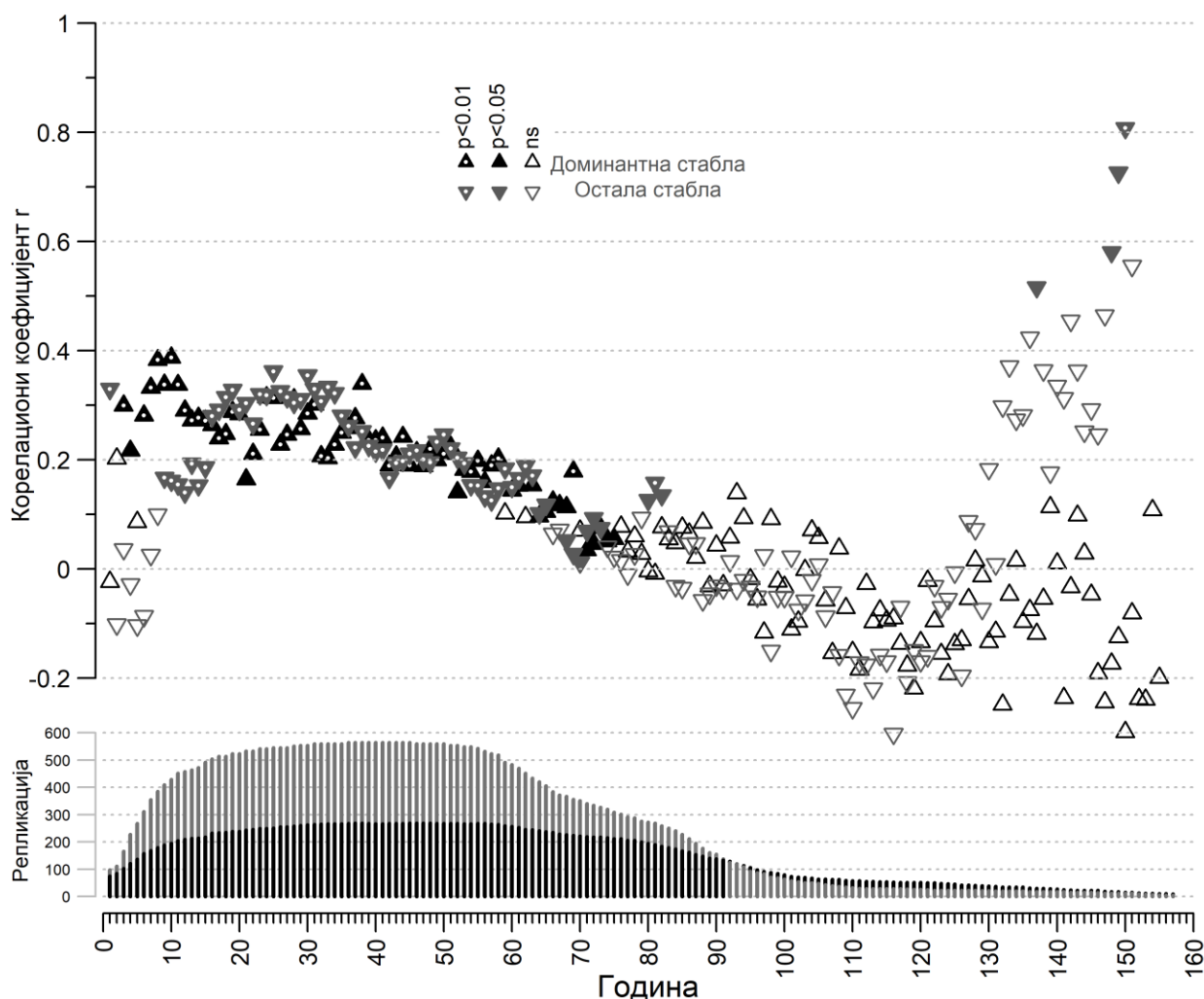
($СИ_{100}$ [m]). У ту сврху су на графикону 30 попуњеним и празним црним тачкама приказани просечни износи радијалног прираста (i_r [mm]) доминантних стабала и стабала осталих социјалних категорија у појединачним годинама живота стабала (T [god]) и на стаништима са различитим износима $СИ_{100}$.



Графикон 30. Упросечени радијални прирасти (i_r [mm]) остварени код доминантних стабала и осталих стабала (црне и сиве тачке), у појединачним годинама живота (T [god]) и на стаништима различитог производног потенцијала ($СИ_{100}$ [m]).

Поред тога, у тродимензионалном простору су приказане равни полиноми другог степена, које пре свега имају за циљ да укажу на облик варирања просечних износа прираста код доминантних (зелена равна) и осталих стабала (црвена равна). Сви израчунати параметри код оба полинома другог степена су статистички значајни при чему су код доминантних и осталих стабала објаснили 26% и 33% укупних варијација. Судајући по нагибу равни дуж различитих износа $СИ_{100}$, може се закључити да код обе групе стабала постоји релативно изражена зависност између остварених износа радијалног прираста и нивоа производности станишта израженог станишним индексом.

У сврху даље анализе повезаности радијалног прираста и износа $СИ_{100}$, за сваку од анализираних година утврђени су коефицијенти корелације и њихова значајност (графикон 31).



Графикон 31. Коефицијенти корелације и ниво њихове значајности између радијалног прираста (ir [mm]) формираног у појединачним годинама (Година) и станишних индекса у 100. години старости ($СИ_{100}$ [m]) код доминантних и осталих стабала.

Различитим бојама и симболима представљени су детерминисани коефицијенти корелације израчунати за доминантна и остала стабла. Потпуно обојени троуглови са врхом усмереним на горе (доминантна стабла) или на доле (остала стабла) представљају статистички значајне корелационе коефицијенте на нивоу од $p < 0,05$, док су код симбола који означавају коефицијенте са износима $p < 0,01$ у средини додате тачке беле боје. Празним троугловима приказани су статистички безначајни коефицијенти корелације. Висина вертикалних линија одговарајућих боја представља број парова података (доњи део графикона 31), који су у оквиру обе групе понаособ, учествовали у корелационој анализи за дату годину старости.

На основу приказаног евидентно је да остварени ниво радијалног прираста значајно корелира са износима $СИ_{100}$ и то од најранијих периода живота па све до краја седме и средине осме деценије старости. Поред тога, битно је нагласити да у наведеном периоду износи коефицијената корелације опадају са старашћу, без обзира на ниво репликације. Већ од почетка осме деценије у 70. години почињу да се појављују незначајни коефицијенти када је репликација узорка износи преко 300,

односно 200 података за доминантна и остала стабла. Таква појава елиминише могућност да је престанак међузависности ова два елемента условљен смањењем узорка, него да се као највероватнији узрок овоме може тражити у смањењу прирасног потенцијала стабала услед физиолошке старости.

7.2.2.2 Зависност радијалног прираста од састојинских услова

У склопу анализе прираста пречника доминантних стабала, Stajić (2010) наводи да *„иста врста дрвећа у истим станишним условима може, у зависности од састојинских услова, имати различите токове раста пречника“*. У том смислу, величина доступног простора за раст и резултујуће димензије крошње стабала, имају кључну улогу у образовању дебљинског прираста. Динамика раста састојина и смањивање броја стабала по јединици површине неминовно доводе до измена у доступном простору за раст. Поред природне селекције, простор за раст се може регулисати и спровођењем одговарајућег газдинског третмана, што има за циљ промовисање фенотипски најбољих и највиталнијих стабала, којима се на тај начин омогућава неометан развој и интензиван дебљински прираст. Због опредељујућег утицаја обраслости састојине на дебљински раст и прираст, остварени пречници појединачних стабала и произашли средњи састојинских пречници, не могу се користити као директан индикатор производности неког станишта.

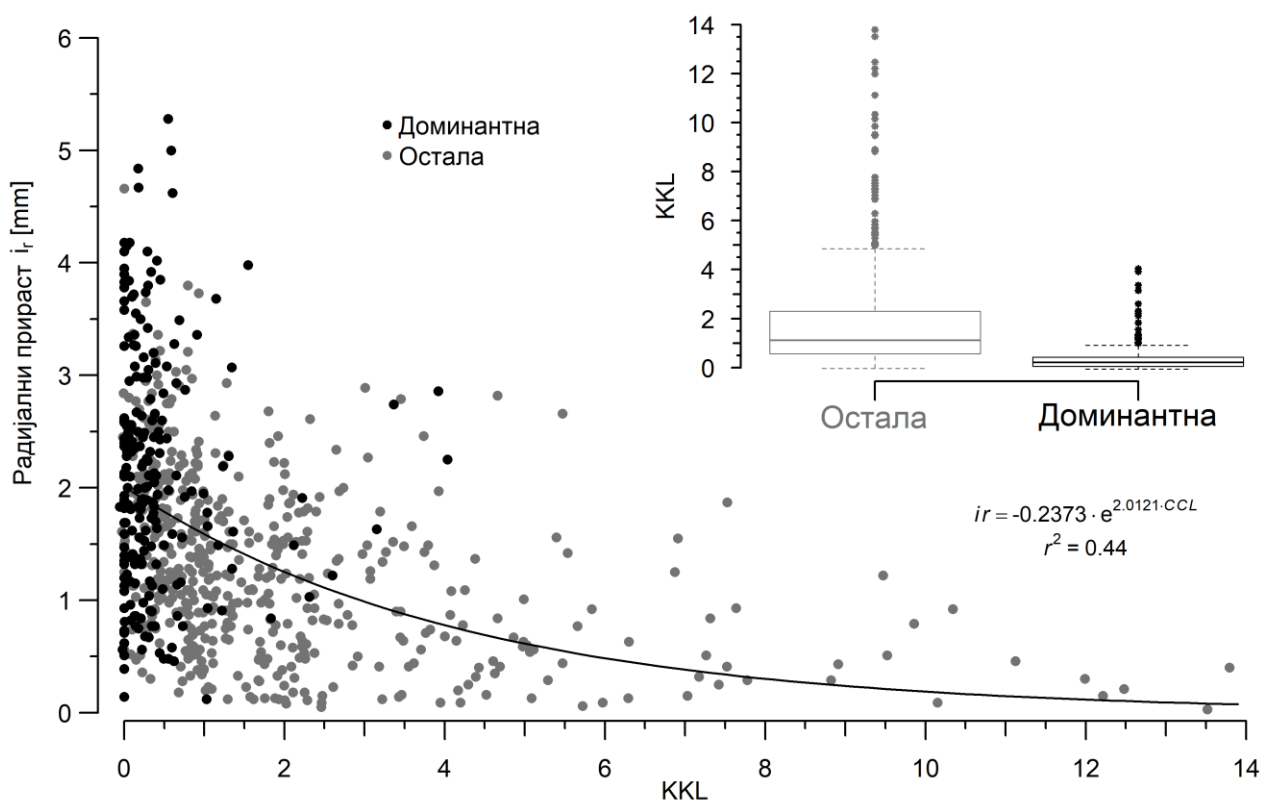
Проучавање утицаја састојинских услова на остварени радијални прираст преваходно изискује одабир параметара којима ће бити окарактерисан степен развијености крошњи стабала, као главног индикатора социјалног статуса стабла. Том приликом треба имати у виду да, за разлику од ширине година, ниједан параметар изграђености крошњи није могуће реконструисати и прецизно одредити за сваку календарску годину. Сходно томе, проучавање утицаја састојинских услова на радијални прираст, често је лимитирано само на годину премера огледних површина. Међутим, овакав поступак не утиче превише на веродостојност резултата, јер се недостатак података о развоју крошњи компензује тиме што се узорак дефинише од стабала најразличитијих старости. Овакав приступ, у којем се време мења простором, често је примењиван у истраживањима раста и прираста шумских стабала и састојина (Klesse et al. 2020).

Величина крошњи стабала уједно представља и одраз конкурентске снаге стабала у борби за светлост и животни простор. Као директан резултат конкуренције унутар састојине долази до раслојавања стабала у социјалне (биолошке) класе, које се карактеришу одређеним интензитетом конкурентског притиска суседних стабала. С тим у вези, различит степен развијености крошњи стабала и пратећи ниво конкурентског притиска имају опредељујући утицај на формирање радијалног прираста.

Да би указали на утицај различитог интензитета конкуренције на формирање прираста, стабла су подељена на групу доминантних и стабала из осталих социјалних положаја. С обзиром да се овом приликом ради о упоређивању података који су прикупљени исте године, могуће је прецизно квантификовати степен конкурентског притиска и упоредити га са величинама радијалног прираста и параметрима изграђености крошњи стабала. У ту сврху су за свако стабло утврђени су износи коефицијента конкуренције у борби за светлост и простора за раст - KKL. На графикону 32 приказана је веза између остварених износа радијалног прираста

(i_r , [mm]) и коефицијента KKL, при чему су црном бојом означена доминантна стабла, а сивом стабла осталих социјалних положаја. Резултати приказани на доњем делу овог графикана указују да код 227 доминантних стабала не постоји корелациона зависност између утврђених величина износа радијалног прираста у 2019. години и износа коефицијента KKL ($p = 0,51$). С друге стране, код 564 стабала из нижих социјалних положаја, приметно је да већи конкурентски притисак резултује формирањем значајно ужих година ($r = -0,38$, $p < 0,001$).

Укупно гледано, постоји негативна криволинијска веза између KKL и оствареног прираста, која се може представити експоненцијалном функцијом, са коефицијентом детерминације $r^2 = 0,44$. За сагледавање комплетне слике о вези између оствареног прираста и степена конкуренције неопходно је осврнути се и на интеракцију KKL и физиолошке старости стабала. Наиме, са старењем долази до смањења прирасног потенцијала стабала, што може резултирати да старо стабло, са слабијом конкуренцијом, оствари сличан прираст као млађе стабло које је под већим притиском суседних стабала. Ипак, овом приликом је утврђено да не постоје довољно поуздани докази који би потврдили да са повећањем старости долази и до значајног умањења KKL коефицијента ($r = -0,067$, $p = 0,09$).



Графикон 32. Изнаси коефицијента конкуренције KKL и остварени радијални прирасти (i_r , [mm]) у оквиру обе групе стабала различитог социјалног положаја.

У горњем десном делу графикана су, према раније устаљеној нотацији, представљени резултати анализе варирања KKL коефицијента у оквиру обе дефинисане групе социјалног положаја (доминантна и остала стабла). Услед изузетно закривљене дистрибуције, попречна пуна линија представља средње износе KKL коефицијента за дефинисане групе, а звезде представљају шткрке.

Том приликом евидентно је да се средњи износи по датим класама јако разликују ($t = 10,309$, $p < 0,001$). Поред слабијег конкурентског притиска, код доминантних стабала је уочљиво и значајно израженије груписање око средњег износа KKL коефицијента. Такође, приметно је да код извесног броја стабала из групе доминантних конкуренција уопште није евидентирана ($KKL = 0$), док у класи осталих стабала оваква појава није забележена. С тим у вези, добијени резултати истовремено верификују подобност примењеног коефицијента конкуренције, али и раније установљену стратификацију стабала у две групе, које се одликују битно различитим степеном конкурентског притиска. Овом приликом је такође потврђена статистички значајна негативна веза између величина којима је окарактерисана развијености крошње и износа KKL. То значи да стабла са слабије развијеним крошњама имају високи износ KKL коефицијента. Најизраженија негативна линеарна веза утврђена је између KKL и P_{ok} ($r = -0,47$, $p < 0,001$), затим нешто слабија негативна зависност за KKL и Z_p ($r = -0,42$, $p < 0,001$) и најслабија између KKL и V_k ($r = -0,36$, $p < 0,001$).

7.2.2.3 Модел максималног раста и прираста пречника

Одређивање величина текућег прираста пречника у емпиријским симулаторима често се базира на директној редукцији износа максималног могућег прираста евидентног код доминантних стабала на најбољем станишту у зависности од јачине дејства "редуктора" (Kahn 1994; Pretzsch et al. 2002a; Fabrika 2004). Модели максималног раста пречника доминантних стабала се превасходно формирају на основу података са дугорочних огледних површина, за које постоје поуздане информације о карактеристикама претходног газдовања. Алтернативно, моделовање раста пречника на одређеном подручју може се реализовати и помоћу информација садржаних у сразмерно великој бази података, која поред резултата премера извртака и котурова садржи и остале неопходне податке о карактеристикама анализираних станишта (Martinez del Castillo et al. 2022). Имајући то у виду, као и претходно презентоване резултате анализе утицаја станишних и састојинских услова на радијални прираст, модели максималног раста и прираста пречника успостављени су на основу података о најинтензивнијем расту пречника код појединачних стабала на стаништима различитог производног потенцијала ($СИ_{100}$).

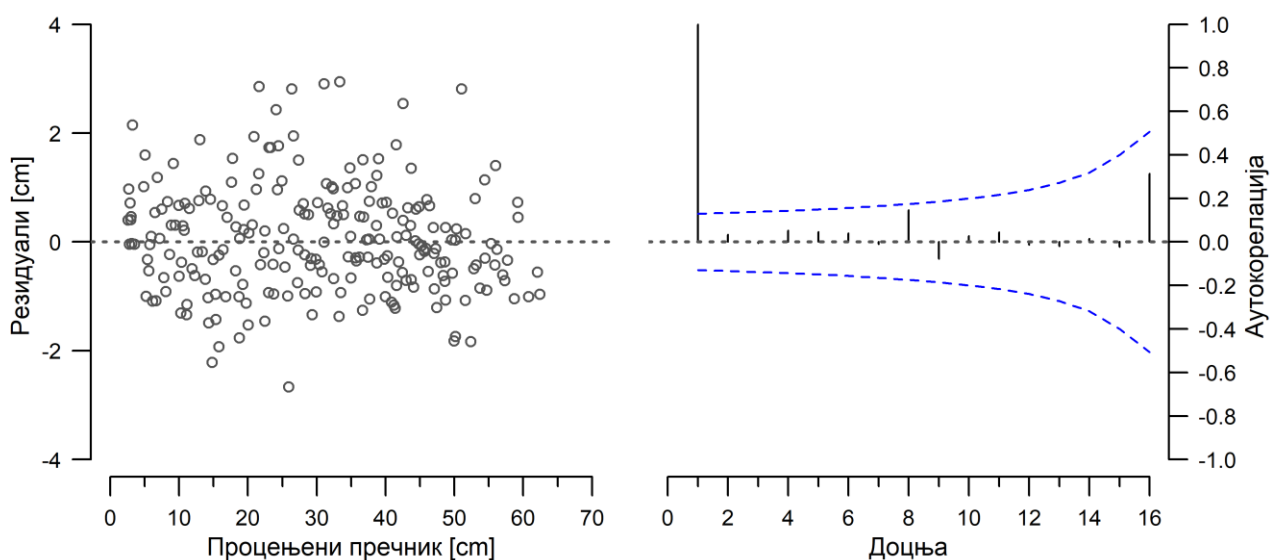
Табела 22. Параметри и основни статистички показатељи модела максималног раста пречника доминантних стабала M15.

Модел	Статистика коефицијената			Аутокорелациона структура					Варијанса	
	Процена	Стандардн а грешка	t- износ	p	ρ_1	ρ_2	θ_1	\overline{DwM}	резидуала δ_1	
	<i>a</i>	2,76135	0,34868	7,91953	***	5,2466	-1,3338	-0,045	1,94	0,06938
M15	<i>b</i>	0,01537	0,00327	4,69891	***					
(AR2MA1)	<i>c</i>	1,72868	0,21411	8,07428	***					

На основу одабраних серија са најинтензивнијим растом пречника, извршена је калибрација Chapman-Richards модела M15, који се одликује асимптотом проширеном за континуални фиксни ефекат квалитета станишта исказан преко

СИ₁₀₀ (Schelhaas et al. 2018). Утврђени износи параметара модела, као и пратећи статистички показатељи дати су у табели 22. Приликом моделовања аутокорејације грешке коришћен је ауторегресиони модел структуре AR2MA1, док је стабилизација варијансе извршена применом степене функције. Сви процењени параметри модела статистички значајно доприносе предикционој моћи модела ($p < 0,001$).

Дистрибуција нормализованих резидуала око линије регресије, приказана је на левој страни графикана 33. Том приликом није уочен образац у варирању резидуала, чији средњи износ се не разликује значајно од нуле ($t = 0,6524$, $df = 231$, $p < 0,53$). На десној страни овог графикана вертикалним линијама су приказани износи коефицијената аутокорејације код првих 15 доцњи. Плавом испрекиданом линијом приказан је интервал поверења, прилагођен за опадајући број упоређиваних података. Евидентно је да сви коефицијенти налазе у датом интервалу, што недвосмислено потврђује да је аутокорејација из резидуала у потпуности уклоњена. Претходна констатација о уклањању аутокорејације из резидуала потврђена је и резултатима примене Durbin-Watson теста ($\overline{DwM} = 1,94$, $p < 0,001$).



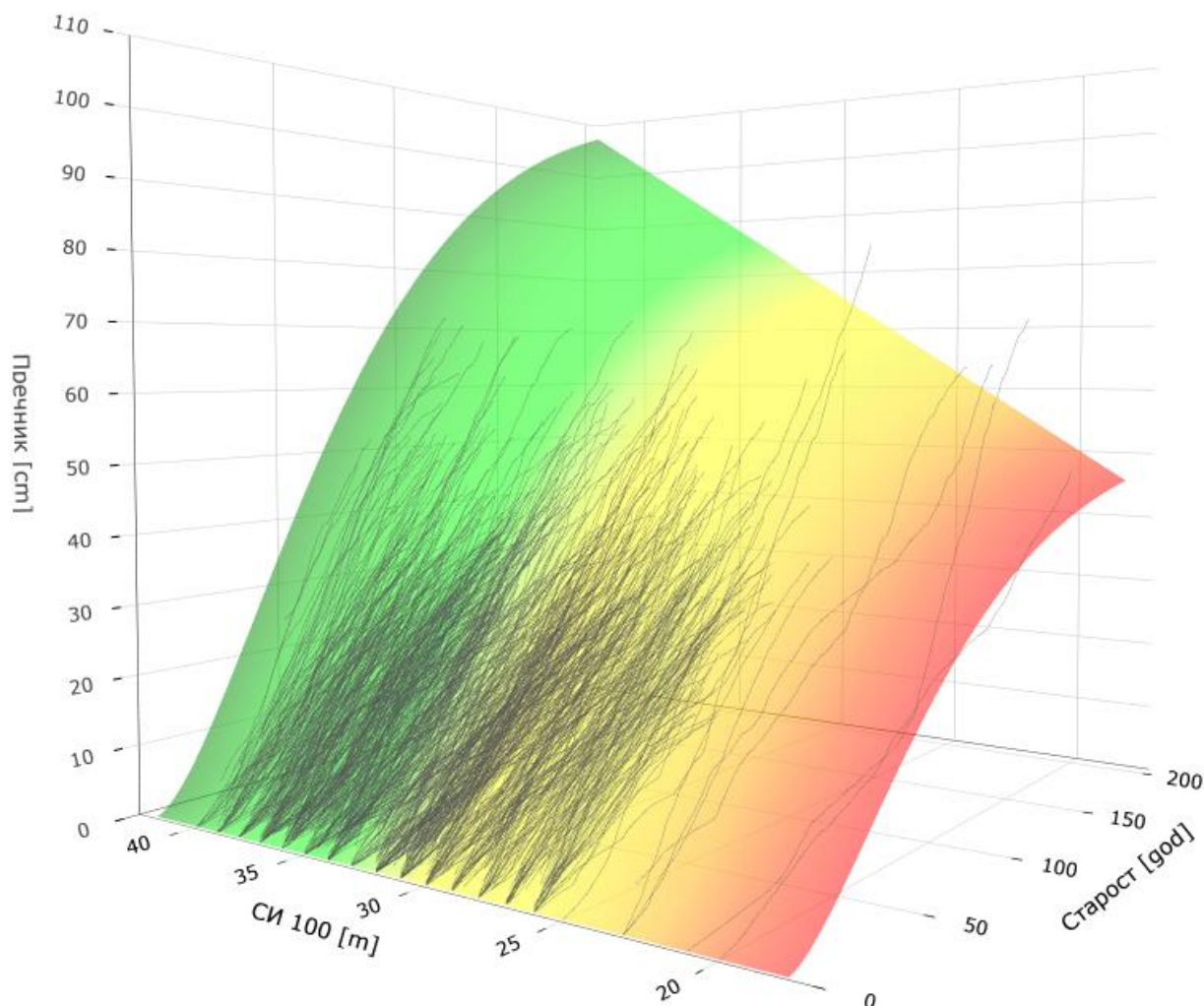
Графикон 33. Дистрибуција резидуалне грешке модела M15 (AR2MA1) у односу на процењени пречник (лево) и аутокорејациони коефицијенти код првих 15 доцњи резидуала (десно).

Параметри за оцену прилагођавања модела серијама максималног раста пречника дати су у табели 23.

Табела 23. Калибрациона статистика модела M15.

Модел	Калибрациона статистика				
	\bar{e}	RMSE	R^2	AIC	BIC
M15	3,4613	6,7875	0,9400	644,99	672,57

На основу процењених параметара утврђено је да модел М15 најпре има коефицијент детерминације $R^2 = 0,94$, те да је приликом процене максималног пречника позитивно пристрасан ($\bar{e} = 3,4613$) као и да има стандардну грешку регресије ($RMSE$) већу од ширине петосантиметарског дебљинског степена.



Графикон 34. Модел раста максималног пречника [cm] на стаништима различитог производног потенцијала ($СИ_{100}$ [m]). Боје на представљеној равни индикативно одражавају промену $СИ_{100}$.

Раван на графикону 34 представља графички приказ параметризованог модела М15. Сиве линије у позадини представљају раст пречника свих 843 анализираних стабала. Евидентно је да на стаништима где се остварује висина мања од 25 m има свега шест серија раста пречника, док је на другом крају скале репликација узорка на задовољавајућем нивоу. Из приложеног се види да максимално могући износи пречника имају јасно изражену тенденцију раста од лошијих ка бољим стаништима. На најлошијим стаништима у старости од 200 година очекује се максимални пречник од 45 cm, а на најбољим максималних 108 cm. Уколико посматрамо референтну старост од 100 година, максимални процењени пречник од 50 cm имају стабла на стаништима чији $СИ_{100}$ прелази 27 m.

7.2.3. Раст крошњи стабала

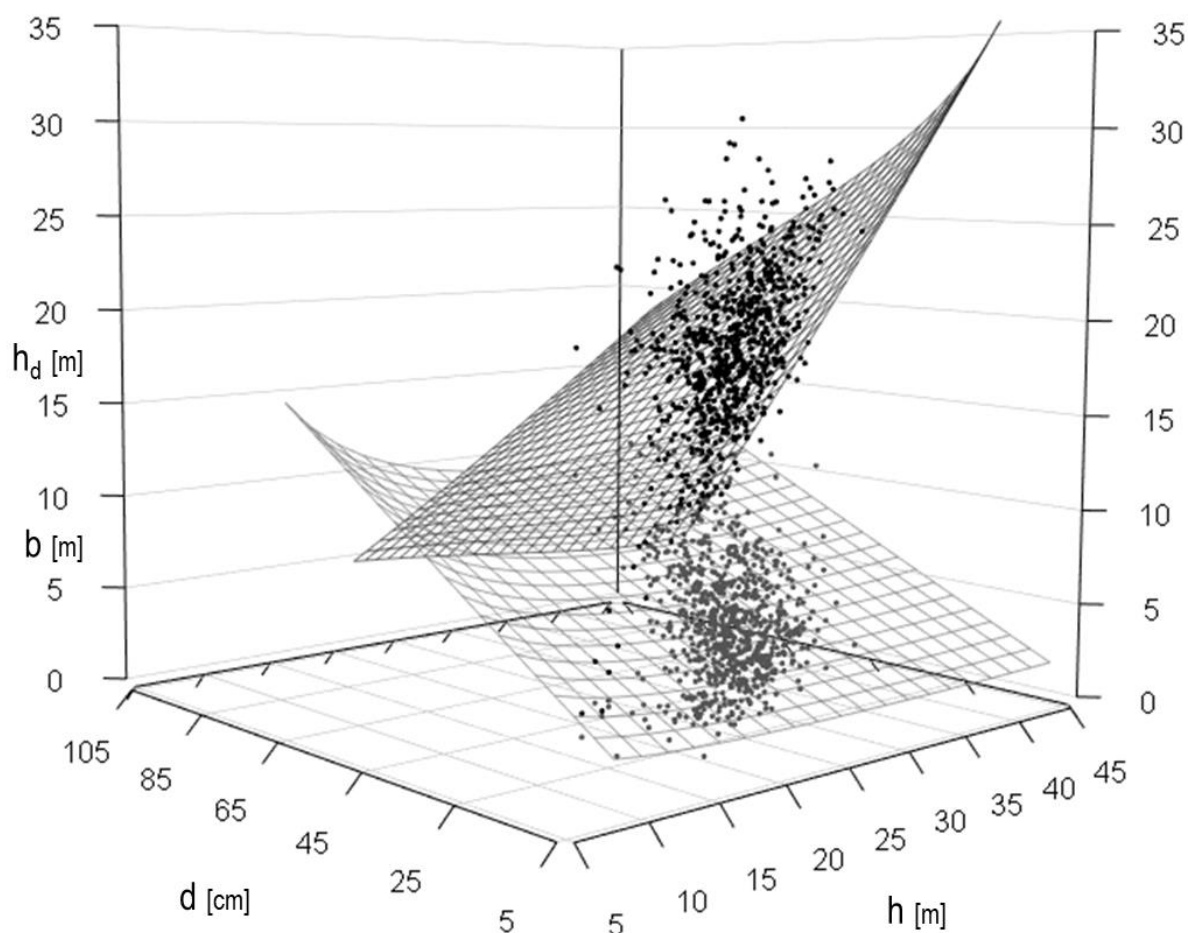
Да би се адекватно окарактерисала промена димензија крошњи било је неопходно да се на основу доступних емпиријских података параметризују модели промене ширине крошње (b [m]) и почетка крошње (h_d [m]). У оба случаја су као независне променљиве послужили износи остварених пречника - d [cm] и висина - h [m]. Утврђени износи коефицијената модела M12 и M13 дати су у табели 24.

Табела 24. Параметри и основни статистички показатељи модела раста ширине крошње (b [m])- M12 и почетка крошње (h_d [m])- M13, у односу на прсни пречник (d [cm]) и остварене висине (h [m]).

Модел	Статистика коефицијената				Аутокорелациона структура			Варијанса резидуала	
	Процена	Стандардна грешка	t- износ	ρ	ρ_1	θ_1	\overline{DwM}	δ_1	
M12 (AP1MA1)	a_1	0,121624	0,03262	3,728534	***	0,856869	-0,66105	2,09	-0,16499
	a_2	0,029664	0,003772	7,865208	***				
	a_3	-0,896163	0,051805	-17,29872	***				
M13 (AP1MA1)	a_1	1,128422	0,13183	8,55968	***	0,845761	-0,633228	2,00	0,411096
	a_2	0,2893	0,097146	2,978006	**				
	a_3	-0,00757	0,001	-5,65401	***				

Приликом параметризације модела M12, утврђено је да одсечак a_0 не доприноси значајно снази модела, услед чега је и уклоњен. Након елиминисања овог параметра израчунато је да коефицијент детерминације модела M12 износи $r^2 = 0,77$. Готово идентичан износ ($r^2 = 0,78$), утврђен је и код модела M13. Израчунати износи \overline{DwM} код оба модела сугеришу да је аутокорелација из резидуала у потпуности уклоњена. Поред додатне графичке провере и нумерички је потврђено да у оба случаја између резидуала прве доцње нема корелације (M12- $r = -0,015$; M13- $r = -0,015$).

Тродимензионални приказ параметризованих модела предочен је на графикону 35. Тачкама црне боје приказани су емпиријски подаци промене висине почетка крошње (h_d [m]), док је раван у истој боји формирана на основу параметризованог модела M12. Тачке и раван сиве боје представљају измерене износе и податке о ширинама крошњи (b [m]) добијене из модела M13.



Графикон 35. Висине почетка крошње (h_d [m]) (црне тачке) и ширине крошње (b [m]) (сиве тачке) у односу на прсни пречник (d [cm]) и остварене висине (h [m]). Идентичним бојама приказане су равни добијене на основу модела M12 и M13.

7.3. Структура симулатора раста РАСТко

7.3.1. Основне информације

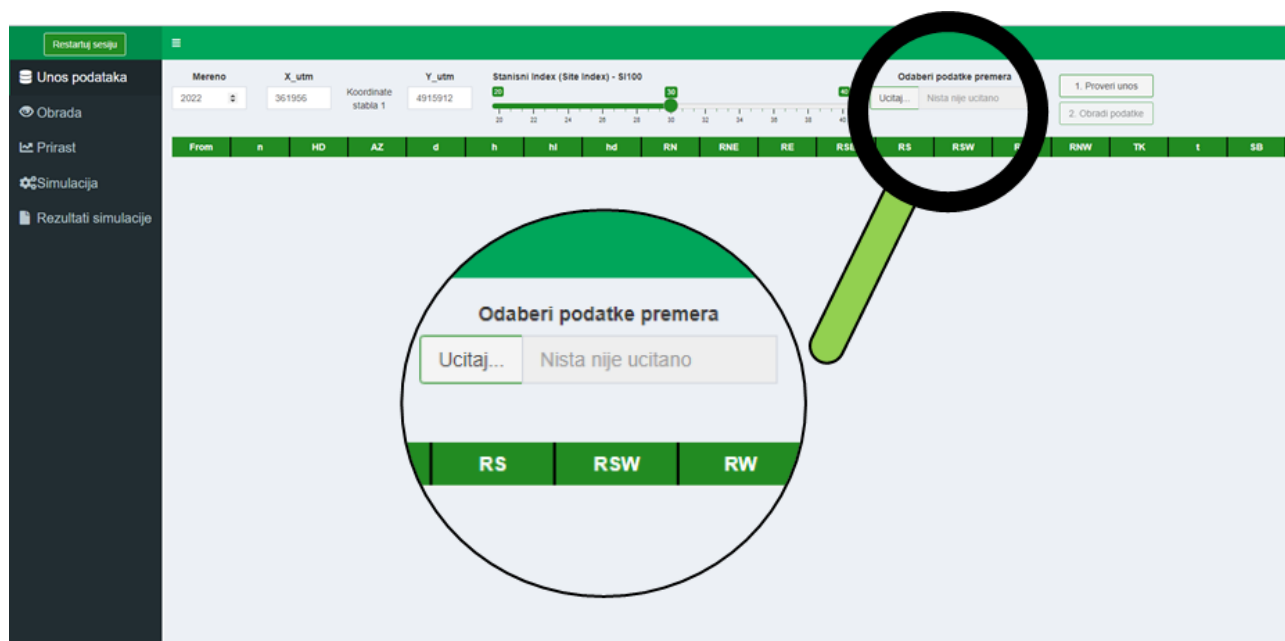
Симулатор раста РАСТко је замишљен и реализован у виду интерактивне веб апликације на српском језику, која корисницима пружа могућност онлајн манипулације и анализе података премера огледних поља. Апликација је привремено похрањена на shinyapps серверу и тренутно је доступна на адреси <https://markokazimirovic.shinyapps.io/RASTko>, па је за покретање симулатора неопходно имати интернет конекцију и одговарајући прегледач, оптимално „Google chrome“.

Програм садржи читав низ функција везаних за обраду и визуелизацију предефинисаних уноса података, затим симулацију даљег раста, као и креирање извештаја у .csv или .pdf формату. Структура извршног кода симулатора одликује се интегрисаношћу, што омогућава да је сваки део кода перманентно доступан за

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

усавршавање и модификацију. На тај начин је омогућено да се резултати нових истраживања или поновна параметризација постојећих модела раста могу релативно лако уградити у постојеће модуле програма. У овој верзији симулатор ради само са конкретним подацима премера, док је у плану успостављање модула за аутоматско генерисање састојина према задатим критеријумима, односно износима елемената раста.

Основни мени симулатора се састоји од следећих четири прозора: „Unos podataka“, „Obrada“, „Prirast“ и „Simulacija“. Рад у симулатору отпочиње учитавањем података премера помоћу дугмета „Učitaj...“, које се налази у оквиру дела програма намењеног за „Unos podataka“, што је приказано на слици 9.



Слика 9. Учитавање података у симулатор раста „РАСТко“.

За успешно покретање и обраду уноса, неопходно је обезбедити податке премера чистих састојина букве, чија минимална површина износи 0,2 ха, односно да се на тој површини налази најмање 50 стабала. У супротном програм ће приликом провере унесених података избацити грешку и онемогућити даљи рад. Подаци премера морају бити припремљени у одговарајућем обрасцу .csv формата, који садржи стандардизоване називе колона и одговарајуће резолуције мерних јединица. У том смислу, обавезујуће је да колоне буду насловљене, а подаци унесени на потпуно идентичан начин као у примерном фајлу приказаном на слици 10. У колони насловљеној са „n“ уписују се ознаке стабала, док „From“ представља референтну тачку од које је мерена хоризонтална дистанца - HD (у m) и азимут - AZ (у степенима $^{\circ}$). Приликом позиционирања стабала у простору за референтну тачку се узимају координате стабла 1 од којег се формира полигони влак. У том смислу, колона „From“ се попуњава на стандардан начин снимања позиција у простору, где се свако следеће стабло везује за претходно помоћу угла (AZ) и хоризонталне дистанце (HD). У следећој колони се уносе прсни пречници d (cm), а у наредним се уписују висине стабала h (у m), њихове висине крошње светлости hl (у m), висина почетка крошње hd (у m), као и полупречници крошње (у m) према главним (RN, RE, RS, RW) и споредним странама света (RNE, RSE, RSW, (RNW).

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	n	From	HD	AZ	d	h	hl	hd	RN	RNE	RE	RSE	RS	RSW	RW	RNW	TK	t	SB
2		1	0	0	29.86	26.8	24.9	22.6	2	2.7			2.3		3.2		2	0	0
3		2	1	5.3	323	61.37	30.8	26.2	21.4	3.4	3.5		5.2		5.2		1	0	1
4		3	2	8.9	317	37.88	29.3	24.7	20.3	1.7	2.9		3.2		1.6		3	0	0
5		4	3	3.8	348	66.21	34	28.2	21.3	3.5	2.9		3.7		5.2		2	0	0
6		5	4	6.8	294	31.7	28.7	25.4	21.5	1	2		1.6		2.9		3	0	0
7		6	5	3.4	329	37.24	29.9	26.2	21.8	1.6	1.6		1.3		2.2		2	0	0
8		7	6	3.3	309	45.61	31	28	25.6	2	2.9		2.1		2.2		1	0	1
9		8	7	9	331	22.38	25.6	23.6	20.9	0.9	1.2		1.6		1.8		3	0	0
10		9	8	2	287	30.14	28.3	25.1	21.4	1.5	1.7		1.5		2.6		3	0	0
11		10	9	3.9	5	51.85	31.8	26.3	19.3	3	1.3		2.9		4.1		2	0	1
12		11	10	3.5	129	22.79	29.1	26.8	24.9	1	0.9		1.1		0.8		3	0	0
13		12	11	1.2	201	25.31	26.8	24.2	21.1	0.8	1		1.3		1.2		3	0	0
14		13	12	14.1	129	53.76	31.2	28.2	24	2.6	3.6		3.9		3.2		2	0	1
15		14	13	2	128	42.21	31.4	27.5	22.5	4.7	2.8		3		1.9		2	0	0
16		15	14	15.4	125	63.31	32.6	29.3	22.7	4.2	2.1		4.6		3.6		2	0	0
17		16	15	2.2	75	39.6	30.8	25.3	21.3	0.8	1.4		4.4		1.7		3	0	0
18		17	16	4.8	16	41.03	31.1	28.4	24.8	2.7	1		2.9		2.3		3	0	0
19		18	17	2	296	31.99	28.8	25.4	21.5	1.2	1.1		1.4		1.6		3	0	0
20		19	18	2.6	265	32.31	29.4	26.1	22.8	1.2	1.3		1.5		2		3	0	0

Слика 10. Пример стандардизованог обрасца за унос података премера ОП у симулатор раста „РАСТко“.

Сем полупречника ка споредним странама света, који су и на слици 10 изостављени, све претходно наведене колоне су део обавезног сета емпиријских података. Подаци у наведеним колонама представљају минимум информација које су неопходне за покретање и функционисање симулатора. Поред тога, за свако стабло је могуће уписати техничку класу ТК, на начин који је дефинисан Сортиментним таблицама за букву (Vukmirović 1971), које се примењују приликом израде ПОГШ. Уколико је позната, физиолошка старост појединачних стабала (t у год) иста такође може бити унесена, а у супротном се уписује 0. У том случају старост се утврђује посредно приликом обраде података, на основу наведеног станишног индекса за ОП и израчунавањем t помоћу израза (83). У случају да су одређена стабла одабрана као стабла будућности - SB неопходно их је у последњој колони означити са 1, као што је то на слици 10 урађено са стаблима 2 и 7.

Након припреме обрасца врши се његово учитавање у програм подаци премера се појављују у табели у лево делу екрана. Поред претходно наведених података премера, неопходно је на самој страници у прозор са насловом „Мерено“ (слика 11а) унети референтну годину премера и на тај начин позиционирати податке у времену. Референтном се сматра последња календарска година у којој је раст остварен у пуном обиму, односно током читаве вегетационе сезоне. Другим речима, уколико је одређено огледно поље премерено у пролеће, претходна календарска година се сматра референтном. Поред тога, у поља назначена са „x_utm“ и „y_utm“ неопходно је унети координате стабла 1, које представља почетак полигоног влака (слика 11а). Остало је још да се помоћу клизача одабере станишни индекс (SI_{100}), установљен за дато огледно поље (слика 11б).

Учитавањем података премера и уносом додатних информација у програм стичу се услови за покретање провере и логичке контроле унесених података. Кликком на дугме „1. Провера уноса“ извршава се низ наредби, које имају за циљ да провере да ли су унесени подаци у складу са датим упутствима (слика 11ц). У случају да унети подаци из неког разлога нису погодни за даљу обраду, програм ће избацити упозорење и навести разлог који је онемогућио даљи рад програма.



Слика 11. Унос године премера, координата (а), станишног индекса (б) и провера унесених података (ц) у симулатору раста „РАСТко“.

7.3.2. Алгоритам

Функционисање симулатора раста РАСТко засновано је на сличној структурној шеми као и код симулатора SILVA и SYBILA (Pretzsch et al. 2002a; Fabrika 2004). Извршни код симулатора РАСТко се може поделити на седам основних функционалних блокова, односно модула, који су међусобно повезани начин приказан на алгоритму на графикаону 36.

Након позитивне провере комплетности података активира се могућност покретања првог модула, којим се обрачунавају елементи раста састојине. Истовремено се покреће и блок функција задужених за дводимензионални (2D) и тродимензионални (3D) приказ хоризонталне и вертикалне изграђености састојине. На основу резултата анализе структурне изграђености састојина формира се излазни извештај са резултатима спроведене обраде података, који је могуће похранити на рачунар. Уколико се не одабере могућност симулације раста, долази до завршетка рада као и у случају негативног исхода провере података. У сваком тренутку могуће је рестартовати сесију и отпочети нови рад са подацима, а то се

постиже кликом на дугме „Restartuj sesiju“ које је позиционирано у левом горњем углу менија (слике 10 и 11).



Графикон 36. Алгоритам функционисања симулатора раста шумских стабала и састојина „РАСТко“.

У оквиру поступка симулације раста стабала и састојина долази до сукцесивне и рекурентне активације модула задужених за спровођење узгојних интервенција, одабир и уклањање одумрлих стабала, одређивање конкурентског притиска и генерисање раста стабала. Техничке основе за модул за обнову састојине су припремљене, али услед недостатка неопходних емпиријских података, као и делимичног неразумевања варирања предиктора који утичу на процесе обнове (Weiskittel et al. 2011), тренутно није било могуће успоставити функционалности које омогућавају веродостојну симулацију обнове састојине.

7.3.3. Модули

7.3.3.1 Модул за израчунавање елемената раста

Највећи део методологије израчунавања елемената раста појединачних стабала и састојина представљен је у поглављу 6. Као што је већ наведено, уколико се провера унесених података успешно реализује активирају се функције које служе за одређивање елемената раста и просторних позиција стабала. У том контексту, најпре се врши одређивање очекиване старости стабала (t), која се добија на основу висина појединачних стабала и одабраног станишног индекса (погледати 7.3.3.4.2 и израз -83). У следећем кораку, израчунавају се и постојећим колонама учитаних података додају информације о координатама сваког појединачног стабла

$(x_{utm_n}$ и y_{utm_n}), као и темељница (g), запремина (v), средњи полупречник крошње (R), укупна дужина крошње (l), дужина крошње светлости (l_{sv}) и дужина крошње сенке (l_{se}). Поред наведеног, реализује се и израчунавање коефицијента виткости за свако појединачно стабло (h/d).

Просечни и сумарни износи елемената раста на нивоу састојине приказани су у табели која се налази у оквиру приказа везаног за ставку менија под називом „Obrada“ (слика 13). На нивоу састојине израчунава се просечна старост и старосна структура, затим средњи састојински пречник по темељници (d_g), средњи пречник доминантних стабала (D_g), као и припадајућа висина средњег састојинског стабла по темељници (h_g) и средња висина доминантних стабла (H_g). Површина састојине (P) неопходна за одређивање сумарних елемената састојинске структуре, добијена је на основу интеграције полигона произашлог из примене конвексног трупа око крошњи стабала, о којем ће бити више говора у поглављу 7.3.3.3. На основу коефицијента добијеног из пропорције површина, одређен је број стабала (N), темељница (G) и запремина (V) састојина по хектару. У претпоследњој колони ове табеле дат је просечан износ коефицијента виткости (h/d). Поред тога, одређен је и наведеној табели дат износ коефицијента густине SDI (Reineke 1933), који се израчунава на основу броја стабала по јединици површине (N) и средњег пречника по темељници (d_g):

$$SDI = N \cdot \left(\frac{25}{d_g}\right)^{-1,6} \quad (44)$$

За састојине са датим N и d_g , индекс густине SDI представља теоретски очекивани број стабала ако је средњи квадратни пречник једнак 25 cm. На основу износа индекса SDI , утврђује се релативна густина састојине SD , које представља однос тренутног и максималног износа:

$$SD = \frac{SDI}{SDI_{max}} \quad (45)$$

Коефицијент SDI_{max} се одређује на основу максимално могућег број стабала у потпуно обраслој чистој састојини, чији средњи пречник по темељници износи 25 cm. С обзиром да домаће приносне таблице за букву нису доступне, за број стабала при максималној обраслости која резултују датим пречником, усвојен је износ од 1050 стабала. Овај параметар преузет је из симулатора SYBILA и заснива се на подацима презентованим у таблицама Halaj-a (1978).

Укупна продукција дрвне запремине (GWL) у старости T добија се тако што се запремини главне састојине (V_T), прибодда сума претходно уклоњене дрвне масе ($\sum_{i=0}^n v_i$) кроз $i \dots n$ узгојних захвата:

$$GWL_T = V_T + \sum_{i=0}^n v_i \quad (46)$$

Текући прираст запремине главне састојине (CI_T) симулатор одређује у петогодишњим периодима према:

$$CI_T = \frac{\frac{V_T - V_{T-\Delta T}}{\Delta T} + \frac{V_{T+\Delta T} - V_T}{\Delta T}}{2} \quad (47)$$

На готово идентичан начин, израчунава се и текући прираст укупне састојине GCI_T :

$$GCI_T = \frac{\frac{GWL_T - GWL_{T-\Delta T}}{\Delta T} + \frac{GWL_{T+\Delta T} - GWL_T}{\Delta T}}{2} \quad (48)$$

Просечни прираст укупно произведене запремине у посматраној старости (dGZ_T) израчунава се као:

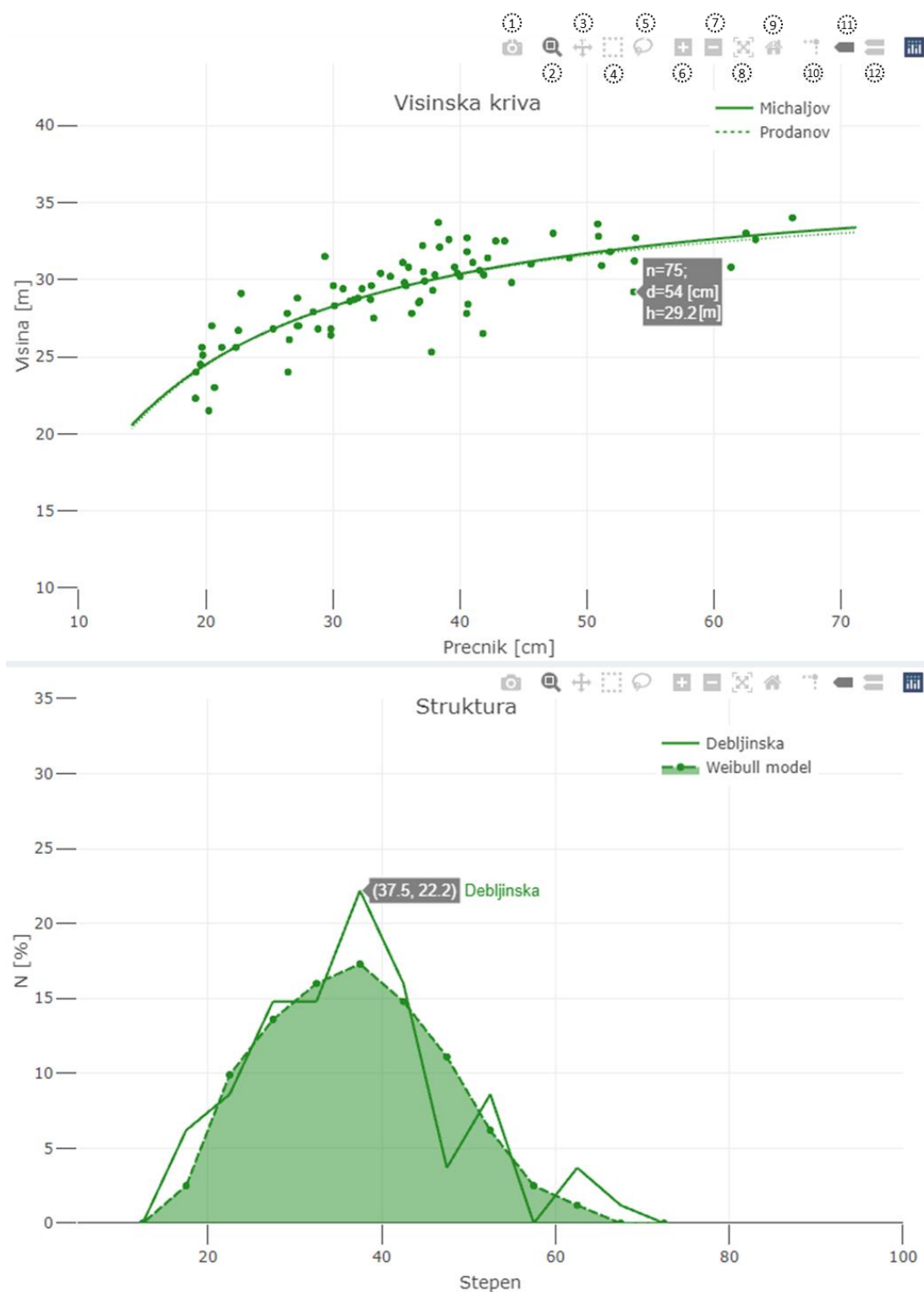
$$dGZ_T = \frac{GWL_T}{T} \quad (49)$$

7.3.3.2 2D и 3D приказ састојине

Сви графички прикази података у симулатору раста РАСТко су интерактивни и израђени су помоћу R имплементације графичке библиотеке plotly (plotly.com/graphing-libraries). У оквиру резултата обраде података премера симулатор формира, и у делу „Obrada“ представља дводимензионалне (2D) графиконе висинских кривих, дебљинске структуре и карте крошњи стабала. Пример израђених графикона висинске криве и дебљинске структуре дат је на слици 12, док је карта крошњи представљена на слици 14. Поступак моделовање висинске и дебљинске структуре ближе је представљен у поглављу 6.2.

Могућност интеракције са графиконима приказаним на сликама 12 и 14 огледа се у функционалностима везаним за мењање изгледа приказа и читавање информација са графикона. Иконице за иницијацију ових опција, налазе се у горњем десном углу слика 12 и 13. Посматрано са лева на десно, на првом месту је позиционирана опција прављења и снимања графикона на одабрану меморијску јединицу. Затим, надаље постоје опције: 2) зумирања селектовањем жељеног дела графикона, 3) померања преко графикона, 4) селектовања тачака правоугаоником или 5) ласом, 6) скалираног зумирања и 7) смањење зумирања, 8) аутокалирања, 9) ресетовања изгледа на почетна подешавања и 10) укључивања помоћних линија.

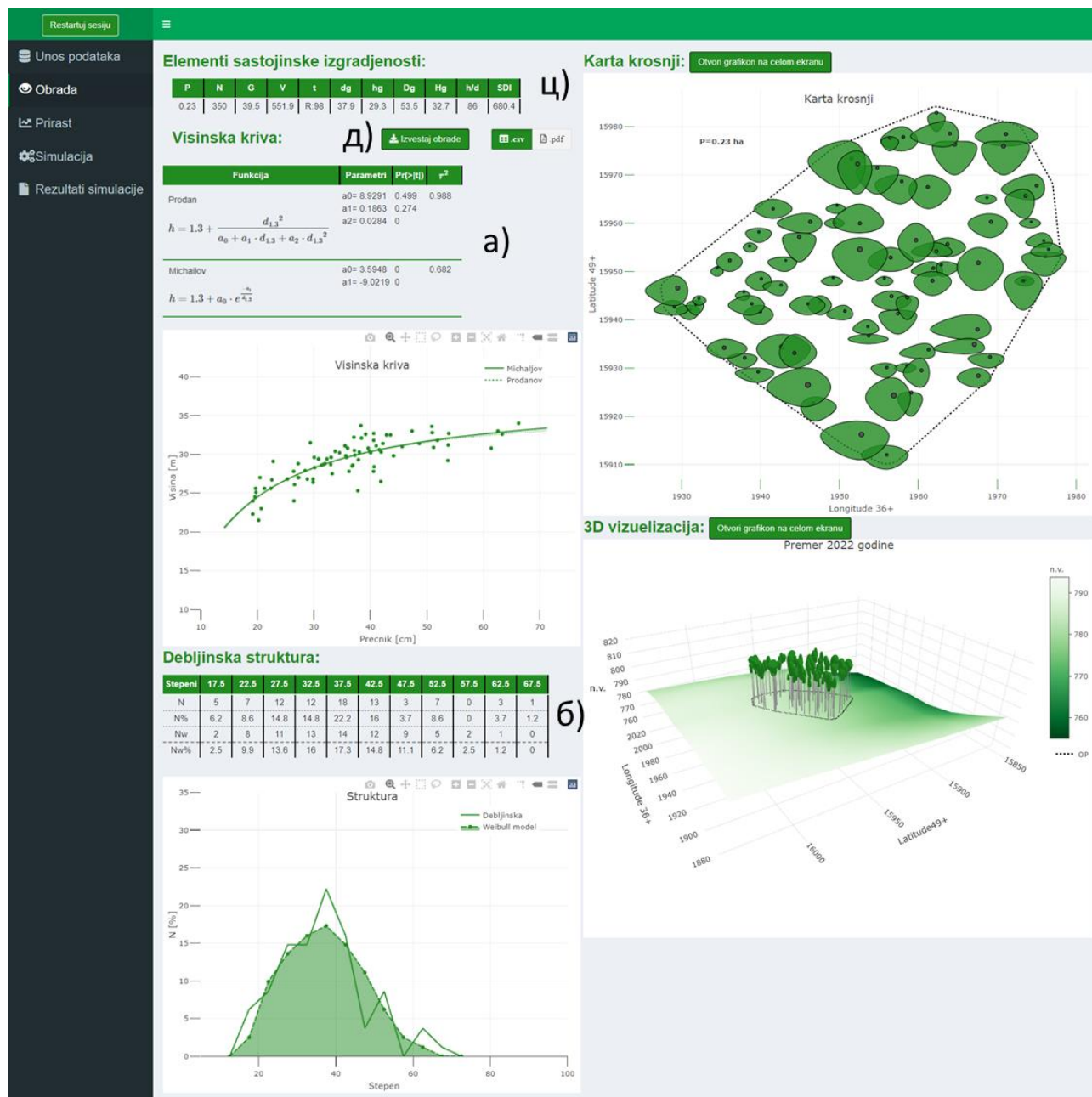
На крају, опције 11 и 12 везане су за начин приказивања информација о садржају графикона. Наиме, уколико је укључена опција 11, онда се приликом стављања курсора миша на елемент графикона појављују само информације везане за конкретну тачку или линију. С друге стране, опција 12 означава могућност упоредног приказа информација о више елемената графикона истовремено. Стога, уколико је ова опција укључена, на екрану ће се појавити информације о свим елементима који се налазе на истој вертикали. У конкретном примеру датом на слици 11, позиционирањем курсора на тачку графикона појављује се тамно сиви облак у којем се налазе информације о којем је стаблу реч ($n=75$), затим колики је пречник ($d=54$ [cm]) и висина ($h=29,2$ [m]).



Слика 12. Пример 2D интерактивних графикана које симулатор формира за висинске криве и дебљинску структуру.

Пратећа табела, са тестираним функцијама, процењеним параметрима са припадајућим износима вероватноће значајности t-статистике, као и утврђени коефицијенти детерминације, дата је изнад графикана висинске криве (слика 13а). Позиција табеле која даје основне информације од дебљинској структури назначена је на слици 13б.

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

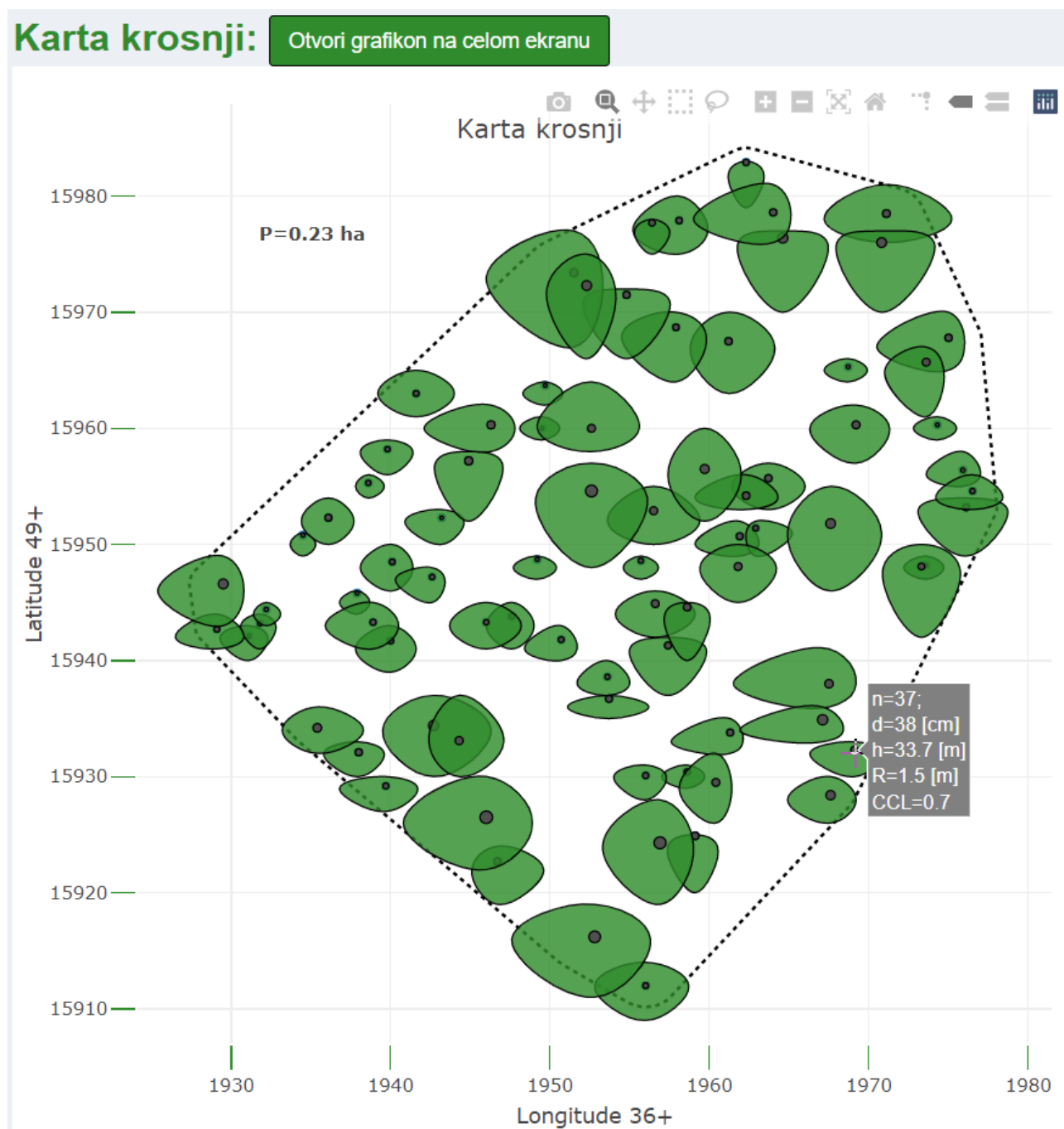


Слика 13. Изглед опције „Obrada“ са свим табеларним и графичким резултатима обраде података.

Добијени резултати су приказани по уоченим петосантиметарским дебљинским степенима, на основу којих је формиран број и назив колоне у табели. По редовима табеле, почевши од одозго на доле, дате су информације о апсолутном (N) и релативном броју стабала ($N\%$) према премеру, а затим и исти износи добијени на основу параметризације Weibull-овог модела (Nw и $Nw\%$). Елементи састојинске изграђености о којима је било говора у претходном поглављу, систематизовани су у оквиру табеле приказане у горњем левом углу прозора „Obrada“ (слика 13ц). Комплетан извештај нумеричке обраде података, који садржи табелу уноса проширену са утврђеним елементима раста за појединачна стабала, заједно са садржајем претходне три табеле, корисник може преузети кликом на дугме „Izveštaj obrade“. Позиција овог дугмета приказана је на слици 13д. Том приликом, извештај

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

је доступан у два формата, а сам избор се реализује левим кликом на једну од две понуђене опције.

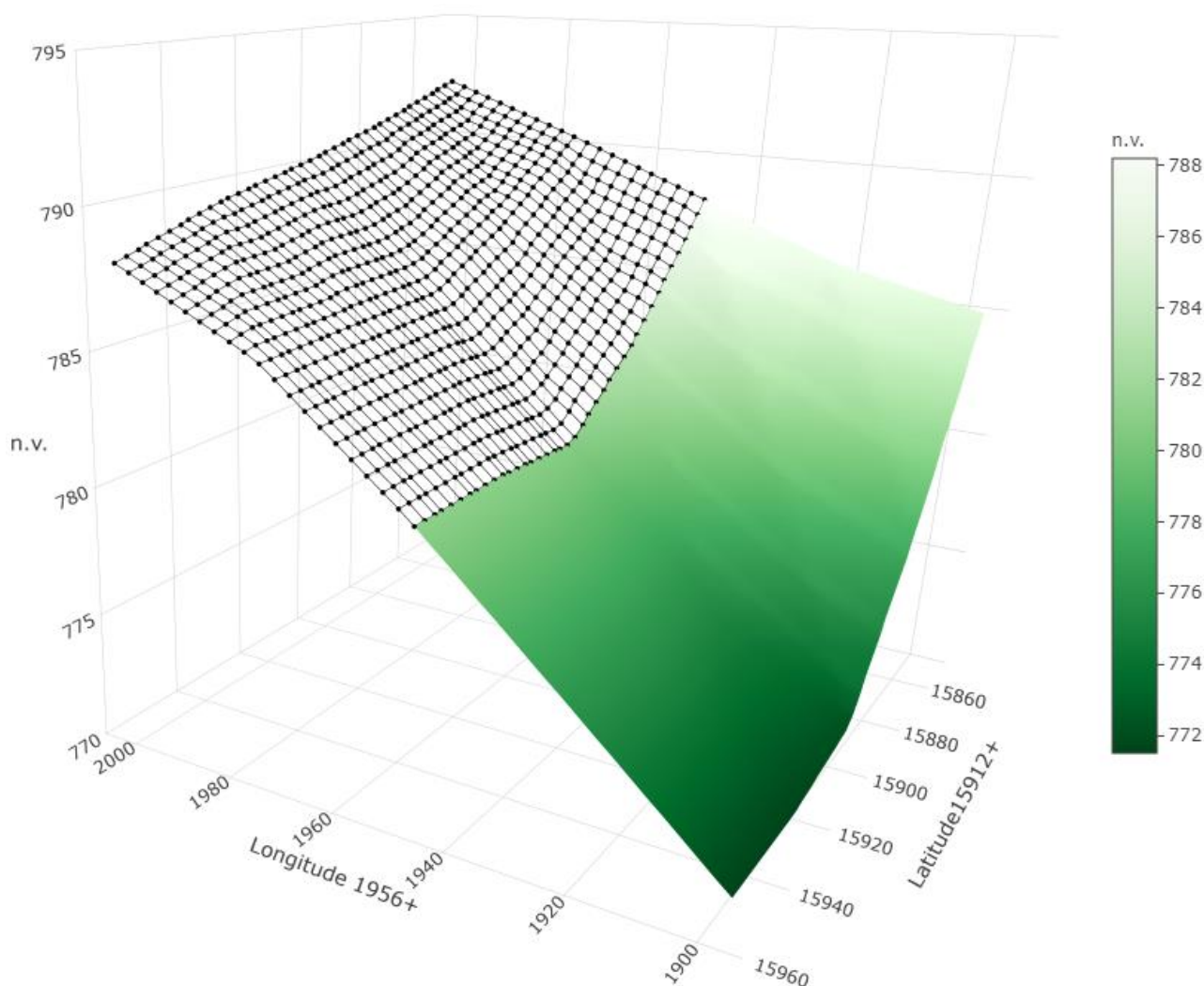


Слика 14. Пример 2D интерактивног графикана који симулатор формира приликом приказивања карте крошњи.

Приликом израде дводимензионалне карте крошњи неопходно је утврдити облик застрте површине. Овај облик код сваког појединачног стабла добија се применом сплајнова максималне заобљености, што је детаљније представљено у поглављу 6. Да би се постигао ефекат засене ред учртавања полигона крошњи формиран је на основу висина стабала. На тај начин су крошње виших стабала

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

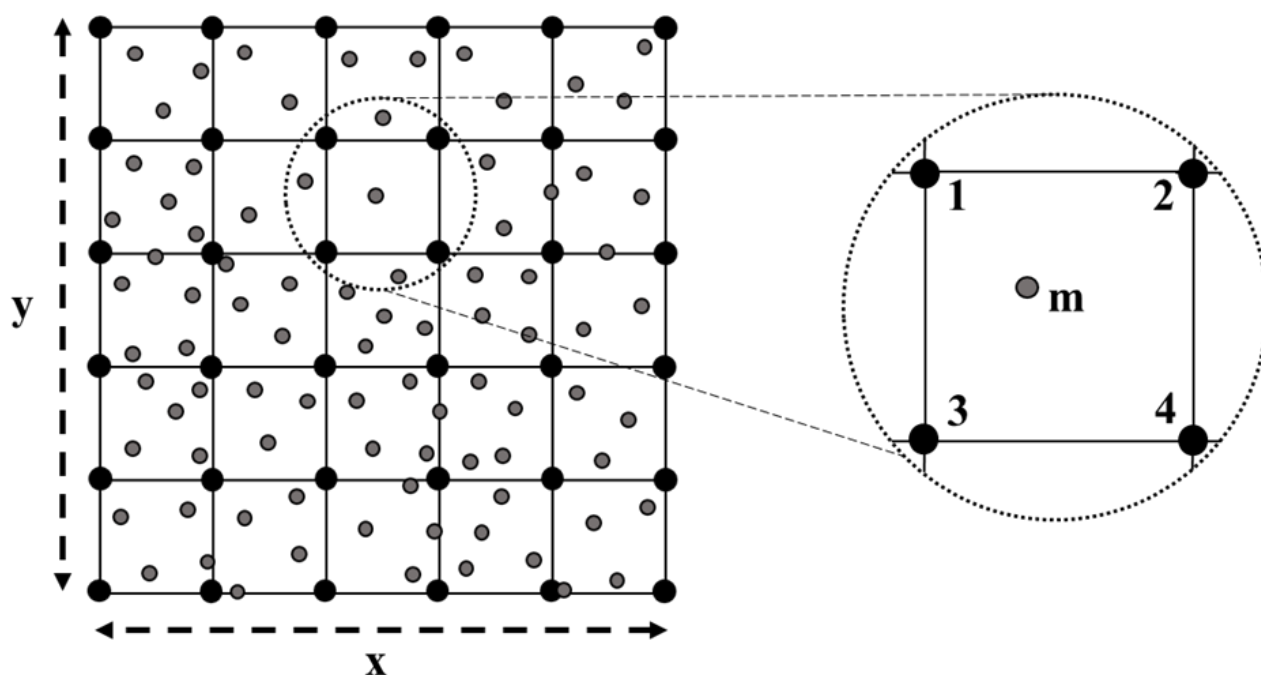
приказане у првом плану и то провидном зеленом бојом да би се границе застрте површине крошњи код нижих стабала могле уочити. На апсциси графикана са слике 14 налази се географска ширина (*Longitude*), на ординати је дата географска дужина (*Latitude*), при чему су у оба случаја прве две цифре координата дате заједно са називима оса. Црном испрекиданом линијом приказана спољна граница огледне површине, добијена на основу исцртавања конвексног трупа око крошњи стабала. Тачне позиције сваког стабла приказане су сивим тачкама, чија величина је пондерисана у складу са величином пречника. У горњем левом углу приказана је укупна величина огледног поља. Све опције везане за модификовање приказа, описане код претходних графикана, важе и у овом случају. Основне информације о ознакама и елементима раста одређених стабала, добијају се постављањем курсора на тачке које представљају дебла. Том приликом, поред претходно наведених ознака, приказују се информације од средњем полупречнику крошње ($R = 1,5$ [m]) и коефицијенту крошњи доступне светлости ($KKL = 0,7$). Карту крошњи могуће је отворити и на целом екрану, кликом на дугме које се налази у продужетку наслова графикана.



Слика 15. Терен у форми изломљене равни, добијене на основу дигиталног елевационог модела (ДЕМ) резолуције 25x25 m.

У сврху тродимензионалног приказа локалитета на којем се налази састојина, коришћен је дигитални елевациони модел терена (ДЕМ) резолуције 25 m. Том приликом је на претходно наведене димензије апсцисе и ординате (*Longitude* и *Latitude*) придодата и надморска висина (*n.v.*) као трећа димензија– апликата (оса *z*). На основу унетих координата првог стабла и произашлих просторних позиција свих осталих стабала, успостављена је функција, која од ДЕМ-а укупне територије Србије одсеца део који се распростире додатних 50 m у свим правцима од ивица огледног поља. Након тога, терен се приказује у форми изломљене равни, добијене спајањем координата тачака у правилној 25 m x 25 m мрежи. Овако формирана платформа приказана је црним тачкама и линијама у горњем делу слике 15, док је обојени део терена представљен у доњем делу. За бојење терена коришћене су предефинисане континуалне скале зелене боје, где светлије нијансе одговарају вишим, а тамније нижим надморским висинама. С десне стране, дата је и скала промене зелене боје која различитим нијансама означава промену износа надморске висине (*n.v.*).

У склопу поступка визуализације стабала на огледној површини извршава се најпре део кода везан за вертикално позиционирање појединачних стабала у односу на ДЕМ. У ту сврху, висина кореновог врата (z_m) сваког појединачног стабла одређена је поступком билинеарне интерполације. На слици 16 црним тачкама и пуним линијама приказана је мрежа ДЕМ-а, док су сивим тачкама приказане позиције стабала. На тај начин је представљена основна шема просторних тачака у поступку билинеарне интерполације.



Слика 16. Просторне позиције стабала у односу на мрежу ДЕМ-а као основ за реализацију алгорита билинеарне интерполације.

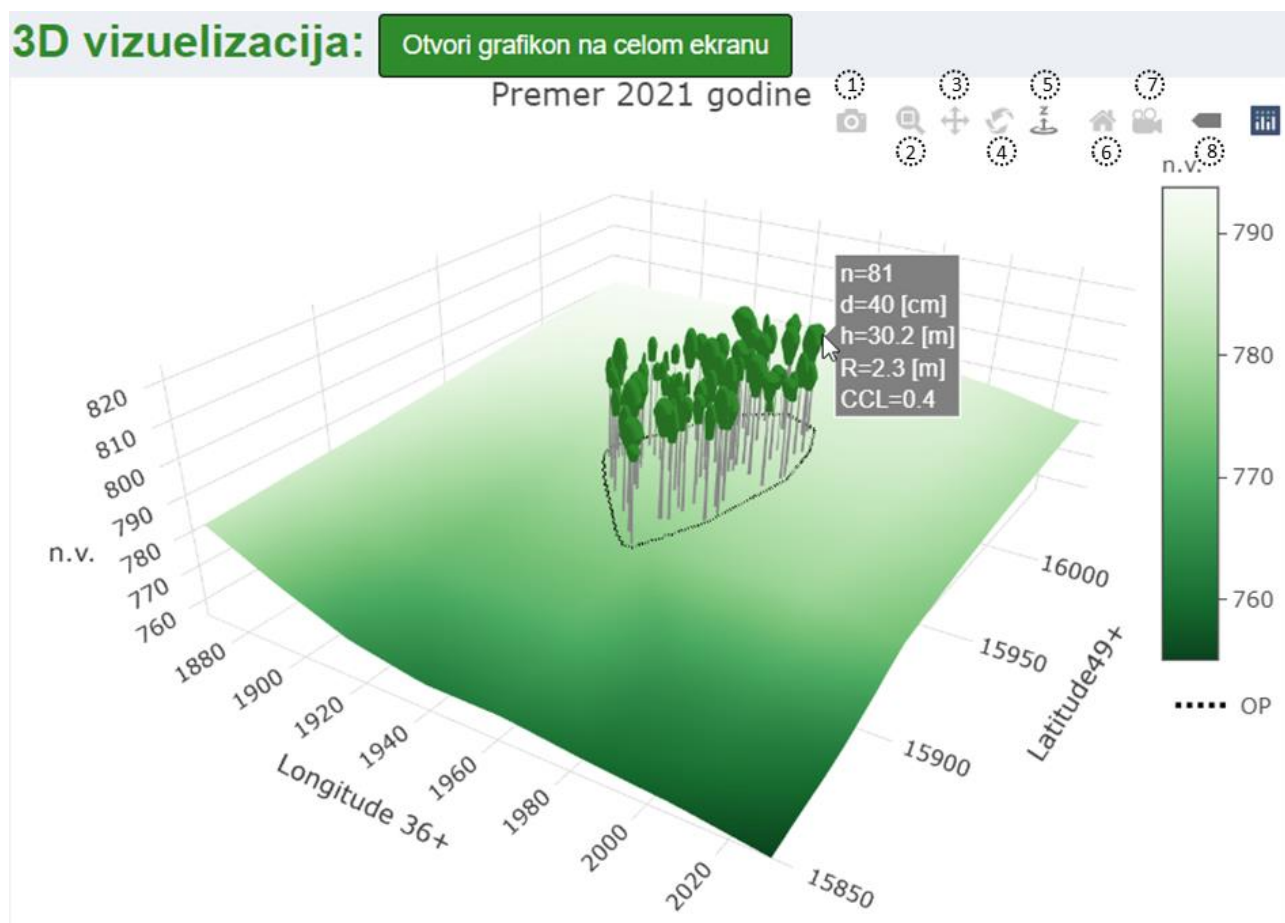
Висина кореновог врата код стабла m (z_m) издвојеног у десном делу слике 16 израчуната је на основу његових координата (x, y, z) и координата ћелија ДЕМ мреже које га окружују и које су означена са 1, 2, 3 и 4. Конкретно одређивање вертикалне позиције извршено је помоћу следећих образаца:

$$z_m^1 = z_1 + (z_3 - z_1) \cdot \frac{y_m - y_1}{y_3 - y_1} \quad (50)$$

$$z_m^2 = z_2 + (z_4 - z_2) \cdot \frac{y_m - y_2}{y_4 - y_2} \quad (51)$$

$$z_m = z_m^1 + (z_m^2 - z_m^1) \cdot \frac{x_m - x_1}{x_2 - x_1} \quad (52)$$

Након одређивања висине кореновог врата спроводи се моделовање облика стабала. У циљу веродостојног тродимензионалног приказа стабала, неопходно је реализовати поступак триангулације спољашњих контура стабала. Зарад дефинисања позиција тачака спољног омотача у простору примењен је „ear-clipping“ алгоритам. Дебла су апроксимирана цилиндрима опадајућег пречника, чије дужине одговарају учитаним висинама за свако појединачно стабло. У почетку, пречник цилиндара је усклађен са износима прских пречника и опада од прсне висине према врху стабала.



Слика 17. Пример 3D интерактивног графикана који симулатор формира приликом приказивања терена и стабала.

О поступку визуализације крошњи стабала букве већ је било речи у поглављу 6, где је поред целокупног поступка, на графикону 2 приказан 3D пример моделованог дебла и крошње. Пример целокупног тродимензионалног изгледа

терена и састојине приказан је на слици 17. У претходном тексту, поред наведене скале надморских висина, црном тачкастом линијом на површини терена је обележена спољна граница огледног поља (OP). У наслову графикана уписује се година премера додељена приликом уноса података, док се у горњем десном углу налази низ иконица, које представљају опције за манипулацију и кретање кроз тродимензионални приказ. Овај графикон, као и карту крошњи, могуће је отворити у резолуцији која се прилагођава целом екрану.

На прва три места се као и код претходно представљених графикана, налазе опције 1) израде и складиштења графикана на одабрану меморијску јединицу, 2) приближавања графикана – „зумирања“ 3) хоризонтално и вертикално померања преко графикана. Након тога, следи опција 4) орбиталне ротације, која подразумева практично неограничену могућност ротирања графикана око све три осе и у свим правцима. Опција 5) омогућава мењања угла из којег се посматра графикон, али сада z представља референтну тачку- центроид, око којег се врши ротација. За активацију и управљање опцијама 4) и 5) користи се леви клик чијим се истовременим задржањем и померањем миша, постиже промена позиције посматрања и ротирање графикана. Опцију приближавања или удаљавања од видног поља (опција 2) могуће је активирати задржањем средњег клика и померањем миша напред-назад. Истом рутином, али са десним кликом, могуће је извршити хоризонтално или вертикално померање позиције терена и састојине у оквиру графикана (опција 3). Померањем позиције посматрања у птичију перспективу, могуће је симулирати угао из којег је формирана карта крошњи, с том разликом што су у овом случају крошње апроксимирание кружним површинама, чији полупречник је једнак средњем полупречнику (R). Активирањем опције 6 и опције 7, постиже се враћање позиције посматрања на основна или почетна подешавања. Опција 8 је у основи увек укључена и представља наредбу за приказивање информација о објектима на графикону. Наиме, довлачењем курсора миша на крошњу стабала, појављују се исте основне информације о елементима раста стабала о којима је већ било речи код карти крошњи. Податак о површини конвексног трупа односно огледног поља добија се позиционирањем курсора на границу приказану пуном испрекиданом линијом (слика 17). Преостали елементи графикана не приказују никакву додатну информацију.

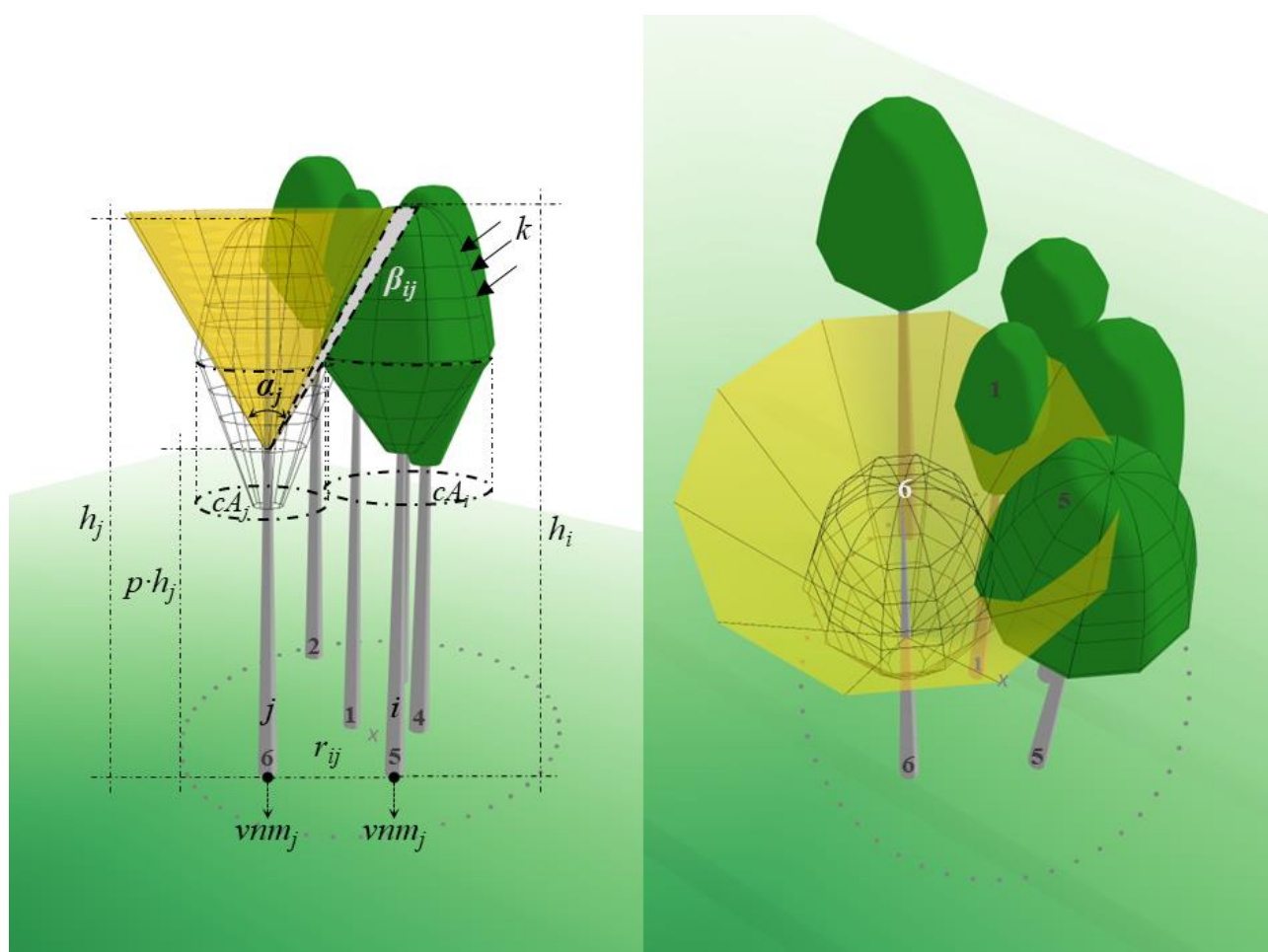
7.3.3.3 Модул за одређивање конкуренције

Модул који регулише конкурентске односе између суседних стабала, базиран је на коефицијенту крошњи доступне светлости - KKL степену асиметричности притиска конкурената - $RDIST$ и коефицијенту примешаности других врста - MIX . Овакав приступ квантификацији конкурентских односа представио Pretzsch (1995), који је након додатног усавршавања (Bachmann 1998), уграђен најпре у симулатор SILVA (Pretzsch et al. 2002a), а напослетку и у симулатор SYBILA (Fabrika 2005).

7.3.3.3.1. Коефицијент крошњи доступне светлости - KKL

Квантификација количине светлости која директно допире до крошњи, представља најважнији елеменат за евалуацију конкурентског притиска на свако појединачно стабло. На графикону 37 приказани су сви неопходни параметри за одређивање коефицијента крошњи доступне светлости- KKL . Том приликом је, из

два различита угла, представљена група стабала премерених у оквиру ОП 29, чији редни бројеви су приказани у подножју дебла. Подлога на којој су приказана стабла добијена је интерполацијом дигиталног елевационог модела терена, при чему промена од тамнијих ка светлијим нијансама зелене боје указује на пораст надморске висине. Центар огледног поља обележен је сивим симболом x , а граница је представљена сивим тачкама. У склопу тога је за стабло 6 приказана је и апроксимација простора око овог стабла према Pretzsch-у (1995) и доступност директне сунчеве светлости. Свако нарушавање овог оквира и заклањање крошње посматраног стабла од стране крошњи његових конкурената резултује увећањем индекса KKL, који је код стабала на осами једнак нули. С обзиром да је овај индекс директно зависан од стабала у непосредној близини, KKL се сврстава у групу позиционо зависних индекса конкуренције (Pretzsch 2009).



Графикон 37. Принцип одређивања конкурената и улазне величине за калкулацију коефицијента крошњи доступне светлости – KKL (према Pretzsch 1995).

Облик простора за раст стабла који се односи на директан прилив сунчеве светлости апроксимира се обрнутом купом одговарајућих димензија. Врх купе поставља се на релативну висину ($p_j = p \cdot h_j$). Том приликом, конструише се купа чије димензије се одређују на основу одговарајућег угла отварања - α_j и висине посматраних стабала. Угао α_j и претходно наведени коефицијент p одређени су на основу екофизиолошких карактеристика економски значајних врста дрвећа

(Pretzsch 1995). Код врста светлости (храстови, борови) је већи, а врх се позиционира у вишим деловима крошње у односу на врсте које боље подносе засену (јела, буква, смрча). Конкретно за букву, угао отварања купе износи $\alpha_j = 60^\circ$, док је коефицијент релативне висине $p = 0,60$. У следећем кораку, између одређеног стабала (j) и његових конкурената (i) израчунавају се углови $\beta_{i,j}$ (у радијанима – rad), који се одређују из размака између спољњег омотача купе светлости и линија које спајају врх купе и највишу тачку крошње код конкурената.

На графикону 37 је жутом бојом приказана купа прилива светлости, која је конструисана за стабло $j = 6$. Угао β_{ij} се израчунава за сва стабла чија крошња улазу у купу пројектовану изнад посматраног стабла (j), што је приказано на десном делу графикона 37. У конкретном примеру, простор у којем стабло 6 ужива директну инсолацију нарушиле су крошње конкурентских стабала 5 и 1. Израчунавање β_{ij} , за сваки од конкурената i , реализује се применом тригонометријских законитости:

$$\beta_{i,j} = \frac{\pi}{180} \cdot \left(\frac{\alpha_j}{2} - \arctg \left(\frac{r_{ij}}{(vnm_i + h_i) - (vnm_j + p \cdot h_j)} \right) \right) \quad (53)$$

за шта су неопходни подаци о висинама посматраног стабала (h_j) и сваког од конкурената (h_i), затим надморске висине кореновог врата (vnm_i и vnm_j), као и њихова међусобна удаљеност (r_{ij}), све у метрима. С обзиром да је део израза (53) одређен у степенима, део $\frac{\pi}{180}$ служи за прерачунавање у радијане. У конкретној ситуацији, углови β утврђени између купе светлости стабла 6, с једне и стабала 5 и 1 са друге стране, износе $\beta_{5,6} = 6,36^\circ$ и $\beta_{1,6} = 3,20^\circ$.

У следећем кораку неопходно је модификовати сваки од израчунатих углова β_{ij} односом између површине попречног пресека крошње конкурента (cA_i) и посматраног стабала (cA_j) у m^2 . Величине cA_i и cA_j одређују се као површине кружног пресека на релативној висини p_j , где се полупречници израчунавају из изводнице крошње. Уколико је врх купе светлости позициониран у осунчаном делу крошње, полупречник је израчунат на основу дистанце између попречног пресека крошње и врха стабла, па се аргумент x за (31) израчунава као:

$$x_j = (1 - p_j) \cdot h_j \quad (54)$$

односно код конкурената:

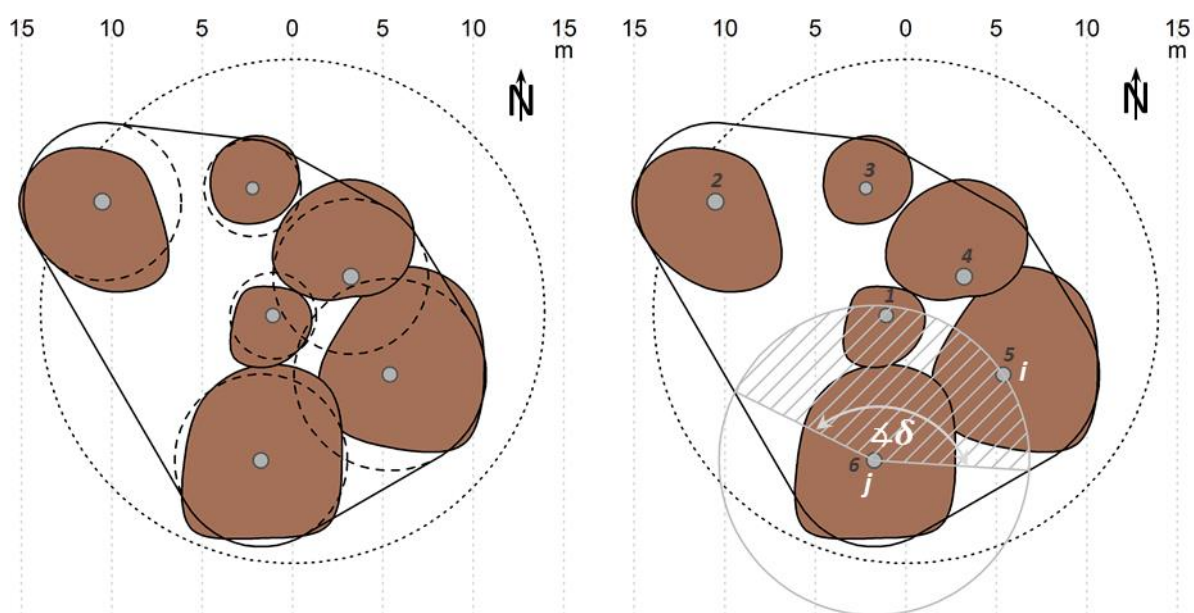
$$x_i = (vnm_i - h_i) - (vnm_j - p_j \cdot h_j) \quad (55)$$

У случају да је врх купе светлости позициониран у засењеном делу или испод крошње, приликом одређивања површине попречног пресека коришћена је ширина крошње - b . Облик попречног пресека крошње приказан је кружним површинама на графикону 37. Тако добијени износи, додатно су пондерисани коефицијентом трансмисије, односно пропуштања светлости кроз крошње конкурената (k_i), који према Ellenberg-у за букву износи $k = 1,0$. Ово значи да пропуштање светлости кроз крошње букве практично не постоји.

На крају, укупан износ коефицијента KKL за посматрано стабло j израчунава се као сума свих коригованих углова $\beta_{i,j}$, што се може написати као:

$$KKL_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \beta_{i,j} \cdot \frac{cA_i}{cA_j} \cdot k_i \quad (56)$$

Уколико би одређивање KKL -а за сва стабла било базирано само на претходном изразу (56), рубна стабла на огледним пољима би трпела мањи конкурентски притисак и на тај начин би имала повољније услове приликом симулације раста. Наиме, огледна поља на којима се врши симулација представљају само један репрезентативни део ширег шумског комплекса, па је стога неопходно уважити чињеницу да су и ивична стабла, такође, окружена конкурентима са свих страна. У таквој ситуацији, износ KKL за ова стабла изискује додатну корекцију ивичног ефекта. У ту сврху је најпре неопходно одредити спољне границе ОП, чији облик одређују ивице крошњи. Формирање полигона према задатим ивицама реализовано је применом итеративног алгоритма који је у геометрији познат као конвексни труп. Детекцијом спољних ивица се врши истовремено и издвајање рубних стабала. Том приликом, крошње стабала се апроксимирају кружним површинама, чији пречник је једнак ширини крошње b . Спољне ивице и рубна стабла, утврђена на овај начин код примерног ОП 29, приказане су на графикону 38.



Графикон 38. Спољна граница ОП29 одређена на основу ивице крошњи, применом алгоритма конвексног труп.

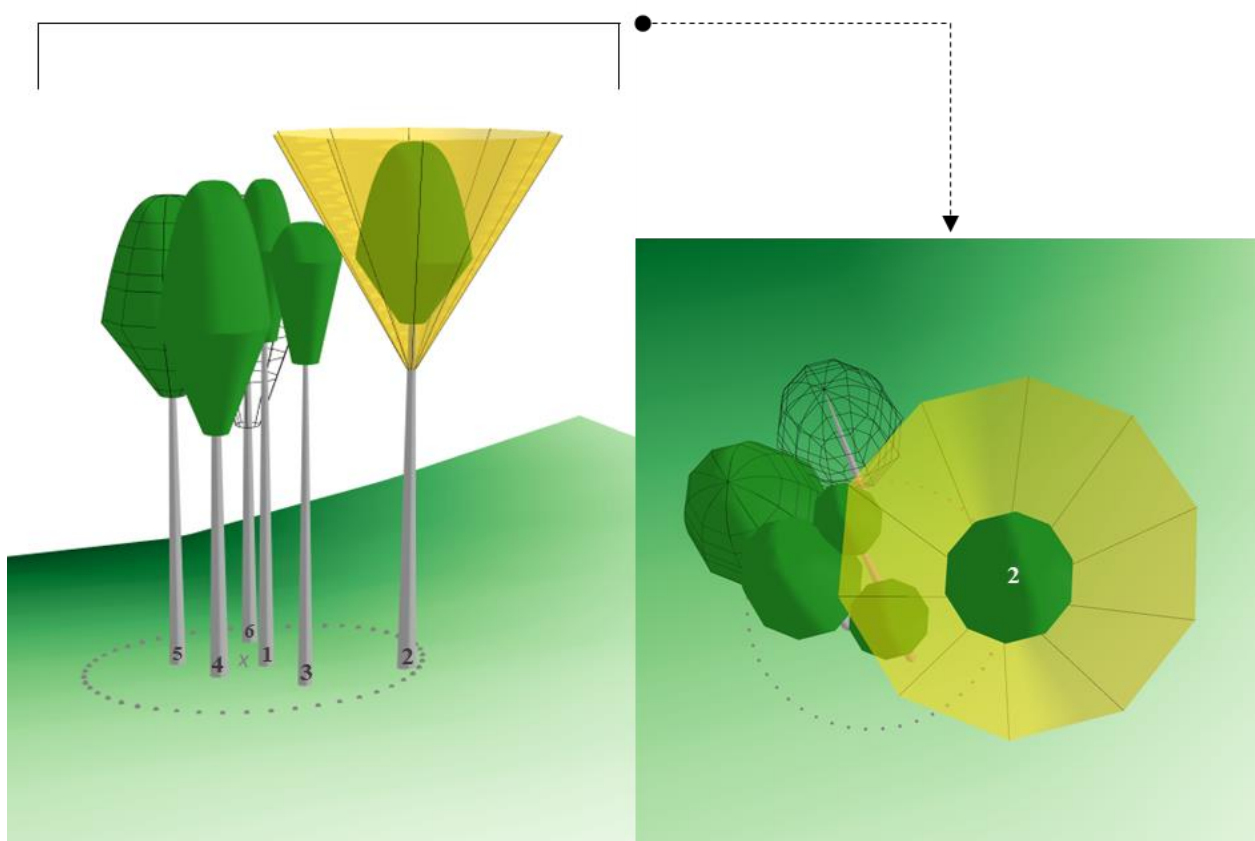
Графикон 39. Угао пресека- δ између купе светлости пројектоване са посматраног стабла j на конкурента i (сиви круг) и спољне границе огледног поља.

Крошње стабала на основу којих су установљене ивице ОП 29 приказане су црном испрекиданом линијом, док је спољна граница представљена пуном црном линијом. Мањи сиви кругови представљају пречнике дебла, а бројеви поред су ознаке стабала. Круг који је обележен истачканом црном линијом обухвата 500 m^2 ,

колико износи површина ОП 29. За корекцију индекса KKL код рубних стабала, неопходно је још утврдити корекциони фактор, којег Martin и остали (1977) називају фактор линеарне експанзије. Предложени поступак за контролу пристрасности приликом симулације раста рубних стабала на огледним пољима подразумева одређивање унутрашњег угла пресека - $\alpha\delta$. Наведени угао код рубних стабала одређује се спајањем центра стабла j са местима на којима је дошло до преклања пројектоване купе светлости и претходно утврђене спољне границе ОП.

Принцип утврђивања унутрашњег угла пресека $\alpha\delta$ приказан је на графикону 39. Сивом линијом представљена је купа светлости стабла j (стабло 6), која је пројектована на конкурента i (стабло 5), док део купе попуњен попречним сивим линијама представља сегмент који се налази унутар ОП. У конкретно приказаном примеру, утврђено је да код стабла $j = 6$ на ОП 29, угао пресека према конкуренту $i = 5$, износи $\alpha\delta = 156,36^\circ$. На основу тако утврђених углова, израчунава се кориговани износ коефицијента конкуренције:

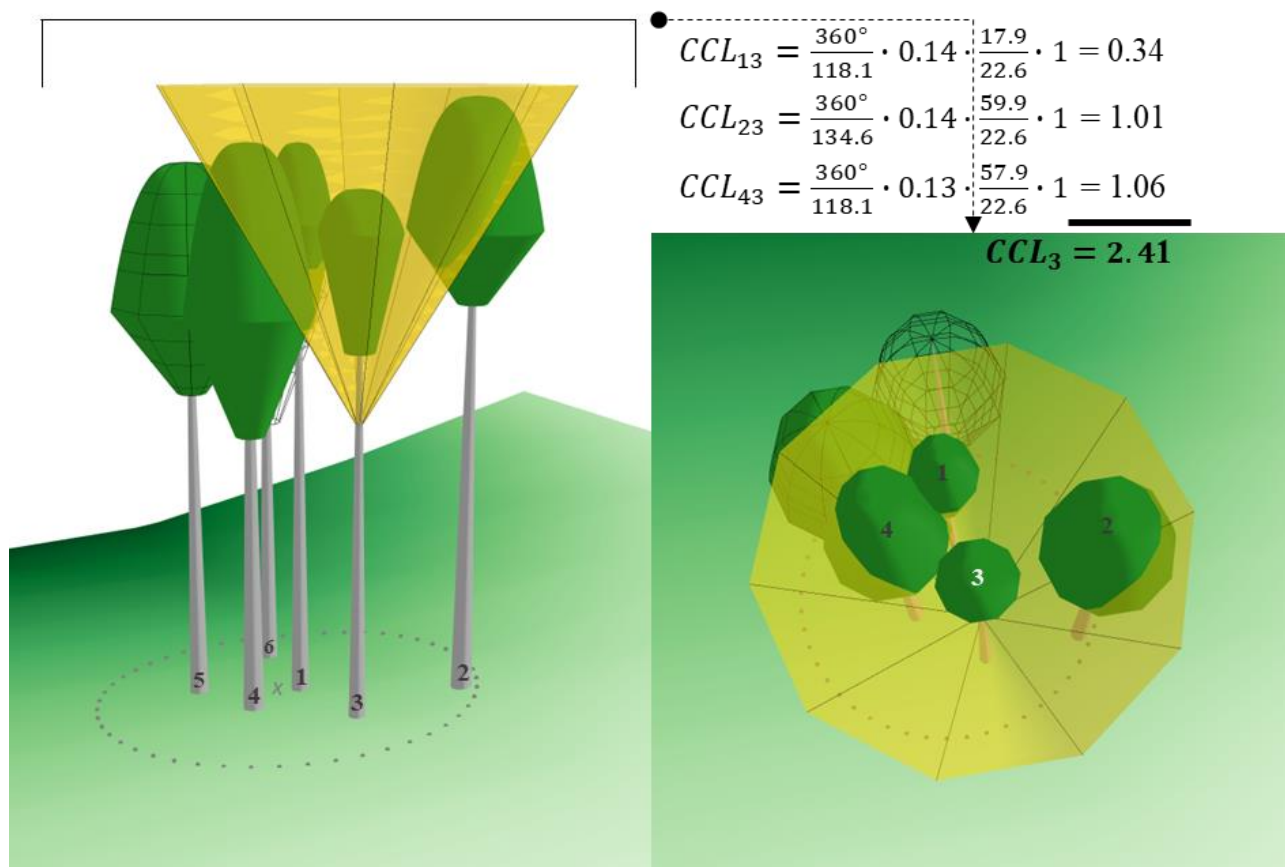
$$KKL_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{360^\circ}{\alpha\delta} \cdot \beta_{i,j} \cdot \frac{cA_i}{cA_j} \cdot k_i \quad (57)$$



Графикон 40. Изглед купе прилива светлости конструисане за стабло 2 у односу на остала стабла са ОП 29 приказан из бочне перспективе (лево) и одозго (десно).

На овај начин, утврђени KKL код рубних стабала се пропорционално увећава за корективни фактор добијен из пропорције између пуног угла од 360° и угла $\alpha\delta$. У конкретном примеру (на ОП 29), утврђено је да стабло 6 има индекс конкуренције од

KKL = 0,20. Од осталих стабала, неометан прилив светлости евидентиран је само код стабла код стабла 2, па је стога KKL овог стабла једнак 0. Изглед купе која симболизује слободни простор за раст, у којем стабло 2 ужива светлост, приказан је из бочне перспективе на левој страни графикана 40. Изглед одозго овог графикана представљен је на десној страни. На стаблима 6 и 5 демонстриране су две сукцесивне фазе конструкције облика крошњи, док је код стабала 1, 2, 3 и 4 приказан само крајњи изглед.



Графикон 41. Изглед купе прилива светлости конструисане за стабло 3 у односу на остала стабла са ОП 29 и конкурентска стабла 1, 2 и 4 који нарушавају овај простор из бочне перспективе (лево) и одозго (десно).

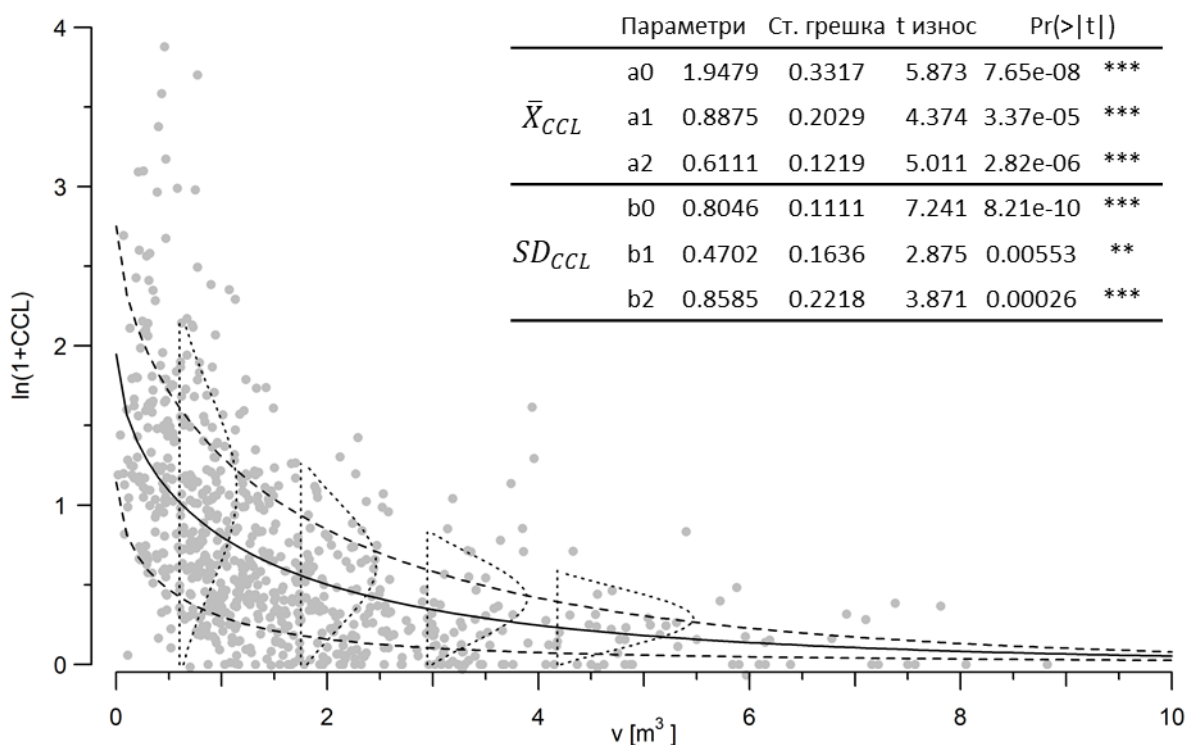
Највећи притисак конкурената и највећи степен конкуренције регистрован је код стабла 3, код којег KKL износи 2,41. Купа прилива светлости код овог стабла, заједно са конкурентима који нарушавају овај простор, је из бочне перспективе приказана на десној страни графикана 41, док се на левој страни налази изглед одозго. Иако на основу овог и претходно приказаних графикана није најочигледније да ово стабло трпи највећи притисак конкуренције, постоји више објективних разлога који иду у прилог тој чињеници. Пре свега, стабло 3 је најниже на ОП 29, па му доток светлости заклањају конкурентска стабла 1, 2 и 4, која се карактеришу значајно развијенијом крошњом и већим висинама. Поред тога, ово стабло и има најмањи прсни пречник, па однос cA_i/cA_j додатно мултиплицира износе. Такође, реч је о рубном стаблу, па се додатно увећање KKL дугује фактору линеарне експанзије, који је рачунат за сва три наведена конкурента. У складу са тим, на графикону 41

приказан је поступак утврђивања KKL према сваком од појединачних конкурената (KKL_{13} , KKL_{23} и KKL_{43}), као и сумарни износ индекса код стабла 3 (KKL_3).

7.3.3.3.2. Праг конкуренције- $Z_{\alpha/2}$

Праг конкуренције- $Z_{\alpha/2}$ за конкретно стабло утврђује се упоређивањем стварног и очекиваног износа KKL . Ова величина представља меру која има за циљ да опише колико притисак који трпи посматрано стабло одступа од средњег притиска, регистрованог код стабала истих или сличних димензија. Поменути коефицијент има посебно значајну улогу у поступку евалуације ефеката узгојних интервенција на раст и прираст стабала и састојина, али и аутоматизације одабира стабала која у ту сврху требају бити уклоњена.

У склопу поступка израчунавања $Z_{\alpha/2}$, било је неопходно најпре извршити моделовање растурања средњих износа и стандардних девијација KKL индекса (\bar{X}_{KKL} и SD_{KKL}) у односу на различите запремине стабала (v). На графикону 42 је сивим тачкама приказано експоненцијално опадање износа $\ln(1 + KKL)$ са повећањем запремине, утврђено код 783 анализираних стабала на 66 огледних поља.



Графикон 42. Експоненцијално опадање износа $\ln(1 + CCL)$ са повећањем запремине код 783 анализираних стабала букве на 66 огледних поља.

Црна пуна линија представља регресиону криву добијену на основу модела:

$$\bar{X}_{KKL} = \frac{a_0}{e^{a_1 \cdot v^{a_2}}} \quad (58)$$

С друге стране, испрекидане линије означавају промену стандардне девијације изнад и испод регресионе криве и формиране су на основу функције:

$$SD_{KKL} = \frac{b_0}{e^{b_1 \cdot v^{b_2}}} \quad (59)$$

Параметри оба наведена модела и њихове статистичке карактеристике, дати су у горњем десном углу графикана 42. Вертикалним тачкастим линијама приказане су нормалне дистрибуције резидуала за случајно одабране износе \bar{X}_{CCL} и SD_{CCL} .

Коначни износ $Z_{\alpha/2}$ утврђује се упоређивањем стварног KKL износа са очекиваним \bar{X}_{KKL} и SD_{KKL} за дату запремина стабала, односно:

$$Z_{\alpha/2} = \frac{\ln(1 + KKL) - \bar{X}_{KKL}}{SD_{KKL}} \quad (60)$$

Генерално, сматра се да стабло трпи критичан притисак конкуренције, ако има KKL индекс већи 2,5 пута од емпиријски утврђене стандардне девијације за дату v , односно ако је $Z_{\alpha/2}$ већи од 2,5.

7.3.3.3. Асиметричност притиска конкурената- RDIST

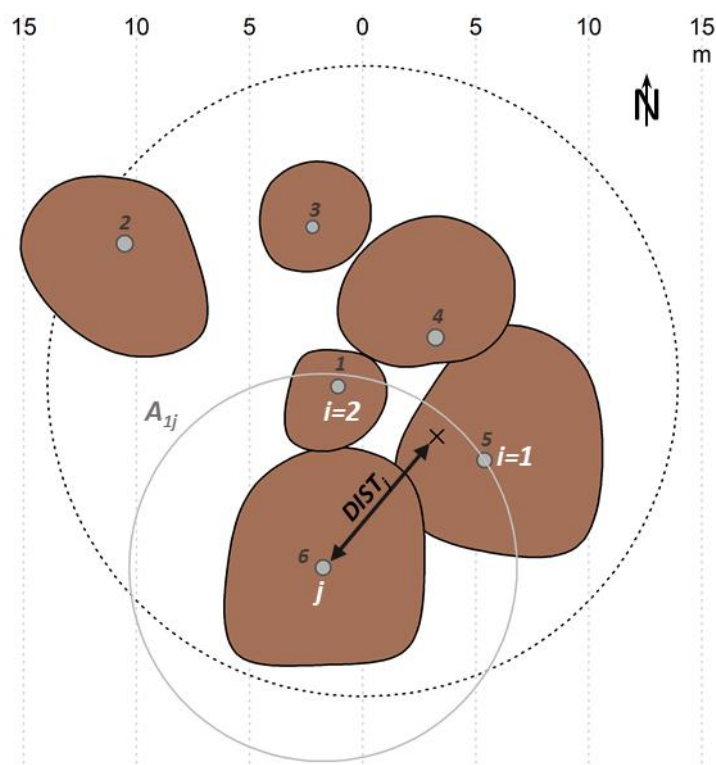
Недостатак индекса KKL је тај што се приликом његовог рачунања не узима довољно прецизно симетричност распореда конкурената око посматраног стабла. То значи да два стабла могу имати идентичан износ KKL, са потпуно различитим просторним распоредом њихових конкурената. Тако на пример, конкуренти могу да буду равномерно распоређени око једног од посматраних стабала и да га на тај начин симетрично притискају са свих страна. Насупрот томе, код другог стабла са истим износом KKL-а, сви конкуренти могу бити груписани на једној истој страни посматраног стабла. У том случају, притисак на посматрано стабло је доста мањи него код стабла с равномерно распоређеним конкурентима.

У циљу корекције ове појаве Pukkala (1989) је предложио метод за квантификацију асиметричности конкуренције (RDIST). Принцип утврђивања индекса RDIST, на примеру стабла 6 на ОП 29, приказан је на графикону 43. У том смислу, неопходно је најпре одредити просечну просторну позицију конкурената ($i_{1..n}$), која се израчунава као пондерисана аритметичка средина, где се као пондер узима KKL одређен за сваки од конкурената. Декартове координате центра притиска ка посматраном стаблу j (\bar{x}_j и \bar{y}_j), израчунавају се помоћу следећих образаца:

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n x_i \cdot KKL_{ij}}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n KKL_{ij}} \quad (61)$$

$$\bar{y}_j = \frac{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n y_i \cdot KKL_{ij}}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n KKL_{ij}} \quad (62)$$

где су са x_i и y_i означене координате конкурената i , док KKL_{ij} представља индекс конкуренције ових стабала.



Графикон 43. Утврђивања индекса $RDIST$ на примеру стабла 6 (j) на ОП 29.

Затим је помоћу суме квадрата (63) утврђена дистанца - $DIST_j$ (у m) између координата посматраног стабла j (x_j и y_j) и претходно утврђеног центра притиска:

$$DIST_j = \sqrt{(x_j - \bar{x}_j)^2 + (y_j - \bar{y}_j)^2} \quad (63)$$

На графикону 43 су симболом „x“ приказане утврђене координате центра конкурената $i = 1$ и $i = 2$, а црном линијом је представљена $DIST_j$ између посматраног стабла j ($j = 6$) и центра притиска.

За утврђивање коефицијента асиметрије, неопходно је још утврдити просечну удаљеност између посматраног стабала и његових конкурената - \bar{r}_j (у m), која се одређује помоћу обрасца:

$$\bar{r}_j = \sqrt{\frac{A_j}{n_j}} \quad (64)$$

где је n_j број конкурената укључујући и посматрано стабло j , а A_j површина сивог круга у m^2 (графикон 43). Пречник овог круга одговара дистанци до најудаљенијег конкурента посматраног стабла j , што је у овом случају стабло број 5, означено и као конкурент $i = 2$. Коначно утврђивање коефицијента асиметрије конкуренције код посматраног стабла ($RDIST_j$) реализује се помоћу израза:

$$RDIST_j = \frac{DIST_j}{\bar{r}_j} \quad (65)$$

Минимални износ овог коефицијента је 0 и он указује на потпуну симетричност распореда конкурената око посматраног стабла. У том случају, координате посматраног стабла и центра притиска конкуренције се поклапају. Са израженијом асиметријом распореда конкурената, износ $RDIST$ расте до максималних 1. У конкретном примеру, утврђено је да код стабла 6 ($j = 6$) $RDIST$ износи 0,88, што указује на јако изражену асиметрију распореда конкурената. За разлику од тога, најправилнији распоред конкурената на примерном ОП 29 има стабло 1, код ког је $RDIST = 0,50$.

7.3.3.4. Примешаност других врста - MIX

Прираст стабала у мешовитим састојинама додатно је модификован присуством више врста дрвећа, посебно уколико је реч о заједницама које чине врсте са различитим еко-физиолошким карактеристикама (Pukkala 1989; Pretzsch 1995). У том смислу, приликом симулације раста неопходно је за свако стабло одредити индекс примешаности других врста- MIX_j , који се добија помоћу:

$$MIX_j = \frac{\sum_{i \in N}^n P_{ok_i}}{\sum_{i=1}^n P_{ok_i}} \quad (66)$$

Овај индекс представља удео површине омотача крошњи (P_{ok}) код стабала врсте N у односу на укупну P_{ok} свих стабала. За одређивање овог индекса, узимају се сви конкуренти који се од посматраног стабла j , налазе на удаљености мањој од двоструке ширине крошње ($2b$) или на дистанци до 10 метара, уколико је $2b > 10$ m.

7.3.3.4 Модул раста

Симулирања процеса раста стабала реализовано је применом тзв. методе редукционих коефицијената, установљене од стране Kahn-а (1994). Овај приступ подразумева да се одређивање стварно могућег увећања димензија, заснива на редукцији потенцијалног прираста (i^{pot}), кроз директну или индиректну модификацију параметара емпиријских модела раста. Прилагођавање параметара модела се реализује на основу њихове везе са најбитнијим варијаблама које карактеришу конкретне станишне и састојинске услове, чиме долази до одговарајућих промена у облику и изгледу кривих раста и прираста.

Након прилагођавања очекиване динамике раста за посматране станишне услове, износи потенцијалног прираста (i^{pot}) се добијају као разлика између димензија на почетку и на крају посматраног периода. На пример, за потенцијални прираст висине имамо:

$$i_h^{pot} = h_2 - h_1 \quad (67)$$

Коначни прираст (i) се добија модификацијом потенцијалног прираста у зависности од конкурентског притиска и виталности посматраног стабала.

У складу са претходно наведеним, може се рећи да је прираст стабла у функцији од станишних услова (su), конкурентских односа (ko) и виталности (vt), односно у математичком облику написано:

$$i = f(su, ko, vt) \quad (68)$$

На тај начин, обезбеђено је да се симулација раста истовремено буде сензитивна на промене:

- климатских и осталих станишних параметара,
- састојинских услова односно социјалног положаја унутар састојине и
- здравственог стања и виталности појединачних стабала.

7.3.3.4.1. Утицај промене станишних услова на раст

Представљање зависности елемената раста од промене станишних услова једна је од најважнијих поставки хибридних симулатора. Након прикупљања емпиријских података у прикладном обиму и параметризације емпиријских модела раста, неопходно је омогућити њихову „сензитивност“ према промени станишних услова. То подразумева успостављање каузалне везе између продукционог потенцијала станишта букве и резултујућег раста и прираста стабала.

У ту сврху, имплементирана је методологија (Kahn, Ďurský 1990; Kahn, Pretzsch 1992; 1994) која такође представља важну компоненту симулатора SILVA (Pretzsch et al. 2002a) и SYBILA (Fabrika 2005). Овај методолошки приступ развијен на бази емпиријског материјала са 330 дугорочних огледних површина, чији премер се састоји од 3.120 тачака, од којих најстарији податак датира из 1873. године (Kahn 1994). С обзиром да у нашој земљи не постоје слична истраживања о природи утицаја станишних услова на раст букве, усвојена методологија и пратећи коефицијенти представљају прелазно решење, које ће у будућности бити замењени новим параметрима уподобљеним и формираним за еколошку амплитуду раста букве у Србији.

Као основне климатске и земљишне факторе који директно регулишу динамику раста, Kahn-а (1994) је издвојио следећих 9 станишних варијабли (S_i):

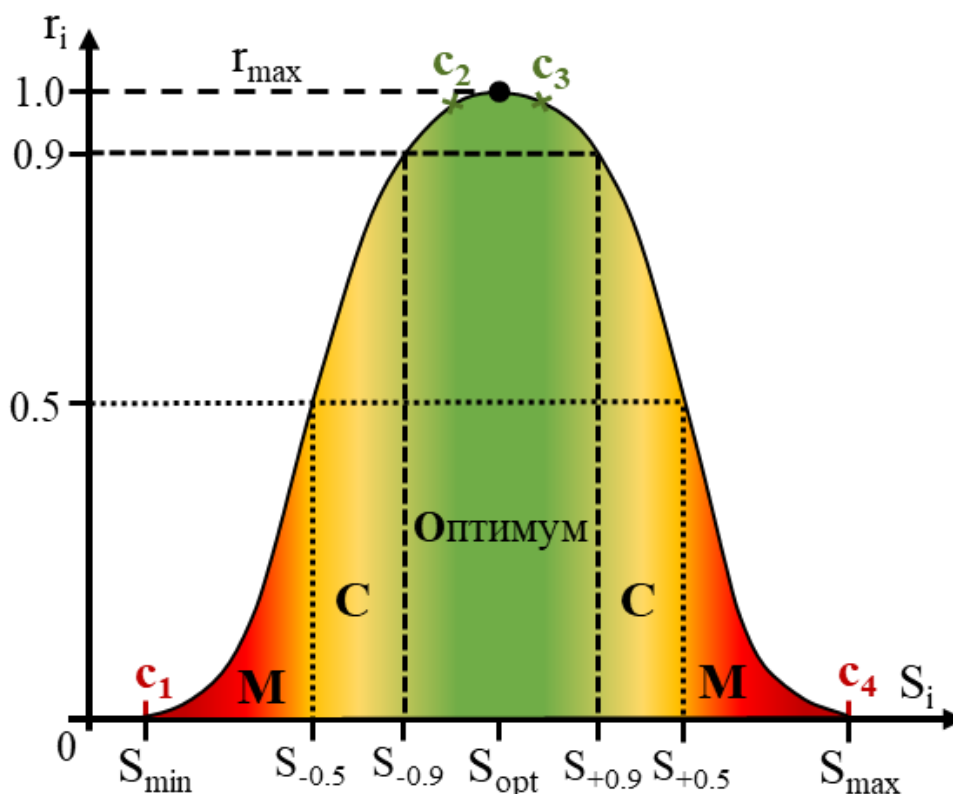
S_1	N ₂ O	- Концентрација натријумових једињења у ваздуху [ppb];
S_2	CO ₂	- Концентрација угљен диоксида у ваздуху [ppm];
S_3	NUTR	- Релативна оцена нутритивне способности земљишта, од 0 (најсиромашнија) до 1 (најбогатија);
S_4	DAYS	- Број дана у вегетационој сезони, у које се убрајају сви дани са температуром преко 10°C;
S_5	TAMPL	- Годишња температурна амплитуда, која представља разлику између минималне и максималне годишње температуре у °C;
S_6	TEMP	- Просечна дневна температура у вегетационом периоду у °C (од априла до септембра);
S_7	MOIST	- Влажност земљишта у релативним јединицама, од 0 (најсувља) до 1 (највлажнија);
S_8	PRECIP	- Сума падавина температура у вегетационом периоду у mm/m ² (од априла до септембра);

S_9 ARID - Индекс аридности по *de Marton*-у у $\text{mm}/^\circ\text{C}$, који се израчунава као:

$$S_9 = \frac{S_8}{S_6 + 10}$$

У следећем кораку се врши оцена ефеката станишних варијабли (S_i) на раст и прираст стабала, при чему се израчунавају релативни коефицијенти утицаја за сваки од наведених параметара (r_i). У ту сврху, примењују се трансформационе функције, чија конструкција се заснива на теорији "раштрканих скупова" (енгл. *fuzzy sets*). Генерални механизам трансформације станишних варијабли у релативне коефицијенте приказан је на графикану 44.

На апсциси овог графикана је приказана еколошка амплитуда станишне варијабле (S_i), која варира од минималног до максималног износа у којима се дата врста јавља. На пример, то може да подразумева амплитуду варијације просечне дневне температуре у вегетационом периоду (S_6) или броја дана у вегетационој сезони (S_4), као и неку другу од наведених варијабли. Ордината представља трансформисане износе коефицијената (r_i), који се крећу од 0 до 1. Уколико се посматрана станишна варијабла креће у оквиру износа који дају коефицијент утицаја између 0,9 и 1,0 врста се налази у оптималним станишним условима. Ако се r_i креће од 0,5 до 0,9 ради се о субоптималним условима (С), док износи $r_i < 0,5$ указују да постоје минимални или маргинални услови (М) за раст и прираст стабала и састојина.



Графикон 44. Механизам трансформације станишних варијабли у релативне коефицијенте (према Kahn 1994).

Трансформациона функција подразумева постојање преломних тачака- c_i , које карактеришу подобност услова за раст. У суштини, c_i представљају граничне износе станишних варијабли у оквиру еколошке амплитуде распрострањена између којих се услови за раст битно мењају. Интерполацијом између c_i , добијен је аналитички израз трансформационе функције, која има следећи облик:

$$r(S_i) = \begin{cases} (S_i > c_1) \wedge (S_i < c_1 + \frac{c_2 - c_1}{2}) \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{S_i - c_1}{c_2 - c_1}\right)^2 \\ (S_i \geq c_1 + \frac{c_2 - c_1}{2}) \wedge (S_i < c_2) \Rightarrow 1 - 2 \cdot \left(\frac{S_i - c_2}{c_2 - c_1}\right)^2 \\ (S_i \geq c_2) \wedge (S_i < c_3) \Rightarrow 1 \\ (S_i \geq c_3) \wedge (S_i < c_3 + \frac{c_4 - c_3}{2}) \Rightarrow 1 - 2 \cdot \left(\frac{S_i - c_3}{c_4 - c_3}\right)^2 \\ (S_i \geq c_3 + \frac{c_4 - c_3}{2}) \wedge (S_i < c_4) \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{S_i - c_4}{c_4 - c_3}\right)^2 \\ (S_i < c_1) \wedge (S_i > c_4) \Rightarrow 0 \end{cases} \quad (69)$$

Флексибилност и симетричност функције осигурана је са четири c_i , који омогућавају добијање било којег износа r_i у опсегу од 0 до 1. Граничне величине коефицијената c_i за свих 9 станишних варијабли код букве, дати су у табели 25.

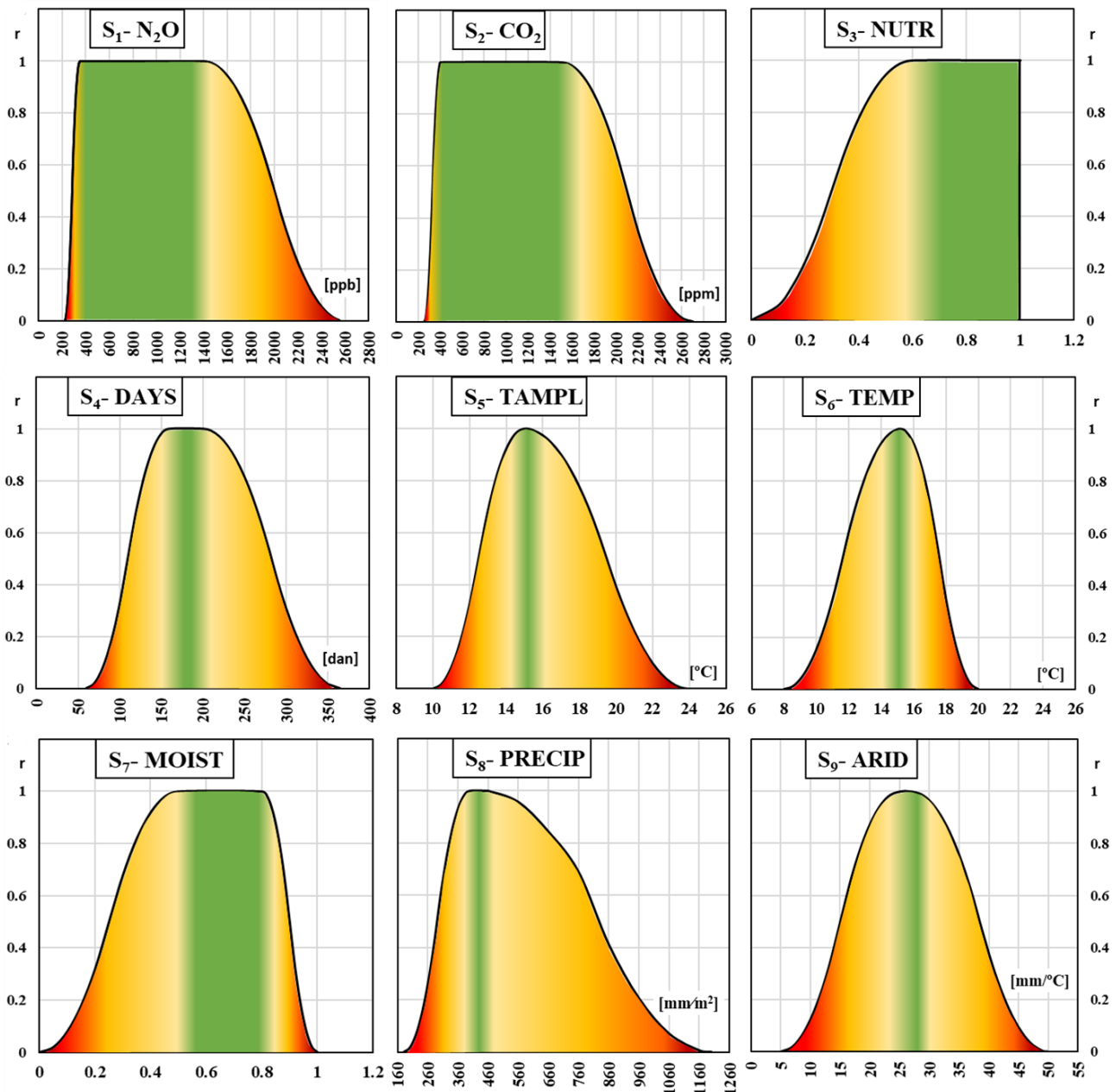
Табела 25. Гранични износи коефицијената c_i за свих 9 станишних варијабли код букве (према Kahn 1994)

Станишне варијабле		c_1	c_2	c_3	c_4
S_1	N ₂ O [ppb]	220	350	1400	2600
S_2	CO ₂ [ppm]	250	400	1500	2700
S_3	NUTR	0	0,6	1	1
S_4	DAYS	60	160	200	365
S_5	TAMPL [°C]	10	15	15	24
S_6	TEMP [°C]	8	15,2	15,2	20
S_7	MOIST	0	0,5	0,8	1
S_8	PRECIP [mm/m ²]	180	400	450	1200
S_9	ARID [mm/°C]	5	25	27	50

Сходно томе, варирање S_i између граничних c_2 и c_3 представља оптималне услове за раст, који резултују максималним износом r_i . Уколико је S_i мање од c_1 или веће од c_4 , дата станишна варијабла се налази ван еколошке амплитуде за посматрану врсту, па ће за њу бити одређен нулти износ релативног коефицијента ($r_i = 0$). Посматрано од c_1 према c_2 , износи r_i криволинијски расту, а на средини

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

криве ($r_i = 0,5$) се појављује тачка инфлексије, која означава прелаз из конкавног у конвексни облик. Након максимума и заравњавања на средини, у делу између c_3 и c_4 , крива r_i опада ка нултом износу варијабле, уз појаву још једне преломне тачке на средини. Помоћу израза (69) формиране су трансформационе криве за све одабране станишне варијабле (графикон 45). Зеленом бојом су означени делови амплитуде станишних фактора, који се сматрају оптималним за раст букве. Поступна промена нијанси наранџасте боје ка црвеној, указује на промену од субоптималних ка маргиналним условима за раст ове врсте дрвећа.



Графикон 45. Трансформационе криве станишних варијабли и њихова подобност за букву (према Kahn 1994).

Следећи корак у процесу трансформације индивидуалних утицаја станишних варијабли у резултујуће ефекте станишта подразумева примену тзв. агрегатних

функција. Том приликом, неопходно је имати у виду да се различити станишни фактори и у зависности од међусобне констелације, могу понашати лимитирајуће или интерактивно. У алгебарском смислу, лимитирајући фактори ($r_{i...n}$) подразумевају примену тзв. мултипликацијске искључивости представљене коњуктивним оператором „а“ у следећем облику:

$$r_{lim} = \prod_{i=1}^n r_i = r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_n \quad (70)$$

Овим оператором се омогућава заустављање функционисања система све док се поново не стекну неопходни услови, односно све док варијабле система које су анулирала ефекат не достигну бар минималне позитивне износе.

С друге стране, за представљање интеракције користи се дисјунктивни оператор „или“, који подразумева логичку суму негација дату у форми:

$$r_{sum} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_i) = 1 - (1 - r_1) \cdot (1 - r_2) \cdot \dots \cdot (1 - r_n) \quad (71)$$

У циљу спознаје и давања прогнозе резултујућег деловања коњутивног и дисјунктивног оператора Zimmermann и Zysno (1980) су предложили апликацију тзв. агрегационе функције са коефицијентом за ограничавање ефеката. Ова функција је изузетно флексибилна и представља комбинацију оба претходно наведена оператора:

$$r_{kom} = r_{lim}^{1-\gamma} \cdot r_{sum}^{\gamma} = \left(\prod_{i=1}^n r_i \right)^{1-\gamma} \cdot \left(1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_i) \right)^{\gamma} \quad (72)$$

где γ представља агрегациони коефицијент. Улога коефицијента γ је да кроз своје износе који се крећу од $0 \leq \gamma \leq 1$, додатно модификује укупни ефекат система. Када је $\gamma = 0$, резултанта је детерминисана делом израза који представља лимитирајуће факторе (r_{lim}). Насупрот томе, укупан ефекат код $\gamma = 1$ је у потпуности везан за интеракцију станишних фактора (r_{sum}). Варијације коефицијента γ између екстрема омогућавају велику флексибилност у погледу предвиђања потенцијалне реакције система.

У складу са описаним моделом за релативну оцену ефеката станишта на раст стабала у симулаторима SILVA (Pretzsch et al. 2002a) и SYBILA (Fabrika 2005) коришћене су три идентичне агрегатне функције. Њиховом преузимањем и применом у симулатору РАСТко евалуиран је укупни **нутритивни** (r_N), **термални** (r_T) и **хумидни** (r_H) **ефекат станишта**. У сврху оцене укупног нутритивног ефекта (r_N):

$$r_N = \left(\prod_{i=1}^3 r_i \right)^{1-\gamma_4} \cdot \left(1 - \prod_{i=1}^3 (1 - r_i) \right)^{\gamma_4} \quad (73)$$

комбиновани су параметри r_i одређени за атмосферску концентрацију азотних једињења (S_1 -NOx), угљен диоксида (S_2 -CO₂) и нутритивни потенцијал станишта (S_3 -NUTR). Приликом евалуације термалног режима станишта (r_T):

$$r_T = \left(\prod_{i=4}^6 r_i \right)^{1-\gamma_5} \cdot \left(1 - \prod_{i=4}^6 (1 - r_i) \right)^{\gamma_5} \quad (74)$$

укључена одређени су износи r_i за дужину вегетационог периода (S_4 - DAYS), амплитуду температурних осцилација на годишњем нивоу (S_5 - TAMPL) и просечну температуру у делу године када се одвија раст стабала (S_6 - TEMP). За одређивање укупног **ефекта хумидности** (r_H):

$$r_H = \left(\prod_{i=7}^9 r_i \right)^{1-\gamma_6} \cdot \left(1 - \prod_{i=7}^9 (1 - r_i) \right)^{\gamma_6} \quad (75)$$

коришћени су коефицијенти r_i израчунати на основу дате влажности земљишта (S_7 - MOIST), количине падавина у вегетационој сезони (S_8 - PRECIP) и индекса аридности (S_9 - ARID).

Израчунати агрегатни ефекти и станишни параметри су затим даље комбиновани у релативне коефицијенте за модификацију висинског потенцијала (r_A), времена кулминације висинског прираста (r_{tkulm}) и прираста темељнице (r_g). Агрегационе функције за израчунавање ових ефеката су следеће:

$$r_A = (r_N \cdot r_T \cdot r_H)^{1-\gamma_1} \cdot (1 - (1 - r_N) \cdot (1 - r_T) \cdot (1 - r_H))^{\gamma_1} \quad (76)$$

$$r_{tkulm} = (r_N \cdot r_T \cdot r_H)^{1-\gamma_2} \cdot (1 - (1 - r_N) \cdot (1 - r_T) \cdot (1 - r_H))^{\gamma_2} \quad (77)$$

$$r_g = (r_N \cdot r_6 \cdot r_8)^{1-\gamma_3} \cdot (1 - (1 - r_N) \cdot (1 - r_6) \cdot (1 - r_8))^{\gamma_3} \quad (78)$$

Коефицијенти намењени модификацији висинског раста стабала (r_A и r_{tkulm}) укључују све комбинације станишних фактора. С друге стране, установљено је да прираст попречног пресека (r_g) значајно зависи од нутритивног ефекта (r_N) и појединачних утицаја температуре и количине падавина у вегетационој сезони (r_6 и r_8). Агрегациони коефицијенти, које је у својим истраживањима раста и развоја састојина букве утврдио Kahn-а (1994), дати су у табели 26.

Табела 26. Износи коефицијента γ за агрегационе функције (73 - 78) код букве (према Kahn 1994).

γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6
0,821619213	0,999999900	0,9949252	0,978181424	0,000000010	0,000000010

7.3.3.4.2. Висински прираст

Поступак и резултата тестирања и избора најподобнијег GADA модела за представљање висинског раста доминантних стабала букве презентовани су у склопу поглавља 7.2.1 За разлику од симулатора SILVA и SYBILA, у којима су имплементирани анаморфни и полиморфни модели добијени класичним методама израде кривих станишних индекса, код РАСТка је проблем избора референтне старости решен GADA приступом. На овај начин, су кроз M5 форму Charman-Richards-

ове функције, добијене непристрасне криве висинског раста букве на стаништима различитог производног потенцијала. С обзиром да су приликом трансформације параметри динамичног модела везани за претпостављену меру продуктивности станишта могуће је извршити директно моделовање њихове зависности са станишним варијаблама. Међутим, услед недостатка података за спровођење овако сложених анализа, модификација параметра модела раста у висину вршена је посредно, применом израза 76 и 77. На тај начин, омогућена је полиморфна интерполација у опсегу између минималних и максималних кривих висинског раста. Приликом проучавања састојина букве које расту у екстремним станишним условима, Kahn (1994) је закључио да доња асимптота на најгорим стаништима треба да износи $A_0 = 10,0$. Усвојени износ важан је за дефинисање опсега варирања асимптоте A_1 , који се израчунава као:

$$A_1 = A_{max} - A_{min} = A_{max} - 10, \quad (79)$$

где су са A_{max} и A_{min} означене минимална и максимална асимптота. За разлику од минималне, максимална асимптота је преузета из кривих станишних индекса представљених у поглављу 7.2.1. Поред тога, из представљених станишних индекса узете су и године кулминације текућег прираста на најбољим (t_{min}) и најлошијим стаништима (t_{max}). На тај начин, за t_0 је усвојена максимална старост у којој је утврђена кулминација, док је t_1 одређена као разлика:

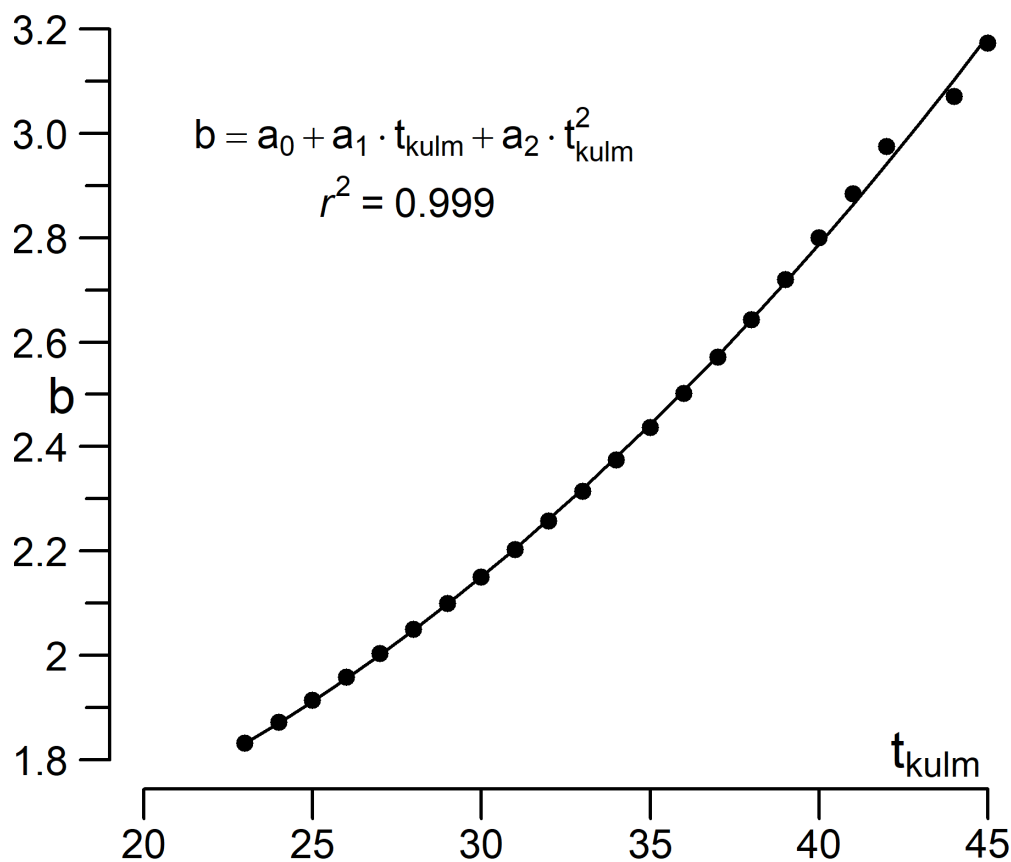
$$t_1 = t_{max} - t_{min} \quad (80)$$

У складу са претходно изнетим информацијама, асимптота и године кулминације текућег висинског прираста у конкретним станишним условима одређене су интерполацијом на основу следећих израза:

$$A = A_0 + A_1 \cdot r_A \quad (81)$$

$$t_{kulm} = t_0 - t_1 \cdot r_{tkulm} \quad (82)$$

Поред ових података, за прилагођавање криве висинског раста неопходно је још утврдити параметре нагиба - c и облика - b . За израчунавање параметра облика искоришћена је јака веза између времена кулминације висинског прираста - t_{kulm} и облика криве - b (графикон 46). Зависност између ова два параметра модела на стаништима различитог производног потенцијала готово је у потпуности објашњена ($r^2 = 0,999$) параболом другог реда.



Графикон 46. Зависност облика криве- b од времена кулминације- t_{kulm} код висинског прираста за станишта букве у западној Србији.

Параметри параболе другог степена приказани су на графикону 46 (a_0 , a_1 и a_2), заједно су са свим претходним коефицијентима дати у табели 27. Имајући у виду да је параметар c у М5 процењиван као глобални и да је заједнички за све станишне криве, његов износ је преписан у табелу 27.

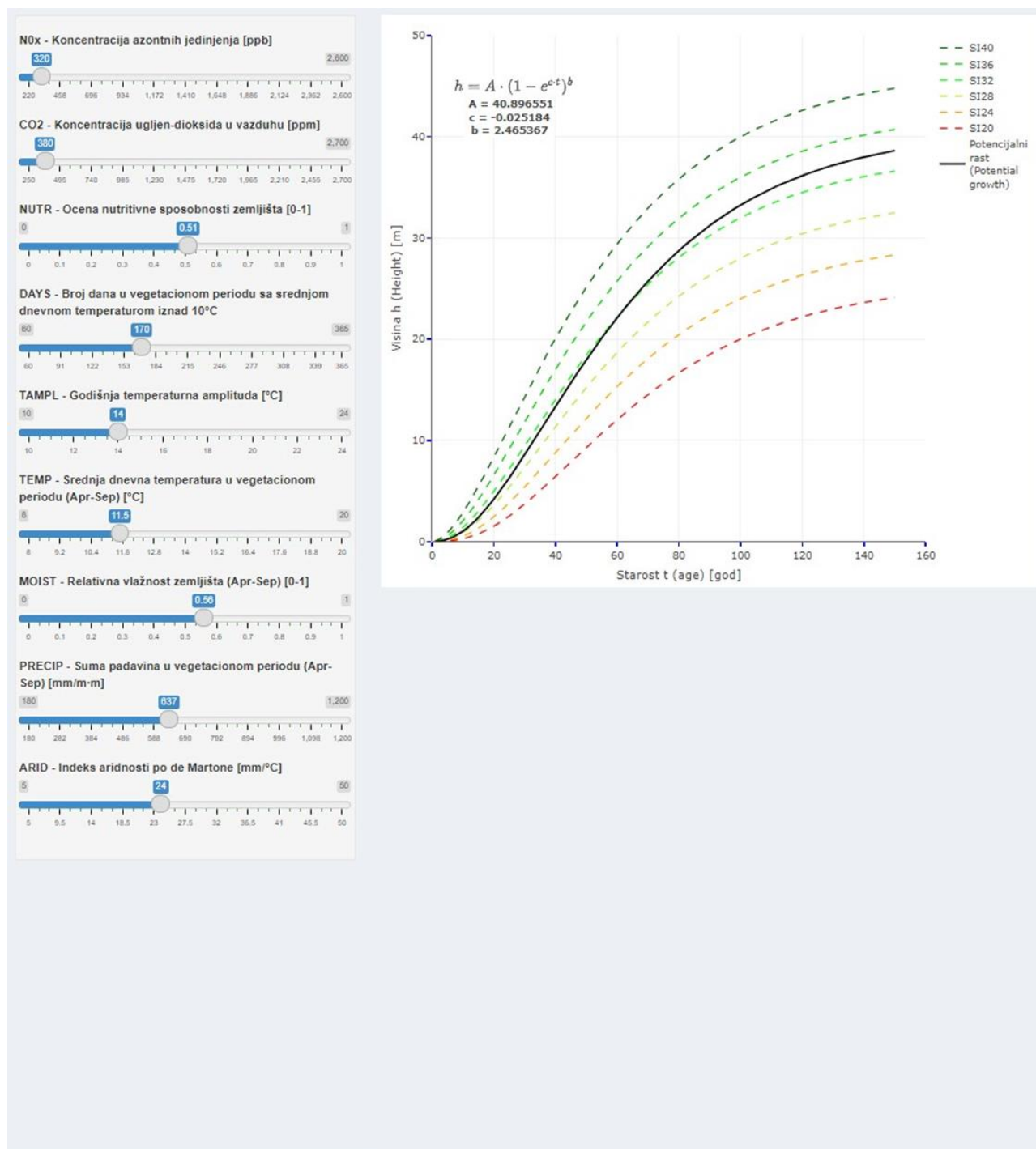
Табела 27. Параметри за одређивање потенцијалног висинског раста букве у западној Србији.

A_0	A_1	t_0	t_1	a_0	a_1	a_2	c
10	38,81168445	46	23	1,51803	-0,010966	0,0010682	-0,02540637

Пример одређивања потенцијалне динамике раста и прираста у датим станишним условима приказан је на графикону 47. У оквиру клизача који се налазе у десном делу графика у плавом прозору су истакнути одабрани износи станишних варијабли S_1 - S_{10} . На скали испод је приказан опсег варирања сваког фактора понаособ. Конкретан износ сваког појединачног параметра се може променити померањем сиве тачке на леву или десну страну, што се аутоматски одражава на криву раста. У складу са селектованим износима станишних варијабли S_1 - S_{10} , израчунати су и на графикону дати и параметри Шарпан-Richards-овог модела (A , b , c). Крива потенцијалног висинског раста, одређена на овај начин,

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији

представљена је пуном црном линијом. Поред ове криве, испрекиданим линијама и одговарајућим бојама, приказане су и криве станишних индекса од 20 до 40 m (SI20-SI40) у референтној старости од 100 година.



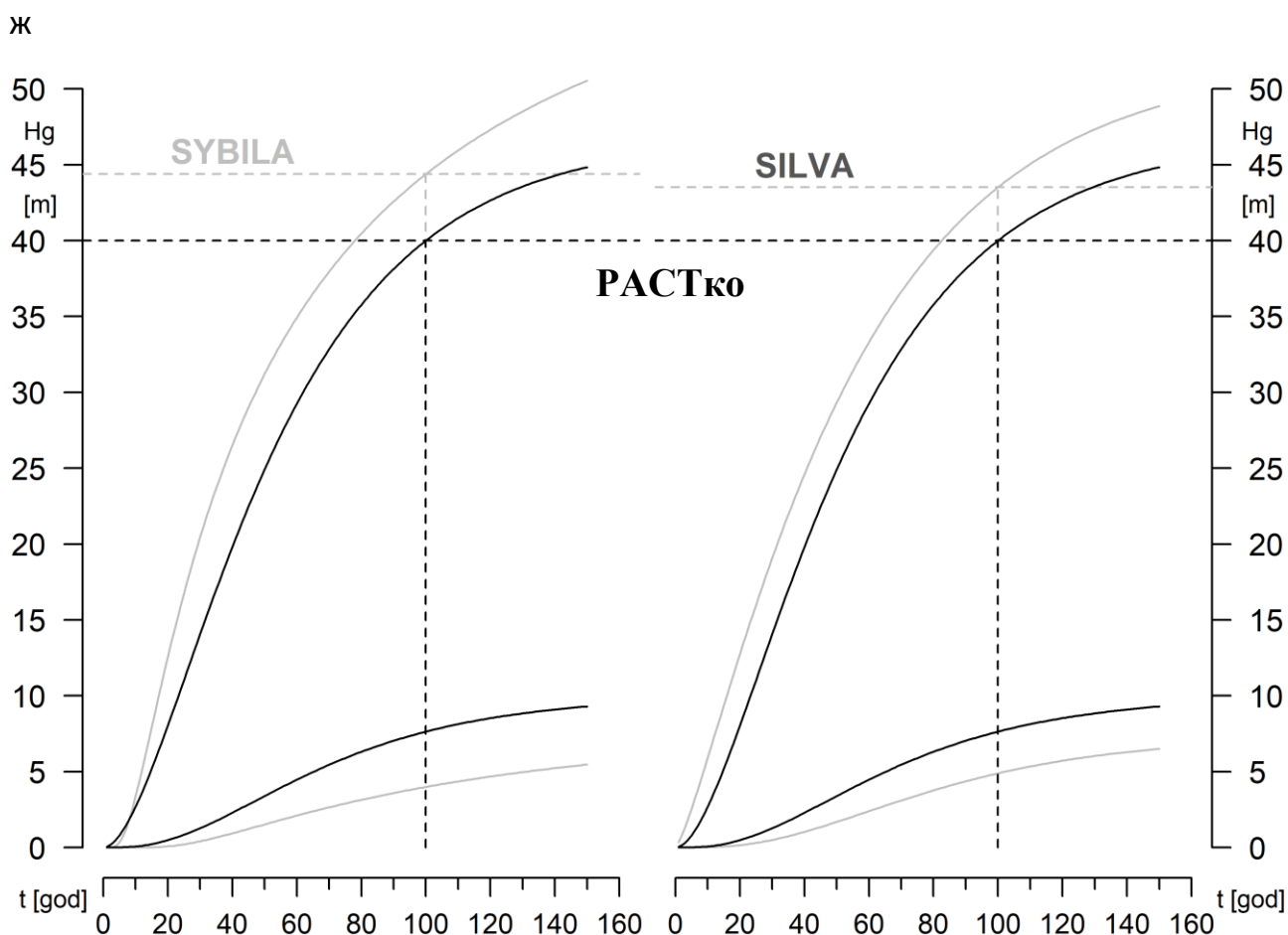
Графикон 47. Пример криве висинског раста букве за конкретне станишне услове.

На овај начин примењена је на емпиријским подацима о висинском расту букве на подручју западне Србије Kahn-ова методологија моделовања потенцијалног висинског раста и прираста појединачних стабала (Kahn, Ďurský 1990; Kahn, Pretzsch 1992; Kahn 1994). Идентичан приступ приликом одређивања потенцијалног висинског раста и прираста имплементиран је и у хибридном

симулаторима SILVA (Pretzsch и остали, 2002) и SYBILA (Fabrika, 2005). Међутим, суштинска разлика између наведених симулатора и РАСТка, везана је за поступак калибрације и конструкције модела висинског раста. Методологија израде полиморфних станишних индекса који су уграђени у симулаторе SILVA и SYBILA делимично је оптерећена проблемом избора референтне старости. Из тог разлога, промена износа референтне старости доводи до модификације целокупног бонитетног снопа.

За разлику од тога, код станишних индекса у симулатору РАСТко, проблем старосне инваријантности решен је применом GADA приступа. Треба имати у виду и да су емпиријски модели превасходно намењени за употребу у подручјима са којих су прикупљени подаци коришћени приликом параметризације модела.

На графикону 48 су одговарајућим бојама приказане криве висинског раста стабала букве на најпроизводнијим и најлошијим стаништима код симулатора РАСТко, SILVA (Pretzsch и остали, 2002) и SYBILA (Fabrika, 2005). Висине у референтној старости од 100 година, приказане су пресеком вертикалних и хоризонталних испрекиданих линија одговарајућих боја.



Графикон 48. Упоредни приказ кривих висинског раста букве у оптималним и најмање повољним станишним условима код симулатора РАСТко, SILVA (Pretzsch и остали, 2002) и SYBILA (Fabrika, 2005).

Разлике у висинама на најпроизводнијим стаништима по дефинисаним моделима висинског раста у симулаторима SYBILA и РАСТко износе 4,4 m, а између SILVA и РАСТко 3,5 m. Поред евидентираних разлика у максималним висинама на најбољим стаништима, уочљива је и изражена диспропорције у погледу темпа и интензитета раста још од најранијег периода. Наведене чињенице још једном потврђују добро позната ограничења примене емпиријских модела раста и указују да је апликација наведених хибридних симулатора раста појединачних стабала потпуно оправдана једино у подручјима за која је извршена калибрација модела раста.

Приликом симулације раста, одређивање висинског прираста (i_h) одвија се за сваку годину посебно, а раст се остварује тако што се утврђени износи i_h додају стартним износима. У сврху утврђивања i_h , најпре је неопходно израчунати потенцијалне износе прираста (i_h^{pot}), који се одређују за дату старост стабала (t) и конкретне станишне услове. Уколико није унесен прецизан податак о старости стабала, пре покретања саме симулације врши се одређивање очекиване старости сваког појединачно стабла. Овај корак се реализује у склопу примарне обраде података:

$$t = \frac{\log\left(1 - \left(\frac{h}{A_{SI100}}\right)^{\frac{1}{b_{SI100}}}\right)}{c}, \quad (83)$$

где је са h означена тренутна висина стабла, док су A_{SI100} , b_{SI100} и c посебни и заједнички параметар станишних индекса у референтној старости (SI_{100}). На основу овако одређене старости, потенцијални износи прираста се одређују као први извод функције раста, односно:

$$i_h^{pot} = A \cdot b \cdot c \cdot e^{-c \cdot t} \cdot (1 - e^{-c \cdot t})^{b-1}, \quad (84)$$

где су параметри функције A и b одређени на основу полиморфне интерполације.

Коначан једногодишњи висински прираст добија се модификацијом i_h^{pot} , помоћу коефицијента виталности (r_v) и коефицијента који квантификује ниво доступне сунчеве светлости (r_c):

$$i_h = i_h^{pot} \cdot a_5 \cdot r_v \cdot r_c \quad (85)$$

Коефицијент виталности r_v стабала се одређује на основу површине омотача крошње (P_{ok} [m²]), према формули:

$$r_v = 1 - e^{-a_0 \cdot P_{ok}} \quad (86)$$

Редукциони коефицијент конкурентског притиска суседних стабала- r_c је комплексног карактера и комбинује неколико фактора:

$$r_c = e^{-a_4 \cdot r_{KKL} \cdot r_{RDIST} \cdot r_{MIX}}, \quad (87)$$

где је r_{KKL} фактор који одражава степен промене промену нивоа доступне светлости и израчунава се као:

$$r_{KKL} = KKL + a_1 \cdot \Delta KKL \quad (88)$$

r_{RDIST} фактор који указује на асиметричност конкурентског притиска:

$$r_{RDIST} = (1 + RDIST)^{a_2} \quad (89)$$

и фактор примешаности других врста дрвећа r_{MIX} .

$$r_{MIX} = (1 + MIX)^{a_3} \quad (90)$$

Коефицијенти a_0 - a_5 из формула 86-90 дати су у табели 28. Приликом одређивања ових коефицијената примењена је нелинеарна регресија, у којој су коришћени подаци о расту 13.180 стабла букве у Немачкој. Добијени коефицијенти су затим уграђени у симулатор SILVA (Kahn, Āurský 1990; Kahn 1994; Kahn, Pretzsch 1997; Pretzsch et al. 2002a), а затим у истоветном облику су преузети приликом конструкције SYBILE (Fabrika 2005).

Табела 28. Коефицијенти a_0 - a_5 коришћени приликом моделовања висинског прираста букве (Kahn, Āurský 1990; Kahn 1994; Kahn, Pretzsch 1997; Pretzsch et al. 2002a).

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
0,02196188	1,29676451	0,51337794	0	0,09211549	0,78479921

С обзиром да је РАСТко калибрисан само за чисте састојине букве, приликом одређивања i_h фактор примешаности других врста дрвећа (r_{MIX}) је увек 1. Уколико је стабло под симетричном конкуренцијом ($r_{RDIST} = 1$) и у чистој састојини ($r_{MIX} = 1$), веза између коефицијента r_c и промене нивоа конкуренције, односно доступне светлости, експоненцијалног је облика.

7.3.3.4.1. Дебљински прираст

Алгоритам утврђивања дебљинског прираста (i_d) појединачних стабала разликује се од процедуре примењене код одређивања висинског прираста, јер не подразумева директну модификацију параметара модела. Одређивање дебљинског прираста се базира се на редукцији максимално могућег прираста темељнице - i_g^{max} , што се постиже применом одговарајућих коефицијената који репрезентују подобност станишних услова, виталност стабала и ниво конкурентског притиска. Израчунавање i_g^{max} реализује се помоћу израза:

$$i_g^{max} = \frac{\pi}{4} \cdot \left((d_{1,3} + i_d^{max})^2 - d_{1,3}^2 \right), \quad (91)$$

где је поред прсног пречника ($d_{1,3}$), неопходно установити и износе максималног дебљинског прираста i_d^{max} . У ту сврху, коришћен је претходно параметризовани модел М15 (табела 22), који подразумева одређивање максималних износа дебљинског прираста - i_d^{max} у зависности од станишног индекса.

За разлику од овде презентованог и спроведеног начина непосредног моделовања код симулатора SILVA и SYBILA i_d^{max} је одређиван индиректно и то на основу тренутног износа прсног пречника и модела раста пречника у оптималним станишним условима. Одређивање дебљинског прираста реализовано је на основу првог извода модела раста, у којем је старост изражена помоћу прсног пречника. На тај начин, из математичке формуле елиминисана је старост, а потенцијални прираст је везан искључиво за износ пречника.

У циљу симулирања стварног дебљинског прираста, неопходно је i_g^{max} редуковати на очекивани прираст темељнице- i_g , што се постиже помоћу обрасца:

$$i_g = i_g^{max} \cdot a_5 \cdot r_g \cdot r_v \cdot r_c, \quad (92)$$

где r_g представља агрегатни коефицијент утицаја станишних услова, r_v је коефицијент виталности, r_c је редуковани коефицијент конкурентског притиска суседних стабала и a_5 је коефицијент добијен регресијом. Коефицијенти r_v и r_c се одређују на идентичан начин који је презентован у поглављу 7.3.3.4.2, а параметри неопходни за њихово израчунавање укључујући и a_5 , дати су у табели 29.

Табела 29. Коефицијенти a_0 - a_5 коришћени приликом моделовања дебљинског прираста букве (Kahn, Āurský 1990; Kahn 1994; Kahn, Pretzsch 1997; Pretzsch et al. 2002a).

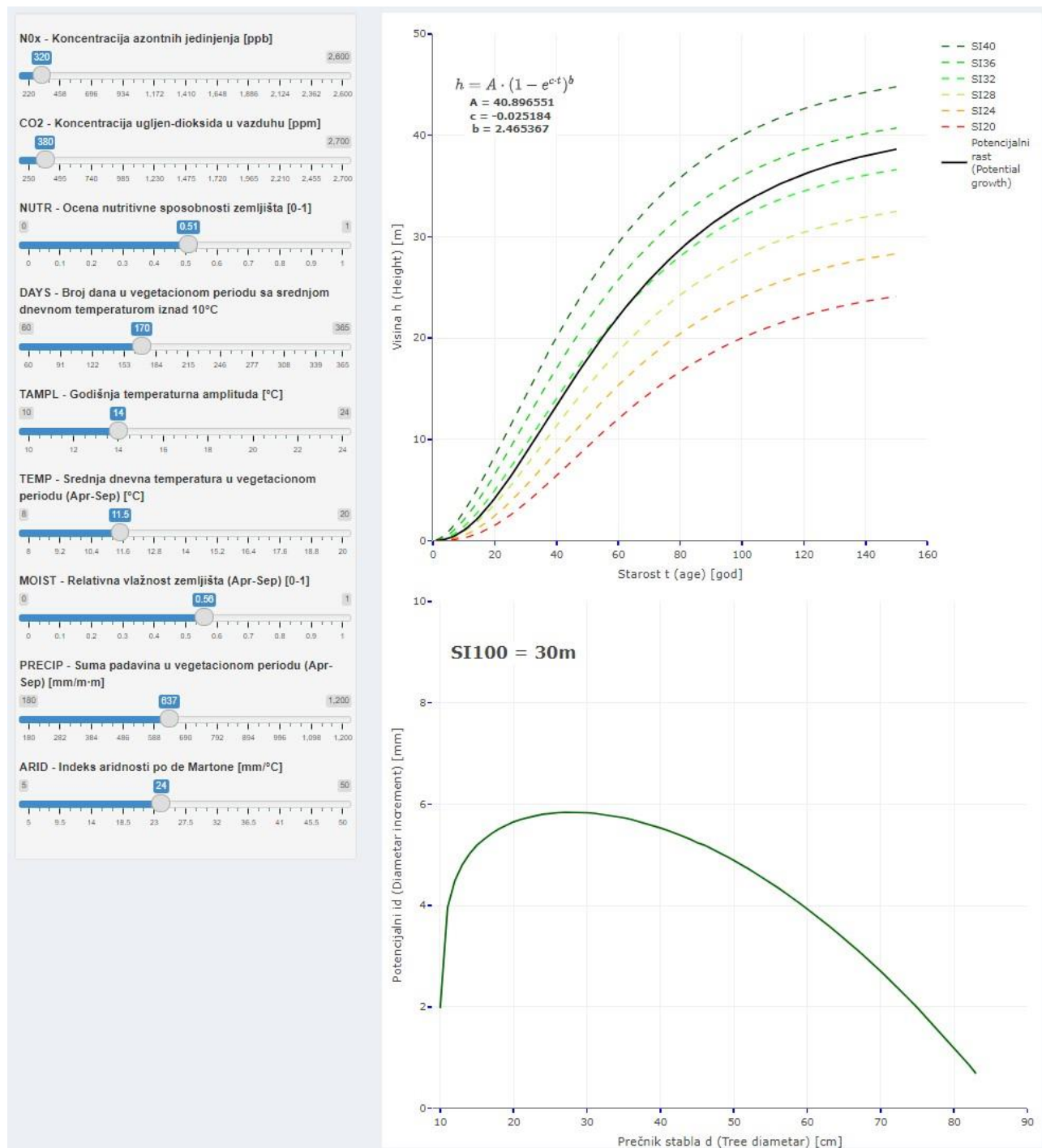
a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1,49308852	0	0	0,15372214	0,73638446	0,49137973

На крају, одређивања коначног износа i_d подразумева повратну трансформацију i_g применом следећег израза:

$$i_d = \sqrt{d_{1,3}^2 + 4 \cdot \frac{i_g}{\pi}} - d_{1,3} \quad (93)$$

У доњем делу графикана 49. приказан је пример криве потенцијалног дебљинског прираста- i_d^{pot} , формиране за стабла на станишту са износом SI_{100} од 30 m. Приказана крива i_d^{pot} је добијена када се из обрасца 92 елиминишу сви редуковани коефицијенти, сем r_g .

Симулатор раста шумских стабала и састојина „РАСТко“: развој и параметризација за букву у западној Србији



Графикон 49. Крива потенцијалног дебљинског прираста i_d^{pot} формирана за стабла са различитим износима површине омотача крошње (P_{ok}) и на станишту са наведеним износом SI_{100} од 30 m.

7.3.3.4.2. Прираст крошње

Промена ширине крошње - b [m] и висине почетка крошње - h_d [m], одређивана је онда на основу унакрсне алометријске зависности између висине и пречника стабла. У ту сврху коришћени су модели M12 и M13, чији параметри су дати у поглављу 7. Прираст ширине крошње - i_b [m] и висине почетка крошње - i_{hd} [m] одређени су помоћу следећих образаца:

$$i_b = b \cdot \left(\frac{b(d_{1,3} + \Delta d, h + \Delta h) - b(d_{1,3}, h)}{b(d_{1,3}, h)} \right) \quad (94)$$

$$i_{h_d} = h_d \cdot \left(\frac{h_d(d_{1,3} + \Delta d, h + \Delta h) - h_d(d_{1,3}, h)}{h_d(d_{1,3}, h)} \right) \quad (95)$$

Из наведених формула евидентно је да је прираст оба параметара крошње везан за релативну промену пречника (d) и висина стабала (h). Коефицијент пропорције се формира на основу износа добијених функцијама М12 и М13, за које су улазни параметри димензије стабла на почетку вегетационе сезоне ($d_{1,3}, h$) и на крају ($d_{1,3} + \Delta d, h + \Delta h$). Апсолутни износи прираста крошњи добијају се множењем оригиналних износа параметара крошње са претходно поменутих коефицијентом пропорције.

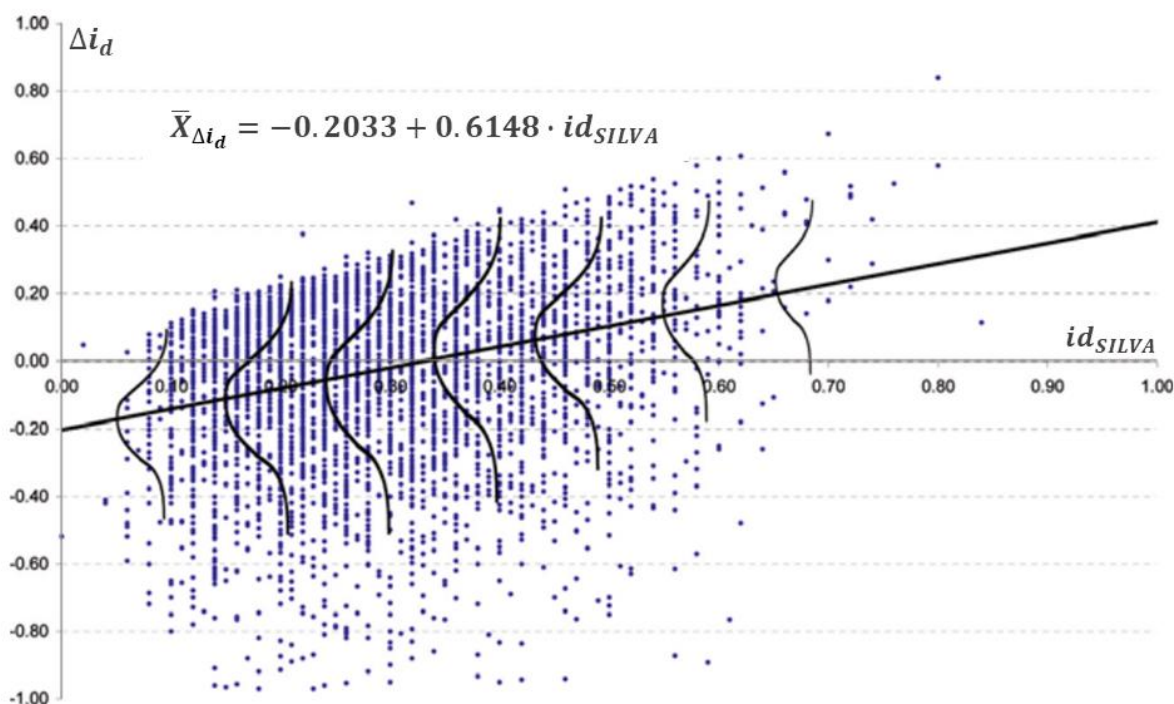
7.3.3.4.3. Моделовање стохастичке варијабилности прираста

Представљени начин моделовања раста и прираста може се сматрати у основи детерминистичким, јер се његовом применом пројектују тачно дефинисани токови раста шумских стабала и састојина. Међутим, механизам формирања прираста у реалним условима представља стохастички процес, чији исход варира у зависности од резултујућег дејства комплекса биотичких и абиотичких фактора. Крајњи ефекат наведених фактора укључује и компоненту случајног (стохастичког) варирања коју је прилично тешко веродостојно предвидети.

Као резултат свакогодишњих осцилација случајне компоненте долази до појаве мањег или већег одступања стварних износа текућег прираста у односу на очекиване величине дефинисане линијом модела. С тим у вези, приликом симулација сезонског прирашћивања елемената раста неопходно је обезбедити да моделовани износи буду кориговани за наведену стохастичку компоненту прираста. Један од механизма за предвиђање поменутих осцилација јесте презентовани поступак израчунавања прираста (7.3.3.4.1), који подразумева хибридизацију емпиријских модела раста, с једне и конкретних станишних услова, с друге стране. На тај начин, у оквиру сваке вегетационе сезоне врши се модификација потенцијалних величина прираста (i_d^{pot}, i_h^{pot}), тако да се они у извесној мери разликују од износа на регресивној линији. Независно од прецизности поступка моделовања, појава разлика између пројектованог и стварног годишњег прираста је најчешће неизбежна, осми у теоријском разматрању. Према томе, просечан износ појединачних одступања представља резидуалну грешку симулације.

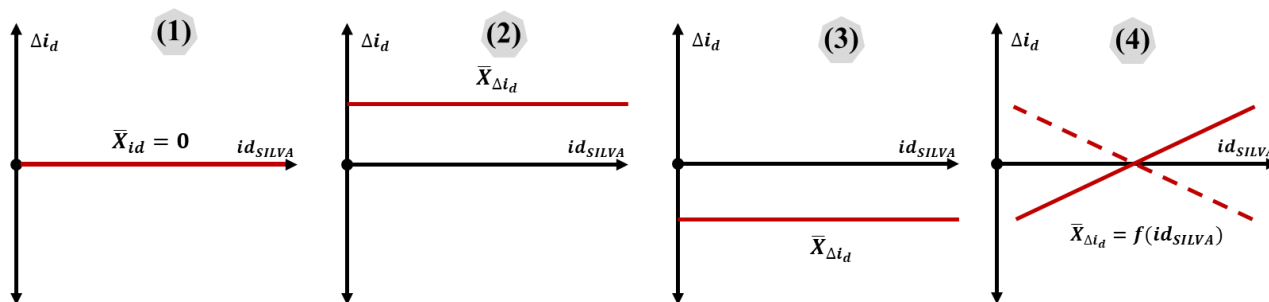
Резидуална грешка је нумерички показатељ пристрасности неког модела раста и представља директну меру емпиријске тачности симулатора. Грешка симулације може да се састоји од систематске и случајне компоненте. Анализом и апроксимацијом структуре резидуалних одступања омогућава се интеграција стохастичке компоненте прираста у резултате симулације. За моделовање дистрибуције резидуала најчешће се користи нормална (Gauss-ова) расподела, која се формира на основу аритметичке средине ($\bar{X}_{\Delta i_d}$) и стандардне девијације ($SD_{\Delta i_d}$). У циљу давања процене наведених параметара први и најважнији корак представља квантификација разлика између симулираног и стварног прираста.

С тим у вези, на графикону 50 приказани су резултати поступка моделовања резидуала насталих упоређивањем измерених и моделованих износа дебљинског прираста (Fabrika, Dursky 2006). Том приликом анализирани су емпиријски подаци о пречницима 9.213 стабала букве, утврђених узастопним премером 1.189 перманентних огледних поља у мрежи 4x4 km, која покрива целокупну територију Словачке (Fabrika, Dursky 2006). На ординати поменутог графикона нанесени су износи дебљинског прираста добијени применом симулатора SILVA (id_{SILVA} у cm), док су на апсциси приказане разлике између id_{SILVA} и емпиријских података о дебљинском прирасту букве ($\Delta i_d = i_d - id_{SILVA}$ у cm) у 5-годишњем и 10-годишњем периоду. На овај начин су за сваки десети део милиметра дебљинског прираста добијеног симулатором, одређени и плавим тачкама приказани износи Δi_d . Затим, у циљу формирања кривих дистрибуције резидуала, за сваку од формираних i класа id_{SILVA} одређивани су јединствени износи $\bar{X}_{\Delta i_d}(i)$ и $SD_{\Delta i_d}(i)$. Одређени број равномерно одабраних парова $\bar{X}_{\Delta i_d}$ и $SD_{\Delta i_d}$ дуж ординате послужили су за конструкцију и графички приказ звоноликих кривих нормалне дистрибуције, које су на графикону 50 приказане у вертикалном положају. У овом примеру утврђено је да примена SILVA симулатора резултује појавом систематског одступања прогнозираних у односу на стварне износе дебљинског прираста букве. Евидентно је да код већих износа прираста долази до статистички значајног увећања средње грешке резидуала. У циљу квантификације ове грешке, калибрисан је и на поменутом графикону пуном црном линијом представљен, одговарајући линеарни модел промене средње грешке резидуала са повећем износа прираста. Утврђени параметри овог модела такође су приказани на графикону 50.



Графикон 50. Разлика (Δi_d) између емпиријских (i_d) и моделованих (id_{SILVA}) износа дебљинског прираста букве (плаве тачке). Нормалне криве указују на растурање резидуала по класама, а пуна црна линија представља линеарни модел промене $\bar{X}_{\Delta i_d}$ са порастом независне променљиве (id_{SILVA}).

Свеукупно посматрано, систематска пристрасност резидуала се може јавити у четири основна облика, који су представљени на графикону 51. На првом делу графикона приказана је ситуација у којој резидуална грешка не садржи елементе пристрасности. У том случају утврђени износи $\bar{X}_{\Delta i_d}(i)$ варирају у уском опсегу око нуле, па се резидуална грешка моделовања састоји само од случајног сегмента. Овакав исход симулације очекује се приликом примене симулатора у подручјима обухваћеним поступком параметризације емпиријских модела раста.



Графикон 51. Појавни облици систематске пристрасности грешке резидуала.

Поред ове опције, износи систематске грешка могу се јавити и под позитивним или негативним нагибом линеарног модела (4), али и у виду континуираног прецењивања (2) или потцењивања (3) стварних износа прираста. Стога, објективна провера постојања систематске пристрасности код резидуала налаже примену одговарајућих статистичких процедура и тестова. У том смислу, у случајевима 2 и 3 примењује се тест значајности одступања средњих износа у односу на нулу, док се код у случају 4 зависности одређује на основу сигнификантности коефицијента корелације или се проверава значајност одступања регресионих коефицијената од нуле.

Одређивање случајне компоненте резидуалне грешке зависи од природе растурања резидуала око основног правца варирања. У случају да резидуали униформно варирају дуж регресионе линије, код праволинијских осцилација се као мера случајних варијација користи стандардна девијација ($SD_{\Delta i_d}$). С друге стране, код линеарних веза са позитивним или негативним нагибом се у ову сврху употребљава средња грешка регресије. Уколико се ради о нехомогеном растурању резидуала око средње линије, примењује се адекватна регресиона анализа и моделовање промене $SD_{\Delta i_d}(i)$ у односу на износе id_{SILVA} . Након дефинисања систематске и случајне компоненте варирања резидуала врши се формирање одговарајућих кривих расподеле. Уколико се ради о константним износима $\bar{X}_{\Delta i_d}$ и $SD_{\Delta i_d}$ формира се јединствена дистрибуција. У случају да је извршено моделовање $\bar{X}_{\Delta i_d}$ и $SD_{\Delta i_d}$, за сваки износ id_{SILVA} врши се читавања с линије регресије, на бази којег се конструишу одговарајуће расподеле. Коначно, одређивање износа резидуалне компоненте прираста (e), реализује се случајним извлачењем бројева из дефинисаних дистрибуција, односно:

$$e = Gauss(\bar{X}_{\Delta i_d}, SD_{\Delta i_d}) \quad (96)$$

Да би се постигло стохастичко варирање дебљинског прираста добијеног помоћу израза (93), на износ i_a додаје се случајно изабрани резидуал:

$$|i_a| = i_a + e \quad (97)$$

Стохастичка компонента висинског прираста моделује се и израчунава на идентичан начин као и код дебљинског.

Модели раста који не предвиђају ефекат случајне компоненте варирања, као и симулације базиране само на детерминистичким принципима, погодне су за прогнозу раста састојина и за решавање низа оперативних задатака проистеклих из планског приступа у управљају шумским екосистемима (Fabrika 2005). У том смислу, ови модели раста и прираста имају посебно битну улогу приликом израде планских докумената, посебно у састојинама чија је приоритетна намена производња високо вредних дрвних сортимената. Резултати њихове примене омогућавају усаглашавање циљева газдовања са продукционим потенцијалом станишта, што је од изузетног значаја за остваривост и економску одрживост планова газдовања. С друге стране, укључивање случајне компоненте у предикцију представља изузетно битан део поступка оптимизације управљања шумским екосистемима у условима повећаног ризика. Анализа и евалуација различитих сценарија деловања у неповољним околностима ослања се на механизам предвиђања промена прираста у зависности од екстремних појава. С тим у вези, вишеструким понављањима симулација осигурава се неопходна варијабилност резултата, па се статистичким процедурама може доћи до кредибилних закључака о оптималном деловању.

Имајућу у виду наведено, евидентно је да цели поступак провере пристрасности и квантификовања стохастичке компоненте модела раста, изискује упоређивање резултата симулације са потпуно независним сетом података. У том смислу, неопходно је да у оквиру анализираниог подручја постоји релевантна база података о расту и прирасту стабала, која се састоји од узастопних премера мреже сталних огледних површина у дужем временском периоду. Нажалост, у Србији оваква мрежа до сада није систематски успостављена, па ни потребна база података није доступна. Стога, у овом тренутку на жалост није могуће реализовати моделовања стохастичког варирања на презентовани начин. То истовремено значи да није могуће извршити непристрасну верификацију добијених резултата.

7.3.3.5 Модул одумирања стабала

Део програма који приликом симулације регулише природно одумирање стабала, састоји се из две компоненте, од којих прва одређује вероватноћу преживљавања стабала, док је друга задужена да из меморије уклони стабла која су одумрла током симулације. Наведени механизам функционише по систему успостављеном од стране Dursky et al. (1996), примарно креираном за потребе израде симулаторе раста SILVA 2.1 (Pretzsch et al. 2002a), а који је затим инкорпориран и у симулатор SYBILA (Fabrika 2005). За локалну параметризацију модела који се налазе у склопу овог модула неопходно је поседовати изузетно детаљну базу емпиријских података о вишедеценијском расту и развоју састојина. Имајући у виду непостојање оваквих дугорочних истраживања букве у Србији или њихово присуство у малом броју, у овом тренутку, као једина доступна

параметризација модела, базира се на детаљним подацима који долазе са 404 дугорочне огледне површине, постављене у Немачким савезним државама Bavaria, Rhineland-Palatinate и Lower Saxony. Одржавање ових површина, премер и чување података, реализује катедра за Раст и прираст шума при Техничком универзитету у Минхену.

Принцип моделовање преживљавања неког стабла у састојини базира се на непрекидној логистичкој расподели вероватноће, чија функција расподеле је логистичка регресија:

$$F(x, a) = \frac{1}{1 + e^{-L(x)}}, \quad (98)$$

при чему $L(x)$ представља логичку величину која се одређује за свако појединачно стабло:

$$L(x) = a_0 + a_1 \cdot d_{1,3} + a_2 \cdot \frac{5 \cdot i_g}{d_{1,3}} + a_3 \cdot \frac{h}{d_{1,3}} + a_4 \cdot SI_{50} \quad (99)$$

С тим у вези, логички износ зависи од прсног пречника ($d_{1,3}$ у cm), висине стабла (h у m), прираста темељнице (i_g у cm^2/god) и висине у 50 години старости израчунате на основу модела раста у висину за дате станишне услове (SI_{50}). У модел одумирања је уведена станишно зависна компонента с обзиром да су коефицијенти модела раста директно везани за станишне услове. Укључивањем релативног прираста темељнице $i_g/d_{1,3}$ као члана у образац 99 уважава се конкурентски потенцијал сваког стабла, док коефицијент виткости $h/d_{1,3}$ представља механичку стабилност стабла. Са a_0 до a_4 означени су коефицијенти који су утврђени регресионом анализом (табела 30).

На овај начин одређена вероватноћа преживљавања $F(x, a)$, показала је генерално висок постотак прецизности када је у питању предикција одумирања у буковим и јеловима састојинама у Немачкој (Dursky et al. 1996). Међутим, исти аутори су уочили да применом модела 98 долази до појаве нехомогеног варирања резидуала, што представља нарушавање основних претпоставки регресионе анализе. У циљу корекције ове појаве, Dursky и остали (1996) су предложили да се вероватноћа морталитета ($Mrt\%$) доведе у везу са нивоом обраслости састојине исказаног преко SD и са вероватноћом преживљавања стабала $F(x, a)$, на следећи начин:

$$Mrt\% = \frac{b_0}{e^{b_1 \cdot F(x,a)^{b_2}}} \cdot r(SD) \quad (100)$$

Регресиони коефицијенти b_0 до b_2 дати су у оквиру табеле 30. Модел утицаја густине састојине $r(SD)$ корективног је карактера и има за циљ да умањи процес одумирања стабала у складу са густином састојине. Израчунавање SD реализује се на основу индекса густине састојине - SDI (Reineke 1933), док се $r(SD)$ утврђује помоћу следећег израза:

$$r(SD) = \begin{cases} (SD \geq SD_{min}) \wedge (SD < SD_{max}) \Rightarrow \frac{SD - SD_{min}}{SD_{max} - SD_{min}} \\ (SD < SD_{min}) \Rightarrow 0 \\ (SD \geq SD_{max}) \Rightarrow 1 \end{cases} \quad (101)$$

Износ SD_{min} представља густину највише разређене састојине, у којој стабла готово самостално функционишу, док SD_{max} означава максималну густину састојине, у којој модел одумирања (образац 100) треба да има пун ефекат. За величине SD_{min} и SD_{max} одређени су износи од 0,5 и 1,0.

Добијени износ $Mrt\%$ пореди се са случајно извученим бројем из униформне дистрибуције, па током симулације стабло умире уколико је случајно извучени број већи од $Mrt\%$, односно преживљава ако је мањи:

$$M_i = \begin{cases} 1 = \text{преживљава} \Leftrightarrow Mrt\% \leq \text{случајниБрој}(j) \\ 0 = \text{умире} \Leftrightarrow Mrt\% > \text{случајниБрој}(j) \end{cases} \quad (102)$$

На овај начин, утврђује се која то стабла умиру у наредном петогодишњем периоду, у оквиру којег се одумирање и уклањање стабала, дешава у одређеним годинама по принципу случајности.

Табела 30. Коефицијенти a_0 - a_4 и b_0 - b_2 коришћени приликом моделовања вероватноће преживљавања $L(x)$ помоћу израза (99) и одумирања $Mrt\%$ према (100) у састојинама букве (Dursky et al. 1996; Fabrika 2005).

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	b_0	b_1	b_2
6,6686	-0,2610	3,0796	-7,6495	0,2695	96,1550	3,5930	2,1500

7.3.3.6 Модул за узгојне интервенције

Модул за реализацију узгојних интервенција има за задатак да изврши 1) аутоматску селекцију стабала која ће из састојине бити уклоњена или 2) да омогући циљани одабир стабала која ће бити подржана као стабла будућности. На тај начин, РАСТко пружа могућност интерактивног и веома флексибилног управљања типом, интензитетом и интервалом између узастопних узгојних интервенција.

Овим модулом тренутно се врши симулација три типа узгојних третмана: 1) висока прореда, 2) ниска прореда и 3) селективна прореда (избор и нега стабала будућности). Том приликом, предвиђена је могућност формирања списка узгојних интервенција, које ће се извршавати према задатом временском интервалу између узастопних интервенција. Временско дефинисање интервала код сва три типа интервенција може бити везано за конкретну календарску годину или усклађено са променом горње висине.

7.3.3.6.1. Висока и ниска прореда

У циљу симулирања високе и ниске прореде неопходно је најпре класификовати стабло у одређени биолошко-социјални положај (класу) стабала.

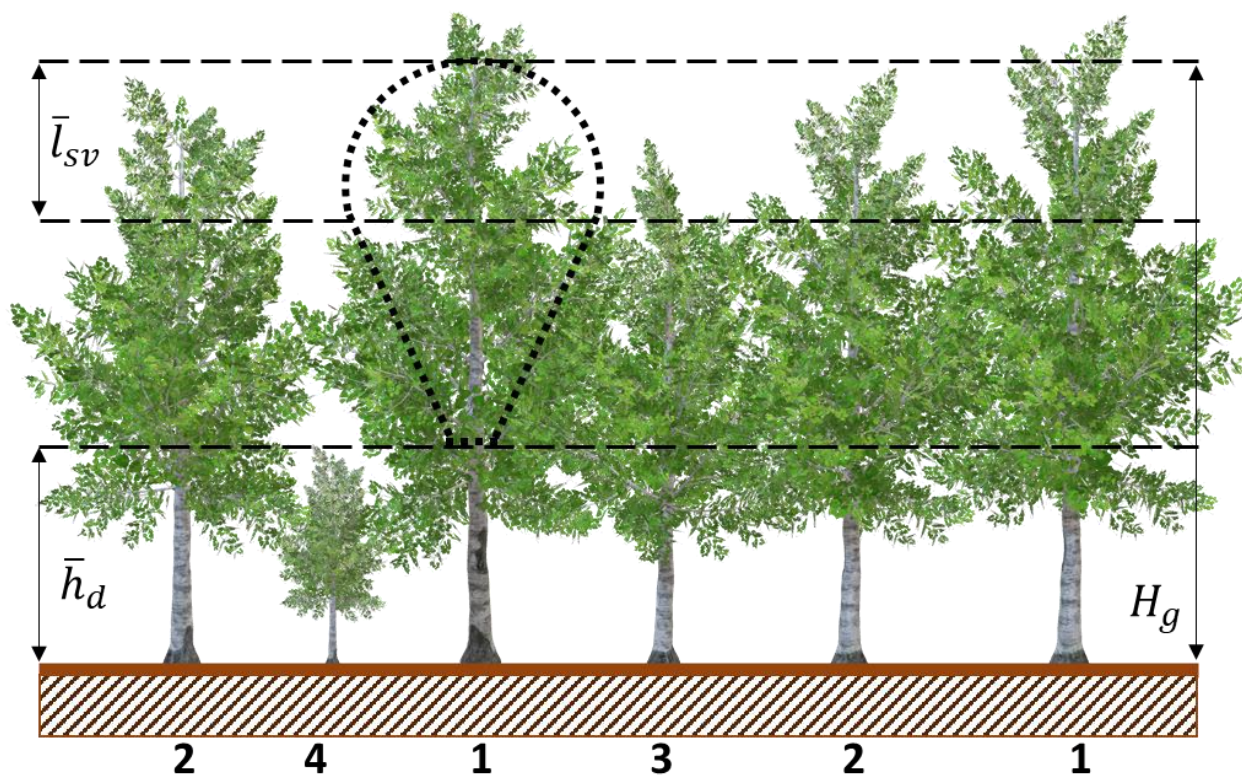
Као резултат наведеног поступка, стабла се сврставају у једну од следеће четири категорије: 1) доминантна, 2) ко-доминантна, 3) индиферентна и 4) потиштена стабла.

Класификација стабала у одређене биолошке положаје заснива се горњој висини (H_g), просечним износива висине до почетка крошње (\bar{h}_d) и средње дужине крошње светлости (\bar{l}_{sv}). Просечни износи \bar{h}_d и \bar{l}_{sv} се одређују као пондерисане средње величине, где се приближан износ запремине стабла користи као пондер:

$$\bar{h}_d = \frac{\sum_{i=1}^k \left[\left(\frac{d_i^2 \cdot h_i}{100} \right) \cdot h_d(H_g)_i \right]}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{d_i^2 \cdot h_i}{100} \right)} \quad (103)$$

$$\bar{l}_{sv} = \frac{\sum_{i=1}^k \left[\left(\frac{d_i^2 \cdot h_i}{100} \right) \cdot l_{sv}(H_g)_i \right]}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{d_i^2 \cdot h_i}{100} \right)} \quad (104)$$

при чему су d_i и h_i висине и пречници појединачних (i) стабала, док се h_d и l_{sv} одређују за стабло чија је висина једнака горњој висини и то израчунавањем из модела М13 и помоћу израза 38. Пример класификовања стабала у биолошке положаје од 1 до 4, на основу претходно утврђених аргумената илустрован је на слици 18.



Слика 18. Пример класификације у једну од категорија стабала: 1) доминантна, 2) ко-доминантна, 3) индиферентна и 4) потиштена.

Претходно утврђени просечни износи \bar{h}_d и \bar{l}_{sv} , приказани су испрекиданим хоризонталним линијама, док је тачкастом линијом представљена геометријска апроксимација крошње стабла букве. Испод сваког стабла наведен је редни број категорије којој припада.

Аналитички поступак одређивања биолошког положаја (BP) неког стабла заснива се на упоређивању висине тог стабла (h_i) са претходно дефинисаним износим просечних елемената раста у састојини ($H_g, \bar{h}_d, \bar{l}_{sv}$), односно:

$$BP = \begin{cases} h_i \geq H_g \Rightarrow 1 \\ (h_i < H_g) \wedge (h_i \geq (H_g - \bar{l}_{sv})) \Rightarrow 2 \\ (h_i < (H_g - \bar{l}_{sv})) \wedge (h_i \geq \bar{h}_d) \Rightarrow 3 \\ h_i < \bar{h}_d \Rightarrow 4 \end{cases} \quad (105)$$

Поред биолошког положаја, за свако стабло се одређује и тзв. скор постојања - SP (енгл. *existence score*). У питању је агрегатна „fuzzy“ варијабла, која олакшава аутоматску селекцију стабала приликом извођења узгојних захвата. Показатељ SP може имати износе између 0 и 1, а одређује се на основу коефицијената који квантификују притисак конкурената (p_{KKL}), квалитет (p_Q) и виталност стабла (r_v). Величина SP код доминантних стабала је блиска максималном износу, а опада уколико је социјални положај и квалитет стабала лошији. Одређивање ефекта притиска конкурената (p_{KKL}) којем је неко стабло изложено у току раста реализује се помоћу следећег израза:

$$p_{KKL} = e^{-(a+b \cdot Z_{\alpha/2})^c} \quad (106)$$

Параметри функције преузети су из истраживања Fabrika (2005) и износе $a=0,903113$, $b=0,257922$ и $c=3,6$. Независна променљива је праг конкуренције $Z_{\alpha/2}$ и представља критичан износ девијације тренутног притиска за дату запремину, одређен на основу израза 60.

У следећем кораку, приступа се квантификацији ефекта квалитета стабла (p_Q), који се утврђује на основу обрасца:

$$p_Q = 1 - e^{-(a+b \cdot r_{1-3})^c} \quad (107)$$

Параметри неопходни за израчунавање израза 107 преузети су из Fabrika (2005), који је за њих утврдио следеће износе: $a = 0,129347$, $b = 0,03095064$ и $c = 3,6$. Са r_{1-3} означен је пропорционални удео трупаца три најквалитетније сортиментне класе у укупној запремини. Износ ове независне променљиве се може утврдити помоћу сортиментних таблица за букву у Србији, где се као улазни параметри користе износи пречника (d) и техничка класа (TK) стабла. Приликом евалуације ефекта виталности стабала (p_v) на укупан SP , као износ p_v се користи коефицијент виталности стабала (r_v), који је израчунат помоћу израза 86. Последњи ефекат је логичког карактера и везан је за бинаран износ који означава да ли су стабла жива (1) или нису (0).

Коначни износ показатеља SP добија се применом агрегатне функције дефинисане као:

$$SP = \min_p + (\bar{p} - \min_p) \cdot \min_p \quad (108)$$

где је \min_p минимални, а \bar{p} просечни износ претходно представљених појединачних ефеката на укупни „скор постојања“.

Одређивање интензитета захвата високе и ниске прореде базирано је на имплементацији устаљене праксе у шумарству Србије, где се јачина узгојних интервенција везује за статички проценат од укупне дубеће запремине која требају бити уклоњена. У симулатору се приликом прописивања узгојних интервенција овог типа, избор процента запремине реализује помоћу одговарајућег клизача. Поред интензитета, по сличном принципу се одређује и време реализације узгојних интервенција. На тај начин се позиционирањем појединачних интервенција у времену формира редослед њиховог извођења и истовремено управља интервалом између узастопних узгојних захвата.

Након што се сваком стаблу одреди биолошки положај (BP) и скор постојања (SP), код ниских прореда се формирају две подгрупе. У првој подгрупи су, према узлазним износима SP , сортирана стабла из 3. и 4. BP , док су у другој подгрупи на исти начин поређана стабла из BP 2. Када дође година у којој је планирано спровођење ниске прореде, програм уклања стабла са најнижим SP најпре из прве подгрупе, а затим прелази на другу, све до тренутка када се достигне задати интензитет. На тај начин, најпре се уклањају потиштена и индиферентна стабла, а уколико је у питању јачи интензитет, наставља се са стаблима из групе ко-доминантних докле се не достигне задати проценат од укупне дубеће запремине.

У симулатору РАСТко се високе прореде реализују применом готово идентичног алгоритма као и код ниских прореда, с том разликом што се селекција стабала која се требају узгојном мером уклонити заснива на супротним критеријумима. Овом приликом се у прву подгрупу према растућим износима SP , сврставају доминантна и ко-доминантна стабла, а у другу групу индиферентна стабла. У години када је предвиђена висока прореда, симулација ове узгојне мере отпочиње са стаблима која су уврштена у прву групу и имају највеће износа SP . Уколико има потребе, након прве подгрупе одабир стабала се наставља и у оквиру друге групе из реда индиферентних стабала, све док задати интензитет прореде не буде достигнут.

7.3.3.6.2. Стабла будућности

У обрасцу који је намењен учитавању података премера у симулатор, омогућен је директан унос списка стабала будућности, која се означавају уписивањем броја 1 у за то предвиђену колону и ред. На тај начин, подржана је опција преузимања претходно дефинисаних стабала будућности, али је и омогућено да се реализација избора стабала будућности изврши директно на терену и уз одговарајућу евиденцију пренесе у симулатор.

Колона у којој су наведена претходно изабрана стабала будућности појављује се у форми списка директно на страници симулатора. Постојећи списак стабала будућности је у симулатору могуће додатно модификовати додавањем или уклањањем стабала означеним са унесеним нумеричким ознакама. На исти начин,

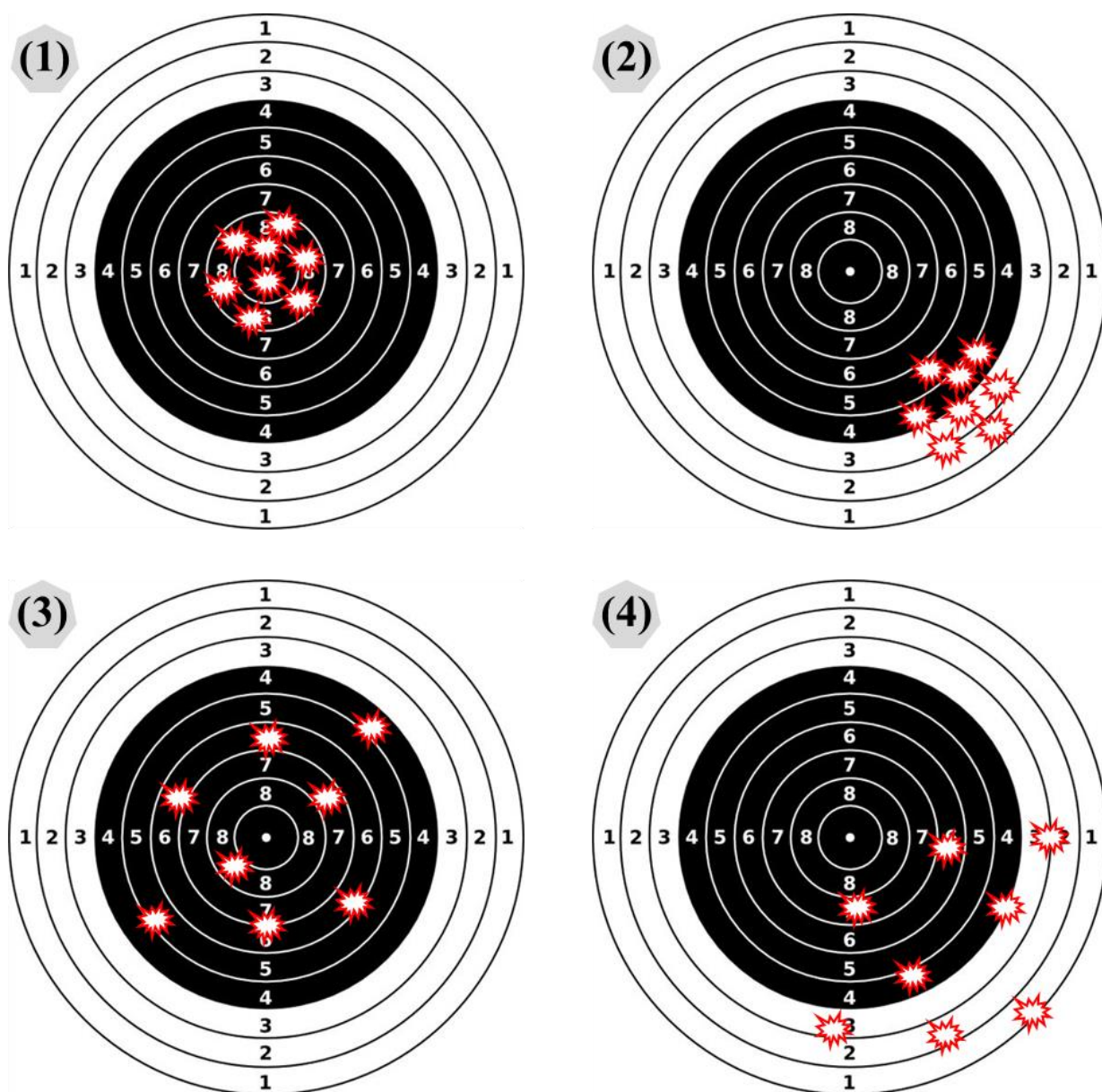
могуће је формирати потпуно нов списак стабала која се желе промовисати у стабла будућности. Приликом њиховог избора, од изузетне важности је правилан просторни распоред, односно да одабрана стабла не буду преблизу или предалеко једна од других, него да имају потребну међусобну удаљеност. У ту сврху, изнад 3D графикона састојине налази се опција аутоматског одређивања хоризонталне дистанце између стабала са унесеним ознакама. Интензитет уклањања конкурената везан је удаљеност крошњи између суседних стабала. Наиме, сва стабла чија крошња прилази крошњи стабала будућности на удаљеност мању од слајдером селектованих „n“ метара аутоматски се идентификују као конкурентска и уклањају се из састојине. Интервал уклањања конкурената стаблима будућности може да се усклади са порастом горње висине (H_g) за сваких „n“ метара или на основу конкретне календарске године. У оба случаја, за жељено прилагођавање поставки користи се клизач.

7.4. Могућности и ограничења симулатора

РАСТко представља хибридни симулатор раста стабала и састојина букве на подручју западне Србије, чија функционалност је прилагођена тренутним околностима и могућностима. Највећи део ограничења везаних за примену симулатора раста „РАСТко“, произашао је из чињенице да је приликом његове израде била доступна релативно скромна и ограничена база података о расту и прирасту стабала и састојина на истраживаном подручју. Иако су се подаци обједињени овом приликом показали као детаљна и поуздана основа за калибрацију и верификацију модела раста букве, идеално би било да се овакав вид истраживања употпуни информацијама прикупљеним у склопу систематског праћења мреже дугорочних огледних површина. С тим у вези, један од основних стратешких задатака тиче се успостављања наведене мреже перманентних огледних површина, на којима ће континуално бити праћен раст и прираст шумских стабала и састојина у различитим састојинским и станишним условима. Подаци који би били континуално прикупљени на тим површинама, представљали би надградњу овом приликом успостављене иницијалне базе података. Под утицајем прилива нових података рекалибрација и ажурирање симулатора раста „РАСТко“ могу бити ефикасно изведени. На тај начин би кроз унапређење обима базе полазних података била унапређена најпре тачност резултата, али и проширена валидност симулатора на већу територију.

Тренутна ситуација у погледу расположивости података утицала је да се РАСТко може искључиво користити за предикцију раста стабала и чистих састојина букве. Систематизоване информације о динамици раста осталих еколошки и економски важних врсте дрвећа у Србији тренутно нису биле доступне у одговарајућој форми, па њихово уграђивање у симулатор у овој фази није било реално. Стога, један од главних задатака у будућности јесте прикупљање оваквих информација и њихово интеграција по већ успостављеној и на букви тестираној методологији. На тај начин биће омогућена примена симулатора у мешовитим састојинама, знатно комплексније структурне изграђености, за које се сматра да су производније у односу на чисте састојине (Pretzsch et al. 2013), али и да истовремено свеобухватније испуњавају све остале опште функције шума (Pretzsch et al. 2013, 2015).

Поступак евалуације добијених резултата представља веома важну ставку у динамичном процесу развоја и усавршавања симулатора раста (Kahn, Pretzsch 1997). Уопштено, **грешке симулатора раста** могу се односити на тачност, прецизност и пристрасност (Fabrika 2005). У овом случају, термин тачност подразумева степен одступања пројектованих у односу на стварне износе, а мери се помоћу средње грешке одступања. У оквиру тачности, разликују су систематске и случајне осцилације. Прецизност означава ниво случајних варијације око просечног износа и израчунава се као стандардна девијација. С друге стране, пристрасност подразумева једну од неколико могућих варијанти систематског одступања (графикон 51) и представља аритметичку средину одступања од стварних износа елемената раста. Уколико систематска промена није детектована, онда се тачност изједначава са прецизношћу, што уједно значи идентично варирање резултата око стварних величина и просечних величина елемената раста.



Слика 19. Четири маргиналне ситуације у погледу тачности, прецизности и пристрасности симулације, илустроване помоћу различито пробушених мете.

Приликом провере резултата добијених симулацијом могу се очекивати различите комбинације претходно наведених облика грешке. На слици 19 приказане су четири хипотетичке ситуације, које су сликовито илустроване помоћу пробушених мета. У првом приказаном случају представљена је ситуација у којој се резултати симулација могу окарактерисати као потпуно тачни, без пристрасности и као веома прецизни (мали износ стандардне девијације). За разлику од тога, у случају означеном са 2 евидентно је да услед појаве пристрасности, тачни и прецизни резултати систематски одступају од центра и циљаних износа. Трећи и четврти део слике приказују ситуације у којима је регистрована мала прецизност предикције, односно велика стандардна девијација резидуала. Поред тога, у случају 4 је додатно регистрована и изражена систематска пристрасност. Имајући у виду наведено, само се за симулацију чији су резултати илустровани на првом делу слике, може сматрати да је реализована са жељеним исходом, док се у преостала три случаја (2, 3 и 4) исходи могу регистровати као погрешни.

Уколико је у оквиру симулатора раста имплементиран поступак моделовања стохастичке варијабилности прираста (7.3.3.4.3), свако покретање симулације у идентичним иницијалним условима, довешће до појаве случајних осцилација и разлика у крајњим исходима предикције. Да би се у таквим околностима извршила оцена поузданости добијених резултата, неопходно је извршити нумеричку квантификацију грешке симулације. У ту сврху, врши се израчунавање **средње теоријске грешке симулација** (s_x) помоћу следећег израза:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (109)$$

где су са $x_{i=1..n}$ обележени износи елемента раста из n поновљених симулација, док \bar{x} представља средњи износ анализираних елемената. Овако утврђена грешка растурања података око аритметичке средине представља опсег у којем се евидентира 68% износа добијених поновљених симулацијама. Интервал поверења у којем се јављају одступања резултата око аритметичке средине одређује се:

$$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)} \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}, \quad (110)$$

где је са t представљана критична вредност Студентове дистрибуције за задату вероватноћу α и $n - 1$ степени слободе. Већим бројем спроведених симулација смањује се теоретска грешка симулације и позитивно се утиче на кредибилитет добијених резултата. У том смислу, Fabrika (2005) наводи да је за добијање поузданог интервала приликом рада са емпиријским подацима премера неопходно извести најмање 6 понављања прогнозе.

Величина теоријске грешке симулација највише зависи од прецизности улазних информација, па тако прогнозе реализоване на основу комплетних података са сталних огледних површина резултују најмањим износима грешке. Нижа грешка биће евидентирана у једнодобним чистим састојинама са мање комплексном структурном изграђеношћу, у односу на симулације реализоване у разнодобним или пребирним састојинама. Грешка зависи и од дужине периода за који се врши прогноза раста и повећава се са његовим продужавањем. Приликом прогнозе појединачних елемената раста, грешка је значајно већа него када су у питању средњи или сумарни састојински елементи раста.

8. ДИСКУСИЈА

Разматрајући данашње стање нашег шумарства с аспекта раста и производности шума може се рећи да је и даље присутна диспропорција између интензитета истраживања услова станишта и интензитета истраживања појединих елемената раста привредно значајних врста дрвећа. Наиме, ову тенденцију карактерише велики број детаљно истражених фактора станишта и релативно мали број показатеља прираста и приноса, што је констатовао Вучковић још 1993. године. Типизација шумских станишта треба да је усмерена ка дефинисању потенцијалне продукције и квантификовања утицаја климатских и других фактора на промене у расту и продукцији стабала и шума по појединим стаништима. То између осталог подразумева израду „Каталога типова раста“ најзначајнијих врста дрвећа на различитим стаништима, у циљу добијања неопходних информација са еколошког, узгојног и газдинског аспекта, што су констатовали и предлагали Вучковић и Стајић још 2004. године.

" ... Измене услова за раст, изазване претераним коришћењем шума, емисијама штетних материја и климатским променама, затим све израженије окретање ка мешовитим и разнодобним шумама и проширени и повећани захтеви државе и власника у односу на шуму, захтевају нове начине размишљања, методе истраживања и технике прикупљања информација у шумарству... " (Stajić 2010). Такође, уочена тенденција сталног погоршавања услова за опстанак шума указује сасвим извесно да се данас не могу користити само статички-шематски модели газдовања шумама који не подлежу перманентном усавршавању и верификацији (Vučković, Stamenković 2000). Стога претходни аутори напомињу да је *"... будућност савременог шумарства у изради параметризованих модела газдовања (јасно дефинисаних и спроводљивих), који ће у пуној мери уважавати услове и карактеристике раста шумског дрвећа...."*

Такође, говорећи о задацима савременог шумарства и потреби да такво шумарство осигура реалну подлогу и програме газдовања шумама који повећавају ефикасност и стабилност шумских екосистема, односно њихову способност да трајно испуњавају бројне функције, Вучковић и Стајић (2004) у сету задатака у ту сврху апострофирају 1) организовање поуздане базе података о условима и карактеристикама прираста привредно значајних врста шумског дрвећа, 2) израду модела раста најзначајнијих врста дрвећа у зависности од услова станишта, карактера смеше, порекла састојина и 3) коришћење моделима раста шумских стабала и састојина у процесу производног диференцирање и типизације шумских станишта.

Имајући у виду наведено, али и бројне друге и у целокупном претходном делу текста презентоване чињенице и сазнања, може се рећи модели раста, као и симулатори раста шумских стабала и састојина у које су ти модели инкорпорирани, имају широку примену у газдовању шумама.

Највећу примену у газдовању шумама требају имати модели раста који обезбеђују њихову лаку параметризацију и репараметризацију и који могу да обезбеде израду различитих сценарија деловања стимулативних и ограничавајућих фактора, по принципу "ако – тада", односно ако одређени услови раста наступе - тада се очекује следећа динамика раста (Vučković, Stamenković 2000). За њихово

дефинисање и каснију примену неопходно је испуњеност низа предуслова, односно могућност спознаје и поседовања великог броја тачних података о релацијама између шумских стабала и састојина и фактора раста.

Један од најмање поузданих података који истраживачима раста и производности стоји на располагању када требају да се баве симулацијом раста стабала, састојина и шума и када требају да изведу релевантне закључке на бази таквих истраживања јесте питање **старости стабала и састојина**. У планским документима се, у највећем броју случајева, могу наћи поуздане информације о средњој састојинског старости у вештачки подигнутим састојинама, што се ретко може констатовати када су у питању састојине успостављене природном обновом. У Србији постоји мањи број публикација које су се детаљније бавиле проблематиком утврђивања старости у природним састојинама, јер оваква истраживања изискују велике финансијске издатке, утрошке времена и енергије и релативно сложена и напорна мерења. Medarević (2006, страна 195 и 196) је дефинисао типове старосне структуре и дао оквире у којима се састојине могу сматрати једнодобним, приближно једнодобним, разнодобним и структурно једнодобним. У прва три случаја, утврђивања старосне структуре састојина се базира искључиво на фактичкој старости стабала.

Иако су категорије старосне структуре јасно дефинисане, није детаљније разматрано да ли се и како мења старосна структура у односу на простор. С тим у вези, није проучавано да ли се прецизни подаци о старости на огледним или примерним површинама могу сматрати валидним за цели одсек? Или нпр. да ли старосна структура утврђена на основу узорака узетих из равномерно распоређених стабала у оквиру одсека подједнако важи за све његове делове. Може се веома извесно десити да састојина која се по дефинисаним критеријумима сматра једнодобном на некој површини, „пређе“ у разнодобну уколико се узорак прошири или смањи. Код врста дрвећа које одлично подносе засену матичног склопа (нпр. буква), може се поставити питање да ли стабла свих социјалних положаја треба да учествују подједнако у одређивању старосне структуре или су у газдинском смислу битна само стабла из првог спрата? Све у свему, чињеница је да тренутно недостају прецизнија упутства о томе који је то број стабала, на коликој површини и из ког социјалног положаја, потребно узорковати да би се прецизно утврдила старосна структура природних састојина. На основу овде презентованих детаљних резултата истраживања старости, евидентно је да чисте састојине букве, чак и на малим површинама (до 500 m²), могу да имају разнодобну старосну структуру, па чак и у случају када се посматрање своде само на доминантна стабла.

С обзиром да се старост једнодобних састојина добија као просечна старост појединачних стабала, најчешће није прецизирано како израчунати просечну старост код приближно једнодобних састојина. У овде презентованим резултатима просечна старост приближно једнодобних састојина је дефинисана након што се одбаци 10-20% података о старости стабала који одступају од граница доброг разреда. Приликом дефинисања структурно једнодобних састојина, Medarević (2006) се ослања на „типичну структуру једнодобне састојине“, при чему се највероватније мисли на појаву звонолике, унимодалне криве дебљинске структуре. На бази овде презентованих резултата, видимо да готово све разнодобне састојине (сем састојине на ОП 30) имају дебљинску структуру која се значајно не разликује од

теоријске Weibull-ове расподеле. На основу тога, може се доћи до закључка да разnodобне састојине ретко могу бити јасно уочене на терену, осим у случају типичне разnodобности и пребирне структуре и мањих одступања од такве изграђености. Из тог разлога се велики део разnodобних састојина могу подвести под структурно једнодобне, што онда доводи у питање смисао њиховог дефинисања. На крају, из свега наведеног извесно да је у будућности један од приоритетнијих задатака шумарске науке и струке треба да буде дефинисање објективне и свеобухватне методологије утврђивања тачне старосне структуре састојина.

У прилог претходно изнетој констатацији о занемарености истраживања старосне структуре Medarević и остали (2003) су, у склопу анализе стања букових шума у Србији приметили да: *„Старост у већини шумских комплекса букве и у случају кад се радило о неоспорно једнодобним састојинама при практичном раду из необјашњивих разлога није утврђивана“*. И поред такве констатације која доводи у питање валидност даље анализе овог елемента раста, Medarević и остали (2003) су у наставку текста дали оријентациону старосну структуру високих букових састојина у Србији. Овакве делом и непоуздане процене старосне структуре букових састојина могу се наћи и у Stojanović и Krstić (1996), Krstić и остали (2002) и Stojanović (2005).

Имајући у виду велики научно-стручни значај ове проблематике, Баковић (2018) је извршио поређење података о старости стабала и састојина утврђене прецизним истраживањима директно на терену са подацима о старости из планских докумената за састојине у којима су постављена ОПа. Резултати његових истраживања су показали да извештан степен слагања између података о старости стабала и састојине из ова два "извора" података постоји. Друга значајна "карактеристика" утврђених резултата је да разлика у старости између планског документа и резултата овде проведених истраживања може износити и више од једног добног разреда или чак разлике могу бити још израженије.

На основу овде приказаних резултата јасно је да се старосна структура букових састојина не може поуздано проценити и да ће ослањање на средњи пречник и број стабала у преко 50% случајева довести до погрешног закључка.

С обзиром да принцип трајности приноса почива на класификацији састојина у одговарајуће добне разреде (Miletić 1950), консеквенце које произилазе из погрешних процена старости једнодобних састојина могу бити драстичне. Недавање прецизне класификација састојина по питању тачне старости утиче на прописивање узгојних интервенција које нису усклађене са тренутном прирасном снагом стабала, што са једне стране може да воде у деградацију састојине, а са друге да резултује непотпуним коришћењем продукционог потенцијала станишта (Tomanić 1991; Vučković, Stajić 2003a, 2005; Stajić 2010). Слично напомиње и Баковић (2018), констатујући да непоседовање прецизних информација о старости стабала и састојина и следствено томе примена одређених уређајних и узгојних мера на бази таквих података о старости је, једним делом, уз спровођење различитих јачина захвата и система газдовања у овим шумама, довело до тога да су на просторима Србије данас заступљени различити структурни облици букових шума, од типично једнодобних до различитих "варијанти" разnodобних шума, укључујући и понекад и структурни облик врло близак пребирном.

Следећа веома важна компонента овде развијаног симулатора раста шума јесте **раст стабала у висину**. Приликом моделовања висинског раста доминантних стабала у чистим састојинама у западној Србији, које је било предмет рада у оквиру ове дисертације, тестирана је могућност примене седам различитих динамичних GADA функција. Анализом параметара калибрационе и верификационе статистике, подржаних провером биолошке реалистичности резултата, утврђено је да најбоље перформансе има модел M5. До сличних резултата дошли су Manso и остали (2021b), констатујући да модел M5 оптимално квантификује законитости висинског раста букве у Великој Британији. У питању је форма Chapman-Richards функције, чији је полимофризам и различите асимптоте, Cieszewski (2004) постигао на основу претпоставке о постојању експоненцијалне и линеарно инверзне зависности параметара са варијаблом која одражава продукциони потенцијал станишта. Могућност примене овог модела за описивање висинског раста букве у станишним условима који владају на територији Пољске и Швајцарске испитивали су Socha и остали (2020) и Álvarez-González и остали (2010), али су се у оба случаја друге тестиране функције раста показале нешто бољим.

Могућности практичне употребе оваквих кривих висинског раста у сврху класификовања станишта по бонитетима, односно производности ослањају се на правилан избор референтне старости у којој се врши читавање станишног индекса (Barrio-Anta, Diéguez-Aranda 2005; Diéguez-Aranda et al. 2006). С друге стране, ако су познати референта старост и станишни индекс, могуће је проценити доминантну висину састојине у било којој жељеној старости (Diéguez-Aranda et al. 2006). С тим у вези, поступак избора референтне старости треба да омогући веродостојну процену доминантних висина у свим старостима и стога представља важан корак у изради кривих станишних индекса. Резултати спроведеног поступка избора оптималне референтне старости, показали су да се релативна грешка процене значајно не мења за практично све износе у интервалу између 30 и 110 година старости. На тај начин, чини се оправданим то што се приликом прогнозе висинског раста букве, за старост на коју се свде станишни индекси, као оптимални износ најчешће априори усваја 100. година (Álvarez-González et al. 2010; Matisons et al. 2018; Sharma et al. 2019a; Socha et al. 2020).

Када је у питању стабилност грешке предикције у интервалу између 30 и 110 година старости, до сличних резултата дошли су Manso и остали (2021b). Аутори наводе да се највеће грешке предикције висинског раста очекују до 30. године старости, а да код већих старости до појаве нешто израженијих грешака у процени долази због опадања репликације, било да се ради о калибрационом или верификационом сету података. Manso и остали (2021b) су код свих привредно битних врста дрвећа у Великој Британији, за универзалну референтну старост одабрали 50. годину. Управо се претходно наведени тренд смањивања узорка са повећањем старости, може сматрати главним разлогом зашто су Castaño-Santamaría и остали (2019) код букве у северо-западној Шпанији, за референтну старост одабрали 80. годину. Поред тога што најранији периоди нису погодни за референту старост, Barrio-Anta и Diéguez-Aranda (2005) су указали на чињеницу да непредвидиви токови раста у младости, резултују нестабилним проценама станишних индекса.

Идентичан закључак се може извести и на основу овде приказаних резултата, који указују да се квалитет прогнозе у великој мери „стабилизује“ тек након првих 20-30 година живота. Ипак, овакви недостаци не утичу битније на практичну апликативност модела, јер се најважније одлуке везане за оптималан газдински третман, односно за избор стабала будућности, реализују често након овог периода.

У склопу евалуације предиктивних способности модела уочен је очекивани тренд повећања стандардне грешке резидуала (*RMSE*) са дужином предикционог периода за који се прогноза даје, без обзира на то из које старости се прогнозирање реализује. Поред тога, уочено је да се у оквиру исте дужине предикционог периода грешка мења у зависности од тога из које старости се врши предикција (Barrio-Anta, Diéguez-Aranda 2005). Ако се за горњи ниво критичне грешке узме прихватљивих 20% (Huang et al. 2003), резултати овог рада показали су да максимални период за који се може дати валидна предикција даљег висинског раста, износи 15 година. Свега три године шири интервал за који се добијају валидне прогнозе раста букве, установљен је од стране Álvarez-González и остали (2010). С тим у складу, извесно је да се након сваког десетогодишњег уређајног периода, претходно дате прогнозе даљег раста и развоја, требају проверити и ажурирати на основу нових улазних величина.

Спроведена анализа висинског раста и овде презентоване криве станишних индекса, потврдили су да буква у западној Србији у 100. години може да достигне висине преко 40 m на најпроизводнијим стаништима. У односу на станишне индексе у другим земљама Европе који су применом исте методологије формирани (графикон 24), буква на најпроизводнијим стаништима достиже 2 m ниже или сличне висине као у условима Словачке (Sharma et al. 2019a) и Швајцарске (Álvarez-González et al. 2010). Поред тога, на подручју западне Србије евидентирани су већи износи станишних индекса на најбољим стаништима него што је то случај у Великој Британији (Manso et al. 2021b), Пољској (Socha et al. 2020), западној Летонији (Matisons et al. 2018) и Данској (Nord-larsen 2006). Установљено је такође да полиморфни модели висинског раста уграђени у симулаторе SILVA и SYBILA (графикон 48), прогнозирају 3 и 4 m веће износе висина у истој референтној старости ($СИ_{100}$) у односу на букву на најбољим станишним условима у западној Србији. Имајући у виду изнесено, најбоља станишта за букву у западном делу Србије могу се слободно сврстати у групу најпроизводнијих за ову врсту у Европи.

У поређењу са бонитетним кривим формираним за подручја централне и источне Србије (Stajić et al. 2016, 2021), овде приказани резултати упућују да буква у западном делу земље може да у истој референтној старости, на најбољим стаништима, достигне и до 8 метара веће висине (графикон 23). Уколико се у оквиру западне Србије, упореде износи $СИ_{100}$ на гранодиориту, филиту (Мачвански округ - ГЈ „Источна Борања“) и кречњаку (Мачвански округ - ГЈ „Источна Борања“, Златиборски округ - ГЈ „МЗ Рача“), евидентно је да постоје значајне разлике у постигнутим просечним висинама (графикон 25). На тај начин, утврђено је да су станишни типови на гранодиориту у централном делу ГЈ „Источна Борања“, за букву значајно производнији наспрам станишта формираних на кречњачкој и филитској геолошкој подлози у оквиру ГЈ „Источна Борања“, као и у односу на кречњачка станишта газдинске јединице „МЗ Рача“ у НП „Тара“. У просеку, буква је у истој старости на гранодиориту и до 5 m виша него на кречњаку, на којем су овом приликом регистроване и до 4 m веће средње висине него на филиту. Међусобним

упоређивањем износа $СИ_{100}$ на станишним типовима мапираним за гранодиорит у централном делу ГЈ „Источна Борања“, нису утврђене статистички значајне разлике у динамици раста букве.

8.1. Симулатор раста РАСТко

Највећи број емпиријских и хибридних симулатора раста појединачних стабала као што су аустријски MOSES (Hasenauer 1994, 2006) или PROGNAUS или BWINPro (Nagel et al. 1996, 2002), амерички PTAEDA4,0 (Burkhardt et al. 2008) или CACTUS (Wensel et al. 1987), француски Capsis (Dufour-Kowalski et al. 2012), словачка SYBILA (Fabrika 2003, 2005; Fabrika, Dursky 2006) итд, имају робустан извршни код написан и компајлиран у неком од објектно структурисаних програмских језика- Fortran, C, C++, Delphi или Java. Базични програмски језици поред тога што омогућавају креирање прилагођеног корисничког интерфејса, доприносе томе да се симулације одвијају још интензивнијом динамиком. Међутим, због немогућности да се једноставно стекне увид у извршни код највећег броја симулатора доста се губи на транспарентности операција које се дешавају у позадини, као и на могућности ефикасног накнадног репрограмирања и ажурирања (Pretzsch et al. 2002b; Antón-Fernández, Astrup 2022). Иако класични симулатори имају релативно скромне прохтеве у погледу минималне конфигурације треба имати у виду да је због контролисане дистрибуције, њихово коришћење ограничено на рачунаре на којима је претходно извршена лиценцирана инсталација. Изузетак представљају симулатори новијег датума, који се претежно појављују под тзв. Генералном јавном лиценцом (енгл. *GNU- General Public License*) у условима слободног коришћења и дељења (Dufour-Kowalski et al. 2012; Härkönen et al. 2019; Vallet et al. 2021).

Као алтернатива формално-технички заокруженим програмима, јавила се идеја отвореног приступа извршном коду (енгл. *open source*), која омогућава да се шира заједница бави прилагођавањем и унапређењем ефикасности метода обраде података, што је посебно значајно када се ради о управљању емпиријским моделима и великим сетовима података. Управо флексибилност метода представља једну од најважнијих карактеристика функционално оријентисаног програмског језику R (Team R Core 2020). С тим у вези, коришћење R је постао изванредан стандард у реализацији истраживања у оквиру готово свих научних дисциплина, па и у шумарству (Robinson, Hamman 2011). Тако су се у овом програмском језику недавно појавили и први симулатори раста формирани у виду библиотеке, које садрже функционалности намењене процесно базираним симулацијама - r3PG (Trotsiuk et al. 2020), medfate, medfateland (Cáceres et al. 2015, 2021), FORMIT-M (Härkönen et al. 2019). Имајући у виду важност униформне структуре симулатора, у R је развијен и предложен свеобухватан програмски оквир (енгл. *framework*) са генеричким функцијама- SiTree. Програмски оквири или платформе имају за циљ да баве оптималним техничким решењима која обезбеђују ефикасно моделовање и униформну конструкцију симулатора (Rasinmäki et al. 2009; Dufour-Kowalski et al. 2012). SiTree пружа могућност да се у постојећи оквир симулатора интегришу додатни под-модели прилагођени од стране корисника, што осигурава формирање стандардизованих, а истовремено прилагођених симулатора раста индивидуалних стабала (Antón-Fernández 2021; Antón-Fernández, Astrup 2022). Иако су све претходно набројане R библиотеке слободно доступне у оквиру свеобухватне R архивске мреже (акроним CRAN), њихово коришћење је, такође, локално ограничено на рачунаре

који имају инсталиран R. Поред тога, корисник мора познавати основе рада у овом програмском језику јер графички кориснички интерфејс (енгл. *GUI*) не постоји, што свакако представља извесно ограничење када је у питању шира употреба. Према Pretzsch и осталим (2002b), први од четири основна принципа којих се треба придржавати приликом формирања софтвера за симулацију раста, подразумева релативно једноставно коришћење софтвера захваљујући илустративном GUI.

Уочени недостаци и предности код оба претходно наведена приступа, послужили су као инспирација да се оперативна верзија симулатора раста „РАСТко“ конципира и успостави у форми реактивне *shiny* интернет апликације (Shiny 2021), са одговарајућим корисничким интерфејсом (Chang et al. 2021). Детаљном анализом најновијих литературних извора, установљено да је у тренутку писања рада „РАСТко“ јединствени пример хибридног симулатора раста у R, за чије коришћење је потребна само интернет конекција са сервером и одговарајући интернет прегледач. Сличну идеју симулатора заснованог на интернет вези реализовали су Surovú и остали (2011), где је функционисање локалне, интернет и сервер варијанте симулатора реализовано помоћу .NET технологије. Том приликом је зарад брже размене података преко HTTP протокола, у одређеној мери редукован квантитет и квалитет излазних података које кориснику доставља интернет апликација.

За разлику од осталих симулатора развијених у програмском језику R ово је прва потпуно мрежна апликација, која је кориснику доступна са било које удаљености и без икаквих додатних системских инсталација. Да би се превазишао недостатак графичке компоненте програма базираних у програмском језику R, овом приликом је по угледу на класичне симулаторе раста оформљен и одговарајући програмски интерфејс, који омогућава коришћење симулатора готово без икаквог предзнања везаног за програмирање. Оно што додатно одликује симулатор „РАСТко“ и издваја га од осталих симулатора, посебно оних писаних у програмском језику R, јесте веома илустративан и интерактиван тродимензионални приказ проучаваних састојина. Квалитетан визуални приказ проучаваних стабала и састојина омогућава лакше анализирање, боље разумевање и ефикаснију примену резултата симулације (Ma et al. 2018; Fabrika et al. 2019; Richit et al. 2019; Tang et al. 2019).

Функционисање симулатора базирано је на међусобној интеракцији већег броја модула, који у коначној резултанти треба да представе раст и одумирање стабала (Hasenauer 2006; Weiskittel et al. 2011; Vospernik 2017). Модул задужен за симулације висинског раста у симулатору „РАСТко“ базиран је на одабраној GADA функцији, што представља значајно унапређење у односу полиморфне криве висинског раста, које се налазе интегрисане у склопу симулатора SILVA и SYBILA. За разлику од делимично пристрасне методологије израде класичних полиморфних кривих станишних индекса, одабрани модел висинског раста M5, поседује јако теоријско утемељење и формулисан је низом аналитички усклађених алгебарских операција (Cieszewski, Strub 2008). Такав приступ условио је да на валидан начин буду дефинисани глобални и станишно специфични параметри, а затим заједно и процењени. Кроз успостављање одговарајућег динамичног модела, превазиђен је проблем старосне инваријантности и омогућено је спровођење предикције висинског раста која је независна од избора референте старости. Додатно унапређење предиктивних перформанси модела висинског раста дугује се итеративном моделовању резидуала, приликом којег је решен проблем

аутокорелације и нехомогене варијансе код резидуала, о којима се раније није много водило рачуна. Поред уклоњених недостатака, код модела висинског раста М5 задржане су све остале пожељне карактеристике, као што је 1) складност модела, 2) флексибилност проистекла из три параметра, 3) раст приближан нули у нултој старости и једнак станишном индексу у референтној старости и 4) полиморфни облик криве раста са 5) различитим асимптотама које представљају очекиване промене темпа раста и максималних димензија у зависности од продукционог потенцијала станишта.

Управљачке одлуке у шумарству захтевају прецизна и тачна предвиђања верификација резултата симулације представља један од најважнијих задатака (Schmidt, Hansen 2007; Muys et al. 2011; Dufour-Kowalski et al. 2012; Vospernik et al. 2015). У склопу тестирања симулатора „РАСТко“ успешно је реализована симулација даљег развоја трајне огледног поља 2 које се налази у оквиру огледне површине постављене 2017. године, у одсеку б 50 одељења ГЈ „Источна Борања“. Том приликом, спроведена је средњорочна прогноза раста састојине у наредних 30 година, што Hasenauer (2006) и Vospernik (2017) сматрају максималним препорученим временским периодом за који се могу добити валидне информације применом симулатора раста појединачних стабала. На тај начин су се као неутемељени показали наводи Dufour-Kowalski и осталих (2012) да „*R* није погодан за имплементације сложених модела и да отежава дистрибуцију модела крајњим корисницима“. Ипак, за потпуну проверу тачности и прецизности симулација неопходно је поседовати податке премера једне исте састојине у најмање два, прилично одвојена временска интервала. Нажалост, у западном делу Србије нису били доступни подаци из сукцесивних премера трајних огледних површина у чистим буковим састојинама, тако да је услед недостатка материјала верификација резултата добијених симулацијом практично онемогућена.

8.2. Значај резултата истраживања за шумарску праксу и задаци будућих истраживања

Потреба за оваквим видом истраживања лежи у чињеници да симулатори раста шумских стабала и састојина истовремено пружају изузетно широке могућности у погледу научне и практичне примене. У оба случаја, резултати симулација раста и развоја шумских стабала и састојина под конкретним околностима помажу приликом разматрање низа постојећих недоумица у газдовању и доношење објективних одлука у погледу њиховог разрешавања.

Уопштено, симулатори раста представљају савремени и иновативни програмски алат, са низом уклопљених дефинисаних модела раста стабала, али и осталих модела, који струци и науци пружају могућност доношења практичних решења у функцији реалног газдовања шумама. Поред конкретне израде програма, допринос дисертације би се огледао и у непосредном представљању и приближавању овог интегрисаног алата шумарској оперативи Србије.

За израду симулатора раста било је неопходно реализовати више комплексних научно-истраживачких задатака. У том смислу, једна од веома важних почетних активности била је везана за потребу систематизације досадашњих проучавања и утврђивање доступних података о моделима раста стабала букве у

оквиру истраживаног подручја. Извесни подаци о расту и прирасту стабала букве са овог подручја, у одређеној форми су постојали, али су недовољног обима и нису систематизовани у потребној мери. Стога је у оквиру ове дисертације формирана нова, функционалнија база података, која је поред извршене систематизације досадашњих информација, допуњена новим релевантним емпиријских подацима о расту и прирасту букве и станишним карактеристикама, али и новим сазнањима о њиховој интеракцији.

Као таква, ова база може послужити и као основ за параметризацију различитих алометријских модела и модела раста стабала у висину и дебљину. Конструкција ових модела је од великог практичног и научног значаја, јер омогућава стицање нових сазнања о карактеристикама раста букве у зависности од станишних услова западне Србије, што представља основ за закључивања о утицају низа променљивих фактора раста на шуме ове врсте дрвећа у Србији. Из тог разлога, Gadow и Hui (2013) констатују да газдински поступак заснован на целисходном познавању динамике раста стабала и састојина представља конкретизацију опредељења ка „природи блиском газдовању“.

Добијени подаци могу послужити даље и за рад на дефинисању оптималног састојинског стања у буковим шумама и као основ за даља истраживање карактеристика раста букве у мешовитим састојинама и нивоа толеранције ове врсте дрвећа према дејству различитих фактора у оваквим врстама састојина.

Напори уложени у конструкцију симулатора нису сами себи сврха, него су пре свега намењени практичној примени (Fabrika, 2005). На овај начин уоквирена сазнања о расту стабала и састојина букве, ће имати практичну примену у газдовању шумама „као темељ за доношења одлука на пољу планирања, шумарске политике и екологије“ (Stajić и сар., 2016). Између осталог, измењени циљеви газдовања и растући практични интерес за инкорпорирањем бројних утицајних фактора у моделе раста, учинили су да примена симулатора раста шума и стабала постане уобичајена пракса у газдовању шумама (Bartelink и Mohren, 2004). Примена оваквих програмских решења омогућава симулацију узгојних третмана и евалуацију њихових ефеката на раст састојина. Упоредо са тим, у поступак симулације је инкорпориран утицај станишних и састојинских услова на динамику раста, што омогућава тестирање различитих сценарија промене услова за раст, али и њихове интеракције са газдинским мерама. Његова ефикасност и апликативност посебно долази до изражаја са чињеницом да су применљиви на различитим нивоима планирања газдовања.

Имајући у виду да је „РАСТко“ први симулатор раста израђен на подручје Србије, те да као такав има пионирски карактер, неопходно је ипак унапредити још доста његових аспеката и перформанси да би исти достигао своју пуну форму. У склопу његовог даљег усавршавања два примарна задатка тичу се 1) проширивања постојеће базе података на територију целе земље и 2) омогућавања симулације раста других врста дрвећа. С тим у вези, за свеобухватну базу података је, поред додатних реконструкција раста доминантних стабала свих привредно важних врста дрвећа неопходно успоставити и мрежу трајних огледних површина, на којима ће бити перманентно праћен раст и развој стабала у различитим састојинским и станишним условима. На тај начин ће бити омогућена већа просторна валидност постојећих, али и успостављање нових емпиријских модела раста за друге врсте

дрвећа, што има за циљ омогућавање симулације раста код мешовитих састојина. Поред наведених квантитативних унапређења било би пожељено ажурирати и постојећу индиректну методологију прогнозе резултујућих ефеката окружења на раст и прираст, те је заменити са климатски сензитивним моделима. Појава модела са мешовитим и фиксним ефектима омогућила је да се у моделе укључе параметри станишних и састојинских услова и да се на тај начин директно евалуира њихов утицај на облик и позицију кривих раста и прираста (Vallet, Perot 2018; Vospernik 2021).

Појава природног одумирања стабала један је од кључних фактора који утичу на састојинску динамику (Münder 2005; Álvarez-González et al. 2007; Seely et al. 2015; Trombik et al. 2016; Cailleret et al. 2017; H. Pretzsch et al. 2020), па је стога неопходно додатно унапредити овде примењену методологију и обезбедити податке за локалну калибрацију модела. Такође, неопходно је додатно технички усавршити симулатор „РАСТко“, што пре свега подразумева додатну оптимизацију кода, пребацивање на посвећени сервер (енгл. *dedicated server*), омогућавање режима серијске обраде података (енгл. *batch-mode*) и формирање апликације која ће имати могућности да се прилагоди екстерним екранима различите величине.

9. ЗАКЉУЧЦИ

Истраживања су спроведена у високим састојинама букве у западном делу Републике Србије, на подручју ГЈ „Источна Борања“, Лозница и ГЈ „МЗ Рача“, НП Тара. Том приликом на две огледне површине (1- ГЈ „Источна Борања“ и 2- и ГЈ „МЗ Рача“), постављено је 66 огледних поља на којима је премерено 2,27 ха високих букових шума у којима се у последње две деценије редовно газдовало проредним сечама умереног до ниског интензитета. Примарна намена ових састојина је производња високо вредних дрвних сортимената. Поред података добијених премером огледних површина, извршена је и анализа раста 52 доминантна стабла, на основу којих је извршена реконструкција токова раста и прираста.

Прикупљени подаци имају за циљ да представе динамику раста стабала и састојина букве на три геолошке подлоге- гранодиориту, кречњаку и филиту. Анализирани подаци покривају преко 600 m вертикалне дистрибуције букових састојина (395-1020 m н.в. , графикон 1) и на тај начин одражавају динамику раста у горњим деловима ниже брдске зоне раста вегетације и целокупну нижу планинску зону на наведеним геолошким подлогама. У оквиру огледне површине 1 дефинисано је пет типова станишта који су послужили за стратификацију приликом постављања огледних поља и одабира стабала за реконструкцију раста (поглавље 3.1). На огледној површини 2, где је издвајање типова станишта отпочело непосредно пре прикупљања података за ово истраживање, постављање огледних поља и одабир стабала за анализу раста извршено је у непосредној близини педолошких профила позиционираних на различитим експозицијама и рељефним облицима.

9.1. Структура састојина

1. Резултати **анализе старости** показују да је једнодобна и приближно једнодобна структура утврђена на по 25 огледних поља (укупно 50 ОПа), док је разnodобно било 16 ОПа. Овакви резултати су у највећем делу потврдили прву хипотезу да су чисте састојине букве су на малим површинама доминантно једнодобне или приближно једнодобне старосне структуре. Утврђено је да са повећањем старости постоји изражена тенденција ка линеарном повећању стандардне девијације података о старости стабала.

Верификацијом претходно окуларно датих процена старости, објективно је показано је да овај метод у буковим састојинама није поуздан и да у преко 50% случајева доводи до грешке која је већа од половине доброг разреда у једнодобним састојинама (10 година). На тај начин потврђена је претпоставка изнесена као друга радна хипотеза. На формирање погрешног утиска о састојинској старости највише утиче густина састојине исказана преко броја стабала, док се показало да средњи састојински пречници имају нешто мањи утицај на давање погрешних процена.

О размерама грешки које се могу догодити приликом процене старости говори пример ОП 65 где је 140 стабала по хектару са d_g од 42,5 cm, оставило утисак да се ради о зрелој састојини (≈ 120 година), а заправо фактичка старост износи 64 године, што значи да је грешка процене чак 58 година. Да је грешка двосмерна указује пример ОП 61 где је утврђено да 1800 стабала по хектару са d_g од 15.5 cm,

уместо процењених 40 година имају фактичку старост од просечних 66 година, што је значи да је грешка процене износила 26 година.

На истраживаном подручју нису пронађене састојине млађе од 60 година, па чак ни веће групе млађих стабала у оквиру групично разноврних састојина што јасно указује да постоји озбиљна нарушеност правилног размера добних разреда. Ипак имајући у виду да смо показали да је окуларна процена старости потпуно непоуздан метод у буковим састојинама, постоји одређени проценат могућности да на терену младе састојине ипак постоје, али структурном изграђеношћу знатно одступају од оног изгледа који се од њих очекује.

- Број стабала** на обе огледне површине има значајан тренд смањења са повећањем просечне старости уколико се она одреди као проста аритметичка средина (Ар. средина) за сва три структурна облика. Највећи број стабала утврђен је на ОП 61 (1800 N/ha), а најмањи на ОП 29 (120 N/ha).
- Најмање величине **карактеристичних пречника** установљене су на ОП 61 ($d_g = 15,5$ cm; $D_g = 19,7$ cm), док су највећи износи утврђени на ОП 29 пречника ($d_g = 65,1$ cm и $D_g = 71,8$ cm). На обе огледне површине евидентирана је јака зависност између карактеристичних пречника и старости, а међусобно упоређивање ових зависности сугерише да се анализирани састојински пречници са старошћу увећавају на сличан начин, односно константно и паралелно. Најмање разлике између карактеристичних састојинских пречника ($\Delta d_g - D_g [\%]$) забележене су на ОП 58 (6,5%), а највећих 31,5% евидентирано је на ОП 5. Утврђено је да код старијих састојина пречници значајно више варирају око аритметичке средине, али није утврђено да старењем долази до очекиваних промена асиметрије- α_3 и спљоштености- α_4 дистрибуције пречника. Дистрибуција пречника код готово свих огледних поља има унимодалну дистрибуцију, која се адекватно може апроксимирати Weibull-овом функцијом расподеле.
- Приликом формирања **висинских кривих**, најмање средње одступање емпиријских од моделованих података (RMSE) показала је Проданова функција. Најнижи износи средњих састојинских висина евидентирани су код најмлађег ОП 61 ($h_g = 20,2$ m и $H_g = 23,5$ m), док су висине преко 40 m евидентирание код разноврне ОП 26 ($h_g = 41,2$ m и $H_g = 45,4$ m). На тај начин потврђена је трећа хипотеза да буква у истраживаном подручју у зрелим састојинама достиже висине преко 40 m, што ова станишта сврстава у једна од најпроизводнијих за ову врсту дрвећа код нас и у Европи.
- Формирањем **мапе крошњи** остварен је увид у просторни распоред стабала у оквиру огледних поља. Том приликом је потврђено очекивано постојање веома јака веза између остварених пречника и застрте површине крошњи Z_p , који се у великој мери могу објаснити степеном функцијом.
- Највећи износи **запремине и темељнице** регистровани су на ОП 31 и ОП 24, где су евидентирание запремине од чак 1009,7 m³ и 1041,6 m³, док су темељнице у овим састојинама износиле 68,3 m² и 73,0 m². Најнижи износи запремине од 256,6 m³ забележени су на ОП 54, при чему је темељница износила 18,5 m². Докази о значајном увећању запремина са повећањем просечне старости на ОП на гранодиориту (огледна површина 1) нису евидентирани, што се може приписати

активном коришћењу анализираних састојина. Насупрот томе, на кречњаку је утврђена значајна корелација између старости и запремине ОПа.

Резултати анализе нису пружили довољно доказа о постојању статистички значајног варирања запремине код састојина сличне просечне старости, али различите старосне структуре ($F(2,15) = 2,34$, $p = 0,13$). Ипак, због значајног варирања запремине и малог броја ОП постоји велика вероватноћа да се одбаци погрешна нулта хипотеза, односно да се не почини грешка типа 2. Просечни износи запремина и темељница ОПа у оквиру доброг разреда 85-105, су значајно мањи на кречњачкој геолошкој подлози у односу на гранодиорит ($t(33) = 2,1054$, $p = 0,043$). Том приликом, утврђено је да просечна запремина на гранодиориту износи $678 \pm 83 \text{ m}^3$, док је на кречњаку $553 \pm 80 \text{ m}^3$. Треба имати у виду да су овакви резултати евидентирани упркос претходно изнетим опсервацијама везаним за однос између старости и запремина, које указују на нешто интензивнији газдински третман код састојина на гранодиориту.

9.2. Модели раста стабала

1. Приликом параметризације модела **висинског раста** коришћени су емпиријски подаци о расту 52 доминантна стабала, односно укупно 1027 парова података висина-старост за калибрацију и 227 за верификацију модела. Тестирана је могућност примене 7 различитих динамичних GADA форми. На основу параметара калибрационе и верификационе статистике (табела 19), као и показатеља који одражавају реалистичност прогноза које тестирани модели дају (табела 20), закључено је да модел M5 најбоље апроксимира динамику висинског раста букве на истраживаним локалитетима. Увидом у дистрибуцију резидуала и одговарајућим статистичким параметрима, потврђено је да су додатним моделовањем из резидуала код модела M5 уклоњени трендови у варирању као и аутокорелација. У поступка избора референте старости на који ћу се станишни индекси упућивати, коришћена референта старост од 100 година се показала као довољно поуздан основ за предвиђање висина у свим другим старостима. Регистровано је повећање RMSE са ширином интервала доцње, а најизраженије разлике су регистроване у најранијем добу, што упућује на слабију прецизност неупотребљивост модела, када је у питању предикција на основу старости мањих од 30 година. На основу праћења промене критичне грешке процене утврђено је да се грешка процене средње висине преко $\pm 20\%$ могу очекивати код предикција дужих од 15 година.

Приликом упоређивања кривих станишних индекса формираних овом приликом са резултатима из источне Србије (Stajić et al. 2016) и источне и централне Србије (Stajić et al. 2021), утврђено је да се у западном делу Србије на најбољим стаништима могу очекивати и до 8 m веће висине, а на најлошијим до 4 m. Овакви резултати потврдили су други део четврте радне хипотезе, да су $СИ_{100}$ на станишту највећег производног потенцијала (бонитета) на гранодиоритима у ШГ "Борања"-Лозница већи је него за букву источне и централне Србије.

Криве станишних индекса ($СИ_{100}$) формиране за букву у западној Србији су упоређене са кривим у Великој Британији (Manso et al. 2021b), Словачкој (Sharma et al. 2019a), Пољској (Socha et al. 2020), западној Летонији (Matisons et al. 2018), Данској (Nord-larsen 2006) и Швајцарској (Álvarez-González et al. 2010). Генерално

посматрано, највеће сличности су евидентирани у поређењу са резултатима из Швајцарске, а највеће разлике одступања су регистрована у односу на букву из Пољске, Данске и Велике Британије.

ANOVA је показала да се $СИ_{100}$ остварени на све три анализиране геолошке подлоге значајно разликују ($p < 0,01$). На овај начин потврђен и је први део четврте радне хипотезе, да су износи $СИ_{100}$ на стаништима највећег производног потенцијала (бонитета) на гранодиоритима у ШГ "Борања"- Лозница већи је него за букву на кречњаку у НП "Тара".

Резултати тестирања значајности разлика између остварених $СИ_{100}$ на различитим станишним типовима на гранодиориту нису пружили довољно доказа о постојању значајних разлика у оствареним висинама у референтној старости. Овакви закључци оповргли су пету истраживану хипотезу да се висински раст стабала букве се разликује по анализираним типовима станишта.

2. Проучавања **дебљинског раста** стабала букве базирано је на укупно 843 серија прираста доминантних (279) и кодоминантних (564) стабала. Најкраће хронологије радијалног прираста садрже свега 34 величине и забележене су код доминантних стабала 7 и 1 на огледним пољима 63 и 65, чије су процењене старости 44 и 46 година. Најдужа хронологија се састоји од 198 величина радијалног прираста и покрива период између 1821. и 2019. године. Највећи радијални прираст измерен је на код доминантног стабла 307. Овај год је формиран 1970. године и његова величина износи 11,33 mm. Најмањи евидентирани износ радијалног прираста од свега 0,01 mm остварен је 1951. године, код доминантног стабла 8 са ОП15. Највећи пречник на прсној висини забележен је код доминантног стабла 425, који је у 146. години износио 82,1 cm. На основу анализираних извртака утврђено је да су стабала 3 и 4 са ОП 31 и 30 у 79-ој години достигла пречнике од 69,2 и 70 cm. С друге стране, на графикону 27 су евидентне криве раста, које указују да након 100 година одређени број доминантних стабала има пречник мањи од 10 cm.

Код доминантних стабала на кречњаку и гранодиориту статистички значајне разлике између остварених износа радијалног прираста утврђене су само за 4 од посматраних 152 године ($p < 0,05$). Код стабла из нижих социјалних положаја евидентирани су изузетно значајне разлике у оствареним износима радијалног прираста на кречњаку и гранодиориту. Код обе групе стабала постоји изражена зависност између остварених износа радијалног прираста и нивоа производности станишта израженог станишним индексом. Остварени ниво радијалног прираста значајно корелира са износима $СИ_{100}$ и то од најранијих периода живота па све до краја седме и средине осме деценије старости и то независно од нивоа репликације узорка.

Код 227 доминантних стабала не постоји корелациона зависност између утврђених величина износа радијалног прираста у 2019. години и износа коефицијента конкуренције у борби за светлост и простора за раст - KKL ($p = 0,51$). Код 564 стабала из нижих социјалних положаја, приметно је да већи конкурентски притисак резултује формирањем значајно ужих година ($r = -0,38$, $p < 0,001$). Није утврђено да са повећањем старости долази до смањивања износа KKL. Просечни и медијални износи KKL утврђени за посебно доминантна и осталих стабала

верификовали су поделу стабала у ове две групе које се одликују битно различитим степеном конкурентског притиска. Детерминисана је и значајна негативна веза између износа KKL и величина којима је окарактерисана развијеност крошњи (P_{ok} , Z_p и V_k).

За модел максималног раста и прираста пречника коришћена је функција M15, која представља Chapman-Richards модел чије је асимптота проширена за континуални фиксни ефекат квалитета станишта исказан преко SI_{100} (Schelhaas et al. 2018). Приликом калибрације модела, аутокорељација резидуала је уклоњена помоћу ауторегресионог модела структуре AR2MA1, док је стабилизација варијансе извршена применом степене функције. Дистрибуција нормализованих резидуала око линије регресије и Durbin-Watson тест указали су да је модел добро калибрисан и да резидуали не показују никакав шаблон у варирању. M15 има коефицијент детерминације $R^2 = 0,94$, позитивно је пристрасан ($\bar{e} = 3,4613$) са стандардном грешку регресије (RMSE) ширине петосантиметарског дебљинског степена. Графички приказ M15 јасно указује изражену тенденцију раста максимално могућих пречника од лошијих ка бољим стаништима. На најлошијим стаништима у старости од 200 година очекује се максимални пречник од 45 cm, а на најбољим максималних 108 cm. Уколико посматрамо референтну старост од 100 година, максимални процењени пречник од 50 cm имају стабла на стаништима чији SI_{100} прелази 27 m.

3. Модели промене ширине крошње (b [m]) - M12 и почетка крошње (h_d [m]) - M13 калибрисани су на основу пречника - d [cm] и висина - h [m] као независних променљивих. Готово идентични износи коефицијента детерминације утврђени су код оба модела (M12 - $r^2 = 0,77$; M13 - $r^2 = 0,78$). Приликом калибрације извршено је уклањање аутокорељационе структуре резидуала и стабилизација варијансе.

9.3. Симулатор раста РАСТко

1. Основне функционалности које нуди интерфејс симулатора раста РАСТко подељене су у четири прозора: „Unos podataka“, „Obrada“, „Prirast“ и „Simulacija“. Учитавањем података премера у складу са презентованим упутствима и датим шаблоном, као и уносом додатних информација у програм стичу се услови за покретање провере и логичке контроле унесених података. Након успешно реализоване провере отвара се читав низ могућности које подразумевају даљу обраду података и симулацију будућег раста шумских стабала и састојина.

Целокупан систем функционисања РАСТка и међусобне релације модула симулатора приказане су у форми одговарајућег алгоритма. С тим у вези, евидентно је потврђена је и радна хипотеза да оперативна верзија симулатора, са одговарајућим интерфејсом, може бити формирана у функционално-оријентисаном програмском језику R и представљена корисницима у форми интерактивне shiny интернет апликације.

2. У склопу модула за израчунавање елемената раста укључене су функционалности везане за израчунавање елемената раста и позиционирање појединачних стабала у простору, као и одређивање просечних и сумарних елемената раста састојина.

3. Модул за 2D и 3D приказ састојине подразумева формирање низа интерактивних графикона. Као резултат активације овог модула, формирају се графикони висинске криве и дебљинске структуре, који поред емпиријских података садрже криве одговарајућих модела. Интерактивна карта крошњи приказује просторни распоред стабала, облик крошње и спољне границе огледног поља. Модул садржи низ функција које омогућавају тродимензионални приказа терена и састојине. Кликом на крошњу неког од стабала приказаног на 3D графикону добија се низ информација о његовим елементима раста.
4. Модул за одређивање конкуренције квантификује конкурентске односе између суседних стабала. Детаљно је представљен поступка утврђивање коефицијента крошњи доступне светлости – KKL , прага конкуренције- $Z_{\alpha/2}$, степена асиметричности притиска конкурената - $RDIST$ и коефицијента примешаности других врста - MIX .
5. У склопу модула раста приказан је комплексни поступак којим на основу датих станишних услова врши модификација прираста добијених из модела раста пречника, висине и крошњи. У ту сврху примењују се трансформационе и агрегатне функције, као и низ редукционих коефицијената који додатно модификују моделне износе прираста.

Проблем избора референтне старости код модела раста у висину је код РАСТка решен применом GADA методологије. Кроз M5 форму Шарпан-Richards-ове функције добијене су непристрасне криве висинског раста букве на стаништима различитог производног потенцијала. Овакав приступ конструкцији модела висинског раста може се сматрати значајно прикладнијим за разврставање станишта по производности у односу на приступе који су коришћени приликом израде анаморфних и полиморфних станишних индекса у склопу симулатора SILVA (Немачка) и SYBILA (Словачка). С тим у вези, потврђена је и 7. радна хипотеза. Упоредни приказ кривих раста открио је да постоји значајан степен разлика између кривих висинског раста у западној Србији и кривих које су инкорпорирани у симулаторе SILVA и SYBILA.

У склопу овог модула такође је представљен и поступак моделовање стохастичке варијабилности прираста

6. Модул намењен предвиђању преживљавања стабала у потпуности је преузет из симулатора SILVA и SYBILA. Систем се састоји се из две компоненте, од којих прва одређује вероватноћу преживљавања стабала, док је друга задужена да из меморије уклони стабла која су одумрла током симулације.

Процес одређивања вероватноће преживљавања неког стабала базира се на систему две међусобно повезане функције. Модел логистичке регресија служи да на основу 4 селекована предиктора предвиди вероватноћу ($F(x, a)$) да неко стабло преживи наредни период. У следећем кораку се на основу претходно утврђене вероватноће преживљавања одређује вероватноћа морталитета ($Mrt\%$), која се затим пореди са случајно извученим бројем из униформне дистрибуције да би се донела коначна одлука о томе да ли ће стабло преживети или бити уклоњено од стране друге компоненте модула.

7. Модул за реализацију узгојних интервенција има за задатак да изврши 1) аутоматску селекцију стабала која ће из састојине бити уклоњена или 2) да

омогући циљани одабир стабала која ће бити подржана као стабла будућности. РАСТко пружа могућност интерактивног и веома флексибилног управљања типом, интензитетом и интервалом између узастопних узгојних интервенција. модулом тренутно се врши симулација три типа узгојних третмана: 1) висока прореда, 2) ниска прореда и 3) селективна прореда (избор и нега стабала будућности). Предвиђена је и могућност формирања списка узгојних интервенција, које ће се извршавати према задатом временском интервалу између узастопних интервенција. Временско дефинисање интервала код сва три типа интервенција може бити везано за конкретну календарску годину или усклађено са променом горње висине.

8. РАСТко представља хибридни симулатор раста стабала и састојина букве на подручју западне Србије, чија функционалност је прилагођена тренутним околностима и могућностима. Упркос низу ограничења проистеклим из релативно скромне базе података којом је ограничена подобност шире примене и верификације резултата, за огледно поље 2 које се налази у оквиру сталне огледне површине у одсеку б 50 одељења ГЈ „Источна Борања“, успешно је спроведена средњорочна прогноза раста састојине у наредних 30 година. Тако је потврђена и последња, 8 хипотеза, да РАСТко може поуздано да симулира раст стабала и састојина букве на подручју на којем је вршена параметризација модела.

10. ЛИТЕРАТУРА

- Adame, P., Cañellas, I., Roig, S., Del Río, M., 2006. Modelling dominant height growth and site index curves for rebollo oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). *Ann. For. Sci.* 63, 929–940. <https://doi.org/10.1051/forest:2006076>
- Akbas, U., Senyurt, M., 2018. Site quality estimations based on the Generalized Algebraic Difference Approach: a case study in Çankiri Forests. *Rev. Árvore* 42. <https://doi.org/10.1590/1806-90882018000300011>
- Aleksić, P., 1994. No Title.
- Álvarez-González, J.G., Castedo-Dorado, F., Ruiz Gonzalez, A.D., Lopez Sanchez, C.A., Gadow, von K., 2007. A two-step mortality model for even-aged stands of *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwestern Spain). *Ann. For. Sci.* 64, 219–228. <https://doi.org/10.1051/forest>
- Álvarez-González, J.G., Zingg, A., Gadow, K. V., 2010. Estimating growth in beech forests: A study based on long term experiments in Switzerland. *Ann. For. Sci.* 67. <https://doi.org/10.1051/forest/2009113>
- Anderson, B.D., Russell, M.B., Windmuller-Campione, M.A., Palik, B.J., Kastendick, D.N., 2018. Development and evaluation of black spruce (*Picea mariana* (Miller) B.S.P.) diameter increment models across silvicultural treatments in northern Minnesota, USA. *Forests* 9. <https://doi.org/10.3390/f9120747>
- Andrašev, S., 2007. Razvojno proizvodne karakteristike selekcionisanih klonova crnih topola (sekcija Aigeiros DUBY) u gornjem i srednjem Podunavlju. Univerzitet u Beogradu, Šumarski fakultet.
- Andrašev, S., Vučković, M., Bobinac, M., Ivanišević, P., Stajić, B., 2004. Mogućnost modelovanja debljinske strukture i izračunavanja zapremine zasada klonova crnih topola. *Bull. Fac. For. Belgrade* 90, 37–51.
- Antón-Fernández, C., 2021. SiTreeE: SiTree extensions. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2015-0155>
- Antón-Fernández, C., Astrup, R., 2022. SiTree: A framework to implement single-tree simulators. *SoftwareX* 18, 100925. <https://doi.org/10.1016/j.softx.2021.100925>
- Assmann, A., 1961. *Waldetragskunde*. München.
- Aussenac, R., Pérot, T., Fortin, M., de Coligny, F., Monnet, J.-M., Vallet, P., 2021a. The Salem simulator version 2.0: a tool for predicting the productivity of pure and mixed forest stands and simulating management operations. *Open Res. Eur.* 1, 61. <https://doi.org/10.12688/openreseurope.13671.2>
- Aussenac, R., Pérot, T., Fortin, M., de Coligny, F., Monnet, J.-M., Vallet, P., 2021b. Salem 2.0 extended data. <https://doi.org/http://www.doi.org/10.5281/zenodo.4742559>
- Bachmann, M., 1998. Indizes zur Erfassung der Konkurrenz von Einzelbäumen. *Methodische Untersuchung in Bergmischwäldern*. Forstliche Forschungsberichte Nr.171, München, München.

- Bailey, R., Dell, T., 1973. Quantifying Diameter Distributions with the Weibull Function. *For. Sci.* 19, 97–104. <https://doi.org/10.1093/forestscience/19.2.97>
- Bailey, R.L., Clutter, J.L., 1974. Base-Age Invariant Polymorphic Site Curves. *For. Sci.* 20, 155–159.
- Baković, Z., 2018. Uređajne mere za ostvarivanje ciljeva gazdovanja šumama. Univerzitet u Beogradu, Šumarski fakultet.
- Banković, S., Medarević, M., Pantić, D., Petrović, N., 2009. The national forest inventory of the Republic of Serbia.
- Banković, S., Pantić, D., 2006. Dendrometrija. Šumarski fakultet, Beograd.
- Barrio-Anta, M., Diéguez-Aranda, U., 2005. Site quality of pedunculate oak (*Quercus robur* L.) stands in Galicia (northwest Spain). *Eur. J. For. Res.* 124, 19–28. <https://doi.org/10.1007/s10342-004-0045-3>
- Barrio-Anta, M., Sixto Blanco, H., Viñas, I.C.R. De, Castedo-Dorado, F., 2008. Dynamic growth model for I-214 poplar plantations in the northern and central plateaux in Spain. *For. Ecol. Manage.* 255, 1167–1178. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.10.022>
- Bates, D.M., Pinheiro, J.C., Bates, D.M., 1998. Linear and nonlinear mixed-effects models linear and nonlinear mixed-effects models. *Conf. Appl. Stat. Agric. 10th Annu. Conf. Proc.* 0–21.
- Blanc, C., Schlick, C., 1995. X-splines 377–386. <https://doi.org/10.1145/218380.218488>
- Bobinac, M., 2006. Učinak proreda na prirast stabala različitih bioloških položaja u srednjodobnoj sastojini bukve. *Šumarski List* 5–6, 183–191.
- Bobinac, M., 2003. Karakteristike biološkog diferenciranja stabala u sastojinama bukve i njihov značaj u procesu nege. *Bull. Fac. For. Belgrade* 88, 27–40.
- Bobinac, M., 2000. Potreba i značaj definisanja biološko-ekoloških i uzgojnih kriterijuma kao osnova za unapređenje stanja i funkcija bukovih šuma u Srbiji. *Bull. Fac. For. Belgrade* 82, 41–50.
- Boncina, A., Kadunc, A., Robic, D., 2007. Effects of selective thinning on growth and development of beech (*Fagus sylvatica* L.) forest stands in south-eastern Slovenia. *Ann. For. Sci.* 64, 47–57. <https://doi.org/10.1051/forest:2006087>
- Borisov, A.M., Banković, D.R., 2012. Nova službena kartografska projekcija Srbije. *Vojnoteh. Glas.* 60, 201–215.
- Bosela, M., Štefančík, I., Petráš, R., Vacek, S., 2016. The effects of climate warming on the growth of European beech forests depend critically on thinning strategy and site productivity. *Agric. For. Meteorol.* 222, 21–31. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2016.03.005>
- Bravo-Oviedo, A., del Río, M., Montero, G., 2007. Geographic variation and parameter assessment in generalized algebraic difference site index modelling. *For. Ecol. Manage.* <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.04.034>
- Bravo-Oviedo, A., Tomé, M., Bravo, F., Montero, G., Del Río, M., 2008. Dominant height

- growth equations including site attributes in the generalized algebraic difference approach. *Can. J. For. Res.* 38, 2348–2358. <https://doi.org/10.1139/X08-077>
- Brus, D.J., Hengeveld, G.M., Walvoort, D.J.J., Goedhart, P.W., Heidema, A.H., Nabuurs, G.J., Gunia, K., 2012. Statistical mapping of tree species over Europe. *Eur. J. For. Res.* 131, 145–157. <https://doi.org/10.1007/s10342-011-0513-5>
- Bunuševac, T., Jovanović, S., 1972. Struktura bukove šume (Fagetum montanum serbicum Rud) u periodu mladika na planini Ceru u Srbiji, in: *Aktuelni Problemi Šumarstva, Drvne Industrije i Hortikulture*. Šumarski fakultet, Univerzitet u Beogradu, Beograd, pp. 39–52.
- Burkhart, H.E., 2012. Modelling Growth and Yield for Intensively Managed Forests. *Model. For. Trees Stands* 9789048131, 1–457. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-3170-9>
- Burkhart, H.E., Amateis, R.L., Westfall, J.A., Daniels, R.F., 2008. PTAEDA4.0: Simulation of Individual Tree Growth, Stand Development and Economic Evaluation in Loblolly Pine Plantations. *User Man.* 27.
- Burkhart, H.E., Tomé, M., 2012. Modeling forest trees and stands. *Model. For. Trees Stands* 9789048131, 1–457. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-3170-9>
- Cáceres, M. De, Martínez-Vilalta, J., Coll, L., Llorens, P., Casals, P., Poyatos, R., Pausas, J.G., Brotons, L., 2015. Coupling a water balance model with forest inventory data to predict drought stress: The role of forest structural changes vs. climate changes. *Agric. For. Meteorol.* 213, 77–90. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2015.06.012>
- Cáceres, M. De, Mencuccini, M., Martin-StPaul, N., Limousin, J.M., Coll, L., Poyatos, R., Cabon, A., Granda, V., Forner, A., Valladares, F., Martínez-Vilalta, J., 2021. Unravelling the effect of species mixing on water use and drought stress in Mediterranean forests: A modelling approach. *Agric. For. Meteorol.* 296. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2020.108233>
- Cailleret, M., Jansen, S., Robert, E.M.R., Desoto, L., Aakala, T., Antos, J.A., Beikircher, B., Bigler, C., Bugmann, H., Caccianiga, M., Čada, V., Camarero, J.J., Cherubini, P., Cochard, H., Coyea, M.R., Čufar, K., Das, A.J., Davi, H., Delzon, S., Dorman, M., Gea-Izquierdo, G., Gillner, S., Haavik, L.J., Hartmann, H., Hereş, A.M., Hultine, K.R., Janda, P., Kane, J.M., Kharuk, V.I., Kitzberger, T., Klein, T., Kramer, K., Lens, F., Levanic, T., Linares Calderon, J.C., Lloret, F., Lobo-Do-Vale, R., Lombardi, F., López Rodríguez, R., Mäkinen, H., Mayr, S., Mészáros, I., Metsaranta, J.M., Minunno, F., Oberhuber, W., Papadopoulos, A., Peltoniemi, M., Petritan, A.M., Rohner, B., Sangüesa-Barreda, G., Sarris, D., Smith, J.M., Stan, A.B., Sterck, F., Stojanović, D.B., Suarez, M.L., Svoboda, M., Tognetti, R., Torres-Ruiz, J.M., Trotsiuk, V., Villalba, R., Vodde, F., Westwood, A.R., Wyckoff, P.H., Zafirov, N., Martínez-Vilalta, J., 2017. A synthesis of radial growth patterns preceding tree mortality. *Glob. Chang. Biol.* 23, 1675–1690. <https://doi.org/10.1111/gcb.13535>
- Calama, R., Montero, G., 2005. Multilevel linear mixed model for tree diameter increment in stone pine (*Pinus pinea*): A calibrating approach. *Silva Fenn.* 39, 37–54. <https://doi.org/10.14214/sf.394>
- Candy, S.G., 2008. Estimation in Forest Yield Models Using Composite Link Functions with Random Effects. *Society* 53, 146–160.

- Carmean, H.W., 1972. Site Index Curves for Upland Oaks in the Central States. *For. Sci.* 18, 109–120.
- Castaño-Santamaría, J., López-Sánchez, C.A., Ramón Obeso, J., Barrio-Anta, M., 2019. Modelling and mapping beech forest distribution and site productivity under different climate change scenarios in the Cantabrian Range (North-western Spain). *For. Ecol. Manage.* 450. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2019.117488>
- Castedo-Dorado, F., Diéguez-Aranda, U., Barrio-Anta, M., Álvarez-González, J.G., 2007. Modelling stand basal area growth for radiata pine plantations in Northwestern Spain using the GADA. *Ann. For. Sci.* 64, 609–619. <https://doi.org/10.1051/forest:2007039>
- Chang, W., Ribeiro, B.B., RStudio, Studio, A., Incorporated, A.S., 2021. shinydashboard: Create Dashboards with ‘Shiny’.
- Cherubini, P., Dobbertin, M., Innes, J.L., 1998. Potential sampling bias in long-term forest growth trends reconstructed from tree rings: A case study from the Italian Alps. *For. Ecol. Manage.* 109, 103–118. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(98\)00242-4](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(98)00242-4)
- Cieszewski, C.J., 2021. UTADA: Unified theory of the algebraic differences approaches-derivation of dynamic site equations from direct yield-site relationships 13, 36–43.
- Cieszewski, C.J., 2004. GADA derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes form Richards, Weibull, and other exponential functions, in: International Conference on Forest Measurements and Qualitative Methods and Management. University of Georgia, Athens USA, University of Georgia, Athens USA, pp. 248–261.
- Cieszewski, C.J., 2003. Developing a well-behaved dynamic site equation using a modified hossfeld IV function $Y_3 = (axm)/(c + xm-1)$, a simplified mixed-model and scant subalpine fir data. *For. Sci.* 49, 539–554. <https://doi.org/10.1093/forestscience/49.4.539>
- Cieszewski, C.J., 2002. Comparing fixed- and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *For. Sci.* 48, 7–23. <https://doi.org/10.1093/forestscience/48.1.7>
- Cieszewski, C.J., 2001. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. *Can. J. For. Res.* 31, 165–173. <https://doi.org/10.1139/cjfr-31-1-165>
- Cieszewski, C.J., Bailey, R.L., 2000. Generalized algebraic difference approach: Theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *For. Sci.* 46, 116–126. <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.1.116>
- Cieszewski, C.J., Harrison, M., Martin, S.W., 2000. Examples of Practical Methods for Unbiased Parameter Estimation in Self-Referencing Functions.
- Cieszewski, C.J., Strub, M., 2008. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. *For. Sci.* 54, 303–315. <https://doi.org/10.1093/forestscience/54.3.303>

- Cieszewski, C.J., Strub, M., Zasada, M., 2007. New dynamic site equation that fits best the Schwappach data for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Central Europe. *For. Ecol. Manage.* <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.02.025>
- Cieszewski, C.J., Zasada, M., 2003. Site index model for Scots pine based on Szymkiewicz yield tables. *SYLWAN* 51–62.
- Cieszewski, C.J., Zasada, M., Strub, M., 2006. Analysis of Different Base Models and Methods of Site Model Derivation for Scots Pine.
- Clark, S.L., Hallgren, S.W., 2004. Age estimation of *Quercus marilandica* and *Quercus stellata*: Applications for interpreting stand dynamics. *Can. J. For. Res.* 34, 1353–1358. <https://doi.org/10.1139/X04-020>
- Clutter, J.L., Jones, E.P., 1980. Prediction of growth after thinning in old-field slash pine plantations. *For. Serv. Res. Pap.* 217, 1–13.
- Cook, E.R., Kairiukstis, L.A., 1990. *Methods of Dendrochronology -Applications in the Environmental Sciences.* KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS.
- Crawley, M.J., 2007. *The R Book*, John Wiley & Sons. John Wiley & Sons.
- Crivellaro, A., Schweingruber, F.H., 2015. Stem anatomical features of Dicotyledons.
- Diéguez-Aranda, U., Burkhart, H.E., Amateis, R.L., 2006. Dynamic site model for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations in the United States. *For. Sci.* 52, 262–272.
- Diéguez-Aranda, U., Burkhart, H.E., Rodríguez-Soalleiro, R., 2005. Modeling dominant height growth of radiata pine (*Pinus radiata* D. Don) plantations in North-Western Spain. *For. Ecol. Manage.* 215, 271–284. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2005.05.015>
- Dufour-Kowalski, S., Courbaud, B., Dreyfus, P., Meredieu, C., De Coligny, F., 2012. Capsis: An open software framework and community for forest growth modelling. *Ann. For. Sci.* 69, 221–233. <https://doi.org/10.1007/s13595-011-0140-9>
- Duncan, R.P., 1989. An evaluation of errors in tree age estimates based on increment cores in kahikatea (*Dacrycarpus dacrydioides*). *New Zeal. Nat. Sci.* 16, 31–37.
- Dursky, J., Pretzsch, H., Kahn, M., 1996. Modellhalfe Nachbildung der Mortalität von Fichte und Buche in Einzelbaumsimulatoren, in: *Jahrestagung 1996 Der Sektion Ertragskunde Des DVFFA. Neresheim*, pp. 267–277.
- Dyderski, M.K., Paź, S., Frelich, L.E., Jagodziński, A.M., 2018. For that reason, predicting the possible environmental and socio-economic consequences of climate change on forest ecosystems becomes one of the principal research tasks. *Glob. Chang. Biol.* 24, 1150–1163. <https://doi.org/10.1111/gcb.13925>
- Dyer, M.E., Bailey, R., 1987. A test of six methods for estimating true heights from stem analysis data. *For. Sci.* 33, 3–13.
- Elfving, B., Kiviste, A., 1997. Construction of site index equations for *Pinus sylvestris* L. using permanent plot data in Sweden. *For. Ecol. Manage.* 98, 125–134. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(97\)00077-7](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(97)00077-7)
- Ercanli, I., Gunlu, A., Başkent, E.Z., 2015. Mixed effect models for predicting breast height

- diameter from stump diameter of oriental beech in Göldağ. *Sci. Agric.* 72, 245–251. <https://doi.org/10.1590/0103-9016-2014-0225>
- Fabbio, G., Frattegiani, M., Manetti, M.C., 1994. Height Estimation in Stem Analysis Using Second Differences. *For. Sci.* 40, 329–340. <https://doi.org/https://doi.org/10.1093/forestscience/40.2.329>
- Fabrika, M., 2005. Simulátor biodynamiky lesa SIBYLA, koncepcia, konštrukcia a programové riešenie.
- Fabrika, M., 2004. Ekologická bonitacia v modeli rustu lesa sibyla na podklade klimatickych a podnych charakteristik.
- Fabrika, M., 2003. Virtual forest stand as a component of sophisticated forestry educational systems. *J. For. Sci.* <https://doi.org/10.17221/4715-jfs>
- Fabrika, M., Dursky, J., 2006. Implementing Tree Growth Models In Slovakia, in: Chapter in: Sustainable Forest Management: Growth Models for Europe. Hasenauer, Hubert. pp. 315–341.
- Fabrika, M., Pretzsch, H., 2013. Forest ecosystem analysis and modelling. Berlin GmbH, Berlin.
- Fabrika, M., Valent, P., Merganičová, K., 2019. Forest modelling and visualisation - state of the art and perspectives. *Cent. Eur. For. J.* 66, 147–165. <https://doi.org/10.2478/forj-2019-0018>
- Fang, Z., Bailey, R.L., 2001. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *For. Sci.* 47, 287–300. <https://doi.org/10.1093/forestscience/47.3.287>
- Feng, Z., Stadt, K.J., Lieffers, V.J., Huang, S., 2006. Linking juvenile growth of white spruce with site index. *For. Chron.* 82, 819–824. <https://doi.org/10.5558/tfc82819-6>
- Field, A., 2013. Discovering statistics using IBM SPSS statistics. SAGE.
- Fox, J.C., Ades, P.K., Bi, H., 2001. Stochastic structure and individual-tree growth models. *For. Ecol. Manage.* 154, 261–276. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(00\)00632-0](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(00)00632-0)
- Fraver, S., Bradford, J.B., Palik, B.J., 2011. Improving tree age estimates derived from increment cores: A case study of red pine. *For. Sci.* 57, 164–170.
- Fritts, H.C., 1976. Tree Rings and Climate.pdf.
- Gadow, von K., Hui, G., 2013. Modelling Forest Development, *Journal of Chemical Information and Modeling.* <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- García-Hidalgo, M., García-Pedrero, Á., Colón, D., Sangüesa-Barreda, G., García-Cervigón, A.I., López-Molina, J., Hernández-Alonso, H., Rozas, V., Olano, J.M., Alonso-Gómez, V., 2022. CaptuRING: A do-it-yourself tool for wood sample digitization. *Methods Ecol. Evol.* 2022, 1–7. <https://doi.org/10.1111/2041-210x.13847>
- García, O., 2005. Comparing and combining stem analysis and permanent sample plot data in site index models. *For. Sci.* 51, 277–283. <https://doi.org/10.1093/forestscience/51.4.277>

- Gärtner, H., Cherubini, P., Fonti, P., von Arx, G., Schneider, L., Nievergelt, D., Verstege, A., Bast, A., Schweingruber, F.H., Büntgen, U., 2015. A technical perspective in modern tree-ring research - How to overcome dendroecological and wood anatomical challenges. *J. Vis. Exp.* 2015, 1–10. <https://doi.org/10.3791/52337>
- Gärtner, H., Nievergelt, D., 2010. The core-microtome: A new tool for surface preparation on cores and time series analysis of varying cell parameters. *Dendrochronologia* 28, 85–92. <https://doi.org/10.1016/j.dendro.2009.09.002>
- Gerold, D., 1988. Beschreibung der Durchmesserstruktur und ihrer Entwicklung mit Hilfe der Weibullverteilung. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Tech. Univ. Dresden* 37, 221–224.
- Geßler, A., Keitel, C., Kreuzwieser, J., Matyssek, R., Seiler, W., Rennenberg, H., 2007. Potential risks for European beech (*Fagus sylvatica* L.) in a changing climate. *Trees - Struct. Funct.* 21, 1–11. <https://doi.org/10.1007/s00468-006-0107-x>
- Goelz, J.C.G., Burk, T.E., 1992. Development of a well-behaved site index equation: jack pine in north central Ontario. *Can. J. For. Res.* 22, 776–784. <https://doi.org/10.1139/x92-106>
- Grissino-Mayer, H., 2001. Evaluating Crossdating Accuracy: A Manual and Tutorial for the Computer Program COFECHA. *Tree-Ring Res.*
- Hadživuković, S., 1991. *Statistički metodi*, Drugo proš. ed. Poljoprivredni fakultet, Novi Sad.
- Halaj, J., 1987. *Rastové tabuľky hlavných drevín ČSSR*. Príroda, Bratislava.
- Halaj, J., 1978. *Výškový rast a štruktúra porastov*. [Height growth and height structure of forest stands]. Veda, vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied, Bratislava.
- Härkönen, S., Neumann, M., Mues, V., Berninger, F., Bronisz, K., Cardellini, G., Chirici, G., Hasenauer, H., Koehl, M., Lang, M., Merganicova, K., Mohren, F., Moiseyev, A., Moreno, A., Mura, M., Muys, B., Olschofsky, K., Del Perugia, B., Rørstad, P.K., Solberg, B., Thivolle-Cazat, A., Trotsiuk, V., Mäkelä, A., 2019. A climate-sensitive forest model for assessing impacts of forest management in Europe. *Environ. Model. Softw.* 115, 128–143. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2019.02.009>
- Harrison, W.N., Cieszewski, C.J., Martin, S.W., Zasada, M., Broders, B.E., 2002. Update base age invariant height growth models for Loblolly pine (*Pinus taeda* L.) based on intensively managed plantation data. *Proceedings South. mensuaritionists' Conf.* 8 pp.
- Hasenauer, H., 2006. Sustainable forest Management. *Sustain. For. Manag. Growth Model. Eur.* https://doi.org/10.1007/3-540-31304-4_17
- Hasenauer, H., 1994. Ein Einzel baumsimulator für ungleichalt rige Fichten-Kiefern und Buchen-Fichtenmischbestände. Wien.
- Hipler, S.M., Spiecker, H., Wu, S., 2021. Dynamic top height growth models for eight native tree species in a cool-temperate region in Northeast China. *Forests* 12, 1–15. <https://doi.org/10.3390/f12080965>
- Hu, X., Duan, G., Zhang, H., 2021. Modelling individual tree diameter growth of *Quercus mongolica* secondary forest in the northeast of China. *Sustain.* 13, 1–15.

<https://doi.org/10.3390/su13084533>

- Hu, Z., García, O., 2010. A height-growth and site-index model for interior spruce in the Sub-Boreal Spruce biogeoclimatic zone of British Columbia. *Can. J. For. Res.* 40, 1175–1183. <https://doi.org/10.1139/X10-075>
- Huang, S., 1999. Development of compatible height and site index models for young and mature stands within an ecosystem-based management framework, in: Amaro A., Tome M. *Empirical and Process-Based Models for Forest Tree and Stand Growth Simulation*. Edicoe Salamandra–Novas Tecnologias, Lisboa, pp. 61–89.
- Huang, S., Yang, Y., Wang, Y., 2003. A critical look at procedures for validating growth and yield models, in: Amaro A., Reed D. and Soares P. (Eds.). *Modelling Forest Systems*. CAB International, Wallingford, UK, Wallingford, pp. 271–293.
- Jović, D., Banković, S., Medarević, M., 1991. Proučavanje razvojno proizvodnih karakteristika ekoloških jedinica bukavih šuma na Željnu i njihovo proizvodno diferenciranje. *Bull. Fac. For. Belgrade* 73, 321–331.
- Kahn, M., 1994. Modellierung der Höhenentwicklung ausgewählter Baumarten in Abhängigkeit vom Standort.
- Kahn, M., Ďurský, J., 1990. Height increment curves for single-tree model of the basis quasireal tree-height increment. *Cent. FÜR DAS GESAMTE Forstwes.* 116, 105–118.
- Kahn, M., Pretzsch, H., 1997. Das Wuchsmodell SILVA - Parametrisierung der version 2.1 für rein- und mischbestände aus fichte und buche. *Allg. Forst- und Jagdzeitung* 168, 115–123.
- Kahn, M., Pretzsch, H., 1992. Einsatzmöglichkeiten des Einzelbaum Simulators SILVA 2 am Beispiel von Fichten- und FichtenBuchen-Beständen.pdf.
- Kariuki, M., 2002. Height estimation in complete stem analysis using annual radial growth measurements. *Forestry* 75, 63–74. <https://doi.org/10.1093/forestry/75.1.63>
- Klesse, S., DeRose, R.J., Babst, F., Black, B.A., Anderegg, L.D.L., Axelson, J., Ettinger, A., Griesbauer, H., Guiterman, C.H., Harley, G., Harvey, J.E., Lo, Y.H., Lynch, A.M., O'Connor, C., Restaino, C., Sauchyn, D., Shaw, J.D., Smith, D.J., Wood, L., Villanueva-Díaz, J., Evans, M.E.K., 2020. Continental-scale tree-ring-based projection of Douglas-fir growth: Testing the limits of space-for-time substitution, *Global Change Biology*. <https://doi.org/10.1111/gcb.15170>
- Koprivica, M., 2015. Šumarska statistika. Šumarski fakultet, Banja Luka.
- Košanin, O., Knežević, M., Perović, M., Cvjetičanin, R., 2017. GUIDELINES FOR FOREST SITE MAPPING IN SERBIA (15-07-17).
- Košanin, O., Perović, M., Knežević, M., Cvjetičanin, R., Ljubučić, J., 2021. Forest sites mapping in Serbia. *Fresenius Environ. Bull. Adv. Food Sci.* 30, 8244–8251.
- Kostić, S., Kesić, L., Matović, B., Orlović, S., Stojnić, S., Stojanović, D.B., 2021. Soil properties are significant modifiers of pedunculate oak (*Quercus robur* L.) radial increment variations and their sensitivity to drought. *Dendrochronologia* 67. <https://doi.org/10.1016/j.dendro.2021.125838>

- Krstić, M., Medarević, M., Stojanović, L., Banković, S., 2002. Stanje i uzgojni problemi bukovih šuma severoistočne Srbije. Bull. Fac. For. Belgrade 161–171.
- Kurth, H., 1994. Forsteinrichtung: Nachhaltige Regelung des Waldes. Deutscher Landwirtschaftsverlag. 592.
- Larsson, L., 2013. CooRecorder and Cdendro Programs of the Coorecorder/Cdendropackage Version 7.6.
- Lei, Y., 2008. Evaluation of three methods for estimating the Weibull distribution parameters of Chinese pine (*Pinus tabulaeformis*). J. For. Sci. 54, 566–571. <https://doi.org/10.17221/68/2008-jfs>
- Lenhart, D.J., 1972. An alternative procedure for improving height/age data from stem analysis. For. Sci. 18, 332.
- Lindstrom, M.J., Bates, D.M., 1990. Nonlinear Mixed Effects Models for Repeated Measures Data. Biometrics 46, 673–687.
- Lischke, H., 2001. New developments in forest modeling: Convergence between applied and theoretical approaches. Nat. Resour. Model. 14, 71–102. <https://doi.org/10.1111/j.1939-7445.2001.tb00051.x>
- Lopez-Senespleda, E., Bravo-Oviedo, A., Alonso, R., Montero, G., 2014. Resource communication. Modeling dominant height growth including site attributes in the GADA approach for *Quercus faginea* lam. in Spain. For. Syst. 23, 494–499. <https://doi.org/10.5424/fs/2014233-04937>
- Ma, Z., Zhang, H., Li, Y., Yang, T., Peng, W., Li, S., 2018. Diversity Model and Growth Simulation of Tree 20, 1422–1431. <https://doi.org/10.12082/dqxxkx.2018.180101>
- Machado, S.D.A., Silva, L.C.R. da, Figura, M.A., Téo, S.J., Nascimento, R.G.M., 2010. Comparison of methods for estimating heights from complete stem analysis data for *Pinus taeda*. Ciência Florest. 20, 569–578. <https://doi.org/10.5902/198050981760>
- Macphee, C., Kershaw, J.A., Weiskittel, A.R., Golding, J., Lavigne, M.B., 2018. Comparison of approaches for estimating individual tree height-diameter relationships in the Acadian forest region. Forestry 91, 132–146. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpx039>
- Manso, R., Davidson, R., McLean, J.P., 2021a. Diameter, height and volume increment single tree models for improved Sitka spruce in Great Britain. For. An Int. J. For. Res. i, 1–14. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpab049>
- Manso, R., McLean, J.P., Arcangeli, C., Matthews, R., 2021b. Dynamic top height models for several major forest tree species in Great Britain. For. An Int. J. For. Res. 94, 181–192. <https://doi.org/10.1093/foresj/cpaa036>
- Martin, G.L., Ek, A.R., Monserud, R.A., 1977. Control of Plot Edge Bias in Forest Stand Growth Simulation Models. Can. J. For. Res. 1, 100–105.
- Martinez del Castillo, E., Zang, C.S., Buras, A., Hacket-Pain, A., Esper, J., Serrano-Notivoli, R., Hartl, C., Weigel, R., Klesse, S., Resco de Dios, V., Scharnweber, T., Dorado-Liñán, I., van der Maaten-Theunissen, M., van der Maaten, E., Jump, A., Mikac, S., Banzragch, B.E., Beck, W., Cavin, L., Claessens, H., Čada, V., Čufar, K., Dulamsuren, C., Gričar, J., Gil-

- Pelegrín, E., Janda, P., Kazimirovic, M., Kreyling, J., Latte, N., Leuschner, C., Longares, L.A., Menzel, A., Merela, M., Motta, R., Muffler, L., Nola, P., Petritan, A.M., Petritan, I.C., Prislán, P., Rubio-Cuadrado, Á., Rydval, M., Stajić, B., Svoboda, M., Toromani, E., Trotsiuk, V., Wilmking, M., Zlatanov, T., de Luis, M., 2022. Climate-change-driven growth decline of European beech forests. *Commun. Biol.* 5, 1–9. <https://doi.org/10.1038/s42003-022-03107-3>
- Mathews, R., Jenkins, T.A., Mackie, E., Dick, E., 2016. *Forest Yield: A handbook on forest growth and yield tables for British forestry*. Forestry Commission, Edinburg.
- Matisons, R., Šņepsts, G., Puriņa, L., Donis, J., Jansons, Ā., 2018. Dominant height growth of European beech at the northeasternmost stands in Europe. *Silva Fenn.* 52. <https://doi.org/10.14214/sf.7818>
- McDill, M.E., Amateis, R.L., 1992. Measuring forest site quality using the parameters of a dimensionally compatible height growth function. *For. Sci.* 38, 409–429.
- Medarević, M., 2006. *Planiranje gazdovanja šumama*. Šumarski fakultet, Univerzitet u Beogradu, Beograd.
- Medarević, M., Banković, S., Pantić, D., 2003. Stanje bukovih šuma u Srbiji. *Šumarstvo* 5–24.
- Medarević, M., Jovanović, B., Banković, S., Karadžić, D., 2001. *Šume Đerdapa*. Nacionalni park Đerdap, Donji Milanovac.
- Mensah, S., Pienaar, O.L., Kunneke, A., du Toit, B., Seydack, A., Uhl, E., Pretzsch, H., Seifert, T., 2018. Height – Diameter allometry in South Africa’s indigenous high forests: Assessing generic models performance and function forms. *For. Ecol. Manage.* 410, 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2017.12.030>
- Merganič, J., Sterba, H., 2006. Characterisation of diameter distribution using the Weibull function: Method of moments. *Eur. J. For. Res.* 125, 427–439. <https://doi.org/10.1007/s10342-006-0138-2>
- Miletić, Ž., 1950. *Osnovi uređivanja prebirne šume, knjiga I*. Beograd.
- Miletić, Ž., 1930. *Istraživanja o strukturi bukovih sastojina karaktera prašume*. Diesertacija, Šumarski fakultet, Univerzitet u Beogradu.
- Milin, Ž., 1965. *Istraživanje uticaja sastojinskog oblika i elemenata strukture na način obnove i produktivnost sastojina bukve na Južnom Kučaju*. Univerzitet u Beogradu.
- Milojković, D., 1962. Jedna nova varijanta kontrolne metode-Gočka varijanta. *Glas. šumarskog Fak.* 26.
- Mišćević, V., 1971. Produktivnost bukovih sastojina na Istočnoj Boranji. *Bull. Fac. For. Belgrade* 38, 19–25.
- Mišćević, V., 1964. Produktivnost bukovih fitocenoza oglednog dobra Debeli lug na raznim geološkim podlogama. Diesertacija, Šumarski fakultet, Univerzitet u Beogradu.
- Monserud, A.R., 1985. Applying Height Growth and Site Index Curves for Inland Douglas-fir. *Forestry* 34, 1–22.

- Monserud, R.A., 1984. Height growth and site index curves for inland Douglas-fir based on stem analysis data and forest habitat type. *For. Sci.* 30, 943–965. <https://doi.org/10.1093/forestscience/30.4.943>
- Münder, K., 2005. Konkurrenzuntersuchungen und Wachstumsmodellierung in Waldumbaubeständen des Mittleren Erzgebirges.
- Muys, B., Hynynen, J., Palahi, M., Lexer, M.J., Fabrika, M., Pretzsch, H., Gillet, F., Briceño, E., Nabuurs, G.-J., Kint, V., 2011. Simulation tools for decision support to adaptive forest management in Europe. *For. Syst.* 3, 86. <https://doi.org/10.5424/fs/201019s-9310>
- Myers, R.H., 1990. Classical and modern regression with applications, Second ed. ed. Virginia Polytechnic Institute and State university.
- Nagel, J., Matthias, A., Schmidt, M., 2002. Das waldbauliche Prognose- und Entscheidungsmodell BWINPro 6.1. *Forst Holz* 57, 486–493.
- Nagel, J., Wagner, S., Biber, P., Guericke, M., 1996. Vergleich von Strahlungswerten aus Fisheye-Fotos und Modellrechnungen, Berichte der Jahrestagung des Deutschen Verbandes Forstlicher, Sektion Ertragskunde, in Neresheim.
- Nanang, D.M., Nunifu, T.K., 1999. Selecting a functional form for anamorphic site index curve estimation. *For. Ecol. Manage.* 118, 211–221. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(98\)00501-5](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(98)00501-5)
- Newberry, S.J., 1991. A Note on Carmean's Estimate of Height from Stem Analysis Data. *For. Sci.* 37, 368–369. <https://doi.org/https://doi.org/10.1093/forestscience/37.1.368>
- Nigh, G., 2017. Development of a Lodgepole Pine Site Index Model with the grounded Generalized Algebraic Difference Approach (g-GADA).
- Nord-larsen, T., 2006. Developing Dynamic Site Index Curves for European Beech. *For. Sci.* 52, 173–181.
- Nord-Larsen, T., Cao, Q. V., 2006. A diameter distribution model for even-aged beech in Denmark. *For. Ecol. Manage.* 231, 218–225. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2006.05.054>
- Nord-Larsen, T., Meilby, H., Skovsgaard, J.P., 2009. Site-specific height growth models for six common tree species in Denmark. *Scand. J. For. Res.* 24, 194–204. <https://doi.org/10.1080/02827580902795036>
- Nunes, L., Patrício, M., Tomé, J., Tomé, M., 2011. Modeling dominant height growth of maritime pine in Portugal using GADA methodology with parameters depending on soil and climate variables. *Ann. For. Sci.* 68, 311–323. <https://doi.org/10.1007/s13595-011-0036-8>
- Panić, Đ., 1964. Uticaj bioloških položaja stabala i izgrađenosti njihovih kruna na produktivnost bukovih sastojina na Rudniku. Disertacija, Šumarski fakultet, Univerzitet u Beogradu.
- Pantić, D., Krstić, M., Danilović, M., Matović, B., Marković, N., 2003. Razvoj stabala i proizvodnost izdanačkih sastojina bukve na području Crnog Vrha. *Bull. Fac. For. Belgrade* 175–186.

- Pinheiro, J., Bates, D., 2000. Mixed-effects models in S and S-PLUS. Statistics and computing. Springer Netherlands.
- Pinheiro, J., Bates, D., DebRoy, S., Sarkar, D., Authors, E., Heisterkamp, S., Willigen, B. Van, Ranke, J., R-core, 2021. Linear, Generalized Linear, and Nonlinear Mixed Effects Models. <https://doi.org/10.1002/9780470087978.ch4>
- Pirie, M.R., Fowler, A.M., Triggs, C.M., 2015. Assessing the accuracy of three commonly used pith offset methods applied to *Agathis australis* (Kauri) incremental cores. *Dendrochronologia* 36, 60–68. <https://doi.org/10.1016/j.dendro.2015.10.003>
- Podlaski, R., 2019. Patterns between crown characteristics and radial increment in trees are similar during recovery and normal growth: a long-term example from old-growth forests. *Can. J. For. Res.* 49. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2018-0423>
- Pretzsch, H., 2009. Forest dynamics, growth and yield: From measurement to model. *For. Dyn. Growth Yield From Meas. to Model.* <https://doi.org/10.1007/978-3-540-88307-4>
- Pretzsch, H., 2002. Application and evaluation of the growth simulator SILVA 2.2 for forest stands, forest estates and large regions. *Forstwissenschaftliches Cent.* 121, 28–51.
- Pretzsch, H., 2001. Modellierung des Waldwachstums.
- Pretzsch, H., 1995. Zum Einfluß des Baumverteilungsmusters auf den Bestandeszuwachs. *Allg. Forst- und Jagdzeitung* 166, 190–201.
- Pretzsch, H., Biber, P., Ďurský, J., 2002a. The single tree-based stand simulator SILVA: Construction, application and evaluation. *For. Ecol. Manage.* [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(02\)00047-6](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(02)00047-6)
- Pretzsch, H., Biber, P., Ďurský, J., Gadow, von K., Hasenauer, H., Kändler, G., Kenk, G., Kublin, E., Nagel, J., Pukkala, T., Skovsgaard, J.P., Sodtke, R., Sterba, H., 2002b. Recommendations for standardized documentation and further development of forest growth simulators. *Eur. J. For. Res.* 121, 138–151.
- Pretzsch, H., Biber, P., Schütze, G., Uhl, E., Rötzer, T., 2014. Forest stand growth dynamics in Central Europe have accelerated since 1870. *Nat. Commun.* 5, 1–10. <https://doi.org/10.1038/ncomms5967>
- Pretzsch, H., Bielak, K., Block, J., Bruchwald, A., Dieler, J., Ehrhart, H.P., Kohnle, U., Nagel, J., Spellmann, H., Zasada, M., Zingg, A., 2013. Productivity of mixed versus pure stands of oak (*Quercus petraea* (Matt.) Liebl. and *Quercus robur* L.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.) along an ecological gradient. *Eur. J. For. Res.* 132, 263–280. <https://doi.org/10.1007/s10342-012-0673-y>
- Pretzsch, H., Forrester, D.I., Rötzer, T., 2015. Representation of species mixing in forest growth models: A review and perspective. *Ecol. Modell.* 313, 276–292. <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2015.06.044>
- Pretzsch, H., Grams, T., Häberle, K.H., Pritsch, K., Bauerle, T., Rötzer, T., 2020. Growth and mortality of Norway spruce and European beech in monospecific and mixed-species stands under natural episodic and experimentally extended drought. Results of the KROOF throughfall exclusion experiment. *Trees - Struct. Funct.* 34, 957–970. <https://doi.org/10.1007/s00468-020-01973-0>

- Pretzsch, H., Grote, R., Reineking, B., Rötzer, T., Seifert, S., 2008. Models for forest ecosystem management: A European perspective. *Ann. Bot.* 101, 1065–1087. <https://doi.org/10.1093/aob/mcm246>
- Pretzsch, Hans, Hilmers, T., Biber, P., Avdagić, A., Binder, F., Bončina, A., Bosela, M., Dobor, L., Forrester, D.I., Lévesque, M., Ibrahimspahić, A., Nagel, T.A., Río, M. Del, Sitkova, Z., Schütze, G., Stajić, B., Stojanović, D., Uhl, E., Zlatanov, T., Tognetti, R., 2020. Evidence of elevation-specific growth changes of spruce, fir, and beech in european mixed mountain forests during the last three centuries. *Can. J. For. Res.* 50, 689–703. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2019-0368>
- Pretzsch, H., Hilmers, T., Uhl, E., Bielak, K., Bosela, M., del Rio, M., Dobor, L., Forrester, D.I., Nagel, T.A., Pach, M., Avdagić, A., Bellan, M., Binder, F., Bončina, A., Bravo, F., De-Dios-García, J., Dinca, L., Drozdowski, S., Giammarchi, F., Hoehn, M., Ibrahimspahić, A., Jaworski, A., Klopčič, M., Kurylyak, V., Lévesque, M., Lombardi, F., Matović, B., Ordóñez, C., Petráš, R., Rubio-Cuadrado, A., Stojanovic, D., Skrzyszewski, J., Stajić, B., Svoboda, M., Versace, S., Zlatanov, T., Tognetti, R., 2021. European beech stem diameter grows better in mixed than in mono-specific stands at the edge of its distribution in mountain forests. *Eur. J. For. Res.* 140, 127–145. <https://doi.org/10.1007/s10342-020-01319-y>
- Pretzsch, H., Schütze, C., 2005. Crown allometry and growing space efficiency of Norway spruce (*Picea abies* [L.] Karst.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.) in pure and mixed stands. *Plant Biol.* 7, 628–639. <https://doi.org/10.1055/s-2005-865965>
- Pukkala, T., 1989. Methods to describe the competition process in a tree stand. *Scand. J. For. Res.* 4, 187–202. <https://doi.org/10.1080/02827588909382557>
- Pyo, J., 2017. Developing the site index equation using a generalized algebraic difference approach for *Pinus densiflora* in central region, Korea. *Forest Sci. Technol.* 13, 87–91. <https://doi.org/10.1080/21580103.2017.1308889>
- Quiñonez-Barraza, G., García-Espinoza, G.G., Aguirre-Calderón, O.A., 2018. How to correct the heteroscedasticity and autocorrelation of residuals in taper and height growth models? *Rev. Mex. ciencias For.* 9, 28–59. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i49.151>
- Radaković, N., Stajić, B., 2021. Climate signals in earlywood, latewood and tree-ring width chronologies of sessile oak (*Quercus petraea* (Matt.) Liebl.) from Majdanpek, North-Eastern Serbia. *Drv. Ind.* 72, 79–87. <https://doi.org/10.5552/drvind.2021.2016>
- Rasinmäki, J., Mäkinen, A., Kalliovirta, J., 2009. SIMO: An adaptable simulation framework for multiscale forest resource data. *Comput. Electron. Agric.* 66, 76–84. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2008.12.007>
- Rathbun, L.C., LeMay, V., Smith, N., 2011. Diameter growth models for mixed-species stands of Coastal British Columbia including thinning and fertilization effects. *Ecol. Modell.* 222, 2234–2248. <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2011.04.004>
- Ratknić, M., 1998. Ekološko proizvodno diferenciranje bukovih šuma u zavisnosti od ekoloških vrednosti staništa u jugozapadnoj Srbiji.
- Reineke, L.H., 1933. Perfecting a stand density index for even-aged forests. *J. Agric. Res.* 46, 627–638.

- Reinhart, A., 2022. *Statistics Done Wrong*. Carnegie Mellon University, LibreText.
- Richit, L.A., Bonatto, C., da Silva, R. V., Grzybowski, J.M.V., 2019. Prognostics of forest recovery with r.recovery GRASS-GIS module: an open-source forest growth simulation model based on the diffusive-logistic equation. *Environ. Model. Softw.* 111, 108–120. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2018.10.002>
- Ritchie, M.W., Hamann, J.D., 2008. Individual-tree height-, diameter- and crown-width increment equations for young Douglas-fir plantations. *New For.* 35, 173–186. <https://doi.org/10.1007/s11056-007-9070-7>
- Robinson, A.P., Hamman, J.D., 2011. *Forest Analytics with R, Analysis*. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7762-5>
- Rötzer, T., Biber, P., Moser, A., Schäfer, C., Pretzsch, H., 2017. Stem and root diameter growth of European beech and Norway spruce under extreme drought. *For. Ecol. Manage.* 406, 184–195. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2017.09.070>
- Rozas, V., 2003. Tree age estimates in *Fagus sylvatica* and *Quercus robur*: Testing previous and improved methods. *Plant Ecol.* 167, 193–212. <https://doi.org/10.1023/A:1023969822044>
- Saborowski, J., 1995. Minimum sample size for estimating the Weibull parameters of diameter distributions, in: *IUFRO Symp. Stellenbosch*, pp. 1–7.
- Schabenberger, O., Gregoire, T.G., 1995. A conspectus on estimating function theory and its applicability to recurrent modeling issues in forest biometry. *Silva Fenn.* <https://doi.org/10.14214/sf.a9197>
- Schelhaas, M.J., Hengeveld, G.M., Heidema, N., Thürig, E., Rohner, B., Vacchiano, G., Vayreda, J., Redmond, J., Socha, J., Fridman, J., Tomter, S., Polley, H., Barreiro, S., Nabuurs, G.J., 2018. Species-specific, pan-European diameter increment models based on data of 2.3 million trees. *For. Ecosyst.* 5. <https://doi.org/10.1186/s40663-018-0133-3>
- Schmidt, M., Hansen, J., 2007. Valdierung der Durchmesserzuwachsprognosen des Wachstumssimulators BWINPro 7.0 für Fichte und Buche für den Bereich der alten Bundesländer. *Sekt. Ertragskd. Jahrestagung 2007, Alsfeld-eud.* 164–179.
- Seely, B., Welham, C., Scoullar, K., 2015. Application of a hybrid forest growth model to evaluate climate change impacts on productivity, nutrient cycling and mortality in a montane forest ecosystem. *PLoS One* 10, 1–25. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0135034>
- Seki, M., Sakici, O.E., 2017. Dominant height growth and dynamic site index models for Crimean pine in the Kastamonu-Taşköprü region of Turkey. *Can. J. For. Res.* 47, 1441–1449. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2017-0131>
- Sghaier, T., Cañellas, I., Calama, R., Sánchez-González, M., 2016. Modelling diameter distribution of *Tetraclinis articulata* in Tunisia using normal and Weibull distributions with parameters depending on stand variables. *IForest* 9, 702–709. <https://doi.org/10.3832/ifor1688-008>
- Sharma, M., Subedi, N., Ter-Mikaelian, M., Parton, J., 2015. Modeling climatic effects on

- stand Height/Site index of plantation-grown jack pine and black spruce trees. *For. Sci.* 61, 25–34. <https://doi.org/10.5849/forsci.13-190>
- Sharma, R.P., Brunner, A., Eid, T., Øyen, B.H., 2011. Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. *For. Ecol. Manage.* 262, 2162–2175. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2011.07.037>
- Sharma, R.P., Štefančík, I., Vacek, Z., Vacek, S., 2019a. Generalized nonlinear mixed-effects individual tree diameter increment models for beech forests in Slovakia. *Forests* 10. <https://doi.org/10.3390/f10050451>
- Sharma, R.P., Vacek, Z., Vacek, S., 2018. Generalized nonlinear mixed-effects individual tree crown ratio models for Norway Spruce and European Beech. *Forests* 9. <https://doi.org/10.3390/f9090555>
- Sharma, R.P., Vacek, Z., Vacek, S., 2016. Individual tree crown width models for Norway spruce and European beech in Czech Republic. *For. Ecol. Manage.* 366, 208–220. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2016.01.040>
- Sharma, R.P., Vacek, Z., Vacek, S., Jansa, V., Kučera, M., 2017. Modelling individual tree diameter growth for Norway spruce in the Czech Republic using a generalized algebraic difference approach. *J. For. Sci.* 63, 227–238. <https://doi.org/10.17221/135/2016-JFS>
- Sharma, R.P., Vacek, Z., Vacek, S., Kučera, M., 2019b. Modelling individual tree height–diameter relationships for multi-layered and multi-species forests in central Europe. *Trees - Struct. Funct.* 33, 103–119. <https://doi.org/10.1007/s00468-018-1762-4>
- Shiny, 2021. shiny: Web Application Framework for R.
- Shiver, B.D., 1988. Sample sizes and estimation methods for the Weibull distribution for unthinned slash pine plantation diameter distributions. *For. Sci.* 34, 809–814.
- Skovsgaard, J.P., Vanclay, J.K., 2008. Forest site productivity: A review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. *Forestry* 81, 13–31. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpm041>
- Smith, V.G., 1974. Asymptotic Site-Index Curves , Fact or Artifact ? 150–156.
- Socha, J., Ochał, W., 2017. Dynamic site index model and trends in changes of site productivity for *Alnus glutinosa* (L.) Gaertn. in Southern Poland. *Dendrobiology* 77, 45–57. <https://doi.org/10.12657/denbio.077.004>
- Socha, J., Pierzchalski, M., Bałazy, R., Ciesielski, M., 2017. Modelling top height growth and site index using repeated laser scanning data. *For. Ecol. Manage.* 406, 307–317. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2017.09.039>
- Socha, J., Tymińska-Czabańska, L., Bronisz, K., Zięba, S., Hawryło, P., 2021. Regional height growth models for Scots pine in Poland. *Sci. Rep.* 11, 1–14. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-89826-9>
- Socha, J., Tymińska-Czabanska, L., Grabska, E., Orzeł, S., 2020. Site index models for main forest-forming tree species in Poland. *Forests* 11, 8–10. <https://doi.org/10.3390/f11030301>

- Spiecker, H., 2002. Tree rings and forest management in Europe. *Dendrochronologia* 20, 191–202. <https://doi.org/10.1078/1125-7865-00016>
- Stage, A.R., 1963. A Mathematical Approach to Polymorphic Site-Index Curves for Grand-Fir. *For. Sci.* 9.
- Stajić, B., 2018. Postavljanje dugoročnih stalnih oglednih površina za istraživanje prirasta u bukovim šumama u funkciji doznake i postojećih saznanja uzgajivača u JP „Srbijašume“ - Faza 1“. Izveštaj po projektu, JP „Srbijašume“.
- Stajić, B., 2014. Karakteristične godine u rastu stabala bukve na području NP 'Đerdap'. *Glas. Sumar. Fak.* 110, 175–188.
- Stajić, B., 2010. Karakteristike sastojinske strukture i rasta stabala u mešovitim sastojinama bukve i plemenitih lišćara na području Nacionalnog parka 'Đerdap'. *Diesertacija, Šumarski fakultet, Univerzitet u Beogradu.*
- Stajić, B., 2004. Definition of optimal structure of white ash juvenile stands (in Serbian). *Glas. Sumar. Fak.* 213–222. <https://doi.org/10.2298/gsf0489213s>
- Stajić, B., 2003. Karakteristike rasta belog jasena (*Fraxinus excelsior* L.) na području Majdanpečke domene.
- Stajić, B., Bobinac, M., Janjatović, Ž., Andrašev, S., Baković, Z., 2015a. Height growth of White ash (*Fraxinus excelsior* L.) in the region of Majdanpečka domena, in: XXIII International Conference "Ecological Truth – ECO-IST '15. pp. 83–90.
- Stajić, B., Janjatović, Ž., Aleksić, P., Baković, Z., Kazimirović, M., Milojković, N., 2016. Anamorphic site index curves for moesian beech (*Fagus x taurica* Popl.) in the region of Zagubica, Eastern Serbia. *Sumar. List* 561, 251–258.
- Stajić, B., Janjatović, Ž., Kazimirović, M., Baković, Z., Obradović, S., 2021. Polymorphic site index curves for beech (*Fagus sylvatica* L.) in Central and Eastern Serbia. *Šumarski List* 1–2, 31–41. <https://doi.org/https://doi.org/10.31298/sl.145.1-2.3>
- Stajić, B., Kazimirović, M., 2018. The influence of temperature and precipitation on the increment of black pine (*Pinus nigra* J.F. Arnold): A case study from the area of Mt. Rudnik. *Glas. Sumar. Fak. -Bulletin Fac. For.* 143–164. <https://doi.org/10.2298/gsf1818143s>
- Stajić, B., Kazimirović, M., Baković, Z., Dukić, V., 2017a. Pointer years in beech in the region of Žagubica, Eastern Serbia. *TRACE Proceeding* 2013.
- Stajić, B., Kazimirović, M., Dukić, V., Janjatović, Ž., 2017b. GROWTH-CLIMATE RELATIONS OF EUROPEAN ASH (*Fraxinus excelsior* L.) IN LAST CENTURY IN "DJERDAP" NATIONAL PARK, SERBIA: THE FIRST RESULTS, in: *FORST - Šumarska Nauka u Funkciji Održivog Razvoja Šumarstva.*
- Stajić, B., Kazimirović, M., Dukić, V., Radaković, N., 2020. First Dendroclimatological Insight into Austrian Pine (*Pinus nigra* Arnold) Climate-Growth Relationship in Belgrade Area, Serbia. *South-East Eur. For.* 11, 1–8. <https://doi.org/10.15177/SEEFOR.20-12>
- Stajić, B., Kazimirović, M., Janjatović, Ž., Baković, Z., 2015b. Izrada normala za prebirne šume i utvrđivanje normalnog stanja za visoke jednodobne šume u Srbiji (izrada

- tablica prinosa i prirasta). Izveštaj po projektu, Ministarstvo poljoprivrede, šumarstva i vodoprivrede.
- Stajić, B., Kazimirović, M., Radaković, N., 2018. The common population signal in the European ash (*Fraxinus excelsior* L.) tree-ring chronologies in NP „Djerdap“, Serbia, in: *EcoTer*. pp. 59–65.
- Stajić, B., Vučković, M., 2021. Rast i proizvodnost šuma, First. ed. Univerzitet u Beogradu, Šumarski fakultet, Beograd.
- Stajić, B., Vučković, M., 2013a. Izrada modela rasta hrasta kitnjaka u cilju definisanja mera za povećanje nivoa produkcije kitnjakovih sastojina. Završni izveštaj po naučno-istraživačkom projektu, Ministarstvo poljoprivrede, šumarstva i vodoprivrede Reublike Srbije – Uprava za šume.
- Stajić, B., Vučković, M., 2013b. Produkcione osnove gazdovanja sastojinama hrasta kitnjaka"-faza 2. Završni izveštaj po projektu, Ministarstvo poljoprivrede, šumarstva i vodoprivrede – Uprava za šume.
- Stajić, B., Vučković, M., Aleksić, P., Baković, Z., Janjatović, Ž., 2014. Potential for rationalization of silvicultural treatment based on established optimal number of trees, in: XXII International Conference ‘Ecological Truth’ Eco-Ist’14. pp. 504–510.
- Stajić, B., Vučković, M., Janjatović, Ž., 2015c. Preliminary Dendroclimatological Analysis of Sessile Oak. *Balt. For.* 21, 83–95.
- Stajić, B., Vukić, K., Janjatović, Ž., Kazimirović, M., 2017c. GROWING SPACE EFFICIENCY OF EUROPEAN ASH (*Fraxinus excelsior* L.) IN THE REGION OF MAJDANPEČKA DOMENA. *Bull. Fac. For. Belgrade* 115, 99–126. <https://doi.org/10.2298/GSF1715099S>
- Stamenković, V., Vučković, M., 1988. Prirast i proizvodnost stabala i šumskih sastojina. Šumarski fakultet, Univerzitet u Beogradu, Beograd.
- Štefančik, I., 2017. Crown development of beech crop trees under different thinning regimes. *J. For. Sci.* 63, 173–181. <https://doi.org/10.17221/117/2016-JFS>
- Stegmann, G., Jacobucci, R., Harring, J.R., Grimm, K.J., 2018. Nonlinear Mixed-Effects Modeling Programs in R. *Struct. Equ. Model.* 25, 160–165. <https://doi.org/10.1080/10705511.2017.1396187>
- Stevens, J.P., 2013. *Intermediate Statistics: A Modern Approach*, Third Edition, 3rd ed. Routledge; 3rd edition (July 6, 2007).
- Stojanović, D.B., Levanič, T., Matović, B., Orlović, S., 2015. Growth decrease and mortality of oak floodplain forests as a response to change of water regime and climate. *Eur. J. For. Res.* <https://doi.org/10.1007/s10342-015-0871-5>
- Stojanović, L., 2005. Bukva (*Fagus moesiaca* /Domin, Mally/Czeczott.) u Srbiji.
- Stojanović, L., Krstić, M., 1996. Prirodno obnavljanje, podizanje i nega čistih bukovih šuma. *Bull. Fac. For. Belgrade* 49–167.
- Stokes, M., Smiley, T.L., 1996. *An Introduction to Tree-Ring Dating*. University of Arizona Press.

- Subedi, N., Sharma, M., 2010. Evaluating height-age determination methods for jack pine and black spruce plantations using stem analysis data. *North. J. Appl. For.* 27, 50–55. <https://doi.org/10.1093/njaf/27.2.50>
- Surový, P., Vones, P., Ribeiro, N.A., 2011. Software Development for Forest Growth Models and Management: CORKFITS Web-Based Growth Simulator. *Formath* 10, 279–293. <https://doi.org/10.15684/formath.10.279>
- Tait, D.E., Cieszewski, C.J., Bella, I.E., 1988. The stand dynamics of lodgepole pine. *Can. J. For. Res.* 18, 1255–1260. <https://doi.org/10.1139/x88-193>
- Tang, L., Peng, X., Chen, C., Huang, H., Lin, D., 2019. Three-dimensional Forest growth simulation in virtual geographic environments. *Earth Sci. Informatics* 12, 31–41. <https://doi.org/10.1007/s12145-018-0356-4>
- Tang, X., Fehrmann, L., Guan, F., Forrester, D.I., Guisasola, R., Pérez-Cruzado, C., Vor, T., Lu, Y., Álvarez-González, J.G., Kleinn, C., 2017. A generalized algebraic difference approach allows an improved estimation of aboveground biomass dynamics of *Cunninghamia lanceolata* and *Castanopsis sclerophylla* forests. *Ann. For. Sci.* 74. <https://doi.org/10.1007/s13595-016-0603-0>
- Team R Core, 2020. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing.
- Tenzin, K., Dukpa, D., Krusic, P.J., Khandu, Y., Wangchuk, S., 2018. *Dendrochronological Manual*. Tree-Ring Laboratory Ugyen Wangchuck Institute of Conservation and Environmental Research.
- Tomanić, L., 1991. Istraživanje stanja i načina gazdovanja šumama subalpijske bukve na Goču. *Bull. Fac. For. Belgrade* 73, 449–458.
- Tomé, J., Tomé, M., Barreiro, S., Paulo, J.A., 2006. Age-independent difference equations for modelling tree and stand growth. *Can. J. For. Res.* 36, 1621–1630. <https://doi.org/10.1139/X06-065>
- Trifunović, D., 1995. Modelno tumačenje rasta - primena analogija. *Bull. Fac. For. Belgrade* 51.
- Trim, K.R., 2018. A new site index model for intensively managed loblolly pine (*Pinus taeda*) plantations in the West Gulf Coastal Plain.
- Trombik, J., Barka, I., Hlásny, T., 2016. Effect of different tree mortality patterns on stand development in the forest model SIBYLA. *For. J.* 62, 173–180. <https://doi.org/10.1515/forj-2016-0021>
- Trotsiuk, V., Hartig, F., Forrester, D.I., 2020. r3PG – An r package for simulating forest growth using the 3-PG process-based model. *Methods Ecol. Evol.* 11, 1470–1475. <https://doi.org/10.1111/2041-210X.13474>
- Uzoh, F.C.C., Oliver, W.W., 2008. Individual tree diameter increment model for managed even-aged stands of ponderosa pine throughout the western United States using a multilevel linear mixed effects model. *For. Ecol. Manage.* 256, 438–445. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2008.04.046>

- Vallet, P., Fortin, M., de Coligny, F., Pérot, T., Monnet, J.-M., 2021. Salem simulator 2.0. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5578340>
- Vallet, P., Perot, T., 2018. Coupling transversal and longitudinal models to better predict *Quercus petraea* and *Pinus sylvestris* stand growth under climate change. *Agric. For. Meteorol.* 263, 258–266. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2018.08.021>
- van Laar, A., Akça, A., 2007. *Forest Mensuration, Managing Forest Ecosystems*. Springer Netherlands.
- Vanclay, J.K., 2006. Forest Growth and Yield Modeling, in: *Encyclopedia of Environmetrics*. Wiley, pp. 4–6. <https://doi.org/10.1002/9780470057339.vaf011>
- Vanclay, J.K., 1994. Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests. *Model. For. growth yield Appl. to Mix. Trop. For.*
- Villalba, R., Luckman, B.H., Boninsegna, J., D'Arrigo, R.D., Lara, A., Villanueva-Diaz, J., Masiokas, M., Argollo, J., Soliz, C., LeQuesne, C., Stahle, D.W., Roig, F., Aravena, J.C., Hughes, M.K., Wiles, G., Jacoby, G., Hartsough, P., Wilson, R.J.S., Watson, E., Cook, E.R., Cerano-Paredes, J., Therrell, M., Cleaveland, M., Morales, M.S., Graham, N.E., Moya, J., Pacajes, J., Massacchesi, G., Biondi, F., Urrutia, R., Pastur, G.M., 2011. Dendroclimatology from Regional to Continental Scales: Understanding Regional Processes to Reconstruct Large-Scale Climatic Variations Across the Western Americas. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5725-0_7
- Vospersnik, S., 2021. Basal area increment models accounting for climate and mixture for Austrian tree species. *For. Ecol. Manage.* 480, 118725. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2020.118725>
- Vospersnik, S., 2017. Possibilities and limitations of individual-tree growth models - A review on model evaluations. *Bodenkultur* 68, 103–112. <https://doi.org/10.1515/boku-2017-0010>
- Vospersnik, S., Monserud, R.A., Sterba, H., 2015. Comparing individual-tree growth models using principles of stand growth for Norway spruce, scots pine, and European beech. *Can. J. For. Res.* 45, 1006–1018. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2014-0394>
- Vučetić, G., 2009. Razvojno-proizvodne karakteristike bagrema (*Robinia pseudoacacia* L.) na području Visokog peska SPR “Deliblatski pesak”. Univerzitet u Beogradu, Šumarski fakultet.
- Vučković, M., 1994. Regulisanje prostora za rastenje - uslov pravilnog razvoja, stabilnosti i visoke produkcije sastojina, in: *Uzgojno-Biološki i Ekonomski Značaj Proreda u Šumskim Kulturama i Mladim Šumama*. JP Srbijašume, Beograd, pp. 61–70.
- Vučković, M., 1989. Razvojno proizvodne karakteristike crnog bora u veštački podignutim sastojinama na Južnom Kučaju i Goču. Univerzitet u Beogradu.
- Vučković, M., Stajić, B., 2009. *Produkcione osnove gazdovanja šumama bukve u Srbiji. Završni izveštaj po naučno-istraživačkom projektu, Ministarstvo poljoprivrede, šumarstva i vodoprivrede – Uprava za šume.*
- Vučković, M., Stajić, B., 2005. RAZVOJNO-PROIZVODNE KARAKTERISTIKE BUKVE, in: *Bukva (Fagus Moesiaca Domin, MallyCzeczott.) u Srbiji*. pp. 352–365.

- Vučković, M., Stajić, B., 2004. Zadaci i značaj istraživanja rasta i proizvodnosti šuma za ekologiju i šumarstvo. Glas. Sumar. Fak. u Banja Luci 1, 15–25.
- Vučković, M., Stajić, B., 2003a. Ocena stanja sastojina bukve na bazi osnovnih elemenata rasta. Glas. Sumar. Fak. 87, 95–102.
- Vučković, M., Stajić, B., 2003b. Karakteristike debljinskog prirasta u sastojinama bukve sa područja Brezovice. Šumarstvo 1–2, 165–172.
- Vučković, M., Stajić, B., Radaković, N., 2006. Modelovanje optimalne izgrađenosti sastojine hrasta kitnjaka u N. P. 'Đerdap'. Šumarstvo 1–2, 11–20.
- Vučković, M., Stajić, B., Smiljanić, M., 2008. Elementi izgrađenosti i rasta sastojine crnog bora na staništu cera i sladuna. Šumarstvo 4, 31–41.
- Vučković, M., Stamenković, V., 2000. Zadaci u oblasti istraživanja uslova za povećanje prirasta i korišćenja dendromase sa stanovništva savremenog šumarstva. Bull. Fac. For. Belgrade 82.
- Vučković, M., Stamenković, V., Stajić, B., 2003. Karakteristike rasta sitkanske smrče (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) na staništu Fagetum submontanum u Istočnoj Srbiji, in: Naučni Skup Sa Međunarodnim Učešćem, Konferencija '10 Godina Šumarskog Fakulteta u Banjoj Luci'. pp. 14–24.
- Vukmirović, V., 1971. Istraživanje učešća sortimenata bukve u čistim i mješovitim sastojinama u Bosni- sortimentne tablice. Rad. Šumarskog Fak. i Instituta za šumarstvo u Sarajev. 14, 94.
- Wang, M., Borders, B., Zhao, D., 2007. Parameter estimation of base-age invariant site index models: Which data structure to use? For. Sci. 53, 541–551. <https://doi.org/10.1093/forestscience/53.5.541>
- Wang, Y., LeMay, V.M., Baker, T.G., 2007. Modelling and prediction of dominant height and site index of Eucalyptus globulus plantations using a nonlinear mixed-effects model approach. Can. J. For. Res. 37, 1390–1403. <https://doi.org/10.1139/X06-282>
- Weiskittel, A.R., Hann, D.W., Kershaw, J.A.J., Vanclay, J.K., 2011. Forest Growth and Yield Modeling.
- Wensel, L.C., Meerschaert, W.J., Biging, G.S., 1987. Tree height and diameter growth models for Northern California conifers. Hilgardia 55, 1–20. <https://doi.org/10.3733/hilg.v55n08p020>
- West, P.W., 2016. Tree and forest measurement, Choice Reviews Online. <https://doi.org/10.5860/choice.193212>
- Wykoff, W.R., Crookston, N.L., Stage, A.R., 1982. User's guide to the stand prognosis model (forestry). US Dep. Agric. For. Serv. Gen. Tech. Rep.
- Xu, H., Sun, Y., Wang, X., Fu, Y., Dong, Y., Li, Y., 2014. Nonlinear mixed-effects (NLME) diameter growth models for individual China-fir (*Cunninghamia lanceolata*) trees in southeast China. PLoS One 9, 1–10. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0104012>
- Yilong, N., Lihu, D., Fengri, L., 2019. Site index model for *Larix olgensis* plantation based on generalized algebraic difference approach derivation. J. BEIJING For. Univ. 41.

<https://doi.org/10.12171/j.1000>

Zanakis, S.H., 1979. A simulation study of some simple estimators for the three-parameter Weibull distribution. *J Stat Comput Simul.* 9, 101–116.

Zarnoch, S.J., 1985. An evaluation of percentile and maximum likelihood estimators of Weibull parameters. *For. Sci.* 31, 260–268.
<https://doi.org/10.1093/forestscience/31.1.260>

Zeide, B., 1993. Analysis of Growth Equations. *For. Sci.* 39, 594–616.
<https://doi.org/10.1093/forestscience/39.3.594>

Zeide, B., 1989. Accuracy of equations describing diameter growth. *Can. J. For. Res.* 19, 1283–1286.

Zhao, L., Li, C., Tang, S., 2013. Individual-tree diameter growth model for fir plantations based on multi-level linear mixed effects models across southeast China. *J. For. Res.* 18, 305–315. <https://doi.org/10.1007/s10310-012-0352-3>

Zimmermann, H.J., Zysno, P., 1980. Latent connectives in human decision making. *Fuzzy Sets Syst.* 37–51.

БИОГРАФИЈА

Марко Казимировић је рођен 26.08.1991. године у Зворнику (Република Српска). Шумарски факултет, Универзитета у Београду уписује 2009. године на Одсеку за шумарство. Током основних студија остварило је просечну оцену 9,39. Дипломирао је 20. септембра 2013. године са оценом 10,00 одбранивши завршни рад под насловом „Раст црног бора (*Pinus nigra* Lindl.) на подручју Горњег Милановца и Гоча”. Упоредо са студијама, стекао је званичан ESOL International сертификат о познавању енглеског језика FCA, који издаје Britishcouncil, институција овлашћена од стране Уједињеног Краљевства.

Добитник награда које су додељиване за најбољег студента генерације Шумарског факултета и један је од 70 најбољих студента своје генерације у Србији. Поред тога, током студирања је био носилац већег броја стипендија које се намењен најбољим студентима и оним који у предвиђеном року завршавају студије.

Мастер академске студије уписује 2013. године на истом факултету, на одсеку за шумарство, модул Планирања газдовања шумама. Током студија остварио је просечну оцену 10,00. Успешно је одбранио мастер рад под насловом „Прираст биомасе букве у састојинама на подручју Мајданпека“ са оценом 10,00, под менторством проф. др Бранка Стајића, тада доцента Шумарског факултета, Универзитета у Београду. Упоредо са мастер студијама, одradio приправнички уговор као референт за планирање газдовања у шумском газдинству „Борања” из Лознице.

Докторске студије на Шумарском факултету у Београду уписује 2014. године на Модулу шумарство, подмодул Планирање газдовања шумама. Радни однос на Шумарском факултету у Београду засновао је 2015. године, у својству асистента на катедри Планирања газдовања шумама, где ангажован на предмету Раст и производност шума. Након истека асистентског звања у мају 2022 године даљи рад на Шумарском факултету реализује у звању сарадника у високом образовању.

У склопу усавршавања, заједничког рада на пројектима и писања научних радова, учествовао је у радионицама и студијским посетама које су одржане у научно-образовним институцијама:

- FAU Erlangen-Nuremberg, Немачка, од 19 до 23 септембра 2016 године;
- TU Zvolen, Словачка, 27-29 септембру, 2017 године;
- WUR Wageningen, Холандија, од 7 до 9 фебруара 2018 године;
- TUM Freising, Немачкој, 13 до 16 марта 2019 године;
- FEM San Michele, All'Adige, TN, Италији, од 1 до 3 јула 2019 године;
- Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, Немачкој, од 1 до 31 јула 2022 године;

Члан је Асоцијације истраживача прстенова прираста (Association for Tree-Ring Research- ATR), део је европске мреже истраживача прираста букве (The European Beech Tree-Ring Network) и мреже истраживача индивидуалне реакције стабала промену услова за раст (Individual growth reaction- IGR). На међународним конференцијама које организује ATR, под називом TRACE, које су одржане 2017 године у Калињинграду, Русији и 2018. године у Грајсфалду, Немачкој, учествовао је у дискусијама и одржао је усмену презентацију три апстракта.

Учествовао је у реализацији већег броја домаћих **стручних и научних пројеката** и два међународна:

- Implementation of an innovative forest management planning considering economic, ecological and social aspects in Serbia. Bilateral Project: Germany-Serbia financed by German Federal Ministry of Food and Agriculture (2015-2017) – team member
- Development and implementation of adaptation strategies to climate change in forest management (Adaptive Forest Management - Germany - Serbia) - ANKLIWA-DS. German-Serbian bilateral research cooperation project in the field of international sustainable forest management (2019 –) – team member

Кандидат је до сада учествовао у изради укупно 20 научних и стручних радова, у следећим категоријама:

- 3 рада у истакнутом међународном часопису, категорије M21;
- 2 рад у међународном часопису, категорије M23;
- 1 рада у националном часопису међународног значаја, категорије M24;
- 4 рада у истакнутом националном часопису, категорије M51;
- 4 саопштење са међународног скупа штампано у целини, категорије M33;
- 6 саопштења са међународног скупа штампана у изводу, категорије M34;

Преглед по категоријама и пуни називи радова у којима је учествовао дати су у наставку:

Научни часописи категорије M21, 3 рада:

Dorado-Liñán, I., Ayarzagüena, B., Babst, F., Xu, G., Gil, L., Battipaglia, G., Buras, A., Čada, V., Camarero, J.J., Cavin, L., Claessens, H., Drobyshev, I., Garamszegi, B., Grabner, M., Hacket-Pain, A., Hartl, C., Hevia, A., Janda, P., Jump, A.S., **Kazimirovic, M.**, Keren, S., Kreyling, J., Land, A., Latte, N., Levanič, T., van der Maaten, E., van der Maaten-Theunissen, M., Martínez-Sancho, E., Menzel, A., Mikoláš, M., Motta, R., Muffler, L., Nola, P., Panayotov, M., Petritan, A.M., Petritan, I.C., Popa, I., Prislán, P., Roibu, C.-C., Rydval, M., Sánchez-Salguero, R., Scharnweber, T., Stajić, B., Svoboda, M., Tegel, W., Teodosiu, M., Toromani, E., Trotsiuk, V., Turcu, D.-O., Weigel, R., Wilmking, M., Zang, C., Zlatanov, T., Trouet, V., 2022. Jet stream position explains regional anomalies in European beech forest productivity and tree growth. *Nat. Commun.* 13, 1–10. <https://doi.org/10.1038/s41467-022-29615-8>.

Martinez del Castillo, E., Zang, C.S., Buras, A., Hacket-Pain, A., Esper, J., Serrano-Notivoli, R., Hartl, C., Weigel, R., Klesse, S., Resco de Dios, V., Scharnweber, T., Dorado-Liñán, I., van der Maaten-Theunissen, M., van der Maaten, E., Jump, A., Mikac, S., Banzragch, B.E., Beck, W., Cavin, L., Claessens, H., Čada, V., Čufar, K., Dulamsuren, C., Gričar, J., Gil-Pelegrín, E., Janda, P., **Kazimirovic, M.**, Kreyling, J., Latte, N., Leuschner, C., Longares, L.A., Menzel, A., Merela, M., Motta, R., Muffler, L., Nola, P., Petritan, A.M., Petritan, I.C., Prislán, P., Rubio-Cuadrado, Á., Rydval, M., Stajić, B., Svoboda, M., Toromani, E., Trotsiuk, V., Wilmking, M., Zlatanov, T., de Luis, M., 2022. Climate-change-driven growth decline of European beech forests. *Commun. Biol.* 5, 1–9. <https://doi.org/10.1038/s42003-022-03107-3>.

Gut, U., M. Árvai, S. Bijak, J. J. Camarero, A. Cedro, R. Cruz-García, B. Garamszegi, A. Hacket-Pain, A. Hevia, W. Huang, M. Isaac-Renton, R. J. Kaczka, **M. Kazimirović**, W. Kędziora, Z. Kern, M. Klisz, T. Kolář, M. Körner, V. Kuznetsova, D. Montwé, A. M. Petritan, I. C. Petritan, L. Plavcová, R. Rehschuh, E. Rocha, M. Rybniček, R. Sánchez-Salguero, J. Schröder, N. Schwab, B. Stajić, R. Tomusiak, M. Wilmking, U. Sass-Klaassen, и A. Buras. 2019. „No systematic effects of sampling direction on climate-growth

relationships in a large-scale, multi-species tree-ring data set". *Dendrochronologia* 57. <https://doi.org/10.1016/j.dendro.2019.125624>

Научни часописи категорије М23, 2 рада:

Stajić B., Janjatović Ž., Aleksić, P., Baković, Z., **Kazimirović, M.**, Milojković, N. (2016): Anamorphic site index curves for Moesian beech (*Fagus × Taurica* Popl.) in the Region of Žagubica, Eastern Serbia. *Šumarski list*, volume 5-6, pp. 251-258; UDK 630* 101 + 561 (001) ISSN No.: 1846-9140

Stajić, B., Janjatović, Ž., **Kazimirović, M.**, Baković, Z., Obradović, S., 2021. POLYMORPHIC SITE INDEX CURVES FOR BEECH (*FAGUS SYLVATICA* L.) IN CENTRAL AND EASTERN SERBIA. *Šumarski list* 1-2, str. 31–41. UDK 630* 815 (001), <https://doi.org/10.31298/sl.145.1-2.3>

Научни часописи категорије М24, 1 рад:

Stajić, Branko, **Marko Kazimirović**, Vojislav Dukić, и Nenad Radaković. 2020. „First Dendroclimatological Insight into Austrian Pine (*Pinus nigra* Arnold) Climate-Growth Relationship in Belgrade Area, Serbia“. *South-East European Forestry* 11(2):1–8.

Научни часописи категорије М51, 4 рада:

Stajić B., Vukić K., Janjatović Ž., **Kazimirović M.** (2017): ЕФИКАСНОСТ КОРИШЋЕЊА ПРОСТОРА ЗА РАСТ БЕЛОГ ЈАСЕНА (*Fraxinus excelsior* L.) СА ПОДРУЧЈА МАЈДАНПЕЧКЕ ДОМЕНЕ - Growing space efficiency of european ash (*Fraxinus excelsior* L.) in the region of Majdanpečka domena. ГЛАСНИК ШУМАРСКОГ ФАКУЛТЕТА - Bulletin of the Faculty of Forestry, volume 115, pp. 99-126; DOI: 10.2298/GSF1715099S eISSN: 2217-8600

Stajić B., Dimitrijević S., **Kazimirović M.**, Dukić V. (2017): DEBLJINSKI PRIRAST STABALA KAO BIOINDIKATOR NJIHOVE VITALNOSTI: STUDIJA SLUČAJA SA PODRUČJA DESPOTOVCA-DIAMETER INCREMENT OF TREES AS A BIOINDICATOR OF THEIR VITALITY: A CASE STUDY FROM DESPOTOVAC REGION. *Glasnik Šumarskog fakulteta Univerziteta u Banjoj Luci*- Bulletin of the Faculty of Forestry , University of Banja Luka, volume 27, pp 17–29; DOI: 10.7251/GSF1727017S e-ISSN 2303-694X"

Jovic, Goran, Vojislav Dukic, Branko Stajic, **M. Kazimirovic**, и Danijela Petrovic. 2018. „A dendroclimatological analysis of fir (*Abies alba* Mill.) growth in the Borja mountain area of Bosnia and Herzegovina“. *Glasnik Sumarskog fakulteta* Bulletin of the Faculty of Forestry (118):27–45.

Stajić, Branko и **M. Kazimirović**. 2018. „The influence of temperature and precipitation on the increment of black pine (*Pinus nigra* J.F. Arnold): A case study from the area of Mt. Rudnik“. *Glasnik Sumarskog fakulteta* Bulletin of the Faculty of Forestry (118):143–64.

Зборници међународних научних скупова – радови штампани у целини М33, 4 рада:

Baković Z., Stajić B., Janković V., Janjatović Ž., **Kazimirović M.** (2015): Activities of public enterprise "Srbijašume" on the rehabilitation of negative effects caused by ice wave in 2014. year on forest and enviroment at east serbia. Nacionalna asocijacija za bezbednost, krizne i vanredne situacije – Bezbedna Srbija, Ministarstvo unutrašnjih poslova – Sektor za vanredne situacije, Fakultet Bezbednosti, pp 131-140; ISBN 978-86-89401-06-68, COBISS.SR-ID 299495943. "

Baković Z., Stajić B., **Kazimirović M.** (2017): AFFORESTATION AND MELIORATION OF DEGRADED FORESTS IN THE FUNCTION OF ENVIRONMENTAL PROTECTION. Association of Economists and Managers of the Balkans, pp 1058-1068; ISBN 978-86-80194-06-6 COBISS.SR-ID 240265228"

Stajić, Branko, **M. Kazimirović**, и Nenad Radaković. 2018. „The common population signal in the European ash (*Fraxinus excelsior* L.) tree-ring chronologies in NP ‚Djerdap‘, Serbia“. Стр. 59–65 у EcoTer.

Stajić B., **Kazimirović M.**, Baković Z., Dukić V. (2017): POINTER YEARS IN BEECH GROWTH IN THE REGION OF ŽAGUBICA, EASTERN SERBIA. Vol 16 TRACE 2017 Svetlogorsk, Kaliningrad region, Russia.

Зборници међународних научних скупова – апстракти М34, 6 апстраката:

Stajić B., **Kazimirović M.**, Janjatović Ž., Dukić V., Radaković N. (2017): FIRST DENDROCLIMATOLOGICAL INSIGHT INTO BLACK PINE (*Pinus nigra* Arnold) CLIMATE-GROWTH RELATIONS IN BELGRADE AREA. Vol 16 TRACE 2017 Svetlogorsk, Kaliningrad region, Russia.

Stajić, B., **Kazimirović, M.**, Dukić, V., Janjatović, Ž. (2017). Growth-climate relations of european ash (*Fraxinus excelsior* L.) in last century in "Djerdap" National park, Serbia: the first results. Šumarska nauka u funkciji održivog razvoja šumarstva- 25 godina šumarstva Republike Srpske, 07.-09. Децембар. Banja Luka, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina.

Baković, Zvonimir, Goran Čaldović, **M. Kazimirović**, и Vladimir Vasić. 2020. „ŠUMSKI POŽAR NA STAROJ PLANINI POVRŠINAMA – EKOLOŠKE I EKONOMSKE ŠTETE NA 2019. GODINE KOJIMA GAZDUJE JP ‚SRBIJAŠUME““. у 4th International Scientific Conference – EMAN 2020 – Economics and Management: How to Cope With Disrupted Times, Online/Virtual, September 3, 2020, CONFERENCE PROCEEDINGS. Association of Economists and Managers of the Balkans, Belgrade, Serbia; ISBN.

Stajić, Branko, **Marko Kazimirović**, и Živan Janjatović. 2018. „Climate-growth variability of beech chronologies: a case study from NP "Djerdap", Serbia“. Стр. 26 у Tree Rings in Archaeology, Climatology and Ecology. Том 91, уредио T. S. and M. W. Jill Harvey, Jelena Lange. 24-27 April 2018, Greifswald, Germany.

Buras, Allan, Arvai Matyas, Szymon Bijak, Jesús Julio Camarero, Petritan Catalin, Any Mary Catalin, Roberto Cruz Garcia, Balasz Garmszegi, Urs Gut, Andrew Hacket-Pain, Andrea Hevia, Hong Ling Hu, Weiwei Huang, Miriam Isaac-Renton, R. J. Kaczka, **Marko Kazimirović**, Wojciech Kedziora, Zoltan Kern, Marcin Klisz, Tomas Kolar, Michael Körner, Veronica Kuznetsova, Jirka Masek, Montwe David, Romy Rehschuh, Eva Rocha, Michal Rybnicek, Raul Sanchez-Salguero, Jens Schröder, Niels Schwab, Branko Stajic, Robert Tomusiak, Jan Tumajer, Martin Wilmking, и Ute Sas-Klaassen. 2018. „Introducing the Individualistic Growth Response network (IGR) Allan“ уредио T. S. and M. W. Jill Harvey, Jelena Lange. Tree Rings in Archaeology, Climatology and Ecology 91:26.

Zang, Christian, Allan Buras, Andrew Hacket-Pain, Volodymyr Trotsiuk, C. Baittinger, Giovanna Battipaglia, Franco Biondi, N. Bonde, Vojtěch Čada, Jesús Julio Camarero, E. Martinez del Castillo, L. Cavin, Hugues Claessens, Katarina Cufar, Igor Drobyshev, B. Garamszegi, Michael Grabner, Jožica Gričar, J. Kehlet Hansen, C. Hartl, Eva Hevia, Weiwei Huang, Alistar Jump, **Marko Kazimirović**, S. Keren, A. Land, N. Latte, Fransoa Lebourgeois, Tom Levanič, I. Dorado Linan, L. A. Longares, Martin de Luis, Ernst Van

Der Maaten, Marieke Van Der Maaten Theunissen, A. Menzel, Maks Merela, Renzo Motta, L. Muffler, Paula Nola, M. Payanotov, I. C. Petritan, Any M. Petritan, Ionel Popa, Catalin Roibu, A. Rubio-Cuadrado, Raul Sanchez-Salguero, T. Scharnweber, Branko Stajić, Miroslav Svoboda, Willy Tegel, Roberto Tognetti, E. Toromani, D. Turcu, S. Versace, R. Weigel, Martin Wilmking, T. Zlatanov, и A. Ramming. 2019. „The potential of ecologically focused tree-ring networks for benchmarking vegetation models“. y TREE RINGS IN ARCHAEOLOGY, CLIMATOLOGY AND ECOLOGY.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Име и презиме аутора: **Марко Казимировић**

Број индекса: **2014/13**

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

СИМУЛАТОР РАСТА ШУМСКИХ СТАБАЛА И САСТОЈИНА „РАСТко“: РАЗВОЈ И ПАРАМЕТРИЗАЦИЈА ЗА БУКВУ У ЗАПАДНОЈ СРБИЈИ

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, _____

ИЗЈАВУ О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКОГ РАДА

Име и презиме аутора: **Марко Казимировић**

Број индекса: **2014/13**

Студијски програм: **Шумарство, Модул планирање газдовања шумама**

Наслов рада: **СИМУЛАТОР РАСТА ШУМСКИХ СТАБАЛА И САСТОЈИНА „РАСТКО“:
РАЗВОЈ И ПАРАМЕТРИЗАЦИЈА ЗА БУКВУ У ЗАПАДНОЈ СРБИЈИ**

Ментор: **Проф. др Бранко Стајић**

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, _____

ИЗЈАВУ О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

СИМУЛАТОР РАСТА ШУМСКИХ СТАБАЛА И САСТОЈИНА „РАСТко“: РАЗВОЈ И ПАРАМЕТРИЗАЦИЈА ЗА БУКВУ У ЗАПАДНОЈ СРБИЈИ

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)

2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)

3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)

5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)

6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.

Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, _____
