
Марија М. Воркапић¹
Универзитет у Београду, Учитељски факултет, Београд

Стручни рад
Методичка теорија и пракса, број 1/2022
УДК: 37.016:51-028.31
51:371.3]::0/9
стр. 83–96

СТРАТЕГИЈЕ МЕРЕЊА ДУЖИНЕ НА ПРЕДШКОЛСКОМ УЗРАСТУ

Резиме: Мерење дужине представља саставни део свакодневног живота. Разумевање поступка мерења дужине доприноси концептуалном разумевању мерења које укључује и мерење површине и запремине. Мерење, а тиме и мерење дужине је један од појмова који повезује математику не само са свакодневним животом, већ и са другим математичким областима као што су геометрија, бројеви, статистика. О значају разумевања и развијања појма мерења дужине говори и чињеница да је саставни и веома важан део појединих курикулума који се тичу предшколског образовања и васпитања. Разуме се, мерење дужине на предшколском узрасту подразумева процесе, стратегије и мерне инструменте који су прилагођени развојном нивоу деце тог узраста. У раду су дате теоријско-методичке основе мерења дужине, развојне теорије мерења дужине, као и систематичан преглед стратегија мерења дужине које се користе на предшколском узрасту.

Кључне речи: стратегије мерења дужине, развојни пут мерења, предшколски узраст.

УВОД

Изучавање мерења на предшколском узрасту представља веома важну компоненту развоја математичког мишљења, пре свега због примене мерења у многобројним аспектима свакодневног живота. Осим неоспорне примене мерења у области геометрије, мерење омогућа-

¹ marija.vorkapic@uf.bg.ac.rs

ва примену различитих математичких поступака, попут оних који се тичу аритметичких операција, статистике и др. Осим тога, мерење продубљује како унутарпредметне, тако и међу-предметне односе међу различитим областима ван математике, као што су друштвене науке, уметност, физичко васпитање итд. (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

С обзиром да су ретки курикулуми предшколског васпитања и образовања који је укључују област мерења, она није довољно истражена на овом узрасту (Sarama et al., 2011). Ранија истраживања фокусирана на мерење односе се на тврђења да деца предшколског узраста нису у стању да разматрају више од једне димензије (Piaget, 1968), док са друге стране постоје истраживања која показују да предшколци успешно разматрају две димензије (нпр. ширину и дужину (правоугаоника)) и да могу да процене површину (Wilkening, 1979). Нека од новијих истраживања истичу да деца имају когнитивне компетенције потребне за мултидимензионално резонување, те да могу разматрати чак и три димензије (Ebersbach, 2009). Деца тешко могу стећи дубоко разумевање мерења без манипулисања материјалима, физичког поређења и мерења помоћу мерних алата. Разумевање мерљивих особина започиње у најранијем периоду гледањем, додиривањем и директим упоређивањем, али поред тога одрасли треба да подстакну опажање ових особина кроз разговор са децом (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

У овом раду је фокус је на неколико кључних одредница. На почетку ће бити приказане теоријско-методичке основе које се тичу мерења дужине, односно кључни појмови, аспекти и кораци приликом упознавања деце са мерењем дужине. Поред тога, биће приказане две теорије развијања мерења дужине код деце. На крају ћемо дати приказ стратегија са којима смо се сусрели приликом прегледа литературе, као и упоредбу и категоризацију учених стратегија.

МЕРЕЊЕ ДУЖИНЕ

Дужина је величина која је саставни део дечије свакодневнице. Она се може дефинисати као компаративно својство објекта, које се састоји од количину једнодимензионалног простора између крајњих тачака објекта које се могу поредити или квантификовати (Szilágyi et al., 2013). Односно, дужина се може утврдити квантификовањем удаљености између крајњих тачака објекта који се мери.

У основи мишљења о мерењу дужине постоји неколико кључних принципа (Kim et al., 2017):

1. *Подела јединице и њено понављање.* За разлику од ранијих схватања мерења као искључиво физичке активности (Piaget et al., 1960), подела и понављање мерне јединице се дефинише као „ментална активност дељења дужине објекта на јединице исте дужине“ (Stephan & Clements, 2003, стр. 4). Да би дошло до ове менталне активности, односно, да би деца понављала јединицу дужине, морају првобитно схватити дужину као удаљеност која се може поделити (Lehrer, 2003).
2. *Просторна визуелизација.* Поред разумевања поделе јединице и њеног понављања, у процесу мерења велику улогу има просторна визуелизација као компонента простор-

ног резоновања (Ben-Haim et al., 1985; Pittalis & Christou, 2010). Способност визуелизације простора огледа се у „читавању“ дводимензионалних репрезентација тродимензионалних објеката, односно, визуелизација подразумева „менталну реконструкцију репрезентација тродимензионалних објеката“ (Senechal, 1991, стр. 15).

3. *Структурисање сложених јединица у њиховом простору*. Ефикасно мерење сложеним јединицама и њихово просторно структурисање односе се на употребу референтног тела, односно у случају мерења дужине јединичне дужи, као јединице приликом процене и мерења величине објекта. Величина објекта која је деци позната може се користити као референтно тело (јединична дуж) (Joram et al., 1998). На пример, висина детета се може користити како би се проценила ширина собе, тако што се ово референтно тело (јединична дуж) (мисаоно) понавља у простору који се мери. Коришћење референтних тела које су веће од појединачних (мањих) јединица смањује број понављања потребних за мерење дужине/удаљености (Joram et al., 1998). Употреба веће јединице мерења ефикаснија од употребе мање јединице у одређеним контекстима мерења, али одабир мање јединице насупрот веће јединице даје прецизније мере.
4. *Апстрактација* је „процес којим ум бира, координише, обједињује и региструје у меморији збирке менталних појмова или радњи које се појављују у опажајном пољу“ (Battista, 2004, стр. 186). Ниво апстрактације у мерењу достиже се када деца развију размишљање и расуђивање о понављању сложене мерне јединице и способност да се оне структуришу у простору. Овај ниво је уједно и највиши ниво развојне прогресије геометријског мишљења у коме је дете способно да врши апстрактно мерење. На апстрактном нивоу користе се симболи и формуле са софистицираним разумевањем везе између просторног структурирања и нумеричких података.

Мерење дужине се састоји из два аспекта:

1. Идентификовање мерне јединице и подела објекта који се мери (ментално или физички) том јединицом и
2. Ређање те јединице од краја до краја дуж предмета који се мери (Stephan & Clements, 2003).

Мерење дужине захтева познавање бројева и јединица за дужину, али и њихову заједничку примену у процесу мерења дужине (Boulton-Lewis, 1987). Већина курикулума предлаже да се приликом упознавања са основним појмовима мерења дужине крене од употребе нестандардних јединица уз постепени прелазак на употребу манипулативне стандардне јединице и мерење лењиром (Clements, 1999; Kamii & Clark, 1997; Ђокић, 2014). Поступак мерења, а тиме и мерења дужине састоји се из три корака:

1. Бирање карактеристике предмета или појаве коју меримо,
2. Усвајање мерне јединице и
3. Одређивање колико се мерних јединица садржи у мерној величини (Stephan & Clements, 2003, Zöllner & Benz, 2013; Антић & Ђокић, 2019).

РАЗВОЈНИ ПУТ МЕРЕЊА ДУЖИНЕ

Постоје различите теорије о развојном путу изграђивања појма мерења. Аспекти процеса мерења дужине могу се анализирати на основу (опште) теорије когнитивног развоја као што је Халфордова теорија (Halford, 1993), која предлаже приближан узраст постигнућа под претпо­ставком да деца поседују потребно претходно знање. Халфордова теорија „мапирања структу­ре когнитивног развоја“ узима у обзир когнитивни развој у смислу структуралне сложености задатака заједно са факторима капацитета и знања. Његова теорија представљена је кроз чети­ри нивоа мапирања структуре:

1. *Мапирање елемената*. Појединачни елементи у једној структури (нпр. објекат или до­гађај) се пресликавају у појединачне елементе у другој структури (нпр. слика или реч) на осно­ву сличности или конвенције. Према Халфорду, деца могу бити на овом нивоу већ од прве го­дине живота. Овај ниво подразумева способност препознавања и именовања особине дужине у номиналном смислу, чак и ако се користи нетачан термин попут „велики“.

2. *Релационо пресликавање*. Два елемента и релација између њих пресликавају се из једне структуре у другу. Овај ниво подразумева способност директног упоређивања два објекта, препознавања једнакости или неједнакости дужине, поређења објеката у пару и коришћење стандардне мере без разумевања разлога за конструисање такве мере или односа јединица ду­жине. Деца се налазе на овом нивоу од приближно друге до пете године.

3. *Системско мапирање*. На овом нивоу се три елемента и односи међу њима преслика­вају у другу структуру (нпр. транзитивно размишљање о дужини). На овом нивоу се налазе деца од приближно пете године. Овај ниво подразумева препознавање непроменљивости ду­жине објекта упркос факторима перцепције који одвлаче пажњу, односно транзитивно раз­мишљање о дужини у ситуацијама које захтевају и стандардне и нестандартне мере и процеду­ре за мерење дужине које захтевају разматрање упоредне дужине и броја подјединица.

4. *Вишеструко системско пресликавање*. На овом нивоу се скупови од четири елемента са скупом операција дефинисаних на њима пресликавају у другу репрезентацију. Вишеструко системско пресликавање поседују деца од једанаесте године.

Са друге стране, Ким и сарадници (Kim et al., 2017) су развој појма мерења дужине сагледали кроз 5 прогресивних нивоа. Ова прогресивна путања развоја дужине представља уопштавање развојних нивоа мерења дужине о којима су раније дискутовали Барет и сарадни­ци (Barrett et al., 2006), проширену са још два нивоа. У наставку ћемо дати приказ и опис обје­дињених нивоа ова два истраживања:

1. Ниво 1 – *интуитивно/хोलистичко/визуелно поређење*: Процењивање дужине само на основу визуелног посматрања, сагледавајући објекат у целини или бројањем делова објекта без поделе и надовезивања мерне јединице.

2. Ниво 2 – *фаза доживљаја (рани концептни мерних јединица)*: Дељење и надовезивање мерне јединице без способности да се оне структуришу на исправан начин (Kim et al.,

2017). Барет и сарадници (Barrett et al., 2006) су у оквиру овог нивоа уочили два поднивоа који се разликују на основу избора адекватне мерне јединице:

- Ниво 2а: потешкоће при понављању мерне јединице и правилне координације дуж странице која се мери.
- Ниво 2б: правилно понављање и коришћење мерне јединице, али погрешно обележавање дужине страница.

3. Ниво 3 – *фаза анализе (попунување простора/коришћење мерних јединица)*: Доследно коришћење и правилно координисање мерне јединице, као и понављање сложене јединице (Barrett et al., 2006; Kim et al., 2017).

Поднивои 3а и 3б које су уочили Барет и сарадници (Barrett et al., 2006) разликују се по начину на који деца координирају јединице дуж странице која се мери:

- Ниво 3а: статичка, неинтегрисана апстракција;
- Ниво 3б: динамичка, интегрисане апстракције.

4. Ниво 4 – *фаза формализације*: правилна употреба сложене јединице мерења и способност визуализације просторне структуре сваке посматране димензије.

5. Ниво 5 – *фаза апстракције*: вршење апстрактних операција у оквиру мерења.

СТРАТЕГИЈЕ МЕРЕЊА ДУЖИНЕ

Уопштено говорећи, стратегије се односе на начин решавања и превазилажења одређеног проблема. У случају мерења дужине, стратегије се односе на различите начине којима деца квантификују дужину. Неки од аутора под појмом стратегија помињу фазе кроз које пролазе деца приликом упознавања са појмом дужине (нпр. Copeland, 1979; Hiebert, 1981). Други аутори говоре о различитим начинима разумевања појмова који се тичу мерења дужине и начинима савладавања проблема са којима се деца сусрећу приликом решавања задатака мерења дужине (нпр. Carpenter et al., 1981; Hiebert, 1984; Miller, 1989; Shaw & Puckett Cliatt, 1989). На пример, Барет и сарадници (Barrett et al., 2006) у свом истраживању изводе три групе стратегија мерења дужине ослањајући се на развојне нивое деце и начине коришћења мерних инструмената: а) Ниво 1: опште стратегије – нагађање мерног броја на основу визуелног посматрања или коришћење аритметичких стратегија ван геометријског контекста; б) Ниво 2: деца цртају тачке, цртице или линије како би поделили дужину на мерне јединице, при чему дељење није нужно подразумевало поделу на једнаке делове; в) Ниво 3: коришћење апстрактне мерне јединице или коришћење лењира без физичког преношења мерних јединица. Стога није могуће дати једну општу класификацију коју ћемо сматрати релевантном у процесу мерења. У овом раду ћемо под појмом стратегија разматрати начине превазилажења проблема са којима се деца сусрећу у задацима мерења дужине. У различитим истраживањима ће се ови начини разликовати од развојног нивоа деце, али и од материјала који су деци понуђени.

У студији Бултон-Левиса и сарадника (Boulton-Lewis et al., 1996) испитује се примена стратегија које деца користе како би измерила дужину објекта. У свом истраживању аутори

су стратегије сврстали у односу на врсту и начин примене мерних инструмената (средстава који су им дати као мерна јединица у поступку мерења) у 7 категорија: *визуелна њерцејција*, где деца нису користила ниједан од понуђених инструмената, већ су мерење вршила на основу процене, поређењем крајева два сложена објекта или бројањем делова сложених објеката који се мере (који су у овом истраживању били природни деци, с обзиром да су се сложени објекти састојали од шибица различитих димензија); *ујојреба њроизвољној инстїруменїа (средстїва)*, где су деца користила одговарајуће или неодговарајуће мерне инструменте по избору (нпр. конструкторе, сламчице итд.) како би измерила дужину објекта; *ујојреба стїандардној инстїруменїа*, где су деца користила лењир како би измерила дужину објекта, при чему је поступак мерења могао бити исправан или неисправан или су дечији одговори указивали на недостатак знања о мерењу или на недовољно познавање адекватне терминологије; *неконвенцијална ујојреба стїандардној инстїруменїа*, где су деца најчешће мерила дужину полазећи од крајње тачке лењира; *ујојреба стїандардној инстїруменїа на њроизвољан начин*, где су деца користила лењир, али углавном као нестандартну мерну јединицу (нпр. као штап који су постављали линеарно); *ујојреба више врстїа различитїих инстїруменатїа (средстїава)*, где су деца приликом мерења једног објекта користила различите мерне инструменте заједно (нпр. постављали су лењир, потом сламчицу, затим шибицу итд. дуж ивице објекта). Поред уочених стратегија, постојала су и деца која нису имала стратегију или нису знала да одговоре. Резултати истраживања потврђују претходне теорије когнитивног развоја (Halford, 1988, 1992, 1993; Case, 1985, 1992; Resnick, 1987) будући да је задатак директног упоређивања успешно урадило више од половине деце узраста 5-6 година, насупрот задатку који је захтевао употребу стандардних средстава и који је представљао потешкоћу и за старију децу. Приметно је да је на узрастима 6-7 и 7-8 година доминантна неправилна употреба произвољног инструмента (средства), при чему разлог за ову појаву аутори траже у самом курикулуму. Илустрације ради, навешћемо пример детета које је приликом поређења дужина двају сложених приказа шибица користило канап као мерни инструмент. Дете је канап поставило око првог објекта који се мери (који је облика отворене изломљене линије), а затим је исекло канап на два дела. Користећи један од исечених делова канапа, дете га је поставило поред другог објекта чију дужину мери, односно упоређује (који је облика отворене праве линије) уз тврђење да је овај објекат дужи јер је дужина канапа краћа од дужине сложених шибица. Нагли раст разумевања процеса мерења дужине виљдљив је и кроз тежњу и интересовање за употребом стандардних средстава, њиховом правилном применом, као и све мањим тенденцијама да се за квантификовање дужине не користи ниједна од раније примењених стратегија. Осим употребе различитих инструмената (средстава), неопходно је размотрити и утицај задатака различитих нивоа сложености на употребу стратегија: у задацима директног поређења, као и мерења континуираног материјала (вијаче) деца су најчешће користила стратегије које подразумевају употребу стандардних инструмената, чак и ако дечија терминологија приликом мерења није била коректна, док су приликом поређења дужина два објекта најшчешће прибегавала употреби произвољних инструмената (средстава), визуелној перцепцији и употреби стандардних инструмената. Аутори истичу да начини употребе

ових стратегија имплицирају и подржавају теорију увођења нестандартних јединица пре стандардних, без обзира на дечију потребу и преференције за употребом стандардних инструмената чију употребу не разумеју. Неизбежно је истаћи и препоруке аутора да је приликом рада на упознавању деце са појмом мерења дужине неопходно испитати различите аспекте и секвенце мерења дужине које су препоручене у курикулумима, као и да је неопходно подстаћи децу да мере индиректно и директно и да користе стандардне, али и нестандартне инструменте за мерење дужине. Решење за превазилажење грешака приликом употребе стандардних инструмената аутори виде у експлицитним разговорима васпитача и учитеља са децом о начину њихове употребе, указивањем на врсте грешака које би потенцијално могле да се направе коришћењем неког од средстава итд.

Промену ефекта одређених стратегија и утицај реалног и виртуелног окружења на њихову примену код деце предшколског и млађег школског узраста истраживали су Кулен и Берета (Cullen & Barrett, 2010). У свом истраживању аутори наводе 7 стратегија које су издвојили на основу поступака деце у самом процесу мерења: *сйрашйеија крајње тачке (краја)*, *сйрашйеија од краја до средине*, *сйрашйеија бројања ознака*, *сйрашйеија тйранслирања објеката*, *сйрашйеија тйрелачења трсйа од ознаке до ознаке и бројање тйшйеза*, *сйрашйеија тймерања трсйа од ознаке до ознаке и коришћење тйх тйокретйа као мерне јединице* и *аритметичка сйрашйеија*. Аутори истичу значајан утицај окружења у коме се мери дужина објекта на употребу стратегија: код деце која имају визуелни подстицај долази до чешћих промена стратегија које се користе, док се деца која немају визуелне подстицаје доследно придржавају изабраних стратегија. Деца у компјутерском окружењу, разумљиво, не користе стратегије које подразумевају манипулацију мерним инструментима, обзиром да им она и није могућа у окружењу у ком се мери. Са друге стране, деца у реалном окружењу највише теже да броје ознаке као мерне јединице или да користе аритметичке стратегије за квантификовање дужине. Осим промене ефекта стратегија и фреквенција њихове примене, аутори су се бавили и правилном применом стратегија код деце. Деца су најуспешнија била приликом коришћења стратегија које су им интуитивно и искуствено блиске, као што је стратегија превлачења прста и бројања ознака. Иако није постојала подршка ни мотивација за коришћење овакве врсте стратегија, она се код деце самостално појавила. Најслабији успех видљив је у стратегијама попут стратегије крајње тачке или аритметичке стратегије, за шта оправдање можемо тражити у развојном нивоу деце, односно њиховој неразвијености апстрактних и софистицираних поступака мерења и појединих компоненти мерења дужине. Иако деца у овом истраживању нису мерила дужину објекта поделом на мање јединице мерења (Barret & Clements, 2003; Kamii, 1995), имали су користи посматрајући овај процес како у физичком, тако и у виртуелном окружењу. Повезивање интервала на стандардном мерном инструменту (попут лењира) са појединачним нестандартним мерним јединицама (попут штапића) мотивисало је децу за ефикасно коришћење стратегије од тачке до средине, као и правилно повезивање јединичних дужи са ознакама на лењиру.

Приликом испитивања да ли су предшколци у стању да користе различите инструменте како би квантификовали дужину дводимензионалних приказа објеката, као и које стратегије

користе том приликом, Скумпурди (Skoumpourdi, 2015) се користила класификацијом стратегија у три велике групе: *линеарна стратегија* која подразумева постављање појединачних инструмената (средстава који су им дати у истраживању) линеарно (прављењем празнина између њих или постављањем објекта без празнина) дуж објекта који се мери, *периметријска стратегија* у којој су деца мерне инструменте (средства) постављала на странице објекта, тиме мерећи њихов обим и *просторна стратегија* где су деца појединачне инструменте (средства) постављала унутар страница објекта, односно мерила су, или су покушала да измере површину тог објекта. Уопштено говорећи, описане стратегије указивале су на правилно коришћење мерних инструмената (линеарна стратегија без прављења празнина међу мерним јединицама) или на неке од типичних грешака које се јављају приликом мерења дужине коришћењем нестандардних мерних јединица. Ауторка истиче да на примену наведених стратегија значајан утицај има врста материјала која се користи као нестандардна мерна јединица: деца приликом коришћења појединачних објекта и комбинованог материјала (нпр. парче жице) бирају све три наведене стратегије, док приликом употребе континуираног (нпр. „Кушинерови“ штапови) и сложеног материјала (нпр. лењир) прибегавају употреби линеарне или периметријске стратегије. Осим врсте стратегије, наглашава се и различит начин њихове примене у зависности од материјала који се користи, али и од приказа објекта који се мери. Приликом употребе континуираног или сложеног материјала деца користе линеарну стратегију постављајући мерне јединице или по једној од ивица објекта који се мери или по средини објекта (попут осе симетрије). На начин примене периметријске и просторне стратегије утицај је имао и сликовни приказ објекта који се мери. На пример, када је објекат који се мери био правоугаоног облика где унутрашњост није обојена, деца су постављала мерне јединице по страницама објекта (одн. мерила су обим објекта). Са друге стране, када је приказ објекта био такав да је унутрашњост била обојена, деца су тежила употреби просторне стратегије. Осим примене одређене стратегије употребом различитих врста мерних инструмената, ауторка препознаје и два начина којима су деца квантификовала дужину: пребројавање материјала једнаких или различитих величина или обједињавање коришћеног материјала прстима. Поред квантитативних одговора деце, који су заправо представљали количину коришћеног материјала при мерењу, постојали су и одговори деце који су се односили на боју материјала, слова абецедe, низ бројева и назив предмета који се мери, што имплицира да деца нису увек била у стању да апстрахују мерне јединице које се користе приликом мерења дужине јер нису досегли одговарајући ниво разумевања поступка мерења дужине. Истраживање потврђује да деца предшколског узраста могу неформално да користе одређене стратегије приликом мерења дужине коришћењем различитих материјала чиме правилно квантификују дужину сликовног приказа објекта (Sarama et al., 2011).

Када су у питању стратегије мерења дужине, највећи изазов представља уопштавање наведених стратегија, будући да њихова примена у највећој мери зависи од врсте материјала која се користи и да су оне ограничене развојним карактеристикама деце предшколског узраста (коришћење нестандардних јединица код предшколске деце насупрот коришћењу стандард-

них инструмената код деце школског узраста). У Табели 1. приказано је уопштавање стратегија мерења дужина из наведених истраживања које имају сличне или исте карактеристике.

Табела 1. Упоредни приказ коришћених стратегија

Визуелна перцепција	Линеарна	Периметријска	Просторна	Аритметичка стратегија
	Употреба стандардног инструмента			
	Стратегија бројања ознака			
	Правилна употреба стандардног инструмента (неправилна терминологија)			
	Неконвенционална употреба стандардног инструмента			
	Стратегија крајње тачке			
	Стратегија од краја до средине			
	Произвољна употреба стандардног инструмента			
	Употреба произвољног (стандардног или нестандардног) инструмента			
	Стратегија померања прста			
	Стратегија превлачења прста			
	Стратегија транслирања објекта			
	Употреба више различитих инструмената (средстава)			

Као што је приказано у табели, већина коришћених стратегија у истраживању Бултон-Левиса и сарадника (Boulton-Lewis et al., 1996) могу се подвести у ширу категорију – линеарну стратегију коју је у свом истраживању описала Скумпурди (Skoumpourdi, 2015) будући да деца приликом њиховог коришћења мерни инструмент постављају по правој линији, чиме се квантификује дужина. У наведеном приказу стратегија оставили смо могућност да деца неке од стратегија, попут стратегије коришћења стандардног инструмента (уз правилно или неправилно коришћење терминологије), неконвенционалне и произвољне употребе стандардних

инструмената потенцијално могу користити и за мерење обима објеката, обзиром да подаци о томе нису приказани у самом истраживању или њихова анализа није ни спроведена. Са друге стране, употреба произвољног инструмента (средстава који су им дати као мерна јединица у поступку мерења) и употреба више различитих инструмената (средстава) могу значити да су деца њиме мерила дужину објекта постављајући мерне јединице линеарно без прављења разлика међу њима на тај начин правилно мерећи дужину објекта (линеарна стратегија), постављајући инструменте по страницама објекта који се мери чиме су мерили обим објекта (периметријска стратегија) или користили мерне инструменте тако да их постављају унутар страница објекта (просторна стратегија). Такође, већина стратегија које наводе Кулен и Берет (Cullen & Barrett, 2010) могу се свести на линеарну или периметријску стратегију, односно на стратегију употребе стандардних инструмената или употребу произвољних инструмената (средстава). Једине стратегије код којих нисмо пронашли адекватну повезаност са осталим категоријама с обзиром да се деца нису служила понуђеним мерним инструментима. Јесу визуелна стратегија која сама по себи представља коришћење чула вида за процену дужине или поређење дужине објеката и аритметичка стратегија.

ЗАКЉУЧАК

Резултати откривају одређене аспекте неформалног мерења дужине код деце и омогућавају васпитачима да разумеју 1) грешке које деца праве у поступку мерења, 2) које дечије стратегије су најефикасније, 3) зашто долази до мешања појмова дужине са обимом или запремином, 4) врсту и тип података као резултата мерења и, најважније 5) везу мерног броја и мерне јединице.

Занимљиво је да окружење у коме се одвија мерење дужине утиче на одабир и доследност коришћења одређене стратегије, али не и на успешност њихове примене, што је потврдило истраживање Кулена и Берета (Cullen & Barrett, 2010). Можемо закључити да већина деце предшколског узраста тежи употреби стандардних мерних јединица на несистематичан начин, без обзира на неправилну употребу како средстава, тако и терминологије приликом мерења дужине, те да нису у стању да помоћу њих одреде дужину објекта који се мери. Стога је приликом упознавања деце са појмом и поступцима мерења, битно почети увођењем нестандардних јединица (пре стандардних), вербализовати поступке мерења, постављати деци питања и проблемске ситуације које ће им омогућити примену различитих стратегија.

Неформално знање о мерењу дужине одгледа се у (не)ефикасној употреби појединих стратегија. Аутори истичу да стратегије које деца ефикасно користе заправо подстичу моделовање појединачних сегмената дуж објекта који се мери, као и да је употреба било које од ових стратегија показатељ да је дете развило смислено разумевање јединица дужине и на стандардном инструменту (нпр. лењиру). Стога је приликом упознавања деце са мерењем дужине неопходно подстицати коришћење стратегија које захтевају идентификацију интервала мерног инструмента. Ови подаци уједно могу послужити васпитачима као основа за развијање фор-

малног знања. Разумевање ових неформалних способности и њихових компоненти може помоћи васпитачима приликом осмишљавања инструкција које подстичу мерење дужине, али и инструкција за разумевање значаја мерних јединица, њиховог повезивања са мерним бројем и његовим значењем. Кључни податак неопходан за развој појма мерења код деце предшколског узраста јесте увид у развијеност дечијих подкомпоненти способности мерења дужине.

Литература:

1. Антић, М., Ђокић, О. (2018). Развијеност компоненти појма мерења дужине код ученика првог разреда основне школе. *Иновације у настави*, 31 (1), 58-74. doi: [10.5937/inovacije1801058A](https://doi.org/10.5937/inovacije1801058A)
2. Barrett, J. E., Jones, G., Thornton, C. & Dickson, S. (2003). Understanding children's development strategies and concepts for length. In: Clements, D. & Bright, G. (Eds.). *Learning and teaching measurement* (pp. 17–30). Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
3. Barrett, J. E., Clements, D. H., Klanderian, D. B., Pennisi, S. J., & Polaki, M. V. (2006). Students' coordination of geometric reasoning and measuring strategies on a fixed perimeter task: Developing mathematical understanding of linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(3), 187–221.
4. Battista, M.T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6, 185–204.
5. Battista, M. T. (2006). Understanding the development of students' thinking about length. *Teaching Children Mathematics*. 13 (3), 140–146.
6. Battista, M. T., & Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 258–292.
7. Ben-Haim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes: Analyzing and affecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 389–409.
8. Boulton-Lewis, G. M., Wilss, L. A., & Mutch, S. L. (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 329–347.
9. Brandt, B. (2013). Everyday pedagogical practices in mathematical play situations in German "kindergarten." *Educational Studies in Mathematics*, 84 (2), 227–248. DOI: [10.1007/s10649-013-9490-6](https://doi.org/10.1007/s10649-013-9490-6)
10. Carpenter, T. P. & Lewis, R. (1976). The Development of the Concept of a Standard Unit of Measure in Young Children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7 (1), 53–58. DOI: [10.2307/748765](https://doi.org/10.2307/748765)
11. Case, R. (1985). *Intellectual development: Birth to adulthood*. Orlando, FL: Academic.
12. Case, R. (1992). *The mind's staircase*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
13. Copeland, Richard W. (1979). *How children learn mathematics: Teaching implications of Piaget's research* (3rd ed.). New York: Macmillan.

14. Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science & Mathematics*, 99, 5–11
15. Cullen, C. J. & Barrett, J. E. (2010). Strategy use indicative of an understanding of units of length. *34th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics in Education*. Belo Horizonte.
16. Đokić, O. (2014). Realno okruženje u početnoj nastavi geometrije. *Inovacije u nastavi*. 27 (2), 7–21. DOI: [10.5937/inovacije1402007D](https://doi.org/10.5937/inovacije1402007D)
17. Ebersbach, M. (2009). Achieving a new dimension: Children integrate three stimulus dimensions in Vol. estimations. *Developmental Psychology*, 45(3), 877–883. DOI: [10.1037/a0014616](https://doi.org/10.1037/a0014616)
18. Halford, G. S. (1988). A structure-mapping approach to cognitive development. In A. De-metriou (Ed.). *The Neo-Piagetian theories of cognitive development: Toward an integration* (pp. 103-136). Amsterdam: North-Holland
19. Halford, G. S. (1992). Analogical reasoning and conceptual complexity in cognitive development. *Human Development*, 35, 193-217.
20. Halford, G. S. (1993). *Children's understanding: The development of mental models*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
21. Hiebert, J. (1981). Cognitive Development and Learning Linear Measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*. 12 (3), 197–211. DOI: [10.2307/748928](https://doi.org/10.2307/748928)
22. Hiebert, J. (1984). Why do some children have trouble learning measurement concepts? *Arithmetic Teacher*. 19-24.
23. Joram, E., Subrahmanyam, K., & Gelman, R. (1998). Measurement estimation: Learning to map the route from number to quantity and back. *Review of Educational Research*. 68(4), 413–449.
24. Kamii, C. (1995). Why is the use of a ruler so hard? In *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Columbus, OH.
25. Kamii, C. & Clark, F. (1997). Measurement of Length: The Need for a Better Approach to Teaching. *School Science and Mathematics*. 97 (3), 116–121. DOI: [10.1111/j.1949-8594.1997.tb17354.x](https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1997.tb17354.x)
26. Kim, E. M., Haberstroh, J., Peters, S., Howell, H., & Oláh, L. N. (2017). A Learning Progression for Geometrical Measurement in One, Two, and Three Dimensions. *Educational Testing Service*. DOI: [10.1002/ets2.12189](https://doi.org/10.1002/ets2.12189)
27. Lehrer, R. (2003). Developing Understanding of Measurement. In: Kilpatrick, J., Martin, W. & Schifter, D. (Eds.). *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (179–192). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
28. Miller, K. F. (1989). Measurement as a tool for thought: The role of measurement procedures in children's understanding of quantitative invariance. *Developmental Psychology*, 25 (4), 589-600.
29. Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. London, England: Routledge & Kegan Paul.
30. Piaget, J. (1968). Quantification, conservation, and nativism. *Science*. 162, 976–979.

31. Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3-D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*. 75(2), 191–212.
32. Resnick, Lauren B. (1987). Learning in school and out. *Educational Researcher*, 16(9), 13–20.
33. Sarama, J., Clements, D. H., Barrett, J., van Dine, D. W., & McDonel, J. S. (2011). Evaluating of a learning trajectory for length in the early years. *ZDM Mathematics Education*. 43, 617–620. DOI:[10.1007/s11858-011-0326-5](https://doi.org/10.1007/s11858-011-0326-5)
34. Senechal, M. (1991). Visualization and visual thinking. In J. Malkevitch (Ed.). *Geometry's future* (5–21). Arlington, MA: Community Map Analysis Project.
35. Shaw, J. M., & Puckett Cliatt, M. J. (1989). Developing measurement sense. In P. Trafton & A. Schule (Eds.). *New directions for elementary school mathematics: 1989 yearbook* (pp. 149–155). Reston, VA: NCTM.
36. Skoumpourdi, C. (2015). Kindergartners measuring length. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9, 4–8 February 2015)* (pp. 1989–1995). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.
37. Stephan, M. & Clemens, D. H. (2003). Linear and Area Measurement in Prekindergarten to Grade 2. In: Clements, D. H. & Bright, G. (Eds.). *Learning and Teaching Measurement: 2003 yearbook* (3–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
38. Szilágyi, J., Clements, D. H., & Sarama, J. (2013). Young Children's Understandings of Length Measurement: Evaluating a Learning Trajectory. *Journal for Research in Mathematics Education JRME*, 44(3), 581–620. DOI: [10.5951/jresmetheduc.44.3.0581](https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.3.0581)
39. The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.
40. Wilkening, F. (1979). Combining of stimulus dimensions in children's judgments of area: An information integration analysis. *Developmental Psychology*. 15, 25–33.
41. Zöllner, J. & Benz, C. (2016). „I spy with my little eye“: Different components of a Concept of the Length. In T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange & A. Wernberg (Eds.). *Mathematics Education in the Early Years* (pp. 359–370). Manchester, UK. Springer International Publishing

Marija Vorkapić

University Belgrade,, Teacher Education Faculty

KINDERGARTENS LENGTH MEASUREMENT STRATEGIES

Abstract: Measuring length is an integrative part of everyday life. Understanding the procedure of measuring length contributes to the conceptual understanding of measurement, which includes measuring area and volume. Measuring, and thus measuring length, is one of the terms that connects mathematics not only with everyday life, but also with other mathematical areas such as geometry, numbers, statistics, etc. The importance of understanding and developing the concept of measuring length is evidenced by the fact that it is an integral and very important part of many curricula related to preschool education.

Of course, measuring length at preschool age implies processes, strategies and measuring instruments that are adapted to the developmental level of children that age. The paper presents the theoretical and methodological foundations of length measurement, development theory of length measurement, as well as a systematic review of length measurement strategies used in preschool age.

Key words: strategies of measuring length, development of measuring, preschool children.

Раг ѓримљен: 14. 3. 2022. / Раг ѓрихваћен: 21. 5. 2022.