UNIVERZITET U BEOGRADU MAŠINSKI FAKULTET

Filip G. Vučetić

# UTICAJ KONCENTRACIJE NAPONA I POJAVE PRSLINE NA PREOSTALI RADNI VEK BIOMATERIJALA ZA REKONSTRUKTIVNE PLOČICE

doktorska disertacija

Beograd, 2020

UNIVERSITY OF BELGRADE FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Filip G. Vučetić

# INFLUENCE OF STRESS CONCENTRATION AND CRACK INITIATION ON REMAINING LIFE OF BIOMATERIALS FOR RECONSTRUCTIVE PLATES

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2020

#### Mentor doktorske disertacije:

dr Aleksandar Sedmak, redovni profesor Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

#### Članovi komisije za odbranu doktorske disertacije:

dr Aleksandar Sedmak, redovni profesor Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

dr Zoran Radaković, redovni profesor Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

dr Aleksandar Grbović, redovni profesor Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

dr Katarina Čolić, naučni saradnik Inovacioni centar Mašinskog fakulteta u Beogradu

dr Miloš Milošević, viši naučni saradnik Inovacioni centar Mašinskog fakulteta u Beogradu

Datum odbrane:

#### UTICAJ KONCENTRACIJE NAPONA I POJAVE PRSLINE NA PREOSTALI RADNI VEK BIOMATERIJALA ZA REKONSTRUKTIVNE PLOČICE

**Rezime:** Biomaterijali namenjeni za izradu ortopedskih rekonstruktivnih pločica su boljih mehaničkih karakteristika u odnosu na kosti, a ipak u velikom broju slučajeva dolazi do otkaza pločica usled zamornog oštećenja. Jasno je da otkazi pločica za fiksaciju preloma dovode do problema u procesu lečenja i potrebe za ponovnom operacijom pacijenata. Pored materijala i geometrije, iskustvo i znanje ortopedskog hirurga su jedan od najbitnijih faktora koji doprinose učestalosti zamornih otkaza pločica. U slučaju neadekvatne ugradnje pločice će biti podvrgnute preopterećenju od samog početka eksploatacije, što pogoduje inicijaciji prsline.

Jedan od najčešće korišćenih biokompatibilnih materijala za unutrašnju fiksaciju preloma kostiju je dvofazna alfa-beta legura titana Ti-6Al-4V. Cilj istraživanja doktorske disertacije je da se utvrdi ponašanje rekonstruktivnih biomedicinskih pločica u prisustvu prslina na mestima koncentracije napona i da se utvrdi brzina rasta prslina za različite geometrije, na osnovu čega im je moguće proceniti integritet i preostali radni vek. U tu svrhu, eksperimentalno su određene zatezne karakteristike i parametri mehanike loma legure Ti-6Al-4V u cilju korišćenja podataka u numeričkim simulacijama, dok su udarne karakteristike ispitane na instrumentiranom klatnu u cilju boljeg razumevanja ponašanja samog materijala. Umesto komplikovanih eksperimentalnih ispitivanja, primenjeni su postupci numeričkih simulacija ponašanja ortopedskih pločica od Ti-6Al-4V legure titana u prisustvu zamornih prslina, opterećenih na savijanje u četiri tačke, prvenstveno zbog nemogućnosti primene mernih folija na geometrijama pločica. Takođe, numeričke simulacije predstavljaju bržu i jeftiniju alternativu eksperimentalnim ispitivanjima. Geometrija i modeli pločica rađeni su u programu CATIA, a simulacija rasta prsline proširenom metodom konačnih elemenata (PMKE) u programu ANSYS. U simulacijama je korišćeno opterećenje (moment savijanja) koje se javlja na čovekovoj potkolenici tokom hoda, a uzete su u obzir i različite telesne mase pacijenta: 60, 90 i 120 kg. Analiza je rađena za 5 različitih geometrija pločica. Analiza je rađena isključivo sa mehaničkog aspekta, dok uticaj korozivne sredine čovekovog organizma i biokompatibilnost materijala nisu uzeti u razmatranje.

Postoji više metoda za tretiranje materijala u cilju poboljšanja njegovih određenih karakteristika. Jedan od načina za poboljšanje površinskih karakteristika materijala je lasersko ojačavanje materijala (LSP). Razlog za primenu laserskog ojačavanja na leguri titana je istraživanje mogućnosti lokalnog poboljšanja mehaničkih karakteristika i mikrogeometrijskih karakteristika površine, kao i unošenja pritisnih zaostalih napona koji bi doprineli otpornosti na iniciranje prslina, naročito na mestima koncentracije napona. Ispitivanja su rađena na tri grupe uzoraka i pod tri različita tretmana pikosekundnim laserom Nd:YAG. Analiza je rađena sa aspekta mikrostrukture, površinske hrapavosti i mikrotvrdoće.

**Ključne reči:** ortopedske rekonstruktivne pločice, biomaterijali, Ti-6Al-4V, proširena metoda konačnih elemenata (PMKE), numeričke simulacije, eksperimentalna analiza mehaničkih karakteristika, parametri mehanike loma, lasersko ojačavanje materijala (LSP), mikrostruktura, mikrotvrdoća

Naučna oblast: mašinstvo

Uža naučna oblast: tehnologija materijala – mašinski materijali

#### INFLUENCE OF STRESS CONCENTRATION AND CRACK INITIATION ON REMAINING LIFE OF BIOMATERIALS FOR RECONSTRUCTIVE PLATES

**Abstract:** Biomaterials intended for orthopaedic plates manufacturing are of much higher mechanical properties relative to the bone itself and still there are many cases where those plates fracture in service with fatigue as the main failure mode. This causes the problem with healing process and requires that the patients undergo another surgery. Apart from materials and geometry, experience and knowledge of the orthopaedic surgeon is one of the important factors contributing to the frequency of fatigue failures. If incorrectly implanted, plates will be subjected to overloading from the start, which is convenient for crack initiation.

One of the most commonly used biocompatible materials for internal bone fixation is two phase alpha-beta titanium alloy Ti-6Al-4V. Focus of this doctoral dissertation is to determine the behaviour of reconstructive biomedical plates in the presence of cracks at the stress concentration locations and to obtain crack growth rates for different plate geometries which are to be used as a basis for structural integrity and life assessment. Experimental investigations of tensile and fracture mechanics parameters of Ti-6Al-4V alloy were conducted to be used in numerical simulations, while impact characteristics, tested on instrumented Charpy pendulum, were investigated for the purpose of better understanding of the material. Instead of complicated experimental four point bend testing of orthopaedic plates in the presence of cracks, numerical simulations were employed, mainly due to inability of measurement foils to be used on given plate geometries. Also, numerical simulations are time and cost efficient when compared to experimental testing. Geometries and models of plates are defined in CATIA software, while extended finite element method (XFEM) crack growth simulations were made in ANSYS. Loads (bending moments) correspond to the ones occurring in human tibia during gait cycle for different body weights: 60, 90 and 120 kg. Analysis was conducted on 5 different plate geometries. Analysis was done only from the mechanical aspect and the influence of corrosive environment of the human body was not taken into consideration.

There are many methods for treatment of materials for the purpose of improving its certain characteristics. One of the methods for surface characteristics improvement is laser shock peening. Reason for utilising the laser shock peening on titanium alloy is to research the possibilities of local improvement of mechanical and micro-geometrical properties, as well as inducing the compressive residual stresses which should contribute to the crack initiation resistance, especially at the stress concentration locations. Testing was conducted on three types of samples under three different treatments with picosecond laser Nd:YAG. Analysis was made from the aspect of microstructure, surface roughness and microhardness.

**Keywords:** orthopaedic reconstructive plates, extended finite element method (XFEM), biomaterials, Ti-6Al-4V, numerical simulations, experimental analysis of mechanical properties, fracture mechanics parameters, laser shock peening (LSP), microstructure, microhardness

Scientific field: mechanical engineering

Narrow scientific field: materials technology – engineering materials

#### Predgovor

Ovom prilikom bih voleo da se zahvalim svima koji su dali doprinos izradi ove disertacije.

Pre svega se zahvaljujem prof. dr Aleksandru Sedmaku, čiji staž kao mentora, može se reći, traje od moje prve stručne prakse na osnovnim akademskim studijama.

Dr Katarini Čolić sam naročito zahvalan na pomoći i korisnim savetima tokom različitih faza istraživanja. Tema doktorske disertacije je nastala tokom saradnje sa Dr Čolić.

Dr Meri Burzić i Dr Zijahu Burziću se zahvaljujem na pomoći oko mehaničke karakterizacije materijala u Vojnotehničkom institutu Beograd, a Dr Sanji Petronić na pomoći oko realizacije istraživanja primenom lasera u Institutu za nuklearne nauke "Vinča".

Zahvaljujem se Dr Aleksandru Grboviću i Nenadu Tapiću na ustupljenim resursima, vremenu i pomoći bez kojih numeričke simulacije ne bi bile moguće.

Zahvalio bih se i svim kolegama iz Inovacionog centra Mašinskog fakulteta u Beogradu na podršci i pomoći tokom rada na disertaciji, a posebno Dr Simonu Sedmaku.

Posebnu zahvalnost dugujem porodici i prijateljima na podršci tokom godina studiranja.

Naposletku želim da spomenem malu porodicu iz restorana Sinatra kojoj se posebno zahvaljujem na nepresušnom strpljenju, vremenu i gostoprimstvu tokom koga je ova disertacija nastajala.

Autor

### Sadržaj

1.	Pro	blem otkaza ortopedskih implanata	1	
	1.1.	Uvodna razmatranja	1	
	1.2.	Mehanizmi otkaza ortopedskih implanata sa primerima	1	
	1.3.	Površinsko ojačavanje materijala	5	
2.	Osnove mehanike loma		7	
	2.1.	Istorijski razvoj	7	
	2.2.	Linearno elastična mehanika loma	9	
	2.3.	Faktor intenziteta napona	10	
	2.4.	Elasto-plastična mehanika loma i njeni parametri	13	
	2.5.	Zamor	15	
3.	. Osnove i primena metode konačnih elemenata		18	
	3.1.	Uvod	18	
	3.2.	Klasična metoda konačnih elemenata	18	
	3.3.	Faze metode konačnih elemenata	18	
	3.4.	Proširena metoda konačnih elemenata (PMKE)	21	
	3.5.	Procena parametara mehanike loma primenom proširene metode konačnih elemenata	24	
	3.6.	Primena PMKE u biomedicinskom inženjerstvu	27	
4.	. Eksperimentalna ispitivanja karakteristika legure Ti-6Al-4V		30	
	4.1.	Uzorkovanje	30	
	4.2.	Određivanje zateznih karakteristika	30	
	4.3.	Udarna ispitivanja	32	
	4.4.	Određivanje parametara rasta zamorne prsline	40	
5.	. Istraživanje mogućnosti ocene preostalog radnog veka numeričkim simulacijama		46	
	5.1.	Postavka numeričkih simulacija PMKE	46	
	5.2.	Rezultati i diskusija	56	
6.	Istraživanje mogućnosti poboljšanja zamornih karakteristika primenom lasera		77	
	6.1.	Postavke eksperimentalnog tretiranja površina pikosekundnim laserom	77	
	6.2.	Rezultati i diskusija	78	
7.	Zaključak			
8.	Lite	teratura 8		

#### 1. Problem otkaza ortopedskih implanata

#### 1.1 Uvodna razmatranja

Sa napretkom biomedicine došlo je do veoma rasprostranjene upotrebe raznih vrsta ortopedskih implanata, kako bi se omogućio odgovarajući oporavak pacijentima koji su pretrpeli različite vrste preloma. Razvoj ove oblasti takođe je obuhvatio i izbor odgovarajućih biokompatibilnih materijala, kako metalnih tako i kompozitnih, pri čemu će ovde naglasak biti stavljen na metalne biomaterijale, pre svega legure titana [1]. Bez obzira na vrstu ortopedskih implanta koja se posmatra, svi oni su izloženi ekstremnim uslovima opterećenja, usled složenog naponskog stanja prouzrokovanog svakodnevnim aktivnostima pacijenata. Složenosti problema u značajnoj meri i doprinose velike razlike u aktivnostima samih pacijenta, koje zavise od telesne težine i starosnog doba.

Kada se navedeni faktori (učestalost primene na veoma različitim grupama pacijenata i nepovoljni uslovi eksploatacije) uzmu u obzir, nije teško shvatiti zašto na ovakvim tipovima implantima često dolazi do otkaza. U okviru ovog poglavlja će biti dat kratak pregled mehanizama otkaza ovakih implanata, uz prikaz relevantnih rezultata iz brojnih primera koji se mogu naći u literaturi.

#### 1.2 Mehanizmi otkaza ortopedskih implanata sa primerima

Pored mehaničkih opterećenja prouzrokovanih kretanjem pacijenata, otkazima implanata u određenoj meri doprinose i korozija i habanje. Uz to, treba uzeti u obzir i samu geometriju i izbor biomaterijala, način proizvodnje i način ugradnje. Svi ovi faktori mogu dovesti do post-operativnih komplikacija [2]. U analiziranoj literaturi su prikazani slučajevi loma različitih ortopedskih implanata, usled koncentracije napona prouzrokovanih geometrijom i/ili gubitkom materijala habanjem/korozijom. Problemi su se takođe javili u nedovoljno dobroj kompatibilnosti između biomaterijala samog implanta i vezivnog materijala. Na slici ispod je prikazan izgled prelomne površine jednog od uzoraka ispitanih fraktografijom, gde se može videti jasan uticaj zamora, kao i prisustvo sekundarnih prslina. Iz svega prikazanog u radu se može zaključiti da je pri ugrađivanju i proizvodnji ovakvih implanata veoma bitno voditi računa o preporukama merodavnih standarda u vezi sa korišćenih materijalima, kako bi se verovatnoća otkaza značajno smanjila.



Slika 1.1 Prelomna površina pločice za fiksiranje butne kosti i njen detaljniji prikaz [2].

Slučajevi loma ortopedskih implanata usled različitih vrsta opterećenja su takođe analizirani u radu [3], uz osvrt na otkaze usled razlabavljivanja zavrtnjeva koji se koriste kao veza između same pločice i kosti. Ispitivanja su u ovom slučaju obuhvatila četrdeset jednog pacijenta, starosti u rasponu od 17

do 65 godina, čime su pokriveni veoma različiti uslovi rada, odnosno opterećenja. Rezultati su pokazali da su lomovi po prirodi plastični, krti ili zamorni. Kod plastičnih lomova, do otkaza dolazi usled značajnog deformisanja implanta, dok je kod zamornog loma otkaz posledica dugotrajnog promenljivog cikličnog opterećenja kojem je implant stalno izložen. Krti lom je najređa pojava u ovom slučaju, i javlja se isključivo kao posledica grešaka u samom materijalu, što znači da je, za razliku od prethodna dva slučaja, čisto metalurške prirode. Za istraživanje u okviru ove disertacije, merodavni mehanizam otkaza je zamorni lom. Na slici ispod je prikazan primer ortopedske ploče u kojoj je došlo do zamornog loma.



Slika 1.2 Primer polomljene pločice za fiksaciju preloma [3].

U smislu analize zamornih lomova, treba se osvrnuti na još jedan rad [4], koji se bavi poređenjem zamornih osobina različitih materijala koji se koriste u izradi ortopedskih implanata. Razlog više za ovaj pristup leži u činjenici da je autor ovog rada najveću pažnju posvetio različitim vrstama legura titana, među kojima se pominje i materijal obrađen u okviru ove disertacije (Ti-6Al-4V). U ovom radu su određivane zamorna čvrstoća i uticaj proizvodnje i obrade ispitanih materijala na njihova mehanička svojstva, kao i međusobni odnosi ovih osobina, u smislu toga koji materijal ima najbolju kombinaciju čvrstoće, žilavosti i otpornosti na rast zamorne prsline. Ovu leguru karakteriše kombinacija obe mikrostrukturne faze koje mogu da se jave u titanu,  $\alpha$  i  $\beta$  faze, pri čemu su ovakve legure pokazale bolje ponašanje u poređenju sa legurama  $\beta$  tipa [5].

Nakon detaljne pripreme, koja je obuhvatala topljenje u vakuumu, kao i odgovarajuću termičku obradu svake ispitane legure, kako bi se dobile željene miktorstrukture, urađena su eksperimentalna ispitivanja koja su obuhvatila ispitivanje zatezanjem, kako bi se potvrdile mehaničke osobine legura (slično pristupu koji će kasnije biti prikazan u ovom radu), da bi se nakon toga pristupilo ispitivanju otpornosti na zamor. Od svih zamornih ispitivanja, najvažnije je bilo ispitivanje na otpornost rasta zamorne prsline, na CT epruvetama koje se mogu videti na slici 1.3. Ove CT epruvete su isečene iz četiri različita pravca, što se takođe može videti na slici. Ova slika je data kao ilustracija jedne od varijanti za ispitivanje rasta zamorne prsline. Druga, često korišćena metoda obuhvata čisto savijanje Šarpijevih epruveta, i ta metoda je primenjena u istraživanju koje će biti prikazano u ovoj disertaciji.



Slika 1.3. CT epruvete za ispitivanje otpornosti na rast zamorne prsline [4], i pravci sečenja.

Poređenjem dobijenih rezultata za mehaničke karakteristike i otpornost na zamor zaključeno je da su, u slučaju titanskih legura, značajno poboljšane pravilnim izborom procesa proizvodnje i termičke obrade, kao što je i očekivano. Takođe je uočeno da su ove legure pokazale odličan balans između čvrstoće i žilavosti, što predstavlja vrlo bitnu karakteristiku kod materijala od kojih se očekuje velika otpornost na rast zamorne prsline (visoka čvrstoća, odnosno granica tečenja – budući da su kod titana ove vrednosti jako bliske – obezbeđuje otpornost na nastanak zamorne prsline, a visoka duktilnost omogućava veću otpornost na njen rast), [4].

Na temu otkaza biomedicinskih implanata od legure titana, kao i nerđajućeg čelika 316L su urađena i brojna druga istraživanja, pri čemu ćemo ovde pomenuti rad B. Aksakal et al [6], koji se bavi implantima koji su već otkazali, i kod kojih su bile neophodne revizione operacije. Obrađeni su rezultati za veliki broj različitih vrsta ortopedskih implanata, uključujući i pločice za fiksaciju kosti. Naravno, fokus će biti na implantima od titanskih legura.

I u ovom istraživanju se potvrđuje ono što je prethodno rečeno o leguri Ti-6Al-4V, u vezi njene veoma rasprostranjene primene u biomedicini, usled veoma povoljnih mehaničkih osobina i otpornosti na koroziju. Sa druge strane, otpornost na zamor ovakvih legura je manja nego u slučaju čelika 316L, što je dodatan povod za eksperimentalno i numeričko istraživanje u okviru disertacije, a u smislu izbora zamora kao merodavnog mehanizma otkaza u slučaju datog materijala. Rezultati ispitivanja dati u [6] su takođe pokazali da je upravo zamor doprineo lomu pločica izrađenih od predmetne legure titana, kao jedan od faktora usled kojih je došlo do loma. Konkretno, do otkaza je došlo usled nastanka prsline na uključcima unutar implanta, kao posledica promenljivog (dinamičkog) opterećenja. Na slici 1.4 se može videti snimak načinjen elektronskim mikroskopom, gde je prikazan nastanak prsline, kao i njen rast i konačno, prelomnu površinu delimično duktilnog karaktera, što pokazuje da je

materijal u solidnoj meri otporan na zamor. Sa druge strane, ovakvi (a naročito ostali) mehanizmi otkaza se i dalje dešavaju relativno često, tako da je problem sa ortopedskim implantima u tom smislu i dan-danas veoma bitan. Primenom numeričkih metoda se može dovojlno precizno i efikasno proceniti preostali vek trajanja ovakvih konstrukcija, čime se mogućava pravovremena reakcija i potencijalna zamena već oštećenih implanata.



Slika 1.4 Nastanak prsline u uključku (gore), njen rast (sredina) i izgled prelomne površine (dole) [6]

Na osnovu prethodno prikazanih radova koji se bave mehanizmima otkaza ortopedskih implanata različitih vrsta, sa posebniim osvrtom na pločice za fiksaciju kostiju, od legure titana Ti-6Al-4V, može se zaključiti da ova tematika predstavlja ozbiljan problem u okviru oblasti biomedicinskog inženjerstva. Ovo je posledica veoma složenih uslova u kojima ovakve konstrukcije rade, kako u smislu delujućeg opterećenja, tako i u pogledu sredine u kojoj se nalaze i njihovih međusobnih reakcija. Kombinacija ovih faktora dovela je do potrebe za razvojem posebnih vrsta biomaterijala koji sa jedne strane moraju da budu dovoljno otporni na koroziju i bezbedni za upotrebu u ljudskom telu (odnosno, ne smeju da budu toksični), dok sa druge strane moraju da imaju zadovoljavajuće karakteristike u pogledu čvrstoće i žilavosti, s obzirom da su izložene promenljivom opterećenju ciklične prirode, koje u nekim slučajevima može dostići ekstremne vrednosti.

Zbog toga se kod analiziranja ponašanja ovakvih konstrukcija moraju uzeti u obzir različiti slučajevi koji odgovaraju realnim scenarijima, npr. mora se raditi istraživanje uticaja različitih opterećenja, odnosno telesnih težina, s obzirom da je intenzitet opterećenja direktno proporcionalan težini. Ovakav pristup je usvojen i u ovom radu, kao što će biti pokazano u kasnijim poglavljima. Za očekivati je da

različite težine daju različite rezultate u pogledu preostalog radnog veka ortopedskih implanata, pre svega u pogledu rasta zamorne prsline.

Međutim, nije samo težina bitan faktor pri analiziranju integriteta ovakvih implanata – u obzir se mora uzeti i aktivnost pacijenata, odnosno načina na koji opterećenje deluje na implant. Pored težine, intenzitet ovih opterećenja (pre svega savijanja koje je kod nas najznačajniji vid opterećenja) zavisi i od kretanja pacijenta, pri čemu razlikujemo nekoliko relativno čestih scenarija – normalan hod, trčanje, penjanje uz stepenice, kao i ekstremnije varijante – saplitanje i padanje. Intenziteti opterećenja se mogu značajno razlikovati u zavisnosti od prethodno navedenih aktivnosti. U kombinaciji sa različitim težinama, ovaj faktor samo još dodatno pogoršava situaciju u smislu nepovoljnog uticaja na ortopedske implante, kao i u pogledu raznolikosti slučajeva opterećenja na koje treba obratiti pažnju pri eksperimentalnog i numeričkog ispitivanja.

Numeričke simulacije omogućavaju jednostavno prilagođavanje promenama ovih parametara, pošto je ulazne podatke (silu, odnosno momente savijanja) moguće promeniti u već postojećem parametarskom modelu, bez potrebe za izmenama geometrije. Pored toga, numeričke proračune je moguće uraditi i za više različitih geometrija i materijala. Kod eksperimenata je situacija nešto komplikovanija, zbog većeg broja potrebnih epruveta, odnosno veće količine materijala, dugotrajnijeg i skupljeg procesa, a u slučaju ispitivanja biomediscinskih konstrukcija obrađenih u ovoj disertaciji i zbog nemogućnosti primene klasičnih mernih metoda na komplikovanim geometrijala implanata, odnosno postavljanja mernih folija na zadatim geometrijama pločica. Primena numeričkog, eksperimentalnog ili kobinovanog pristupa je korak koji prethodi kliničkim ispitivanjima, a veoma je značajan sa aspekta primarnog odredjivanja problema u materijalu i geometriji implanata, kao i pri analizi uzroka učestalih otkaza kod modela implanata koji su već u kliničkoj upotrebi. Jedan od ciljeva primene metode konačnih elemenata u oceni integriteta ortopedskih implanata je i da se da ocena ponašanja različitih pločica sa mehaničkog aspekta.

Pored primene metode konačnih elemenata, ovakav pristup analiziranju integriteta ortopedskih implanata takođe zahteva poznavanje oblasti mehanike loma, koja se pre svega bavi ponašanjem konstrukcija u prisustvu prslina (između ostalog i zamornih). Kombinacija mehanike loma i metode konačnih elemenata se često sreće u praksi, što se može videti u brojnim primerima iz literature [7-12], koji obuhvataju brojne i raznovrsne naučne oblasti.

#### 1.3 Površinsko ojačavanje materijala

Postoji više načina za poboljšavanje površinskih karakteristika materijala, koji se može sa uspehom primenjivati na legure titana, i samim time i biomaterijale koji se koriste u izradi ortopedskih implanata. Ovde će konkretno biti reči o takozvanom laserskom ojačavanju, čiji glavni cilj da se poveća otpornost ka inicijaciji prslina, što može biti od velikog značaja u primenama kojima se ova doktorska disertacija bavi.

Dosta istraživača se posvetilo istraživanju različitih načina za tretiranje površina sa ciljem da poboljšaju površinske i mehaničke karakteristike materijala. Tan et al. [13] su pokazali da glatkoća završnog deponovanog sloja može biti poboljšana povećanjem brzine čestica, kao i da se visina deponovanog sloja smanjuje uz isto povećanje brzine čestica. Ma et al. [14] su se bavili laserskim poliranjem površine legure titana koje je kao rezultat imalo poboljšanje mikrotvrdoće i otpornosti na habanje. U svom istraživnaju, Saleh et al. [15] su dokazali da mikrotvrdoća mora biti proporcionalna zapreminskom udelu i veličini TiC faze u slučaju legure Ti-6AI-4V. Različite površinske modifikacije su rađene u cilju poboljšanja otpornosti na eroziju i habanja, kao što su: termohemijsko ojačavanje (otvrdnjavanje) [16], površinskim topljenjem i legiranjem [17], termičkim raspršivanjem [18], nanošenjem prevlaka plazma postupkom [19], elektronskim snopom [20] i laserskim tehnologijama [21,22]. Poslednjih decenija se "lasersko ojačavanje" (eng. laser shock peening - LSP) pokazalo kao dobar metod za poboljšanje pomenutih karakteristika unošenjem povoljnih zaostalih napona i

deformacionim ojačavanjem površinskih slojeva tretiranih materijala. Stvaranje pritisnih zaostalih napona ovom metodom na površini legure titana uticalo je na povećanje otpornosti na zamor, i to preko 10% [23, 24]. U odnosu na tradicionalno ojačavanje materijala, laser pravi udarne talase i ostvaruje veće vrednosti zaostalih napona, prodirući dva puta dublje u površinski sloj. Takođe, parametri površinske hrapavosti su značajno manji u odnosu na klasično ojačavanje. Pant et al. [25] i Fabbro et al. [26] su poredili lasersko i klasično ojačavanje legure titana i došli su do zaključka da lasersko dodatno smanjuje brzinu rasta zamorne prsline u odnosu na klasično ojačavanje. Glavni koncept laserskog ojačavanja je uvođenje visokog nivoa pritisnih napona u površinski sloj pomoću udarnih talasa koji mogu da poboljšaju i mikrostrukturne karakteristike, kao što su Shepard et al. [27] pokazali na slučaju legure titana, a Petronić et al. [28,29] na superlegurama na bazi nikla. Na slici 1.5 se mogu videti šematski primeri nekoliko načina na koje se ovaj postupak može izvesti [30].



Slika 1.5 Šematski prikaz laserskog tretiranja: a) direktna ablacija, b) lasersko ojačavanje sa providnim slojem c) lasersko ojačavanje sa zaštitnim i providnim slojem [30]

El-Labban et al. [31], Ochonogor et al. [32] i Lin i Lin [33] su zaključili da legura titana Ti-6Al-4V ima lošu otpornost na zamor i habanje, da je teška za obradu, sa niskom toplotnom provodljivošću, malim modulom elastičnosti i lošijom tvrdoćom. Usled dobre kombinacije različitih karakteristika (mali modul elastičnosti, odlična biokompatibilnost, nizak nivo toksičnosti, izuzetna specifična čvrstoća), titan i njegove legure su današnje vreme jedan od najboljih metalnih biomaterijala za ortopedske i dentalne implante, čak iako su im tribološke karakteristike lošije u odnosu na druge metalne biomaterijale. Legure titana su bolje od čistog titana u smislu otpornosti na zamor, ali se i dalje otkazi implanata od legura titana usled zamora javljaju kao problem [34,35], te se istraživanje rasta zamorne prsline u ovim materijalima nameće kao tema od opšteg značaja [35, 36].

U okviru disertacije je rađeno početno ispitivanje mogućnosti poboljšanja mehaničkih karakteristika površine legure titana. Kombinacija ove metode poboljšanja i predložene metode ocene integriteta fiksacionih pločica može dovesti do još značajnijeg povećanja zamornog, tj. radnog veka pločica. Naravno, isti princip se može primeniti i na druge vrste ortopedskih implanata.

#### 2. Osnove mehanike lome

#### 2.1 Istorijski razvoj

U ovom poglavlju će biti prikazana mehanika loma, kao jedna od oblasti značajnih za istraživanje koje je tema ove disertacije. U okviru poglavlja će biti dat kratak istorijski pregled, od njenog nastanka do postepenog širenja na različite oblasti, kao i teorijske osnove vezane za najvažije pojmove iz same mehanike loma. Mehanika loma se, bavi ponašanjem materijala i konstrukcija u uslovima kada dolazi do njihovog otkaza, odnosno gubitka nosivosti usled dejstva različitih vrsta opterećenja. Pored toga, jedan od glavnih ciljeva mehanike loma je i da predvidi, na osnovu prethodno utvrđenog naponskog stanja u konstrukciji, koliki je preostali radni vek, i da li ima potrebe za eventualnom zamenom ili popravkama delova/konstrukcija. Sa te strane, mehanika loma je usko povezana sa tematikom ovog istraživanja, budući da se oslanja na rezultate metoda ispitivanja sa i bez razaranje, koje se takođe često primenjuju pri ispitivanju ponašanja biomaterijala i konstrukcija načinjenih od njih.

Kao što je već napomenuto, osnovni aspekt mehanike loma je prisustvo prsline, kao diskontinuiteta u konstrukciji. Prsline nastaju kao posledica prisustva veoma malih grešaka u strukturi materijala, tzv. dislokacija, koje pri različitim uslovima opterećenja mogu da počnu da se kreću kroz samu strukturu, što često dovodi do njihovog međusobnog spajanja. Iako su prsline u materijalima poput metala neizbežne, one su često veoma malih dimenzija i mnoge ovakve konstrukcije neometano funkcionišu, sve dok te prsline ne krenu da rastu, i dostignu kritičnu vrednost [37] tako da će prisustvo prsline u jednom trenutku smanjiti noseći presek u dovoljnoj meri da dovede do otkaza, odnosno loma.

Pre istorijskog pregleda razvoja mehanike loma, potrebno je definisati i pojam integriteta konstrukcija, s obzirom na činjenicu da je analiza integriteta biomedicinske konstrukcije na primerima ortopedskih pločica jedna od glavnih tema u okviru ove disertacije. Integritet konstrukcija predstavlja relativno novu oblast, razvijenu sa ciljem da analizira ponašanje konstrukcije u uslovima eksploatacije. Ciljevi ove analize su pre svega vezani za sprečavanje otkaza koji mogu imati katakstrofalne posledice, kao i produžavanje radnog veka različitih vrsta konstrukcija. Ne treba posebno naglašavati koliko su oba ova faktora značajna za pacijente kojima su ugrađeni ortopedski implanti, u čemu se i ogleda doprinos istraživanja prikazanog u okviru ovog rada. Integritet konstrukcija obuhvata slučajeve sa prslinama, ali i bez njih. Analiziranjem neoštećene konstrukcije može se dobiti uvid u naponsko stanje i lokacije gde naponi dostižu kritične vrednosti. Nakon toga se može pristupiti oceni ponašanja iste konstrukcije u prisustvu prsline, za koju se pretpostavlja da će se javiti u najkritičnijem području [38]. U ovu svrhu se često primenjuju metoda konačnih elemenata (MKE) (koja je posebno praktična u biomedicini) i Digitalna korelacija slika (DIC) [34,39]. Postoji nekoliko faktora koji nepovoljno utiču na integritet konstrukcija, odnosno nekoliko mehanizama koji mogu dovesti do otkaza ako se na vreme ne otkriju, ili se ne pristupi njihovom sprečavanju, ili bar odlaganju njihovog dejstva. Ovi mehanizmi obuhvataju najčešće koroziju, zamor i puzanje. U ovom istraživanju će naglasak biti na zamoru, kao najćešćem uzroku otkaza ortopedskih implanata, ali i zbog činjenica da je material korišćen za potrebe ovog istraživanja veoma otporan na koroziju. Takođe, puzanje je pojava koja se neće razmatrati usled činjenice da se odvija na veoma visokim temperaturama.

Kao posebna naučna oblast, mehanika loma je svoj razvoj započela početkom prošlog veka, nakon što je nagli razvoj industrije sa sobom doneo i neočekivane nove probleme, vezane za integrtitet različitih vrsta konstrukcija. Pojavila se potreba da se objasni usled čega su se dešavali otkazi, i na koji način da se njihova verovatnoća eliminiše, ili bar što više smanji. Ovi otkazi su u početku uglavnom bili vezani za avione i brodove, da bi se danas pojavljivali na širokom spektru inženjerskih konstrukcija. Može se reći da mehanika loma zavisi od tri glavna faktora, koji su svi međusobno povezani i formiraju klasični trougao mehanike loma [40], i ovi faktori su (slika 2.1):

- Delujuće opterećenje, odnosno napon
- Veličina prsline
- Žilavost loma, od koje zavisi priroda samog loma.



Slika 2.1 Trougao mehanike loma [41] i veze između njegovih komponenata

O brojnim problemima koji se javljaju u primeni ortopedskih implanata je bilo reči u prethodnom poglavlju, a sada će ukratko biti opisan razvoj same teorije mehanike loma, počevši od prvog rada na tu temu, koji je davne 1913. napisao Inglis [42]. On je bio prvi koji se bavio problemom koncentracije napona, koja u suštini predstavlja glavni uzrok pojave prslina. Koncentracija napona, odnosno prisustvo napona daleko većih od teoretski očekivanih vrednosti na određenim mestima, može biti prouzrokovana različitim faktorima, poput grešaka u materijalu, oštrih geometrijskih prelaza, prisustvu izraženih zaostalih napona, korozijom, itd.

Za rast prsline je takođe značajna i brzina oslobađanja energije, pojam koji je proučavao i u mehaniku loma uveo Griffith [43]. Brzina oslobađanja energije predstavlja smanjenje ukupne potencijalne energije pri porastu prelomne površine, i može se odrediti preko dijagrama sila-pomeranje, kao što je pokazano na slici 2.2 ispod, gde se može videti da je ukupna energija deformacije, koja predstavlja jednu od komponenata potencijalne enegrije, jednaka površini ispod krive. Ova veličina se može napisati u sledećem obliku:

$$G \equiv -\frac{\partial \Pi}{\partial s} \tag{2.1}$$

gde je ukupna  $\Pi$  potencijalna energija, dok je *s* jedinična površina rasta prsline [41]. Izraz za potencijalnu energiju je dat sledećim izrazom:

$$\Pi = \Omega - \left\{ \int_{S_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u} dS + \int_{V} \mathbf{b} \cdot \mathbf{u} dV \right\}$$
(2.2)

gde je prvi integral vezan za površinu materijala ( $S_t$ ), a drugi za njegovu zapreminu (V).



Slika 2.2 Ukupna energijia deformacije, na osnovu dijagrama sila pomeranje.

Sada treba napomenuti da nisu sve prsline jednake u pogledu njihovog rasta. U zavisnosti od prirode materijala u kom se prsline nalaze, zavisi i kako će teći njihov rast, pri dejstvu odgovarajućeg opterećenja. Stoga se razlikuje rast prsline prema veličini plastične zone u blizini vrha prsline, odnosno u blizini singulariteta napona. U slučaju krtih materijala, koji nemaju mogućnost značajne plastične deformacije, ova zona je zanemarljivo male površine, i za njih važe kriterijumi takozvane Linearno-elastične Mehanike Loma (LEML), i parametar koji je najvažniji u ovom slučaju je faktor intenziteta napona, koji je kao pojam uveo Irwin [44]. U slučaju duktilnih materijala, koji se mogu u velikoj meri deformisati pre loma, važi Elasto-plastična Mehanika Loma (EPML), i odgovarajući parametri – otvaranje vrha prsline (Crack Tip Opening Displacement - CTOD) [45], kao i J-integral [46]. O ovim parametrima će više reči biti u narednom tekstu, pri čemu će posebna pažnja biti posvećena faktoru inteziteta napona, s obzirom da su slučajevi ispitani u okviru ove disertacije obuhvatali pretežno krt lom, odnosno spadaju u područje proučavanja linearno-elastične mehanike loma.

#### 2.2 Linearno elastična mehanika loma

LEML se pre svega bavi rastom prsline u uslovima malih plastičnih deformacija, odnosno krtog loma. Stoga se može reći da je osnovna pretpostavka linearno-elastične mehanike loma da je plastična oblast oko vrha prsline zanemarljivo male površine, odnosno da je sva plastična deformacija koncentrisana u neposrednoj blizini vrha prsline. Parametar mehanike loma koji se određuje pri analizi integriteta primenom LEML je prethodno pomenuti faktor intenziteta napona, koji se po potrebi može povezati sa sličnim parametrima iz EPML, o čemu će više reči biti kasnije [41].

Postoje tri oblika otvaranja prsline pri njenom rastu, koje možemo razlikovati na osnovu međusobnog položaja prsline i pravca u kom deluje opterećenje. Najjednostavnija podela ja na ravan lom, kod koga prslina raste po ravnoj površini, odnosno kosi lom, kada prslina raste po površini koja je pod nekim uglom. Same površine loma u oba slučaja mogu biti glatka (za slučaj zamornog loma) ili zrnasta (koja nastaju kod krtog loma). Takođe, u praksi se često sreće i kombinacija obe vrste prelomnih površina, kombinovani lom.

Druga podela prslina, po načinu njenog rasta obuhvata sledeća tri slučaja, prikazana na slici 2.3, od kojih je nama najinteresantniji prvi, pa ćemo se fokusirati isključivo na njega:

- 1. Lom cepanjem dešava se usled delovanja zateznih napona i manifestuje se simetričnim otvaranjem površine prsline
- 2. Lom klizanjem U ovom slučaju dolazi do klizanja jedne površine preko druge, kao posledica značajnih smičućih napona
- Lom smicanjem u različitim ravnima ovde smičući naponi deluju u pravcu normalno m na pravac prsline (u drugom slučaju su delovali u pravcu prsline), i dovode do razdvajana u ravni u kojoj leži prslina.



Slika 2.3. Različiti oblici otvaranja prsline u zavisnosti od pravca delovanja opterećenja [41]

Već smo pomenuli značaj energije deformacije u mehanici loma, i njen uticaj na rast prsline. Ova energija se može predstaviti sledećim izrazom:

$$dE^{\text{prsline}} = G_C \cdot dA \,. \tag{2.3}$$

Ovde je  $G_C$  kritična promena energije, tojest promenu energije koja je potrebna za stvaranje nove površine prsline, što u suštini predstavlja njen rast. Promena energije rasta prsline mora biti veća ili jednaka ovoj kritičnoj vrednosti.

Što se ukupne energije sistema tiče, za nju važi zakon održanja energije sistema, koji je dat sledećom jednačinom:

$$d\Pi + dE^{\text{prstine}} = 0, \tag{2.4}$$

pri čemu se ukupna energija može predstaviti kao zbir tri komponente – energije elastične deformacije, kinetičke energije sistema i, naravno, rada spoljašnjeg opterećenja.

Uzmimo sada slučaj da je deformacija tela konstantna, i da je rad spoljašnjih opterećenja jednak nuli. Tada možemo napisati sledeće:

$$d\Pi + dE^{\text{prsline}} = dU + dK + dW \tag{2.5}$$

U trenutku kada rast prsline potroši svu energiju sistema, dolazi do prestanka rasta prlsline, ali i do konačnog loma.

#### 2.3 Faktor intenziteta napona

...

1.

Merodavni parametar linearno-elastične mehanike loma koji treba definisati je faktor intenziteta napona. Kao što je pomenuto, vrednosti deformacija i napona u tački bliskoj vrhu prsline teže beskonačnosti, kada ta tačka sama po sebi teži vrhu prsline (u kojem se nalazi singularitet). Ovo se može videti na slici 2.4, gde tačka N predstavlja vrh prsline, a P je proizvoljna tačka u njenoj neposrednoj bizini. Radi jednostavnosti, u ovom slučaju će se za određivanje položaja ove tačke koristiti polarne koordinate.

Sada možemo napone u blizini vrha prsline prikazati sledećim izrazom:

$$\sigma_{ij}(r,\theta) = \sum \left\{ \frac{K_i}{\sqrt{2\pi r}}(\theta) \right\}.$$
(2.6)

U gornjen izrazu,  $K_i$  predstavlja faktor intenziteta napona, dok je f funkcija koja zavisi od ugla  $\theta$ , a r rastojanje od tačke do vrhe prsline. U slučaju kada r teži nuli, ceo izraz teži beskonačnosti, što odgovara singularitetu napona u vrhu prsline. Ovi naponi predstavljaju linearnu kombinaciju tri moguća slučaja otvaranja prsline, odnosno u anliziranom slučaju u okviru ovog rada, predstavljaju vrednosti napona za prvi oblik otvaranja prsline (cepanje).

Irwin [19] je definisao faktor intenziteta napona na sledeći način, pri čemu veličina *a* predstavlja dužinu prsline:

$$K_I = Y \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \,. \tag{2.7}$$

I u ovoj jednačini figuriše faktor oblika prsline *Y*, koji se ponekad obeležava i kao f(a/W), gde je *W* širina prsline. Iz ovoga se može zaključiti da faktor intenziteta napona zavisi i od geometrije.



Slika 2.4. Raspodela napoa oko vrha prsline u slučaju linearno-elastičnog ponašanja sa polarnim koordinatama, i odgovarajućim tačkama (N – vrh prsline, P – posmatrana tačka u njegovoj blizini)

U slučaju da faktor intenziteta napona dostigne određenu, kritičnu, vrednost, dolazi do krtog loma u materijalu. Ovoj vrednosti odgovara takozvana kritična dužina prsline, koja se najčešće obeležava kao  $a_{cr}$ . Potrebno je napomenuti da je kritična vrednost faktora intenziteta napona K<sub>Ic</sub>, takođe poznatija kao žilavost loma [41], karakteristika materijala, koja se eksperimentalno određuje i potom usvaja kao kriterijum za krti lom.

Jedan od primera određivanja žilavosti loma, koja zavisi od mnogih faktora, je prikazan na slici 2.5, na kojoj je dat dijagram zavisnosti žilavosti loma od debljine ploče. Iz ove slike se može videti da žilavost loma ustvari predstavlja trenutak kada ploča sa prslinom prelazi iz ravnog stanja napona u ravno stanje deformacije.



Slika 2.5 Zavisnost faktora intenziteta napona od debljine ploče, i njena kritična vrednost (žilavost loma).

Što se određivanja faktora intenziteta napona tiče, usled gore navedenih faktora, može doći do komplikacija, i ponekad je ove vrednosti nemoguće ili nepraktično određivati analitičkim putem, i tada su eksperimentalni i/ili numerički pristupi neophodni. Ovakvi slučajevi su često posledica nepovoljne kombinacije geometrije i opterećenja, što je i slučaj kod ortopedskih implanata, te se i u ovoj disertaciji često kombinju sve ove metode, u onoj meri u kojoj je to moguće, mada se češće primenjuje numerika, naročito metoda konačnih elemenata. Što se eksperimenata tiče, za ovu svrhu se najviše koriste CT epruvete i epruvete za savijanje u tri tačke sa zarezom (SENB), uz odgovarajuće standarde [47].

Pre opisivanja elasto-plastične mehanike loma i J-integrala, potrebno je prikazati samu plastičnu zonu oko vrha prsline nešto detaljnije, pre svega u slučaju kada se veličina plastične zone ne može zanemariti. Stvarnu raspodelu deformacija i napona u ovoj zoni je teško, odrediti, tako da se u slučajevima kada se ona ne može zanemariti, primenjuje nekoliko kriterijuma koji dovoljno dobro aprkosimiraju ovo stanje, poput Misses-ovog kriterijuma tečenja. Na slici ispod se može videti oblik plastične zone, koji važi i za ravno stanje napona i za ravno stanje deformacija. Pored Misses-ovog kriterijuma, koriste se modeli koje su razvili Irwin, kao i Dugdale [48].



Slika 2.6 Oblik plastične zone u vrhu prsline prema Misses-u.

Što se Irwin-ovog modela tiče, on je zasnovan na pretpostavci da je plastična zona kružnog oblika i da je u njoj dominantno ravno stanje napona. Uz ovakvu aproksimaciju, lako je definisati veličinu ove zone, odnosno u konkretnom slučaju njen poluprečnik:

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_T}\right)^2,\tag{2.8}$$

gde je  $\sigma_T$  ekvivalentni napon. U slučaju kada imamo ravno stanje deformacija, ovaj poluprečnik je tri puta manji. Takođe, prema Irwin-ovom modelu se plastična zona može posmatrati kao "produžetak" prsline, i njenim dodavanjem na početnu dužinu se dobija Irwin-ova korekcija ukupne dužine prsline. Što se faktora intenziteta napona tiče, on se smatra merodavnih u slučajevima kada je  $r_p \ge a/8$  (statičko opterećenje), odnosno kada je  $r_p \ge a/4$ .

Dugdale-ov model je vezan za prsline u tankim pločama, odnosno ravno stanje napona, i prema njemu plastična zona ima oblik veoma tanke trake, koja se nadovezuje na vrh prsline. U ovom slučaju se poluprečnik plastične zone određuje slično kao i kod Irwin-a:

$$r_p = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sigma_T}\right)^2.$$
(2.9)

#### 2.4 Elasto-plastična mehanika loma i njeni parametri

Kod duktilnog loma je prisutna značajna plastična deformacija oko vrha prsline, i sama plastična zona postaje prevelika da bi mogla da se jednostavno opiše faktorom intenziteta napona, odnosno primenom LEML. Usled činjenice da se uticaj plastične zone više ne može zanemariti, potrebno je uvesti nove parametre kojima se ovaj uticaj može opisati dovoljno približno. U tu svrhu su uvedena dva parametra – otvaranje vrha prsline (CTOD) i J-integral [46], određeni empirijski na osnovu velikog broja eksperimenata.

Otvaranje vrha prsline se pokazalo kao veoma praktičan parametar za ovakvu analizu, s obzirom na lako određivanje njegove vrednosti, čak i u ulsovima složene geometrije. Otvaranje vrha prsline se u pojedinim slučajevima, kod srazmerno malog tečenja, može i direktno povezati sa LEML, odnosno faktorom intenziteta napona, preko sledeće formule:

$$\delta_t = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_T E} \tag{2.10}$$

gde  $\delta_t$  predstavlja otvaranje vrha prsline. Na slici ispod se vidi i najčešće upotrebljavana definicija otvaranja vrha prsline, odnosno merofavnog rastojanja lica prsline u blizini njenog vrha. Više detalja otvaranju vrha prsline se može naći u literaturi [22,24-26].



Slika 2.7. Definicija otvaranja vrha prsline

Drugi parameter elasto-plastične mehanike loma je J-integral, koji je pre više od 50 godina uveo James Rice [21], a koji predstavlja integral nezavisan od putanje, odnosno konture oko vrga prsline, i koji je direktno vezan sa brzinu oslobađanja energije. Ovaj integral ima tri osnovne karakteristike koje omogućavaju njegovu primenu u EPML:

- 1. Nezavisnost od putanje integracija, čime je značajno olakšano njegovo određivanje, bilo numerički, bilo eksperimentalno, bilo analitički,
- 2. Veza sa brzinom oslobađanja energije, što znači da se J-integral može posmatrati kao energetski parametar,
- 3. Mogućnost opisa polja deformacija i napona oko vrha prsline.

Uopštena formula za određivanje J-integrala, u najjednostavnijem slučaju nelinearno elastičnog tela od homogenog i izotropnog materijala, je data ispod. Potrebno je naglasiti formula važi za Dekartov koordinatni sistem i proizvoljnu konturu  $\Gamma$  unutar tela A:

$$J_{\Gamma} = \prod_{\Gamma} \left( u_0 n_1 - T \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) ds , \qquad (2.11)$$

gde je  $u_0$  gustina potencijalne energije deformacije, n je vektor normale na konturi  $\Gamma$ , u je vektor pomeranja definisan sa:  $u = u_1 i + u_2 j$ , T je vektor napona u odnosu na n i u, dok je ds priraštaj puta po  $\Gamma$ . Sve ove veličine su detaljno prikazane na slici 2.8.



Slika 2.8. Kontura  $\Gamma$  za određivanje J-integrala, i ostale bitne komponente

Primenom takozvane Green-ove teoreme [49] se mogu definisati svi ovi parametri, uz obaveznu pretpostavku o zanemarljivo malim deformacijama i unutrašnjim silama, možemo definisati konačni izraz za J integral u obliku prikazanom sledećim izrazom:

$$J_{\Gamma} = \iint_{\Gamma} u_0 dy - T_i \frac{\partial u}{\partial x} ds .$$
(2.12)

Sada se može prikazati i veza između J-integrala, kao parametra elasto-plastične mehanike loma, i faktora intenziteta napona, kao parametra linearno-elastične mehanike loma, za slučaj linearno-elastičnog ponašanja. U ovakvom slučaju se može smatrati da je J-integral jednak promeni energije deformacije G:

$$J = G = \frac{\left(1 - v^2\right)K_I^2}{E} \,. \tag{2.13}$$

Treba napomenuti da se ova formula odnosi na prvi oblik otvaranja prsline, ali i da postoje i druge formule koje daju vezu između J-integrala i FIN, a koje zavise od načina na koji se jedna, odnosno druga vrednost dobija, i koji se mogu naći u odgovarajućim standardima, za različite uslove ispitivanja.

#### 2.5 Zamor

Zamor se u realnim konstrukcijama javlja veoma često, i kao takav predstavlja mehanizam otkaza koji uvek treba imati u vidu. Kao što je pomenuto, do zamora dolazi pri konstantnoj izloženosti dinamičkom, odnosno ciklično promenljivom opterećenju, usled kog dolazi do nastanka i rasta zamornih prslina. Stoga, u zavisnosti od opterećenja kojem su izloženi, a koje čak ni ne mora da bude iznad granice tečenja, materijali će izdržati određen broj ciklusa opterećenja pre nego što dođe do zamornog loma, odnosno otkaza. Konkretno, u slučaju ortopedskih implanata, ovaj broj ciklusa se odnosi na broj koraka koje pacijent načini.

Zamor predstavlja pojavu koja je još uvek nedovoljno istražena, i u kojoj i dalje imamo veliki broj nepoznanica, što je čini posebno interesantnom za ovakva istraživanja. S obzirom na prethodno navedeno, jasno je da zamor ima veliki potencijal kao oblast u kojoj ima još dosta prostora za proširivanje trenutnih saznanja, a koja igra veoma važnu ulogu u praksi, i prisutna je u mnogim oblastima. Što se vrste zamora tiče, razlikujemo visokociklični zamor i niskociklični zamor. Kod prvog se dinamičko opterećenje nanosi relativno brzo, i do otkaza dolazi nakon nekoliko hiljada, miliona ili čak desetina miliona ciklusa, dok je kod niskocikličnog zamora slučaj drugačiji - broj ciklusa je mnogo manji, ali je i trajanje pojedinačnog ciklusa značajno duže [50].

Ciklično opterećenje ima nekoliko karatkaristika koje su od posebnog značaja – maksimalne i minimalne vrednosti opterećenja (napona), kao i amplitudu. Razlika između maksimalne i minimalne vrednosti se naziva raspon napona, i obeležava sa  $\Delta\sigma$ . Odnos ove dve vrednosti, odnosno minimalnog i maksimalnog napona se naziva faktor asimetrije ciklusa, *R*, i od velikog je značaja pri numeričkoj simulaciji konstrukcija opterećenih na zamor [51].

Sve karakteristične veličine vezane za ciklično opterećenje se mogu videti na slici 2.9.



Slika 2.9 Ciklično opterećenje, maksimalni i minimalni napon i njihov međusobni odnos

Kao što je već napomenuto, veoma česta pojava pri zamornom opterećenju u materijalima je pojava i rast zamorne prsline, čija se dužina postepeno povećava, određenom brzinom, sa povećanjem broja ciklusa. Ukoliko prslina dostigne dovoljno veliku dužinu u odnosu na poprečni presek u kome se nalazi, dolazi do potpunog gubitka nosivosti i loma. U ovakvim slučajevima, jako je bitno znati i brzinu kojom prslina raste, a koja može zavisiti od mnogih faktora, pre svega od vrste materijala. Ona

takođe zavisi i od raspona faktora intenziteta napona za dati slučaj, pri čemu se ovaj raspon može napisati u obliku analognom rasponu samog napona u ciklusu:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} \,. \tag{2.14}$$

Uvođenjem ovog izraza u jednačinu za faktor intenziteta napona (2.7), dobija se sledeći izraz:

$$\Delta K = \Delta \sigma \cdot Y \cdot \sqrt{\pi a} \ . \tag{2.15}$$

Iz ovako uspostavljene veze između faktora intenziteta napona se lako može naći veza između brzine dužine prsline i broja ciklusa (a-N dijagrami), na osnovu kojih se određuje brzina rasta prsline, na sledeći način:

$$\frac{da}{dN} = f\left(\Delta K\right) = f\left(\Delta\sigma, Y, \sqrt{\pi a}\right). \tag{2.16}$$

Zavisnost brzine rasta prsline od raspona faktora intenziteta napona (FIN) se najčešće prikazuje u obliku takozvanih da/dN –  $\Delta$ K krivi, koje se iz praktičnih razloga predstavljaju u logaritamskoj razmeri. Primer ovakvog dijagrama se može videti na slici 2.10. Na ovom dijagramu jasno razlikujemo tri područja rasta zamorne prsline – područje sporog rasta prsline, u kojem kriva teži asimptotski minimalnom rasponu FIN, zatim srednje područje, koje karakteriše stabilan rast prsline, i na osnovu kojeg se određuju koeficijenti Paris-ovog zakona (više o tome kasnije), i treće područje u kom se odigrava nestabilni rast prslie, pri čemu kriva počinje da teži kritičnoj vrednosti FIN, i gde dolazi do konačnog loma.



Slika 2.10 Tipičan izgled da/dN –  $\Delta K$  krive u logaritamskoj razmeri, sa tri karakteristične oblasti krive rasta prsline.

Jedan od osnovnih modela za prikaz rasta zamorne prsline je definisao Paris, i to je upravo princip koji se primenjuje za istraživanja u ovom radu. Ovaj zakon daje linearnu vezu između dinamičkog opterećenja sa konstantnom amplitodom i rasta prsline, i on se može napisati u sledećem obliku:

$$\frac{da}{dN} = C\left(\Delta K\right)^m.$$
(2.17)

Keoficijenti *C* i *m* se dobijaju empirijski, na osnovu eksperimentalnih ispitivanja, i opšta je preporuka da se za svaki zaseban slučaj određuju na ovakav način. Za razliku odmnogih drugih parametara koji uglavnom imaju iste vrednosti za isti materijal ili uslove ispitivanja, Paris-ovi koeficijenti mogu imati značajno različite vrednosti čak i u takvim uslovima, i zbog toga se oni uvek određuju eksperimentalno, dok se uzimanje vrednosti iz literature najčešće izbegava. Njihovo određivanje se vrši na osnovu dijagrama prikazanog na slici 2.10, odnosno krive u oblasti stabilnog rasta zamorne prsline. *C* predstavlja vrednost *y* ose na mestu gde se ona seče sa produžetkom stabilnog dela krive, dok se *m* određuje na osnovu nagiba ovog dela krive. Budući da ovi parametri zavise od mnogih faktora (najočiglednija je zavisnost od zadatog raspona  $\Delta K$ ), jasna je potreba za njihovim detaljnim određivanjem [52].

Naravno, osnovni razlog zašto je ovde opisan upravo Paris-ov model rasta zamorne prsline, iako ih postoji još nekoliko, leži u činjenici da se upravo ovaj model koristi u numeričkoj simulaciji ovakvih prslina, primenom metode konačnih elemenata. Tačnije, zbog složenosti analiziranja ponašanja konstrukcija izloženih cikličnom opterećenju se javila potreba za daljim razvojem ove metode, iz čega je proistekla takozvana Proširena Metoda Konačnih Elemenata (PMKE). O ovoj metodi, kao i MKE, će biti više reči u narednom poglavlju, u kojem će takođe biti objašnjena i njena primena u predmetnoj oblasti ove disertacije, biomedicini.

# **3.** Osnove i primena Metode Konačnih Elemenata u biomedicinskom inženjerstvu

#### 3.1 Uvod

S obzirom da se u predmetnoj doktorskoj disertaciji primenjuju numeričke simulacije ponašanja pri lomu LCP pločica, neophodno je prvo ukratko opisati metode koje će biti korišćene u ovom istraživanju. Primenjene su MKE i Proširenoj Metodi Konačnih Elemenata [53]. Ova metoda je razvijena [54], za potrebe numeričke simulacije ponašanja konstrukcija izloženih zamornom opterećenju, i predstavlja relativno nov pristup rešavanju problema vezanih za numeriku i rast zamornih prslina [55,56,57,63].

Kao uvod u Proširenu Metodu Konačnih Elemenata, u prvom delu ovog poglavlja biće predstavljena MKE, uz objašnjenja nekih osnovnih pojmova i opis svih koraka koje ona obuhvata [1]. Nakon toga, sledi kratak opis PMKE, i primena ovih metoda u numeričkim analizama vezanim za biomedicinu, kao jednu od oblasti u kojoj se ove metode najviše primenjuju [57-59].

#### 3.2 Metoda Konačnih Elemenata

Temelje metode konačnih elemenata su, sredinom prošlog veka, postavili Turner et al [60]. Metoda konačnih elemenata u svom izvornom obliku je najpre primenjivana pri rešavanju problema vaznih za statiku, prenos toplote i mehaniku fluida. U narednoj fazi razvoja MKE, uvedena je upotreba softverskih paketa, kako bi se proračuni pojednostavili i ubrzali, usled složenosti problema, odnosno potrebe za rešavanjem sistema jednačina sa velikim brojem nepoznatih.

Osnovni pojam u metodi konačnih elemenata je takozvani konačni element [60], koji predstavlja mali deo modela, jednostavne geometrije, koji zajedno sa drugim konačnim elementima čini mrežu konačnih elemenata. Ovi elementi su međusobno povezani u tačkama koje se nazivaju čvorovi, a koje su od posebnog značaja, pošto se nepoznata pomeranja/deformacije/naponi računaju upravu u njima. Takođe ćemo se upoznati sa još nekim bitnim pojmovima vezanim za MKE, poput graničnih uslova.

Postupak rešavanja problema primenom metode konačnih elemenata se sastoji iz sledećih koraka [54]:

- 1. Diskretizacije
- 2. Izbora interpolacionog modela za polje pomeranja
- 3. Formiranja lokalnih vektora opterećenja i matrica krutosti
- 4. Formiranje globalnih vektora opterećenja i matrica krutosti
- 5. Određivanje pomeranja u čvorovima
- 6. Proračuna lokalnih deformacija i napona
- 7. Proračuna globalnih deformacija i napona

#### 3.3 Faze metode konačnih elemenata

Prvi korak u primeni MKE na određen problem je diskretizacija fizičkog modela (domena [61]). Diskretizacija predstavlja podelu modela na konačne elemente, kada je bitno pravilno odabrati vrstu konačnih elemenata u pogledu njihove geometrije i problema koji se posmatra. Takođe su važne i dimenzije ovih elemenata, koje treba izabrati na način koji će obezbediti:

- Konvergenciju rezultata, odnosno dovoljnu preciznost samog proračuna,
- Dovoljno brz i efikasan proračun (previše konačnih elemenata u mreži može dovesti do značajnog komplikovanja proračuna, bez ikakvih daljih poboljšanja što se tačnosti tiče [62]).

U pogledu geometrije, konačni elementi se mogu klasifikovati prema broju dimenzija posmatranog problema (1D, 2D ili 3D). U slučaju jednodimenzionalnog problema se primenjuju linearni elementi, kod dvodimenzionalnih problema se koriste trougaoni ili četvorougaoni elementi (koji mogu imati različit broj čvorova, čak i pri istom broju stranica). Najzad, u slučaju trodimenzionalnih problema, najčešće se koriste TET elementi (oblika četvorostrane piramide) i HEX elementi (u manjoj ili većoj meri oblika kocke). Ovi elementi se mogu videti na slici 3.1.



Konačni elementi za 1D slučaj



Konačni elementi za 2D slučaj



Konačni elementi za 3D slučaj Slika 3.1 Konačni elementi u zavisnosti od broja dimenzija [2]

Sledeći korak predstavlja definisanje interpolacionog modela, odnosno izbor odgovarajućih funkcija kojima će se aproksimirati ponašanje samog modela. Najbolji izbor za postizanje ovog cilja su polinomske funkcije, definisane na dobro poznat način:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_n x^n = \begin{cases} 1 & x & x^2 & \dots & x^n \end{cases} \{a\}$$
(3.1)

Naravno, u slučaju interpolacijskih polinoma za aproksimaciju dvo- i tro-dimenzionalnih problema, u formuli (3.1) će se pojaviti i koordinate *y* i *z*. Veoma bitan faktor pri izboru ovih funkcija je broj nepoznatih koeficijenata u samom polinomu. Naime, ovaj broj mora biti veći ili jednak broju stepeni slobode odgovarajućeg konačnog elementa. Broj stepeni slobode konačnog elementa, sa druge strane, je jednak proizvodu broja čvorova elementa i broja stepeni slobode u čvoru. U literaturi [54,61] se mogu naći detaljnije prikazane interpolacijske funkcije, i može se videti da je primena polinoma stepena većeg od dva nepraktična, zbog prevelikog broja nepoznatih. U tom slučaju, ddošlo bi do značajnog komplikovanja proračuna, koje bi u većini problema koji se najčešće analiziraju primenom MKE bila bespotrebna, budući da i jednostavniji polinomi sasvim dobro i precizno aproksimiraju takve probleme.

Značajan deo ove faze predstavlja izbor graničnih uslova koji će važiti za diskretizovani model. Granični uslovi se definišu na način koji obezbeđuje da se model ponaša što približnije moguće realnom objektu na kom je zasnovan. Najčešće se definišu ograničavanjem pomeranja (translacija i rotacija) u određenim pravcima, ili zadavanjem njihovih fiksnih vrednosti, čime se omogućava definisanje opterećenja preko graničnog uslova [54].

Nakon izbora geometrije i interpolacionih polinoma, sledi definisanje matrice krutosti i vektora opterećenja, kako bi se formirali sistemi jednačina na osnovu kojih se određuju nepoznata pomeranja, a kasnije i deformacija i napona. Prvi deo ove faze obuhvata definisanje matrica krutosti i vektora opterećenja na lokalnom nivou, odnosno za svaki konačni element. Na osnovu tako definisanih parametara se formiraju globalna matrica krutosti i vektor opterećenja, za ceo domen (odnosno diskretizovani model).

Matrica krutosti je pozitivno definisana, simetrična i singularna. Sastoji se od elemenata koji predstavljaju opterećenja (sile) u svakom čvoru prouzrokovanu odgo-varajućim jediničnim pomeranjem. Vektor opterećenja se definiše u čvorovima elementa, u formi koncentrisanog ili raspodeljenog opterećenja (površinskog ili zapreminskog) [62]. Matrica krutosti i vektor opterećenja se mogu odrediti na nekoliko načina:

- Direktnim metodama (definisanjem sila u čvoru preko jediničnog pomeranja)
- Varijacionim metodama (određivanjem deformacijskog rada) i
- Preko diferencijalnih jednačina [54].

Za svaki element i njegove čvorove važi sledeća jednačina ravnoteže:

$$[k]_e \cdot [\delta] = \{F\}_e \tag{3.2}$$

gde su  $[k]_e$  i  $\{F\}_e$  matrica krutosti i vektor opterećenja, dok  $[\delta]$  predstavlja matricu nepoznatih pomeranja. Kako bi se ovi uslovi ravnoteže preveli iz lokalnih u globalni sistem, neophodno je uvesti matrice transformacije. Time dobijamo sledeće formule, u kojima [T] predstavlja matricu transformacije:

$$\begin{bmatrix} \overline{k} \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} k \end{bmatrix}_{e} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}, \quad \left\{ \overline{F} \right\}_{e} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{T} \left\{ F \right\}_{e}$$
(3.3)

Na gorenavedeni način se formiraju sistemi algebarskih jednačina čije rešavanja daje vrednosti pomeranja u svakom čvoru mreže konačnih elemenata. Na osnovu ovih pomeranja se onda određuju

deformacije, i na kraju se dobija naponsko stanje na celom modelu. Naravno, sve ovo važi u slučaju elastičnosti; kod nekih složenijih problema (primera radi, plastičnosti) se koriste nešto složeniji modeli, kojih može biti više, u zavisnosti od vrste problema koji se rešava.

#### 3.4 Proširena Metoda Konačnih Elemenata (PMKE)

L

Jedan od osnovnih zahteva koje modeli aproksimirani metodom konačnih elemenata moraju da ispune je kontinuitet, odnosno odsustvo bilo kakvih prekida u samoj strukturi modela. S tim u vezi, javili su se problemi pri pokušajima simuliranja raznih vrsta diskontinuiteta u konstrukcijama, od kojih su za ovo istraživanje najznačajnije prsline. Javila se potreba za razvoj poboljšane verzije MKE, koja bi mogla da verodostojno simulira rast prslina pri različitim vrstama opterećenja, pri čemu je naročito problematičan bio zamor [63,64]. U tu svrhu, početkom devedesetih godina prošlog veka je razvijena Proširena Metoda Konačnih Elemenata (PMKE), [53,65,66].

Osnovni princip PMKE je svojstvo poznato kao Partition of Unity (Melenk i Babuška, [67]). Prema ovom svojstvu, zbir interpolacijskih funkcija u svim čvorovima jednog konačnog elementa je jednak jedinici. Iz ovoga sledi da je moguće prethodno definisanom skupu interpolacijskih funkcija dodati još novih funkcija (tzv. funkcija poboljšanja [66]), čije ukupne vrednosti neće uticati na konačan zbir. Pravilnim izborom funkcija poboljšanja je moguće prikazati polje promenljivih sa sve diskontinuitetima (prslinom u ovom konkretnom slučaju). Pri tome, ove funkcije se samo uvode u domenu u kome se očekuje rast prsline, kako se ne bi ceo model "preopteretio", s tačke gledišta složenosti i trajanja proračuna. Sa druge strane, primenom funkcija poboljšanja se eliminiše potreba za ponovnim generisanjem mreže konačnih elemenata oko vrha prsline tokom njenog rasta, što je predstavljalo glavni nedostatak sličnih metoda [68]. Ubacivanjem funkcija poboljšanja u postojeći skup interpolacijskih funkcija se dobija sledeći izraz [63]:

$$u^{h}(x) = \sum_{i} N_{i}(x) \left| u_{i} + \sum_{j} v^{j}(x) a_{i}^{j} \right|$$
(3.4)

gde su *u* klasični stepeni slobode konačnih elemenata,  $N_i$  su interpolacijske funkcije, dok se poslednji član u izrazu, u kome figurišu  $v^j$  i  $a_i^j$  odnosi na funkciju poboljšanja, (prvi član se odnosi na funkciju poboljšanja u j-tom čvoru, dok drugi predstavlja dodate stepene slobode koji odgovaraju toj funkciji) [62,63]. Budući da gorenavedeni izraz ne zadovoljava uslove interpolacije zbog dodatnih stepeni slobode, neophodno je uvesti određene korekcije, pre svega vezane za definisanje oslonaca i kontakata. Funkcije poboljšanja se mogu korigovati primenom sledećeg izraza:

$$vi^{j}(x) = v^{j}(x) - v_{j}^{i}(x)$$
(3.5)

Ovde  $v_i^j(x)$  predstavlja vrednost *j*-te funkcije poboljšanja u *i*-tom čvoru [62]. Ovim korekcijama se obezbeđuje da funkcije poboljšanja imaju vrednost 0 u svim čvorovima, čime je očuvano svojstvo Partition of Unity. Jednačina (3.4) se sada može napisati u izmenjenom obliku, u kom se pojavljuje korigovana funkcija poboljšanja  $V_i^j(x)$ :

$$\mathbf{u}^{h}(x) = \sum_{i} N_{i}(x) \left[ \mathbf{u}_{i} + \sum_{j} V_{i}^{j}(x) a_{i}^{j} \right].$$
(3.6)

Nakon što je dobijeno korigovano polje pomeranja, u sledećoj fazi se formira sistem linearnih jednačina, kao i u slučaju MKE – na osnovu matrice krutosti i vektora opterećenja se određuju nepoznata pomeranja, uz lokalni pristup, nakon čega se polje pomeranja određuje i na globalnom nivou, za ceo model.

Dakle, iz prethodno opisanog se može zaključiti da primena funkcija poboljšanja omogućava simuliranje struktura sa diskontinuitetima, uz primenu iste mreže konačnih elemenata tokom celog proračuna, čime je proces značajno pojednostavljen. PMKE se može primeniti na diskontinuitete sa prekidnim relativnim deformacijama (tzv. Slabi diskontinuiteti), odnosno prekidnim relativnim deformacijama (jaki diskontinuiteti [69]). Primena proširene metode konačnih elemenata zahteva upotreba posebnih vrsta čvorova, razvijenih u tu svrhu. Tri glavna tipa čvorova, koje možemo podeliti na osnovu načina na koji se generišu su:

- 1. Klasični čvorovi sa 2 stepena slobode
- 2. H čvorovi, sa 4 stepena slobode. Kod ovih čvorova, kao funkcija poboljšanja se koristi Heaviside-ova funkcija [70].
- 3. Near Tip, odnosno NT čvorovi. Ovi čvorovi imaju 10 stepeni slobode.

H čvorovi se obično koriste kod elemenata koje prslina "seče", ali se njen vrh ne nalazi u tim elementima. Za sam vrh prsline se koristi treći tip čvorova, Near Tip. Na slici ispod se može videti primer prsline u mreži konačnih elemenata, zajedno sa poboljšanim čvorovima. Kvadrati predstavljaju NT čvorove, dok su H čvorovi prikazani o obliku krugova.



čvorovi poboljšani Heavyside-ovom funkcijom



Heaviside-ova funkcija, poznata i kao funkcija skoka, se definiše na sledeći način:

- H(x) = 1, ukoliko je tačka iznad prsline
- H(x) = -1, ukoliko je tačka ispod prsline

Položaj izabrane tačke se može prikazati preko funkcije skoka na sledeći način:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & (x - x^{*}) \cdot n \ge 0 \\ -1, & (x - x^{*}) \cdot n < 0 \end{cases}$$
(3.7)

Gde **n** jedinični vektor pravca, a  $\mathbf{x}^*$  koordinata tačke preseka prsline i odgovarajućeg konačnog elementa. Ova jednačina uvodi diskontinuitet u polje pomeranja duž prsline.

Što se vrha prsline tiče, pomenuto je da se za njegove čvorove koriste posebni elementi sa 10 stepeni slobode, koji su prikazani na slici 3.3 ispod. Primenom ove funkcije poboljšanja je omogućena zamena čvorova u okolini diskontinuiteta, 9 i 10, jednim čvorom (11), čime je diskontinuitet "eliminisam" iz konačnog elementa.



Slika 3.3 Klasični konačni element oko vrha prsline (levo) i vrh prsline dobijen primenom NT čvorova (desno)

Kod konačnih elemenata sa H čvorovima se koriste funkcije poboljšanja sledeeg oblika:

$$\phi_{\alpha}(x)_{,\alpha=1-4} = \sqrt{r} \left[ \sin\frac{\theta}{2}, \cos\frac{\theta}{2}, \sin\theta\sin\frac{\theta}{2}, \sin\theta\cos\frac{\theta}{2} \right]$$
(3.8)

gde su r i  $\theta$  polarne koordinate u lokalnom koordinatnom sistemu vezanom za vrh prsline. Slučaj  $\theta = 0$  zapravo predstavlja prvac prsline [62,63].

U ovom delu poglavlja o proširenoj metodi konačnih elemenata ćemo još ukratko opisati takozvanu Level Set metodu [71], koja se najčešće primenjuje za potrebe definisanja elemenata koje prslina seče (za Heaviside-a), kao i elementa u kom se nalazi vrh prsline (za definisanje NT čvora). Level Set metoda koristi dve funkcije, od kojih jedna (obeležena sa  $\phi$ ) predstavlja rastojanje of vrha prsline, a druga ( $\psi$ ) predstavlja normalno rastojanje. Ove dve funkcije se mogu izraziti preko koordinata vrha prsline i posmatrane tačke na sledeći način, pri čemu je  $x_p$  koordinata vrha prsline, a **t** i **n** predstavljaju jedinične vektora odgovarajućih pravaca:

$$\phi_p(x,0) = (x - x_p) \cdot \mathbf{t} \tag{3.9a}$$

$$\psi_p(x,0) = (x - x_i) \cdot \mathbf{n} \tag{3.9b}$$

Kombinovanjem ovih izraza sa Heaviside-ovom funkcijom se dobijaju sledeći izrazi:

$$H(x) = H(\Psi(x)) = \begin{cases} 1, & \Psi(x) > 0 \\ -1, & \Psi(x) < 0 \end{cases}$$
(3.10)

Primenom ovakvih metoda za definisanje relativnog položaja konačnih elemenata u odnosu na prslinu i njen vrh je u dobroj meri ubrzalo konvergenciju PMKE [72,73], pre svega eliminacijom suvišnih elemenata u aproksimiranom polju pomeranja. U tabeli ispod su dati neki slučajevi izbora funkcija poboljšanja u zavisnosti od tačaka u kojima prslina prolazi kroz izabrani konačni element. Kao posledica ovog razvoja, proširena metoda konačnih elemenata se u velikoj meri približila klasičnoj

MKE u pogledu brzine proračuna i konvergencije, uprkos primetno većoj složenosti i nepovoljnijim uslovima za rad.

Međusobni položaj	Vrednosti funkcija
Prslina seče dve strane	Ψ <sub>max</sub> >0 Ψ <sub>min</sub> <0
Prslina seče element dijagonalno	χ           Ψ <sub>max</sub> >0           Ψ <sub>min</sub> <0
Prslina se nalazi duž ivice koja sadrži čvor	$ \begin{array}{c c} \Psi_{max} = 0 & & & & \\ \Psi_{max} > 0 & & & \\ \Psi_{min} < 0 & & & \\ \Psi(\mathbf{x}) = 0 & & & \\ \end{array} $
Prslina se nalazi duž ivice koja ne sadrži čvor	$\Psi_{max} = 0$ $\Psi_{min} < 0$ $\Psi(\mathbf{x}) = 0$

Tabela 3.1 Različite funkcije poboljšanja u zavisnosti od tačaka u prslina prolazi kroz KE [74]

# 3.5 Procena parametara mehanike loma primenom proširene metode konačnih elemenata

S obzirom na prethodno pomenute prednosti PMKE u odnosu na MKE, jasno je da se ona može koristiti i za potrebe analize ponašanja konstrukcija sa stanovišta mehanike loma, pre svega u slučajevima gde je prisutno zamorno opterećenje. Za potrebe ovakvih proračuna, prvo je neophodno definisati takozvani integral interakcije, koji zapravo predstavlja predstavlja proširenu, površinsku verziju J-integrala. Preko integrala interakcije je moguće odrediti faktore intenziteta napona za sva tri oblika otvaranja prsline, pri čemu je nama od najvećeg značaja prvi oblik (cepanje). Ova metoda je sa uspehom primenjena na modele sa različitim vrstama diskontinuiteta, uključujući i prsline. Kod opštih slučajeva dvodimenzionalne prsline, J-integral predstavlja brzinu oslobađanja energije,

zavisnu od faktora intenziteta napona i efektivnog modula elastičnosti (modul elastičnosti pri ravnom stanju napona, [63]). Primenom Dirakove delta funkcije [75] je moguće J-integral prebaciti u oblik pogodniji za primenu u PMKE. Na ovaj način se dobija sledeći izraz:

$$J(s) = \lim_{\Gamma \to 0} \int_{\Gamma} \left( W \delta_{1j} - \sigma_{jk} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) n_j d\Gamma$$
(3.11)

Za određivanje faktora intenziteta napona na osnovu integrala interakcije, neophodno je uvesti pomoćne napone i pomeranja [76-78], pomoću koje se dobija sledeći oblik integrala interakcije:

$$J^{(1+2)}(s) = \lim_{\Gamma \to 0} \int_{\Gamma} \left[ \frac{1}{2} \left( \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \right) \left( \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} \right) \delta_{ij} - \left( \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \right) \frac{\partial \left( u_i^{(1)} + u_i^{(2)} \right)}{\partial x_1} \right] n_j d\Gamma$$
(3.12)

gde su  $u_{ij}^{(1)}$ ,  $\varepsilon_{ij}^{(1)}$  i  $\sigma_{ij}^{(1)}$  polja pomeranja, deformacija i napona dobijena proširenom metodom konačnih elemenata, repsektivno, a  $u_{ij}^{(2)}$ ,  $\varepsilon_{ij}^{(2)}$  i  $\sigma_{ij}^{(2)}$  predstavljaju njihova pomoćna stanja.

J-integral prikazan u gornjem obliku se može podeliti na sledeće komponente – PMKE stanje (1), pomoćno stane (2) i stanje interakcije (1,2). Sada možemo napisati integral interakcije u sledećem obliku:

$$I^{(1,2)} = \lim_{\Gamma \to 0} \int_{\Gamma} \left[ W^{(1,2)} \delta_{1j} - \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} \right] n_j d\Gamma$$
(3.13)

gde je  $W^{(1,2)}$  interaktivna gustina deformacije - proizvod PMKE naponskog stanja i pomoćne deformacije, odnosno obrnuto. Superpozicijom ova dva naponska stanja se dobija:

$$J^{(1+2)} = J^{(1)} + J^{(2)} + \frac{2\left(K_{I}^{(1)}K_{I}^{(2)} + K_{II}^{(1)}K_{II}^{(2)}\right)}{E}, \qquad (3.14)$$

gde su faktori intenziteta dati sa:

$$K_{I}^{(1)} = \frac{I^{(1, \text{mod } I)}E^{*}}{2}, \quad K_{II}^{(1)} = \frac{I^{(1, \text{mod } II)}E^{*}}{2}, \quad (3.15)$$

pri čemu su  $I^{(1, \text{mod }I)}$  i  $I^{(1, \text{mod }II)}$  integrali interakcije za slučajeve  $K_I^{(2)} = 1$  i  $K_{II}^{(2)} = 0$  za prvi, odnosno obrnuto za drugi integral interakcije [62].

Kod primene PMKE u analizi zamornog ponašanja konstrukcija, neophodno je definisati i pravac rasta prsline. U slučaju dvodimenzionalnih prslina, definisanje pravca rasta se zasniva na određivanju maksimalnog radijalnog napona, kritične ravni, maksimalne gustine energije relativne deformacije i maksimalne brzine oslobađanja energije [49]. U slučaju PMKE, najčešće se primenjuje je najzastupljeniji prvi kriterijum (maks. Radijalni napon), koji se definiše na osnovu veličine ugla  $\theta_c$ :

$$\theta_{c} = -\arccos\left[\frac{2K_{II}^{2} + K_{I}\sqrt{K_{I}^{2} + 8K_{II}^{2}}}{K_{I}^{2} + 9K_{II}^{2}}\right].$$
(3.16)

Potrebno je pomenuti i kriterijum određivanja položaja kritične ravni, koji se primenjuje uslučajevima gde se putanje rasta prslina za ekvivalentne intenzitete aksijalnih i torzionih opterećenja razlikuju. Ovde se ugao rasta prsline  $\alpha$  se određuje kao zbir uglova  $\beta$  i  $\gamma$ , koji su definisani izrazima datim ispod:

$$\beta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2K_{II}}{K_{I}}\right), \qquad (3.17)$$

$$\gamma = \begin{cases} \frac{1}{2} \arccos\frac{-2 + \sqrt{4 - 4\left(\frac{1}{s^{2}} - 3\right)\left(5 - \frac{1}{s^{2}} - 4s^{2}\right)}}{2\left(5 - \frac{1}{s^{2}} - 4s^{2}\right)}, & s \le 1\\ 0, & s > 1 \end{cases}, \qquad (3.18)$$

gde je *s* parametar koji predstalvja odnos faktora intenziteta napona za modove I i II pri odgovarajućoj zadatoj brzini rasta prsline, *da/dN*, dat sledećim izrazom:

$$S = \frac{K_{II,da/dN}}{K_{I,da/dN}}.$$
(3.19)

Na slici 3.4 je prikazan međusobni odnos ovih uglova.



Slika 3.4 Veza između uglova  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  pri određivanju pravca rasta prlsine primeom kriterijuma kritične ravni

Što se samog zamora tiče, proširena metoda konačnih elemenata se oslanja na Paris-ov zakon. Kako bi se ovaj zakon efikasno primenio u PMKE, javila se potreba za njegovom modifikacijom, koja u obzir uzima i odnos minimalnog i maksimalnog napona u ciklusu opterećenja, *R*. Od svih modifikovanih modela, najčešće se koristi model koji je predložio Xiaoping [79], a koji u poznatu formulu za Parisov zakon uvodi dodatne parameter, koji se mogu videti u donjem izrazu:

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \left( M_R M_P \Delta K \right)^n - \Delta K_{th}^n \right].$$
(3.20)

Ovi parametri predstavljaju faktor korekcije odnosa da/dN na osnovu R ( $M_R$ ), faktor koji zavisi od osnosa preoptrećenja i podopterećenja ( $M_P$ ), kao i opseg faktora intenziteta napona,  $\Delta K_{th}$ . U slučaju

dejstva složenog opterećenja je neophodno definisati takozvani ekvivalentni faktor intenziteta napona, koji daje rezultujuću vrednost svih dejstava, međutim, s obzirom da to nije slučaj u ovom istraživanju, ovom temom se nećemo detaljnije baviti.

#### 3.6 Primena PMKE u biomedicinskom inženjerstvu

U oblasti biomedicine, integritet konstrukcija predstavlja važan faktor, usled uslova opterećenja kojima su takve konstrukcije izložene, bilo da su u pitanju veštački kukovi, pločice za kosti ili neka druga vrsta implanta, slika 3.5. Pri svakodnevnim aktivnostima pacijenata, implanti su izloženi promenljivim opterećenjima, najčešće ciklične prirode (primera radi, veštački kukovi pri hodu). Kao posledica rada u ovakvim uslovima, često dolazi do otkaza implanta usled zamora, nakon određenog broja ciklusa opterećenja. S obzirom na veoma dugotrajna i komplikovana klinička ispitivanja, sve češće se primenjuje metoda konačnih elemenata za simulaciju ponašanja ortopedskih implanata, budući da omogućava znatno brži proračun. Usled prethodno navedene činjenice da je najčeši uzrok otkaza implanata upravo zamor, numeričke simulacije se izvode pre svega primenom proširene metode konačnih elemenata, usled njenih prednosti u tom pogledu.



Slika 3.5 Primeri ortopedskih implanata

Pored dobre otpornosti prema rastu zamorne prsline, materijali koji se koriste pri izradi ortopedskih implanata (u koje spadaju i pločice koje su ispitine u okviru ovog istraživanja) takođe moraju biti i biokompatibilni [57], što podrazumeva između ostalog i otpornost prema koroziji i da nisu toksični. Iz ovih razloga, metalni biomaterijali koji se koriste u ove svrhe najčešće obuhvataju legure titana (npr. Ti6Al4V), kao i nerđajući čelik 316L [81]. Legure titana su pogodnije zbog bolje biokompatibilnosti i otpornosti na koroziju u odnosu na čelik 316L. U ovom slučaju, ispitivane su pločice od prethodno pomenute titan-aluminijum-vanadijum legure.

U ovom delu poglavlja je prikazano ponašanje pločica pri zamornom opterećenju i njihovoj ulozi u biomedicini. Ove pločice služe za fiksiranje polomljenih kostiju, odnosno za prenos opterećenja usled gubitka nosivosti same kosti [82,83]. Ovaj prenos opterećenja se ostvaruje preko krute veze pločice sa neoštećenim delovima kosti, koje su povezane zavrtnjevima. Opterećenje koje prihvata pločica je prevashodno smičućeg karaktera, dok kost prihvata pritisno opterećenje, prema kojem je značajno otpornija. Brojna laboratorijska ispitivanja, opisana detaljnije u [82], su potvrdila da su pločice bolje

rešenje u pogledu fiksacije polomljenih kostiju u poređenju sa drugim varijantama, usled značajno veće nosivosti kada je u pitanju smičuće opterećenje. Međutim, i pločice su sklone otkazima, usled olabavljenja veza, ili zamornog loma zbog prisustva prslina. Zbog načina na koji se fiksiraju za kost, pločice imaju geometriju koja pogoduje nastanku i širenju prslina, usled različitih lokacija u kojima će se javiti koncentracija napona (pre svega otvori predviđeni za zavrtnjeve). Slučajevi opterećenja koji se javljaju u pločicama su prikazani na slici 3.6. Potrebno je naglasiti da je za ovo istraživanje od najvećeg značaja moment savijanja koji zateže površinu pločice i dovodi do rasta zamorne prsline, stoga će na njega biti stavljen akcenat tokom numeričke analize. Na slici 3.7 su prikazane pločice nakon loma, gde se može videti da je prslina nastala u jednom od otvora za zavrtnjeve, što je bio slučaj i u modelu koji je ispitivan u okviru ove disertacije.



Slika 3.6 Opterećenja kojima je izložena pločica [84]



Slika 3.7 Tipičan izgled loma LCP pločica usled zamora [85]

Usled rasta zamorne prsline, noseći poprečni presek pločice se smanjuje, do trenutka kada više ne može da izdrži opterećenje kojem je izložen, što dovodi do konačnog loma. Usled geometrije ovih pločica, zamorne prsline se najčešće javljaju na ivici otvora za zavrtnjeve, usled koncentracije napona prisutne zbog promene debljine, kao i oslabljenog preseka. Takođe, postoji mogućnost da prslina bude inicirana na istoj lokaciji i zbog pojave korozije na kontaktnoj površini otvora i zavrtnja. Stoga je i u slučaju analiziranom u okviru ove disertacije takođe pretpostavljeno da se prslina nalazi unutar jednog od otvora, i numeričkom analizom je praćen njen rast, odnosno broj ciklusa koji je bio potreban da dođe do konačnog loma predmetne pločice. Do otkaza pločica može doći i usred korozije ili prisustva grešaka u biomaterijalu od kojeg su izrađene, ali se njima nećemo baviti u ovom istraživanju [85].

Kod primene PMKE u simulaciji ponašanja ortopedskih pločica, neophodno je prvo odrediti sve bitne karakteristike materijala, koje obuhvataju granicu tečenja, zateznu čvrstoću, modul elastičnosti, kao i koeficijente Paris-ove jednačine, C i m. Zatezne karakteristike i modul elastičnosti se mogu pronaći u literaturi, ali i odrediti eksperimentalno, dok Paris-ovi koeficijenti predstavljaju veći problem. U praksi, ovi koeficijenti se određuju eksperimentalno, za svaki pojedinačni slučaj, s obzirom da njihove vrednosti mogu značajno da variraju, čak i u slučaju epruveta od istog materijala, uzetih iz iste ploče, usled uticajnih faktora poput mikrostrukture materijala. Ovo je izraženije kod heterogenih struktura, poput zavarenih spojeva, ali čak i u slučaju epruveta od jednog materijala, određene razlike u vrednostima *C* i *m* su prisutne. Mesto nastanka prsline je već prethodno definisano u ovom tekstu. U pogledu opterećenja, usvajaju se momenti savijanja, kao najmerodavnije opterećenje za rast zamorne prsline, pri čemu je moment savijanja oko ose u čijem pravcu leže prsline najdominantniji. Pri definisanju opterćenja, važno je uzeti u obzir i težinu pacijenta, s obzirom da opterećenje u kostima direktno zavisi od iste [58]. Još jedan bitan parameter, odnosno ulazni podatak za PMKE je odnos napona, R, koji predstavlja količnik minimalnog i maksimalnog napona koji se javljaju tokom jednog ciklusa opterećenja, a koji se definiše zajedno sa koeficijentima C i m, u okviru parametara zamora (mehaničke osobine se univerzalno definišu za sve probleme vezane za statičko ili dinamičko opterećenje konstrukcija).

Mreža konačnih elemenata (KE) se generiše korišćenjem KE manjih dimenzija u oblasti gde se očekuje rast prsline, kako bi se obezbedila bolja tačnost, imajući sve vreme na umu konvergenciju rešenja koje se dobija. Primenom PMKE je moguće odrediti i parametre mehanike loma, poput faktora intenziteta napona ili J-integrala, pri čemu postupak dobijanja rezultata i njihov prikaz zavise of softvera koji se koristi (u ovom slučaju u pitanju je ANSYS). Potrebno je napomenuti da mogućnost definisanja više od jedne prsline u modelu u proširenoj metodi konačnih elemenata postoji tek odnedavno, i uvedena je u jednoj od poslednjih verzija ANSYS softvera, koji su primenjeni za izradu modela u okviru ove disertacije.

Određivanje broja ciklusa koje ortopedski implant može da izdrži nakon inicijacije prsline nam daje uvid u njegov vek trajanja, koja će naravno varirati sa aktivnostima pacijenata, pre svega u zavisnosti od njihove starosti. Takođe, primenom PMKE na slučajeve sa različitim geometrijama i materijalima može se pomoći pri optimizaciji ovakvih implanata, na relativno brz i jednostavan način, s obzirom da je moguća izmena ulaznih parametara (mehaničkih osobina), kao i geometrije. Poređenjem rezultata dobijenih za različite varijante modela se može zaključiti koji je najpovoljniji sa aspekta otpornosti na rast zamorne prsline. Pored toga, PMKE daje i mogućnost optimizacije i prilagođavanja potrebama različitih pacijenata, odnosno personalizaciju ortopedskih implanata, što predstavlja još jedan značajan doprinos biomedicinskom inženjerstvu. Sama geometrija modela, mreža konačnih elemenata i rezultati će biti detaljnije prikazana u odgovarajućim poglavljima ove disertacije, ali i u [86].
# 4. Eksperimentalna ispitivanja karakteristika legure Ti-6Al-4V

Ispitivanja osnovnog materijala legure titana oznake Ti-6Al-4V, obuhvatila su:

- određivanje zateznih karakteristika na sobnoj temperaturi,
- određivanje udarnih osobina na sobnoj temperaturi, na instrumentiranom Šarpijevom klatnu,
- određivanje parametara rasta zamorne prsline na sobnoj temperaturi.

Eksperimentalno dobijeni rezultati predstavljaju ulazne podatke za numeričke simulacije, kao i za donošenje zaključaka o ponašanju samog materijala pri opterećivanju.

# 4.1 Uzorkovanje

Na osnovu predviđenog broja ispitivanja i raspoloživog materijala za ispitivanje, definisano je vađenje epruveta iz uzorka lima legure titana oznake Ti-6Al-4V dimenzija 80x300x30 mm, slika 4.1.



Slika 4.1 Izgled lima legure titana oznake Ti-6Al-4V

# 4.2 Određivanje zateznih karakteristika

Zatezna ispitivanja epruveta izradjenih od legure titana oznake Ti-6Al-4V, rađena su na sobnoj temperaturi. Postupak ispitivanja na sobnoj temperaturi definisan je standardom EN ISO 6892-1, Metalni materijali — Ispitivanje zatezanjem — Deo 1: Metoda ispitivanja na sobnoj temperature. Skica i izgled epruvete za ispitivanje je data na slici 4.2.



Slika 4.2 Epruveta za određivanje zateznih karakteristika

Ispitivanje je rađeno na servohidrauličkoj kidalici, proizvođača SHIMADZU, opsega sile ± 100kN, u kontroli deformacije (izduženja), slika 4.3.



Slika 4.3 Servohidraulička mašina SHIMADZU

Brzina opterećivanja je bila 5 mm/min. Rezultati određivanja zateznih karakteristika za epruvete izvađene iz legure titana oznake Ti-6Al-4V i ispitanih na sobnoj temperaturi dati su u tabeli 4.1.

Oznaka	Napon tečenja,	Zatezna čvrstoća	Izduženje
epruvete	R <sub>p0,2</sub> , MPa	R <sub>m</sub> , MPa	A, %
Zatezanje – 1	1035	1089	7.7
Zatezanje – 2	1015	1062	6.0
Zatezanje – 3	1022	1071	6.6

Tabela 4.1 Rezultati zateznih svojstava epruveta legure titana oznake Ti-6Al-4V

Tipičan izgled dijagrama napon - izduženje dobijen ispitivanjem na zatezanje epruveta oznake Zatezanje - 1 i Zatezanje 2 je dat na slikama 4.4 i 4.5.



Slika 4.4 Dijagram napon – izduženje epruvete oznake Zatezanje – 1



Slika 4.5 Dijagram napon – izduženje epruvete oznake Zatezanje – 2

#### 4.3 Udarna ispitivanja

Ispitivanje zarezanih epruveta udarom daje nam sliku o ponašanju materijala pri ometanom deformisanju, odnosno prostornom naponskom stanju. Rad potreban za lom epruvete, pod definisanim uslovima ispitivanja, najčešće služi za kontrolu kvaliteta materijala u odnosu na zahteve standarda, kao i za određivanje sklonosti materijala ka određenom tipu loma, krtom ili žilavom.

Udarna ispitivanja epruveta legure titana Ti-6Al-4V su rađena u cilju određivanja ukupne energije udara, A<sub>uk</sub>, i njenih komponenti; energije stvaranja prsline, A<sub>I</sub>, i energije širenja prsline, A<sub>P</sub>. Sam postupak ispitivanja je definisan standardom EN ISO 148-1 "Metalni materijali — Ispitivanje udarom Šarpijevim klatnom — Deo 1: Metoda ispitivanja" (Metallic materials - Charpy pendulum impact test - Part 1: Test method). Izgled i geometrija epruveta je data na slici 4.6.



Slika 4.6 Epruveta za određivanje energije udara

Udarnim ispitivanjima na intrumentiranom Šarpjevom klatnu dobijamo mogućnost kontinualnog praćenja sile tokom vremena. Šema instrumentiranog klatna data je na slici 7.



Slika 4.7 Šematski prikaz savremenog instrumentiranog klatna [87]

Na slici 4.7 se može videti kako je dinamometar u čekiću klatna povezan sa detektorom vremena i meračem deformacije preko pojačivača sa osciloskopom. Uloga osciloskopa je da dobijene signale učini vidljivim iz razloga što samo ispitivanje (lom epruvete) traje veoma kratko, do 12 ms. Obrada signala se vrši u računaru. Za ocenu ponašanja materijala je potrebno znati da li je utrošen rad za lom epruvete posledica dejstva sile nižeg intenziteta tokom dužeg vremena ili kratkotrajnog dejstva sile višeg intenziteta. Udarnim ispitivanja na instrumentiranom klatnu omogućeno je dobijanje dijagrama sila – vreme. Tipičan izgled ovog dijagrama dat je na slici 4.8.



Slika 4.8. Tipičan dijagram sila-vreme dobijen na instrumentiranom klatnu [87]

Sa dijagrama (Slika 4.8) moguće je odrediti sledeće veličine:

- F<sub>GY</sub> dinamička sila napona tečenja; određuje se na prelaznoj tački od linearne ka nelinearnoj zavisnosti sila-vreme,
- F<sub>M</sub> maksimalna sila na krivoj sila vreme,
- F<sub>F</sub> sila početka nestabilnog rasta prsline,
- F<sub>A</sub> sila pri kojoj se zaustavlja brzi rast prsline.

Dijagram sila-vreme daje mogućnost izračunavanja ukupne energije potrebne za lom epruvete, A<sub>uk</sub>, integraljenjem po vremenu:

$$A_{uk} = \int_{0}^{t_{1}} F(t) \cdot v(t) \cdot dt , \qquad (4.1)$$

gde je: F(t) - sila, koja se menja sa vremenom;

- v(t) promena brzine klatna za vreme loma;
- t vreme trajanja loma.

Za potpunu ocenu ponašanja materijala pri udarnom opterećenju potrebno je odrediti veličine energije utrošene za inicijaciju (A<sub>I</sub>) i širenje prsline (A<sub>P</sub>). Postoji više načina za razdvajanje ukupne energije udara (A<sub>uk</sub>) na činioce. Najčešće primenjivan postupak određivanja energije širenja prsline je preko tzv. zamorne prsline. Na epruvetama sa "V" zarezom se unosi zamorna prslina, pa se takva epruveta lomi na Šarpi klatnu. Tako dobijena energija predstavlja energiju potrebnu za širenje prsline, a koliko je poznata vrednost ukupne energije udara lako možemo izračunati veličinu energije potrebne za stvaranje prsline:

$$A_{I} = A_{uk} - A_{P} \quad . \tag{4.2}$$

U odnosu na prethodno opisan postupak, određivanje energije stvaranja i energije širenja prsline na instrumentiranom klatnu daje veću tačnost jer se ispitivanje radi na jednom uzorku. Na dijagramu (slika 4.8), obeležene su površine A<sub>I</sub> i A<sub>P</sub> koje odgovaraju energijama stvaranja i širenja prsline. Sa aspekta sigurnosti, bolji je materijal koji ima malu energiju inicijacije, a veliku energiju širenja prsline. U odnosu na parametre ispitivanja (materijal, temperatura, termička obrada, itd.) moguće je dobiti različite krive sila-vreme. Tipične krive (A do F) možemo videti na slici 4.9 i na osnovu njih zaključiti kom tipu loma pripadaju uzorci koje ispitujemo.



Slika 4.9 Tipovi dijagrama dobijeni ispitivanjem instrumentiranim klatnom [87]

Tipovi A i B odgovaraju krtom ponašanju materijala. Ako se pojavljuje strmi pad sile (tipovi C, D, E), možemo približno izračunati udeo žilavog loma (%DL) prema:

$$\% DL = \left(1 - \frac{F_F - F_a}{F_M}\right) \cdot 100.$$
(4.3)

U slučaju odsustva strmog pada sile (tip F), može može se reći da je udeo žilavog loma 100%.

Ispitivanja su rađena na sobnoj temperaturi. Samo ispitivanje je rađeno na instrumentiranom Šarpi klatnu 150/300 J (Slika 4.10) Vojnotehničkog instituta Beograd, na epruvetama čiji je izgled dat na slici 4.11. Rezultati određivanja udarnih svojstava dati su u tabeli 4.2. Ispitivanjem su dobijena dva tipa krivih i to: sila-vreme i energija-vreme. Izgledi dobijenih dijagrama su dati na slikama 4.12 do 4.14.



Slika 4.10 Instrumentirano Šarpi klatno 150/300J



Slika 4.11 Izgled Šarpi epruveta za udarna ispitivanja

Oznaka epruvete	Ukupna energija udara, A <sub>uk</sub> , J	Energija stvaranja prsline, A <sub>I</sub> , J	Energija širenja prsline, A <sub>P</sub> , J
Udar – 1	20	16	4
Udar – 2	23	18	5
Udar – 3	21	16	5

Tabela 4.2 Rezultati udarnih ispitivanja epruveta legure titana oznake Ti-6Al-4V



Slika 4.12 Dijagrami dobijeni udarnim ispitivanjem epruvete Udar – 1 a) sila - vreme b) energija - vreme







a) sila - vreme b) energija - vreme

Iz predstavljenih rezultata se može videti da se pri lomu legure Ti-6Al-4V najveći deo energije troši na iniciranje, a manji na širenje prsline. Ako se uzmu u obzir i dijagrami sa ispitivanja zatezanjem, može se zaključiti da ovaj materijal ima malu rezervu plastičnosti.

#### 4.4 Određivanje parametara rasta zamorne prsline

Iz koncentratora napona će u uslovima promenljivog opterećenja doći do inicijacije prsline, a do njenog rasta u slučaju prekoračenja veličine praga zamora  $\Delta K_{th}$ . Može se dozvoliti, pod određenim uslovima, da konstrukcija sa prslinom ostane u eksploataciji, naravno u području stabilnog rasta prsline. Kako bismo mogli da donesemo takvu odluku, neophodno je poznavanje brzine rasta prsline i njene zavisnosti od opterećenja koje deluje na konstrukciju. Standard ASTM E647 propisuje merenje brzine rasta zamorne prsline *da/dN*, koja se razvija iz postojeće prsline i proračun opsega faktora intenziteta napona,  $\Delta K$ . Dakle, u smislu standarda, neophodno je da epruveta ima zamornu prslinu, da opterećenje bude sa konstantnom amplitudom, kao i da brzina rasta bude veća od 10<sup>-8</sup>m/ciklusu da bi se izbeglo područje praga zamora,  $\Delta K_{th}$ .

Određivanja brzine rasta zamorne prsline da/dN i praga zamora  $\Delta K_{th}$  izvedeno je na Šarpi epruvetama definisanih u EN ISO 148-1, metodom savijanja epruvete u tri tačke na rezonantnom visokofrekventnom pulzatoru (slika 4.15) i na sobnoj temperaturi. Ispitivanje je rađeno u kontroli sile. Pulzator ostvaruje promenljivo momentno opterećenje u opsegu od -160Nm do +160Nm, uz maksimalno statičko opterećenje od 100Nm. Uređaj je povezan sa računarom, štampačem i pisačem, čime se omogućava automatizacija merenja i direktna akvizicija i obrada podataka.



Slika 4.15. Sistem za dinamička ispitivanja

Ispitivanje je obavljeno pri odnosu minimalnog i maksimalnog opterećenja R = 0,1. Ostvarena učestalost se kretala u opsegu od 215 do 235Hz. Srednje opterećenje i njegova amplituda je registrovana sa tačnošću ±3Ncm. Epruvete su pre ispitivanja mehanički pripremljene i na tako pripremljene epruvete su zalepljene merne trake-folije. Da bi se mogao pratiti rast prsline pomoću merne folije, korišćen je savremeni uređaj za registrovanje priraštaja prsline. Kako zamorna prslina raste ispod merne folije, merna folija puca prateći vrh zamorne prsline te joj se menja električni otpora (linearno sa promenom dužine prsline). Šema rada sistema za merenje rasta prsline preko merne folije je prikazana na slici 4.16, a izgled pripremljenih epruveta za određivanje parametara rasta zamorne prsline je dat na slici 4.17.

Krive zavisnosti *a-N* se koriste za određivanje brzine rasta prsline, kao što je opisano u [88]. Računarski postupak se satoji u aproksimaciji sedam uzastopnih tačaka parabolom drugog reda, počev od prve tačke zavisnosti *a-N*, metodom odstupanja najmanjih kvadrata:

$$a_{I} = b_{0} + b_{1}N + b_{2}N^{2}, \qquad (4.4)$$

a zatim određivanjem prvog izvoda u srednjoj tački segmenta.



Slika 16. Šema merne folije i načina registrovanja rasta prsline [88]



Slika 17. Izgled pripremljenih epruveta za ispitivanje parametara rasta zamorne prsline

Stvarna kriva se aproksimira nizom parabola, od kojih prva prolazi kroz tačke 1-7, druga kroz tačke 2-8, treća kroz tačke 3-9 i dalje redom. Brzina rasta prsline se određuje kao izvod u srednjoj tački (tačka 4 za prvu parabolu, 5 za drugu, 6 za treću i tako dalje):

$$\frac{da}{dN} = b_1 + 2b_2N. \tag{4.5}$$

Na taj način se dobijaju brzine rasta prve parabole:

$$a_{I} = b_{0I} + b_{1I}N_{I} + b_{2I}N_{I}^{2}, \frac{da_{I}}{dN_{I}}\Big|_{4} = b_{1I} + b_{2I}N_{I4}.$$
(4.6)

Istim postupkom dobijamo brzine rasta i za ostale parabole.

Ovakva aproksimacija se može smatrati dovoljnom za izvedena ispitivanja, ali kako bismo ocenili uticaj odstupanja u smislu dužine prsline i brzine njenog rasta, postoje i drugi postupci za približno određivanje, koristeći formulu:

$$\frac{da}{dN}\Big|_{i} = \frac{a_{i+1}h_{1}^{2} + a_{i}(h_{2}^{2} - h_{1}^{2}) - a_{i-1}h_{2}^{2}}{h_{1}h_{2}(h_{1} + h_{2})},$$
(4.7)

gde je:

 $h_1 = N_i - N_{i-1}$  i  $h_2 = N_{i+1} - N_i$ .

Uz pretpostavku da je  $h_1 \approx h_2$ , prethodna formula se svodi na:

$$\left. \frac{da}{dN} \right|_{i} = \frac{a_{i+1} - a_{i-1}}{N_{i+1} - N_{i-1}},\tag{4.8}$$

što znači da se za tangentu krive u tački uzima pravac sečice između dve tačke.

Za određivanje brzine rasta je najjednostavnija aproksimacija ako se u tački uzme nagib prave između te tačke i susedne tačke:

$$\left. \frac{da}{dN} \right|_{i} = \frac{a_{i+1} - a_{i}}{N_{i+1} - N_{i}}.$$
(4.9)

Određivanje zavisnosti brzine rasta zamorne prsline po ciklusu da/dN i opsega faktora intenziteta napona  $\Delta K$  se svodi na određivanje koeficijenta *C* i eksponenta *m* u Parisovoj jednačini. Brzini rasta zamorne prsline treba za trenutnu dužinu prsline, *a*, pripisati opseg faktora intenziteta napona,  $\Delta K$ , koji zavisi od geometrije epruvete i dužine prsline, i od opsega promenljive sile,  $\Delta F = F_g - F_d$ .

Za određivanje opsega faktora intenziteta napona koristi se formula:

$$\Delta K = \frac{\Delta F \cdot L}{B \cdot \sqrt{W^3}} \cdot f(a/W), \qquad (4.10)$$

gde je:

*L* - raspon oslonaca;

*B* - debljina epruvete;

*W* - širina epruvete, i

*a* - dužina prsline.

Geometrijski član f (a/W) dat je izrazom:

$$f(a/W) = \frac{\sqrt[3]{\frac{a}{W}} \cdot \left[1,99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left(2,15 - 3,93\frac{a}{W} + 2,7\left(\frac{a}{W}\right)^2\right)\right]}{2\left(1 + 2\frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}}.$$
(4.11)

Granična vrednost  $\Delta K_{th}$  može da se odredi postupnim smanjivanjem opterećenja do prestanka rasta prsline, žarenjem zarezane epruvete radi otklanjanja zaostalih napona oko vrha prsline i postupnim povećavanjem opterećenja do početka rasta prsline i korišćenjem epruvete oblika, kod koga intenzitet napona opada sa dužinom prsline [88].

Na osnovu toka ispitivanja i dobijenih zavisnosti dužina prsline *a*-broj ciklusa *N*, izračunava se brzina rasta zamorne prsline da/dN. U zavisnosti od primenjenog promenljivog opterećenja iskazanog kroz promenu opsega faktora intenziteta napona,  $\Delta K$ , crtaju se krive log da/dN- $log(\Delta K)$ .

Karakteristični dijagrami brzina rasta zamorne prsline, da/dN-promena opsega faktora intenziteta napona,  $\Delta K$ , i ispitane na sobnoj temperaturi prikazani su na slikama 4.18 do 4.20. Dobijene vrednosti parametara Parisove jednačine, koeficijenta *C* i eksponenta *m*, praga zamora  $\Delta K_{th}$ , date su u tabeli 4.3.

Oznaka epruvete	Prag zamora	Koeficijent	Eksponent
-	$\Delta K_{\text{th}}$ , MPa m <sup>1/2</sup>	C	m
da/dN - 1	4,5	$1,54 \cdot 10^{-12}$	2,15
da/dN - 2	4,8	$3,70 \cdot 10^{-13}$	2,31
da/dN - 3	4,7	$1,05 \cdot 10^{-13}$	2,32

Tabela 4.3 Parametri rasta zamorne prsline za epruvete legure titana oznake Ti-6Al-4V



Slika 4.18 Dijagram zavisnosti da/dN- $\Delta$ K za epruvetu da/dN - 1



Slika 4.19 Dijagram zavisnosti da/dN- $\Delta$ K za epruvetu da/dN - 2



Slika 4.20 Dijagram zavisnosti da/dN- $\Delta$ K za epruvetu da/dN - 3

# 5. Istraživanje mogućnosti ocene preostalog radnog veka numeričkim simulacijama

# 5.1 Postavka numeričkih simulacija PMKE

Simulacije korišćenjem proširene metode konačnih elemenata (PMKE), u programskom paketu ANSYS, rađene su u cilju bržeg i jeftinijeg dobijanja rezultata u odnosu na eksperimentalna ispitivanja. Analiza obuhvata 5 različitih geometrija ortopedskih pločica, izabranih analizom postojećih geometrija koje su u upotrebi, koje su označene slovima A, B, C, D i E (Slike 5.1, 5.5, 5.9, 5.13 i 5.17) i izrađene u programskom paketu CATIA. Postavljna je mreža tetrahedralnih konačnih elemenata za svaki tip pločice (Slike 5.3, 5.7, 5.11, 5.15 i 5.19). U Tabeli 5.1 dati su brojevi konačnih elemenata i čvorova po tipu pločice, kao i veličina samih elemenata.

Tip pločice	Broj konačnih elemenata	Veličina elemenata, mm	Broj čvorova	
Α	40614	1,18580	63020	
В	<b>B</b> 69386		109765	
С	67457	0,84443	104213	
D	71599	0,90758	108990	
E	57196	0,57034	88534	

Tabela 5.1. Detalji mreže konačnih elemenata

Kao osnov za postavku opterećenja izabranih u okviru numeričkih simulacija korišćen je standard ASTM F382 (Standardna specifikacija i metod ispitivanja metalnih pločica za kosti) [89], odnosno u njemu opisano savijanje u četiri tačke kao metod ispitivanja ortopedskih pločica. Sam standard je namenjen za ispitivanje novih pločica i poređenje različitih konstrukcionih rešenja, materijala i sl. Numeričkim simulacijama predviđeno je ispitivanje ponašanja ortopedskih pločica u prisustvu prslina, a u cilju određivanja preostalog radnog veka pločica nakon pojave prsline. Inicijalne prsline veličine 0,5 mm su unete u zoni jednog od dva otvora (mesta koncentracije napona) koji se nalaze između mesta na kojima se zadaje opterećenje, i u njihovoj okolini je generisana gušća mreža konačnih elemenata (Slike 5.4, 5.9, 5.14, 5.19 i 5.24). Opterećenja (sile koje deluju na pločicu) su definisana tako da u zoni između mesta uvođenja opterećenja deluje moment savijanja koji odgovara maksimalnom momentu savijanja čovekove potkolenice tokom hodanja [90], za različite telesne mase: 60, 90 i 120 kg (Tabela 5.2). Usvojen je, faktor asimetrije ciklusa R = 0,1 prema preporuci standarda ASTM F382.

Eksperimentalno određene mehaničke karakteristike i parametri mehanike loma (Re, Rm, C i m), zajedno sa predefinisanim parametrima materijala koji se nalaze u ANSYS-u (E, v), korišćeni su kao ulazni parametar za numeričke simulacije – Re = 1020 MPa; Rm = 1074 Mpa; E = 96 GPa, v = 0.35;  $C = 3.70 \cdot 10^{-13}$ ; m = 2.31. Primenjen je konzervativan pristup pri odabiru vrednosti dobijenih parametara *C* i *m* (uzete su vrednosti koje daju najveće *da/dN*).

Tabela 5.2 Približne vrednosti maksimalnog momenata savijanja i sila koje deluju na pločice [90]

Telesna masa Moment		ient Veličina sile na pločici, kN						
pacijenta, kg	savijanja, Nmm	Α	B	С	D	Ε		
60	42000	2,2	2,2	2,2	2,6	2,3		
90	63000	3,3	3,3	3,3	3,9	3,45		
120	84000	4,4	4,4	4,4	5,2	4,6		







Slika 5.2 Granični uslovi i opterećenje pločice A (A, B – mesta oslonaca; C, D – mesta postavljanja, delovanja opterećenja)



Slika 5.3 Mreža konačnih elemenata pločice A



Slika 5.4 Inicijalne prsline pločice A



Slika 5.5 Geometrija pločice B



Slika 5.6 Granični uslovi i opterećenje pločice B (A, B – mesta oslonaca; D, E – mesta postavljanja, delovanja opterećenja)



Slika 5.7 Mreža konačnih elemenata pločice B



Slika 5.8 Inicijalne prsline pločice B



Slika 5.9 Geometrija pločice C



Slika 5.10 Granični uslovi i opterećenje pločice C (D, E – mesta oslonaca; B, C – mesta postavljanja, delovanja opterećenja



Slika 5.11 Mreža konačnih elemenata pločice C



Slika 5.12 Inicijalne prsline pločice C



Slika 5.13 Geometrija pločice D



Slika 5.14 Granični uslovi i opterećenje pločice D (A, B – mesta oslonaca; C, D – mesta postavljanja, delovanja opterećenja)



Slika 5.15 Mreža konačnih elemenata pločice D



Slika 5.16 Inicijalne prsline pločice D



Slika 5.18 Granični uslovi i opterećenje pločice E, (A, B – mesta oslonaca; C, E – mesta postavljanja, delovanja opterećenja)



Slika 5.19 Mreža konačnih elemenata pločice E



Slika 5.20 Inicijalne prsline pločice E

#### 5.2 Rezultati i diskusija

Rezultati numeričkih simulacija dobijeni proširenom metodom konačnih elemenata su predstavljeni u tabelama od 5.4 do 5.18. Izgled zone loma pločica prikazan je na slikama 5.21, 5.22, 5.23, 5.24 i 5.25. Može se videti da je I mod loma (cepanje) zastupljen u svim slučajevima, što je očekivano sa primenjenim tipom opterećenja i zateznim naponima koji deluju upravno na pravac prsline. Dužine prslina u u početnom proračunskom koraku su približno istih vrednosti, dok faktori intenziteta napona imaju vrednosti od 1748 do 2791 MPa√mm za slučaj opterećenja od 60kg, od 2672 do 4205 MPa√mm za opterećenje od 90kg, a od 3563 do 5607 MPa√mm kada je opterećenje 120kg. Vrednosti napona i maksimalnog faktora intenziteta napona u neposrednoj okolini prsline pred konačan lom dostižu red veličine 10<sup>5</sup>, te nije bilo smisla prikazivati ih. Rezultati PMKE pokazuju da se prslina u svim pločicama širi do maksimalne dužine koja je preko 2 mm duža od debljine samih pločica (4 mm). Ovo se može objasniti prikazivanjem puta širenja prsline na primeru pločice A koje je dato na slici 5.26. U početku prslina raste podjednako po dubini i širini, sve do trenutka kada rast po dubini usporava, a rast po širini se nastavi. Kad dostigne širinu pločice prslina nastavlja širenje po debljini i na taj način dostiže dužinu koja je veća od 4 mm debljine samih pločica. Sličan način širenja prsline je zapazio Mohajerzadeh S [91] na primeru ispitivanja ortopedske pločice od 316L nerđajućeg čelika, geometrije slične pločici E, pri savijanju u 4 tačke (Slika 5.27).

Dijagrami zavisnosti dužine prsline u odnosu na broj ciklusa dati su na slikama 5.8, 5.9 i 5.10. Preostali radni vek svih pločica, u prisustvu inicijalnih prslina, pod opterećenjem od 120 i 90 kg telesne mase je  $\approx 80\%$  i  $\approx 60\%$  kraći u odnosu na slučaj kada opterećenje odgovara telesnoj masi od 60 kg, respektivno. Relativne razlike među poređenim geometrijama pločica, u smislu preostalog radnog veka, ostaju iste bez obzira na promene opterećenja (slike 5.28, 5.29 i 5.30.). Pločica C ima najkraći preostali radni vek u sva tri slučaja. Njena geometrija, definisana u cilju obezbeđivanja što manje kontaktne površine sa kosti, čini je manje trajnom nakon pojave prsline u odnosu na ostale tipove pločica. U slučaju pločica A i B se vidi da je preostali radni vek približno isti kod sva tri opterećenja, dok je u odnosu na njih preostali radni vek pločice E nešto kraći ( $\approx 10\%$ ). Geometrija pločice D se pokazala kao najbolja pri zadatim uslovima. U odnosu na ostale pločice ima oko  $35\div55\%$  duži preostali radni vek u prisustvu prslina. S obzirom na kritičnu vrednost faktora intenziteta napona od 2138 MPa $\sqrt{mm}$  [57], jedino pločica D ima niže vrednosti faktora K<sub>I</sub>, 1748 i 1816 MPa $\sqrt{mm}$ , u prva dva proračunska koraka za slučaj kada je opterećenje 60kg.

Ako usvojimo da je prosečan broj koraka koje dnevno napravi pacijent u procesu ozdravljenja približno 1000 [91], lako je izračunati koliko dana hoda može dovesti pločicu napravljenu od legure Ti-6Al-4V do konačnog loma nakon inicijacije prsline (tabela 5.3). Može se izvesti zaključak da bi pacijenti trebalo da svedu fizičku aktivnost na minimum, kao i da ne vrše opterećivanje punom težinom barem nekoliko meseci nakon operacije. Ovo je posebno bitno kod pacijenata sa većom telesnom masom.

	Tip pločice							
Masa pacijenta, kg	A, dana	B, dana	C, dana	D, dana	E, dana			
60 kg	130	134	86	200	118			
90 kg	50	52	34	78	46			
120 kg	26	28	18	40	24			

Tabela 5.3 Aktivnost pacijenta do loma pločice





Slika 5.21 Izgled zone loma pločice A

Slika 5.22 Izgled zone preloma pločice B





Slika 5.24 Izgled zone loma pločice D

Slika 5.23 Izgled zone loma pločice C



Slika 5.25 Izgled zone loma pločice E



Slika 5.26 Propagacija prsline kroz materijal na primeru pločice A



Slika 5.27 Primer širenja prsline kroz pločicu usled savijanja u četiri tačke [91]

	A, 60 kg								
Proračunski korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Step	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa		
1	0,11615	2256	5644	31	3,1914	7884	62659		
2	0,21324	2361	9967	32	3,3086	10563	62809		
3	0,31186	2482	13855	33	3,4314	10362	62984		
4	0,42099	2564	17902	34	3,5138	10128	63107		
5	0,5254	2665	21415	35	3,6042	9798	63252		
6	0,63166	2750	24749	36	3,7214	9978	63434		
7	0,73514	2848	27766	37	3,824	10638	63573		
8	0,83937	2898	30642	38	3,9375	9699	63762		
9	0,94841	2957	33551	39	4,0398	10152	63916		
10	1,0678	3060	36496	40	4,1639	10115	64105		
11	1,1742	3154	38908	41	4,2785	10487	64264		
12	1,2775	3223	41143	42	4,4028	10592	64435		
13	1,3778	3284	43259	43	4,5187	11275	64572		
14	1,4778	3382	45231	44	4,6218	11233	64697		
15	1,5824	3498	47129	45	4,7356	11860	64817		
16	1,6908	3585	48968	46	4,8374	12394	64914		
17	1,7997	3697	50698	47	4,9484	12897	65009		
18	1,9067	3796	52302	48	5,0546	13609	65090		
19	2,017	3920	53833	49	5,1642	14362	65165		
20	2,1288	4072	55246	50	5,2858	15456	65235		
21	2,2373	4236	56506	51	5,4169	16852	65296		
22	2,3469	4429	57668	52	5,5167	18185	65335		
23	2,4554	4640	58684	53	5,6406	19446	65377		
24	2,5613	4841	59587	54	5,7615	21587	65409		
25	2,6702	5175	60375	55	5,8616	23632	65430		
26	2,7781	5528	61044	56	5,9928	25409	65454		
27	2,8837	5957	61596	57	6,115	27738	65472		
28	2,9929	6746	62030	58	6,2444	28957	65489		
29	3,0461	6741	62234	59	6,348	29201	65502		
30	3,1086	7287	62436	60	6,4696	27099	65520		

Tabela 5.4 Rezultati numeričke simulacije pločice A za slučaj opterećenja 60kg

	A, 90 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa		
1	0,11648	3396	2181	31	3,2633	16518	24326		
2	0,21512	3566	3886	32	3,3957	16555	24380		
3	0,31797	3721	5493	33	3,5281	18574	24432		
4	0,42014	3851	6970	34	3,6553	15288	24507		
5	0,52065	4000	8301	35	3,7684	15066	24576		
6	0,62068	4116	9546	36	3,8844	17468	24625		
7	0,71894	4220	10691	37	3,9975	14772	24697		
8	0,82149	4351	11823	38	4,1049	14671	24766		
9	0,93387	4451	12974	39	4,2081	14766	24832		
10	1,0372	4572	13967	40	4,3148	15190	24896		
11	1,1359	4687	14876	41	4,4225	15526	24957		
12	1,2378	4803	15758	42	4,53	15784	25016		
13	1,3402	4921	16606	43	4,6373	16161	25071		
14	1,4426	5051	17404	44	4,7478	16654	25125		
15	1,5454	5209	18153	45	4,8704	17333	25179		
16	1,649	5350	18850	46	4,9902	18184	25226		
17	1,7492	5460	19504	47	5,0941	18966	25263		
18	1,8544	5672	20124	48	5,2038	19662	25299		
19	1,9589	5841	20702	49	5,3149	21042	25330		
20	2,0616	6066	21229	50	5,4145	22452	25354		
21	2,1651	6245	21727	51	5,51	23708	25374		
22	2,2698	6516	22177	52	5,6148	25199	25393		
23	2,373	6791	22586	53	5,7187	27279	25409		
24	2,4806	7144	22960	54	5,8304	29414	25423		
25	2,5862	7503	23295	55	5,9297	31908	25434		
26	2,699	7966	23598	56	6,0528	34759	25445		
27	2,8022	8585	23832	57	6,1542	37561	25452		
28	2,9111	9295	24035	58	6,2486	39980	25458		
29	3,022	10584	24190	59	6,3749	42185	25465		
30	3,137	15227	24260	60	6,5074	43505	25472		

Tabela 5.5 Rezultati numeričke simulacije pločice A za slučaj opterećenja 90kg

	A, 120 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa		
1	0,11648	4527,9	1122	31	3,0549	17299	12498		
2	0,21512	4742,8	2000	32	3,1587	24414	12522		
3	0,31495	5004,4	2802	33	3,1412	21791	12556		
4	0,41816	5145,5	3567	34	3,2597	20529	12595		
5	0,52332	5345	4290	35	3,3921	19984	12633		
6	0,62363	5508,9	4926	36	3,5225	19830	12661		
7	0,72384	5646,6	5521	37	3,6432	20409	12696		
8	0,82751	5770,5	6108	38	3,7311	22286	12722		
9	0,92572	5945,9	6623	39	3,8467	19728	12756		
10	1,0271	6039,9	7141	40	3,9513	19871	12792		
11	1,1297	6255,1	7628	41	4,0556	20206	12826		
12	1,2293	6414,5	8069	42	4,1677	20759	12857		
13	1,2416	6562,5	8490	43	4,2776	31242	12885		
14	1,3206	6705,3	8903	44	4,3829	21984	12911		
15	1,4312	6888,9	9286	45	4,4862	22692	12938		
16	1,5329	7114	9654	46	4,5878	23711	12960		
17	1,6367	7295,7	9997	47	4,7927	24548	12980		
18	1,7388	7525,9	10321	48	4,8074	25662	12997		
19	1,8424	7776,1	10614	49	4,9084	26881	13016		
20	1,945	8029,3	10892	50	5,0067	28983	13030		
21	2,0487	8385,9	11142	51	5,1276	30452	13042		
22	2,1522	8621,1	11379	52	5,2355	32624	13052		
23	2,2563	9025	11600	53	5,3355	34829	13061		
24	2,3646	9411,3	11797	54	5,4357	37393	13068		
25	2,4714	9042,7	11969	55	5,5337	40220	13075		
26	2,5787	10537	12120	56	5,6317	44629	13082		
27	2,6855	11237	12247	57	5,7506	48512	13086		
28	2,7903	12231	12353	58	5,8828	51588	13091		
29	2,8973	13981	12434	59	5,9843	56456	13094		
30	3,0093	14350	12463	60	6,1167	57706	13097		

Tabela 5.6 Rezultati numeričke simulacije pločice A za slučaj opterećenja 120kg

B, 60 kg									
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa		
1	0,11109	2102	6472	31	3,3071	10882	65322		
2	0,21331	2228	11731	32	3,4026	10853	65444		
3	0,31291	2365	16174	33	3,5209	10503	65609		
4	0,41936	2457	20504	34	3,6062	10058	65740		
5	0,52029	2571	24194	35	3,7241	10171	65915		
6	0,62191	2656	27636	36	3,835	9916	66091		
7	0,72354	2753	30795	37	3,9434	10017	66259		
8	0,82934	2829	33929	38	4,0501	10308	66413		
9	0,93682	2931	36832	39	4,1712	11414	66550		
10	1,0447	3012	39559	40	4,2704	10586	66687		
11	1,1521	3119	42055	41	4,3797	10665	66822		
12	1,252	3194	44271	42	4,4726	10914	66951		
13	1,3658	3300	46605	43	4,5739	11205	67072		
14	1,47	3410	48574	44	4,6754	11732	67181		
15	1,5732	3489	50456	45	4,7734	12191	67277		
16	1,6768	3627	52200	46	4,8685	12788	67362		
17	1,7823	3749	53812	47	4,9644	13414	67437		
18	1,8884	3850	55357	48	5,0583	14108	67503		
19	1,9939	4028	56740	49	5,1769	14870	67578		
20	2,1002	4142	58038	50	5,2713	16183	67626		
21	2,2036	4320	59200	51	6,3678	17337	67668		
22	2,3105	4535	60253	52	5,4635	18596	67704		
23	2,4181	4678	61249	53	5,5589	20278	67733		
24	2,5274	4974	62133	54	5,6532	21891	67757		
25	2,6348	5230	62898	55	5,7473	23895	67776		
26	2,7457	5576	63573	56	5,8459	26209	67792		
27	2,8528	6039	64123	57	5,944	28955	67805		
28	2,9655	6712	64573	58	6,0401	31883	67815		
29	3,0838	6731	65034	59	6,1475	35015	67824		
30	3,1987	10869	65183	60	6,2486	37539	67831		

Tabela 5.7 Rezultati numeričke simulacije pločice B za slučaj opterećenja 60kg

	B, 90 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa		
1	0,11109	3152	2537	31	3,283	15830	25561		
2	0,21331	3335	4596	32	3,413	16233	25627		
3	0,31365	3545	6342	33	3,511	15160	25686		
4	0,4204	3685	8044	34	3,6177	15076	25750		
5	0,52102	3851	9482	35	3,7368	14719	25826		
6	0,62662	3981	10880	36	3,8413	14975	25890		
7	0,72835	4131	12119	37	3,9511	15191	25955		
8	0,83144	4253	13296	38	4,0557	15178	26017		
9	0,93938	4388	14439	39	4,1533	15466	26072		
10	1,045	4505	15483	40	4,2538	15617	26127		
11	1,1519	4665	16478	41	4,3552	16136	26179		
12	1,2557	4818	17373	42	4,4544	16343	26228		
13	1,3574	4967	18183	43	4,5556	16835	26275		
14	1,4506	5080	18973	44	4,6553	17413	26318		
15	1,5638	5237	19716	45	4,7546	18119	26357		
16	1,6663	5462	20392	46	4,8541	18983	26392		
17	1,7713	5666	21010	47	4,9707	19855	26429		
18	1,8745	5759	21603	48	5,0648	21028	26456		
19	1,9774	5970	22147	49	5,1586	22382	26479		
20	2,0787	6178	22633	50	5,2573	23928	26499		
21	2,17	6425	23113	51	5,3515	25622	26516		
22	2,294	6678	23547	52	5,4472	27329	26531		
23	2,4014	7038	23940	53	5,5424	29821	26543		
24	2,5039	7376	24265	54	5,6376	32186	26553		
25	2,6096	7737	24573	55	5,7319	35139	26561		
26	2,7157	8222	24844	56	5,853	43709	26569		
27	2,8243	8914	25072	57	5,9486	47350	26574		
28	2,9358	9808	25262	58	6,0487	52067	26578		
29	3,0459	10224	25428	59	6,1692	58084	26582		
30	3,1632	15528	25496	60	6,2581	59133	26584		

Tabela 5.8 Rezultati numeričke simulacije pločice B za slučaj opterećenja 90kg

	B, 120 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa		
1	0,11109	4203,2	1305	31	3,2605	22810	13159		
2	0,21331	4459,1	2354	32	3,3885	22178	13190		
3	0,31292	4720,7	3254	33	3,5214	20948	13228		
4	0,41463	4917,6	4085	34	3,6391	21770	13259		
5	0,51527	5135,5	4832	35	3,7462	19256	13296		
6	0,61668	5291,3	5527	36	3,853	20584	13327		
7	0,718	5498,7	6167	37	3,9623	20279	13360		
8	0,81995	5636,1	6775	38	4,0658	20487	13391		
9	0,9276	5848,1	7361	39	4,1705	20694	13421		
10	1,0308	5983,7	7893	40	4,2711	20972	13449		
11	1,1375	6221,2	8401	41	4,3731	21531	13476		
12	1,2533	6387,4	8928	42	4,475	22134	13501		
13	1,3582	6638,7	9362	43	4,5803	22926	13525		
14	1,4676	6776,2	9787	44	4,6803	23644	13546		
15	1,5704	7056,9	10156	45	4,7817	24650	13566		
16	1,6793	7229,4	10521	46	4,881	25775	13583		
17	1,7851	7472,4	10855	47	4,975	27196	13597		
18	1,8921	7711,9	11171	48	5,0874	28724	13612		
19	1,9931	8083,5	11434	49	5,1928	30445	13625		
20	2,1019	8274,5	11704	50	5,2878	33002	13634		
21	2,2054	8655,7	11934	51	5,4023	35226	13644		
22	2,3101	9031,5	12146	52	5,5103	38737	13651		
23	2,4163	9447,3	12340	53	5,6047	42605	13656		
24	2,5262	9860,9	12521	54	5,7251	46265	13661		
25	2,6355	10490	12678	55	5,8187	53073	13664		
26	2,7457	11177	12815	56	5,9282	56737	13667		
27	3,8564	12114	12928	57	6,0335	63357	13669		
28	2,9701	13471	13018	58	6,1446	70023	13671		
29	3,0797	13571	13103	59	6,2435	76583	13672		
30	3,1572	17964	13135	60	6,347	79755	13673		

Tabela 5.9 Rezultati numeričke simulacije pločice B za slučaj opterećenja 120kg

C, 60 kg							
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa
1	0,12047	2791	3543	31	3,2152	8157	41471
2	0,2232	3078	6087	32	3,3253	9004	41692
3	0,32502	2998	8677	33	3,4329	9422	41884
4	0,42565	3116	10949	34	3,5415	9025	42056
5	0,52715	3266	13061	35	3,6147	10589	42158
6	0,62901	3328	15105	36	3,7065	10493	42284
7	0,73009	3384	17076	37	3,8168	13016	42379
8	0,83771	3492	19006	38	3,9429	12233	42504
9	0,93786	3573	20731	39	4,0612	12451	42616
10	1,0421	3687	22389	40	4,1661	12368	42718
11	1,1401	3716	23930	41	4,2789	12915	42817
12	1,2433	3794	25452	42	4,38	13110	42902
13	1,3469	3904	26896	43	4,4926	13780	42987
14	1,4487	3985	28256	44	4,6012	14989	43054
15	1,5502	4118	29497	45	4,7313	15341	43130
16	1,6529	4182	30728	46	4,8324	16905	43177
17	1,7526	4267	31853	47	4,9338	17698	43220
18	1,8548	4372	32959	48	5,0281	18963	43254
19	1,9566	4503	33987	49	5,1316	21191	43283
20	2,0581	4599	34970	50	5,2308	22257	43307
21	2,1604	4756	35892	51	5,332	24509	43327
22	2,263	4910	36753	52	5,4305	26703	43343
23	2,3684	5097	37552	53	5,5334	29180	43357
24	2,4687	5291	38248	54	5,6605	32387	43370
25	2,5684	5513	38884	55	5,7689	37317	43378
26	2,6753	5810	39479	56	5,8591	41196	43383
27	2,7749	6114	39977	57	5,9593	45964	43388
28	2,8848	6504	40445	58	6,0621	47666	43392
29	2,9928	7175	40813	59	6,1414	48730	43395
30	3,1053	7181	41194	60	6,2452	47124	43399

Tabela 5.10 Rezultati numeričke simulacije pločice C za slučaj opterećenja 60kg
C, 90 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	
1	0,12203	4205	1363	31	3,2265	14193	16174	
2	0,21947	4546	2311	32	3,3221	15097	16232	
3	0,31991	4523	3298	33	3,4333	15561	16295	
4	0,42263	4705	4249	34	3,51	15888	16337	
5	0,52155	4840	5093	35	3,6136	15849	16394	
6	0,62454	4972	5916	36	3,7238	16326	16450	
7	0,72525	5123	6665	37	3,8325	17090	16499	
8	0,82695	5228	7385	38	3,939	16863	16549	
9	0,9305	5351	8085	39	4,0446	17744	16593	
10	1,0347	5496	8751	40	4,1471	17968	16635	
11	1,135	5624	9368	41	4,238	18567	16669	
12	1,2381	5734	9967	42	4,3389	19601	16702	
13	1,3399	5890	10527	43	4,4385	20285	16732	
14	1,4419	6011	11061	44	4,5352	21237	16759	
15	1,5436	6194	11561	45	4,6675	22370	16791	
16	1,6447	6321	12032	46	4,7752	25031	16811	
17	1,7616	6455	12553	47	4,871	26070	16828	
18	1,8625	6662	12960	48	4,9667	27863	16842	
19	1,9658	6753	13373	49	5,0793	29842	16856	
20	2,0673	7019	13740	50	5,1721	32835	16865	
21	2,1703	7230	14085	51	5,2654	36322	16872	
22	2,2742	7448	14415	52	5,3658	39361	16879	
23	2,3763	7737	14711	53	5,4625	43265	16884	
24	2,4792	8031	14987	54	5,5536	47541	16888	
25	2,5809	8414	15228	55	5,6464	52322	16891	
26	2,685	8790	15451	56	5,7392	57314	16894	
27	2,7879	9329	15644	57	5,8592	62854	16897	
28	2,8971	9073	15816	58	5,9927	70204	16899	
29	3,0075	11105	15952	59	6,1027	77728	16900	
30	3,1167	10772	16096	60	6,294	68114	16902	

Tabela 5.11 Rezultati numeričke simulacije pločice C za slučaj opterećenja 90kg

C, 120 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	
1	0,12203	5606,9	701	31	3,195	19426	8288	
2	0,21947	6097,8	1185	32	3,3245	20657	8326	
3	0,32602	6153,5	1697	33	3,3841	20899	8343	
4	0,42875	6306,2	2168	34	3,4932	22368	8370	
5	0,52281	6452	2600	35	3,6132	24601	8393	
6	0,62714	6610,3	3012	36	3,7401	23557	8420	
7	0,72454	6782,7	3394	37	3,8444	22149	8446	
8	0,82457	6996,3	3758	38	3,9643	23312	8473	
9	0,92448	7131,3	4105	39	4,0813	23876	8497	
10	1,0241	7251,8	4442	40	4,1879	23595	8520	
11	1,1274	7486,7	4769	41	4,3008	25189	8541	
12	1,2287	7663,2	5068	42	4,4059	25650	8560	
13	1,3382	7802,1	5381	43	4,5118	26819	8577	
14	1,4397	8005,2	5651	44	4,6058	27477	8591	
15	1,5416	8154,6	5914	45	4,7066	29921	8603	
16	1,6416	8390,7	6153	46	4,8067	30492	8615	
17	1,7467	8543,6	6398	47	4,9123	32702	8626	
18	1,846	8794,3	6613	48	5,0161	34458	8635	
19	1,9488	9066,6	6821	49	5,1192	37584	8643	
20	2,0495	9275,2	7014	50	5,2168	39814	8649	
21	2,1535	9556,7	7201	51	5,3323	43624	8655	
22	2,2563	9898,9	7370	52	5,4306	47284	8659	
23	2,358	10289	7523	53	5,5278	53142	8662	
24	2,4584	10604	7664	54	5,624	56998	8665	
25	2,5598	11024	7794	55	5,7234	62470	8667	
26	2,6645	11582	7914	56	5,8279	70389	8669	
27	2,7698	12278	8018	57	5,9398	77097	8671	
28	2,8734	13054	8106	58	6,0544	87500	8672	
29	2,9824	14345	8180	59	6,1531	93188	8673	
30	3,0881	14307	8252	60	6,2529	96985	8674	

Tabela 5.12 Rezultati numeričke simulacije pločice C za slučaj opterećenja 120kg

D, 60 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	K1,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	K1,max. MPa√mm	Broj ciklusa	
1	0,13374	1748	11652	31	3,3307	5762	95936	
2	0,24298	1816	20620	32	3,4547	5969	96571	
3	0,352	2135	26667	33	3,5741	8134	96826	
4	0,46028	2222	32181	34	3,6469	6954	97090	
5	0,5633	2291	37133	35	3,7778	6849	97585	
6	0,66575	2366	41669	36	3,8881	9508	97773	
7	0,77134	2451	46010	37	3,9649	7863	97982	
8	0,88077	2553	50067	38	4,0932	10607	98160	
9	0,98554	2597	53819	39	4,1683	8426	98337	
10	1,0885	2668	57270	40	4,2292	8541	98473	
11	1,1931	2754	60572	41	4,2997	10017	98581	
12	1,2977	2836	63604	42	4,4249	10104	98768	
13	1,4023	2874	66556	43	4,5547	12464	98872	
14	1,5051	2956	69273	44	4,6778	10332	99047	
15	1,6115	3063	71870	45	4,7953	9819	99238	
16	1,7145	3130	74271	46	4,8977	9756	99407	
17	1,8181	3230	76504	47	5,0139	10018	99587	
18	1,9261	3322	78698	48	5,1203	10406	99740	
19	2,03	3399	80685	49	5,2282	10929	99877	
20	2,1344	3472	82580	50	5,3456	11405	100010	
21	2,2394	3604	84340	51	5,4515	11944	100120	
22	2,3456	3728	85985	52	5,5743	12411	100240	
23	2,4503	3803	87534	53	5,6922	13028	100340	
24	2,5568	3974	88953	54	5,8101	13532	100430	
25	2,6634	4107	90269	55	5,9238	14285	100510	
26	2,7715	4278	91492	56	6,0386	15778	100570	
27	2,8842	4480	92638	57	6,1531	18689	100610	
28	2,9943	4684	93645	58	6,2396	22173	100640	
29	3,1048	4980	94526	59	6,3714	25604	100660	
30	3,2174	5320	95292	60	6,3982	27908	100670	

Tabela 5.13 Rezultati numeričke simulacije pločice D za slučaj opterećenja 60kg

D, 90 kg									
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa		
1	0,12001	2672	3946	31	3,3331	8809	37115		
2	0,22738	2861	6994	32	3,4388	9002	37324		
3	0,32878	3124	9359	33	3,5549	14175	37399		
4	0,42805	3234	11519	34	3,6929	14288	37486		
5	0,53528	3400	13567	35	3,8284	14439	37574		
6	0,63797	3513	15389	36	3,9605	13498	37677		
7	0,74243	3655	17076	37	4,0951	13300	37785		
8	0,84655	3769	18657	38	4,2196	12598	37899		
9	0,95457	3889	20173	39	4,3425	13140	38000		
10	1,0565	3955	21561	40	4,4567	13279	38092		
11	1,16559	4113	22927	41	4,5698	13184	38186		
12	1,2718	4202	24182	42	4,6753	15055	38248		
13	1,3773	4256	25333	43	4,7903	13696	38335		
14	1,4832	4457	26427	44	4,9001	13910	38415		
15	1,5891	4587	27454	45	5,004	14228	38487		
16	1,6959	4662	28440	46	5,1165	14596	38560		
17	1,8	4823	29340	47	5,2244	15166	38625		
18	1,905	4918	30198	48	5,3297	15826	38682		
19	2,0106	5052	31010	49	5,4405	16365	38737		
20	2,1159	5207	31770	50	5,5507	17038	38787		
21	2,225	5386	32495	51	5,6599	17840	38832		
22	2,3327	5591	33155	52	5,775	18765	38874		
23	2,4427	5693	33801	53	5,8857	19667	38910		
24	2,5502	5088	34365	54	6,0034	20564	38945		
25	2,6593	6141	34902	55	6,1131	22942	38971		
26	2,7669	6491	35371	56	6,23	27719	38989		
27	2,8799	6630	35834	57	5,3522	34669	39000		
28	3,0022	7201	36245	58	6,4843	36426	39010		
29	3,1104	7479	36583	59	6,6237	66486	39013		
30	3,2213	8068	36875	60	6,7589	62204	39016		

Tabela 5.14 Rezultati numeričke simulacije pločice D za slučaj opterećenja 90kg

D, 120 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	
1	0,12001	3562,8	2030	31	3,3352	11463	19091	
2	0,22681	3824,8	3591	32	3,4448	11946	19206	
3	0,32976	4156,5	4838	33	3,5522	20460	19238	
4	0,43352	4374,4	5943	34	3,6619	17914	19282	
5	0,53925	4522	6993	35	3,7852	18139	19331	
6	0,64012	4686,3	7919	36	3,8859	17449	19374	
7	0,74347	4846,7	8801	37	4,0183	19075	19421	
8	0,84585	5010,9	9599	38	4,1445	17848	19473	
9	0,95439	5202,3	10381	39	4,2705	17199	19529	
10	1,0593	5314,8	11101	40	4,3819	17603	19576	
11	1,1682	5464,8	11804	41	4,4973	19448	19614	
12	1,2735	5624,6	12436	42	4,6111	17786	19661	
13	1,382	5808,6	13045	43	4,7181	17852	19705	
14	1,4881	5917,4	13615	44	4,8287	18293	19748	
15	1,5937	6092,1	14146	45	4,9333	18749	19786	
16	1,7018	6280,2	14655	46	5,0366	19303	19821	
17	1,8067	6426,5	15120	47	5,1412	20028	19854	
18	1,9132	6575,5	15568	48	5,2437	20646	19884	
19	2,0209	6859,8	15981	49	5,3485	21401	19912	
20	2,1262	6983,7	16367	50	5,4609	22343	19940	
21	2,233	7154,9	16732	51	5,5655	23328	19963	
22	2,3413	7456,8	17073	52	5,6734	24314	19984	
23	2,4483	7674	17386	53	5,788	25283	20005	
24	2,5526	7878,5	17676	54	5,892	26736	20022	
25	2,6648	8261,7	17953	55	6,005	28419	20038	
26	2,7738	8576,3	18197	56	6,1143	32580	20049	
27	2,885	8990,8	18425	57	6,2268	39338	20057	
28	2,9957	9417	18628	58	6,3623	48258	20063	
29	3,1065	9999	18804	59	6,4857	62550	20066	
30	3,2199	10688	18959	60	6,5785	70665	20068	

Tabela 5.15 Rezultati numeričke simulacije pločice D za slučaj opterećenja 120kg

E, 60 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	
1	0,12196	2150	6718	31	3,134	7671	56300	
2	0,22159	2347	11246	32	3,2668	9419	56534	
3	0,31764	2469	15135	33	3,3728	8594	56763	
4	0,41863	2537	18993	34	3,4772	8547	56996	
5	0,51551	2675	22269	35	3,5765	8865	57199	
6	0,61645	2782	25323	36	3,6759	8874	57401	
7	0,71575	2875	28136	37	3,7693	9033	57587	
8	0,81684	2943	30878	38	3,8768	9694	57766	
9	0,9155	3085	33283	39	3,9772	9822	57929	
10	1,0245	3167	35752	40	4,0757	9998	58086	
11	1,1253	3303	37829	41	4,1749	10640	58219	
12	1,2239	3370	39765	42	4,2718	10972	58341	
13	1,3234	3495	41563	43	4,3733	11528	58455	
14	1,4237	3636	43219	44	4,4722	12776	58543	
15	1,5222	3690	44783	45	4,5683	13406	58618	
16	1,6186	3869	46164	46	4,6599	14157	58682	
17	1,717	3975	47478	47	4,766	15584	58722	
18	1,82	4162	48717	48	4,8919	16474	58784	
19	1,9191	4279	49794	49	5,0016	19398	58821	
20	2,0188	4602	50737	50	5,1061	21568	58849	
21	2,1181	4921	51558	51	5,2094	25417	58868	
22	2,2188	5171	52281	52	5,3058	30026	58880	
23	2,3211	5524	52931	53	5,4041	36250	58888	
24	2,4213	5760	53492	54	5,5156	41295	58893	
25	2,5261	5744	54083	55	5,6131	41653	58895	
26	2,6262	6171	54573	56	5,707	44852	58896	
27	2,732	6577	55014	57	5,838	48051	58897	
28	2,8615	7002	55473	58	5,9409	51250	58897	
29	2,9668	7396	55806	59	6,0555	54449	58897	
30	3,0375	7490	56022	60	6,1719	57649	58897	

Tabela 5.16 Rezultati numeričke simulacije pločice E za slučaj opterećenja 60kg

E, 90 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	
1	0,12196	3225	2633	31	3,0941	11774	21949	
2	0,22159	3518	4411	32	3,1884	12270	22041	
3	0,31865	3723	5927	33	3,2988	12641	22139	
4	0,41385	3802	7360	34	3,419	13328	22236	
5	0,51367	4011	8666	35	3,5209	13095	22323	
6	0,61098	4211	9816	36	3,6221	13311	22404	
7	0,70711	4268	10919	37	3,7219	13532	22481	
8	0,80657	4474	11947	38	3,8227	13724	22556	
9	0,90193	4615	12855	39	3,9201	14003	22627	
10	1,0038	4751	13763	40	4,0199	14929	22690	
11	1,1027	4879	14595	41	4,1221	15248	22750	
12	1,2081	4998	15420	42	4,2214	15709	22805	
13	1,309	5261	16135	43	4,3266	16865	22854	
14	1,41	5399	16801	44	4,4305	17563	22899	
15	1,5087	5552	17411	45	4,527	18666	22935	
16	1,6089	5647	18006	46	4,6351	20690	22966	
17	1,7082	5887	18540	47	4,7269	22225	22989	
18	1,8124	6302	19020	48	4,8213	23753	23009	
19	1,9165	6482	19484	49	4,9377	25956	23029	
20	2,0216	6970	19874	50	5,0666	30442	23044	
21	2,1214	7431	20197	51	5,1674	35832	23052	
22	2,2224	7838	20478	52	5,2923	40894	23059	
23	2,3251	8245	20728	53	5,3915	52117	23062	
24	2,4247	8627	20946	54	5,5024	54035	23064	
25	2,5197	8762	21152	55	5,5993	59521	23065	
26	2,6191	9265	21339	56	5,7127	65008	23066	
27	2,7158	9655	21508	57	5,8358	70494	23066	
28	2,8131	10952	21631	58	5,9674	75980	23066	
29	2,8873	10108	21744	59	6,0417	81467	23066	
30	2,9904	12712	21836	60	6,1592	86953	23066	

Tabela 5.17 Rezultati numeričke simulacije pločice E za slučaj opterećenja 90kg

E, 120 kg								
Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	Korak	Dužina prsline, mm	Kı,max. MPa√mm	Broj ciklusa	
1	0,12245	4268,4	1384	31	3,0878	15094	11388	
2	0,2176	4687,7	2260	32	3,2012	17375	11437	
3	0,31797	4958,6	3077	33	3,3116	17129	11488	
4	0,41721	5098,8	3828	34	3,415	16568	11538	
5	0,5152	5394,4	4482	35	3,5121	21132	11564	
6	0,61742	5526	5121	36	3,6119	17222	11608	
7	0,71429	5740	5675	37	3,7099	17609	11649	
8	0,81191	5913,7	6196	38	3,808	18122	11688	
9	0,91366	6079,4	6707	39	3,9061	18765	11724	
10	1,012	6302,7	7158	40	4,0074	19437	11758	
11	1,1145	6531,4	7593	41	4,1065	20151	11789	
12	1,2115	6621,8	7994	42	4,2051	21117	11816	
13	1,312	6989,4	8358	43	4,3026	21919	11841	
14	1,4107	7145	8698	44	4,4031	24102	11863	
15	1,5056	7394,3	9000	45	4,503	24653	11882	
16	1,6015	7641,7	9282	46	4,6042	26355	11899	
17	1,6976	7933,6	9544	47	4,7239	29647	11914	
18	1,7935	8193,3	9783	48	4,8335	32015	11926	
19	1,8911	8452,2	10010	49	4,9632	34655	11937	
20	1,9948	9226,1	10213	50	5,0626	41186	11943	
21	2,0925	9615,8	10382	51	5,1625	45705	11948	
22	2,1921	10167	10534	52	5,261	51823	11951	
23	2,2923	10902	10665	53	5,3643	58982	11954	
24	2,3923	11433	10781	54	5,4602	67734	11956	
25	2,491	11642	10890	55	5,5567	79359	11957	
26	2,592	12470	10985	56	5,6865	89746	11958	
27	2,6993	12250	11089	57	5,7855	102480	11959	
28	2,8034	12847	11181	58	5,8891	104630	11960	
29	2,9112	13580	11264	59	6,0144	90657	11961	
30	3,0154	13651	11344	60	6,151	39454	11967	

Tabela 5.18 Rezultati numeričke simulacije pločice E za slučaj opterećenja 120kg







Slika 5.29 Dužina prsline u zavisnosti od broja ciklusa za telesnu masu od 90 kg





# 6. Istraživanje mogućnosti poboljšanja zamornih karakteristika primenom lasera

#### 6.1 Postavke eksperimentalnog tretiranja površina pikosekundnim laserom

Eksperimentalna ispitivanja na uzorcima legure titana su rađena u cilju istraživanja mogućih površinskih modifikacija i poboljšanja usled različitih tretmana laserskim ojačavanjem [30]. Uzorci su pripremljeni kao standardne CT epruvete korišćene za ispitivanja mehanike loma [92], u cilju iniciranja prsline u materijalu i analiziranja mehaničke i površinske karakteristike u zoni širenja prsline. Hemijski sastav materijala CT pločica dat je u tabeli 6.1. Može se zaključiti da je materijal veoma sličan leguri Ti-6Al-4V.

Tabela 6.1 Hemijski sastav uzoraka

Hemijski element	Ti	Al	V
Sadržaj, %	$91,2 \pm 0,2$	$4,22 \pm 0,01$	$3,45 \pm 0,01$

Obim ispitivanja obuhvata tri grupe uzoraka i tri različita tretmana laserom, i to:

- 1. prva grupa uzoraka je izložena laserskom snopu direktno, odnosno direktnoj ablaciji (AB) -Slika 6.1 a);
- 2. druga grupa je potopljena u vodu (providan sloj), pa izložena laserskom ojačavanju bez zaštitnog sloja (LOBZ) Slika 6.1 b);
- 3. treća grupa je premazana crnom bojom, potopljena u vodu, pa tretirana laserskim ojačavanjem (LOSZ) Slika 6.1 c).

Metod mehaničke obrade materijala laserom ili ojačavanja materijala laserom podrazumeva "bombardovanje" površine materijala pulsnim laserom velike energije, tako da se u trenutku kada laserski puls udari o površinu stvaraju udarni talasi koji se šire kroz debljinu materijala i lokalno ga plastično deformišu.



Slika 6.1. Šematski prikaz laserskog tretiranja: a) prva grupa – direktna ablacija, b) druga grupa lasersko ojačavanje sa providnim slojem i c) treća grupa – lasersko ojačavanje sa zaštitnim i providnim slojem [30]

Uzorci su tretirani pikosekundnim laserom talasne dužine 1064 nm, energije 1 mJ i 2 mJ, dok je brzina laserskog snopa varirala od 0,1 do 0,5 mm/s. Uzorci su bili izloženi sa 1, 2 ili 5 tretiranja. Prostorna raspodela energije lasera za talasnu dužinu od 1064 nm nije homogena, odnosno najveća vrednost je u centru snopa, dok energija opada kako se udaljavamo ka obodu snopa. Laser korišćen u eksperimentalnim istraživanjima je Nd: YAG EKSPLA, model SL212P, čija je specifikacija data u tabeli 2.

Parametar	Nd: YAG
Talasna dužina	1064 nm
Trajanje pulsa	150 ps
Mod	About TEM00
Učestalost	10 Hz

Tabela 2. Karakteristike EKSPLA lasera

Karakterizacija tretiranih i ne-tretiranih površina je u ovom eksperimentu rađena na JEOL JSM-5800 skenirajućem elektronskom mikroskopu, Zygo NewView 7100 optičkom profilometru, dok su karakteristični parametri hrapavosti površine su računati uz pomoć softvera MetroPro. Hemijska analiza površine je rađena energodisperzionim spektrometrom (EDS). Mikrotvrdoća po Vikersu je ispitana na uređaju Hauser 249A.

#### 6.2 Rezultati i diskusija

Mikrofotografija legure titana dobijena na skenirajućem elektronskom mikroskopu prikazana je na slici 6.2 i vidi da je mikrostruktura osnovnog materijala homogena, dok je hemijski sastav potvrđen EDS analizom (tabela 6.3).



Slika 6.2. Mikrostruktura netretirane legure Ti-6Al-4V [30]

Tabela	6.3	EDS	analiza	osnovnog	materijala
I uoolu	0.5		ununza	05110 11105	materijala

	U	5		
Hemijski element	Al	Ti	V	Hf
Sadržaj, %	5,26	91,25	2,8	0,7

Mikrostrukture date uporedno na slici 6.3 predstavljaju Ti-6Al-4V nakon: a) DA, b) LOBZ i c) LOSZ. Na slici 6.4 a) data je mikrostruktura dobijena direktnim dejstvom laserskog snopa na površinu, dok je EDS analiza zone neposredno uz mikroprslinu data na slici 6.4 b), a rezultati u tabeli 6.4. Brzina laserskog snopa je bila 0,1 mm/s, a energija 2mJ. Može se primetiti da se na granicama zrna izdvajaju talozi i formiraju mikroprsline. Prema rezultatima EDS analize iz tabele 4 se može zaključiti da su formirani karbidi vanadijuma razlog iniciranja mikroprslina.

Poređenje mikrostruktura površine Ti-6Al-4V nakon LOBZ i LOSZ je dato na slici 6.5. U slučaju tretiranja površine LOBZ data je mikrostruktura na slici 6.5 a). U odnosu na DA, mikrostruktura se

značajno razlikuje i pravilno raspoređene periodične strukture sa međusobnim rastojanjima do 5  $\mu$ m se mogu jasno videti, dok prisustvo prslina nije zapaženo. Mikrostruktura je u obliku paralelnih, talasastih pojaseva, debljine do 5  $\mu$ m, koje se prostiru u istom pravcu. Nakon maksimalne vrednosti od 50  $\mu$ m periodične strukture postepeno menjaju pravac pod približno pravim uglom, ali uz zadržavanje paralelnosti.



Slika 6.3. Mikrostruktura Ti-6Al-4V nakon: a) DA, b) LOBZ, c) LOSZ



Slika 6.4. a) mikrostruktura Ti-6Al-4V nakon direktne ablacije i b) EDS analiza hemijskog sastava zone neposredno uz mikroprslinu

Hemijski element	С	Al	Ti	V	Hf
Sadržaj, %	3,81	3,27	86,23	6,03	0,41

Na slici 6.5 b) data je mikrostruktura površine Ti-6Al-4V nakon LOSZ. Mikrostruktura je homogena i finozrna veličine zrna do 1  $\mu$ m i ne vide se talasi ili periodične strukture koje bi mogle biti izvor koncentracije napona. Mogu se videti praznine veličina do 1,0  $\mu$ m.

Nekoliko fizičkih procesa se javlja prilikom laserskog zračenja metalnih površina u pikosekundnom režimu. Primarno sudaranje elektrona praćeno prenošenjem energije u kristalnu rešetku proizvodi topljenje i/ili isparavanje. Ovo je moguće u slučaju da je primenjena dovoljna količina energije, a u zavisnosti od stanja uzorka koji se tretira kao i specifičnih parametara lasera. Dakle, rezultat tretiranja zavisi od više promenljivih, kao što su: talasna dužina lasera, radna energija lasera, hrapavost tretirane površine, itd. Postoji nekoliko problema koji se mogu desiti tokom procesa tretiranja površine, koji mogu uticati na sam proces i smanjiti mu preciznost, a prvenstveno se misli na probleme usled formiranja tečne faze tokom tretiranja. Crna farba ili drugi premazi se koriste kao zaštita materijala od prekomernog zagrevanja laserskim snopom. Tokom procesa se dešava uplitanje dislokacija koje u kombinaciji sa mikrostrukturnim transformacijama bitno utiču na karakteristike površinskog sloja metalnih materijala (otpornost na habanje, koroziona postojanost, otpornost na oksidaciju i zamorne karakteristike).



Slika 6.5. a) mikrostruktura Ti-6Al-4V legure nakon LOBZ i b) mikrostruktura Ti-6Al-4V legure nakon LOSZ

Beskontaktna profilometrijska analiza površine osnovnog materijala pre i posle tretiranja laserom data je na slici 6.6. Može se uočiti da dejstvo lasera relativno uniformno modifikuje strukturu tretirane površine. Prikazane su vrednosti srednjeg aritmetičkog odstupanja profila (Ra), srednjeg kvadratnog odstupanja profila (rms) kao i najveća visina neravnina (PV). Treba pomenuti da prsline kreću iz mesta velike lokalne plastične deformacije, te je od velike važnosti korekcija prevelike površinske hrapavosti koja može uticati na odlaganje inicijacije prsline eliminisanjem lokalnih koncentracija napona. Slike 6.6 i 6.7 pokazuju da je hrapavost osnovnog materijala najmanja i da tretiranje površine osnovnog materijala laserom povećava hrapavost. Povećanje parametara hrapavosti je najmanje u slučaju laserskog ojačavanja sa zaštitnim premazom, oko 85%, dok u slučaju bez premaza imamo povećanje od oko 185%. Najveće povećanje hrapavosti, oko 500% dobijeno je nakon direktne ablacije. Sudeći prema ovim rezultatima, može se reći da ne treba površine tretirati laserom, ali uticaj lasera nije ograničen na modifikaciju mikrogeometrijskih karakteristika površina. Otvrdnjavanje površinskog sloja usled lokalnog plastičnog deformisanja i termičke obrade je još jedna posledica tretiranja laserom. Na slici 6.8 se vide poboljšanja mikrotvrdoće po Vikersu (HV1) nakon tretmana osnovnog materijala laserom. U svim slučajevima se vidi da je mikrotvrdoća bolja u odnosu na netretiran osnovni materijal, a najveće vrednosti su dobijene u slučaju direktne ablacije, potom u slučaju laserskog ojačavanja bez premaza zbog formiranja krtih faza, a najmanje povećanje tvrdoće je ostvareno laserskim ojačavanjem sa zaštitnim premazom.



Slika 6.6 Profilometrijska analiza površine: a) osnovnog materijala, b) nakon direktne ablacija, c) nakon laserskog ojačavanja bez zaštitnog premaza i d) nakon laserskog ojačavanja sa zaštitnim premazom [30]



Slika 6.6 Profilometrijska analiza površine (nastavak) [30]



Slika 6.7 Vrednosti parametara hrapavosti površina: a) najveća visina neravnina, b) srednje aritmetičko odstupanje profila i srednje kvadratno odstupanje profila [30]



Slika 6.8 Vrednosti mikrotvrdoće [30]

# 7. ZAKLJUČAK

Ortopedske pločice od legure Ti-6Al-4V predstavljaju jedan od često korišćenih implanata za internu fiksaciju preloma kostiju. Same pločice su izložene ekstremnim uslovima opterećenja, usled složenog naponskog stanja prouzrokovanog svakodnevnim aktivnostima pacijenata. Složenosti problema u značajnoj meri i doprinose velike razlike u aktivnostima samih pacijenta, koje zavise od telesne težine i starosnog doba, ali i geometrija samih pločica koje sadrže manje ili više koncentratora napona. Sve navedeno dovodi do relativno čestih otkaza ortopedskih pločica usled zamora, gde se kao predominantan tip opterećivanja navodi savijanje.

Procena preostalog radnog veka ortopedskih pločica od legure titana Ti-6Al-4V je rađena korišćenjem proširene metode konačnih elemenata (PMKE) u programskom paketu ANSYS.

Eksperimentalno određivanje zateznih karakteristika, energije potrebne za stvaranje i širenje prsline pri udarnim ispitivanjima, kao i parametara brzine rasta prsline predstavljaju neophodne polazne podatke za numeričke simulacije, kao i za donošenje zaključaka o ponašanju samog materijala.

Čisto savijanje u četiri tačke je uzeto, kao najnepovoljniji slučaj opterećivanja, za postavku numeričkih simulacija, a uzet je u obzir i uticaj različitih opterećenja (momenata savijanja) koja se mogu javiti u ljudskoj potkolenici (pacijenti telesne mase: 60, 90 i 120 kg). Analiza je rađena za 5 različitih geometrija pločica, s tim što su u zoni koncentracije napona svake od geometrija pločica (jedan od otvora u zoni maksimalnog momenta savijanja) postavljene inicijalne prsline, čime je obezbeđeno da se dobiju podaci o preostalom radnom veku po pojavi prsline.

Pored procene radnog veka Ti-6Al-4V pločica nakon što se prslina pojavi, rađeno je i istraživanje mogućnosti povećanja otpornosti legure Ti-6Al-4V na inicijaciju prslina površinskim tretiranjem laserom, i to: direktnom ablacijom, laserskim ojačavanjem bez zaštitnog sloja i laserskim ojačavanjem sa zaštitnim slojem. Ovaj metod podrazumeva lokalno plastično deformisanje i unošenje pritisnih zaostalih napona u površinski sloj tretiranog materijala udarnim talasima koji su proizvod dejstva pulsnog lasera. Ispitan je uticaj tretiranja laserom na mikrostrukturu, površinsku hrapavosti i mikrotvrdoću.

Na osnovu prethodno navedenih istraživanja moguće je doneti sledeće zaključke:

- Legura Ti-6Al-4V je pokazala da ima malu rezervu plastičnosti i dobijeni dijagrami udarne žilavosti je svrstavaju u materijale sa krtim ponašanjem. Značajniji deo energije udara se troši na inicijaciju prsline u odnosu na energiju širenja prsline.
- Kada se parametri *C* i *m* odrede eksperimentalno, numeričke simulacije ispitivanja pločica, umesto eksperimentalnih ispitivanja, daju dobre rezultate i dobijaju se validni modeli koji se dalje mogu koristiti.
- Rezultati PMKE pokazuju da se prslina u svim pločicama širi do maksimalne dužine koja je preko 2 mm duža od debljine samih pločica (4 mm). U početku prslina raste podjednako po dubini i širini, sve do trenutka kada rast po dubini usporava, a rast po širini se nastavi. Kad dostigne širinu pločice prslina nastavlja širenje po debljini i na taj način dostiže dužinu koja je veća od 4 mm debljine samih pločica. Poređenjem sa eksperimentalnim rezultatima iz literature dobijaju se isti principi širenja prsline, što ukazuje na validnost numeričkog modela.
- Preostali radni vek svih pločica, u prisustvu inicijalnih prslina, pod opterećenjem od 120 i 90 kg telesne mase je ≈ 80% i ≈ 60% kraći u odnosu na slučaj kada opterećenje odgovara telesnoj masi od 60 kg, respektivno.

- Relativne razlike među poređenim geometrijama pločica, u smislu preostalog radnog veka, ostaju nepromenjene bez obzira na promene opterećenja, što je posledica PMKE koja ne uzima u obzir plastičnost materijala.
- Pločica sa geometrijom čiji je cilj obezbeđivanje što manje kontaktne površine sa kosti (pločica C) ima najkraći preostali radni vek u sva tri slučaja nakon pojave prsline.
- U slučaju pločica A i B se vidi da je preostali radni vek približno isti pri sva tri opterećenja, dok je u odnosu na njih preostali radni vek pločice E nešto kraći (≈ 10%).
- Geometrija pločice D se pokazala kao najbolja pri zadatim uslovima. U odnosu na ostale pločice ima oko 35÷55% duži preostali radni vek u prisustvu prslina.
- Pacijenti bi trebalo da svedu fizičku aktivnost na minimum, kao i da ne vrše opterećivanje punom težinom barem nekoliko meseci nakon operacije. Uz procenjenu aktivnost pacijenta od 1000 koraka dnevno, može se zaključiti da će doći do otkaza nakon inicijacije prsline već za 1÷2 meseca kada se npr. uzme u obzir pacijent prosečne telesne mase od 90 kg.
- Početna ispitivanja ojačavanja površine biomaterijala laserskim metodama (LSP) daju dobre polazne rezultate za dalju primenu na pločicama, naročito na mestima koncentracije napona.
- Direktna ablacija utiče na pojavu taloženja karbida vanadijuma (VC) po granicama zrna, gde se, uz znatno povećanje tvrdoće, formiraju i mikroprsline.
- Lasersko ojačavanje bez zaštitnog sloja nije dovelo do formiranja mikropukotina, ali se mogu uočiti periodične, paralelne strukture u mikrogeometriji tretirane površine, koje bi mogle biti lokalni koncentrator napona iz kog će se prslina biti inicirana.
- Lasersko ojačavanje sa zaštitnim slojem daje homogenu mikrostrukturu veličine zrna ispod 1 μm i sa malim porama. Nisu formirane ni mikroprsline, a ni periodične strukture kao kod prethodnih postupaka.
- Tretiranje laserom povećava hrapavost površine u sva tri slučaja. U odnosu na osnovni materijal, povećanje parametara hrapavosti je najmanje u slučaju laserskog ojačavanja sa zaštitnim premazom, oko 85%, dok u slučaju bez premaza imamo povećanje od oko 185%. Najveće povećanje hrapavosti, oko 500%, dobijeno je direktnom ablacijom.
- Sva tri ispitana tretmana površine laserom su povećala mikrotvrdoću. Najveće vrednosti su dobijene u slučaju direktne ablacije, što je bilo očekivano zbog taloženja tvrde faze VC.
- U odnosu na dobijene rezultate, lasersko ojačavanje sa zaštitnim premazom predstavlja najbolji način za tretiranje površine. Uz najmanje povećanje tvrdoće od ≈ 10% imamo i minimalno povećanje parametara hrapavosti.

Dalja istraživanja bi mogla da obuhvate simulacije drugih geometrija i biomaterijala ortopedskih pločica. Mogu se uzeti u obzir slučajevi i veličine opterećenja koja se javljaju i na drugim ekstremitetima, kao i modeli koji bi uzeli u obzir uticaj kontakta sa pločicama. Takođe, trebalo bi detaljnije proučiti uticaj tretiranja laserom na povećanje otpornosti prema rastu prsline, npr. ispitivanjima na CT epruvetama odgovarajućih geometrija i samim implantima.

### 8. LITERATURA

- [1] L. Qixian, L. Yang, G. Kai, *Research Progress and Application of Titanium Alloys*, Aerospace Manufacturing Technology, Vol. 4, 2011
- [2] C.R.F Azevedo, E. Hippert Jr., Failure analysis of surgical implants in Brazil, Engineer Failure Analysis, Vol. 9, 2002, 621-633
- [3] C.A.K. Sharma et al., *Retrospective Study of Implant Failure in Orthopaedic Surgery*, Case report, MJAFI, Vol. 62, No. 1, 2006
- [4] Y. Okazaki, Comparison of Fatigue Properties and Fatigue Crack Growth Rates of Various Implantable Metals, Materials, Vol. 5, 2012, 2981-3005
- [5] Okazaki, Y., On the effects of hot forging and hot rolling on the microstructural development and mechanical response of a biocompatible Ti alloy, Materials, 5, 2012, 1439–1461
- [6] B. Aksakal, O.S. Yildirim, H. Gul, *Metallurgical Failure Analysis of Various Implant Materials Used in Orthopedic Applications*, Journal of Failure Analysis and Prevention, Vol. 4, No. 3, 2004, 17-23
- [7] R. Jovičić, S.A. Sedmak, U. Tatić, U. Lukić, M. Walid, *Stress state around imperfections in welded joints*, Structural Integrity and Life, Vol. 15, No. 1, 2015, 27-29
- [8] B.S. Younise, A. Sedmak, *Micromechanical study of ductile fracture initiation and propagation on welded tensile specimen with a surface pre-crack in weld metal*, Structural Integrity and Life, Vol. 14, No. 3, 2014, 185-191
- [9] E. Rakipovski, A. Grbović, G. Kastratović, N. Vidanović.: *Application of extended finite element method for fatigue life predictions of multiple site damage in aircraft structure*, Structural Integrity and Life, Vol. 15, No. 1, 2015, 3-6
- [10] Sedmak, A., Čolić, K., Grbović, A., Balac, I., Burzić, M., *Numerical Analysis of Fatigue Crack Growth of Hip Implant*, Engineering Fracture Mechanics, Volume 216 / 106492, 2019
- [11] Čolić, K., Grbović, A., Sedmak, A. *Application of Numerical Methods in Design and Analysis of Orthopedic Implant Integrity*, Experimental and Numerical Investigations in Materials Science and Engineering, Springer Nature Switzerland, 2019, 96-111
- [12] Milovanovic A., et al., *Numerical Analysis of Stress Distribution in Total Hip Replacement Implant*, Structural Integrity nd Life, 17, 2, 2017, 139-144
- [14] Ma CP, Guan YC, Zhou W., *Laser polishing of additive manufactured Ti alloys*, Optics and Lasers in Engineering, 93, 2017, 171–7
- [15] Saleh AF, Abboud JH, Benyounis KY. *Surface carburizing of Ti–6Al–4V alloy by laser melting*, Optics and Lasers in Engineering, 48(3), 2010, 257–267
- [16] Alabeedi KF, Abboud JH, Benyounis KY. *Microstructure and erosion resistance* enhancement of nodular cast iron by laser melting. Wear, 266(9-10), 2009, 925–933
- [17] Heydarzadeh Sohi M, Ebrahimi M, Ghasemi HM, Shahripour A., *Microstructural study of surface melted and chromium surface alloyed ductile iron*, Applied Surface Science, 258, 19, 2012, 7348–7353
- [18] Vamsi Krishna B, Misra VN, Mukherjee PS, Sharma P., *Microstructure and properties of flame sprayed tungsten carbide coatings*, International Journal of Refractory Metals and Hard Materials, 20(5–6), 2002, 355–74
- [19] Hua G, Huang Y, Zhao J, Wang L, Tian Z, Zhang J, Zhang Y, Plasma-sprayed ceramic coating by laser cladding of Al2O3 nano-particles, Journal of Nonferrous Metals, 14, 2004, 199–203
- [20] Zenker R, Buchwalder A, Rüthrich K, Griesbach W, Nagel K., *First results of a new duplex surface treatment for cast iron: electron beam remelting and plasma nitriding*, Surface Coatings Technology, 236, 2013, 58–62

- [21] Zhang WP, Liu S., *Microstructure of Fe-Ti-B composite coating prepared by laser cladding*, Chinese Journal for Nonferrous Metals, 15, 2005, 558–564
- [22] Chehrghani A, Torkamany MJ, Hamedi MJ, Sabbaghzadeh J., Numerical modeling and experimental investigation of TiC formation on titanium surface pre-coated by graphite under pulsed laser irradiation, Applied Surface Science, 258, 6, 2012, 2068–2076
- [23] Thomas M, Jackson M, The role of temperature and alloy chemistry on subsur- face deformation mechanisms during shot peening of titanium alloys, Scripta Materialia, 66(12), 2012, 1065–1068
- [24] Li K, Fu X, Chen G, Zhou W, Li Z., Mechanical properties of strengthened surface layer in Ti - 6Al - 4V alloy induced by wet peening treatment, The Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 26(11), 2016, 2868–2873
- [25] Pant BK, Sundar R, Kumar H, Kaul R, Pavan AHV, Ranganathan K, Bindra KS, Oak SM, Kukreja LM, Prakash RV, Kamaraj M., Studies toward development of laser peening technology for martensitic stainless steel and titanium alloys for steam turbine applications. Materials Sciecne and Engineering: A, 587, 2013, 352–358
- [26] Fabbro R, Peyre P, Berthe L, Scherpereel X., *Physics and applications of laser-shock processing*, Journal of Laser Applications, 10(265), 1998, 265–279
- [27] Shepard MJ, Smith PR, Amer MS., Introduction of compressive residual stresses in Ti-6Al-4V simulated airfoils via laser shock processing, The Journal of Materials Engineering and Performance, 10(6), 2001, 670–678
- [28] Petronić S, Burzić M, Milovanović D, Čolić K, Perković S., *Surface modification of laser welded nimonic 263 sheets*, Structural Integrity and Life, 15(3), 2015, 153–156
- [29] Petronic S, Sibalija T, Burzic M, Polic S, Colic K, Milovanovic D. *Picosecond laser shock* peening of nimonic 263 at 1064 nm and 532 nm wave length, Metals, 6, 2016, 41
- [30] S. Petronić, K. Čolić, B. Đorđević, D. Milovanović, M. Burzić, F. Vučetić: *Effect of laser* shock peening with and without protective coating on the microstructure and mechanical properties of *Ti-alloy*, Optics and Lasers in Engineering, Vol. 129, 2020, 106052
- [31] El -Labban HF, Mahmoud ERI, Al -Wadai H., *Laser cladding of Ti -6Al -4V alloy with vanadium carbide particles*, Advances in Production Engineering and Management, 9(4), 2014, 159–167
- [32] Ochonogor OF, Meacock C, Abdulwahab M, Pityana S, Popoola API. Effects of Ti and TiC ceramicpowder on laser-cladded Ti-6Al-4V in situ intermetallic composite. Applied Surface Science, 263, 2012, 591–596
- [33] Lin Yuan C, Lin Yu C., *Microstructure and tribological performance of Ti- 6Al-4V cladding with SiC powder*, Surface Coating Technology, 205(23-24), 2011, 5400–5405
- [34] Čolić K, Sedmak A, Legweel K, Milošević M, Mitrović N, Mišković Ž, Hloch S., *Experimental and numerical research of mechanical behaviour of titanium alloy hip implant*, Technical Gazzete, 24(3), 2017, 709–713
- [35] Zhou JZ, Huang S, Zuo LD, Meng XK, Sheng J, Tian Q, Han YH, Zhu WL., *Effects of laser peening on residual stresses and fatigue crack growth properties of Ti–6Al–4V titanium alloy*, Optics and Lasers in Engineering, 52, 2014, 189–194
- [36] Abhay KJ, Satish KS, Kiranmayee MS, Sreekumar K, Sinha PP., *Failure analysis of titanium alloy (Ti6Al4V)*, Engineering Failure Analysis, 17(6), 2010, 1457–1465
- [37] A. Riemer et al, On the fatigue crack growth behavior in 316L stainless steel manufactured by selective laser melting, Engineering Fracture Mechanics, 120, 2014, 15-25
- [38] Lj. Milović, V. Milošević-Mitić, Z. Radaković, N. Anđelić, B. Petrovski, Assessment of pressure vessel load capacity in the presence of cracks, Structural Integrity and Life, 13, 1, 9-16
- [39] D. Chambers, *Digital Image Correlation: Advanced Methods and Applications*, Nova Science Publishers, 2017

- [40] A. Sedmak, Z.Burzić, J. Kurai, B. Aleksić, A. Bređan, *Destructive testing for diagnosis, repairment and integrity assessment of platforming reactor*, Structural Integrity and Life, Vol. 1, No. 1, 29-34
- [41] A. Sedmak, S. Sedmak, Lj. Milović, *Pressure equipment integrity assessment by elastic*plastic fracture mechanics methods, Society for Structural Integrity and Life, 2011
- [42] C.E. Inglis, *Stresses in a plate du to the presence of cracks and sharp corners*, Spring Metings of the Fifty-fourth session of the Institution of Naval Architecture, 1913
- [43] A.A. Griffith, *The phenomena of Rupture and Flow in Solids*, 1920
- [44] H. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin, *The stress analysis of cracks handbook*, ASME Press, 2000.
- [45] M.A. Sutton, X. Deng, F. Ma, J.C. Newman Jr., M. James, *Development and application of a crack tip opening displacement-based mixed mode fracture criterion*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, 2000, 3591-3618
- [46] James R. Rice, A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, 1968, 379-386
- [47] ASTM E1820-13 Standard test method for measurement of fracture toughness
- [48] J.C. Newman Jr., *Fracture of cracked plates under plane stress*, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 1, 1968, 137-154
- [49] Narayana, K.B., Dattaguru B., Ramamurthy, T.S., Vijayakumar, K., Modified Crack Closure Integral Using Six-noded Isoparametric Quadrilateral Singular Elements, Engineering Fracture Mechanics, 6, 36, 1990, 945-955
- [50] T.M. Wright, W.C. Hayes, *The fracture mechanics of fatigue crack propagation in compact bone*, Journal of Biomedical Materials Research, Vol. 10, No. 4, 1976, 637-648
- [51] D.A. Molodov, S.V. Safranov, *Effect of the asymmetry factor on the nature of failure and deformation of the surface of fatigue fractures*, Strength of Materials, Vol. 22, No. 5, 1990, 692-698
- [52] M. Mikota, S. Staib, S. Schmauder, Ž. Božič, *Numerical determination of Paris law constants for carbon steel using a two-scale model*, Journal of Physics Conference Series 843
- [53] A. R. Khoei, Extended Finite Element Method, theory and applications, Wiley, 2015
- [54] Taško Maneski, *Kompjutersko modeliranje i proračun struktura*, Mašinski Fakultet, Univerzitet u Beogradu, 1998
- [55] Ventura G., Gracie R., Belytschko T., *Fast integration and weight function blending in the extended finite element method*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 77, No. 1, 2008, 1-29
- [56] Moës N., Dolbow J., Belytschko T., *A finite element method for crack growth without remeshing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 46, No. 1, 1999, 131-150
- [57] Katarina Čolić, *Analiza otpornosti na lom biomaterijala za veštački kuk*, doktorska disertacija, Mašinski Fakultet Univerziteta u Beogradu, 2012
- [58] T. Mijatović, A. Milovanović, A. Sedmak, Lj. Milović, K. Čolić, Integrity assessment of reverse engineered Ti-6Al-4V ELI total hip replacement implant, Structural Integrity and Life, Vol. 19, No. 3, 2019, 237-242
- [59] K. Čolić, A. Sedmak, A. Grbović, M. Burzić, S. Hloch, S.A. Sedmak, *Numerical Simulation* of Fatigue Crack Growth in Hip Implants, Procedia Engineering, 149, 2016, 229-235
- [60] M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin, L. J. Topp, *Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures*, Journal of the Aeronautical Sciences, 23 (9), 1956
- [61] D. Kuzmanovic, *Matematička fizika*, Rudarsko-Geološki Fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2003

- [62] S.A. Sedmak, Procena integriteta i veka zavarenih spojeva mikrolegiranih čelika povišene čvrstoće pri dejstvu statičkog i dinamičkog opterećenja, doktorska disertacija, Mašinski Fakultet Univerziteta u Beogradu, 2019
- [63] Aleksandar Grbović, *Istraživanje zamornog veka nosećih strukturalnih elemenata izrađenih od superlegura*, doktorska disertacija, Mašinski Fakultet Univerziteta u Beogradu, 2012
- [64] C., Dolbow J. E., Sukumar N., Belytschko T., *Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 48, No. 12, 2000, 1741-1760
- [65] Rhee H., Salama M., Mixed-mode stress intensity factors solutions for a warped surface flaw by three-dimensional finite element analysis, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 28, No. 2, 1987, 203-209
- [66] V.M.A. Leitao, M.H. Aliabadi, D.P. Rooke, *Elastoplastic simulation of fatigue crack growth: Dual boundary element formulation*, International Journal of Fatigue, 17, 1995, 353-363
- [67] Melenk J. M., Babuška I., *The partition of unity finite element method: basic theory and applications*, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 139, 1996, 289-314
- [68] S.P.A. Bordas et al., *Strain smoothing in FEM and XFEM*, Computers & Structures, Vol. 88, Issues 23-24, 2010, 1419-1443
- [69] G. Jovičić, M. Živković, D. Jovičić, D. Milovanović, *Improvement of algorithm for numerical crack modelling*, Archives of Civil and Mechanical Engineering, Vol. 10, No. 3, 2010, 19-35
- [70] E. Ozcag, I. Ege, H. Gurcay, *On powers of the Heaviside function for negative integers*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 326, Issue 1, 2007, 101-107
- [71] D. Adalsteinsson, J.A. Sethian, *A fast level set method for propagating interfaces*, Journal of Computational Physics, 118, 2, 1995, 269-277
- [72] Tarancon J., Vercher A., Giner E., Fuenmayor J., *Enhanced blending elements for XFEM applied to linear elastic fracture mechanics*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 77, No. 1, 2008, 126-148
- [73] Chanine E., Laborde P., Renard Y., *Crack tip enrichment in the XFEM using a cutoff function*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 75, No. 6, 2008, 629-646
- [74] V.E. Saouma: Saouma V. E., Lecture Notes in Fracture Mechanics, CVEN-6831, Deptartment Of Civil, Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado, 2000.
- [75] T. Liber, Application of the Dirac Delta Function, the Heaviside Unit Function, and the Laplace Transform to Some Boundary Value Problems in Mechanics, Northwestern University, 1962
- [76] Westergaard I., *Bearing pressures and cracks*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 6, No. 1, 1939, 49-53
- [77] Sukumar N., Huang Z. Y., Prvost J. H., Suo Z., Partition of unity enrichment for bimaterial interface cracks, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 59, No. 8, 2004, 1075-1102
- [78] Williams M., *On the stress distribution at the base of a stationary crack*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, No. 1, 1957, 109-114
- [79] Xiaoping H., Moan T., Weicheng C., *An engineering model of fatigue crack growth under variable amplitude loading*, International Journal of Fatigue, Vol. 30, No. 1, 2008, 2-10
- [81] R.M. Deshmukh, S.S. Kukarni, *A Review on Biomaterials in Orthopedic Bone Plate Application*, International Journal of Current Engineering and Technology, Vol. 5, No. 4, 2015
- [82] E.J. Strauss et al., *The Current Status of Locked Plating: The Good, the Bad, and the Ugly,* Journal of Orthopaedic Trauma, Vol. 22, No. 7, 2008, 479-486
- [83] Uroš Tatić, *Uticaj geometrije na integritet i radni vek rekonstuktivnih ortopedskih plocica*, doktorska disertacija, Mašinski Fakultet Univerziteta u Beogradu, 2017

- [84] Erik N. Kubiak, Eric Fulkerson, Eric Strauss, Kenneth A. Egol, *The Evolution of Locked Plates*, The Journal of Bone and Joint Surgery, 88 Suppl 4, 2006, 189-200
- [85] T. Moshfeghi et al., *Fracture Analysis of the Orthopedic Plates used in Joining of the Lower-Limb Bones*, CSJ Vol. 36, No. 3: Special Issue, 2015
- [86] F.Vučetić, K.Čolić, A.Grbović, A.Petrović, A. Sedmak, D. Kozak, S.Sedmak, *Numerical Simulation of Fatigue Crack Growth in Titanium Alloy Orthopaedic Plates*, Tehnical Gazette, Vol. 27, No. 6, 2020
- [87] Burzić Z., *SAVREMENE METODE PROVERE MEHANIČKO-TEHNOLOŠKIH OSOBINA ZAVARENIH SPOJEVA - Deo 1*, Zavarivanje i zavarene konstrukcije, 2, 2002, 67-74
- [88] I.Čamagić, COMPATIBILITY OF FRACTURE MECHANICS PARAMETERS AND FATIGUE CRACK GROWTH PARAMETERS IN WELDED JOINT BEHAVIOUR EVALUATION, Technical Gazette, 20, 2, 2013, 205-211
- [91] ASTM F382 Standard Specification and Test Method for Metallic Bone Plates
- [90] Wehner T. et al., *Internal loads in the human tibia during gait*, Clinical Biomechanics, 24, 2009, 299-302
- [91] Mohajerzadeh S. et al., *Experimental Investigation on Fatigue Evaluation of Orthopaedic Locking Compression Plate*, International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology, Vol. 11, 4, 2018, 47-52
- [92] Čolić K., Sedmak A., Gubeljak N., Petronić S., *Experimental analysis of fracture behavior of stainless steel used for biomedical applications*, Structural Integrity and Life, 12, 1 2012, 59-63

## Biografski podaci

Filip Vučetić, master inženjer mašinstva, rođen je 29.05.1990. godine u Beogradu od oca Gorana i majke Verice. Osnovnu i srednju školu je završio u Obrenovcu. Srednji nivo obrazovanja je stekao u Tehničkoj školi Obrenovac, gde je pohađao smer "mašinski tehničar za kompjutersko konstruisanje" i nagrađen kao najuspešniji učenik mašinske struke u toj generaciji. Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu je upisao 2009. godine. Osnovne studije je završio u julu 2012. godine sa prosečnom ocenom 8,37 (osam 37/100), nakon čega upisuje master studije, na modulu "Zavarivanje i zavarene konstrukcije". Diplomirao je u junu 2014. godine, sa prosečnom ocenom 9,95 (devet 95/100). Master rad pod nazivom "Tribološke karakteristike materijala na bazi Zn-25Al legura namenjenih za izradu kliznih komponenti" je odbranio sa ocenom 10 (deset). Školske 2014/2015. godine upisuje doktorske studije na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu.

U toku studiranja je pohvaljivan i nagrađivan za izvanredne rezultate postignute na Mašinskom fakultetu i to: Pohvala za najboljeg studenta na master akademskim studijama iz generacije upisane na studije školske 2012/2013. godine, odnosno Pohvala za studenta na master akademskim studijama, master inženjera mašinstva, koji je prvi završio studije iz generacije upisane na fakultet školske 2009/2010. godine. Tokom studija je bio stipendista Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, odnosno preduzeća "Messer Tehnogas" i "Goša Montaža".

Posle završenih master studija, u julu 2014. godine zasniva radni odnos u preduzeću "Velesstroj". U ovom preduzeću je obavljao poslove na poziciji šefa smene mašinskog sektora gradilišta NPS-2 na Transnjeftovom magistralnom naftovodu "Kujumba-Tajšet" u Rusiji. U januaru 2015. godine se zapošljava u preduzeću "Mont Stubline", koje ga upućuje na rad u Stokholm (Švedska), gde je obavljao poslove koordinatora gradilišta ispred glavnog izvođača radova (kompanija "Xergi A/S"), kao i organizovanja i vođenja montaže procesne i termoenergetske opreme i metalnih konstrukcija na postrojenju za kogeneraciju na biogas kompanije "Scandinavian Biogas". Od oktobra 2015. godine je zaposlen u Inovacionom centru Mašinskog fakulteta u Beogradu i angažovan na projektu Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja: TR 35040 (Razvoj savremenih metoda dijagnostike i ispitivanja mašinskih struktura). Takođe, učesnik je na bilateralnom projektu "Eksperimentalno određivanje mehanizama habanja na nano i na makro dimenzionom nivou – premošćavanje razlika između dva nivoa" u okviru naučne i tehnološke saradnje između Republike Srbije i Republike Francuske u okviru programa integrisanih aktivnosti "Pavle Savić". Početkom 2018. godine zasniva radni odnos u firmi "TÜV Rheinland InterCert" gde obavlja poslove na poziciji inspektora imenovanog tela. U 2019. godini biva angažovan na poslovima interne kontrole kvaliteta u zavarivanju na izgradnji "Duboke prerade" u rafineriji nafte u Pančevu i pri izgradnji postrojenja za kogeneraciju iz biomase u Hanoveru (Nemačka). U tekućoj godini je angažovan kao nadzor za zavarivanje na izgradnji gasovoda "Turski tok" kroz Srbiju.

Uspešno je završio kurseve za: međunarodnog inženjera zavarivanja (eng. International Welding Engineer – IWE), međunarodnog inspektora zavarivanja – napredni nivo (eng. International Welding Inspector – Comprehensive level), kurs za vizuelnu kontrolu – nivo 2 (eng. Visual Testing – level 2) i za interpretaciju radiograma zavarenih spojeva (eng. Radiographic Testing – level 2, film interpretation of welds). Poseduje sertifikat kompanije "TÜV Thüringen" za rukovodioce iz oblasti bezbednosti i zaštite na radu (Dokument 017 des Normativen SCC-Regelwerk), kao i sertifikate kompanije "TÜV Rheinland" za vodećeg proverača sistema upravljanja kvalitetom prema ISO 9001:2015 i eksperta u oblasti opreme pod pritiskom. Ima položen kurs na doktorskim studijama "Nanotribologija: Teorija i primene" (eng. Nanotribology: Theory and applications), održan u januaru 2016. godine na Tehničkom Univerzitetu Danske. Služi se programima iz paketa Microsoft Office, kao i programima za modeliranje i numeričke proračune Solid Works, CATIA, ANSYS i Abaqus. Tečno govori engleski jezik. Poseduje vozačku dozvolu A i B kategorije.

Oženjen je i živi u Obrenovcu.

Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписани-а Филип Г. Вучетић

број индекса \_\_\_\_\_

Д10/2014

#### Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

#### Утицај концентрације напона и појаве прслине на преостали радни век биоматеријала за реконструктивне плочице

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 29.05.2020.

#### Прилог 2.

# Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора:	Филип Вучетић
Број индекса:	Д10/2014
Студијски програм:	Докторске академске студије - машинско инжењерство
Наслов рада:	Утицај концентрације напона и појаве прслине на преостали радни век биоматеријала за реконструктивне плочице
Ментор:	Проф. др Александар Седмак

Потписани, Филип Вучетић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног** репозиторијума Универзитета у Београду.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

У Београду, 29.05.2020.

Потпис докторанда

Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку "Светозар Марковић" да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Утицај концентрације напона и појаве прслине на преостали радни век биоматеријала за реконструктивне плочице

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

У Београду, 29.05.2020.

#### Потпис докторанда

1. Ауторство - Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.