

**Наставно–научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду**

Одлуком Наставно–научног већа Математичког факултета Универзитета у Београду бр. 1016/2–15 од 22.01.2016. године одређени смо за чланове комисије за преглед и оцену докторске дисертације Марије Боричић на тему ”Вероватносни рачуни секвената и класификација неklasичних логика заснована на ентропији” на коју је Веће научних области природно–математичких наука Универзитета у Београду дало своју сагласност 08.02.2016. године. Након што смо прегледали рад, подносимо следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Биографија кандидата

Име и презиме: Марија Боричић

Датум рођења: 29.10.1987.

Звање: Асистент, Факултет организационих наука, Универзитет у Београду

e-адреса: marija.boricic@fon.bg.ac.rs

Образовање: Завршила Математичку гимназију 2006. године у Београду. Дипломирала на Математичком факултету, Универзитета у Београду, 2010. године на студијском програму Статистика, актуарска и финансијска математика са просечном оценом 9,63. Мастер студије завршила на Математичком факултету, Универзитета у Београду, 2011. године, студијски програм Математика, модул Теоријска математика и примене, одбранивши рад под насловом ”Ергодичност и ентропија динамичких система”. Од 2011/12. студент је докторских студија на Математичком факултету, Универзитета у Београду, студијски програм Математика, при Катедри за алгебру и математичку логику, на којем је положила све испите. **Искуство у настави:** Сарадник у настави (од 2011.) и асистент (од 2013.) на Факултету организационих наука, Универзитета у Београду, где изводи наставу из следећих

предмета: Математика 1, Математика 2 и Нумеричка анализа. **Учешће на пројектима:** Од 2012. године учествује на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја, под називом: Репрезентације логичких структура и формалних језика и њихове примене у рачунарству (ON174026). **Области научног интересовања:** Математичка логика (Вероватносне логике и апроксимативно закључивање, теорија логичких система, поливалентне логике (MSC 03B48, 03B50, 03B55, 03B60, 03F03, 03F05))

2. Списак научних радова кандидата везаних за дисертацију

Радови објављени или прихваћени за објављивање у часописима:

- [1] M. Boričić, *On Entropy of a Logical System*, **Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing**, Volume 21, Number 5–6, 2013, p. 439–452, ISSN: 1542-3980 (print) ISSN: 1542-3999 (online) (IF=0.63) (M21)
- [2] M. Boričić, *Suppes-style sequent calculus for probability logic*, **Journal of Logic and Computation** (to appear) DOI:10.1093/logcom/exv068 (IF=0.585) (M22)
- [3] M. Boričić, *A note on entropy of logic*, **Yugoslav Journal of Operations Research** (to appear) DOI: 10.2298/YJOR151025011B
- [4] M. Boričić, *Inference rules for probability logic*, **Publications de l'Institut Mathématique** (to appear)

Радови објављени у зборницима радова:

- [5] *Verovatnosne verzije osnovnih pravila izvođenja*, **SYM-OP-IS 2011, XXXVIII**, Simpozijum o operacionim istraživanjima, Zbornik radova, pp. 739-741. (Koautor sa M. Jovović) ISBN 978-86-403-1168-7
- [6] *Evolucija koncepta entropije — od termodinamike do algebre*, **SYM-OP-IS 2012, XXXIX**, Simpozijum o operacionim istraživanjima, Zbornik radova, pp. 619–622. ISBN 978-86-7488-086-9
- [7] *O jednoj primeni entropije u teoriji logičkih sistema*, **SYM-OP-IS 2013, XL**, Simpozijum o operacionim istraživanjima, Zbornik radova, pp. 868–870, ISBN: 978-86-7680-286-9

[8] *Carnap–Popper–Leblanc–ov tip semantike za verovatnosno zaključivanje*, **SYM-OP-IS 2014, XLI**, Simpozijum o operacionim istraživanjima, Zbornik radova, pp. 644–647, ISBN: 978-86-7395-325-0

[9] *Saglasnost i potpunost verovatnosnih pravila zaključivanja*, **SYM-OP-IS 2015, XLII**, Simpozijum o operacionim istraživanjima, 2015, red. N. Mladenović i dr., Matematički institut SANU, Beograd, 2015, pp. 586–588.

Саопштења на конференцијама:

[10] *Hypothetical syllogism rule probabilized*, **Bulletin of Symbolic Logic**, Vol. 20, No. 3, 2014, pp. 401–402, Logic Colloquium 2012, University of Manchester, 12th–18th July 2012, Association for Symbolic Logic, British Logic Colloquium, London Mathematical Society and Manchester Institute for Mathematical Sciences.

[11] *On probabilistic inference rules*, Book of Abstracts, pp. 12–13, 50 Years of Seminar for Analysis and Foundations of Mathematics — International Conference Mathematical Logic and General Topology, September 5–8, Novi Sad, 2012.

[12] *Probabilistic logic as a labelled deductive system*, Abstracts, pp. 38–39, Druga nacionalna konferencija 'Verovatnosne logike i njihove primene', Matematički institut SANU, Beograd, 27. i 28. septembar 2012.

[13] *On entropy of a propositional logic*, **Bulletin of Symbolic Logic**, Vol. 20, No. 2, 2014, p. 225, Logic Colloquium 2013, European Summer Meeting, Evora, Portugal, 22nd–27th July 2013, Association for Symbolic Logic, CMAF–Universidade de Lisboa.

[14] *On definition of consistency in a probabilistic sequent calculus*, Abstracts, p. 14, Treća nacionalna konferencija 'Verovatnosne logike i njihove primene', Matematički institut SANU, Beograd, 26. septembar 2013.

[15] *Entropy and ergodic theory*, The book of abstracts, Information Theory and Complex Systems, Matematički institut SANU, Beograd, 25. septembar 2013.

[16] *Models for the probabilistic sequent calculus*, **Bulletin of Symbolic Logic**, Logic Colloquium 2014, European Summer Meeting of Association for Symbolic Logic, Vienna University of Technology 14th–19th July.

[17] *Sequent calculus for logic with high probabilities*, Knjiga apstrakata, pp. 15–16, Četvrta nacionalna konferencija 'Verovatnosne logike i njihove primene', Matematički institut SANU, Beograd, 2–3. oktobar 2014.

[18] *Suppes-style rules for probability logic*, Logic Colloquium 2015, European Summer Meeting of Association for Symbolic Logic, University of Helsinki 3–8 August.

[19] *A calculus of sequents with probability*, 4th International Conference Logic and Applications 2015, September 21–25, 2015, Dubrovnik.

[20] *Models for sequent calculus with high probabilities*, Peta nacionalna konferencija "Verovatnosne logike i njihove primene", Matematički institut SANU, Beograd, 29–30. oktobar 2015.

3. Предмет и садржај докторске дисертације

Докторска дисертација на 87+*viii* страна, са 121 библиографском јединицом, поред стандардног Увода и Закључка, садржи две главне целине. Једна целина се односи на вероватносне рачуне секвената, а друга на ентропију логичког система. Структура рада стриктно следи пријаву тезе прихваћену од стране Наставно–научног већа Математичког факултета и Већа природно–математичких наука Универзитета у Београду.

У уводном делу се дају сви неопходни елементи за праћење главних резултата изложених у другом и трећем делу рада и тичу се рачуна секвената и природних дедукција, вероватносних логика, расплнутих и поливалентних логика, и ентропије.

Други део рада се бави прво увођењем вероватносних проширења **LKprob** и **LKprob(ϵ)** Генценовог (G. Gentzen) рачуна секвената класичне логике исказа **LK**, а затим и вероватносним рачуном природних дедукција **NKprob** инспирисаним Генценовим рачуном **NK**, као и увођењем једног рачуна секвената расплинуте логике **LKfuz** заснованом такође на рачуну **LK**. Полази се од модела дефинисаних у радовима Карнапа (R. Carnap), Попера (K. R. Popper) и Леблана (H. Leblanc) и доказују се теореме сагласности и потпуности за рачуне **LKprob**, **LKprob(ϵ)** и **NKprob**. За рачун **LKfuz** дефинисана је одговарајућа семантика у односу на коју су доказане теореме сагласности и потпуности, као и теорема о елиминацији правила сечења.

У трећем делу рада се дефинише појам ентропије логичког система и демонстрира његова примена у класификацији појединих познатих коначно–валентних исказних логика, укључујући и асимптотске процене ентропије

неких познатих бесконачно–валентних исказних логика. Полази се од три могуће дефиниције мере на партицијама, и показује да две од њих, базиране на униформној и биномној расподели, не дају задовољавајући резултат, док трећа, заснована на геометријској расподели омогућава класификацију свих коначно–валентних исказних логика, осетљиву на број десигнираних и истинитосних вредности, као и класификацију појединих бесконачно–валентних исказних логика.

У Закључку се поред стандардног резимирања резултата износе и идеје за наставак научних истраживања везаних за тематику дисертације.

4. Научни резултати изнети у докторској дисертацији

У првој оригиналној целини, коју чини други део рада, уведени су дедуктивни системи настали спајањем две идеје: идеје Генцена да формализује релацију дедукције \vdash у објект језику, и идеје Карнапа, Попера и Леблана да се исказима придружују вероватноће. Предмет истраживања су рачуни **LKprob** и **LKprob**(ε), проширења оригиналног Генценовог рачуна **LK**, који омогућавају рад са објектима облика $\Gamma \vdash_a^b \Delta$, са значењем да је ”вероватноћа тврђења $\Gamma \vdash \Delta$ у интервалу $[a, b]$ ”, односно облика $\Gamma \vdash^n \Delta$, са значењем да је ”вероватноћа тврђења $\Gamma \vdash \Delta$ већа или једнака од $1 - n\varepsilon$ ”. За рачуне **LKprob** и **LKprob**(ε) дефинисани су специфични појмови непротивречних теорија и одговарајуће релације задовољења. Основни резултат ових истраживања је исказан кроз теореме потпуности за рачуне **LKprob** и **LKprob**(ε), у односу на вероватносну семантику чије је дефинисање инспирисано радовима Карнапа, Попера и Леблана. Овај део тезе је базиран на самосталним ауторкиним радовима [2], [3], [4], [5], [8] и [9], као и на саопштењима [10], [11], [12], [14], [16], [17], [18], [19] и [20]. Рачуни **LKprob** и **LKprob**(ε) отварају и могућност посматрања одговарајућег система природних дедукција **NKprob**, без доказ–теоретских резултата, али са доказом одговарајуће теореме потпуности. У наставку овог дела рада следи једно уопштење рачуна секвената **LKprob** и **LKprob**(ε), у којем се секвенти вреднују не више интервалима њихове вероватноће, него елементима једне коначне мреже са нулом и јединицом, што се заснива на једном ауторкином необјављеном раду. У овом рачуну изостаје правило адитивности, што отвара могућност добијања, поред сагласности

и потпуности, и једног доказ–теоретског резултата синтаксне природе, као што је елиминација правила сечења, што је такође дато у раду.

У другој оригиналној целини, коју чини трећи део рада, истраживање се тиче откривања могућности да се на бази уопштене Шенонове (С. Е. Shannon) дефиниције ентропије, која се појављује у савременим истраживањима теорије динамичких система и ергодичке теорије, идентификујући логички систем са његовом природном партицијом преко Линденбаум–Тарскијеве алгебре (А. Lindenbaum; А. Tarski), дефинише мера на скуповима партиције која омогућава класификацију коначно–валентних исказних логика. Показује се да предложени метод даје класификацију коначно–валентних логика која је осетљива истовремено, како на број истинитосних вредности, тако и на број десигнираних вредности логике. Примери примене овог приступа укључују тровалентне логике Лукашијевича, Клинија и Приста (J. Lukasiewicz; S. C. Kleene; G. Priest), четворовалентну логику Белнапа (N. D. Belnap) и m –валентне логике Гедела и Мекеја (K. Gödel; C. G. McKay). Показује се, такође, да је метод могуће асимптотски продужити и на неке бесконачно–валентне логике (А. Heyting; M. Dummett). Овај део тезе је базиран на самосталним радовима ауторке [1], [3], [6] и [7], као и на сопштењима [13] и [15].

Дисертација покрива део неистражених веза између рачуна секвената и вероватносних логика, које су до сада у литератури доминантно посматране у формулацијама типа Хилберта (D. Hilbert). Такође, овај приступ отвара јасније могућност повезивања логичких система који прецизирају модалитете апроксимативног закључивања са системима природних дедукција, што би, коначно, довело и до приближавања теорије доказа овој специфичној области математичке логике.

Поред тога, дисертација указује на још једну ефектну примену ентропије, сада у теорији логичких система, и то на начин који доприноси једном новом концепту класификације који се из контекста теорије динамичких система преноси на поливалентне логике исказа.

5. Методе коришћене у истраживању

Полазиште дисертације представља чињеница да веза између концепта вероватносних оператора у логици и доказ–теоретског приступа релацији

дедукције није довољно истражена и потенцирана у литератури, мада се свака од две поменуте области независно развија, без пуно међусобних додирних тачака. Ова веза ствара могућност развоја механизма за непосредну примену добијених резултата у одређивању вероватноће доказивости исказа узрочно–последичне форме, из неких емпиријски утврђених ставова. Такође, релевантно за трећи део рада, ентропија као мера неодређености која потиче из термодинамике, налазећи примене у многим математичким дисциплинама, своју ефективну примену, као инваријантна особина динамичког система, добија и у математичкој логици.

У другом делу рада, поред класичних метода које се обично користе у доказима теорема сагласности, као што је индукција по дужини доказа, и теорема потпуности, уз неминовну конструкцију засићених модела, установљене су везе између два скоро независна тока којим се развијају теорија доказа, с једне, и теорија апроксимативног закључивања са вероватносним логикама, с друге стране. У трећем делу рада, аналогијом, повезан је концепт ентропије, као инваријанте у теорији динамичких система, са коначно–валентним исказним логичким системима, где је најзначајнији елемент тог повезивања поистовећивање логичког система са сопственом партиципјом скупа свих исказних формула заснованој на релацији еквидоказивости.

6. Закључак и предлог

Кандидаткиња је до сада објавила један самосталан рад у реномираном међународном часопису, а два самостална рада су јој прихваћена за објављивање у реномираним међународним часописима, и има низ радова објављених у зборницима радова и саопштених на међународним и националним конференцијама везаних за тематику дисертације, као и неколико предавања на научним семинарима Математичког института САНУ, Семинару за вероватносне логике и Семинару за логику. Посебно истичемо самосталан рад кандидаткиње [1] објављен у часопису категорије М21, који се, поред радова [3], [6] и [7], и саопштења [13] и [15], односи на нов приступ класификацији неklasичних логика заснован на појму ентропије, као и самосталан рад кандидаткиње [2] прихваћен за објављивање у часопису категорије М22, те радове [4], [5] и [8], и бројна самостална учешћа кандидаткиње на ме-

Ћународним и националним конференцијама ([10], [11], [12], [14], [16], [17], [18], [19] и [20]) са саопштењима која се односе на истраживање понашања вероватносних оператора у контексту рачуна секвената.

Имајући у виду горе наведене чињенице у вези са вредним оригиналним научним резултатима изложеним у дисертацији, са задовољством предлаземо Наставно–научном већу Математичког факултета Универзитета у Београду и Већу научних области природно–математичких наука Универзитета у Београду да одобри Марији Боричић одбрану докторске дисертације под насловом ”Вероватносни рачуни секвената и класификација неklasичних логика заснована на ентропији”, и одреди комисију за њену јавну одбрану.

Београд, 11.10.2016.

Чланови Комисије за преглед и оцену дисертације,

др Небојша Икодиновић, доцент Математичког факултета, Београд

др Милан Божић, ванредни професор Математичког факултета, Београд

др Зоран Огњановић, научни саветник Математичког института САНУ

др Зоран Марковић, научни саветник Математичког института САНУ