

UNIVERZITET U BEOGRADU  
RUDARSKO-GEOLOŠKI FAKULTET

Daniel P. Kržanović

**MODEL ZA OPTIMIZACIJU GRANIČNOG  
SADRŽAJA METALA U RUDI U  
FUNKCIJI DUGOROČNOG PLANIRANJA  
POVRŠINSKIH KOPOVA**

doktorska disertacija

Beograd, 2016

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF MINING AND GEOLOGY

Daniel P. Kržanović

**MODEL FOR THE CUT OFF GRADE  
OPTIMIZATION IN THE FUNCTION OF  
LONG-TERM PLANNING OF THE OPEN  
PITS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2016

## PODACI O MENTORU I ČLANOVIMA KOMISIJE

### **Mentor:**

dr Nikola Lilić, redovni profesor,  
Priprema mineralnih sirovina, zaštita životne sredine i zaštita na radu  
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

### **Članovi komisije:**

dr Božo Kolonja, redovni profesor,  
Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena  
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

dr Dinko Knežević, redovni profesor,  
Priprema mineralnih sirovina, zaštita životne sredine i zaštita na radu  
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

dr Dejan Stevanović, docent,  
Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena  
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

dr Milenko Ljubojev, naučni savetnik  
Mehanika tla i stena  
Institut za rudarstvo i metalurgiju Bor

Datum odbrane: \_\_\_\_\_

# MODEL ZA OPTIMIZACIJU GRANIČNOG SADRŽAJA METALA U RUDI U FUNKCIJI DUGOROČNOG PLANIRANJA POVRŠINSKIH KOPOVA

## REZIME

Optimizacija graničnog sadržaja metala u rudi jedan je od osnovnih koraka u planiranju i dizajniranju površinskih kopova i ima za cilj postizanje maksimalne neto sadašnje vrednosti (NPV). Iz tog razloga, optimizacija graničnog sadržaja i danas je predmet mnogih istraživanja u rudarskoj nauci, sa ciljem rešavanja praktičnih problema u eksploataciji ležišta.

Dugoročno planiranje eksploatacije na površinskim kopovima podrazumeva sagledavanje svih relevantnih parametara i faktora (geologije rudnog ležišta, tehnologije proizvodnog procesa, kapaciteta otkopavanja i prerade, troškova, cena metala, iskorišćenja i dr) kako bi rudarski projekat postigao maksimalan profit.

Primenom različitih metoda i optimizacionih algoritama, koji se danas koriste u savremenim softverskim alatima, moguće je upravljati proizvodnim troškovima i prihodima, odnosno ekonomijom poslovanja.

Sa istim ciljem u ovoj doktorskoj disertaciji razvijen je integralni matematički model za optimizaciju graničnog sadržaja metala u rudi, čijom se implementacijom postiže unapređenje ekonomskih rezultata u integrisanom sistemu eksploatacije, flotacijske i metalurške prerade rude. Konkretno, primenom predloženog modela postiže se maksimizacija neto sadašnje vrednosti projekta.

Značaj optimizacije graničnog sadržaja metala u rudi kod dugoročnog planiranja eksploatacije na površinskim kopovima ilustrovan je na primeru polimetaličnog ležišta Kraku Bugaresku Cementacija, u okviru koga se eksploatišu dva tipa rude, sulfidna i oksidna.

Rezultati analize pokazuju da bi se selektivnim otkopavanjem rude sa sadržajem oksidnog bakra maksimalno do 10%, i rude sa sadržajem oksidnog bakra većeg od

10%, postiglo povećanje vrednosti NPV za 24,77%, a optimizacijom graničnog sadržaja metala u rudi dodatno povećanje vrednosti NPV za 10,07%. Ukupno povećanje vrednosti NPV iznosi 37,34%, što je značajno poboljšanje ukupnih ekonomskih efekata u poslovnom sistemu rudarstvo – metalurgija.

**Ključne reči:** površinski kop, dugoročno planiranje, optimizacija graničnog sadržaja, maksimizacija neto sadašnje vrednosti (NPV).

**Naučna oblast:**

Rudarsko inženjerstvo

**Uža naučna oblast:**

Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena

**UDK:**

519.863/.87:553.9

622.271:622.33(043.3)

# **MODEL FOR THE CUT OFF GRADE OPTIMIZATION IN THE FUNCTION OF LONG-TERM PLANNING OF THE OPEN PITS**

## **ABSTRACT**

Optimization the cut off grade of metal in the ore is one of the basic steps in planning and design of the open pit and is aimed to achieve maximum net present value (NPV). For this reason, the optimization of cut off grade is even today the subject of many researches in the mining science, with the aim of solving the practical problems in the exploitation of deposits.

Long-term planning of exploitation at the open pit involves consideration of all relevant parameters and factors (geology of ore deposit, production process technology, capacity of mining and processing, costs, metal prices, recovery, etc.) for maximum profit of mining project.

By applying various methods and optimization algorithms, which are used today in the modern software tools, it is possible to manage the production costs and revenues or economy of operation.

With the same aim of this doctoral dissertation, the integrated mathematical model has been developed for optimization the cut off grade of metal in the ore, whose implementation is used to achieve the improvement of economic results in the integrated system of exploitation, flotation and metallurgical processing of ore. In particular, the application of proposed model is achieved by maximization the net present value of the project.

The importance of optimization the cut off grade of metal in the ore for long-term planning in exploitation the open pits is illustrated in the case of polymetallic deposit Kraku Bugaresku Cementacija, within two types of ore, sulfide and oxide, are mined.

The results of analysis show that the selective excavation of ore with the oxide copper content to maximum of 10%, and the ore with the oxide copper content greater than 10%, an increase in the value of NPV would be achieved for 24.77%, while optimizing the cut off grade of metal in the ore further increase the value of NPV to 10.07%. Total increase in the value of NPV is 37.34%, which is a significant improvement in the overall economic effects in the business system mining – metallurgy.

**Keywords:** open pit, long-term planning, cut off grade optimization, maximization of net present value (NPV).

**Scientific field:**

Mining Engineering

**Special scientific field:**

Exploration of hard mineral resources and rock mechanics

**UDC:**

519.863/.87:553.9

622.271:622.33(043.3)

*Posvećeno*

*Mojim voljenim roditeljima Srbislavi i Petru,*

*mom dragom bratu Adrianu,*

*mojoj divnoj supruzi Neli,*

*mojim predivnim ćerkama Anđeliki i Sandri,*

*i mojoj predivnoj unuci Nađi.*



## SPISAK AKRONIMA

- ATC** – Ukupni prosečni troškovi (*engl. Average Total Cost*)
- BLUE** – Najbolji linearni nepristrani procenitelji (*engl. Best Linear Unbiased Estimators*)
- CAPEX** – Kapitalni izdaci (*engl. CAPital EXpenditure*)
- CAPM** – Metoda za izračunavanje troška kapitala (*engl. Capital Asset Pricing Model*)
- CS** – Uslovna simulacija (*engl. Conditional simulation*)
- DCF** – Diskontovani novčani tokovi (*engl. Discounted cash flows*)
- DP** – Dinamičko programiranje (*engl. Dynamic Programming*)
- EBIT** – Dobit pre nego što se oduzme kamata i porez (*engl. Earnings Before Interest and Taxes*)
- EBITDA** – Dobit pre nego što se oduzme kamata, porez i amortizacije (*engl. Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization*)
- EVB** – Ekonomska vrednost bloka
- GA** – Genetski algoritmi (*engl. Genetic Algorithms*)
- IP** – Indeks profitabilnosti
- IRR** – Interna stopa povratka (*engl. Internal Rate of Return*)
- LTP** – Dugoročno planiranje (*engl. Long-term planning*)
- MA** – Mravlji algoritmi
- MC** – Marginalni proizvodni trošak (*engl. Marginal Cost*)
- MCS** – Monte Carlo simulacija (*engl. Monte Carlo simulation*)
- MILP** – Mešovito celobrojno linearno programiranje (*engl. Mixed Integer Linear Programming*)
- MP** – Marginalni prihod
- NOPAT** – Neto operativni profit nakon oporezivanja (*engl. Net Operating Profit After Tax*)
- NPV** – Neto sadašnja vrednost (*engl. Net Present Value*)
- NSR** – Neto metalurški povraćaj prihoda (*engl. Net Smelter Return*)
- OMK** – Optimizacija pomoću mravljih kolonija

- PV** – Sadašnja vrednost (*engl. Present Value*)
- ROA** – Stopa prinosa na aktivu (*engl. Return on Assets*)
- ROCE** – Prinos na kapital (*engl. Return On Capital Employed*)
- ROE** – Prinos na akcijski kapital (*engl. Return on Equity*)
- ROFE** – Prinos na sredstva zaposlenih (*engl. Return on Funds Employed*)
- RONA** – Prinos na neto aktivu (*engl. Return On Net Operating Assets*)
- ROV** – Realne opcije vrednosti (*engl. Real Options Value*)
- RP** – Premija rizika (*engl. Risk Premium*)
- SA** – Simulirano kaljenje (*engl. Simulated Annealing*)
- SMK** – Sistemi mravljih kolonija
- WACC** – Ponderisana prosečna cena kapitala (*engl. Weighted Average Cost of Capital*)

## SADRŽAJ

<b>1.0. UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Značaj i cilj istraživanja .....</b>	<b>3</b>
<b>1.2. Struktura disertacije sa kratkim pregledom poglavlja .....</b>	<b>4</b>
<b>2.0. PREGLED LITERATURE.....</b>	<b>7</b>
<b>2.1. Deterministički pristup optimizaciji graničnog sadržaja.....</b>	<b>7</b>
<b>2.2. Stohastički pristup optimizaciji graničnog sadržaja .....</b>	<b>11</b>
<b>2.3. Realne opcije vrednosti .....</b>	<b>14</b>
<b>3.0. DUGOROČNO PLANIRANJE POVRŠINSKIH KOPOVA.....</b>	<b>18</b>
<b>3.1. Tradicionalno planiranje površinskih kopova.....</b>	<b>18</b>
<b>3.2. Savremeni pristup planiranju površinskih kopova.....</b>	<b>19</b>
<b>3.3. Analiza procesa projektovanja.....</b>	<b>21</b>
3.3.1. Cilj dugoročnog planiranja.....	22
3.3.2. Faze (koraci) u procesu projektovanja .....	24
<b>3.4. Geološki model ležišta.....</b>	<b>27</b>
3.4.1. Definisavanje domena .....	31
3.4.2. Analiza istražnih geoloških podataka.....	34
3.4.3. Geostatistička analiza .....	35
3.4.4. Metoda inverznog rastojanja .....	40
3.4.5. Postupak krosvalidacije modela.....	40
<b>3.5. Model troškova .....</b>	<b>41</b>
3.5.1. Kapitalni troškovi.....	41
3.5.2. Marginalni (granični) troškovi.....	43
3.5.3. Fiksni troškovi .....	45
3.5.4. Varijabilni troškovi .....	45

3.5.5. Oportunitetni troškovi .....	46
3.5.6. Nepovratni troškovi .....	48
3.5.7. Troškovi gotovine i pseudo troškovi .....	48
<b>3.6. Model za ekonomsku evaluaciju rudarskih projekata .....</b>	<b>50</b>
3.6.1. Osnovni principi modela .....	50
3.6.2. Varijable modela .....	51
3.6.3. Ciljevi i mere vrednosti .....	52
3.6.3.1. Vrednost, ciljevi i ograničenja .....	53
3.6.3.2. Diskontovanje novčanih tokova - mere vrednosti .....	56
3.6.3.3. Računovodstvene mere .....	64
3.6.3.4. Troškovne mere .....	66
3.6.3.5. Fizičke i vremenski povezane mere .....	68
3.6.3.6. Životni vek rudnika .....	70
3.6.3.7. Količine rezervi .....	75
3.6.3.8. Stabilnost proizvodnje i iskorišćenje opreme .....	76
3.6.4. Metode procene .....	77
3.6.4.1. Tradicionalne metode procene .....	77
3.6.4.2. Monte Karlo simulacija .....	79
3.6.4.3. Uslovna simulacija .....	81
3.6.4.4. Dinamičko diskontovanje novčanog toka - Modeliranje budućeg upravljanja odlukama .....	82
3.6.4.5. Realne opcije vrednosti .....	83
<b>3.7. Model za optimizaciju površinskog kopa .....</b>	<b>88</b>
3.7.1. Uvod .....	88
3.7.2. Algoritmi za optimizaciju površinskog kopa .....	89
3.7.2.1. Lerchs-Grossmann algoritam .....	89
3.7.2.2. Whittle algoritam .....	93
3.7.2.3. Monte-Carlo metoda .....	99
3.7.2.4. Genetski algoritmi .....	102
3.7.2.5. Mravlji algoritmi .....	106
3.7.2.6. Algoritam simuliranog kaljenja .....	109

3.7.3. Matematički modeli programiranja .....	111
3.7.3.1. Mešovito celobrojno linearno programiranje.....	111
3.7.3.2. Dinamičko programiranje .....	115
3.7.4. Izbor faza razvoja kopa .....	117
<b>3.8. Model za optimizaciju dinamike otkopavanja.....</b>	<b>120</b>
3.8.1. Opis problema.....	120
3.8.2. Primena ugnježdenih školjki kopova za simulaciju otkopavanja.....	121
3.8.3. Milawa optimizacioni algoritam .....	122
<b>4.0. MATEMATIČKI MODEL ZA OPTIMIZACIJU GRANIČNOG SADRŽAJA</b>	
<b><i>METALA U RUDI</i>.....</b>	<b>129</b>
<b>4.1. Definicija graničnog sadržaja .....</b>	<b>129</b>
<b>4.2. Strategija graničnog sadržaja .....</b>	<b>135</b>
4.2.1. Određivanje odnosa sadržaja metala u rudi i in-situ tonaže (mase) rude .....	137
4.2.2. Uticaj vremenske dimenzije novca na granični sadržaj .....	138
4.2.3. Uticaj faznog razvoja kopa na granični sadržaj .....	139
4.2.4. Efekat većeg graničnog sadržaja u prvim godinama eksploatacije.....	140
4.2.5. Uticaj formiranja rudnih zaliha sa nižim sadržajem na granični sadržaj .....	142
4.2.6. Uticaj visokih cena metala na granični sadržaj.....	144
<b>4.3. Cilj optimizacije graničnog sadržaja .....</b>	<b>146</b>
<b>4.4. Metode optimizacije graničnog sadržaja .....</b>	<b>147</b>
4.4.1. Lane metoda optimizacije graničnog sadržaja.....	148
4.4.2. Whittle metoda optimizacije graničnog sadržaja .....	154
<b>4.5. Ograničavajući ekonomski granični sadržaji.....</b>	<b>157</b>
4.5.1. Ograničenje kapaciteta otkopavanja.....	159
4.5.2. Ograničenje kapaciteta flotacijske prerade.....	162
4.5.3. Ograničenje kapaciteta metalurške prerade.....	164
<b>4.6. Balansiranje graničnim sadržajima .....</b>	<b>168</b>

4.7. Efektivni optimalni granični sadržaj.....	173
4.8. Optimizacija graničnog sadržaja kod polimetalčnih ležišta.....	179
4.8.1. Neto metalurški povraćaj prihoda.....	188
4.9. Optimizacija graničnog sadržaja kod otkopavanja poslednje faze razvoja površinskog kopa .....	190
4.10. Formiranje rudnih zaliha – deponija rude .....	192
<b>5.0. RAZVOJ INTEGRALNOG MODELA ZA OPTIMIZACIJU GRANIČNOG     SADRŽAJA METALA U RUDI .....</b>	<b>199</b>
5.1. Definisane problema .....	199
5.2. Rešenje problema .....	202
5.3. Pretpostavke i ograničenja modela .....	204
5.4. Korišćeni softverski paketi.....	205
5.5. Algoritam integralnog modela .....	207
5.6. Primenjeni matematički algoritmi za razvoj integralnog modela ....	211
5.6.1. Model za formiranje blok-modela ležišta.....	211
5.6.2. Model troškova i prihoda .....	225
5.6.3. Model za ekonomsku evaluaciju projekta.....	232
5.6.4. Model za optimizaciju granice kopa i izbor faza razvoja kopa .....	234
5.6.5. Model za optimizaciju plana dinamike otkopavanja .....	237
5.6.6. Model za optimizaciju graničnog sadržaja metala u rudi .....	240
<b>6.0. PRIMENA RAZVIJENOG INTEGRALNOG MODELA NA LEŽIŠTU KRAKU     BUGARESKU CEMENTACIJA.....</b>	<b>243</b>
6.1. Geologija ležišta.....	243
6.2. Blok modela ležišta .....	244
6.3. Tehnologija otkopavanja i prerade .....	248
6.4. Opis tehnološkog problema eksploatacije i prerade rude .....	249
6.5. Opis mogućeg rešenja problema .....	252

<b>6.6. Primena razvijenog modela - Rezultati analize.....</b>	<b>258</b>
6.6.1. Varijanta 1 .....	258
6.6.2. Varijanta 2 .....	264
6.6.3. Varijanta 3 .....	269
<b>6.7. Komentari rezultatata analize.....</b>	<b>271</b>
<b>7.0. ZAKLJUČAK I PREPORUKE ZA DALJI RAD.....</b>	<b>277</b>
<b>LITERATURA.....</b>	<b>281</b>
<b>BIOGRAFIJA.....</b>	<b>297</b>

## SPISAK SLIKA

Slika 2.1. Površina maksimalne NPV (Lane, 1988).....	9
Slika 2.2. Strategija graničnog sadržaja (Cairns i Shinkuma, 2003).....	12
Slika 3.1. Prikaz 3D površine terena na površinskom kopu.....	20
Slika 3.2. Faze u dugoročnom planiranju površinskog kopa u kružnoj analizi .....	21
Slika 3.3. Grafik uzajamnog odnosa flotacijskog iskorišćenja bakra i srednjeg sadržaja bakra .....	23
Slika 3.4. Koraci u planiranju površinskog kopa .....	25
Slika 3.5. Faze u lancu vrednosti .....	26
Slika 3.6. Tipičan 2D model topografije .....	28
Slika 3.7. Prikaz 3D blok modela ležišta.....	29
Slika 3.8. Mreža formiranih digitalnih profila.....	29
Slika 3.9. Formiran 3D solid rudnog tela .....	30
Slika 3.10. Prikaz blok modela ležišta bakra (2D projekcija) .....	31
Slika 3.11. Grafik kontakta konstruisan je da pokaže oštru granicu između oksidnih i primarnih sulfidnih zona. Sadržaj bakra prikazan je kao funkcija udaljenosti od kontakta, a histogram prikazuje broj uzoraka na svakoj udaljenosti. Veličina tačke uzorka prikazuje se kao funkcija varijanse (sa niskom varijansom tačke su veće) .....	33
Slika 3.12. Grafik kontakta konstruisan je da pokaže meku ili prelaznu granicu između oksidnih i sekundarnih sulfidnih jedinica. Prikazana svojstva ista su kao i na slici 3.11. ....	33
Slika 3.13. Parametri semivariograma .....	36
Slika 3.14. Kriva graničnih troškova.....	44
Slika 3.15. Neto sadašnja vrednost u odnosu na diskontnu stopu za jednu promenu znaka u obrazcu novčanih tokova .....	61
Slika 3.16. Neto sadašnja vrednost u odnosu na diskontnu stopu za dve promene znaka u obrazcu novčanih tokova .....	62
Slika 3.17. Kriva opšte zavisnosti vrednosti od graničnog sadržaja .....	71
Slika 3.18. Kriva opšte zavisnosti vrednosti od proizvodnog kapaciteta.....	72



Slika 3.19. Karakteristični dijagram „brdo vrednosti“ koji definiše zavisnost vrednosti od graničnog sadržaja i planiranog kapaciteta .....	73
Slika 3.20. Prikaz vrednosnih mera u odnosu na granični sadržaj.....	74
Slika 3.21. Primer simulirane cene bakra tokom vremena sa vraćanjem na dugoročni trend (Samis i dr, 2012) .....	87
Slika 3.22. Primer binomne rešetke za cenu bakra .....	88
Slika 3.23. Stablo sa korenom $x_0$ i pridruženim numeričkim vrednostima čvorovima stabla .....	91
Slika 3.24. Prikaz jakih i slabih grana.....	92
Slika 3.25. Dobijeno stablo nakon normalizacije.....	92
Slika 3.26. Redosled optimizacije školjki kopova.....	97
Slika 3.27. Tipičan NPV-tonaža grafikon ( <i>engl. NPV-Tonnage graph</i> ) po metodi Whittle (Wharton, 2000).....	98
Slika 3.28. Prepreka na putanji kolone mrava (Mitrović-Varga, Z., 2008) .....	107
Slika 3.29. Kolona mrava koja je našla najkraći put (Mitrović-Varga, Z., 2008).....	108
Slika 3.30. Globalna pretraga i stabilizacija kod SA (Mitrović-Varga, Z., 2008).....	110
Slika 3.31. Koraci optimizacije dinamike otkopavanja na površinskom kopu primenom simuliranog kaljenja .....	111
Slika 3.32. Ograničenja kosina u 3D obliku, (a), $y = 5$ i (b) $y = 9$ .....	115
Slika 3.33. Prikaz faznog razvoja rudarskih radova na površinskom kopu .....	119
Slika 3.34. Konture ugnježenih kopova za različite parametre.....	120
Slika 3.35. Prikaz malog niza školjki kopova i etaža .....	122
Slika 3.36. Godišnja proizvodnja rudnika, (Wharton, 2000) .....	125
Slika 3.37. Milava algoritam, (Wharton, 2000) .....	126
Slika 3.38. Grafikon ruda–jalovina po periodima, (Wharton, 2000) .....	127
Slika 3.39. Konačna dinamika otkopavanja (Wharton, 2000).....	128
Slika 4.1. Određivanje graničnog sadržaja u ležištu .....	129
Slika 4.2. Odnos između geoloških graničnih sadržaja, in-situ tonaže i prosečnog sadržaja .....	132
Slika 4.3. Godišnji neto novčani tok u odnosu na budžetski granični sadržaj.....	133
Slika 4.4. Krive odnosa sadržaja metala u rudi i tonaže (Rendu, 2008) .....	137
Slika 4.5. Efekat optimizacije površinskog kopa, (Whittle, G. i Whittle, J., 2007) ..	140

Slika 4.6. Efekti optimizacije graničnog sadržaja, (Whittle, G. i Whittle, J., 2007) .....	142
Slika 4.7. Efekti formiranja rudnih zaliha sa nižim sadržajem (Whittle, G. i Whittle, J., 2007) .....	143
Slika 4.8. Primer uticaja cene na redosled prerade otkopanih blokovi tako da se maksimizira NPV. Za slučaj A cena je niska i iznosi $S = 1\ 000$ \$/kg, a za slučaj B cena je visoka i iznosi $S = 10\ 000$ \$/kg .....	145
Slika 4.9. Kriva graničnih sadržaja za pojedinačne priraštaje kod primene Lane metode .....	154
Slika 4.10. Kriva graničnog sadržaja za pojedinačne priraštaje koja se dobija primenom Whittle metode .....	156
Slika 4.11. Procena graničnog sadržaja pod pretpostavkom da je kapacitet otkopavanja fiksna (Rendu, 2008) .....	161
Slika 4.12. Procena graničnog sadržaja za slučaj fiksnog kapaciteta flotacijske prerade (Rendu, 2008).....	163
Slika 4.13. Procena graničnog sadržaja i tonaže za dati prosečan sadržaj (Rendu, 2008) .....	167
Slika 4.14. Procena graničnog sadržaja za planirane (zahtevane) količine metala (Rendu, 2008) .....	168
Slika 4.15. Kriva sadržaj – tonaža za I slučaj balansiranja graničnim sadržajima (Asad, M.W.A., Topal, E., 2011) .....	171
Slika 4.16. Kriva sadržaj – tonaža za II slučaj balansiranja graničnim sadržajima (Asad, M.W.A., Topal, E., 2011) .....	172
Slika 4.17. Kriva sadržaj – tonaža za III slučaj balansiranja graničnim sadržajima (Asad, M.W.A., Topal, E., 2011) .....	173
Slika 4.18. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj za jednu komponentu ( $M$ ) gde komponenta $M$ limitira ekonomski optimum (Lane, 1997) ...	174
Slika 4.19. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj za dve komponente ( $M$ i $C$ ) gde se optimum dobija balansiranjem graničnih sadržaja $g_m$ i $g_h$ (Lane, 1997).....	175
Slika 4.20. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj dve komponente ( $M$ i $C$ ) gde komponenta $M$ ograničava optimum (Lane, 1997).....	176

Slika 4.21. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj dve komponente ( $M$ i $C$ ) gde komponenta $C$ ograničava optimum (Lane, 1997).....	176
Slika 4.22. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj za tri komponente; slučaj kada se efektivni optimalni granični sadržaj $G_{mk}$ , koji daje maksimum, ne poklapa sa ostalim efektivnim optimalnim graničnim sadržajima $G_{mh}$ i $G_{hk}$ (Lane, 1997).....	178
Slika 4.23. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj za tri komponente; slučaj kada se efektivni optimalni granični sadržaji $G_{mh}$ i $G_{hk}$ , koji daju maksimum, međusobno poklapaju (Lane, 1997) .....	179
Slika 4.24. Dvodimenzionalna distribucija sadržaj-tonaža za dva minerala u ležištu (Asad, 2005a) .....	181
Slika 4.25. Scenario maksimizacije NPV prikazano na vremenskom dijagramu ...	185
Slika 5.1. Algoritam razvijenog integralnog modela .....	210
Slika 5.2. Pojedinačni blok modeli - atributi u okviru kompletnog blok modela ...	213
Slika 5.3. Odnos primarne i sekundarnih tabela u radnoj bazi podataka .....	214
Slika 5.4. Baza podataka programa Access sa prikazom litoloških podataka .....	217
Slika 5.5. Radna baza podataka bušotina sa prikazom litologije rudnog tela .....	218
Slika 5.6. Radna baza sa unetim podacima o sadržaju metala.....	218
Slika 5.7. Prostorni položaj istražnih bušotina na ležištu .....	219
Slika 5.8. Editor profila za pripremu kompozita.....	220
Slika 5.9. Interpretacija litologije ležišta na horizontalnom profilu .....	222
Slika 5.10. Interpretacija litologije ležišta na vertikalnom poprečnom profilu .....	222
Slika 5.11. Blok model ležišta Kraku Bugaresku Cementacija u 3D formatu.....	225
Slika 5.12. Paneli softvera za definisanje i unos troškova.....	227
Slika 5.13. Panel softvera za unos vremenskih troškova .....	229
Slika 5.14. Kretanja cene bakra za period od 1960. ÷ 2015. godine, izvor Svetska banka .....	230
Slika 5.15. Dugoročna prognoza kretanja cene bakra za period 2013. ÷ 2025. godine, izvor Svetska banka .....	231
Slika 5.16. Metoda za DCF analizu projekta.....	233
Slika 5.17. Panel softvera za definisanje zahteva za sprovođenje DCF analize .....	234
Slika 5.18. Generisane školjke kopova.....	236

Slika 5.19. Panel za unos ograničenja kapaciteta otkopavanja i flotacijske prerade rude .....	237
Slika 5.20. Panel softvera za definisanje i izbor opcije za optimizaciju dinamike eksploatacije.....	239
Slika 5.21. Panel softvera za definisanje procesa optimizacije graničnog sadržaja .....	240
Slika 5.22. Panel za formiranje rudnih zaliha .....	242
Slika 6.1. Ležište Kraku Bugaresku Cementacija sa izdvojenim rudnim telima „C1“, „C2“, „C3“ i „C4“ .....	243
Slika 6.2. Variogram za prostornu distribuciju ukupnog bakra.....	246
Slika 6.3. Variogram za prostornu distribuciju bakar oksida .....	246
Slika 6.4. Grafički prikaz trend analize za ukupni bakar po etažama (dubini) u ležištu .....	247
Slika 6.5. Blok model sadržaja ukupnog bakra.....	248
Slika 6.6. Proces otkopavanja i prerade na lokalitet Kraku Bugaresku Cementacija u okviru kompanije RTB Bor-Grupa .....	249
Slika 6.7. Odnos flotacijskih iskorišćenja i sadržaja oksidnog bakra .....	250
Slika 6.8. Odnos flotacijskih iskorišćenja, sadržaja bakra u koncentratu i sadržaja bakra na ulazu u flotacijsku preradu .....	251
Slika 6.9. Grafik sadržaj – tonaža za ležište Kraku Bugaresku–Cementacija .....	252
Slika 6.10. Skript koju koristi softver za razdvajanje definisanih tipova rude .....	253
Slika 6.11. Redefinisani blok model ežišta Kraku Bugaresku – Cementacija.....	254
Slika 6.12. Šematski prikaz procesa eksploatacije za Varijantu 1.....	256
Slika 6.13. Šematski prikaz procesa eksploatacije za Varijantu 2.....	256
Slika 6.14. Šematski prikaz procesa eksploatacije za Varijantu 3.....	257
Slika 6.15. Grafikon NPV-tonaža - Varijanta 1 .....	260
Slika 6.16. Grafički prikaz završnog kopa - kop broj 25 .....	261
Slika 6.17. Grafički prikaz optimalnih faza razvoja kopa – kopovi broj 11 i 18.....	262
Slika 6.18. Grafički prikaz optimalne dinamike, Varijanta 1 .....	263
Slika 6.19. Grafikon - NPV-tonaža, Varijanta 2 .....	266
Slika 6.20. Grafički prikaz završnog kopa - kop broj 25 .....	266
Slika 6.21. Grafički prikaz optimalnih faza razvoja kopa – kopovi broj 9 i 17 .....	267

Slika 6.22. Grafički prikaz optimalne dinamike, Varijanta 2 .....	268
Slika 6.23. Optimalni plan generisan optimizacijom graničnog sadržaja .....	271
Slika 6.24. Grafički prikaz rezultata optimalne dinamike otkopavanja za Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3 .....	273
Slika 6.25. Tok prosečnog sadržaja Cu u rudi za planirani vek eksploatacije za analiziranu Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3 .....	274
Slika 6.26. Diskontovani novčani tok za planirani vek eksploatacije za analiziranu Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3 .....	275

## 1.0. UVOD

Profitabilna eksploatacija mineralizovanog materijala iz zemljine kore složen je i težak zadatak koji zavisi od sveobuhvatnog procesa planiranja. Odgovor na pitanje kako treba planirati proizvodnju zavisi od geometrije ležišta, i koncentracije i distribucije minerala u njemu. Kompleksna priroda ležišta mineralnih sirovina u velikoj meri određuju način eksploatacije i profitabilnost rudarske operacije.

Dugoročno planiranje površinskih kopova mora da uvažava prirodna ograničenja koja su povezana sa rudnim ležištem, i postizanje projektovanih kapaciteta otkopavanja i prerade.

Blok model ležišta, kreiran metodom geostatističkog modeliranja, sa izdvojenim područjima korisnih rudnih blokova i neprofitnih blokova jalovine, omogućava inženjerima da izaberu odgovarajuće metode otkopavanja i da planiraju potrebnu opremu i infrastrukturne objekte koji su neophodni za odvijanje procesa eksploatacije rude. Blok model ležišta predstavlja glavni input u procesu optimizacije površinskog kopa.

Optimizacioni algoritmi, koji su razvijani proteklih pedeset i više godina, omogućili su inženjerima rudarske struke da izrađuju kvalitetne i u realnim uslovima primenljive rudarske projekte, kojima se obezbeđuje postizanje najboljih ekonomskih efekata. Maksimizacija NPV jedan je od osnovnih ciljeva i zadataka u poslovanju svake rudarske kompanije.

Kako granični sadržaj metala u rudi (*engl. Cut off grade*) obezbeđuje osnovu za određivanje količine rude i jalovine, to direktno utiče na novčane tokove, na osnovu činjenice, da, viši granični sadržaj dovodi do toga da se realizuje veća neto sadašnja vrednost (NPV) u zavisnosti od distribucije sadržaja u ležištu (Dagdelen, 1993).

Promena graničnog sadržaja ima duboke posledice na ekonomiju projekta. Povećanje dovodi do smanjenja dela ležišta koji se smatra rudom, dok će se

prosečan sadržaj rude povećati. Smanjenje graničnog sadržaja ima suprotan efekat, odnosno povećavaju se rudne rezerve, a prosečan sadržaj se smanjuje. Menjanje graničnog sadržaja utiče ne samo na količinu proizvoda proizvedenih tokom rudarske operacije, a time i ostvarenog prihoda, već takođe utiče i na operativne troškove po jedinici proizvoda. Cilj optimizacije graničnog sadržaja jeste da se odredi maksimalna vrednost datog projekta rudnika kako bi se stvorila mogućnost optimalnog projektovanja, procene i rada rudarskih sredstava.

Kako se ležište iscrpljuje, NPV kao i pad graničnog sadržaja, dakle strategija graničnog sadržaja diktira značajan uticaj na ukupnu ekonomiju procesa dobijanja finalnog proizvoda u proizvodnom lancu rudarstvo – metalurgija.

Određivanje strategije graničnog sadržaja, koja maksimizira NPV, već je uobičajeni postupak u industriji proizvodnje metala. Uočeno je da za razliku od konstantnog prelomnog (*engl. Breakeven*) graničnog sadržaja, optimalni, odnosno dinamični granični sadržaji, koji se menjaju usled opadanja efekata NPV tokom životnog veka rudnika, ne zavise samo od cene metala i troškova otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade, već uzimaju u obzir ograničavajuće kapacitete ovih operacija kao i *sadržaj-tonaža* distribuciju u ležištu.

Granični sadržaj je jedan od veoma važnih tehničkih i ekonomskih parametara koji utiču na ekonomsku efikasnost i socijalnu sigurnost u jednom preduzeću. Pri tome, optimizacija graničnog sadržaja je jedan od osnovnih procesa optimizacije i stoga ključni parametar u planiranju i upravljanju proizvodnjom i donošenju odluka o investicijama. Optimizacija graničnog sadržaja podrazumeva složenu analizu i naučni pristup, koji je tesno povezan sa ekonomijom upravljanja, primenom matematičkih formula i znanjem softverskih paketa.

## 1.1. Značaj i cilj istraživanja

Granični sadržaj metala u rudi jedan je od veoma važnih tehničkih i ekonomskih parametara, koji utiče na ekonomsku efikasnost u rudarskom preduzeću.

To je takođe osnova za tehnoekonomsku evaluaciju ležišta, izradu studije izvodljivosti, planiranje i projektovanje u rudarstva i osnova za donošenje odluka o investicijama. Pri tome, optimizacija graničnog sadržaja jedan je od osnovnih i ključnih faktora u upravljanju i donošenju poslovnih odluka pri definisanju strategije dugoročnog planiranja površinskih kopova.

Osnovna naučna hipoteza koja je postavljena u ovoj disertaciji je da se dinamičko određivanje graničnog sadržaja metala u rudi može integrisati sa logistikom procesa u otkopavanju, flotacijskoj i metalurškoj preradi. Konkretno to znači da se primenom modela optimizacije graničnog sadržaja metala u rudi mogu značajno poboljšati konačni ekonomski efekti, odnosno maksimizirati NPV, u proizvodnom lancu dobijanja konačnog proizvoda.

Cilj disertacije pod nazivom „Model za optimizaciju graničnog sadržaja metala u rudi u funkciji dugoročnog planiranja površinskih kopova“ je razvoj modela dugoročnog planiranja rudnika na osnovu graničnog sadržaja metala u rudi po godinama eksploatacije radi ostvarivanja maksimalnog profita u toku životnog veka rudnika. Razvijeni model treba da dođe do zaključka koji će doprineti jasnijem sagledavanju uticaja graničnog sadržaja metala u rudi na procese prerade rude do finalnog proizvoda, posebno kod ležišta sa sulfidnom i oksidnom rudom.

Razvojem i primenom modela graničnog sadržaja metala u rudi zasnovanog na dugoročnom planskom prilagođavanju procesu prerade unapređuje se iskorišćenje prirodnog resursa i povećavaju ekonomski efekti održivosti sistema eksploatacije i prerade rude, odnosno poboljšavaju se konačni efekti celog poslovnog sistema rudarstvo-metalurgija.

U literaturi su malobrojni radovi koji na jednom mestu objedinjavaju sve informacije o uticaju graničnog sadržaja metala u rudi na procese prerade i



istovremeno ukazuju na one probleme koji se u praksi najčešće javljaju. Značaj ove disertacije je u tome što se kroz razvoj metodologije za dugoročno određivanje i prilagođavanje graničnog sadržaja metala u rudi koji podiže nivo iskorišćenja i pouzdanost u procesima prerade što će omogućiti održivu ekonomiju poslovanja rudnika.

U disertaciji je sprovedena opsežna analiza metodologije i optimizacije određivanja graničnog sadržaja metala u polimetaličnoj rudi za uslove determinističkih prognoznih cena metala na berzi. Posebno je kao opcija istražena mogućnost testiranja razvijenog integralnog modela u realnim ograničenjima na aktivnim površinskim kopovima kako bi se stekla realna slika o mogućnosti povećanja stepena iskorišćenja mineralnih resursa na postojećim ležištima metala i postiglo dodatno povećanje NPV. Za proveru originalnih pristupa korišćena je metoda eksperimentisanja sa razvijenim modelom na primeru površinskog kopa rude bakra Kraku Bugaresku Cementacija koji eksploatiše dva tipa rude – sulfidnu i oksidnu rudu.

## **1.2. Struktura disertacije sa kratkim pregledom poglavlja**

U strukturnom smislu disertacija, je prilagođena postavljenim ciljevima i primenjenoj metodologiji i sastoji se iz sedam poglavlja.

### **Prvo poglavlje**

U ovom poglavlju u uvodnom delu dat je kratak opis problematike koja je obrađena u ovoj disertaciji. Pored toga, predstavljeni su značaj i cilj istraživanja, polazna hipoteza i naučne metode istraživanja.

## Drugo poglavlje

U drugom poglavlju dat je kratak pregled literature koja se bavi optimizacijom graničnog sadržaja u rudi. Pri tome je predstavljena literatura koja ovaj problem sagledava u uslovima determinističkih i stohastičkih cena metala, kao i u uslovima primene realnih opcija vrednosti.

## Treće poglavlje

Treće poglavlje objašnjava koncepte i probleme u vezi sa postojećim tehnikama optimizacije površinskih kopova, kao što su matematičko modeliranje, heuristički i metaheuristički algoritmi. Takođe su u ovom poglavlju predstavljeni model troškova i model za ekonomsku evaluaciju rudarskih projekata.

## Četvrto poglavlje

Četvrto poglavlje definiše strategiju graničnog sadržaja i pruža detaljan opis matematičkog problema optimizacije graničnog sadržaja. Ovim poglavljem obuhvaćene su metode optimizacije graničnog sadržaja i matematički algoritmi koji su definisani ovim metodama.

Četvrto poglavlje zajedno sa trećim poglavljem predstavlja osnovu za razvoj integralnog modela predstavljenog u petom poglavlju.

## Peto poglavlje

U petom poglavlju prikazan je razvijeni integralni model za optimizaciju graničnog sadržaja metala kod otkopavanja ležišta sulfidnih i oksidnih polimetalčnih ruda. Poglavlje sadrži opis i rešenje problematike kojom se bavi predloženi razvijeni model, njegova ograničenja i pretpostavke i opis primenjenih matematičkih

modela u razvoju integralnog modela. U okviru poglavlja dat je opis prednosti koje pruža implementacija predloženog modela na realnom ležištu.

### **Šesto poglavlje**

U ovom poglavlju, model opisan u petom poglavlju primenjen je na ležištu Kraku Bugaresku Cementacija, koji se eksploatiše u okviru kompanije Rudarsko topioničarski basen Bor i na kraju su prikazani rezultati testiranja razvijenog modela. Podaci koji su korišćeni za primer dobijeni su iz zvaničnih izveštaja kompanije, koji predstavljaju realne rezultate ostvarene proizvodnje u tehnološkom lancu rudarstvo – metalurgija.

### **Sedmo poglavlje**

Ovo poglavlje daje glavne zaključke koji se mogu izvesti na osnovu sprovedenog istraživanja u ovoj disertaciji i identifikuje originalne doprinose teze. U poglavlju se daju preporuke za dalji rad na istraživanju u oblasti razvoja modela za optimizaciju graničnog sadržaja metala u rudi.

## 2.0. PREGLED LITERATURE

Optimalni granični sadržaj, kao jedan od najznačajnijih parametara kod dizajniranja površinskih kopova jer direktno utiče na neto sadašnju vrednost (NPV), bio je predmet mnogih istraživanja. Sva ova istraživanja bavila su se pronalaženjem adekvatne metode i algoritma koji će na najbolji način da definišu optimalni granični sadržaj i tako omogućće postizanje maksimalne NPV rudarske operacije.

### 2.1. Deterministički pristup optimizaciji graničnog sadržaja

Optimizacija graničnog sadržaja u uslovima determinističkih cena i danas je predmet aktivnog istraživanja.

Berry (1922) je bio prvi koji je primenio teoriju sadašnje vrednosti za izračunavanje graničnih sadržaja, ali je propustio da definiše odnos između opadanja graničnog sadržaja i maksimizacije sadašnje vrednosti. Pokušaj optimizacije graničnog sadržaja predstavio je Mortimer (1950) koji je u svom radu granični sadržaj definisao kao ekonomski parametar. Međutim, ovaj parametar je u stvari predstavljao ekvivalent kriterijumu prelomnog graničnog sadržaja (*engl. Breakeven cutoff*), tako da njegov rad nije zadovoljio osnovni cilj optimizacije, a to je maksimizacija NPV. Callaway (1954, 1958) je dobio konstantan granični sadržaj u toku životnog veka rudnika na osnovu konstantnog sadržaja, operativnih i varijabilnih troškova. Douglas (1971) je izračunao NPV na osnovu konstantnog graničnog sadržaja, pri čemu je varijabilne troškove definisao u funkciji otkopanih količina materijala.

Pionirom u ovoj oblasti rudarske nauke smatra se Kennet Lane. Osnova njegovog rada jeste pretpostavka da su buduće cene mineralne sirovine poznate. Lane je u prvobitnom radu iz 1964. godine predstavio algoritam za optimizaciju graničnog sadržaja, koji je kasnije poslužio kao osnova drugim autorima u daljim

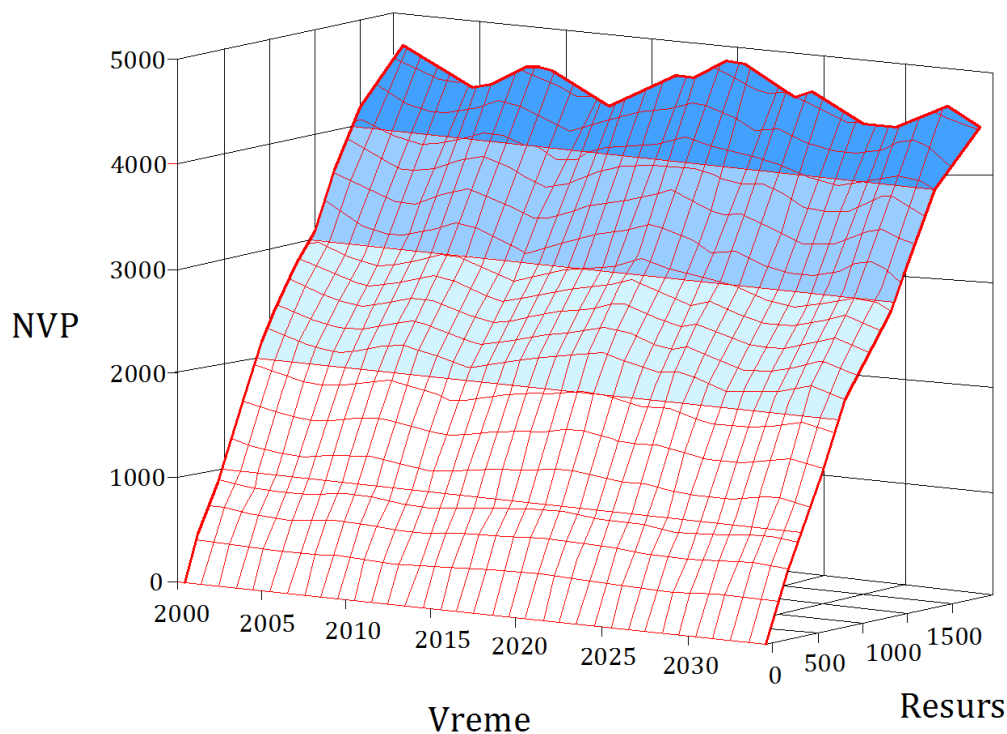
istraživanjima. U svom daljem radu Lane (1988) opisuje problem optimizacije graničnog sadržaja uzimajući u obzir oportunitetni trošak koji nastaje kao posledica vremenskog odlaganja prerade rude višeg sadržaja. On objašnjava da ako se materijal niskog sadržaja obrađuje danas, to u suštini znači odlaganje prerade raspoložive rude visokog sadržaja za kasnije. Tako, što se više ovi potencijalni profiti odlažu za neko buduće vreme, više su diskontovani, a onda prerada rude niskog sadržaja prouzrokuje oportunitetni trošak zbog vremenskog vrednovanja novca. Ovaj oportunitetni trošak može biti sveden na minimum kada se ruda sa višim graničnim sadržajem otkopava i prerađuje u prvim godinama eksploatacije. Predstavljeno na ovaj način, problem optimizacije graničnog sadržaja postaje balansiranje između smanjenja oportunitetnih troškova i optimalnog iskorišćenja resursa.

Lane u svom radu NPV predstavlja kao funkciju koja zavisi od dve promenljive:

- a) vremena, koje ne može da se kontroliše i predstavlja sadašnje vreme na koje se novčani tokovi diskontuju i
- b) resursa, koji se iscrpljuje tokom vremena. Grafički prikaz ove funkcije predstavlja površinu, koja je prikazana na slici 2.1.

Taylor (1972) predložio je diferencijaciju između planiranih i operativnih graničnih sadržaja, sa napomenom da oni nisu uvek isti. On navodi da ne može da se ostvari maksimalna NPV u slučajevima kada je konstantan granični sadržaj u toku veka eksploatacije kopa. U svom kasnijem istraživanju Taylor (1985) takođe naglašava da je u cilju maksimizacije NPV potrebno razmotriti mogućnost formiranja rudnih zaliha.

Yi i Sturgul (1988) su razvili metod za rešavanje problema koristeći teoriju optimalnog upravljanja (*engl. Optimum Control Theory*). Ova metoda za rešavanje problema primenjuje Hamiltonovu funkciju. U svom radu životni vek rudnika podelili su na tri dela: početni period planiranja pre otkopavanja; srednji period kada se koriste prosečna cena i tržišne informacije za proračun graničnog sadržaja; i konačni period kada je glavni faktor kod određivanja graničnog sadržaja trenutna situacija na tržištu proizvoda.



Slika 2.1. Površina maksimalne NPV (Lane, 1988)

Whittle i Wharton (1995) su predložili korišćenje oportunitetnih troškova u optimizaciji graničnog sadržaja u monometaličnim ležištima uvođenjem dve vrste pseudo troškova: troškova odlaganja (*engl. Delay costs*) i troškova promene (*engl. Change costs*). Whittle je kasnije razvio metodu za optimizaciju graničnog sadržaja, koja predstavlja modifikovanu metodu Lane, i koja je implementirana u komercijalni softver.

Minnitt (2003) primenio je Lane teoriju za optimizaciju graničnog sadržaja na ležištu zlata Witwatersrand u Južoj Africi. On je uspeo na da realnom ležištu dokaže da se optimizacijom graničnog sadržaja povećava NPV.

Asad je 2005. godine predstavio algoritam za optimizaciju graničnog sadržaja za proces eksploatacije dva ekonomična minerala na površinskom kopu sa opcijom formiranja rudnih zaliha. Njegov rad predstavlja proširenje originalne teorije

graničnog sadržaja Lane, a formiranje rudnih zaliha omogućuje dodatnu fleksibilnost u upravljanju i donošenju odluka u vezi sa daljom preradom rude u sistemu dobijanja finalnog proizvoda. Primenljivost njegovog istraživanja potvrđena je na hipotetičkom ležištu bakra i zlata.

U svom daljem istraživanju Asad (2007) je razvio algoritam koji uzima u obzir eskalaciju cena metala i troškova. Rezultati primene algoritma na hipotetičkom ležištu bakra pokazali su da uticaj na maksimizaciju NPV može biti ogroman u slučaju eskalacije operativnih troškova otkopavanja i prerade rude. On je pokazao da povećanje operativnih i fiksnih troškova od samo 5 % godišnje može da dovede do toga da kop posluje neekonomično. Algoritam optimizacije graničnog sadržaja koji je ovde predstavljen je alatka koja omogućava fleksibilnost u fazi planiranja rudnika, za evaluaciju u pogledu različitih ekonomskih alternativa, i obezbeđuje optimalnu iskorišćenost resursa zajedno sa tačnim ekonomskim odlukama po pitanju velikih rudarskih investicija.

Bascetin i Nieto (2007) predstavili su rad u kome opisuju proces određivanja graničnog sadržaja na osnovu Lane algoritma koristeći faktor za optimizaciju koji se iterativno izračunava za svaku proizvodnu godinu i koji se dinamički prilagođava preostalim rezervama rude u ležištu, a time i ukupnom životnom veku rudnika kako bi se povećala NPV projekta. Oni su predstavili algoritam koji je adaptacija Lane algoritma u koji je inkorporirana iterativna rutina koja se koristi za izračunavanje faktora optimizacije primenom jednačine graničnog sadržaja. Algoritam je razvijen na univerzitetu Virginia Polytechnic Institute and State University. Prednosti metodologije autori su prezentovali na hipotetičkom ležištu. Autori su prezentovali poboljšanje ukupnog NPV koristeći metodu generalisanog redukovanoog gradijenta (GRG) za izračunavanje faktora optimizacije za svaku proizvodnu godinu.

Sledeći, Osanloo i drugi (2008) postavljaju ekološka pitanja kao presudan parametar u optimizaciji graničnog sadržaja. Oni su poboljšali Lane algoritam na osnovu maksimizacije NPV istovremeno sa minimiziranjem troškova zaštite životne sredine. Tvrđili su da je njihov algoritam efikasniji kod dugoročnog

planiranja proizvodnje. Nakon ovog, Gholamnejad (2009) inkorporira troškove rekultivacije kod optimizacije graničnog sadržaja.

## 2.2. Stohastički pristup optimizaciji graničnog sadržaja

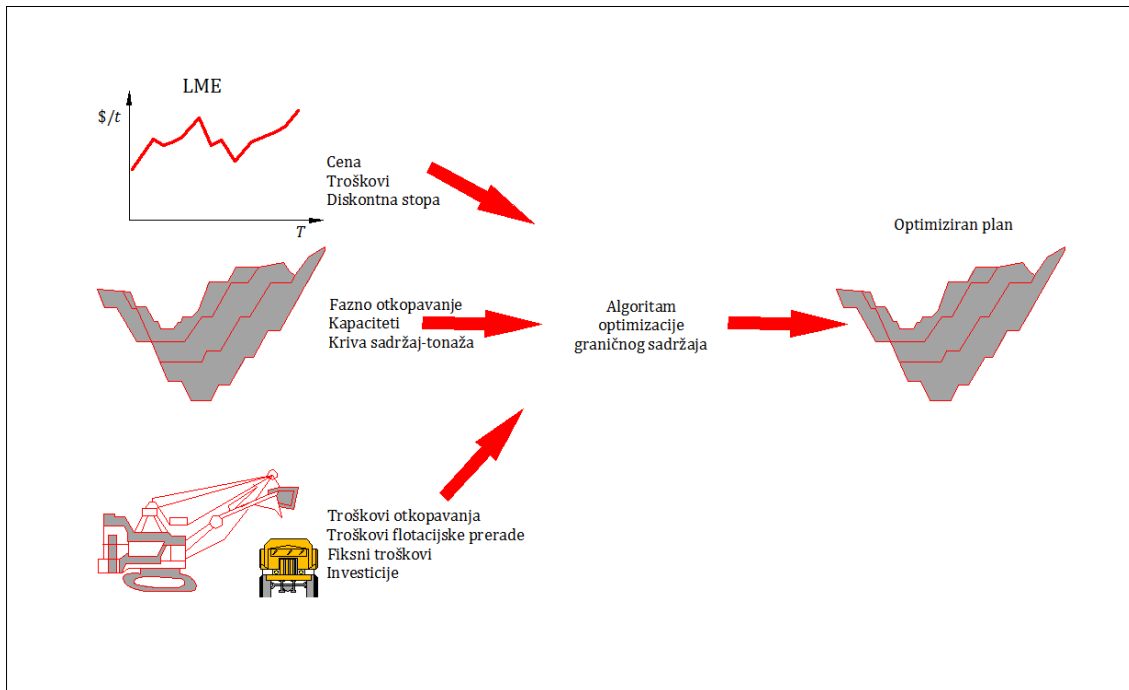
Drugi pristup rešavanju problema optimizacije graničnog sadržaja jeste da se cene metala posmatraju kao stohastičke veličine za razliku od pristupa Lane gde su one determinističke veličine.

Jedan od prvih radova koji je uzimao u obzir neizvesnost cena u optimizaciji graničnog sadržaja predstavio je Jeffrey A. Krautkraemer (1988). U svom radu Krautkraemer je ležište mineralnih sirovina predstavio cilindrom sa najvišim sadržajem na njegovim osama, koji se smanjuje spolja prema obimu cilindra. Ova jednostavna geometrija i distribucija sadržaja omogućila je razvoj analitičkog rešenja. Ograničenja ove metode su što ne može da se primeni kod ležišta sa složenijom geometrijom i distribucijom sadržaja.

Cairns i Van Quyen (1998) i Shinkuma (2000) istraživali su problem optimizacije graničnog sadržaja u oba slučaja: kada se radi o determinističkim i stohastičkim cenama. Iako je njihov rad otkrio neka zanimljiva shvatanja, oni nisu uspeali da razviju metodu za utvrđivanje stvarnog optimalnog graničnog sadržaja.

U svom daljem istraživanju Cairns i Shinkuma (2003) napomenuli su da optimalni granični sadržaj ne zavisi samo od ekonomskih parametara, već i od svih suštinskih tehnoloških karakteristika procesa eksploatacije, kao što je kapacitet otkopavanja i prerade, geometrije i geologije ležišta i optimalnog sadržaja koncentrata koji se šalje u topionicu na preradu (slika 2.2). Uključivanjem ovih promenljivih, usled međuzavisnosti rudarskih operacija, sa promenom cene metala dolazi se do jedinstvenog i složenog rešenja.





Slika 2.2. Strategija graničnog sadržaja (Cairns i Shinkuma, 2003)

U skorije vreme Johnson i drugi (2010) inkorporirali su stohastičku prirodu cene proizvoda u rešavanju problema optimizacije graničnog sadržaja. U svom radu navode da zbog toga što su cene proizvoda neizvesne, za svaki blok koji se otkopava kompanija mora da odluči u realnom vremenu da li je sadržaj metala u rudi dovoljno visok da opravda dalji proces prerade bloka, ili se blok tretira kao jalovina. Optimalni granični sadržaj, ispod koga blok treba da se odbaci kao jalovina, nije samo funkcija trenutne cene proizvoda i sadržaja samog bloka, već je funkcija sadržaja narednih blokova koji se otkopavaju, troškova prerade, kao i ograničenja kapaciteta otkopavanja i prerade. Korišćenjem prirode neizvesnosti cena proizvoda u radu su predstavili matematički algoritam za izračunavanje optimalnog graničnog sadržaja. Model je primenjen na realnom rudniku, a rezultat implementacije njihovog algoritma je poboljšanje NPV za dodatnih 10%. U njihovom modelu, kop je podeljen na 60 000 pojedinačnih blokova. Model pretpostavlja da je redosled otkopavanja ovih blokova sekvencijalni, i da je sadržaj svakog bloka utvrđen tako da nema neizvesnosti. Osnovni nedostatak predloženog modela za rešavanje problema je što, u svakom trenutku može postojati stotine

otkrivenih blokova koji se mogu otkopati po bilo kom redosledu. Vrednovanje i optimalna strategija predložena od strane ovih autora zavisi od početne pretpostavke o redosledu otkopavanja bloka; ukoliko se ovaj raspored promeni, menja se i strategija, odnosno vrednost operacije.

Matematički model, koji je predložio Thompson (2010), formulisan je troškovima koji su predstavljeni kao funkcija proizvodnog kapaciteta. Prihodi se ostvaruju iz procesa flotacijske prerade, luženja ili korišćenjem rudnih zaliha u zavisnosti od kapaciteta proizvodnje i cena metala. Godišnje cene metala generišu se prema stohastičkom modelu koji balansira kratkoročnu volatilnost sa dugoročnim trendovima.

Model novčanih tokova određuje optimalnu NPV za dati profil proizvodnje na osnovu ulaznih cena metala. Profil proizvodnje formiran je na osnovu životnog veka rudnika, resursa i finansijskih ograničenja. Neto sadašnja vrednost se generiše za široku mrežu pretrage, koja konvergira ka unimodalom rešenju.

Asad i Dimitrakopoulos (2013) su u svom radu predložili model za određivanje strategije graničnog sadržaja baziran na stohastičkom pristupu problemu optimizacije graničnog sadržaja uzimajući u obzir neizvesnost u snabdevanju rudom različitih procesa prerade (bioluženje, luženje kiselinom i flotacijska prerada A i B) sa površinskog kopa. Takođe, autori uzimaju u obzir i geološku neizvesnost, naglašavajući da je usled postojanja ovih rizika, primena modela na površinskom kopu bakra pokazala da razlika između minimalne i maksimalne NPV, generisane na nizu od petnaest kriva sadržaj – tonaža jednakih verovatnoća, iznosi 14%. Autori navode da predloženi pristup obezbeđuje alat za procenu alternativnih strategija pre donošenja odluke o investicijama i obezbeđuje stabilno korišćenje mineralnih resursa u uslovima neizvesnosti.

## 2.3. Realne opcije vrednosti

Teorija realnih opcija ili vrednovanje realnih opcija su bazirani na analogiji između investicionih mogućnosti i finansijskih opcija. Realna opcija je pravo, ali ne i obaveza da se uradi nešto za određenu cenu, unutar ili na kraju nekog vremenskog perioda. Kod metoda realnih opcija vrednosti (ROV), projekat se posmatra kao opcija na osnovni novčani tok, dok optimalnu investicionu strategiju čine optimalna pravila izvršavanja opcije.

Petrović-Vujačić i dr. (2014) u svom radu navode da ROV uzima u obzir sve moguće ishode cena za osnovni projekat ili cene osnovne aktive i pretpostavlja stohastički oblik distribuciju cene za osnovnu aktivu pre nego determinističku. Realne opcije imaju značajnu ulogu u procesu kapitalnog budžetiranja jer predstavljaju svojevrsan okvir za donošenje strateških odluka. One omogućavaju fleksibilnost u poslovanju preduzeća koje se prilagođava nastalim okolnostima. Na taj način, vrednovanje realnih opcija služi efikasnijem ostvarivanju ciljeva i strategije preduzeća.

Mogućnosti menadžera da reaguje na tržišne uslove proširuju vrednost investicionog projekta održavajući i unapređujući tako potencijal za rast, ali i limitirajući gubitak. Trigeorgis (1996) navodi da se ROV ne smatra kao alternativna metoda vrednovanja u odnosu na DCF, već kao proširena DCF metoda. U proširenoj DCF metodi, vrednost bilo koje investicije je sastavljena od dve komponente: tradicionalne (statične, ili pasivne) NPV direktnih novčanih tokova, i vrednosti opcije kao menadžerske fleksibilnosti. Razlika između vrednosti tradicionalne DCF metode i vrednosti realne opcije je vrednost opcije koja je ugrađena u investicioni projekat.

Metodologija realnih opcija omogućuje, pored vrednovanja, bliže sagledavanje uslova u kojima preduzeća posluju. Prati se fleksibilnost preduzeća u smislu da ono odloži, napusti, ograniči, proširi ili na neki drugi način promeni svoje akcije. Sve ovo dovodi do toga da se donosioci odluka, ukoliko žele da imitiraju kompetitivni proces konstrukcijom modela troškova, ne mogu osloniti samo na primenu metoda

diskontovanih novčanih tokova. Pored toga, uočeno je da teorija finansijskih opcija može da se primeni kod vrednovanja ulaganja u kapitalna dobra.

Jedan od osnovnih modela koji služe za utvrđivanje vrednosti opcije, a predstavlja ograničeni slučaj binominalnog modela, jeste model koji su razvili Black i Scholes (1973), koji postaje jedan od najrasprostranjenijih finansijskih modela. Autori su primenili stohastički račun za razvoj parcijalne diferencijalne jednačine drugog reda paraboličkog tipa koja opisuje dinamiku evropske finansijske opcije (*engl. European financial option*). Analitička rešivost Black – Scholes jednačine jedan je od razloga za veliku primenu ovog modela.

Sledeće pretpostavke su od suštinskog značaja za primenu Black -Scholes modela:

- Proces utvrđivanja cena je kontinualan i nema skokova cena sredstava.
- Cene akcija ne mogu imati normalan raspored jer on zahteva postojanje verovatnoće sa negativnom cenom, a dobro je poznato da cena akcija nikada ne može biti ispod nule. Upravo iz ovog razloga se pretpostavlja da raspored cena akcija u ovom modelu ima log-normalni raspored, što dalje uzrokuje pojavu odstupanja u logaritamskim cenama akcija.
- Tokom veka trajanja opcije ne isplaćuju se dividende akcionarima. Isplatom dividende utiče se na smanjenje vrednosti osnovnog sredstva.
- Korišćeni su uslovi definisani evropskom opcijom. Pod evropskom opcijom podrazumeva se da opcija može da bude izvršena samo na datum isteka.
- Ne može tačno da se predvidi razvoj tržišta i dešavanja na njemu, posebno ne na duži vremenski period.
- Volatilitnost i kamatne stope na tržištu su poznate funkcije sve vreme trajanja opcije i u najjednostavnijem slučaju su konstantne.

Teorija realnih opcija ima svoju primenu u oblasti procene rudarskih projekta koji se baziraju na prirodnim resursima. Rudarstvo se smatra idealnim za primenu realnih opcija s obzirom da mnogi proizvodi dobijeni u procesu otkopavanja i prerade imaju aktivna buduća tržišta. Prisustvo trgovinskih instrumenata razmene, omogućava projektantu da koristi tržišne vrednosti ključnih inputa, kao što je nestabilnosti cena proizvoda.

Prva primena realnih opcija kod procene rudarskih projekata vezuje se za rad autora Brennan i Schwartz (1985). Oni su izveli sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina koje predstavljaju rudarsku operaciju sa opcijom promene proizvodnog kapaciteta. Da bi se izgradio model koji ima analitičko rešenje, oni su ograničili rudnik na dva operativna stanja: zatvoren rudnik (nema proizvodnje) i aktivan rudnik (fiksni kapaciteti proizvodnje), i takođe su pretpostavili da su mineralne rezerve beskonačne. Ovaj model omogućio je autorima da istraže mogućnost privremenog zatvaranja rudnika.

Brojni istraživači su kasnije razvili metode za rešavanje nekih od nedostataka Brennan i Schwartz modela, uključujući i eliminisanje potrebe da se prave (nerealne) pretpostavke u vezi neograničenog resursa i proširenja vrsta opcija koje se razmatraju. Većina autora je sada napustila pokušaj da razvije analitička rešenja i umesto toga, koriste numeričke metode za određivanje rešenja parcijalnih diferencijalnih jednačina, kao što su binomno drvo ili binomna rešetka i stohastičko modeliranje ulaza.

Kako su objasnili Mardones (1993), Trigeorgis (1996) i Samis i Poulin (1998), u uslovima neizvesnosti, ROV daje bolje rezultate od konvencionalnih DCF metoda, kao što su NPV i IRR metoda. Stoga, kada se primenjuje isti postupak diskontovanja, vrednost projekta procenjena metodom ROV uvek je veća nego kada se procenjuje konvencionalnom DCF metodom.

Dixit i Pindyck (1994), Moyen i dr. (1996) i Miller i Park (2002) pokazuju da razlika između dve procene zavisi od nivoa neizvesnosti i profitabiliti osnovnog projekta. Još jedna bitna razlika između ROV i metoda DCF odnosi se na način uzimanja u obzir rizika u komponentama novčanog toka. Samis i dr. (2006) navode da konvencionalna analiza ne uzima u obzir razlike u riziku između troškova i prihoda, dok se ta razlika obračunava u ROV.

Tipična praksa u vrednovanju rudarske investicije korišćenjem ROV jeste pretpostavka da će rudnik da proizvodi konstantnu, konačnu količinu jedinica metala tokom svog života pod neizvesnim budućim cenama metala, kako su u svojim radovima predstavili Brennan i Schwartz (1985), Dixit i Pindyck (1994),

Schwartz (1997), i Kelly (1998). U rudarskoj industriji, situacija je mnogo složenija od jednostavnog scenarija pretpostavljenog u većini postojeće literature. Na primer, uprkos nedavnim dostignućima u istraživanju i tehnikama procene rude, ukupan iznos jedinica metala u okviru ležišta nikada ne može da bude poznat sa sigurnošću.

Štaviše, pošto kvalitet rude znatno varira u ležištu, pretpostavka da će se proizvoditi konstanta količina metala tokom trajanja rudnika prestavlja ekstremnu simplifikaciju. U stvarnosti, količina godišnje proizvedenih jedinica metala je veoma varijabilna i neizvesna. Kako su objasnili Monkhouse i Yeates (2005), ignorišući takve nesigurnosti i sprovođenje procene vrednosti koristeći jedan skup pretpostavki o količini i sadržaju rude rezultiraće pogrešnom procenom vrednosti projekta.

## 3.0. DUGOROČNO PLANIRANJE POVRŠINSKIH KOPOVA

### 3.1. Tradicionalno planiranje površinskih kopova

Tradicionalne metode planiranja i projektovanja površinskih kopova zasnovane su na ručnim proračunima rudarskih parametara i ručnoj grafičkoj interpretaciji situacionih i etažnih karata, kontura površinskog kopa, odlagališta, deponija. Osnovu ove metode čini duži vremenski period za obradu podataka i projektovanje optimalnog rešenja, čime se rad značajno komplikuje.

Postepeno povećanje granica kopa koje su izvučene na mapama i poprečnim presecima mineralizovanog područja na osnovu sadržaja metala u rudi, vrši se uzimajući u obzir ograničenja u vidu generalne kosine kopa, geoloških i ekonomskih uslova. Konačne granice kopa se proširuju postepno u pokušaju da se pronađe granica kopa koja zadovoljava zahtevani minimum profita.

Profitabilnost jednog proširenja granice kopa u direktnoj je vezi sa odnosom količina jalovine i rude. Ovaj odnos se naziva granični koeficijent otkrivke i on definiše ekonomsku konturu van koje je neracionalno otkopavati rudu s obzirom na količinu jalovine koja mora da bude uklonjena kako bi se došlo do rude.

Razdvajanje rude i jalovine između inkrementalnih granica kopova zasnovano je na konstantnom graničnom sadržaju. Količine rude izračunavaju se na osnovu ovog konstatnog prelomnog (*engl. Breakevan*) graničnog sadržaja ručnim merenjem na horizontalnim ili vertikalnim presecima (profilima).

U svojim radovima Lane (1964, 1968), Johnson i Dagdelen (1985), ukazuju da postoje mnoga ograničenja i greške u planiranju površinskih kopova korišćenjem tradicionalnih metoda. Jedno od ovih ograničenja je da su ove metode zasnovane na greškama u procesu koji ne može da osigura optimalnost. Drugo je, da primena konstantnog graničnog sadržaja i graničnog koeficijenta otkrivke ne maksimalizuje diskontovane novčane tokove, odnosno NPV.

Razvojem računarske tehnike omogućeno je da se ograničenja koja se javljaju kod tradicionalnih metoda eliminišu. Dvodimenzionalni preseki zamenjeni su trodimenzionalnim geološkim blok modelima. Analize konačnih granica površinskih kopova koje su se zasnovale na graničnom koeficijentu otkrivke, zamenjene su trodimenzionalnim algoritmima.

### **3.2. Savremeni pristup planiranju površinskih kopova**

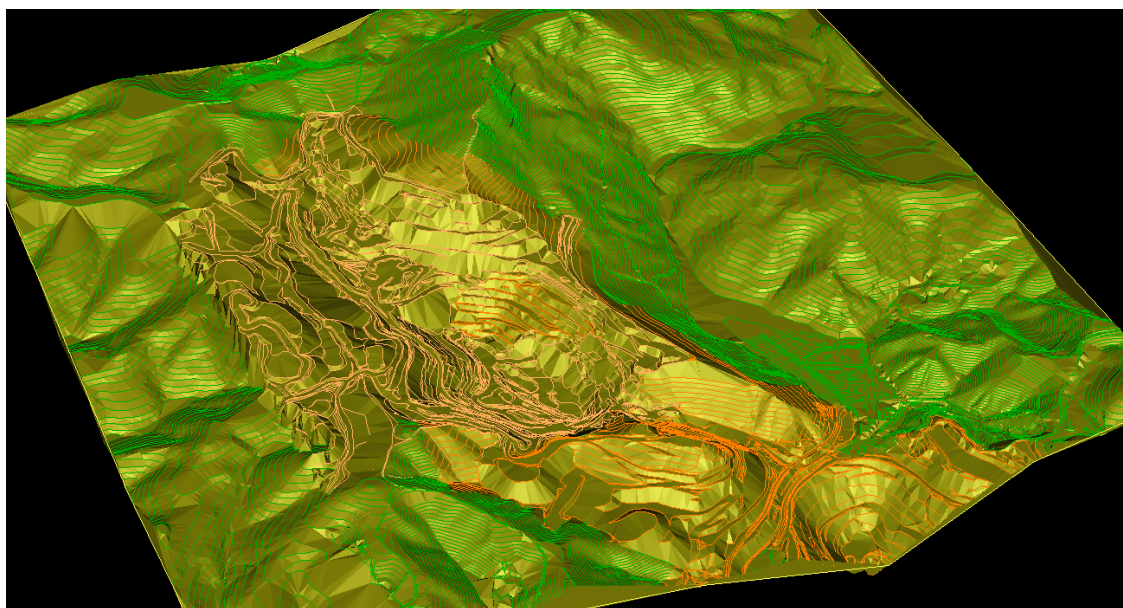
Već je odavno poznato da tehnička rešenja usvojena u studijskoj i projektnoj dokumentaciji za eksploataciju nekog ležišta imaju bitan uticaj na ekonomičnost eksploatacije. Zbog toga je u svetu, prvenstveno u razvijenim zemljama, razvijen niz softvera koji služe iznalaženju najpovoljnijih rešenja za eksploataciju nekog ležišta. Spektar problema koji se rešavaju primenom takvih softvera je veoma širok, od modeliranja ležišta (geološke interpretacije ležišta) pa do tehničkih rešenja pojedinih elementa u sistemu eksploatacije.

Moderni, savremeni softverski alati, uvode u modeliranje (geološku interpretaciju) ležišta i projektovanje eksploatacije više bitnih unapređenja, kao što su: kompletan digitalan 3D razvoj projekta sa moćnim alatima za razvoj i vizuelizaciju pojedinih elemenata projekta, fizičke (solid) modele u interpretaciji geološkog sklopa ležišta i rudarskih objekata, matematičke (blok) modele distribucije pojedinih komponenti u ležištu, izbor rešenja u koncepciji površinskog otkopavanja na bazi tehnno-ekonomskih parametara u toku razrade studije opravdanosti, različit stepen automatizacije u razradi pojedinih etapa i elemenata projekta eksploatacije, brze obračune količina i kvaliteta rude za otkopavanje i čitav niz drugih projektantskih mogućnosti.

Kompletan projekat se, skladno razvoju savremene informacione tehnologije, razvija i čuva u digitalnom obliku, a samo se određeni prikazi po potrebi mogu štampati na papiru u željenoj razmeri. Kakve su prednosti u ovakvoj manipulaciji podacima, u savremenim uslovima nije potrebno ni obrazlagati.



Druga važnija karakteristika je da se projekat razvija kompletno u 3D okruženju, što znači da svaki podatak unet u projekat koji ima neko fizičko značenje, od tačaka, polilinja, površina do pojedinih modela i objekata, ima tačno definisan položaj u 3D koordinatnom sistemu. Jednostavno projekat se razrađuje u prostoru, a prikazi mogu da budu u različitim ravnima preseka ili izometrijski, nasuprot klasičnom pristupu kada su projekti razrađivani u 2D prikazima, a stvarna prostorna situacija je bila imaginacija. Ovakav razvoj projekta ima čitav niz prednosti od kojih se navode samo neke koje se mogu oceniti kao važnije: mogućnost prostorne predstave i vizuelne kontrole u toku rada na projektu, izrada preseka različite orijentacije na bilo kom željenom mestu, precizniji obračuni količina i kvaliteta rude u bilo kom delu ležišta ili objekata, i sl. Na slici 3.1. dat je 3D prikaz stanja terena na jednom površinskom kopu, kombinovano polilinjama i solid modelom površine, kojim se dobija jasnija predstava stanja radova na terenu.



Slika 3.1. Prikaz 3D površine terena na površinskom kopu

### 3.3. Analiza procesa projektovanja

Dugoročno planiranje površinskog kopa je proces koji se sastoji iz više koraka i koji podrazumeva određivanje većeg broja tehničkih parametara i kreiranje niza operacija. Ono što komplikuje ceo proces je činjenica da mnoga rešenja iz jedne faze utiču na sve naredne korake i ceo proces postaje cirkularan. Ovo je veliki matematički problem procesa optimizacije zato, uprkos dostignutom nivou razvoja, ne iznenađuje što sadašnji softverski paketi nisu u stanju da konsoliduju (ujedine) ovaj problem u jednom algoritmu. Razlog za ovaj problem može se razumeti jednostavnim parafraziranjem Whittle-a (Whittle J., 1989): *“Kontura kopa sa najvećom vrednošću ne može da se utvrdi dok nisu poznate ekonomske vrednosti bloka. Ekonomske vrednosti bloka nisu poznate dok se ne odredi redosled otkopavanja (sekvenca), a redosled otkopavanja ne može da se odredi dok se ne definiše konačna kontura površinskog kopa.*

Najčešći pristup rešavanja ovako složenih problema je primena faznog pristupa u analizi sistema kao celine. Na slici 3.2 su prikazane različite faze planiranja površinskog kopa i njihove interakcije u integralnom sistemu.



Slika 3.2. Faze u dugoročnom planiranju površinskog kopa u kružnoj analizi

Profitabilna eksploatacija ležišta mineralnih sirovina zahteva određenu ekonomsku procenu i planiranje eksploatacije. Prvo se mora utvrditi koji deo

ležišta je ekonomičan za rudnik (*engl. Mineable reserve*) i koje metode otkopavanja se mogu primeniti u datim uslovima. Sledeći korak jeste definisanje konačne granice kopa i dinamike otkopavanja eksploatacionih rezervi rude. Konačno, određuju se optimalni granični sadržaji. Cilj ovih napora je da se utvrdi najprofitabilniji plan otkopavanja i najviša stopa povraćaja uložених novčanih sredstava. Ovi poslovi obavljaju se u oblasti dugoročnog planiranja ili strateškog planiranja (*engl. Long Term Plan - LTP*).

### 3.3.1. Cilj dugoročnog planiranja

Dugoročno planiranje u rudarstvu ima jedan osnovni cilj: maksimiziranje vrednosti koja se realizuje otkopavanjem i preradom mineralnih resursa.

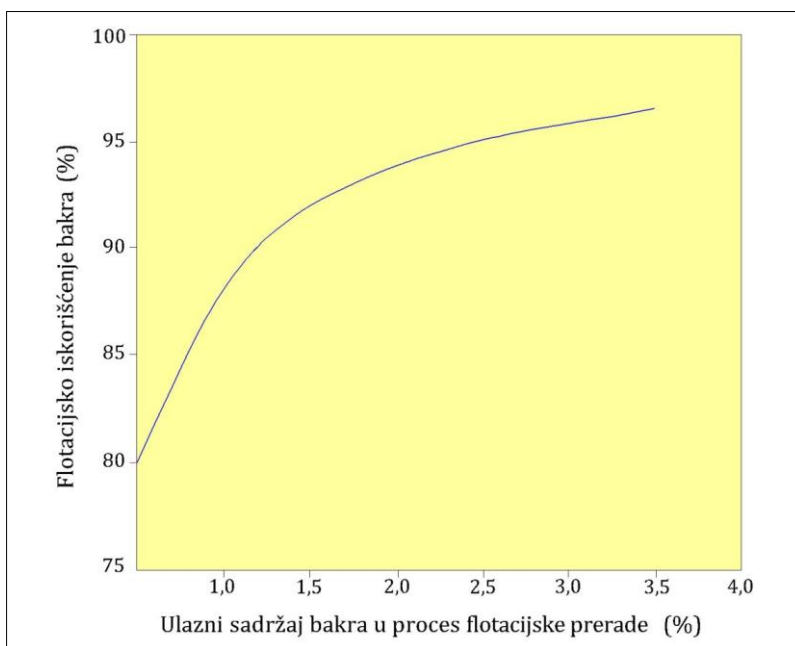
U poslednjih 40 i više godina došlo je do široke primene numeričkih metoda u rudarskoj nauci. Uz primenu geostatistike, 3D modelovanja, Lerchs – Grossmann algoritma, Lane algoritma i mnogih drugih postupaka zasnovanih na kompjuterskim programima, danas je moguće izraditi savršenije rudarske planove. Posledica ovoga jeste da se ostvaruju značajno bolji rezultati i u eksploataciji mineralnih ležišta sa niskim sadržajem korisne komponente i u složenim radnim uslovima.

Problem planiranja eksploatacije odnosi se na kriterijum koji se koristi za optimizaciju površinskog kopa. Uprkos sofisticiranim algoritmima, problem optimizacije je uvek u osnovi ekonomski problem, u okviru koga se definišu procedure za procenu potrebnih ekonomskih parametara.

Kod planiranja eksploatacije rude bakra, krajnji rezultat zavisi od sagledavanja celokupnog tehnološkog postupka dobijanja bakra kao finalnog proizvoda. Ovaj postupak odvija se kroz tri osnovna procesa: proces eksploatacije rude, proces flotacijske prerade rude i proces metalurške prerade (kod pirometalurških postupaka primenjuje se prženje rude i redukcija dobijenog oksida metala). Ovi procesi su međusobno zavisni tako što izlazni parametri jednog procesa utiču na

parametre narednog procesa. U tom smislu na flotabilnost rude, a time i na iskorišćenje procesa i kvalitet koncentrata kao krajnjeg proizvoda u procesu, utiču njen mineraloški sastav, priroda sraslaca, sekundarne promene na mineralima (oksidacija, raspadnutost i sl.) i druge kvalitativne osobine.

Na slici 3.3 prikazana je zavisnost flotacijskog iskorišćenja bakra u odnosu na ulazni sadržaj bakra u proces flotacijske prerade.



Slika 3.3. Grafik uzajamnog odnosa flotacijskog iskorišćenja bakra i srednjeg sadržaja bakra

Metalurški zahtevi u pogledu kvaliteta koncentrata bakra su strogi i određeni kako u pogledu minimalnog sadržaja bakra u koncentratu, tako i u utvrđivanju maksimalnog sadržaja ostalih pratećih nekorisnih i štetnih elemenata. Da bi proizvodnja bakra bila profitabilna svaki od navedenih osnovnih procesa mora da bude optimiziran.

Postizanje maksimalne NPV ostvaruje se primenom modela koji uključuje najpre optimizaciju površinskog kopa i definisanje faza razvoja površinskog kopa (*engl.*

*Pushbacks*), sa proračunom količina rude i sadržajem minerala u svakoj fazi. Sledeći korak je utvrđivanje dinamike otkopavanja. Na kraju se vrši optimizacija graničnog sadržaja. Model sadrži i ekonomski deo koji na osnovu troškova procesa otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade, cene metala, kao i tehnoloških iskorišćenja u procesima prerade, proračunava NPV.

### **3.3.2. Faze (koraci) u procesu projektovanja**

Rudarski procesi su složeni i komplikovani, sa mnogo različitih ekonomskih, tehničkih, ekoloških i drugih parametara koji se moraju planirati pre nego što projekat dobije svoju praktičnu vrednost. Mnogi od ovih parametara se ocenjuju nezavisno od drugih, zbog celishodnosti i teškoća u predviđanju vrednosti za varijable koje se razmatraju. Troškovi, cene, rezerve, otkopavanje i prerada rude, kao i mnogi društveni aspekti, poput izdavanja odobrenja za izvođenje radova apsolutno su od ključnog značaja za vrednovanje projekta.

Svako rudno telo je drugačije, ali se glavni koraci u planiranju površinskog kopa, kada je glavni cilj maksimizacija NPV, odvijaju po istom principu. Ovi koraci su zbog jednostavnosti predstavljeni kao linearni. Stvarni proces planiranja je iterativan proces, u kome se neki koraci ili kombinacija koraka ponavlja mnogo puta sa analizom osetljivosti.

Planiranje površinskog kopa može se razložiti na niz koraka, gde svaki prethodi sledećem, kao što je prikazano na slici 3.4.



Slika 3.4. Koraci u planiranju površinskog kopa

Dok svaki prethodni korak ima uticaj na svaki sledeći korak, obrnuto ne mora da važi, i u skladu sa tim je izvršeno grupisanje. Na primer, dok je model rudnog tela retko pod uticajem onoga što sledi, konstrukcija konačne granice kopa, dugoročno planiranje otkopavanja i optimizacija graničnog sadržaja može u značajnoj meri da utiče jedno na drugo.

Ciljevi su takođe različiti za predstavljene tri grupe.

U kreiranju modela rudnog tela, cilj je da se postigne što veća preciznost, s obzirom da su podaci koje pruža model osnova za optimizaciju i planiranje površinskog kopa.

U drugoj grupi, cilj je da se maksimizira vrednost kopa odlučivanjem šta će biti otkopano i prerađeno u svakoj godini životnog veka rudnika.

Kod kratkoročnog planiranja, cilj je da se nesmetano i efikasno svakodnevno koriste rudarski proizvodni sistemi i postrojenja prerade u cilju ostvarivanja minimalnih operativnih troškova.

Whittle Consulting (Whittle, G. i Burks, S., 2010) je razvio metodologiju za optimizaciju celog lanca vrednosti u poslovanju jedne rudarske kompanije, koju je nazvao optimizacija preduzeća (*engl. Enterprise Optimisation*). Ova metodologija

bazira se na povećanju ekonomske vrednosti eksploatacije i prerade rude metala kod dugoročnog planiranja površinskih kopova. To podrazumeva kombinaciju deset faza, koje predstavljaju različite nivoe odlučivanja u lancu vrednosti. Doneta odluka u bilo kojoj fazi u sistemu potencijalno utiče na optimalno rešenje za sve ostale faze u lancu. Ključ je, dakle, izvršiti optimizaciju svih faza istovremeno.



Slika 3.5. Faze u lancu vrednosti

Karakteristike procesa simultane optimizacije su sledeće:

- Optimizacija obuhvata sve faze u lancu vrednosti (slika 3.5). Odnosi se na to da doneta odluka o jednoj fazi u lancu vrednosti može da utiče na sve ostale faze. Tako na primer, ograničenje kapaciteta procesa prerade rude utiče na optimalni granični sadržaj, promene graničnog sadržaja utiče na dinamiku otkopavanja, a promena dinamike otkopavanja utiče na odluku koju granicu površinskog kopa treba izabrati kao fazu otkopavanja. Najosetljivija je promena cene metala koja utiče na sve faze.
- Optimizacija obuhvata sve periode eksploatacije. Uzimanje vremenskog faktora u obzir neophodno je zbog specifičnosti samog procesa eksploatacije. Ono se ogleda u tome što se pri eksploataciji ležišta vrši njegovo iscrpljivanje, tako da projektno rešenje za jedan period utiče na rešenja u narednim periodima. Proces optimizacije ne može da se sprovodi za jedan vremenski period, a zatim da se razmatra naredni, jer se u tom slučaju dobijaju rezultati koji nisu optimalna rešenja jednog integrisanog sistema proizvodnje metala.

### 3.4. Geološki model ležišta

Geološki model predstavlja interpretaciju morfološkog, strukturnog, tektonskog, mineralnog i hemijskog sastava ležišta mineralnih sirovina: metala, nemetala, kaustobiolita, pa čak i nafte i zemnog gasa.

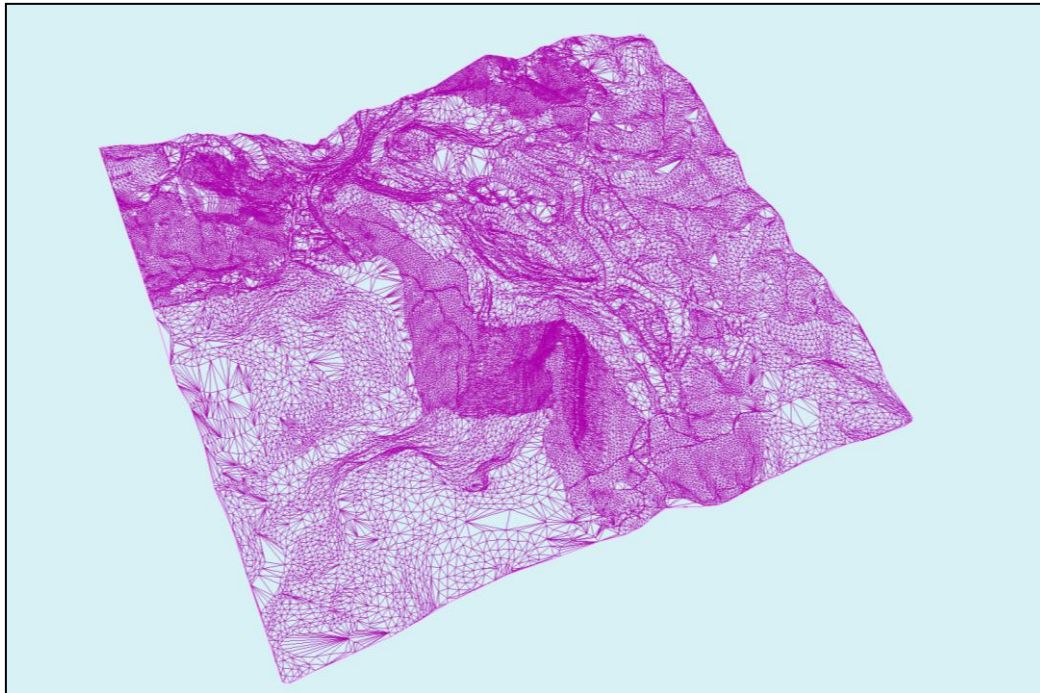
Pre više od 40 godina inženjeri su bili prinuđeni da izrađuju fizičke 3D modele rudnih tela i rudarskih prostorija. Ovi modeli su im omogućavali vizuelnu sliku ležišta. Ovakvi modeli su veoma često bili set geološke dokumentacije iscrtane na pleksiglasu kao trodimenzionalni prikaz.

Razvoj softvera u poslednjih 40 godina omogućio je izradu geoloških modela ležišta u elektronskom obliku, čime je omogućena trodimenzionalna vizualizacija ležišta. Modeli predstavljaju osnovu za planiranje rudarskih radova i mogu biti ažurirani svaki put kada su dostupni novi podaci o ležištu.

Geološki model, softverski dizajniran, predstavlja numeričko uređenje podataka. Podaci mogu lako biti prikazani i iskorišćeni za različita proračunavanja, kao što su proračun zapremine, masa, rezervi i dr., ili iskorišćeni za prikaz distribucije korisnih i štetnih komponenti unutar samog ležišta. Geološki modeli kreiraju se kao 2D i 3D modeli.

Kod 2D modela (slika 3.6), koji se zasnovani na gridovima (grid modeli), kvadratna ili pravougaona mreža (grid) postavlja se preko prostora koji je predmet obrade. Vrednosti koordinate Z (nadmorske visine) dodeljuju se centru svake ćelije mreže, tako da mreža predstavlja uzorak smešten u prostor ograničen X i Y koordinatama, dok se vrednost Z koordinate čuva unutar ovog prostora. Otuda i naziv 2D model. Na slici 3.6 prikazan je tipičan 2D model topografije. Vrednosti Z koordinate mogu da predstavljaju i geološke osobine kao što su: moćnost, sadržaj i dr.

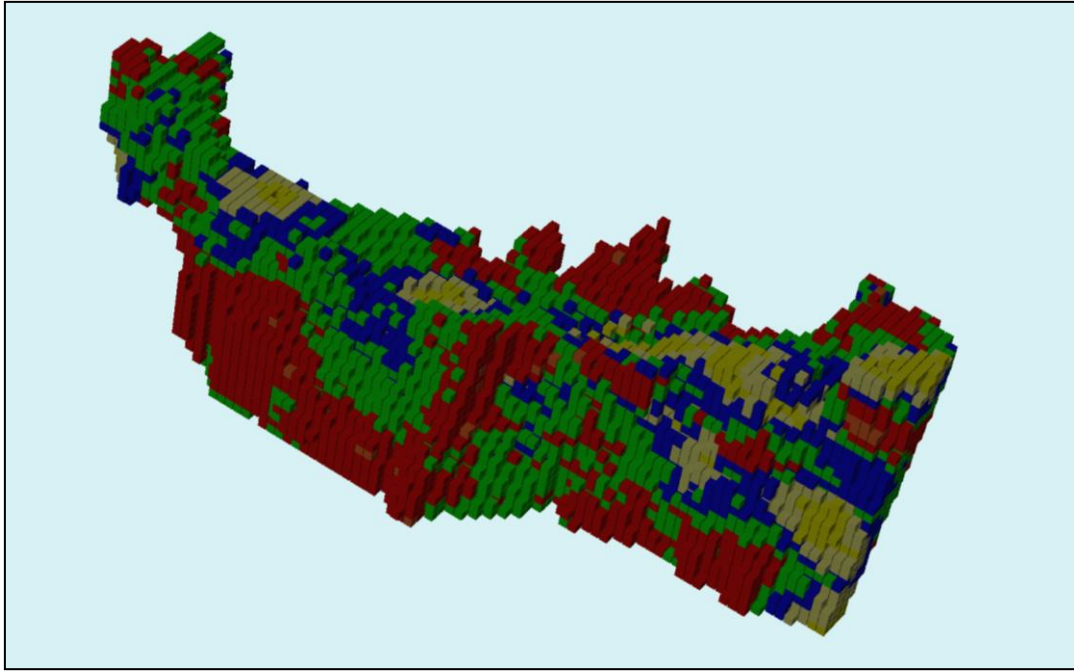




Slika 3.6. Tipičan 2D model topografije

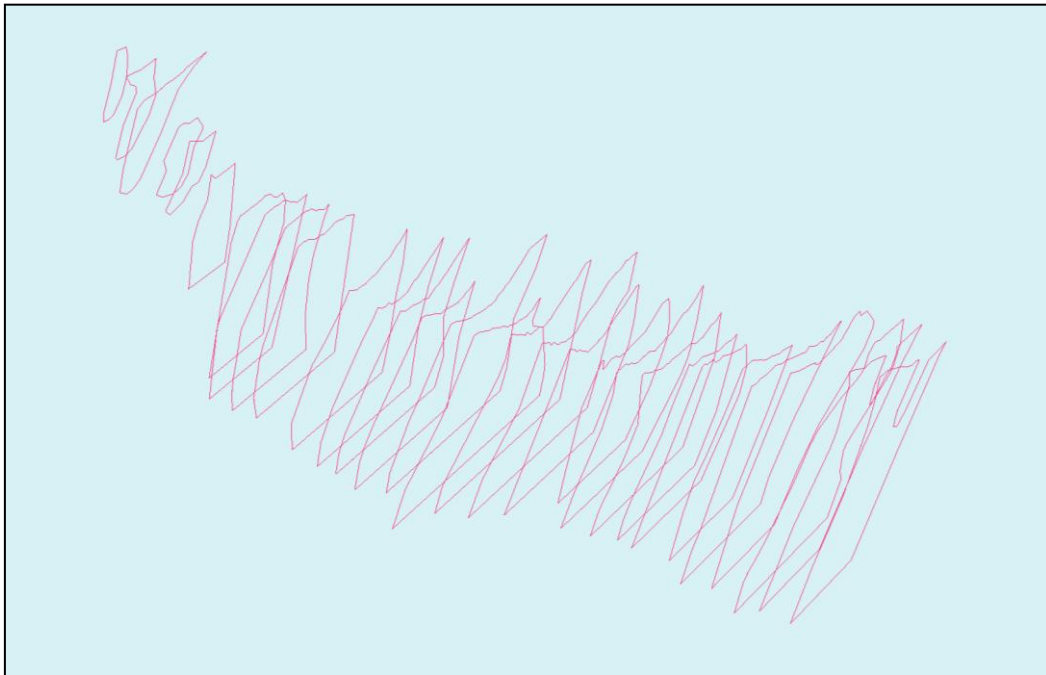
2D modeli su idealni za modeliranje tankih ili slojevitih ležišta, kao što su: ležišta uglja, boksita, glina, peska ili fosfata.

3D modeli (slika 3.7) izrađuju se kod ležišta većih dimenzija koja imaju izražene sve tri dimenzije. Rudna tela se mogu predstaviti blokovima, pa otuda i naziv blok model ležišta. Veličinu i lokaciju blokova je moguće predstaviti prostorom koji je ograničen X, Y, Z koordinatom. Vrednosti geoloških osobina, poput kvaliteta, sačuvane su u okviru svakog bloka odnosno u 3D prostoru. Otuda i naziv 3D model. Danas većina vodećih softvera za komercijalnu upotrebu za svoj rad koriste blok model, kao što su Gems, Surpac, Whittle, Datamine, Micromine i dr. Na slici 3.7 predstavljen je blok model ležišta koji je generisan u softveru Gemcom Gems. Različite boje blokova označavaju različite atribute blokova, kao što su tip stene (*engl. Rock type*), kvalitet (*engl. Grade*), zapreminska masa (*engl. Density*) i dr.

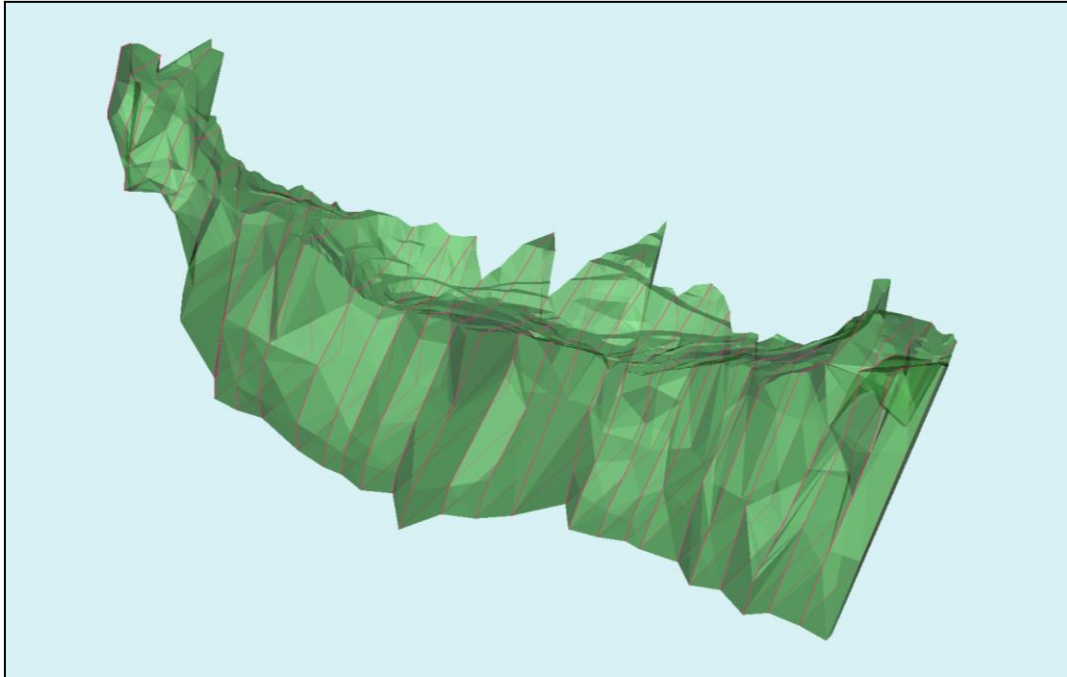


Slika 3.7. Prikaz 3D blok modela ležišta

Kod modeliranje nekog ležišta, interpretacija rudnog tela (ili nekog domena) bazira se na digitalizaciji profila (*eng. Wire framing*), koji se kasnije sjedinjuju u jedan jedinstveni oblik - solid (slike 3.8 i 3.9).

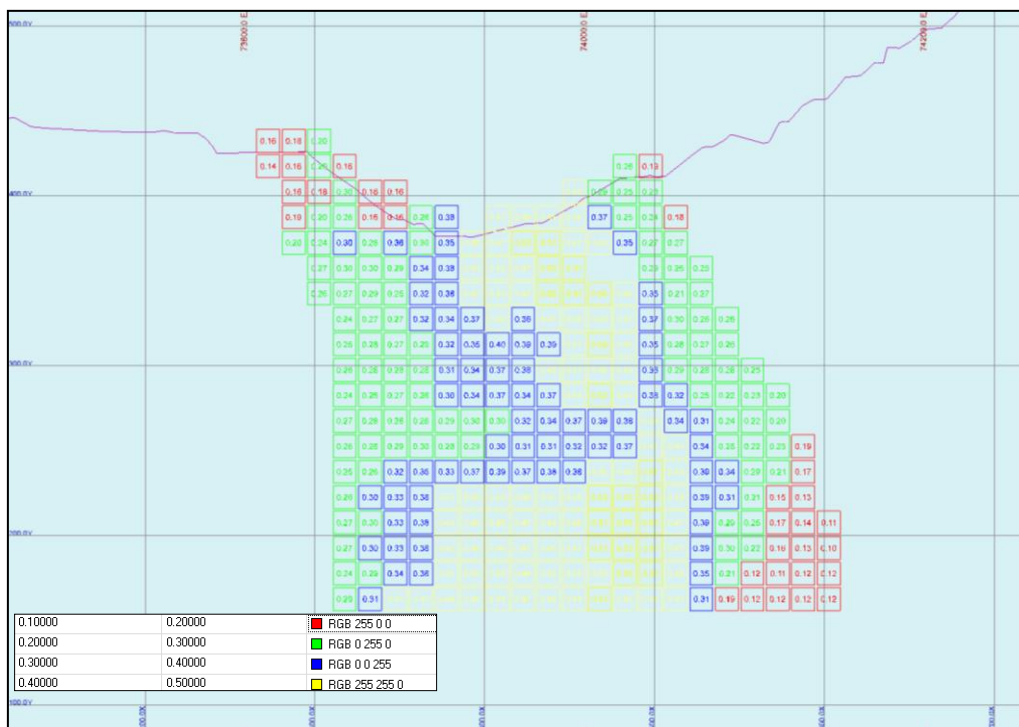


Slika 3.8. Mreža formiranih digitalnih profila



Slika 3.9. Formiran 3D solid rudnog tela

3D modeli nastali spajanjem profila, dele se na blokove oblika kocki kako bi se predstavilo rudno telo. Dok kod 2D modela optimalna veličina mreže iznosi  $1/5$  ili  $1/4$  rastojanja između podataka, kod 3D modela mora se uzeti i vrednost visine bloka, koja se kod modeliranja blok modela određuje u zavisnosti od tehnoloških faktora, odnosno jednaka je visini etaže (Hustrulid i Kuchta, 1998). Birajući optimalnu veličinu blokova usklađuje se brzina i tačnost izrade modela, te se na taj način dobija realni 3D model u kratkom vremenskom roku. U narednom koraku svakom od ovih blokova se dodeljuju vrednosti geoloških pokazatelja poput kvaliteta koje su dobijene u procesu geološkog istraživanja, iz istražnih bušotina. Pri izradi blok modela koristi se i statistička analiza podataka. Ključni momenat u izradi blok modela je dodeljivanje vrednosti, recimo, sadržaja korisnih i štetnih komponenti svakom od kreiranih blokova, i upravo geostatistika ima presudnu ulogu u ovom procesu. Slika 3.10. prikazuje blok model sadržaja bakra u poprečnom preseku (2D projekcija).



Slika 3.10. Prikaz blok modela ležišta bakra (2D projekcija)

### 3.4.1. Definisane domena

U procesu generisanja blok modela raspoloživi podaci o genezi mineralizacije moraju biti kodirani prema svom domenu. Domen u ovom kontekstu predstavlja oblast ili volumen unutar kog su karakteristike mineralizacija srodnije nego izvan domena.

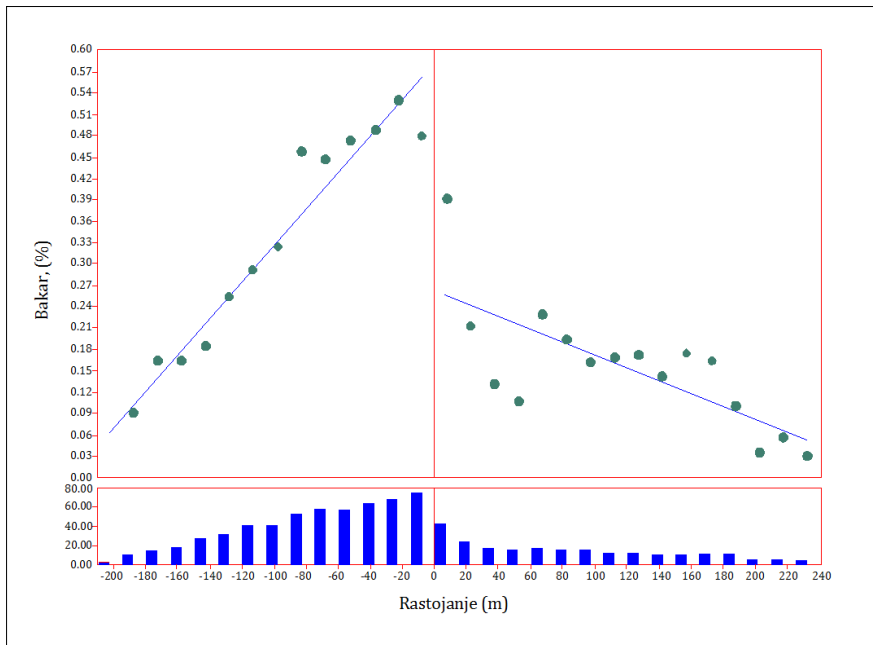
Pre nego što može da počne detaljno planiranje rudnika, potrebna je temeljna procena mineralnih resursa. Evaluacija mineralnih resursa definiše homogene geološke domene prema izdvojenim karakteristikama – tj. prema mineralogiji, alteracijama, litologiji i geofizičkim svojstvima itd. – zasnovanim na poznavanju rudnog ležišta i informacijama na osnovu uzoraka iz istražnih bušotina. Definicija ovih domena je relevantna za proces planiranja rudnika zbog različitog iskorišćenja tipova ruda u okviru ovih karakterističnih geoloških osobina.

Definisane granice između ovih geoloških domena može biti problematična zbog nekoliko faktora, koji uključuju:

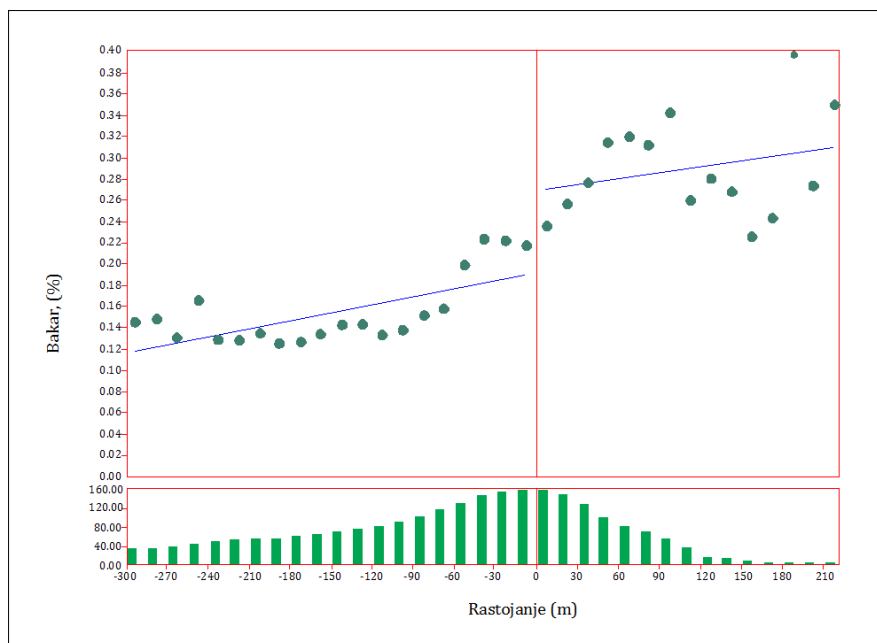
- Definisanje geoloških domena oslanja se na tumačenja rudnog tela od strane rudničkih geologa, i može postojati nekoliko održivih tumačenja.
- Informacije na osnovu uzoraka su ograničene i zato interpretacije granica imaju određen stepen nepouzdanosti, koje mogu biti simulirane (generisanje jednako mogućih geoloških scenarija), sprovođenjem geostatističkih tehnika, kao što su sekvencijalna Gausova simulacija (*engl. Sequential Gaussian Simulation*).
- Za granice između ovih domena obično se pretpostavlja da su „oštre“. Zbog toga se podaci iz prostora ukrštanja takvih granica ne uzimaju u obzir kada se radi o proceni sadržaja u datom domenu.

Oštre granice su one koje tokom geostatističke analize ukazuju na nagle promene u prosečnom sadržaju ili variranju sadržaja na kontaktu između dva domena (slika 3.11). Vrlo oštre geološke granice su retke zbog prirodnih procesa koji formiraju rudna tela. Geološki mehanizmi uključeni u formiranje ležišta su u većini slučajeva prelazni ili „meki“.

Na primer, supergene zone u porfirskim zonama ležišta bakra; supergeno obogaćivanje ovih sistema počinje oksidacijom delova iznad nivoa vode, njihovim transportom u rastvorima i taloženjem ispod nivoa podzemnih voda zamenom prethodno postojećih sulfida gvožđa. Ova supergena zona postaje tranziciona sa dubinom, između oksida i originalnih sulfida. Meka granica ima gradacionu zonu između dva susedna domena, što predstavlja poteškoću u identifikaciji tačne granice. Ilustracija ovoga je kontaktni deo grafika na slici 3.12. Meke granice su uobičajene u različitim vrstama depozita, a njihovo ispravno predstavljanje geostatističkim metodama ima veliki uticaj na planiranje rudnika.



Slika 3.11. Grafik kontakta konstruisan je da pokaže oštru granicu između oksidnih i primarnih sulfidnih zona. Sadržaj bakra prikazan je kao funkcija udaljenosti od kontakta, a histogram prikazuje broj uzoraka na svakoj udaljenosti. Veličina tačke uzorka prikazuje se kao funkcija varijanse (sa niskom varijansom tačke su veće)



Slika 3.12. Grafik kontakta konstruisan je da pokaže meku ili prelaznu granicu između oksidnih i sekundarnih sulfidnih jedinica. Prikazana svojstva ista su kao i na slici 3.11.

Uobičajena praksa u proceni resursa je da se koristi običan kriging u svakom geološkom domenu pretpostavljajući oštre granice. Za precizniju definiciju domena, u obzir se uzimaju meke granice kod korišćenja geostatističkih tehnika. Jedna od predloženih metoda je običan kriging unutar svakog geološkog domena dok se uključuju svi podaci u okviru proširene oblasti zapremine domena. Za određivanje veličine/udaljenosti ovog proširenja, mogu se primeniti nekoliko pristupa, kao što su: primena grafika za vizuelnu procenu udaljenosti, prethodni rad/studija za ležište koja pruža potrebne smernice, ili unakrsna primena kovarijansa i minimalnih rastojanja uzorkovanja (*engl. Lag distances*) sa unakrsnih variograma (maksimalni radijus pretraživanja kada su pomaci najbliži varijansama).

### **3.4.2. Analiza istražnih geoloških podataka**

Statističkom analizom geoloških istražnih podataka definiše se priroda granice domena. Analiza treba da pokaže kako se sadržaji menjaju u granicama domena.

Kada je definisana serija koherentnih domena, u svakoj od ovih oblasti treba opisati numeričke karakteristike mineralizacija, što će pomoći u izboru metode interpolacije za određivanje sadržaja metala u rudi. Ukoliko postoji više minerala, statističkom analizom otkrivaju se korelacije koje postoje među njima, a koje se moraju uzeti u obzir. Statistička analiza treba da se odvija u okviru domena definisanih u blok modelu.

Statistička analiza može da pomogne kada se donosi odluka o prirodi granice domena. Na osnovu analiza utvrđuje se promena sadržaja u granicama domena.

Kada je definisan niz ili više serija koherentnih domena, u svakoj od ovih oblasti opisuju se numeričke karakteristike mineralizacije. Ukoliko postoji nekoliko minerala ili varijabli uticaja, korelacije između njih koje se moraju uzeti u obzir, utvrđuju se primenom statističke analize. Statistička analiza treba da se odvija u okviru domena koji su definisani geološkim modelom.

Jedan od preduslova kod analize podataka je da svi uzorci imaju jednaku zapreminu. Opšte prihvaćen način da se osigura jednak uticaj svih uzoraka unutar domena jeste pravljenje kompozitnih uzoraka jednakih dužina. Za ovu svrhu koriste se različiti algoritmi, ali je uloga inženjera i dalje nemejljiva u smislu provere da li su dobijeni rezultati u rangju očekivanih.

### 3.4.3. Geostatistička analiza

Geostatistička analiza se primenjuje za modeliranje topografije, ležišta i distribucije sadržaja metala u ležištu.

Neophodan korak koji treba preduzeti pre primene raznih metoda krigovanja ili tehnika uslovne simulacije, jeste prostorna (geostatistička) analiza podataka u definisanom domenu, tj. obračun i modeliranje semi-variograma. Takođe, analiza kontinuiteta vrednosti podataka u trodimenzionalnom prostoru veoma je koristan prethodni postupak u gotovo bilo kom obliku procene. Poznavanje rezultata analize može i treba da ima uticaj na izbor odgovarajuće interpolacione tehnike. Na primer, pravac i veličina opsega može da se koristi za definisanje parametara pretrage sadržaja ili maksimalne veličine uticaja poligona.

Generisanje semi-variograma i njihovo kasnije modeliranje treba da otkrije strukturu prostornog kontinuiteta podataka, i da geostatistički potvrdi sve geološke trendove koji su prethodno modelirani ili uočeni. Geostatističkim analizama utvrđuje se postojanje anizotropije u definisanim domenima i određuje veličina te anizotropije. Takođe, analize treba da teže da se proverii odluka da li treba da se koriste tvrde ili meke granice domena, i treba da potvrdi iznos slučajne varijacije u svakom pravcu.

Jednačina variograma, odnosno semivariograma glasi:



$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \times \sum_{n=1}^{N(h)} [z(u_n) - z(u_n + h)]^2 \quad (3.1)$$

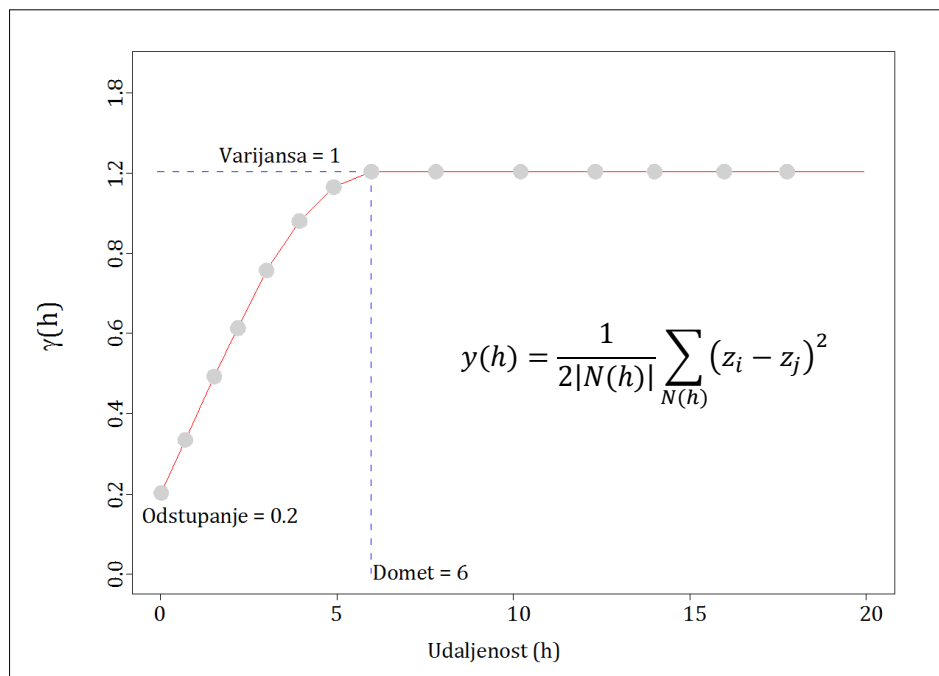
gde je:  $N(h)$  - broj parova podataka upoređenih na udaljenosti  $h$

$z(u_n)$  - vrednost na lokaciji  $u_n$

$z(u_n+h)$  - vrednost na lokaciji  $u_n+h$ .

Na slici 3.13 prikazan je variogram  $\gamma(h)$ . Na krivoj su prikazani parametri variograma:

- Odstupanje –  $C_0$  (engl. *Nugget*)
- Prag ili varijansa –  $C$  (engl. *Sill*)
- Domet –  $a$  (engl. *Range*)
- Udaljenost ili korak –  $h$  (engl. *Distance*)
- Pomak (engl. *Lag*).



Slika 3.13. Parametri semivariograma

**Odstupanje ( $C_0$ )** predstavlja slučajnu komponentu varijable, odnosno pojavu kada kriva seče osu Y u nekoj pozitivnoj vrednosti ( $C_0$ ). To je obeležje gotovo svih variograma, a upućuje na razliku u vrednostima vrlo bliskih uzoraka koji se u praksi smatraju uzorcima s jedinstvene lokacije. Uklanja se smanjenjem površine ili povećanjem broja uzoraka, iako u praksi vrlo često ne može da se eliminiše (Malvić, T., 2008).

**Prag ( $C$ )** je razlika pojedinačnih vrednosti i srednje vrednosti skupova podataka, što je ujedno definicija varijanse. Nakon dosezanja praga (ako ga poseduje) često dolazi do toga da kriva semivariograma prestaje pravilno da raste i počinje da osciluje oko njega.

**Domet ( $a$ )** je vrednost na kojoj semivariogram prvi put preseca prag, a nakon toga ne postoji prostorna korelacija ili zavisnost podataka.

**Udaljenost ( $h$ )** je vrednost na kojoj se međusobno upoređuju podaci. Svaka udaljenost čini jednu klasu. Toj se vrednosti može dodeliti tolerancija nazvana pomak. To znači da granicama klase dodajemo vrednost pomaka šireći tako klasu. Time se povećava broj parova i dobija se bolji rezultat.

**Pomak** predstavlja veličinu koja se slobodno određuje, a najčešće predstavlja polovinu širine variogramskog razreda, odnosno polovinu vrednosti koraka. Nije prikazan na slici 3.13 jer zavisi od konkretnih računskih parametara.

Svaki variogram opisan je sa nekoliko svojstava, od kojih je najvažnije svojstvo anizotropija koja opisuje promenu vrednosti variograma u zavisnosti od smera u kojem je računat. To je vrlo česta pojava u geologiji, najčešće zbog različitog oblika struktura u kojima se analiziraju različita svojstva. Na osnovu rezultata semivariogramske analize može se odrediti smer najvećeg (glavna osa) i najmanjeg kontinuiteta (sporedna osa). Njihov odnos predstavlja faktor anizotropije. Kada semivariogrami u različitim smerovima imaju isti prag i različit domet, radi se o geometrijskoj anizotropiji. Najčešće se obe veličine menjaju sa smerom, pa se tada radi o zonalnoj anizotropiji. Variografija može da pokaže da količina i smer anizotropije varira u zavisnosti od sadržaja metala.

Sledeće svojstvo variogramskih kriva jeste oscilovanje, odnosno pojava približno pravilne promene vrednosti, najčešće oko praga, a uzrok je pseudoperiodičnost, a ne međuzavisnost analizirane varijable. Pojava oscilovanja ukazuje da više ne postoji prostorna zavisnost podataka. Ekstremi, vrlo visoke i niske vrednosti na krivi, mogu da se pojave kao posledica premalog broja ulaznih podataka (kada su razlike između podataka često relativno velike). Takve vrednosti se izdvajaju i odbacuju na histogramu analizirane varijable, jer bitno utiču na semivariogramski račun zbog upotrebe izraza kvadrata razlike vrednosti.

Konačno, definicija i modelovanje semi-variograma pomoći će u definisanju osnovne veličine bloka za upotrebu kod svih tehnika modeliranja blok modela, kao i da li je potrebno izvršiti agregaciju subblokova u veće blokove.

Geostatistički pristup interpolacije sadržaja oslanja se na neki oblik krigovanja, pri čemu su težinski koeficijenti koji se dodeljuju svakom uzorku izvedeni iz semi-variograma, koji definišu kontinuitet sadržaja u dve ili tri dimenzije.

Geostatističke metode koje se koriste za procenu u procesu modelovanja ležišta su: kriging, kokriging, stohastičke simulacije i metoda inverznog rastojanja.

Kriging, kokriging i stohastičke simulacije ubrajaju se u statističke metode procene. Zajednički su određene kao najbolji „linearni nepristrani procenitelji“ (*engl. Best Linear Unbiased Estimators – BLUE*). „Najbolji“ (*engl. Best*) znači da su izračunati koeficijenti, na temelju kojih se kasnije računa procena, određeni postupkom minimiziranja varijanse kriginga; „linearni“ (*engl. Linear*) podrazumijeva da je procena načinjena linearnom kombinacijom merenih vrednosti (*engl. Hard data*); „nepristrani“ (*engl. Unbiased*) osigurava da je očekivanje procene jednako stvarnom očekivanju cele (moguće) populacije vrednosti; „procenitelj“ (*engl. Estimator*) označava metodologiju (Malvić, T., 2008).

Linearnost procene (iskazana formulom 3.1) znatno pojednostavljuje celi postupak. Vrednosti varijable na odabranoj lokaciji ( $Z_k$ ) procenjuju se na osnovu postojećih okolnih vrednosti ( $Z_i$ ) kojima je pridružen odgovarajući težinski

koeficijent ( $\lambda$ ). Takođe se podrazumeva da će vrednosti  $Z_i$  biti normalno raspodeljene (Gaussova kriva).

Uvođenje pravila srednje granične teoreme znači da će svaka slučajna varijabla, izražena velikim brojem nezavisnih događaja, postati varijabla s Gaussovom raspodelom, bez obzira na to kakva je funkcija raspodele verovatnoće tih događaja (merenja).

$$Z_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i \times Z_i \quad (3.2)$$

Kriging pruža brojne prednosti nad ostalim interpolacionim metodama, a upotrebom računara proračun pripadajućih matricnih jednačina uvek je brz, bez obzira na njihove dimenzije. Geostatističke interpolacione metode gotovo uvek uspešnije rešavaju procenu skupova podataka u kojima su kontrolne tačke izrazito grupisane. Proračun težinskih koeficijenata zavisi jedino od udaljenosti kontrolnih tačaka koje se nalaze unutar variogramskog elipsoida prostorne zavisnosti.

Postupak kriginga moguće je napisati u obliku proizvoda matricnih jednačina. Unutar dve matrice, vrednosti su izražene vrednošću variograma ili kovarijanse, odnosno zavise od udaljenosti upoređenih lokacija. Treća matrica sadrži težinske koeficijente koji se računaju iz prve dve spomenute matrice. Matricna jednačina piše se u obliku:

$$[W] \times [\lambda] = [B] \quad (3.3)$$

Metoda kriginga obuhvata brojne tehnike koje se razlikuju po obliku matricnih jednačina, odnosno prema području i vrsti podataka na koje se primjenjuju. To su: jednostavni kriging (*engl. Simple Kriging*), obični kriging (*engl. Ordinary Kriging*), indikatorski kriging (*engl. Indicator Kriging*), univerzalni kriging (*engl. Universal Kriging*) i disjunktivni kriging (*engl. Disjunctive Kriging*).

#### 3.4.4. Metoda inverznog rastojanja

Jedna od jednostavnijih matematičkih interpolacionih metoda, često primenjena i kao alternativa geostatističkim postupcima, je metoda inverznog rastojanja (*engl. Inverse distance weighting*).

Metoda inverznog rastojanja vrlo je uspešna interpolaciona metoda ako kontrolne tačke nisu izrazito grupisane. Vrednosti u odabranim tačkama procenjuju se na osnovu jednostavnog matematičkoga izraza:

$$z_{IU} = \frac{\frac{z_1}{d_1^p} + \frac{z_2}{d_2^p} + \dots + \frac{z_n}{d_n^p}}{\frac{1}{d_1^p} + \frac{1}{d_2^p} + \dots + \frac{1}{d_n^p}} \quad (3.4)$$

gde je:  $z_{IU}$  - procenjena vrednost

$d_1 \dots d_n$  - udaljenost lokacija 1...n od mesta procene  $z_{iu}$

$p$  - eksponent udaljenosti

$z_1 \dots z_n$  - merene vrednosti na lokacijama 1...n.

Uticaj svake tačke obrnuto je proporcionalan njenoj udaljenosti od lokacije na kojoj se procenjuje vrednost. Broj tačaka uključenih u procenu određen je poluprečnikom kružnice postavljene oko spomenute lokacije.

#### 3.4.5. Postupak krosvalidacije modela

Postupak krosvalidacije, koji se još naziva i srednja kvadratna greška procene, predstavlja metodu za proveru uspešnosti interpolacije u različitim litološkim sredinama. Takav postupak se upotrebljava kada se ocenjuju rezultati dobijeni primenom dve ili više interpolacionih metoda za isti ulazni skup merenih vrednosti.

Postupak metode je sledeći. U nekom skupu koji sadrži  $n$  podataka postupak se ponovi tačno  $n$  puta. U svakom koraku bira se jedna (uvek druga) merena vrednost, stavlja se izvan skupa podataka, upoređuje se razlika izvorne i procenjene vrednosti na istoj lokaciji i izračunava se njen kvadrat. Zbir kvadrata po svim postojećim tačkama predstavlja rezultat krosvalidacije.

Proračun se radi prema jednačini 3.5:

$$MSE_{metode} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (I_v - P_v)_i^2 \quad (3.5)$$

gdje je:  $MSE_{metode}$  – srednja kvadratna greška (krosvalidacija) procene odabrane metode

$I_v$  – izmerena vrednost odabrane varijable na bušotini  $i$

$P_v$  – procenjena vrednost odabrane varijable na bušotini  $i$ .

Takav postupak danas se recimo koristi kada treba odlučiti između primene kriginga s nepouzdanim variogramskim modelom ili metode inverzne udaljenosti.

Nije moguće dati neke okvirne vrednosti koliko mora iznositi vrednost krosvalidacije da bi se karta načinjena za određenu litologiju i uz poznati broj bušotina smatrala pouzdanom ili prihvatljivom, ali je moguće poređenje takvih vrednosti za nekoliko bliskih polja, unutar jednakih litoloških jedinica i uz približno jednak broj ulaznih vrednosti. U tom slučaju niže vrednosti pokazuju bolju procenu, odnosno upotrebu interpolacijske metode s manjom greškom.

## 3.5. Model troškova

### 3.5.1. Kapitalni troškovi

Da bi se realizovala investiciona ulaganja potrebna su finansijska sredstva, koja vlasnici kompanija obezbeđuju iz sopstvenih ili pozajmljenih sredstava. Sopstveni

izvori su osnovni kapital i amortizacija. Kada kompanija nije u mogućnosti da sopstvenim sredstvima finansira investiciona ulaganja, prinuđena je da koristi tuđa, odnosno pozajmljena sredstva. To su najčešće zajmovi od banaka i drugih kreditora, i na ova pozajmljena sredstva korisnik kredita plaća kamatu sa ugovorenim uslovima.

Uslovi finansiranja investicija imaju veliki uticaj na ukupnu ekonomiju investicionog projekta. Ako se radi o pozajmljenim sredstvima do izražaja dolazi visina kamatne stope i period korišćenja kredita.

Troškovi kapitala (troškovi investiranja) ne opterećuju poslovni rezultat odjednom, u periodu investiranja, već se njihova nadoknada odvija postepeno, tokom veka trajanja investicionog sredstva, preko prodajne cene proizvoda.

Trošak kapitala nastaje kao posledica sticanja i korišćenja uloženog kapitala u poslovanje, a čine ga trošak glavnice i trošak duga. Kako bi sve izvore finansiranja koji čine uloženi kapital sveli na jedan trošak koristi se ponderisani prosečni trošak (WACC). Trošak kapitala je minimalni prihvatljiv povrat na investiciju da bi se od nje mogla očekivati ekonomska dodana vrednost.

Trošak duga se iskazuje kao kamata koja predstavlja cenu zajmodavca za iznos koji je pozajmio na neki vremenski rok. Trošak glavnice predstavlja jednim delom dividendu (procenat od glavnice koji je namenjen isiplati dividende), a jednim delom kapitalni rast, jer većina akcionara očekuju dve stvari:

- a) raspodelu dobiti od poslovanja kroz dividendu i
- b) rast vrednosti njihovih akcija na tržištu kapitala tokom nekog vremenskog roka.

Kapitalni rast utvrđuje se prema CAPM modelu koji je jednak bezrizičnoj stopi povrata (kamata na državne obveznice) + sistematski rizik kompanije (naziva se „beta“).

U opštem slučaju, kapitalni troškovi javljaju se kao:

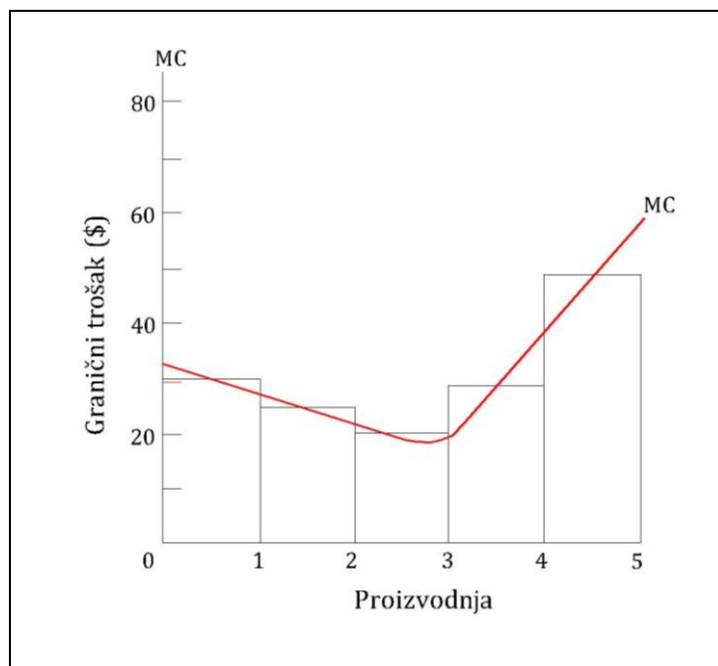
- Početni (inicijalni) troškovi izgradnje novog rudnika. Veličina ovih troškova obično varira od 500 miliona do 3-5 milijardi dolara u periodu od dve do tri godine. Stepen tačnosti inicijalnih kapitalnih troškova može da varira u opsegu plus ili minus 30%, u zavisnosti od faze projekta.
- Tekući troškovi zamene dotrajale opreme na površinskom kopu i u flotacijskim postrojenjima tokom životnog veka rudnika. Oprema ima ograničen ekonomski život, tako da godišnji trošak amortizacije predstavlja deo kapitalnih troškova. Veličine ovih troškova su nižeg reda, ali s obzirom da su prisutni u svakoj godini proizvodnje, u ukupnom iznosu ta sredstva mogu da budu značajna.

### 3.5.2. Marginalni (granični) troškovi

Prilikom izrade alternative u planiranju, koje je osnova za donošenje odluka, neophodno je da se sagleda relacija između marginalnih troškova i marginalnih prinosa. Za donošenje odluka o nivou proizvodnje vrlo je bitno analizirati odnos između marginalnih troškova i marginalnih prinosa, odnosno utvrditi stepen povećanja proizvodnje u odnosu na povećanje dodatnih (marginalnih) troškova, na primer koliko je dodatna jedinica novog proizvoda uslovlila dodatnih troškova. Na osnovu toga donosi se odluka da li je isplativo povećati proizvodnju, vodeći računa o kretanju troškova. Dodatno povećanje proizvodnje, na primer za jednu jedinicu (outputa), ili ulaganja (inputa) zove se graničnost prinosa i troškova. Granični troškovi i prinos mogu se meriti finansijski ili naturalno. Ako marginalne promene označimo sa  $\Delta$ , onda marginalni proizvod predstavlja odnos:  $\Delta\text{proizvod}/\Delta\text{input}$ , dok marginalni troškovi označavaju odnos:  $\Delta\text{troškovi}/\Delta\text{output}$ .

Empirijska istraživanja pokazala su da za većinu proizvodnih delatnosti krive graničnih troškova imaju oblik slova U, tj. granični troškovi u početku opadaju do tačke minimuma, a zatim počinju da rastu (slika 3.14).





Slika 3.14. Kriva graničnih troškova

Maksimalizacija prihoda, odnosno povećanje profita, podrazumeva da jedinični porast proizvodnje mora da donosi veći prihod od troškova za jedinično povećanje proizvodnje. Odnosno, isplativo je doneti odluku o povećanju proizvodnje samo pod pretpostavkom da donosi veći prihod od troškova. Marginalni proizvodni trošak ( $MC$ ) je onaj koji proističe iz povećanja jedinične mere ukupnog povećanja proizvodnih troškova, a marginalni prihod ( $MP$ ) je rezultat povećanja ukupnog prihoda. Marginalni prihod je jednak sa cenom, ako cena ostane nezavisna od prodane količine robe. Maksimalan prihod biće ostvaren pod pretpostavkom da je postignuta jednakost  $MC=MP$ .

Ključno za donošenje odluke je da prosečna ukupna dobit bude ostvarena na taj način što će izračunate cene biti značajno više od ukupnih prosečnih troškova ( $ATC$ ).

Dakle, profit je maksimalan kada su ukupni prosečni troškovi ( $ATC$ ) u porastu. Ovaj stav odstupa od ustaljenog shvatanja da profit raste s nižom cenom koštanja po jedinici proizvoda. Profit može da poraste jer veća količina proizvoda vredi više od inputa uloženi u proizvodnju tog proizvoda. Odnosno kompaniji nije cilj da

proizvodi po najnižoj ceni po jedinici proizvoda, već kada su marginalni proizvodni troškovi jednaki marginalnom prihodu ( $MC=MP$ ).

Uvek kad je cilj optimizacija, marginalni troškovi treba da budu u fokusu. Procedure koje su usmerene na optimizaciju kopa primenjuju ovakav identičan princip. Počev od neke inicijalne rude istražuje se proširenje u svim dimenzijama, da bi se ustanovilo da li su marginalni prihodi proširenja veći od marginalnog troška vađenja dodatne rude i otkrivke. Optimalni kop je onaj kod kojeg je marginalni dobitak jednak trošku.

### 3.5.3. Fiksni troškovi

Fiksni troškovi, prema njihovoj izvornoj klasifikaciji, posledica su posedovanja fizičkog kapaciteta i prisutni su bez obzira na nivo aktivnosti preduzeća. Kao tipični primeri fiksnih ili stalnih troškova mogu se istaknuti: amortizacija, troškovi investicionog održavanja, najamnine i zakupnine, kamate na kredit, osiguranje osnovnih sredstava, koncesija, veći deo opštih troškova stvaranja učinaka i opštih troškova uprave i prodaje, i drugi slični troškovi. Fiksni troškovi, s obzirom na činjenicu da su to troškovi kapaciteta preduzeća, postoje i kada se kapaciteti uopšte ne koriste i ne menjaju se dok se ne promeni kapacitet preduzeća.

U praksi se, međutim, pod određenim okolnostima fikсни troškovi ipak menjaju. Oni po pravilu povećavaju kapitalne intenzivnosti preduzeća. U slučaju znatnog povećanja opsega proizvodnje, koji zahteva povećanje kapaciteta, povećava se i deo fiksnih troškova.

### 3.5.4. Varijabilni troškovi

Varijabilni troškovi su oni troškovi koji zavise od nivoa aktivnosti preduzeća, odnosno to su troškovi koji se menjaju promenom nivoa aktivnosti preduzeća. Za razliku od fiksnih, varijabilni troškovi se menjaju u skladu sa promenom obima

proizvodnje. Ukupni varijabilni troškovi povećavaju se sa povećanjem obima proizvodnje, i obratno. Pri tome, promena ukupnih varijabilnih troškova nije proporcionalna promeni obima proizvodnje. Pretpostavlja se da se varijabilni ili promenjivi troškovi menjaju linearno u odnosu na nivo aktivnosti. Oni su u direktnoj proporciji s promenom količine ostvarene proizvodnje, ali se mogu kretati i neproporcionalno, zbog čega se dele na: proporcionalne varijabilne troškove i neproporcionalne varijabilne troškove. Proporcionalni varijabilni troškovi potpuno su srazmerni količini ostvarenih učinaka, dok su po jedinici učinka konstantni. Ukupni proporcionalni troškovi rastu ili opadaju srazmerno porastu ili smanjenju opsega proizvodnje. Oni su konstantni na svim nivoima poslovanja, a najznačajniji su: materijal za izradu i lični dohoci izrade.

Neproporcionalni varijabilni troškovi mogu rasti ili padati brže ili sporije u odnosu na nivo aktivnosti, što uslovljava podelu na: progresivno neproporcionalne varijabilne troškove i varijabilne troškove koji rastu brže nego što raste opseg proizvodnje.

Varijabilni troškovi razlikuju se od indistrije do industrije, ali poređenje u okviru jedne industrije je najčešće veoma značajno. Kada analiziramo izveštaj o prihodu jedne kompanije trebalo bi da zapamtimo, da povećavanje troškova nije obavezno i loš znak. Kako god se prodaja povećava tako se mora povećavati i broj proizvedenih proizvoda, što nam ukazuje na činjenicu i da se varijabilni troškovi moraju povećavati. Na bazi toga, da bi se povećali prihodi moraju i troškovi da se povećaju. Međutim, veoma je važno da zapamtimo da se prihodi povećavaju brže od troškova.

### **3.5.5. Oportunitetni troškovi**

U savremenim uslovima poslovanja oportunitetni troškovi (*eng. Opportunity costs*) predstavljaju jedan od najznačajnijih koncepta ekonomske analize. Reč je o mogućem prihodu koji bi vlasnik preduzeća dobio ako bi angažovao kapital u

nekom drugom poduhvatu. Iznos lišavanja od prihoda alternativnim angažovanjem sredstava predstavlja alternativne troškove.

Oportunitetni trošak korišćenja nekog resursa na određeni način, u stvari, predstavlja propuštenu vrednost u slučaju nekorišćenja nekog resursa na najrentabilniji način koji se nudi mogućim alternativama. Oportunitetni troškovi se odnose na izgubljen prihod zbog neadekvatne alokacije resursa. Prema tome, prinos od ovih resursa mora biti najmanje na nivou visine njihovih oportunitetnih troškova. To znači da su prinosi od resursa, ako su na visini njihovih oportunitetnih troškova, u najpovoljnijoj alokaciji. Međutim, to znači da oportunitetni troškovi prelaze visinu ostvarene vrednosti, nastale izborom alokacije resursa, a da je potencijalni prinos izgubljen.

Dakle, oportunitetni trošak se određuje kao „žrtva” izražena u novcu i nastao je usled toga što određeni faktor proizvodnje nije korišćen u najprofitabilnijoj alternativnoj aktivnosti.

Svakom faktoru se može odrediti alternativni trošak, s obzirom da svaki faktor proizvodnje ima svoju alternativnu upotrebu.

Oportunitetnim troškom se smatra i zarada na osnovu kamate koju bi novac zarobljen u, na primer, sredstvima za proizvodnju mogao dati da je investiran u druge svrhe. Ili, kao vrednost kamatne stope koja bi se zaradila da je novac uložen u sredstva koja donose kamatu, nasuprot držanja gotovine.

Sa aspekta preduzeća oportunitetni trošak proizvodnje može se posmatrati preko vrednosti najbolje alternativne upotrebe njegovih resursa. Odnosno, oportunitetni trošak je realna alternativa od koje se preduzeće uzdržalo. U tom smislu, menadžeri treba da sagledaju sve koristi koje su „žrtvovane” usled preduzimanja aktivnosti, odnosno moguće profite od alternativnih projekata koje se preduzeće odreklo.

Oportunitetni troškovi se nazivaju i ekonomskim troškovima tako da uključuju dve vrste troškova - eksplicitne tj. troškove u vezi sa novčanim tokovima (odlivima) i

implicitne troškove, one koji nisu izdaci i koji nisu u vezi sa novčanim tokovima (odlivima).

Kategorija eksplicitnih troškova se odnosi na stvarni novčani izdatak koji ima preduzeće po osnovu dobijanja usluga ili inputa, dok bi implicitni troškovi predstavljali troškove koji se odnose na stvarne novčane izdatke u tekućem periodu (radi se o tzv. rashodima perioda, na primer, troškovi marketinga, troškovi istraživanja i razvoja i sl.).

### 3.5.6. Nepovratni troškovi

Sa stanovišta upravljanja troškovima bitna je i kategorija nepovratnih troškova ili potopljenih troškova (*engl. Sunk costs*). Nepovratni troškovi su deo fiksnih troškova. To su oni troškovi koji su ranije nastali, te stoga predstavljaju rezultat prošlih odluka koje se ne mogu promeniti.

Koncept nepovratnih troškova može se objasniti na sledećem primeru. Neka je izgradnja i puštanje postrojenja drobljenja na površinskom kopu koštala 10 miliona \$. Ukoliko bi rudnik bio zatvoren iz bilo kog razloga, u danu zatvaranja mlin će imati određenu vrednost – ta vrednost se naziva vrednost spašene imovine (*engl. Salvage value*), i neka iznosi recimo 6 miliona \$. U ovom slučaju 4 miliona \$ izgubljeno je zauvek. To je nepovratni trošak i on se ne uzima u svrhu (cilju) optimizacije.

Iz izloženog uočavamo da su nepovratni troškovi u stvari oni troškovi koji se sa stanovišta sadašnjeg poslovanja ne mogu izbeći, i nisu relevantni sa stanovišta sadašnjeg razmatranja alternativa.

### 3.5.7. Troškovi gotovine i pseudo troškovi

Kenneth F. Lane (1988) u svom radu objašnjava da postoje četiri vrste troška:

- 1) Troškovi gotovine (*engl. Cash costs*) koji su proporcionalni količini otkopane i prerađene rude. Primer: troškovi goriva, ulja i maziva, guma i dr.
- 2) Troškovi gotovine koji su proporcionalni vremenu. Primer: troškovi održavanja.
- 3) Pseudo troškovi koje nazivamo troškovi odlaganja (kašnjenja) (*engl. Delay costs*).
- 4) Pseudo troškovi koje nazivamo troškovi promena (*engl. Change costs*).

Navedeni pseudo troškovi ponašaju se kao vremenski troškovi. To jest, oni su srazmerni vremenu, a ne količini otkopane i prerađene rude. Ovi troškovi nazivaju se pseudo troškovi, jer se nikada ne pojavljuju u bilo kojim izveštajima. Ipak, oni imaju značajan uticaj na optimizaciju graničnog sadržaja.

**Troškovi odlaganja (kašnjenja)** javljaju se kada kasni otkopavanje preostale količine rude, zbog čega se NPV smanjuje.

Delovanje ovih troškova najbolje može da se objasni na sledećem primeru. Razmatra se scenario, gde imamo resurs koji se sastoji od deset miliona tona rude i jalovine.

Definisan je način na koji će se eksploatisati poslednjih devet miliona tona resursa, a time posledično i tokovi novca u današnjim dolarima. Međutim, razmatraju se dva različita načina eksploatacije prvog miliona tona, i to: Scenario A i Scenario B. Ako Scenario B traje šest meseci duže nego Scenario A, onda, i pored toga što ima drugačiji novčani tok od A, to će odložiti sve novčane tokove generisane eksploatacijom poslednjih devet miliona tona za dodatnih šest meseci. Eksploatacija poslednjih devet miliona tona rude počinje šest meseci kasnije, ako izaberemo Scenario B.

Ako diskontna stopa iznosi 12 odsto (1 odsto mesečno), neto sadašnja vrednost poslednjih devet miliona tona biće smanjena za oko šest odsto (zbog 6 meseci zakašnjenja). Prema tome postoji efektivan trošak jednog procenta NPV koja se ostvaruje otkopavanjem poslednjih devet miliona tona za svaki mesec, koji se potroši eksploatacijom prvih milion tona.

Pošto ovi troškovi zavise od vremena, a ne od količine rude koja je eksploatisana, oni su vrsta vremenskih troškova i zovu se „troškovi odlaganja“.

Da bi se postigla maksimizacija NPV projekta, kod donošenja odluka moraju se uzeti u obzir troškovi odlaganja, iako se oni nikada ne pojavljuju u bilo kakvim izveštajima.

**Troškovi promena** javljaju se kada dolazi do kašnjenja u otkopavanju pri različitim ekonomskim uslovima, čime se menja novčani tok.

Novčani tokovi su veći ako se eksploatiše resurs u uslovima visoke cene proizvoda. Sa druge strane, novčani tokovi su manji ako se eksploatiše resurs kada je cena proizvoda niska.

Tako, koristeći prethodni primer, ako se odloži eksploatacija poslednjih devet miliona tona u periodu nižih cena, smanjiće se novčani tokovi za devet miliona tona, a samim tim i NPV ovih devet miliona tona. Pošto će ovaj efekat generalno biti veći sa povećanjem vremena odlaganja eksploatacije, ovi troškovi tretiraju se kao vrsta vremenskih troškova, i se zovu „troškovi promena“. Oni se razlikuju od svih ostalih vremenskih troškova, jer, ako cena proizvoda raste sa vremenom, mogu biti i negativni. To jest, može biti poželjno da se odloži deo projekta. Bitna karakteristika ovih troškova je da su oni jednaki nuli ako su ekonomski uslovi konstantni.

## 3.6. Model za ekonomsku evaluaciju rudarskih projekata

### 3.6.1. Osnovni principi modela

Haynes i Massie, (1969) u svom radu prepoznaju četiri principa koja su važna za ekonomski model koji služi za donošenje investicionih odluka.

- 1) **Incrementalni princip:** Donošenje odluke je ispravno ukoliko je povećanje prihoda veće od povećanja troškova, odnosno ako je smanjenje troškova

veće od smanjenja prihoda. Ovo izgleda očigledno, međutim, njegova primena nije uvek očigledna, a korišćenje prosečnih troškova kao osnovnog modela za donošenje odluke može dovesti do greške.

- 2) **Princip vremenske perspektive:** Odluka treba da uzme u obzir i kratkoročne i dugoročne efekte u odnosu na prihode i troškove, dajući odgovarajuću težinu najvažnijim vremenskim periodima.
- 3) **Princip oportunitetnih troškova:** Odlučivanje podrazumeva pažljivo sagledavanje i kalkulaciju troškova. Kompanija mora da proceni oportunitetne troškove kod investiranja u predloženi projekat u odnosu na druge mogućnosti investiranja.
- 4) **Princip diskontovanja:** Ako odluka utiče na troškove i prihode u budućnosti, neophodno je da se ovi troškovi i prihodi diskontuju na sadašnje vrednosti, pre nego što je moguće da se izvrši poređenje sa drugim alternativama.

### 3.6.2. Varijable modela

Glavne varijable ekonomskog modela mogu se klasifikovati kao kao: proizvodne, ekonomske i varijable regulisane zakonskim aktima (regulatorne varijable), (Beasley i Pfleider, 1972).

**Proizvodne varijable** predstavljaju: 1) mineralne rezerve, količine rude i sadržaj metala u rudi (granični sadržaj i prosečni sadržaj); 2) kapacitet proizvodnje; 3) razblaženja; 4) predviđena iskorišćenja u procesu otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade.

Za svaki od navedenih skupa varijabli, takođe se izdvajaju: 1) operativni i režijski troškovi; 2) troškovi prevoza i prodaje; 3) kapitalni troškovi rudnika, postrojenja i infrastrukture; i 4) zahtevi obrtnog kapitala.

**Ekonomske varijable** su: 1) tržišne cene proizvoda; 2) odnos kapitala i kredita ; i 3) kamatne stope i vreme povraćaja kredita.



**Regulatorne varijable čine:** 1) stope amortizacije; 2) naknade za korišćenje mineralnih sirovina; 3) poreske stope na vrednost imovine, ostvareni profit, transfer dividendi i carinske stope; i 4) poreski moratorijum, investicioni krediti i dr.

Dok grupa proizvodnih varijabli ima svoj uticaj u fazi projektovanja i procene, grupa ekonomskih varijabli (tržišne cene i kreditni aranžmani) i grupa regulatornih varijabli (koja predstavlja strukture oporezivanja) jednake su po značaju ili su možda i većeg značaja, jer je rudarska kompanija ograničena ovim varijablama i nema kontrolu nad njima.

### 3.6.3. Ciljevi i mere vrednosti

U strategiji optimizacije od presudnog značaja jeste da se definiše šta je opšti korporativni cilj i koje mere vrednosti treba da se koriste da bi se odredilo da li je taj cilj postignut u prošlosti, odnosno da bi se uticalo na donošenje pravih odluka kako bi taj cilj mogao da se ostvari u budućnosti.

U procesima izvođenja graničnog sadržaja ciljevi mogu imati eksplicitni ili implicitni karakter:

- *Break-even analiza* ima implicitni cilj da osigura da svaka tona materijala klasifikovanog kao ruda plaća samu sebe, kako god to može biti shvaćeno.
- *Mortimerova definicija* ima eksplicitne ciljeve da osigura da svaka tona materijala klasifikovanog kao ruda plaća samu sebe, a da prosečan sadržaj tretirane rude ostvaruje određeni minimum profita po toni.
- *Lane metodologija* ima eksplicitan cilj da ostvari maksimiziranje neto sadašnje vrednosti (NPV).

Strategija optimizacije predstavlja proces koji identifikuje strategiju koja najbolje ostvaruje opšti korporativni cilj. Ovo ne važi samo za politiku graničnog sadržaja, već i za sve pokretače vrednosti za koje kompanija može da donosi odluke, kao što su kapaciteti otkopavanja, pripreme i prerade, upravljanje razvojem i tako dalje.

### **3.6.3.1. Vrednost, ciljevi i ograničenja**

#### **Stvaranje vrednosti u različitim tipovima kompanija**

Realna vrednost nekog rudarskog projekta zavisi od novčanog toka koji se generiše tokom životnog veka tog projekta. Ostvareni neto novčani tokovi tokom trajanja projekta u potpunosti su poznati samo nakon zatvaranja rudnika. Međutim, mere vrednosti koje se zasnivaju na procenama ostvarenih novčanih tokova u prošlosti, koriste se da bi se odredilo kolika će biti dobit u budućnosti. Metode diskontovanih novčanih tokova (DCF), koje uzimaju u obzir vremenske vrednosti novca, koriste se u skoro svim razvijenim ekonomijama. Neto sadašnja vrednost (NPV) i interna stopa povratka (IRR) su dve najčešće razmatrene mere za evaluaciju vrednosti projekta.

U većini razvijenih ekonomija, menadžment preduzeća je u zakonskoj obavezi da postupa u najboljem interesu akcionara. To podrazumeva rukovođenje rudarskim radovima na način kojim se akcionarima obezbeđuje maksimalni profit tokom trajanja rudarske operacije, uzimajući u obzir vremenski efekat vrednosti novca. Maksimizacija profita predstavlja primarni cilj akcionara, međutim kompanije imaju obavezu da posluju kao društveno odgovorna preduzeća. To znači da kompanije moraju da predvide trošenje nekih od poslovnih prihoda u korist poboljšanja društvene zajednice, zaštite životne sredine, i tako dalje. Ovo proističe iz toga da se akcionari susreću sa opasnošću da ostanu bez dobiti ukoliko dođe do zatvaranja rudnika zbog uticaja javnog mnjenja.

Akcionari ostvaruju dobit na dva načina: po osnovu dividendi i kapitalnih dobitaka koji proizilaze iz povećanja cena akcija. Mnoge manje kompanije nikada ne isplaćuju dividende, tako da dobit koju akcionari ostvaruju potiče samo od kapitalnih dobitaka.

Mogu se izdvojiti tri vrste kompanija koje posluju u industrijskim oblastima. Kompanije koje se bave samo istraživanjima, novčana sredstva za svoje aktivnosti mogu da ostvare pozajmljivanjem kapitala sa tržišta. Kompanije čija je osnovna delatnost proizvodnja, prihode ostvaruju na osnovu svojih privrednih aktivnosti, a

neto novčani tokovi mogu da se koriste, za isplatu dividendi, investiranje u druge proizvodne aktivnosti (kao što su nove poslovne aktivnosti ili proširenja kapaciteta) ili za istraživanja. Za ovu drugu vrstu preduzeća, primarni cilj je maksimizacija vrednosti poslovanja, uz povećanje resursa/rezervi kroz istraživanje.

Treći tip su kompanije, koje se pored proizvodnje, kao osnovne delatnosti, bave i poslovima istraživanja. Program istraživanja finansira se od neto novčanog toka iz poslovanja.

Cilj maksimiziranja NPV stoga treba da bude glavni fokus svih aktivnosti planiranja, posebno za strateške studije razvoja. Ovo je relevantno za bilo koji projekat, bez obzira na vrstu preduzeća.

### **Ciljevi i ograničenja**

Mere za ocenu vrednosti, osim NPV, često se koriste u procesu donošenja odluka. Ove mere mogu da uključe nediskontovani novčani tok i faktore kao što su količine rude i sadržaj metala u rudi, životni vek rudnika, operativne troškove i različite mere povraćaja investicija, kako kod DCF metode, tako i kod primene računovodstvenog postupka. Smanjenje početnog kapitalnog troška i generisanje dovoljno novca kako bi se na vreme servisirali dugovi i druge obaveze, jesu bitni interes preduzeća. Iako je maksimizacija NPV često proklamovani cilj, u praksi je često podređen kada negativno može da utiče na druge mere, posebno ako se razmatraju druge mere u cilju podizanja cene akcija.

Shodno tome, postizanje zadovoljavajućeg ishoda za ove mere mora da se posmatra kao važno za postizanje korporativnih ciljeva u praksi.

Potrebno je razumeti da li su ovi drugi pravi ciljevi ili su jednostavno ograničenja. Na primer, da li želimo da istovremeno maksimiziramo NPV, životni vek rudnika i sadržaj metala u rudi, a da na drugoj strani minimiziramo kapitalne izdatke? Ili želimo da maksimiziramo NPV, a da životni vek, rezerve i CAPEX budu u

određenim prihvatljivim granicama? Razlika je bitna i dovešće do drugačijeg filozofskog pristupa problemu optimizacije. Kao što smo videli, malo je verovatno da će jedna strategija istovremeno optimizirati sve opisane mere vrednosti. Ako sve te ciljeve treba ispuniti, onda se mora primeniti kvalitativna vrednosna analiza u pogledu zahtevanih kompromisa kako bi se strategijom postigli najbolji ili zadovoljavajući različiti i suprotstavljeni ciljevi – čak i kada se optimalnost ne može postići za svaku od njih.

Neko se onda može zapitati, ako je cilj da se maksimizacijom NPV ostvari maksimalni profit koji pripada akcionarima, zašto se u strategiji pojavljuju dodatna ograničenja koja mogu potencijalno da utiču da strategija maksimiziranja vrednosti bude neprihvatljiva?

Jedan od mogućih odgovora je da oni mogu predstavljati realne praktične ili socijalno-društvene radne uslove. Na primer, rudnik neće moći da počne sa radom ako je visina potrebnog početnog kapitala veća nego što preduzeće može da pozajmi, ili ako je životni vek rudnika manji od onog koji vlada ili lokalna uprava smatra prihvatljivim.

U novije vreme, analitičari iz oblasti industrije i rukovodioci rudarskih kompanija iznose podatke koji ukazuju da ranija politika poslovanja koja se bazirala na količini proizvedenog proizvoda (metala) i maksimiziranju proizvodnje nije postigla željeni efekat povećanja profita i pored visokih cena metala. Pad cena metala na tržištu uzrokovao je da su se mnoge kompanije borile da održe proizvodnju i ostanu profitabilne.

Prethodna rasprava direktno je primjenjiva u društvima u kojima je maksimiziranje vrednosti za akcionare zakonska obaveza rudarske kompanije. Kompanije će platiti zakonski minimum poreza i naknada za korišćenje mineralnih resursa i najmanji mogući iznos da održi društvenu dozvolu za rad; međutim, moguće je da se u drugim društvima i državama, upravljanje investicionim odlukama (i samim tim ciljevima strategije optimizacije) bazira na povećanju resursa, uz istovremeno postizanje minimalno prihvatljivog povraćaja za investitore u cilju podsticanja investicija. Uprošćeno, kompanije će platiti samo

minimum investitorima, sa svim ostalim povraćajima prema zajednici u vidu poreza, plaćanje roba i usluga, plata, izdvajanja za infrastrukturne i druge objekte u vlasništvu države.

### 3.6.3.2. Diskontovanje novčanih tokova - mere vrednosti

#### Neto sadašnja vrednost

**Neto sadašnja vrednost** (*engl. Net Present Value - NPV*) računa se diskontovanjem procenjenih godišnjih novčanih tokova na sadašnje vreme korišćenjem diskontne stope, koja predstavlja rizik investiranja.

$$\text{Neto sadašnja vrednost (NPV)} = \sum_{t=0}^N \frac{\text{Novčani tok (CF)}}{(1+k)^t} \quad (3.6)$$

gde je:  $k$  – disontna stopa

$t$  – broj godina.

Pre nego što razmatramo maksimizaciju NPV, treba da shvatimo neke od karakteristika te mere vrednosti i kako se generalno primenjuje u investicionom odlučivanju.

Ako je NPV projekta jednaka nuli, to po definiciji znači da je uloženi kapital vraćen, a stopa povraćaja jednaka je diskontnoj stopi. Ponderisana prosečna cena kapitala (WACC) često se koristi kao diskontna stopa. Ako projekat ostvaruje NPV koristeći WACC (NPV na WACC) koja je jednaka nuli, svi investitori su povratili svoj novac i ostvarili obavezne stope prinosa. U odsustvu rizika, na samostalnoj osnovi, projekat sa NPV na WACC koja je jednaka nuli trebalo bi da bude prihvatljiv.

U praksi je to, međutim redak slučaj. Obično se zahteva pozitivna NPV nekog rudarskog projekta kako bi se pokrili mogući rizici. Onda se postavlja pitanje koja bi NPV bila prihvatljiva? Najbolji način da se kvantifikuje ovaj rizik je da se

sprovede neki oblik stohastičke simulacije ulaza i ishoda, tako da se distribucija verovatnoća NPV dobija iz modela evaluacije.

Tada mogu da se dobiju odgovori na dva pitanja:

1. Kolika je verovatnoća da je NPV manja od nule? Odnosi se na to kolika je verovatnoća da investitori nisu zadovoljni, jer nisu uspeali da ostvare povraćaj svojih investicija i obaveznih stopa povratka.
2. Šta je očekivana vrednost (NPV) u našem projektu? Odnosi se na to koliku dodatnu vrednost akcionari očekuju, iznad njihove obavezne stope prinosa.

U mnogim kompanijama, pitanje rizika rešava se jednostavnim dodavanjem premije rizika (*engl. Risk premium- RP*) na diskontnu stopu da bi se izračunao mogući rizik od poslovanja u određenim zemljama. Kao što ćemo videti, NPV se obično smanjuje sa povećanjem diskontne stope. NPV koji koristi WACC plus premije rizika (NPV na WACC + RP) obično je manji od NPV na WACC. Ovo zahteva da projekti budu manje rizični kako bi se ostvarila NPV na WACC + RP koja je jednaka nuli ili je pozitivna.

U svetlu rasprave o ciljevima i ograničenja, možemo da koristimo ograničeni cilj kod:

- maksimiziranja NPV na WACC, pod uslovom da je verovatnoća NPV na WACC manja od nule i ne prelazi neki određeni nivo poverenja, ili
- maksimiziranja NPV na WACC, pod uslovom da je NPV na WACC + RP veća od nule.

U zaključku ove raspravu o NPV, može se zaključiti da često postoji otpor za njenu primenu na osnovu toga da, diskontovanjem novčanih tokova u budućnosti, ona usmerava donošenje odluka u korist kratkoročne dobiti, a na štetu dugoročne dobiti. U tom smislu, neke kompanije, takođe uzimaju u obzir ukupan neto nediskontovani novčani tok, koji se može posmatrati kao NPV sa diskontnom stopom nula. Iz ovog razloga NPV je takođe kritikovana kao neprikladna mera vrednosti kod izrade dugoročnih projekata, jer dobijeni rezultati dovode do odluka koje potencijalno skraćuju vek rudnika, na uštrb budućih generacija. Jedan

od mogućih načina rešavanja ovog problema je da se na svakih pet ili deset godina izvrši sagledavanje NPV preostalog životnog veka rudnika, na osnovu čega se kasnije menadžment kompanije može opredeliti za promenu dugoročne strategije razvoja.

### Izračunavanje diskone stope (WACC)

**WACC** je skraćnica od Waighted Average Cost of Capital, što se u doslovnom smislu reči može prevesti kao ponderisani prosečni trošak kapitala, a predstavlja prosečni oportunitetni trošak kapitala i duga za koji investitori očekuju da budu nagrađeni.

WACC se izračunava na sledeći način:

$$WACC = \frac{E}{V} \times R_e + \frac{D}{V} \times R_d \times (1 - T_c) \quad (3.7)$$

gde su:  $R_e$  - trošak kapitala (*engl. Cost of equity*)

$R_d$  - trošak duga (*engl. Cost of debt*)

$E$  - kapital kompanije (*engl. Firm's equity*)

$D$  - dug kompanije (*engl. Firm's debt*)

$V$  - ukupna aktiva/pasiva kompanije ( $E + D$ )

$T_c$  - stopa poreza na dobit (%).

Za razliku od troška duga ( $R_d$ ) koji je jasno definisan ponderisanom kamatnom stopom koju kompanija plaća za pozajmljene iznose, trošak kapitala ( $R_e$ ) nije jasno definisan. Najčešće prihvaćena metoda za izračunavanje troška kapitala je CAPM (Capital Asset Pricing Model) u kome se trošak kapitala izračunava na sledeći način:

$$\text{Trošak kapitala } (R_e) = R_f + \text{Beta} \times (R_m - R_f) \quad (3.8)$$

Gde je:  $R_f$  (eng. *Risk-Free Rate*) - nerizična stopa ulaganja, tj. iznos dobijen od investiranja u vrednosne papire koji se smatraju nevezanim za kreditni rizik. Primeri ovakvih papira su blagajnički zapisi i državne dugoročne obveznice razvijenih zemalja.

*Beta* – pokazatelj volatilnosti (mere nepredvidive promene neke varijable u nekom vremenskom periodu), označava koliko se akcija neke kompanije pomera u odnosu na kompletano tržište. Ako je  $Beta=1$ , rezultat nagoveštava da se cena akcije kompanije kreće u skladu sa kretanjem tržišta. Ako je *Beta* veća od 1 rezultat pokazuje da je akcija volatilnija od tržišta, a ako je *Beta* manja od 1 rezultat pokazuje nižu volatilnost akcije u odnosu na tržište.

$(R_m - R_f)$  – premija tržišnog kapitalnog rizika, predstavlja povrat iznad nerizične stope ulaganja koji investitori očekuju kao kompenzaciju za preuzimanje ekstra rizika pri ulaganju na berzi. Drugim rečima radi se o razlici između nerizične stope ulaganja i očekivanog tržišnog povrata. Radi se o vrlo spornom broju koji može dosta da varira u odnosu na mišljenje javnosti da je držanje deonica više ili manje rizično u određenom momentu.

### Interna stopa rentabilnosti

**Interna stopa rentabilnosti (engl. *Internal Rate of Return - IRR*)**, po definiciji je diskontna stopa za koju je NPV jednaka nuli.

$$\text{Interna stopa rentabilnosti (IRR)} = \sum_{t=0}^N \frac{\text{Novčani tok (CF)}}{(1+k)^t} = 0 \quad (3.9)$$

Kada je NPV projekta jednaka nuli, to pokazuje da je nakon završetka eksploatacije došlo do povraćaja investicija i da je ostvarena stopa prinosa koja je jednaka diskontnoj stopi.



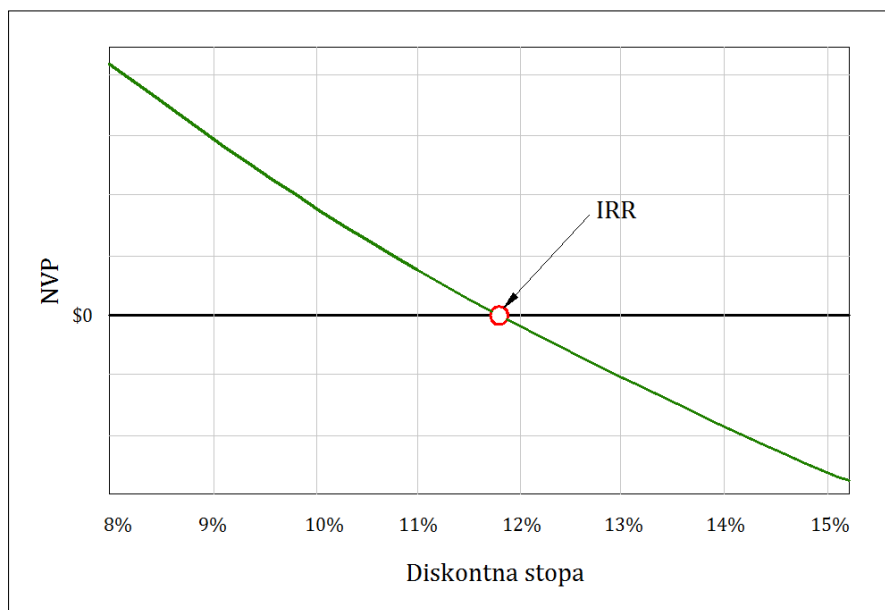
Da bi projekat mogao da se klasifikuje kao prihvatljiv (ekonomski opravdan), njegova IRR mora biti jednaka ili veća od najniže stope prinosa koja je prihvatljiva za investicije (*engl. Hurdle rate*). Najniža stopa prinosa je menadžersko računovodstveni termin i predstavlja minimalni povraćaj ili količinu novca koji kompanija očekuje da će dobiti od investiranja. U principu, najniža stopa prinosa koja se koristi za identifikaciju prihvatljive IRR treba takođe da bude diskontna stopa koja se koristi za dobijanje NPV. Za jedan projekat, donošenje odluke da li je prihvatljiv ili ne, može biti na osnovu poređenja IRR sa najnižom stopom prinosa ili NPV sa nulom. NPV i IRR treba da omoguće da se donese odluka o projektu na samostalnoj osnovi po principu prihvatljiv - neprihvatljiv. To, međutim, ne znači da će strategija koja maksimizira NPV takođe da maksimizira i IRR, s obzirom da su one dva različita cilja. Međutim, ako je kapitalna investicija slična u slučajevima koji se ocenjuju, onda će obično biti bliska korelacija između NPV i IRR, ali ako postoje značajne razlike između kapitalnih zahteva, NPV i IRR ne mogu da budu u korelaciji.

Neke kompanije određuju veću najnižu stopu prinosa od diskontne stope za NPV. U ovakvim situacijama, uobičajeno je da diskontna stopa predstavlja WACC, dok najniža stopa prinosa predstavlja WACC plus premije za rizik. Osnovno obrazloženje je da se veća najniža stopa prinosa primenjuje da bi se izdvojili - filtrirali rizični projekti. Sa tačke gledišta strategije optimizacije, maksimizacija IRR nije cilj. Umesto toga, ona se koristi za filtriranje ograničenja. Cilj postaje: maksimizacija NPV na WACC, pod uslovom da je IRR veća ili jednaka  $WACC + RP$ .

Ako nema troškova gotovine, onda nema ni IRR. IRR vrednosti mogu se utvrditi samo na uzorcima novčanih tokova koji imaju najmanje jedan period sa pozitivnim i jedan period sa negativnim novčanim tokovima.

Matematički, mogu postojati onoliko diskontnih stopa koje izjednačuju NPV sa nulom koliko postoji promena znaka novčanog toka. Za jednostavne projekte sa početnim negativnim novčanim tokom i zatim svim pozitivnim novčanim tokovima, postoji samo jedna promena znaka (od negativnog ka pozitivnom), i zato je moguća samo jedna IRR. Ako se NPV grafički prikaže kao funkcija diskontne

stope, ona je pozitivna za nisku diskontnu stopu, smanjuje se sa povećanjem diskontne stope, prolazi kroz nulu kada je NPV jednako IRR, a zatim postaje progresivno negativna sa daljim povećanjem diskontne stope. Ovo je ilustrovano na slici 3.15.

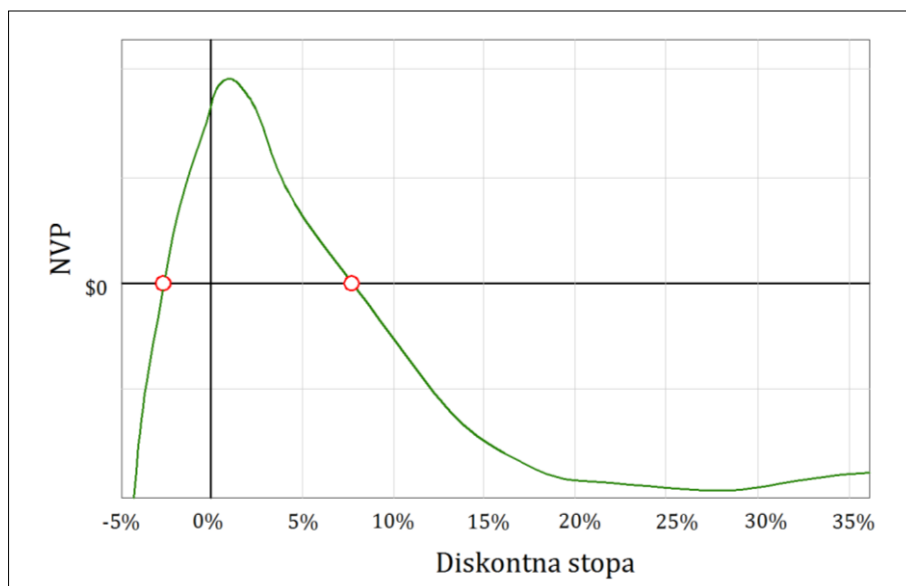


Slika 3.15. Neto sadašnja vrednost u odnosu na diskontnu stopu za jednu promenu znaka u obrazcu novčanih tokova

U ovim okolnostima - troškovi gotovine praćeni prilivom gotovine - upoređivanjem IRR sa navedenom najnižom stopom prinosa, tačno će se utvrditi da li je neka opcija prihvatljiva kada se posmatra samostalno; ali ne postoji garancija da će alternativne opcije biti ispravno rangirane koristeći IRR. Kompanija je, naravno, slobodna da navedete da je „maksimizacija IRR“, korporativni cilj ako želi, ali se kao opšte pravilo mora prepoznati da strategija koja maksimizira IRR ne može biti ona koja maksimizira NPV.

Ako se znak novčanih tokova promeni dva puta, mogu postojati dve IRR. Ovaj obrazac novčanih tokova nije neuobičajen: negativni novčani tokovi nastaju zbog kapitalnih izdataka za razvoj projekta, pozitivni novčani tokovi su u veku trajanja projekta i na kraju negativni novčani tokovi u periodu zatvaranja rudnika i zaštite

životne sredine nakon zatvaranja rudnika. Za realan rudarski projekat, ukoliko postoje dve IRR, NPV će obično biti negativna i za niske i za visoke diskontne stope, a pozitivna za srednji opseg, kao što je prikazano na slici 3.16.



Slika 3.16. Neto sadašnja vrednost u odnosu na diskontnu stopu za dve promene znaka u obrazcu novčanih tokova

Generalno, ukupan nediskontovani neto novčani tok (NPV za diskontnu stopu jednaku nuli) je pozitivan, a niža od dve IRR je negativna; u realnom opsegu pozitivnih diskontnih stopa, NPV može biti pozitivna po nižim stopama i negativna po višim stopama, slično kao što je prikazano na slici 3.15. Ipak NPV ne mora da se kontinuirano smanjuje sa povećanjem diskontne stope u celom opsegu nenegativnih diskontnih stopa. U ovom slučaju, verovatno bi bilo bezbedno da se koristi veća od dve IRR kao validne IRR za poređenje sa najnižom stopom prinosa. Međutim, nema garancije da će to tako biti. Za svaki slučaj treba oceniti kako se NPV ponaša sa promenom diskontne stope da bi se utvrdilo da li se javljaju dve IRR, i ako je tako, da li neka od njih može bezbedno da se koristi kao IRR.

Situacija postaje još složenija kada postoji više od dve promene znaka u obrascu novčanih tokova. Ovo se može dogoditi za jedan projekat ukoliko postoje, na

primer, varijacije u cenama tokom životnog veka projekta ili dodatna investicija tokom proizvodne faze.

Konačno, matematička formula za izračunavanje NPV za svaki navedeni skup novčanih tokova tokom vremena je kompleksan polinom funkcije diskontne stope. Pronalaženje korena ove formule - vrednosti diskontne stope koja generiše NPV na nuli - retko je ostvariv analitičkim metodama, i obično se vrši iterativnim približavanjem numeričkih procesa. Procesi koji se koriste u softverskim paketima ne ukazuju da postoji više IRR, tako da nema garancija da je dobijena IRR i validna.

Ukratko, IRR će ponekad biti u korelaciji sa NPV, ali kao opšte pravilo navodi se da strategija koja maksimizira IRR ne maksimizira istovremeno i NPV. Kako akcionari mogu da troše samo dolare, a ne i procenete, maksimizacija NPV je obično pogodnija od maksimizacije IRR.

## Indeks profitabilnosti

**Indeks profitabilnosti (engl. *Present Value Ratio/Capital Efficiency*)** definiše se kao odnos NPV i početnih kapitalnih izdataka. Ovaj kriterijum poznat je i kao odnos korist-trošak (engl. *Benefit-Cost Ratio BCR*).

$$\text{Indeks profitabilnosti (IP)} = \frac{\sum_{t=1}^N \frac{\text{Novčani tok (CF)}}{(1+k)^t}}{\text{Početni kapitalni izdaci}} \quad (3.10)$$

Ako se kapitalni izdatak prostire na nekoliko godina, prikladnije je da se definiše kao odnos NPV i sadašnje vrednosti (PV) početnih negativnih novčanih tokova. Za specijalni ali uobičajeni slučaj, kada se početni novčani tok javlja samo na početku realizacije projekta-nulto ili bazno vreme (engl. *Time zero*), ova kompleksna definicija svodi se na inicijalnu definiciju, pošto je PV jednog izdatka u početnom trenutku brojčano jednaka tom izdatku.

Indeks profitabilnosti prvenstveno se koristi kao sredstvo za rangiranje projekta, kada je zbog nedostatka početnog kapitala preduzeće primorano da odabere onaj

projekat sa najvišim udelom neto sadašnje vrednosti u početnoj investiciji. Ako postoje ograničenja u vezi kapitala koji može da se potroši, svaki potencijalni projekat mora da se uporedi sa drugim projektima, tako da nedostajući kapital može biti dodeljen projektima koji generišu najveću NPV od ukupnog uloženog kapitala (pod pretpostavkom da je maksimiziranje NPV korporativni cilj).

Da bi se to postiglo, opcija rangiranja prema IP i izbor onih sa najvišom IP za dodelu raspoloživog kapitala, proizvešće najvišu moguću NPV iz tog kapitala. Rangiranje po IRR se često koristi i može da dovede do istih odluka, ali nije nikakva garancija da će se postići maksimalna NPV, dok rangiranje po IP to obezbeđuje.

### **3.6.3.3. Računovodstvene mere**

Mnoštvo finansijsko računovodstvenih mera mogu biti navedene kao korporativni ciljevi, a izdaju se:

1. Mere profita (dobiti)
2. Stope prinosa (povraćaja).

#### **Mere profita (dobiti) (engl. Profit measures)**

Dobit je određena standardnim računovodstvenim praksama i metodama obračuna. Skraćenice koje se koriste su:

- NOPAT - neto operativni profit nakon oporezivanja
- EBIT - dobit pre nego što se oduzme kamata i porez
- EBITDA - dobit pre nego što se oduzme kamata, porez i amortizacije.

#### **Stope prinosa (povraćaja) (engl. Rates of return)**

Knjigovodstvene stope prinosa se obično obračunavaju kao dobit (koja može biti bilo koja od navedenih mera profita) podeljena sa knjigovodstvenom vrednošću

ukupne imovine ili kapitalom vlasnika - neto imovine, koja se dobija kada se od ukupne aktive oduzmu obaveze. Mere stope prinosa uključuju:

- ***prinos na ukupnu aktivu***
  - ROA – stopa prinosa na aktivu (poslovna sredstva)
  - ROCE / ROFE - prinos na kapital/sredstva zaposlenih
- ***prinos na vlasnički kapital***
  - ROE - prinos na akcijski kapital
  - RONA - prinos na neto aktivu (imovine).

### **Problemi sa računovodstvenim merama vrednosti**

Računovodstvene mere imaju niz zajedničkih problema, od kojih su najznačajnije navedene u nastavku teksta.

Računovodstvene mere se generišu na godišnjem nivou, a mogu da variraju od godine do godine. Kada se uporede strateške opcije, to je slučaj kada se odlučuje koji model rezultata je bolji od drugog modela. Mogao bi da se uzme u obzir ukupan profit i prosečan prinos tokom nekoliko godina, ali osim dugoročnih iznosa, ne postoji analitički način da se kombinacijom niz računovodstvenih mera tokom vremena dobije jedna jedinstvena mera na osnovu koje može pouzdano da se vrši upoređivanje i rangiranje strateških opcija. Dakle, ne postoji način da se napravi razlika između dve opcije koje imaju isti ukupan profit, ali sa jednom koja ima pozitivan profit tokom celog životnog veka rudnika, i drugom koja ostvaruje gubitke u ranim godinama, ali ima veći profit u kasnijim godinama.

Glavni načini na koji odluke u prošlosti mogu legitimno da utiču na buduće odluke, i stoga treba da se koristi u budućim procenama, su:

- *Knjigovodstvena vrednost imovine za poreske svrhe.* Ova vrednost se umanjuje da bi se utvrdila buduća poreska osnovica.
- *Prethodne aktivnosti ili odluke utiču na ishod u stavkama budućih novčanih tokova.* Ovo uključuje troškove rekultivacije i zatvaranja, kao i troškove koji

se ponekad opisuju kao troškovi koji se izdvajaju za zdravstvene usluge i druge naknade zaposlenih (*engl Legacy costs*), a verovatno su rezultat prošlih ugovora sa radnicima ili državnim organima.

Propisani (zakonski) načini za računovodstveni tretman mogu da utiču da li će se sredstva brzo ili sporo amortizovati. Rezultat ubrzane amortizacije jeste manji profit u ranijim godinama i veća zarada u kasnijim godinama.

#### **3.6.3.4. Troškovne mere**

##### **Mere operativnih troškova (*engl. Operating cost measures*)**

Smanjenje jediničnih operativnih troškova jedan je od najvažanih ciljeva kompanije. Ono dovodi do povećanja neto novčanog toka i profitabilnosti, i pomaže da se obezbedi održivost poslovanja i pri niskim cenama metala. Međutim, postoje dva načina gledanja na to. Jedan način je pokušaj da se smanje jedinični troškovi za nabavku inputa i smanje stope potrošnje. Ovo je osnovni cilj produktivnosti koji bi trebalo da se sprovodi u procesu eksploatacije. U procesu planiranja dugoročnog razvoja rudnika, postoje ograničeni načini da se smanje troškovi kao što su:

- *Smanjenje jediničnih troškova inputa*, što je primenljivo dok smanjenje troškova ne prati smanjenje kvaliteta i samim tim povećanje ukupnih troškova.
- *Smanjenje stope potrošnje*, dokle god potrošnja nije već svedena na efikasnu stopu potrošnje koja se ne može poboljšati. Svaki dalji pokušaj smanjenja, na primer, ograničavanjem snabdevanja, može da rezultira samo u smanjenju povezane aktivnosti, što će biti kontraproduktivno.
- *Planiranje aktivnosti*. Ako su planovi preduzeća, od dugoročnih do kratkoročnih, razvijani radi ostvarenja korporativnog cilja, bilo kakvo smanjenje aktivnosti dovešće do odstupanja od plana kojim se postiže taj cilj.

Dakle, postoje i dobri i loši načini smanjenja troškova.

Drugi način gledanja na minimiziranje jediničnih troškova bazira se na rezultatima strategije optimizacije, a što je cilj studije opravdanosti. Na isti način može se za više strategija naći NPV i izabrati ona koja donosi maksimalnu NPV; takođe mogu se naći jedinični troškove za različite strategije i izabrati ona koja ostvaruje minimalnu jediničnu cenu. Posledica je da su osnovna produktivnost i faktor promene troškova isti u svakom slučaju, a određene razlike uzimaju se u obzir u analizi. Varijacije u jediničnim troškovima su onda ishod uzajamnog dejstva između fizičkih aktivnosti i nastalih troškova u različitim planovima, a nisu rezultat mera za smanjenje troškova.

Sa stanovišta strategije optimizacije graničnog sadržaja, postoji nekoliko pitanja koja se odnose na minimiziranje troškova. Ako se koristi breakeven granični sadržaj, smanjenje jediničnih troškova omogućava sniženje graničnog sadržaja i povećanje mineralizovanog materijala koji može da se definiše kao ruda. Jednostavno smanjenje graničnog sadržaja, zbog promene jediničnih troškova ne može se primeniti kao dobra strategija. Ovo će smanjiti vrednost ulaznog sadržaja u proces flotacijske prerade, tako da će se prosečne marže smanjiti po toni rude. Priroda odnosa sadržaja i graničnog sadržaja će odrediti da li je smanjenje troškova veće ili manje od smanjenja prihoda. Ako je operacija ograničena količinom rude koja može da se tretira, godišnji prihod se mora smanjiti, a opet godišnji profit se može povećati ili smanjiti u zavisnosti od stepena odnosa sadržaja i graničnog sadržaja. Životni vek rudnika potencijalno će rasti, ali to ne mora nužno dovesti do ostvarivanja dodatne vrednosti, bez obzira da li su primenjene mera diskontovanja ili nediskontovanja novčanih tokova.

### **Mere troškova kapitala**

Veliki broj mera troškova kapitala koristi se od strane različitih kompanija. Najčešći su to ukupan kapital, početni kapital, tekući kapital i maksimalni troškovi gotovine.



Početni kapital je kapital koji se troši pre nego što projekat postane operativan, a tekući kapital je kapital koji je potrošen nakon toga, što može biti kombinacija kapitala projekta i održavanja projekta.

Kao i kod operativnih troškova, smanjenje troškova kapitala ima dva aspekta: smanjenje kapitala sprovedeno za neki skup opcija, i identifikovanje kapitalnih troškova koji su povezani sa različitim strategijama, na osnovu sličnih pretpostavki o tome kako se kapitalni troškovi ponašaju, a samim tim i strategija koja generiše najniži kapitalni izdatak.

Posebna pažnja mora da se preduzme pri pokušaju minimiziranja kapitalnih troškova. U jednakim uslovima, smanjenje kapitala dovešće do povećanja kako NPV tako i IRR. Ukoliko je projekat dobro planiran, relativno malo smanjenje kapitala moguće je detaljnim planiranjem. Značajno smanjenje kapitala može se postići samo alternativnim rešenjem, koje se obično odnosi na smanjenje kapaciteta i/ili optimizaciju tehnoloških procesa.

Maksimalni troškovi gotovine, ili maksimalno (u apsolutnom smislu) negativni kumulativni novčani tok, ukazaće na ukupna sredstva koja moraju da se obezbede od strane investitora. Ako je kompanija u mogućnosti da zaduži određenu količinu kapitala, pri čemu se ostvaruje maksimizacija NPV, to može biti ograničenje u praksi zbog uslova da se ne troši više od određenog iznosa kapitala. Minimiziranje troškova kapitala će stoga verovatno da se primenjuje kao ograničenje u izboru opcija projekta koje mogu biti uključene u strategiju optimizacije koja se zasniva na drugoj mjeri, kao što je maksimiziranje NPV.

### ***3.6.3.5. Fizičke i vremenski povezane mere***

#### ***Mere povraćaja (engl. Payback measures)***

Period povraćaja je mera koja pokazuje vreme potrebno da se kumulativni nediskontovani novčani tok iz projekta izjednači sa nulom. Drugim rečima, to je vreme potrebno da se vrati sav uloženi kapital, odnosno investicija.

Jednostavni primeri koji ilustruju proces obično imaju jednu kapitalnu investiciju u baznoj (početnoj) godini (nulto vreme), a zatim niz novčanih tokova. Međutim, s obzirom na prirodu mere i šta ona pokušava da uradi, logično nulto vreme za povraćaj možda je u vreme postizanja maksimalnog neto novčanog izdatka ili u vreme kada počinje priliv prihoda - to je priliv sredstava koja čine povraćaj. Moguće je da početni prilivi gotovine budu manji od početnih operativnih troškova, a značajani kapitalni rashodi se nastavljaju i nakon početka stvaranja prihoda.

Povraćaj sa produženim periodom kapitalne potrošnje takođe može da se meri nultim vremenom projekta, teoretski kada počinju kapitalni rashodi.

Metoda povraćaja se kao mera vrednosti, najčešće koristi u kombinaciji sa drugim merama da se formira širi pogled o ponašanju projekta, nego što se može dobiti od bilo koje pojedinačne mere. Vrlo je verovatno da se koristi kao ograničenje ili filter (kao što je opisano u diskusiji o IRR za minimalno prihvatljivu prosečnu stopu prinosa) i kao takva koristi se kao mera za smanjenje rizika- što je manji period povraćaja, manje je rizičan projekat. Maksimalni period otplate stoga verovatno ograničava opcije projekta koje se smatraju vrednim uključujući i optimizaciju strategije na osnovu druge mere, kao što je NPV.

Uobičajena praksa da se u ranoj fazi životnog veka rudnika, razvoj radova usmeri na delove ležišta sa povećanim sadržajem metala u rudi, može da dovede do ostvarivanja visokih novčanih tokova u ranim godinama, koji su iznad prosečnih vrednosti, što može da se odrazi na smanjenje perioda povraćaja; sa druge strane, može dovesti do IRR koja je znatno manja u odnosu na recipročnu vrednost perioda otplate, ali ipak veća od navedene minimalno prihvatljive prosečne stope prinosa. Odnos

$$\text{Period povraćaja} = \frac{1}{IRR} \quad (3.11)$$

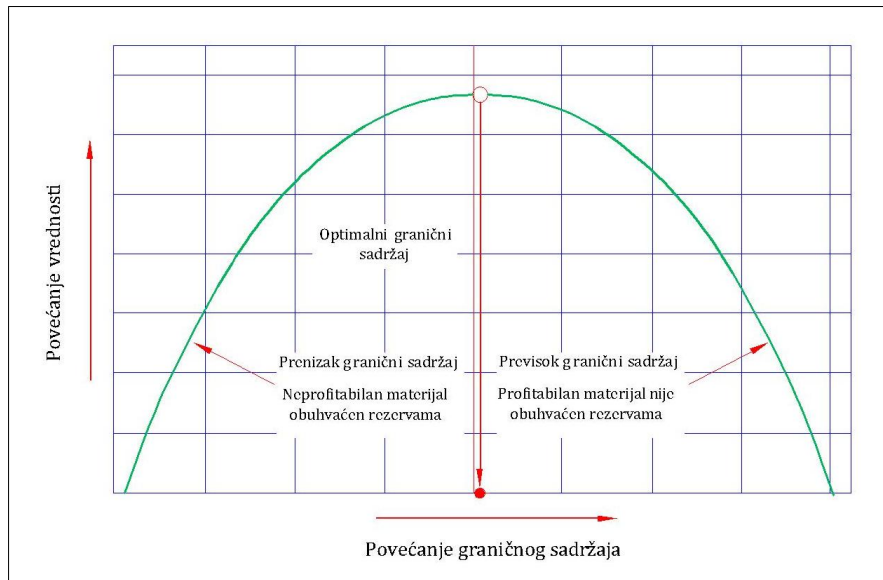
ne bi trebalo da se posmatra kao apsolutni za rudarske investicije, ali je korisno pravilo.

### *3.6.3.6. Životni vek rudnika*

Maksimalizacija životnog veka rudnika često se vidi kao važan cilj planiranja. Međutim, dug životni vek ne mora da poboljša ekonomiju rudnika. Ako je povećanje životnog veka rudnika posledica povećanja rezervi rude usled sprovedenih uspešnih geoloških istraživanja, tako da je životni vek produžen po projekovanom kapacitetu proizvodnje i graničnom sadržaju, to može da bude dobro rešenje; ipak, u tom slučaju promena kapaciteta proizvodnje ili graničnog sadržaja bila bi bolja opcija. Promena životnog veka rudnika na postojećem ležištu promenom, na primer, kapaciteta proizvodnje ili graničnog sadržaja ne predstavlja optimalno rešenje.

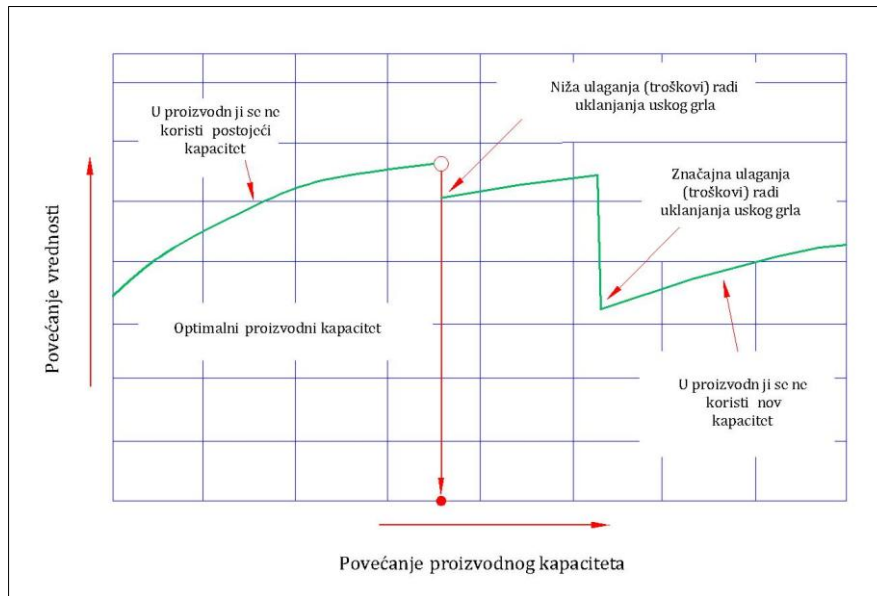
Kriva na slici 3.17 prezentuje NPV za datu metodu otkopavanja, plan kapitalnog ulaganja, kapacitet proizvodnje po periodima, itd, i predstavlja 2D grafik vrednosti u odnosu na granični sadržaj. Na slici 3.18 prikazan je 2D grafik vrednosti u odnosu na planirani kapacitet proizvodnje kopa.

Na ovim graficima može se uočiti veza između porasta, a zatim smanjenja vrednosti sa povećanjem kapaciteta proizvodnje, odnosno sa povećanjem vrednosti graničnog sadržaja. Stvarni ili planirani kapacitet proizvodnje diktiran je proizvodnim ograničenjima koja su uslovljena postojećim ili planiranim kapacitetima postrojenja. Ako nema promena kapaciteta postrojenja, vrednost NPV će rasti u skladu sa povećanjem kapaciteta proizvodnje do granice proizvodnih kapaciteta postrojenja. Ako je cilj da se proizvodnja poveća iznad postojećih ograničenja, onda ovo povećanje, zbog fizičkih ograničenja, ne može da se postigne kod tekuće proizvodnje; kriva je u tom slučaju ravna linija za kapacitete veće od navedenih limita na nivou vrednosti koja je povezana sa proizvodnim kapacitetom. Stepenasta kriva na slici ukazuje da je, sa dostignutim proizvodnim kapacitetima različitih delova proizvodnog sistema, potrebno ukloniti usko grlo odgovarajućih kapitalnih rashoda (troškova). Utošak kapitala omogućuje postepene promene kapaciteta. Međutim ako se kapacitet proizvodnje postepeno povećava, vrednost će se smanjiti za vrednost utrošenog kapitala - novi kapacitet mora da bude tako iskorišćen da može da opravda ulaganja.



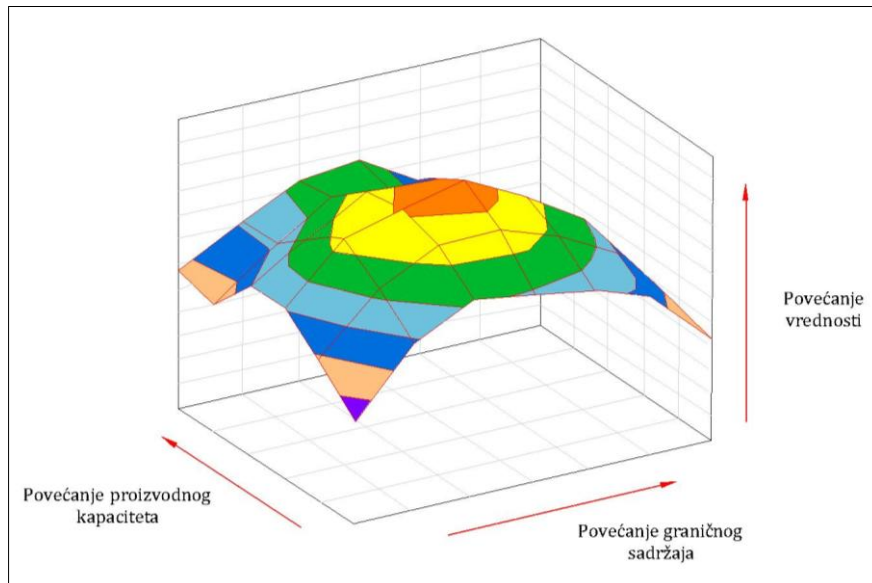
Slika 3.17. Kriva opšte zavisnosti vrednosti od graničnog sadržaja

Slika 3.18 pokazuje rezultantu kombinovane krive za tri proizvodna kapaciteta iznad kontinuiranih planiranih kapaciteta proizvodnje, uključujući i efekte dva kapitalna investiciona ulaganja koja omogućuju da se postignu planirani opsezi kapaciteta proizvodnje. Pod pretpostavkom da je obim proizvodnje na grafiku na horizontalnoj osi realan domet za ležište ili kop koji se razmatra, može se uočiti da postoji optimalni kapacitet proizvodnje. To je obično proizvodni kapacitet, pri kome je u potpunosti iskorišćen kapacitet jedne komponente proizvodnog sistema, što implicira da dodatna uklanjanja uskog grla u sistemu, kako bi se povećala proizvodnja, ne bi bila ekonomična.



Slika 3.18. Kriva opšte zavisnosti vrednosti od proizvodnog kapaciteta

Da bi se dobila najbolja moguća vrednost projekta, kapacitet i granični sadržaj moraju da se optimizuju zajedno. Slika 6.5 slikovito pokazuje kako se vrednost ponaša na istovremene promene vrednosti oba parametra odlučivanja. Može se videti da za bilo koji izabrani planirani proizvodni kapacitet, vrednost raste sa povećanjem graničnog sadržaja do maksimuma, a zatim pada, kao što je prikazano na slici 3.19. Slično tome, za bilo koji dati granični sadržaj, vrednost raste sa povećanjem proizvodnog kapaciteta, onda opada, a zatim počinje ponovo da raste, slično po principu kao što je prikazano na slici 3.18.



Slika 3.19. Karakteristični dijagram „brdo vrednosti“ koji definiše zavisnost vrednosti od graničnog sadržaja i planiranog kapaciteta

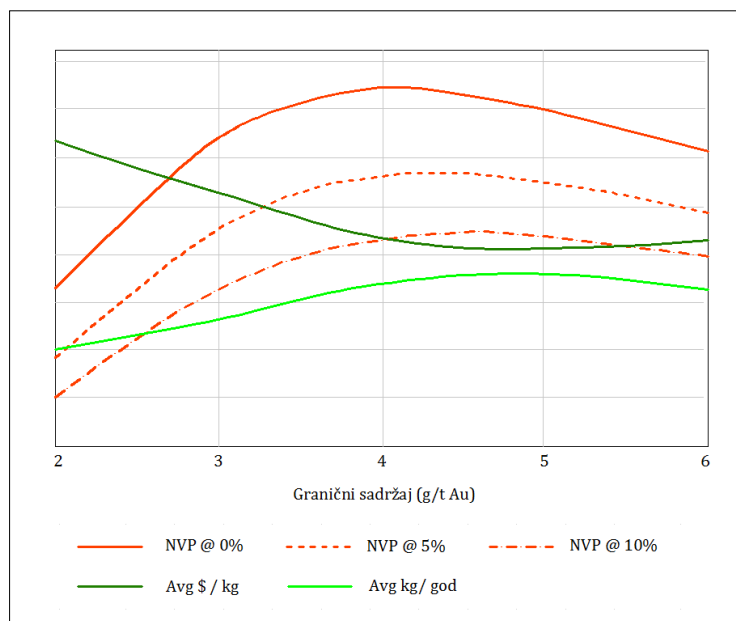
Ako je model optimizacije razvijen za izvođenje osnovnih mera vrednosti kao što je NPV, onda u analizi treba da bude zastupljena i svaka druga mera koja može da bude od značaja. S obzirom na slične grafike za druge mere vrednosti koje su od značaja, dozvoljeni su i mogu se praviti i drugi kompromisi, tako da izabrana strategija bude kvalitativno i kvantitativno u svemu najbolja.

Moglo bi se postaviti pitanje: koji bi od navedenih scenarija bio bolji? Godišnji prihod od 1 000 000 \$ tokom sedam godina (ukupno \$ 7 000 000), ili prihod od 500 000 \$ godišnje tokom deset godina (ukupno 5 000 000 \$)? Duži životni vek generiše manju neto gotovinu.

Slika 3.20 ilustruje ovu situaciju. Prikazano je pet mera vrednosti, tako da bi se u kontekstu diskusije o konceptu NPV, to moglo smatrati urušavanjem teorije o šest dimenzija - jedna opcija nezavisne varijable, granični sadržaj, i pet zavisnih varijabli vrednosti - u 2D prezentaciji. Alternativno, diskontna stopa mogla bi biti posmatrana kao druga nezavisna osa, tako da je to 5D analiza sa dve nezavisne ose, graničnim sadržajem i diskontnom stopom, i tri zavisne varijable vrednosti.

Na slici 3.20 vertikalna osa koja označava NPV počinje od nule. Intervali na vertikalnoj osi predstavljaju jednake korake, koji se nazivaju vrednosne jedinice. Razmatra se ukupan priliv gotovine, vrh konveksne linije za NPV za diskontnu stopu jednaku nuli. Za granični sadržaj oko 2,5 g/t, priliv gotovine iznosi pet vrednosnih jedinica. Slično tome, za granični sadržaj od približno 3,4 g/t, priliv gotovine je sedam vrednosnih jedinica na vertikalnoj osi vrednosti. Veći granični sadržaj generiše 40 odsto više neto novčanog toka - odnos ukupnih novčanih tokova za različite granične sadržaje je 7: 5. Životni vek rudnika nije prikazan na grafiku, ali je realno očekivati da će životni vek za viši granični sadržaj i smanjene količine rude biti manji, nego u slučaju nižeg graničnog sadržaja i većih količina rude.

Kao što se takođe može videti sa ove slike, dodatna gotovina može da se dobije povećanjem graničnog sadržaja na 4,1 g/t. Ovo potencijalno dodatno smanjuje životni vek rudnika, ali takođe povećava prosečni godišnji neto novčani tok.



Slika 3.20. Prikaz vrednosnih mera u odnosu na granični sadržaj

Svaki pokušaj da se poveća životni vek rudnika za postojeće rudne rezerve mora da dovede do smanjenja graničnog sadržaja ili kapaciteta proizvodnje. Povećanje

vrednosti u korelaciji je sa povećanjem životnog veka rudnika, kada se granični sadržaj smanjuje i veći je od optimalnog graničnog sadržaja. Kada se životni vek povećava smanjenjem graničnog sadržaja i granični sadržaj je manji od optimalnog, NPV opada i stoga je u negativnoj korelaciji sa životnim vekom rudnika. Pošto se u praksi svi rudarski procesi izvode sa graničnim sadržajima koji su najviše jednaki optimalnim, a često i manje od optimalnih graničnih sadržaja, svako povećanje životnog veka dovešće do smanjenja NPV za postojeće rudne rezerve.

Maksimiziranje životnog veka rudnika može biti važan cilj Vlade u nekim zemljama u svetu, zato što se potencijalno povećava zaposlenost, oporezivanja prihoda i slično.

### *3.6.3.7. Količine rezervi*

U bliskoj vezi sa životnim vekom rudnika i sličnim karakteristikama je i maksimizacija rezervi ležišta.

Kao i kod životnog veka rudnika, pozitivan ishod povećanja rudnih rezervi u ležištu je u funkciji uspešnih dodatnih geoloških istraživanja. Ako je ovo povećanje ostvareno smanjenjem graničnog sadržaja za postojeće ležište, to može da dovede do ostvarivanja lošijih ekonomskih rezultata, odnosno smanjenja NPV. Razmotrimo ponovo sliku 3.20. Na horizontalnoj osi je predstavljen granični sadržaj, koji se povećava sa leva na desno. Kako se granični sadržaj povećava, količina metal u ležitu se smanjuje. Iako odnos između metala u rudi i graničnog sadržaja za dato ležište ne može biti linearan, ipak postoji njihova negativna korelacija; što je veći granični sadržaj, manja je količina metala sadržanog u ležištu i obrnuto.

Horizontalna osa predstavlja količinu metala u ležištu, koja se povećava sa desna na levo. Polazeći od desne ivice grafikona, vrednost se povećava sa povećanjem količine metala, ali samo do graničnog sadržaja koji pruža maksimalnu NPV. Dalje povećanje količine metala smanjenjem graničnog sadržaja dovodi do smanjenja



vrednosti, koje je tada u negativnoj korelaciji sa rezervama. Uobičajeni slučaj, dakle, biće da bilo koje povećanje rezervi ili metala u ležištu rezultira smanjenjem NPV.

#### *3.6.3.8. Stabilnost proizvodnje i iskorišćenje opreme*

Stabilnost proizvodnje može se posmatrati sa dva stanovišta: interno od strane kompanije, sa fokusom na tehno-eksploatacione mere u kratkoročnom periodu; i eksterno od strane investitora i analitičara, sa fokusom na finansijske rezultate.

Interno, kompanije imaju tendenciju da stabilnost proizvodnje obezbeđuju ujednačenim sadržajem metala u rudi kojom se „hrane” procesi prerade i potpunim iskorišćenjem kapitalne proizvodne opreme.

Što se tiče punog iskorišćenja kapitalne opreme, uzimajući u obzir varijabilnost geoloških podataka (sadržaja metala u rudi) i dinamične prirode rudarskih radova, može se zaključiti da celokupna osnovna i pomoćna oprema u rudniku ne može da radi sa maksimalnim kapacitetom u svakom trenutku. Svaki deo procesa može biti usko grlo u nekom vremenskom periodu u kome se odvija eksploatacija. U principu, treba težiti da se u potpunosti iskoriste kapaciteti sredstva za rad, jer u suprotnom neiskorišćeni kapaciteti dovode do stvaranja nepotrebnih troškova i smanjenja dobiti.

U dugoročnoj strategiji optimizacije često se koriste fizički parametri otkopavanja i prerade, čija varijabilnost može biti značajna. To se događa za takve stavke kao što je koeficijent otkrivke. Pod pretpostavkom da su studijom opravdanosti obuhvaćeni svi troškovi, uključujući i one za opremu koja je potrebna da zadovolji najviši nivo aktivnosti, svaki pokušaj da se ublaži fluktuacija dovešće do ograničenja kapaciteta, što na kraju dovodi do smanjenja vrednosti projekta.

### 3.6.4. Metode procene

Poslednjih godina, razmatrane su brojne metode u cilju dobijanja mera vrednosti koje mogu da se koriste u strategiji optimizacije. Ove metode su sledeće:

- Tradicionalne metode procene
- Monte Carlo simulacija
- Uslovna simulacija
- Dinamičko diskontovanje novčanih tokova (DCF)
- Metode opcione vrednosti
- Metode realne opcije vrednosti.

#### 3.6.4.1. Tradicionalne metode procene

Ključne karakteristike tradicionalnih tehnika vrednovanja su:

- **Izvođenje fizičkih parametara** – detaljno projektovanje obavlja se za jednu ili mali broj alternativnih strategija proizvodnje, kao što su različiti kapaciteti otkopavanja i prerade rude, i različiti granični sadržaji. Često ne postoji dovoljno slučajeva da bi se dobila logična interpolacija između slučajeva, osim ako jedan parametar, kao što je granični sadržaj ili proizvodni kapacitet, ostaje konstantan kod varijacije sa drugim parametrima. Treba napomenuti da se odnos između dva podatka najbolje može opisati pravom linijom, a između tri paraboličnim odnosom. Da bi se identifikovale pouzdane veze kod varijacije vrednosti u odnosu na donošenje odluke, obično je potrebno više od tri podatka.
- **Izvođenje pripadajućih troškova i prihoda** - jedinični troškovi su navedeni za svaku glavnu fizičku aktivnost. To su obično konstante tokom vremena (u realnom smislu), osim ako postoji bilo koja promena u operaciji koja će dovesti do promena u strukturi troškova ili predviđenim promenama u jediničnim troškovima, kao što je povećanje troškova energije ili goriva u nekom trenutku u budućnosti. Povremeno, tekuće kumulativno smanjenje

stvarnih troškova od dva do tri posto godišnje modelira se na račun poboljšanja tehnologije. Cene metala i, gde je relevantno, uslovi prodaje navedeni su za sve proizvode. Prognoze cena često će pokazati neke varijacije tokom prvih nekoliko godina, naročito ako se veruje da će tekuće cene biti van trenda, ali su tipično projektovani za stalni nivo cena u budućnosti.

- **Knjigovodstvene mere za tržišni rizik** - to se radi primenom diskontne stope, obično ponderisane prosečne cene kapitala (WACC), na neto novčani tok da bi se dobila neto sadašnja vrednost (NPV). WACC uzima u obzir rizik – stopu povraćaja kapitala, troškove duga i povraćaj koji pripada akcionarima, i zavisi od rizika povezanih sa povraćajima kompanije. Poslednji od njih zasniva se na načinu na koji udeo cena reaguje na promene na ukupnom tržištu. Manje relativne promene ukazuju na manji rizik i samim tim manje zahtevane stope prinosa; veće relativne promene ukazuju na veći rizik i veće zahtevane stope prinosa.
- **Knjigovodstvene mere za rizik projekta** - premije mogu da se dodaju WACC na račun mogućeg rizika kada kompanija posluje u određenim zemljama. Veliki broj ključnih inputa koji ne utiču na suštinske planove otkopavanja i prerade biće tipično fleksibilni. To će biti stavke nad kojim kompanija nema kontrolu, kao što su cene i troškovi, i možda sadržaj rude i metalurško iskorišćenje. Ovo ukazuje na to koliko se menja vrednost kao odgovor na promene spoljnih uticaja za svaki unapred određen plan. Analize osetljivosti razmatraju uticaj promena ulaznih parametara koji treba da budu fleksibilni gledajući varijacije, recimo, deset i 20 procenata iznad i ispod bazne vrednosti predmeta.
- **Knjigovodstvo mere za fleksibilnost menadžmenta** - postoji mala ili nikakva odgovornost za fleksibilnost upravljanja u jednostavnim tradicionalnim procenama, van razmatranja koji su od retkih slučajeva razvijeni za različite opcije koje donose najbolju vrednost. Tipične analize osetljivosti mogu da ukažu kada promene u jednom parametru mogu da izazovu primenu nekog od alternativnih planova, tako da on postane

vredniji od drugih. Analize osetljivosti mogu da predvide velike negativne vrednosti ako su, na primer, fleksibilne cene na niskom nivou.

- ***Izvođenje mera vrednosti*** – U poglavlju 3.6.3 opisano je više mera vrednosti koje bi i ovde mogle da se navedu. NPV je možda najčešća mera vrednosti, a izvedena je dodavanjem diskontovanog neto novčanog toka za svaki period, a diskontovanje se obavlja primenom WACC ili WACC plus premije rizika.
- ***Aplikacija za optimizaciju strategije*** - sve diskusije o strategiji optimizacije do sada je u suštini preuzeo tradicionalni stil vrednovanja za svaku razmatranu opciju. Važno je napomenuti da se za svaki razmatrani scenario, obično sprovodi tradicionalna metoda procene. Model procene mora biti fleksibilan, u stanju da obradi odluke promene, kao i promenu spoljnih parametara. Glavne razlike između metoda optimizacije su kako su različiti slučajevi izabrani ili generisani za procenu, a ne primenjen proces procene. NPV - diskontovanje neto novčanih tokova na WACC – je obično ključ za meru vrednosti.

#### ***3.6.4.2. Monte Karlo simulacija***

Monte Carlo simulacija (MCS) predstavlja stohastičku simulaciju koja kao glavnu karakteristiku ima slučajan izbor ulaznih veličina. MCS je široko korišćena tehnika za analizu neizvesnosti u mnogim aspektima poslovanja (Chance, 2008.).

Kao ulazni podaci za ključne parametre koriste se distribucije verovatnoća, umesto pojedinačnih ili fleksibilnih vrednosti. Funkcije distribucije verovatnoća formiraće se za ulaze kao što su troškovi i cene, ali takođe mogu da se primene i na fizičke parametre kao što su metalurško iskorišćenje, kapaciteti otkopavanja i flotacijske pripreme, periodi izgradnje i dr. Jedan broj komercijalnih softverskih paketa pruža mogućnost stohastičkog modeliranja. Softver za simulaciju pokreće model mnogo puta, možda desetine hiljada puta, koristeći različite ulazne vrednosti (koje su ekstrahovane rigoroznim procesima uzorkovanja od distribucija verovatnoća) da

generiše više izlaznih vrednosti kao posledica distribucije verovatnoća vrednosti, naročito za meru vrednosti kao što je NPV.

Upravo ova osobina, da rešenje Monte Carlo simulacije nije jedinstvena vrednost analizirane veličine, već verovatnoća pojave različitih vrednosti date veličine, tzv. probablističko rešenje, omogućava analizu neizvesnosti primenom Monte Carlo procedure.

Raspodela verovatnoća za neizvesne ulazne vrednosti mora da bude pouzdana. Međutim, kao što je već rečeno, nedostatak pouzdanih informacija samo po sebi nije razlog da se ne sprovede takva analiza. Neizvesnost ulaznih vrednosti može biti fleksibilna da bi se videlo da li varijacije ulaznih vrednosti utiču na odluke. Ako fleksibilnost prirode distribucija verovatnoće ključnih inputa preko realnog verovatnog opsega ne menja rezultat distribucije NPV u meri u kojoj bi odluke bile drugačije, onda ta neizvesnost ne utiče na odluku i može biti ignorisana za dati problem.

Ako se radi o polimetalničnom ležištu, simuliranje prognoznih cena metala trebalo bi da obuhvati sve korelacije između kretanja cena za različite metale. Slično tome, mogu postojati korelacije između kretanja cena i neke kategorije troškova usled opštih promena u privredi.

Iako potencijalno pružaju više informacija za donosiocima odluka, simulacije takođe povećavaju složenost odlučivanja. Razmotrimo situaciju sa dve opcije: kod korišćenje tradicionalnih metoda procene i NPV tipa mera vrednosti, biće izabrana opcija sa većom NPV. U stvarnosti, donosioci odluka uzeli bi u obzir postojanje rizika, tako da opcija sa manjom vrednošću, ali i manjim uočenim rizikom može da ima prednost kod izbora u odnosu na opciju koja ima veću vrednost, ali i veći rizik. Monte Carlo simulacija kvantifikuje postojanje rizika tako da opcija sa očekivanom nižom NPV može imati nižu varijaciju NPV i otuda nižu verovatnoću generisanja NPV manju od nule, dok opcija sa očekivanom većom NPV može imati veću varijaciju i veću verovatnoću generisanje NPV manju od nule. Softver za simulaciju takođe dozvoljava generisanje distribucije verovatnoće razlike u vrednosti između dva projekta, tako da može da se dobije verovatnoća postizanja boljih rezultata

jedne opcije u odnosu na drugu. Donosioci odluka sada imaju bolje informacije na osnovu kojih vrše izbor i donose odluke, ali je postupak znatno složeniji.

#### **3.6.4.3. Uslovna simulacija**

Postoje mnoge neizvesnosti koje bi mogle da se razmatraju pri proceni bilo koje vrednosti, ali obično samo mali broj ima značajan uticaj na varijabilnost rezultata. Softver za simulaciju ima sposobnost da identifikuje ključne ulazne promenljive koje doprinose varijabilnosti izlaza u modelu. Jedna od glavnih neizvesnosti u osnovi jeste geološki resurs-ležište mineralnih sirovina. Uslovna simulacija (*engl. Conditional simulation CS*) čini mogućim rigorozno razmatranje ove varijabilnosti. Standardne geostatističke tehnike generisaće najbolje procene sadržaja kroz blok model, i na taj način će olakšati prostornu varijabilnost. Uslovna simulacija uspostavlja inherentnu varijabilnost unutar ležišta, ali to može da čini samo generisanjem niza realizacije depozita koji imaju istu verovatnoću.

Na najjednostavnijem nivou, ove informacije mogu da se koriste za izvođenje raspodele verovatnoće tona i sadržaja metala koji bi mogli biti ostvareni za bilo koji partikularni granični sadržaj. Mogu da se koriste kao ulazne raspodele u standardnom stohastičkom simulacionom modelu. Na osnovnom nivou, dizajn bi mogao da se izvede za svaku CS realizaciju. Pošto je stvarna distribucija sadržaja uvek nepoznata, a sve realizacije uslovne simulacije su jednakih mogućnosti, logičan proces je da se svaka realizacija spoji sa svakim setom realizacije projekata. To znači da, na primer, ako postoje 100 realizacija i na osnovu toga 100 planova, postoje 10 000 kombinacija realizacija i planova. Onda se takođe koristi stohastička simulacija velikog broja drugih inputa, kao što je to slučaj kod Monte Carlo simulacije.

Koristeći uslovne simulacije, izlazi će biti predstavljeni distribucijama verovatnoća vrednosti u vezi sa svakim planom, uzimajući u obzir fundamentalne neizvesnosti, kako geološke, tako i drugih ulaza. Donosilac odluke onda bi trebalo da izabere plan koji donosi najbolji ishod. To se može definisati očekivanom maksimalnom ili

minimalnom vrednošću, najvišom verovatnoćom prekoračenja određene vrednosti, najnižom verovatnoćom jedne NPV i tako dalje.

#### *3.6.4.4. Dinamičko diskontovanje novčanog toka - Modeliranje budućeg upravljanja odlukama*

Standardna strategija procesa optimizacije, kako god da je realizovana, imaće potencijal da generiše brojne alternativne planove koristeći odnose zasnovane na podacima ili samom softveru. Svaki od planova obično se, hipotetički, sprovodi do kraja, kao jedinstveni plan za jednostavan izbor strategije. Razlika sa strateškom optimizacijom je da će svaki plan koji je konačno identifikovan kao optimalan imati pozitivnu vrednost i biće preporučen za implementaciju. Čak i ako je maksimalna vrednost negativna, to samo po sebi pruža korisnu informaciju, jer pokazuje da bi ishod donete odluke u smislu realizacije takvog plana bio značajan gubitak.

Druga kritika na račun tipičnog fiksnog ili prethodno specifikovanog rudarskog plana jeste što ne omogućava stvaranje vrednosti uključivanjem efekta fleksibilnog upravljanja. Ovo na najjednostavnijem nivou uključuje mogućnost da se odluči da se ne investira, odnosno da se odloži ulaganje u projekat koji ne stvara vrednost pod trenutnim pretpostavkama. Šire gledano, to uključuje mogućnost da se odluči da li, i kada da se primene sledeća rešenja:

- povećaju ili smanje proizvodni kapaciteti,
- zatvori i ponovo otvori rudnik,
- počne sa otkopavanjem sledeće faze na površinskom kopu,
- počne sa otkopavanjem drugog rudnog tela (u slučaju kada se ležište sastoji od više rudnih tela),
- promeni granični sadržaj, i tako dalje.

Ako se odnosi donošenja odluka mogu opisati, onda oni mogu i da se modeliraju. Ova vrsta analize se ponekad naziva i dinamički DCF. Vrednosti se procenjuju na osnovu standardnih DCF mera, kao što je NPV koja nastaje od ukupnog neto

novčanog toka diskontovanog na WACC, ali plan postaje fleksibilan u zavisnosti od pretpostavljenih uslova, koji mogu da variraju od slučaja do slučaja.

Ovo je očigledno jednostavan način da se kombinuju dinamički DCF i Monte Carlo simulacija. Ishod toga biće da modeliranje odluke da se ne nastavi sa opcijama koje donose gubitke dovodi do promena distribucija verovatnoća ishoda. Uprošćeno, sve opcije sa NPV manje od nule (ili manje od negativne NPV u vezi sa troškovima skorašnjeg zatvaranja) biće eliminisane. Nasuprot tome, opcije visoke vrednosti biće prihvaćene. Opšti efekat jeste smanjivanje kako opsega mogućih ishoda, tako i mogućnosti pravljena gubitaka, što dovodi do povećanja očekivane NPV.

Kada se donose strateške odluke, kao što su vremenska i kvantna promena kapaciteta, veličina kopa, promena graničnog sadržaja, i tako dalje, mora da se identifikuje sve ono šta se pokušava da se postigne sa procenama. Ako se želi da se identifikuje jedna vrednost ili opseg vrednosti za usmeravanje odluke u pogledu cene kupovine ili prodaje, onda je potrebno uključiti što više tih fleksibilnih odluka u model kao praktične. Međutim, to je od male koristi prilikom odlučivanja kakve operativne strategije treba da budu u cilju optimizacije vrednosti. Da bi se to uradilo, moraju se proceniti planovi koji ne dozvoljavaju da se te odluke automatski menjaju za generisanje vrednosti. Želimo da znamo šta su vrednosti, ako donosimo pouzdane odluke, tako da znamo koje odluke generišu maksimalne vrednosti.

#### ***3.6.4.5. Realne opcije vrednosti***

**Realne opcije vrednosti** (*engl. Real options valuation-ROV*), ili jednostavno realne opcije (RO), je termin koji se primenjuje u raznim tehnikama. Najčešće se ovaj termin odnosi na metode za ocenu vrednosti koje primenjuju višestruke diskontne stope za različite komponente novčanih tokova, umesto jedne diskontne stope na ukupni neto novčani tok. Samis i saradnici (2012) dali su kratak, ali sveobuhvatan opis primene ROV u rudarstvu.



Glavni nedostatak standardne DCF metode, prema metodi ROV, jeste da se primenom samo jedne diskontne stope ne uzimaju u obzir rizici koji mogu biti povezani sa različitim projektima. Mora se priznati da kada se koristi tradicionalna DCF metoda sa WACC kao diskontnom stopom, postoji pretpostavka da projekti koji se procenjuju ne menjaju ukupnu rizičnost preduzeća ili njene strukture kapitala, tako da zahtevana stopa prinosa na kapital akcionara ostaje ista i diskontna stopa ne zavisi od projekta koji se ocenjuje. To je slučaj kada se radi o manjim projektima tako da nema uticaja na postojeći nivo rizika kompanije, bez obzira na to koliko može da bude rizičan svaki projekat, ili, ako projekti imaju uticaj na ukupan rizik kompanije, da su njihovi nivoi rizika slični nivou rizika kompanije, i neće se menjati tokom vremena.

Ukupan novčani tok jednog projekta sastoji se od niza komponenti, kao što su prihodi, operativni troškovi i kapitalni troškovi, pri čemu svaki od njih može imati podkomponente i svoje inherentne rizike u odnosu na tržište. Kod primene ovog pristupa evaluacije mora da se:

- identifikuje rizičnost svakog protoka novčanih tokova,
- diskontuje svaki protok po stopi koja odgovara njegovom individualnom profilu rizika,
- sumiraju diskontovani protoci da bi se dobio neto diskontovani novčani tok prilagođen rizicima koji su vezani za svaki protok,
- diskontuje kombinovani novčani tok prilagođen riziku vremenske vrednosti novca bez stope rizika,
- saberu vrednosti koje su diskontovane i prilagođene riziku za svaki period radi generisanja jedne vrednosti.

Procenjujući tržišne rizike za svaku stavku, ukupni novčani tok i vrednost automatski se računaju za rizik svakog pojedinačnog projekta uzimajući u obzir svaku od njegovih komponenti.

Na primer, cene metala obično pokazuju veći rizik od troškova, tako da će i rezultirajući tok prihoda stoga biti diskontovan po višoj stopi od troškova novčanih tokova. Neka se posmatraju dva projekta, koji su jednaki u svim aspektima, osim da

jedan ima znatno veći sadržaj rude od drugog. Rezultati i RO i DCF metode procene vrednosti pokazaće veću vrednost projekta za viši sadržaj. Neka se pretpostavi da će cene metala i troškovi da ostanu konstantni u budućnosti, a takođe i marže, za koje se pretpostavlja da su pozitivne. Rezultat primene DCF diskontovanja je smanjenje diskontovane marže tokom vremena, ali ona uvek ostaje pozitivna. Diskontovanjem toka prihoda po višoj stopi od troškova, prihod će se smanjivati brže od troškova, i može čak postati manji od troškova, što uzrokuje da marža postane negativna. Kod primene metode RO, projekat sa nižim sadržajem metala ima znatno nižu vrednost od projekta sa višim sadržajem metala, nego ukoliko bi se primenila DCF metoda. Ishod je logičan, s obzirom da je više rizičan projekat sa nižim sadržajem metala i maržama.

Jedan od načina suočavanja sa rizikom u vezi je sa pojedinačnim novčanim tokovima. Na primer, kompanija može da zaključi ugovor kojim reguliše prodaju svojih proizvoda unapred, u kom slučaju se predviđene cene metala zamenjuju odgovarajućim unapred dogovorenim cenama. Na taj način kompanija posluje bez rizika.

Postoje i druge tehnike koje se mogu primeniti jednako dobro kao i ROV, bilo da koriste jednu diskontnu stopu koja se primenjuje na neto novčani tok, ili više stopa koje se primenjuju na različite komponente novčanih tokova. Ovo uključuje:

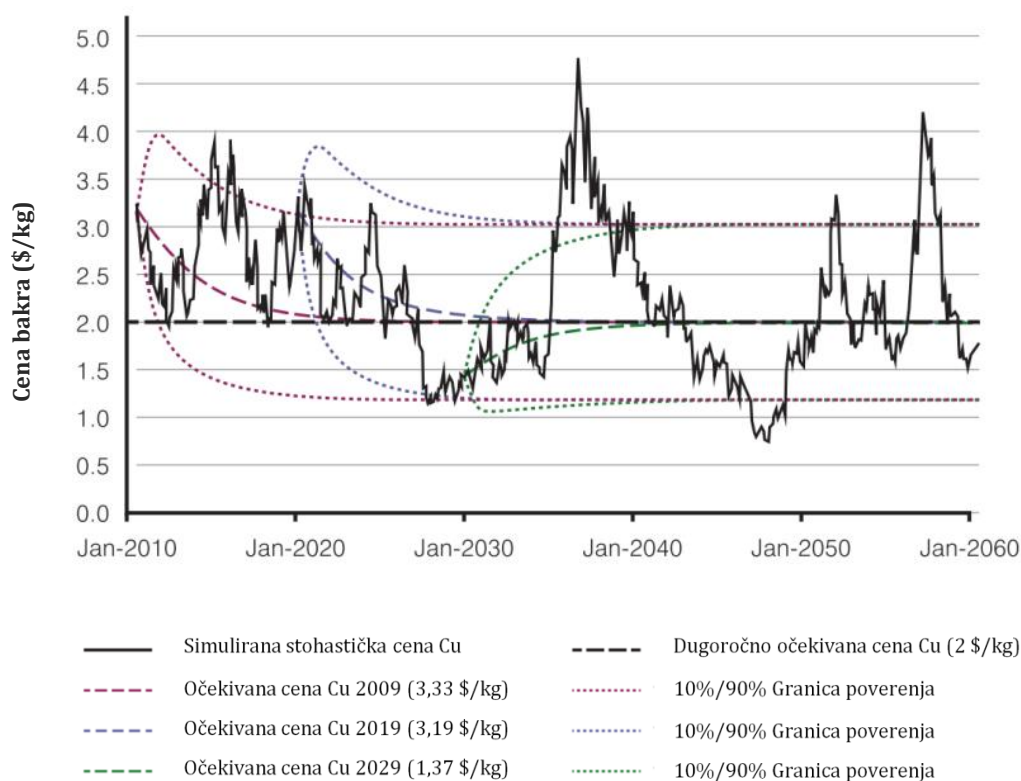
- ***Stohastičko modeliranje ulaza (engl. Stochastic modelling of inputs)*** – najčešće se koristi za stohastičko modeliranje kretanja cena. Dva najčešće korišćena modela poznati su kao povratni i nepovratni modeli cena (*engl. Reverting and non-reverting price models*).
  - ***Nepovratni modeli*** nemaju dugoročni trend. Oni imaju tendenciju da nasumično variraju dok postoje skokovi cena koji menjaju srednje vrednosti. Distribucija verovatnoća zasnovane na ranijem ponašanju cene osnova su za modeliranje vremena između skokova cena, promena srednje vrednosti i distribucije periodičnih vrednosti oko trenutnog proseka. Opseg u okviru kojih cene variraju povećava se simetrično iznad i ispod početne ili trenutne cene. Međutim, stopa rasta raspona

između maksimalnih i minimalnih cena smanjuje se sa vremenom u budućnosti. Cene plemenitih metala se obično uzimaju kao nepovratni modeli.

- **Povratni modeli** imaju dugoročni trend. Parametri koji opisuju model vraćanja cena imaju dugoročni trend odnosa, stopu po kojoj će se cena vratiti sa svoje trenutne vrednosti nazad na trend vrednost i slučajne varijacije. Opseg u okviru kojih cene variraju obično imaju stalni opseg iznad i ispod trenda na duži rok. Osnovna cena metala se obično uzima kao povratni modeli.

Bilo koja sekvenca cena tokom vremena označena je kao putanja cene. Slika 3.21 ilustruje simulaciju putanje cene za bakar sa vraćanjem na dugoročni trend, za koji se pretpostavlja da je konstantna realna cena bakra 2,00 \$/kg.

Eksponencijalni povratak na dugoročni trend ilustrovan je sa tri isprekidane tačkaste linije u vidu putanje simulirane cene u različitim vremenima u budućnosti. Isprekidane linije u svakom slučaju identifikuju 10% do 90% opsega poverenja, što se, dugoročno gledano, može videti da je približno između 1,15 \$/kg i \$ 3,00 \$/kg.



Slika 3.21. Primer simulirane cene bakra tokom vremena sa vraćanjem na dugoročni trend (Samis i dr, 2012)

- Binomno drvo cena ili binomna rešetka cena (engl. Binomial price trees or Lattices)** - Kod ovog modela pretpostavlja se da će u narednom periodu trenutna cena imati trend porasta ili sniženja. Ključna karakteristika ove metode je da će tokom bilo koja dva vremenska perioda, cena, koja je rezultat najpre uzlaznog, a zatim silaznog kretanja, biti ista kao da je rezultat obrnutog slučaja, odnosno najpre silaznog, a zatim uzlaznog kretanja. Binomno drvo uvek pokazuje procedure između gornjih i donjih granica. To znači da će postojati isti broj mogućih cena u vremenskom periodu koji je jednak broju perioda. Promene cena naviše i naniže iz jednog u drugi period i verovatnoće svakog pravca promene mogu se podesiti tako da prosečna ili očekivana vrednost drveća imitira bilo koji željeni trend cena.

Slika 3.22 ilustruje binomnu rešetku za cenu bakra, sa početnom cenom od 3 \$/kg.

Rešetke pokazuju povećanje ili smanjenje cene za deset posto svake godine. Iako središnja cena opada tokom vremena, treba napomenuti da cene duž najviše putanje brže rastu nego što se cene duž najniže putanje smanjuju. Ako se jednake verovatnoće primene na rast i smanjenja u svakom koraku, očekivana vrednost rešetke u bilo kom vremenu ostaće 3 \$/kg.



Slika 3.22. Primer binomne rešetke za cenu bakra

### 3.7. Model za optimizaciju površinskog kopa

#### 3.7.1. Uvod

Optimizacija površinskog kopa podrazumeva dobijanje moguće konture površinskog kopa, na osnovu blok modela ležišta, koja ima ekonomsku vrednost, i koja se može izračunati. Pod pojmom moguća kontura kopa podrazumeva se konura kopa sa maksimalnim nagibom generalne kosine, formirane nakon ucrtavanja transportnih puteva i bermi sigurnosti, a koja zadovoljava kriterijume stabilnosti.

Za izračunavanje ekonomske vrednosti mora najpre da se definiše redosled otkopavanja, a zatim se, progresivno sa otkopavanjem, akumuliraju prihodi i troškovi. Primena načela vremenske vrednosti novca, odnosno da je dolar koji je danas dobijen, vredniji od onog koji će se (možda) dobiti sledeće godine, podrazumeva da se vrši diskontovanje prihoda i troškova faktorom koji se povećava sa tokom životnog veka rudnika, što je objašnjeno u tački 3.6.

Druga stvar koju treba napomenuti jeste da se kalkulacija vrednosti, vrši za svaki blok u blok modelu, odnosno svaki blok ima svoju ekonomsku vrednost. Proračun ekonomske vrednosti bloka (EVB) zahteva detaljno poznavanje velikog broja parametara, kao što su:

- sadržaj korisne komponente u bloku,
- prodajna cena korisne komponente,
- troškovi eksploatacije i prerade,
- granični sadržaj u eksploataciji i preradi,
- iskorišćenja u eksploataciji i preradi.

Današnje tehnike optimizacije površinskog kopa, koje su implementirane u specijalizovane softvere, pronalaženje optimalne konture kopa baziraju na maksimizaciji NPV. Time se garantuje da ne postoji ni jedan samostalni blok ili kombinacija blokova koji mogu da se dodaju ili oduzmu u okviru konture kopa, što bi dovelo do povećanja NPV.

Ukoliko se vrednost bloka u modelu poveća tada, generalno, i optimalna kontura kopa postaje veća. Takođe, ako se poveća ugao generalne kosine kopa, povećaće se i dubina optimalnog kopa.

### **3.7.2. Algoritmi za optimizaciju površinskog kopa**

#### **3.7.2.1. Lerchs-Grossmann algoritam**

Lerchs i Grossmann (1965) predstavili su algoritam za određivanje optimalne konture površinskog kopa. Cilj algoritma jeste da dizajnira granicu kopa koja

maksimizira razliku između ukupne vrednosti otkopane rude i ukupnih troškova otkopavanja rude i jalovine. Za rešenje problema ponudili su model koji se zasniva na grafovima i pokazali da je optimalno rešenje problema konačne granice kopa isto kao i pronalaženje maksimalnog zatvaranja tog modela. U suštini, maksimalno zatvaranje predstavlja optimalni kop.

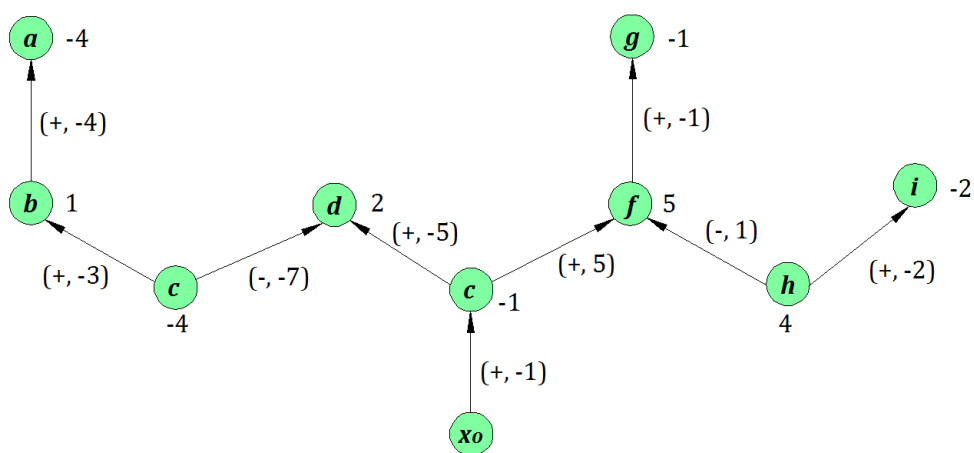
**Graf G** sastoji se od skupa elemenata, koji se nazivaju čvorovima, i skupa grana, koje povezuju dva čvora. Graf kod koga grane imaju usmerenje naziva se **usmereni graf**, a usmerene grane nazivaju se **lukovima**.

Graf  $G$  konstruiše se dodavanjem lukova  $(x_0, x_i)$  od čvora  $x_0$ . Čvoru  $x_0$  dodeljena je negativna težina, tako da ne može biti deo maksimalnog zatvaranja. **Stablo  $T$**  sa jednim istaknutim čvorom  $x_0$  (naziva se **koren stabla  $T$** ) poznat je kao **stablo sa korenom**. Algoritam počinje razvojem stabla  $T^0$  u grafu  $G$ . Stablo se onda transformiše u uzastopna stabla  $T^1, T^2, \dots, T^n$  sledeći data pravila, sve dok dalja transformacija nije moguća. Maksimalno zatvaranje tada se dobija od čvorova skupa dobro identifikovanih grana konačnog stabla.

Svaki **luk**  $a_i$  stabla definiše **granu**  $T_i$ . Tada se kaže da luk  $a_i$  podržava  $T_i$ . Težina  **$p$ -grane** je zbir pondera svih čvorova u grani. Ova težina je povezana sa  $a_i$  i kažemo da  $a_i$  podržava težinu  $p_i$ . U stablu  $T$  sa korenom  $x_0$ , grana  $T_i$  karakteriše se orijentacijom luka  $a_i$  u odnosu na  $x_0$ . Luk  $a_i$  se zove  **$p$ -luk** (plus-luk) ako pokazuje ka  $T_i$ , koji je, ukoliko je konačan čvor  $a_i$  deo  $T_i$ . Grana  $T_i$  onda se zove  **$p$ -grana**. Ako  $a_i$  pokazuje dalje od grane onda se naziva  **$m$ -luk** (minus-luk) i grana je  **$m$ -grana**.  $P$ -luk (grana) je jak ako podržava težinu koja je strogo pozitivna.  $M$ -luk (grana) je jak ako podržava težinu koja je nula ili negativna. Za lukove (grane) koji nisu jaki kaže se da su slabi.

Za čvor  $x_i$  kaže se da je jak ako postoji barem jedan jak luk na (jedinstvenoj) putanji kroz stablo  $T$  koji pridružuje čvor  $x_i$  sa korenom  $x_0$ . Čvorovi koji nisu jaki smatraju se slabim čvorovima. Konačno, stablo je normalizovno ako je koren  $x_0$  zajednički svim jakim lukovima. Maksimalno zatvaranje normalizovanog stabla (optimalan kop) je skup njegovih jakih čvorova koji su povezani sa korenom jakim granom.

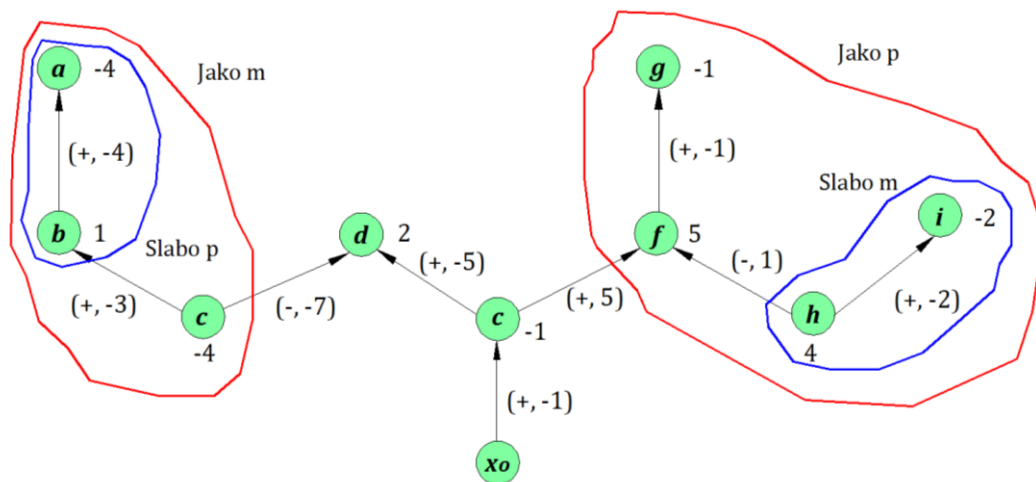
Za ilustraciju ovog koncepta, razmatran je grafik na slici 3.23, koji su koristili Lerchs i Grossmann, a kasnije dodatno objasnili Caccetta i Giannini (1988). Vrednost dodeljena svakom čvoru je težina tog čvora. Svaki luk je označen u obliku  $(\pm p_i)$  za identifikaciju njegovog statusa. Ovde, znak  $a+$  ili  $a-$  predstavlja  $p$ -luk ili  $m$ -luk respektivno, a  $p_i$  je podrška luku. Ispitivanjem oznake luka može da se identifikuje kao jak ili slab. Lukovi  $(c, d)$  i  $(e, f)$  su jaki, a svi ostali su slabi. Zbog toga, su čvorovi  $a, b, c, f, g, h, i$  jaki, a  $d$  i  $e$  slabi.



Slika 3.23. Stablo sa korenom  $x_0$  i pridruženim numeričkim vrednostima čvorovima stabla

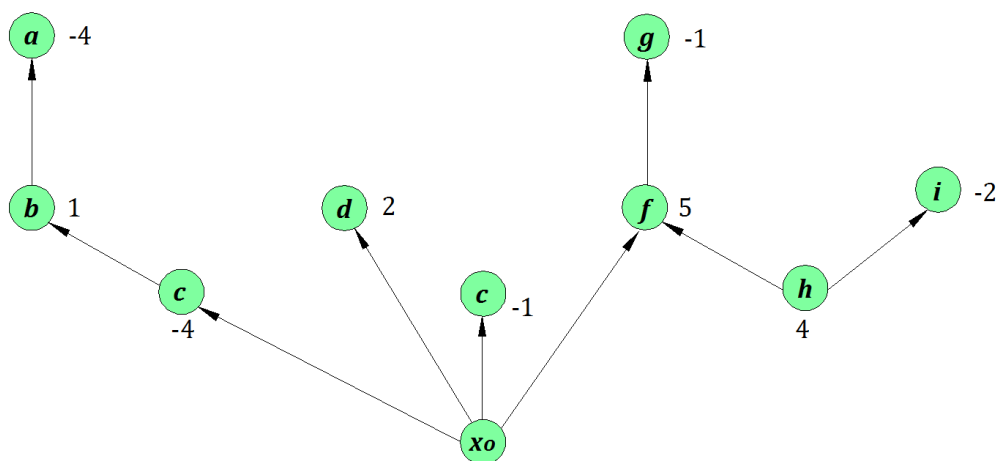
Ilustracija jakih i slabih grana dat je na slici 3.24.





Slika 3.24. Prikaz jakih i slabih grana

Slika 3.25 prikazuje stablo dobijeno nakon normalizacije.



Slika 3.25. Dobijeno stablo nakon normalizacije.

Aalgoritam koji su formulisali Lerchs i Grossmann (1965), opisali su Caccetta i Giannini (1988) kroz sledeće korake.

### **Korak 1 (Inicijalizacija):**

Konstrukcija normalizovanog stabla  $T^0$ ;  $T^0$  predstavlja stablo maksimalnog skupa lukova koji ne sadrže ciklus, a čiji je skup lukova  $\{(x_0, x_i): x_i \in V\}$ . Identifikuje se skup  $Y^0$  jakih čvorova stabla  $T^0$  (čvorovi su sa pozitivnom težinom). Podesi se da je  $i = 0$  i prelazi se na korak 2.

### **Korak 2 (Test optimalnosti):**

Vrši se pretraga za lukom  $(x_k, x_l)$  u  $G$  tako da je  $x_k \in Y^i$  i  $x_l \notin Y^i$ , a zatim se prelazi na korak 3. Ako se ne utvrdi takav luk, zaustavlja se pretraga;  $Y^i$  je maksimalno zatvaranje  $G$ .

### **Korak 3 (Ažuriranje):**

Utvrđuje se jedinstvena  $(x_0, x_k)$  - putanja  $P$  u  $T^i$ . Pretpostavlja se da je  $x_0$  pridružen sa  $x_m$  u  $P$ . Konstruiše se stablo  $T^{i+1}$  zamenom luka  $(x_0, x_m)$  stabla  $T^i$  lukom  $(x_k, x_l)$  i nastavlja se procedura sa korakom 4.

### **Korak 4 (Normalizacija)**

Normalizuje se stablo  $T^{i+1}$ . Ovo daje stablo  $T^{i+1}$ . Identifikuje se skup  $Y^{i+1}$  jakih čvorova stabla  $T^{i+1}$ . Podesi se  $i+1 = i$ , i prelazi se na korak 2.

Treba napomenuti da je

$$T^{i+1} = T^i + (x_k, x_l) - (x_0, x_m) \quad (3.12)$$

Normalizovano stablo  $T^{i+1}$  dobija se kretanjem duž jedinstvene  $(x_m, x_0)$  -putanje i kada se naiđe na jak luk taj luk se briše, a  $x_0$  se pridružuje korenu njegove grane.

#### **3.7.2.2. Whittle algoritam**

Whittle proces zasniva se na brzom sprovođenju niza Lerchs-Grossmann (LG) algoritma. Ovaj algoritam daje matematički optimalnu konačnu granicu kopa, kada

je kriterijum za optimizaciju maksimalni nediskontovani novčani tok. Proces vrši izbor optimalne konačne granice kopa za najbolji i najgori slučaj (*engl. Best and Worst Case*) rudarskih planova otkopavanja za koje se dobijaju NPV krive. Na ovaj način generiše se širok spektar mogućih kopova među kojima inženjer bira optimalni kop, čime se još jednom potvrđuje da inženjer i dalje ima nezamenljivu ulogu u projektovanju i pored snažnog razvoja softvera i računarske opreme.

Treba napomenuti da je kod Whittle metode jedini kriterijum optimizacije maksimizacija neto sadašnje vrednosti (NPV) novčanih tokova nastalih od prodaje metala ili koncentrata. Stoga, ako je cilj kompanije maksimalno iskorišćenje mineralne sirovine iz ležišta, ili koristi neku drugu meru osim NPV, posao inženjera je da prilagodi algoritam novim kriterijumima.

### **Definisanje problema konstrukcije konačne granice kopa**

U procesu eksploatacije mineralnih sirovina vrši se otkopavanje rudnih blokova i jalovinskih stena pri čemu se formira kontura kopa, koja vremenom postaje sve dublja i dublja do postizanja konačnog oblika i zatvaranja rudnika. U cilju konstrukcije optimalnog kopa, koji maksimizira profit, cela oblast se deli na trodimenzionalne mreže blokova, a sadržaj metala svakog bloka procenjuje se na osnovu dostupnih geoloških informacija dobijenih iz jezgara istražnih bušotina. Zatim se svakom bloku dodeljuje ekonomska vrednost, koja se dobija kada se od vrednosti rude u bloku oduzmu troškovi uključeni u otkopavanje i preradu tog bloka. Pored pokušaja da se maksimizira ukupna ekonomska vrednost blokova koji se otkopavaju, postoje i određena ograničenja koja moraju da se poštuju. Ova ograničenja odnose se na stabilnost kosina na površinskom kopu i na redosled otkopavanja blokova u ležištu.

U skladu sa ovim ograničenjima, cilj problema optimizacije je da se pronađe najprofitabilniji skup blokova.

Problem konstrukcije konačne granice kopa može da se modelira kao usmeren graf  $G=(V, A)$ . Svaki blok odgovara čvoru sa težinom koja predstavlja neto ekonomsku vrednost individualnog bloka.

Postoji usmeren luk od čvora do čvora ako blok ne može da se otkopa pre bloka, koji se obično nalazi u sloju tačno iznad tog bloka. Sada je cilj da se pronađe skup blokova koji se otkopavaju, i maksimiziraju dobit. Ovo je ekvivalentno pronalaženju maksimalne težine zatvorenog skupa čvorova, gde je skup čvorova zatvoren ako sadrži sve sledbenike čvorova u skupu. Takav skup se naziva maksimalno zatvaranje. Whittle je ustanovio da je postupak brži ako se počne sa dna modela, nego sa vrha.

Osim toga on je utvrdio da je struktura stabla mnogo manje složena i lakša za rešavanje ako su lukovi usmereni prema bloku koji se proverava, odnosno da je problem teže rešiti ako su lukovi usmereni od bloka. Na kraju, kada lukovi prema bloku otkrivaju više od jednog neslaganja, Whittle ukazuje da je neophodno pažljivo odabrati koje neslaganje treba prvo da se reši. Ideja ovog modifikovanog postupka jeste da se ubrza odvijanje Lerchs-Grossmann algoritma za oko deset puta (Whittle, 1999).

### **Tehnika Whittle u traženju optimalnog kopa**

Whittle metoda za optimizaciju granice kopa koristi modifikovani Lerchs-Grossmann algoritam, u dva koraka. Softver za generisanje ugnježenih kopova i definisanje faza otkopavanja koristi tehniku parametrizacije, a proračun se zasniva na nediskontovanim novčanim vrednostima. U narednom koraku sprovodi se simulacija i DCF analiza da bi se dobio kop sa najvećom NPV.

- 1) Konvencionalna optimizacija kopa kombinovana sa tehnikom parametrizacije kopa, koja koristi faktore prihoda (*engl. Revenue factors*), generiše niz ugnježenih kopova (*engl. Nested pits*) sa različitim odnosima troškova i cena. Dobijeni niz kopova osnova je za izbor faza razvoja kopa (*engl. Pushbacks*), kao i za sprovođenje analize osetljivosti. Iako proces

parametrizacije modifikuje vrednost bloka, obračun se zasniva na nediskontovanim novčanim vrednostima.

- 2) Simulacija i DCF analiza vrše se na širokom spektru pravila i definisanih planova od strane korisnika. Često se u jednom prolazu izvrši na stotine različitih planova, svaki sa različitim konačnim kopom, i drugačijim načinom planiranja. Na osnovu ovoga lako je da se odredi koji kop iz baze podataka pruža najvišu NPV za određene metode planiranja.

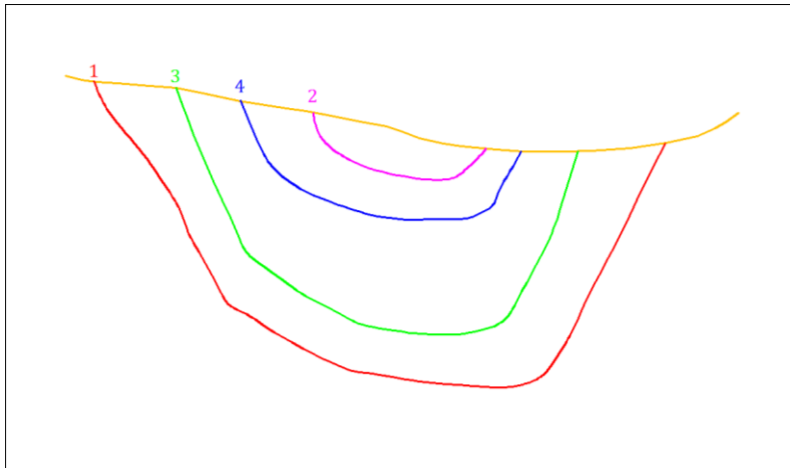
### **Generisanje ugnježdenih školjki kopova (*engl. Nested pit shells*)**

Whittle proces počinje izvođenjem od pedeset do sto Lerchs-Grossmann optimizacija, za različite cene metala. U ovom pristupu, generiše se niz kopova različitih veličina, gde svaki kop ima najveću nediskontovanu vrednost za razmatranu veličinu kopa.

U softveru Whittle optimizacija se prvo sprovodi za nelimitiranu cenu. Ovo može da bude obavljeno u jednom prolazu strukture lukova sa specijalnim programskim kodom, a nakon toga se isključuju svi blokovi van ove konture kopa iz daljeg razmatranja. Zatim se sprovodi optimizacija za najnižu određenu cenu, što daje najmanji kop i omogućava da se isključe svi blokovi unutar granice tog kopa iz daljeg razmatranja.

Nakon ove dve početne optimizacije, vrši se optimizacija u više prolaza za cenu koja je u sredini liste cena za najveći broj nepodeljenih blokova. Za svaku optimizaciju uzimaju se u obzir samo oni blokovi koji se nalaze između školjki kopova za najbližu cenu iznad i ispod ciljne cene za koju postoje školjke kopova. Zatim se podešavaju vrednosti ovih blokova kako bi se omogućila nova cena, a onda se vrši pretraživanje kroz lukove, koji se odnose na ove blokove, sve do trenutka kada nema dalje promene.

Slika 3.26 ilustruje ovaj redosled.



Slika 3.26. Redosled optimizacije školjki kopova

Sa ovim pristupom, svaka optimizacija sprovodi se za sukcesivno manje blokova i uključuje sve manje i manje korekcija na Lerchs-Grossmann stablu.

Kombinacije ovih efekata čine uzastopne optimizacije brže i brže.

U Whittle softveru operiše se sa više proizvoda i stoga i više cena, tako da se proces odvija korišćenjem faktora prihoda. Na taj način generišu se školjke kopova za niz faktora prihoda kojima se množe bazne cene.

### **Najbolji i najgori slučaj scenarija otkopavanja (engl. *The best and worst case mining scenarios*)**

Kada se svaka školjka otkopava sukcesivno i na taj način se ruda i jalovina, koja se nalazi iznad nje, otkopavaju u približno istom vremenskom periodu, takav slučaj zove se najbolji slučaj planiranja otkopavanja (engl. *Best case mining*), jer proizvodi najveću NPV. To se gotovo nikada ne dešava u praksi i daje optimističke prognoze po pitanju ostvarivanja NPV za dati projekat (Wharton, 2000), ali postavlja NPV kao cilj kome se teži.

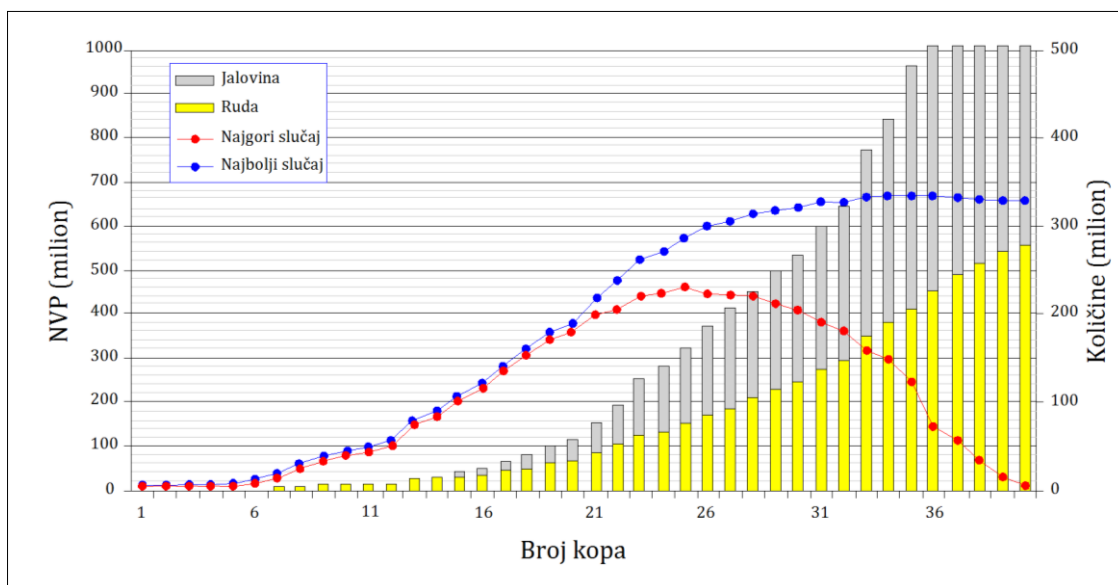
Najjednostavniji način da se vrši otkopavanje na kopu jeste da se etaže sukcesivno otkopavaju od vrha ka dnu konačne konture kopa. Ovakav scenario otkopavanja naziva se najgori slučaj planiranja otkopavanja (engl. *Worst case mining*) jer

proizvodi najnižu NPV. On se, takođe, veoma retko primenjuje u praksi, jer su prognoze po pitanju ostvarivanja NPV veoma pesimistične (Wharton, 2000).

Međutim, ovakav scenario može da ima i prednost u određenim situacijama. Razmotrimo jednostavan primer, gde je jalovina na vrhu spoljnih školjki otkopana ranije, a diskontovani troškovi su manji od prihoda od odgovarajuće količine rude, koja se otkopava mnogo kasnije. Optimalni kop za najgori slučaj otkopavanja je tako generalno manji nego na šta ukazuje jednostavna optimizacija granice, korišćenjem trenutnih troškova i prihoda.

### Izbor konačne granice kopa na osnovu NPV-tonaža grafikona (engl. NPV-tonnage graph)

Slika 3.27 prikazuje tipičan NPV-tonaža grafikon (engl. NPV-tonnage graph) na osnovu koga Whittle proces pronalazi optimalnu dinamiku otkopavanja. Grafikon prikazuje ostvarenu NPV, kao i količine rude i jalovine za svaki ugnježdeni kop.



Slika 3.27. Tipičan NPV-tonaža grafikon po metodi Whittle (Wharton, 2000)

NPV krive za najbolji i najgori slučaj pokazuju gornji i donji limit vrednosti koja se može postići (Wharton 2000).

Sada je do inženjera koji planira kop da izaberete jedan od ugnježenih školjki kopova kao konačnu granicu otkopavanja na osnovu korporativnih ciljeva njegove kompanije. Neiskusni korisnici mogu da izaberu kop čiji je maksimum na krivoj najboljeg slučaja. Napredniji korisnici često koriste maksimalnu vrednost kopa koju procenjuju uzimajući prosečnu NPV na osnovu kriva najboljih i najgorih slučajeva. Neki korisnici variraju ovu tehniku i biraju kopove koji su na 60 ili 70 odsto razlike između vrednosti najboljeg i najgorog slučaja. Na primer, za slučaj prikazan na slici 3.27, iako kop 35 ima maksimalnu NPV, kao optimalan izabran je kop 32, jer obezbeđuje skoro istu NPV, ali sa 60 miliona tona manje iskopina. (Whittle 1999, Wharton 2000).

### 3.7.2.3. Monte-Carlo metoda

Kao najjednostavnija metaheuristička metoda pominje se metoda Monte Carlo. Suština ove metode je da se iz prostora dopustivih rešenja  $X$  bira slučajna tačka koja predstavlja novo rešenje. Ukoliko je to rešenje bolje od trenutno najboljeg rešenja, usvaja se kao novo najbolje rešenje, u protivnom se odbacuje. Ovaj postupak se ponavlja sve dok se ne zadovolji neki, unapred zadati, izlazni kriterijum. Pseudokod metode Monte Carlo ima sledeći oblik:

#### 1) Inicijalizacija

Izbor početnog rešenja  $x$ ,  $x_{opt}=x$ ,  $f_{opt}=f(x)$ .

#### 2) Ponavljanje

- a) *Pokušaj*. Izbor slučajnog rešenja  $x'$  u prostoru dopustivih rešenja  $X$ ;
- b) *Provera rešenja*. Ako  $f(x') < f(x_{opt})$  onda  $x_{opt} = x'$ ,  $f(x_{opt}) = f(x')$  dok nije zadovoljen kriterijum zaustavljanja.



Uobičajeni izlazni kriterijumi su broj pokušaja (broj slučajnih izbora novog rešenja, ili broj iteracija, kako se najčešće naziva) i broj pokušaja između dve popravke tekućeg najboljeg rešenja.

Metoda Monte Carlo nastala je kao suprotnost detaljnom pretraživanju prostora dopustivih rešenja koje je praktično neizvodljivo zbog velikog broja takvih rešenja. Ova metoda veoma haotično pretražuje prostor dopustivih rešenja, te je stoga lako objasniti njenu neefikasnost prilikom traženja globalnog minimuma funkcije cilja, naročito u slučajevima problema velikih dimenzija ili problema kod kojih je prostor dopustivih rešenja izuzetno veliki. Stoga su se razvile mnoge metode koje pokušavaju da prevaziđu problem Monte Carlo metode uvođenjem raznih pravila za sistematizaciju pretraživanja prostora dopustivih rešenja.

Monte Carlo simulacija izračunava izlaze iz modela kao funkcije više stohastičkih ulaznih parametara gde je svaki izražen preko svoje funkcije gustine raspodele verovatnoće. Takve raspodele mogu da imaju razne funkcijske forme koje pružaju mnogo bogatiji opis mogućih izlaza modela nego mali broj diskretnih-najverovatnijih vrednosti koje se koriste u analizi osetljivosti. Monte Carlo simulacija obično podrazumeva sledeće korake:

- definisanje modela sa svojim ulazima i izlazima,
- statistički opis ključnih ulaznih veličina preko funkcija gustine raspodele verovatnoće,
- identifikacija i statistički opis svih odnosa između ključnih ulaznih veličina,
- izvođenje višestrukih iteracija gde se pretpostavljene vrednosti ulaznih veličina dobijaju iz svojih funkcija raspodele verovatnoće,
- opis izlaznih veličina iz modela preko raspodele verovatnoće.

### **Oblast primene metode Monte Carlo**

Monte Carlo metoda se primenjuje u raznim simulacijama koje koriste slučajne brojeve. Najčešće se metoda koristi samo za statičke tipove simulacija kod kojih se u rešavanju problema koristi stvaranje uzoraka iz raspodela slučajnih

promenljivih. Pri tome, problemi mogu biti bilo determinističkog, bilo stohastičkog karaktera. Razlikujemo sledeće primene Monte Carlo simulacije:

1. Deterministički problemi koje je teško ili skupo rešavati. Tipičan primer je korišćenje ove metode za izračunavanje određenih integrala koji se ne mogu rešiti analitički. Monte Carlo metoda se u ovom slučaju koristi za generisanje niza slučajnih tačaka  $(x_j, y_j)$  sa jednakim verovatnoćama unutar određenog pravougaonika. Zatim ispituje koliko je generisanih tačaka sadržano u površini koja odgovara integralu.
2. Složeni fenomeni koji nisu dovoljno poznati. Ovo je druga klasa problema koji se rešavaju uz pomoć Monte Carlo metode. Ove probleme karakteriše to da nije poznat način uzajamnog delovanja između elemenata, već su poznate samo verovatnoće njihovog ishoda. Verovatnoće se koriste za izvođenje niza eksperimenata koji daju uzorke mogućih stanja zavisnih promenljivih. Statističkom obradom rezultata dobija se raspodela verovatnoća zavisnih promenljivih koje su od interesa. Društveni i ekonomski problemi se rešavaju na ovaj način.
3. Statistički problemi koji nemaju analitička rešenja. Statistički problemi bez analitičkog rešenja (npr. procene kritičnih vrednosti ili testiranje novih hipoteza) su jedna specifična klasa problema koji se rešavaju Monte Carlo simulacijom. Rešavanje takvih problema takođe se zasniva na generisanju slučajnih brojeva i promenljivih.

Monte Carlo metoda svoju primenu u rudarstvu našla je pre svega:

1. kod ekonomske evaluacije rudarskih projekata (G.R. Lane, M. Terblanche, G. Meyer, N. Sasto 2013, Erdem, Ö., Güyagüler T., and Demirel, N., 2012, Chiwaye H.T., Stacey T.R., 2010),
2. kreiranja modela geološkog rudnog tela (R. Dimitrakopoulos, 1998, P. Goovaerts 1997),

3. za potrebe inkorporiranja neizvesnosti u proces optimizacije i faznog razvoja kopa (S. A. Abdel Sabour, R. Dimitrakopoulos, 2011, M. Smith, R. Dimitrakopoulos, 1999).

Konkretno, Monte Carlo metoda u analizi isplativosti omogućava da se simulira uticaj neizvesnosti na troškove i tehničke parametre za dobijanje verovatnoće procene rizika. Analiza isplativosti investicije zahteva definisanje modela sa svim bitnim ulaznim determinističkim i stohastičkim parametrima. Ulazni parametri mogu biti: tržišna cena metala, investicioni troškovi, period izgradnje, troškovi eksploatacije, životni vek kopa... Stohastički ulazni parametri se predstavljaju preko svojih funkcija gustine raspodele verovatnoće. Kao izlazna promenljiva, zavisna od ulaznih, najčešće se uzima neto sadašnja vrednost investicije (NPV) kao ekonomska odrednica isplativosti investicije.

Korelacija između različitih stohastičkih ulaznih veličina može se takođe uzeti u obzir. Simultanim variranjem stohastičkih ulaznih promenljivih koje svoje vrednosti uzimaju iz funkcije raspodele verovatnoće i izračunavanje NPV investicije za svaku kombinaciju ulaznih veličina dobija se raspodela verovatnoće NPV.

Monte Carlo simulacija nudi investitoru mnogo bogatiji analitički okvir za procenu ulaganja u proizvodne kapacitete u uslovima otvorenog tržišta od bilo kakve optimizacije. Pre svega, metoda je adaptabilna na promene okolnosti koje donosi svakodnevna, višegodišnja praksa, dok se kod optimizacije sve unapred mora predvideti, što je u dugoročnom planiranju skoro nemoguće (promena tehnologije, zakona i sl.).

#### ***3.7.2.4. Genetski algoritmi***

Neće se puno pogrešiti ako se kaže da su genetski algoritmi izum prirode. Tačnije, genetski algoritmi su nastali kao simulacija nekih procesa zapaženih u prirodnoj evoluciji (Mitrović-Varga, Z., 2008).

Biolozi su bili zaintrigirani mehanizmom evolucije još od kada je teorija evolucije prihvaćena kao opšti uzrok bioloških promena. Mnogi su zapanjeni saznanjem da se život na našoj planeti mogao razviti do sadašnjeg nivoa složenosti u relativno kratkom vremenu, s obzirom da kao dokaz toga imamo brojne fosilne ostatke.

Evolucija je neprekidan proces prilagođavanja živih bića na svoju okolinu, tj. na uslove u kojima žive. U prirodi vlada nemilosrdna borba za opstanak u kojoj pobeđuju najbolji, a loši umiru. Da bi neka vrsta tokom evolucije opstala, mora se prilagoditi uslovima i okolini u kojoj živi, jer se uslovi i okolina menjaju. Svaka sledeća generacija neke vrste mora pamtići dobra svojstva predhodne generacije, pronalaziti i menjati ta svojstva tako da ostanu dobra u neprekidno novim uslovima.

Mehanizam po kome funkcioniše evolucija nije u potpunosti razjašnjen, ali su neke od njegovih karakteristika poznate.

Evolucija se odigrava na hromozomima, koji su organski uređaji za kodiranje strukture živih bića. Kako specifičnosti hromozomskog kodiranja i dekodiranja nisu poznate, sledeće karakteristike o teoriji evolucije široko su prihvaćene:

- a) proces evolucije operiše na hromozomima, a ne na živim bićima koja su kodirana hromozomima,
- b) proces prirodne selekcije prouzrokuje da se češće reprodukuju hromozomi koji kodiraju uspešne strukture nego drugi hromozomi,
- c) reprodukcija je tačka na kojoj evolucija počinje svoje delovanje:
  - rekombinacija (ukrštanje) može stvoriti različite hromozome kod dece, kombinovanjem materijala iz hromozoma njihovih roditelja,
  - mutacija može rezultirati da hromozomi kod dece budu različiti od hromozoma njihovih bioloških roditelja,
- d) evolucija nema memoriju.

U ranim sedamdesetim godinama prošlog veka, gore navedene karakteristike prirodne evolucije, proučavao je naučnik John Holland (1975). On je verovao da će uspeli da napravi tehniku za rešavanje teških problema ako na odgovarajući način

sjedini ove karakteristike u računarski algoritam. Tako je počeo istraživanje na algoritmu koji upravlja nizovima binarnih cifara (0, 1), u kome nizovi predstavljaju hromosome.

Koristeći jednostavno kodiranje i mehanizam reprodukcije, Holland je razvio algoritam koji je rešio neke ekstremno teške probleme. Kao i priroda, algoritam je bio običan upravljač nad hromozomima. Primenom nekih verzija ovog algoritma danas, postižu se bolja rešenja na širokom spektru problema koje ne možemo rešiti drugim tehnikama.

Kada je Holland počeo da izučava ove algoritme, oni nisu imali ime. Obzirom na njihovo poreklo iz nauke o genetici nazvani su genetski algoritmi (GA). Posle velikog broja istraživanja sprovedenih u ovoj oblasti, razvijeni su genetski algoritmi.

Sada su GA *stohastička metoda globalnog pretraživanja koja imitira prirodnu biološku evoluciju*. Primenom principa preživljavanja, koji se sastoji u tome da se od najpogodnijih jedinki proizvode bolja i bolja rešenja, dolazimo do bitne osobine GA: Genetski algoritmi operišu na populaciji potencijalnih rešenja. Aproksimacija novih rešenja u svakoj generaciji dobija se procesom selekcije jedinki prema njihovom nivou prilagođenosti (*engl. Fitness*) u domenu problema kao i stvaranjem novih jedinki korišćenjem operatora „pozajmljenih” iz genetike kao što su ukrštanje i mutacija. Ovi procesi rezultiraju na takav način da se jedinke dobijene njima bolje uklapaju u okolinu nego one od kojih su stvorene, baš kao i u prirodnom prilagođavanju.

Ukratko opisano, osnovne ideje metode su da se izabere inicijalna populacija i da se zatim kroz niz generacija evoluiranja te populacije vrši popravka trenutno najboljeg rešenja. Popravka, tj. transformacija polaznih rešenja i generisanje potomaka se vrši primenom tzv. operatora, od kojih su osnovni selekcija, ukrštanje i mutacija.

## Osnovna struktura GA

Postoji više načina da se predhodno pomenute karakteristike prirodne evolucije povežu sa genetskim algoritmima. Za početak treba uvažiti dva mehanizma koja povezuju GA sa problemom koji se rešava. Jedan od njih je način kodiranja potencijalnih rešenja na problem hromozoma, tj. njihovo kodiranje u hromozome. Drugi je funkcija ocene (*Fitness*), koja predstavlja meru valjanosti nekog hromozoma.

Način kodiranja rešenja igra važnu ulogu u GA. Tehnika kodiranja može varirati od problema do problema kao i od GA do GA. U ranim GA za kodiranje su korišćeni nizovi bitova, binarno kodiranje. Kasnije su naučnici razvijali i mnoge druge tehnike kodiranja.

Najverovatnije je da ni jedna tehnika kodiranja ne radi najbolje za sve probleme, pa je potrebna velika veština u izboru dobre tehnike kada se problem proučava. Zato, kada se bira tehnika za kodiranje u nekom stvarnom problemu, treba obratiti pažnju na niz faktora, o kojima će biti reč kasnije.

Funkcija ocene (*engl. Fitness function*), je veza između GA i problema koji se rešava. Funkcija ocene uzima kao ulazni podatak hromozom a kao rezultat vraća broj ili listu brojeva koji predstavljaju performance tog hromozoma. Ova funkcija igra istu ulogu u GA kao što okolina to radi u prirodnoj evoluciji. Interakcija jedne jedinke sa okolinom daje meru njene prilagođenosti, a interakcija hromozoma sa funkcijom ocene određuje meru pogodnosti, tj. koliko je taj hromozom pogodan za dalju reprodukciju.

Ako se uzme da su date početne komponente: problem, tehnika za kodiranje rešenja i funkcija koja daje informaciju o tome koliko je neko rešenje dobro. Tada se može primeniti GA da sprovede simuliranu evoluciju na nekoj populaciji rešenja. Osnovna struktura GA izgleda ovako:

- 1) Inicijalizovati populaciju hromozoma.
- 2) Oceniti „kvalitet“ svakog hromozoma u populaciji.
- 3) Stvoriti nove hromozome od hromozoma iz postojeće populacije.

- 4) Ukloniti neke članove populacije da bi se napravilo mesta za nove hromosome.
- 5) Ubaciti nove hromosome u populaciju.
- 6) Zaustaviti proceduru i prikazati najbolji hromozom ako je vreme isteklo, u suprotnom ići na korak 2).

Treba napomenuti da kriterijum zaustavljanja kod GA može biti maksimalan broj generacija, broj generacija bez popravke trenutno najboljeg rešenja, prevelika sličnost jedinki ili maksimalno dozvoljeno vreme izvršavanja koje je i najrasprostranjenije, jer omogućava poređenje sa drugim metodama.

#### ***3.7.2.5. Mravlji algoritmi***

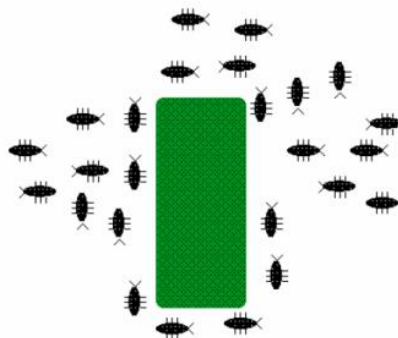
Ponašanje insekata najviše proučavaju biolozi, ali u novije vreme sve više i naučnici drugih usmerenja. Na primer, istraživanja kolektivnog ponašanja insekata omogućila su naučnicima iz oblasti računarskih nauka da razviju moćne metode i algoritme za distribuirano upravljanje i optimizaciju. Pored tzv. statičkih, ovi metodi i algoritmi su fleksibilni i robustni u dinamičkim okruženjima kao što su saobraćaj na Internetu ili standardna telefonija. Radi se o problemima koji spadaju u klasu teško rešivih zbog ogromnih prostora mogućih rešenja koje treba pretražiti u razumnom vremenu pomoću jakih računara (Mitrović-Varga, Z., 2008).

Kretanje mrava i pčela inspirisali su razvoj nekih graničnih oblasti moderne nauke kao što je, na primer, kolektivna inteligencija. U poslednjoj deceniji profilisana je nova oblast optimizacije za koju na srpskom jeziku ne postoji odomaćen naziv. Radi se o Ant Colony Optimization (ACO), ili u radnom prevodu „Optimizaciji pomoću mravljih kolonija (OMK)“, oblasti koju karakterišu specifični optimizacioni algoritmi inspirisani ponašanjem prirodnih mravljih kolonija. Ove procedure optimizacije se zasnivaju na indirektnoj komunikaciji i saradnji više agenata, slično kako u prirodi komuniciraju i ponašaju se neke vrste mrava. Mravlji algoritmi (MA) i sistemi mravljih kolonija (SMK) su osnovni algoritmi OMK, a svi zajedno spadaju u oblast veštačke inteligencije zbog toga što: (1) na konceptualnom nivou sadrže

jaku komponentu samoučenja i (2) rešavaju tzv. NP-teške i NP-kompletne kombinatorne probleme.

### Mravlje kolonije

Dok se kreću (ili trče), pravi mravi polažu na tle određenu količinu hemijske supstance poznate kao feromon. Istraživanja biologa i inženjera su pokazala da svaki mrav sa određenom verovatnoćom preferira praćenje putanje (traga) na kojoj postoji deblji (bogatiji) sloj feromona. Ova jednostavna činjenica objašnjava zašto su mravi sposobni da se prilagode promenama u svom okruženju, kao što je npr. pojava neke prepreke na njihovom putu. Pitanje koje otvara diskusiju jeste: Šta se događa kada kolona mrava koja se kreće najkraćim putem između staništa i hrane, bude sprečena da nastavi takvo kretanje zato što se negde na putanji pojavila prepreka (slika 3.28) ?



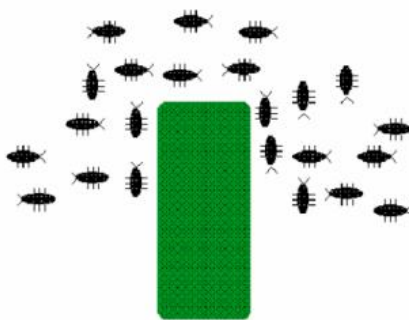
Slika 3.28. Prepreka na putanji kolone mrava (Mitrović-Varga, Z., 2008)

Ono što se realno događa je da kada mravi naiđu na prepreku, oni slučajno biraju način da je zaobiđu tako što kreću levo, desno, gore ili dole. Zbog pojednostavljenja koje ne smanjuje opštost daljih izlaganja, pretpostavimo da mravi jedino mogu levo ili desno u odnosu na prepreku. Sa velikom sigurnošću se može reći da će približno polovina mrava u početku ići na jednu, a druga polovina na drugu stranu. Mravi koji krenu kraćim putem, brže će formirati jači trag feromona nego oni koji idu dužim putem. To će dalje izazvati da sve više i više mrava kreće za jačim



feromonskim tragom dok konačno svi mravi ne nađu taj kraći put (slika 3.29). Kako se na kraćem putu feromoni ostavljaju češće, mravi kroz niz iteracija biraju kraći put. Pošto se mravi koji prate najkraći put prvi i vraćaju odakle su krenuli (gnezdo ili hrana), njihov feromonski trag postepeno nestaje usled isparavanja, ali ga novi mravi istovremeno i pojačavaju. Treba napomenuti da iako jači trag privlači više mrava koji taj trag još više pojačavaju, uvek ima mrava-solista koji u međuvremenu idu svojim putem bez obzira na trag i tako istražuju nove puteve. Kada prepreka na putu izazove saobraćajnu gužvu, mravi su spremni da slede rezervne pravce.

Pravci koji se manje koriste konačno se eliminišu pošto feromon koji je na njih položen jednostavno ispari.



Slika 3.29. Kolona mrava koja je našla najkraći put (Mitrović-Varga, Z., 2008)

Novija istraživanja su dokazala sposobnost mrava da brzo nađu sledeći najkraći put kada prepreka blokira direktan (najkraći) put od gnezda do hrane. Kada se ova sposobnost mrava preslika na mrežu komunikacionih pravaca na Internetu, ili mrežu puteva ili sistem telefonskih linija, tada mravi nude neka zanimljiva rešenja. Radi se o preusmeravanju saobraćaja kada ima zagušenja ili prekida na postojećim pravcima.

Opisane ideje o paralelizmu saobraćaja koje mi poznajemo i kretanju kolonija mrava dovele su do razvoja nove oblasti za koju su u paralelnoj upotrebi nazivi „mrvlja metodologija” (*engl. Ant Methodology*) i „algoritmi mrvljih kolonija”

(*engl. Ant Colony Algorithms*). Tvorcima mravlje metodologije optimizacije smatraju se belgijski naučnik Dorigo i njegov saradnik Djambardela.

### **3.7.2.6. Algoritam simuliranog kaljenja**

Algoritam simuliranog kaljenja (*engl. Simulated Annealing, SA*) jedan je od stohastičkih optimizacionih algoritama, a razlikuje se od algoritama lokalnog pretraživanja po tome što omogućuje beg iz lokalnog optimuma. Algoritam je nastao po analogiji sa metalurškim kaljenjem, čiji je cilj oplemenjivanje metala tako da oni postanu čvršći. Ako se želi postići čvrstoća metala, potrebno je kristalnu rešetku metala pomeriti tako da ima minimalnu potencijalnu energiju. U procesu metalurškog kaljenja metal se prvo zagreva do visoke temperature, a potom se, nakon kraćeg zadržavanja na toj temperaturi, polagano hladi do sobne temperature. Prebrzo hlađenje bi moglo uzrokovati pucanje metala. Posledica toga je da atomi metala nakon procesa kaljenja formiraju pravilnu kristalnu rešetku. Time je postignut i energetski minimum kristalne rešetke (Mitrović-Varga, Z., 2008).

U skladu s navedenim, SA će sadržati parametar temperature, a funkciju kojoj želimo odrediti globalni optimum možemo posmatrati kao energiju rešetke, ukoliko određujemo minimum, odnosno negativnu energiju rešetke, ukoliko određujemo maksimum.

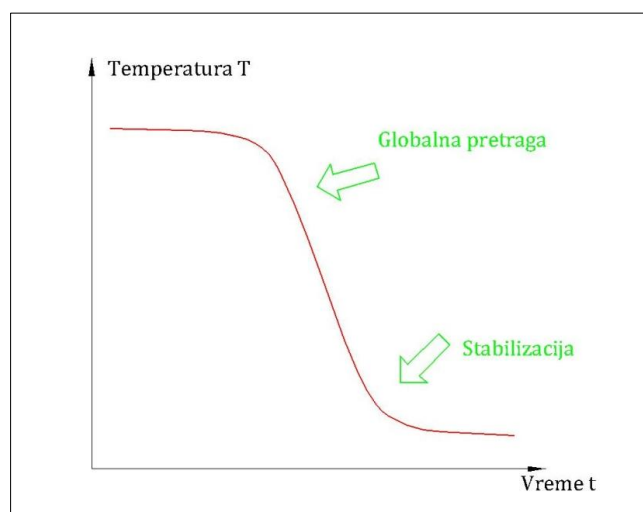
Algoritam počinje izborom nekog početnog rešenja, a početna temperatura ima relativno veliku vrednost. Postojeće rešenje se zamenjuje sa boljim, ali se može zameniti i sa lošijim uz određenu verovatnoću prihvatanja. Ta verovatnoća se određuje izborom slučajnog broja  $a$  iz intervala  $[0, 1]$  i uslova da je:

$$a < e^{\frac{E(staro) - E(novo)}{T}} \quad (3.13)$$

Gde je:  $E(x)$  - funkcija za koju se traži globalni minimum

$T$  - temperatura.

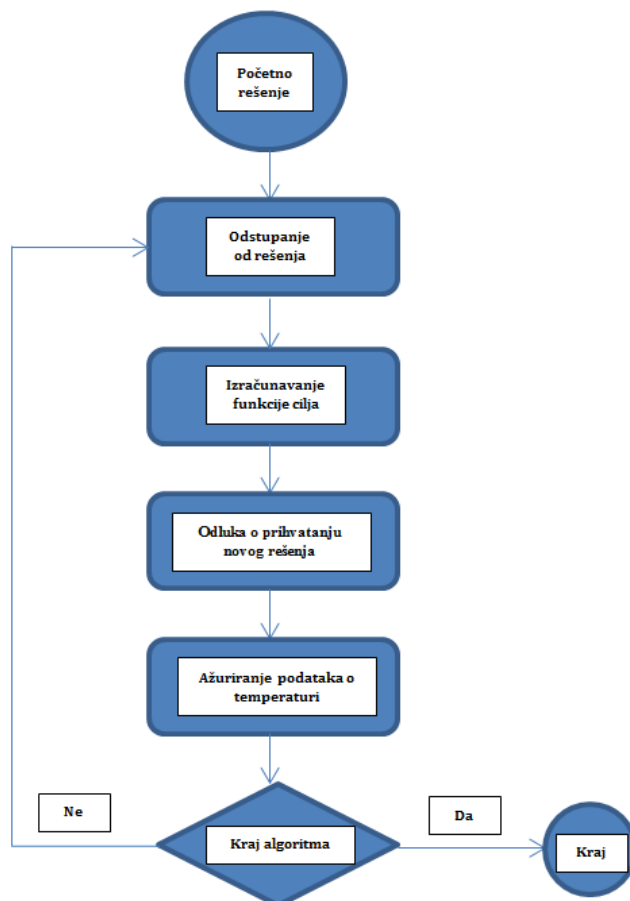
Ukoliko je izraz istinit novo rešenje se prihvata. Ovo nam omogućava beg iz lokalnog minimuma. Isto tako, verovatnoća da će biti odabrano lošije rešenje je veća kada je veća temperatura. To znači da je u početku prostor pretrage rešenja dosta veliki i da se smanjuje padom temperature, a pri kraju procesa je usko lokalizovan. Ponašanje funkcije je određeno početnom vrednošću temperature i njenom brzinom padanja. Najčešće temperatura opada eksponencijalno sa parametrom  $a$  iz intervala  $0 < a < 1$  ( $a$  je blizak jedinici). Za premalo  $a$  hlađenje je prebrzo (pucanje metala) i veća je verovatnoća upada u lokalni optimum. Za preveliko  $a$  temperatura presporo pada, i zbog velike verovatnoće da se u početku zamenjuju bolja rešenja lošijim, algoritam ima svojstvo da nasumično pretražuje veliki prostor rešenja. To dodatno usporava rad, pa se nastoji da se  $a$  odabere da bude dovoljno veliko, ali da temperatura pri kraju procesa bude niska. Time se rešenje pred kraj procesa stabilizuje u lokalnom području (slika 3.30). Zbog velike osetljivosti na koeficijent  $a$ , posebnu pažnju treba obratiti prilikom njegovog izbora.



Slika 3.30. Globalna pretraga i stabilizacija kod SA (Mitrović-Varga, Z., 2008)

Kumral i Dowd (2005) istraživali su rešenje problematike optimizacije dinamike otkopavanja na površinskim kopovima korišćenjem SA algoritma. Na slici 3.31

prikazani su glavni koraci ovog procesa. Ideja ovog istraživanja bila je da sva suboptimalna rešenja dinamike otkopavanja mogu da se poboljšaju pomoću SA.



Slika 3.31. Koraci optimizacije dinamike otkopavanja na površinskom kopu primenom simuliranog kaljenja

### 3.7.3. Matematički modeli programiranja

#### 3.7.3.1. Mešovito celobrojno linearno programiranje

Svaki model linearnog programiranja uključuje funkciju cilja i neka ograničenja. Problem planiranja na kopu može se definisati kao specifičan redosled uklanjanja blokova iz kopa u cilju maksimiziranja ukupnog diskontovanog profita u odnosu na razna fizička i ekonomska ograničenja. Tipično, ograničenja se odnose na redosled

otkopavanja, kapacitete otkopavanja, kapacitete flotacijske i metalurške prerade, sadržaj metala ulazne rude u flotacijsku preradu i sadržaj metala u koncentratu, ograničenja u vezi rudnih zaliha i niz logističkih problema i različitih operativnih zahteva, kao što su minimalna širina dna kopa i maksimalna dubina kopa. Problem planiranja može se lako formulisati kao mešovito celobrojno linearno programiranje (*engl. Mixed Integer Linear Programming - MILP*).

**Funkcija cilja:** Funkcija cilja je funkcija kojom se optimalno rešenje minimizira ili maksimizira. Kod planiranja kopa funkcija cilja može minimizirati ukupne troškove ili maksimizirati ukupan novčani tok. U modelu koji su prikazali Vahid Rafiee i Omid Asghari (2008), funkcija cilja maksimizira neto sadašnju vrednost rudnika u određenom vremenskom periodu.

$$Total\ NPV = Maksimize \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n V_i^t \times X_i^t \quad (3.14)$$

Gde je:  $T$  - maksimalan broj perioda planiranja

$N$  - ukupan broj blokova koji se otkopava (u konačnoj konturi kopa ili u nekoj fazi otkopavanja)

$V_i^t$  - NPV koja se generiše otkopavanjem bloka  $n$  u periodu  $t$

$X_i^t$  - binarna varijabla, koja je jednaka 1 ako se blok  $n$  otkopava u periodu  $t$ , u suprotnom je 0.

**Ograničenja ujednačavanja sadržaja:** Jedan od najvažnijih problema kod planiranja proizvodnje jeste da se održi stabilan sadržaj rude koja je ulaz u proces flotacijske prerade. Sadržaj rude kojom se „hrani” flotacijski proces treba da se definiše između dve granice.

**Ograničenja gornje granice:** Prosečni sadržaj rude koja se šalje u flotacijski proces mora biti manji ili jednak određenoj vrednosti sadržaja,  $G_{max}$  za svaki period,  $t$ :

$$\sum_{n=1}^N (g_n - G_{max}) \times O_n \times X_n^t \leq 0 \quad (3.15)$$

Gde je:  $g_n$  – prosečan sadržaj bloka  $n$

$O_n$  – tonaža rude u bloku  $n$ .

**Ograničenja donje granice:** Srednji sadržaj rude poslate u proces flotacijske prerade mora da bude veći ili jednak određenoj vrednosti sadržaja,  $G_{min}$  za svaki period,  $t$ :

$$\sum_{n=1}^N (g_n - G_{min}) \times O_n \times X_n^t \geq 0 \quad (3.16)$$

**Ograničenja rezervi:** Ograničenja rezervi konstruišu se za sve blokove u modelu čime se obezbeđuje uslov da svaki blok može da se otkopa samo jednom.

$$\sum_{t=1}^T X_n^t = 1 \quad (3.17)$$

### Ograničenja kapaciteta flotacijske prerade

**Gornja granica:** Ukupna tonaža prerađene rude ne može da bude veća od kapaciteta flotacijske prerade ( $PC_{max}$ ) u bilo kom periodu  $t$ :

$$\sum_{n=1}^N (O_n \times X_n^t) \leq PC_{max} \quad (3.18)$$

**Donja granica:** Ukupna tonaža prerađene rude ne može da bude manja od određenog iznosa ( $PC_{min}$ ) u svakom periodu  $t$ :

$$\sum_{n=1}^N (O_n \times X_n^t) \geq PC_{max} \quad (3.19)$$

**Kapacitet otkopavanja:** Ukupna količina materijala (jalovine i rude) koja se otkopava ne može da bude veća od ukupnog kapaciteta rudarske opreme ( $PC_{max}$ ) za svaki period  $t$ :

$$\sum_{n=1}^N (O_n + W_n) \times X_n^t \leq MC_{max} \quad (3.20)$$

Gde je:  $W_n$  - tonaža jalovine u bloku  $n$ .

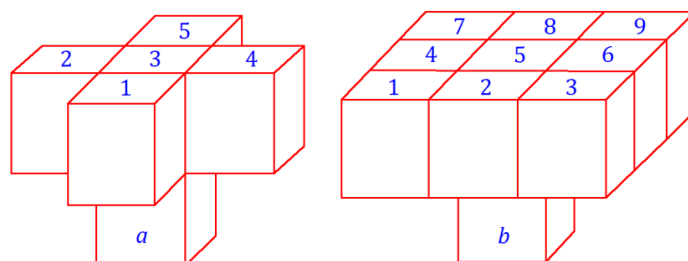
Donja granica se implementira u MILP model ukoliko je neophodno izvršiti balansiranje količina jalovine koje se otkopavaju tokom perioda:

$$\sum_{n=1}^N (O_n + W_n) \times X_n^t \geq MC_{max} \quad (3.21)$$

**Ograničenja ugla generalne kosine kopa:** Svi povlatni blokovi koji moraju da se otkopaju pre otkopavanja ciljanog bloka moraju biti determinisani. Ovo se može sprovesti kroz jedan ili više šablona konusa koji predstavljaju zahtevane kosine na kopu. Postoje dva načina sprovođenja ovih ograničenja:

- Korišćenjem jednog ograničenja za svaki blok po periodu (slika 3.32):

$$YX_k^t - \sum_{y=1}^Y \sum_{x=1}^t X_1^r \leq 0, \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (3.22)$$



Slika 3.32. Ograničena kosina u 3D obliku, (a),  $y = 5$  i (b)  $y = 9$

Gde je:  $k$  - indeks bloka koji se razmatra za otkopavanje u periodu  $t$

$Y$  - ukupan broj blokova koji se nalaze iznad bloka  $k$ .

- Korišćenjem  $Y$  ograničenja za svaki blok po periodu:

$$X_k^t - \sum_{r=1}^t X_y^r \leq 0, \quad y = 1, 2, \dots, Y \text{ i } t = 1, 2, \dots, T \quad (3.23)$$

Sa slike 3.32 vidi se da bi se uklonio blok  $b$ , najpre moraju se otkopaju 5, odnosno 9 blokova koji leže iznad njega

### 3.7.3.2. Dinamičko programiranje

Metoda dinamičkog programiranja (*engl. Dynamic programming - DP*) se sastoji od podele glavnog problema na manje probleme za koje lako može da se nađe optimalno rešenje, tako što se istražuju sve mogućnosti i bira se jedna optimalna. Za razliku od drugih metoda operacionih istraživanja, ne postoji standardni matematički pristup za dinamičko programiranje modela rešenja (Osanloo i dr., 2008).

U tom smislu, problem dugoročnog planiranja proizvodnje modelira se kao grafikon čiji čvorovi predstavljaju stanje sistema i lukovi su u vezi sa radnjom koju



vrši sistem iz jednog stanja u drugi. Rešenje problema planiranja proizvodnje može da se smatra kao pronalaženje putanje sa najvećom vrednošću (Osanloo i dr., 2008).

Roman (1974) prvi je primenio dinamičko programiranje koje se odnosilo na problem planiranja proizvodnje na kopovima. U njegovoj formulaciji, lokacija bloka koji mora da se otkopa u poslednjem periodu određuje se po početnoj fazi redosleda otkopavanja (sekvenciranja).

Time su provereni svi mogući načini planiranja otkopavanja blokova iznad određenog bloka, poštujući ograničenja nagiba kosine kopa, tako da se onda optimalan redosled otkopavanja određuje na osnovu standardnog obračuna NPV. Bira se sekvenca (redosled otkopavanja) sa najvišom NPV i njena vrednost se dodeljuje početnoj konturi kopa. Blokovi u blizini granice kopa moraju da se ispituju da bi se utvrdilo da li doprinose pozitivnoj NPV ili ne. Tako se blokovi koji ne odgovaraju pozitivnoj NPV isključuju iz konture kopa, pri čemu se zatim dobija nova kontura kopa i ostvaruje nova NPV. Ovaj postupak se nastavlja dok se i poslednji blok ne otkopa. Prednost ove metode je što se zasniva na vremenskoj vrednosti novca i posmatra planiranje kao određivanje konačne granice kopa. Nedostaci ove tehnike su:

- ne može da se primeni na velike blok modele,
- ne postoji garancija da će ograničenja kod otkopavanja i prerade biti ispunjena u svakom periodu,
- uticaj veličine rudnika na jedinični trošak se ne razmatra (Osanloo i dr., 2008).

Drugu DP formulaciju za problem dugoročnog planiranja pružili su Dowd i Onur (1992 & 1993). Oni su ukazali da je u prethodno predloženom modelu DP, broj alternativa koje treba razmotriti veoma visok i izvan memorije tadašnjih računara. Oni su pokazali da se ovaj broj može smanjiti pomoću otklanjanja alternativa koje se ne privlače. Autori su predložili algoritam koji je mogao da primeni sve vrste ograničenja, uzimajući u obzir mobilnost i ograničenja opreme uz eliminisanje

sekvenci koje se ne privlače, čim se takve pojave. Dugo vreme proračuna glavni je nedostatak ove metode.

Sledeći pokušaj bio je metod koji su predložili Tolwinski i Underwood (1992) kombinujući DP, stohastičku optimizaciju, veštačku inteligenciju i heuristička pravila za rešavanje problema dugoročnog planiranja proizvodnje. U svom DP modelu, problem je ekvivalentan pronalaženju putanje sa najvećom vrednošću u grafu  $G=(S, E, W)$ , gde  $S$  označava skup čvorova u vezi sa stanjem modela kao sekvence kopa,  $E$  je skup blokova i  $W$  su težine povezane sa elementima iz  $E$ . Pretpostavimo da je  $S_0$  čvor u vezi sa početnim stanjem rudnika, problem optimalnog planiranja proizvodnje ekvivalentan je pronalaženju putanje  $S_0, S_1, \dots, S_T$  kroz grafikon  $G$  koji minimizira ukupnu dobit. Uprkos praktičnosti ove tehnike za velike modele, ona i dalje ne pruža garancije da može da obezbedi matematički dokazano optimalno rešenje ili čak ponekad i izvodljivo rešenje (Osanloo i dr., 2008).

U još jednoj studiji Erarslan i Celebi (2001) koriste stimulatívni model za optimizaciju za pronalaženje optimalne granice kopa i plana proizvodnje. U svojoj formulaciji DP svaki otkopan blok definisan je kao slučaj jedne DP faze. Uprkos veoma velikim prednostima ove metode kao što je simultano računanje konačne granice kopa i planiranje njegovog razvoja, sposobnost da se procene jedinični troškovi za svaki novi scenario, uzimajući u obzir sve vrste ograničenja, ova kao i druge DP metode, imaju nedostatak što ne mogu da se primene za pronalaženje optimalnog rešenja za velika ležišta (Osanloo i dr., 2008).

#### **3.7.4. Izbor faza razvoja kopa**

Nakon određivanja konačne granice površinskog kopa, sledeći korak u procesu dizajniranja površinskih kopava jeste definisanje faza razvoja kopa. Tompson J. (2010) konstrukciju faze predstavlja kao među otkopavanje kako bi se omogućila realizacija optimalne dinamike otkopavanja.

Tokom rudarske operacije faze se otkopavaju po određenom redosledu, i sa određenim preklapanjima kada se materijal iskopava istovremeno iz više faza. Konstrukcijom faza razvoja kopa obezbeđuje se dovoljna količina rude za proces flotacijske prerade u svakom trenutku vremena u toku životnog veka rudnika, uz konstantan uslov ostvarivanja maksimalnog novčanog toka. Tom prilikom mora se voditi računa o sledećem (Kržanović, D. i drugi, 2014):

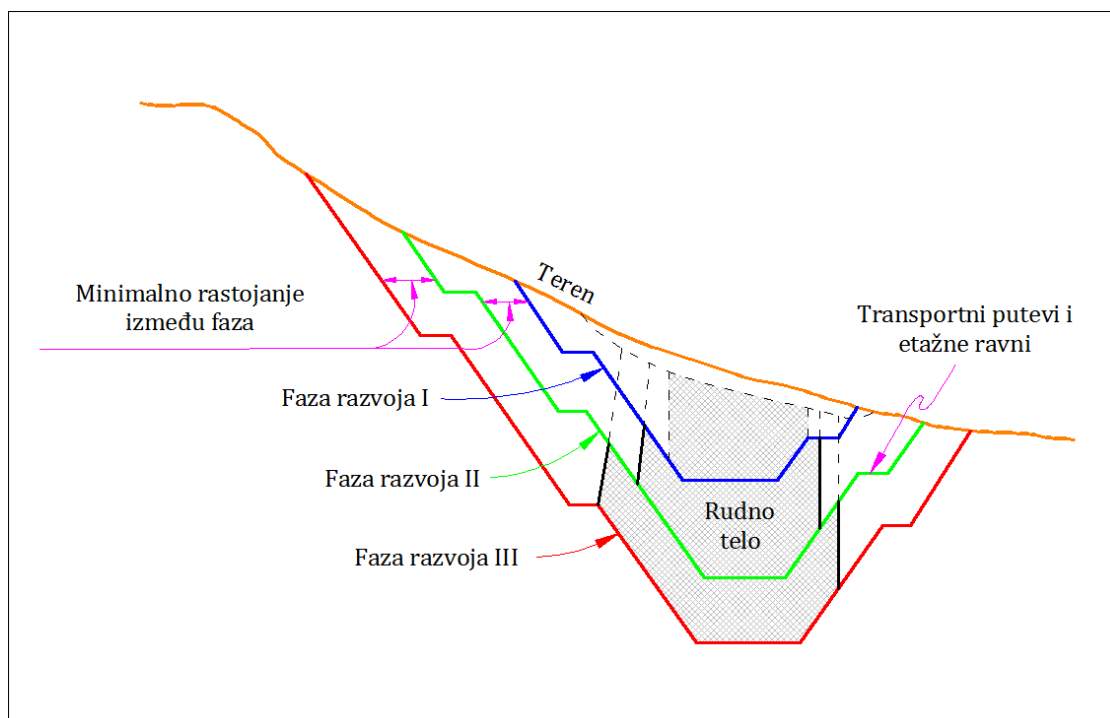
- da se zadovolji minimalno dozvoljeno rastojanje između granica faza,
- da se zadovolji minimalna radna širina dna svake faze,
- NPV svake faze mora biti pozitivna,
- NPV za definisane faze mora biti maksimalna.

Osnovni razlog za planiranje faznog razvoja kopa jeste ekonomske prirode, odnosno maksimizacija neto sadašnje vrednosti. Pored ekonomskog, fazni razvoj kopa mora da ima i praktičan značaj. Naime prevelik broj faza može da dovede do sledećeg:

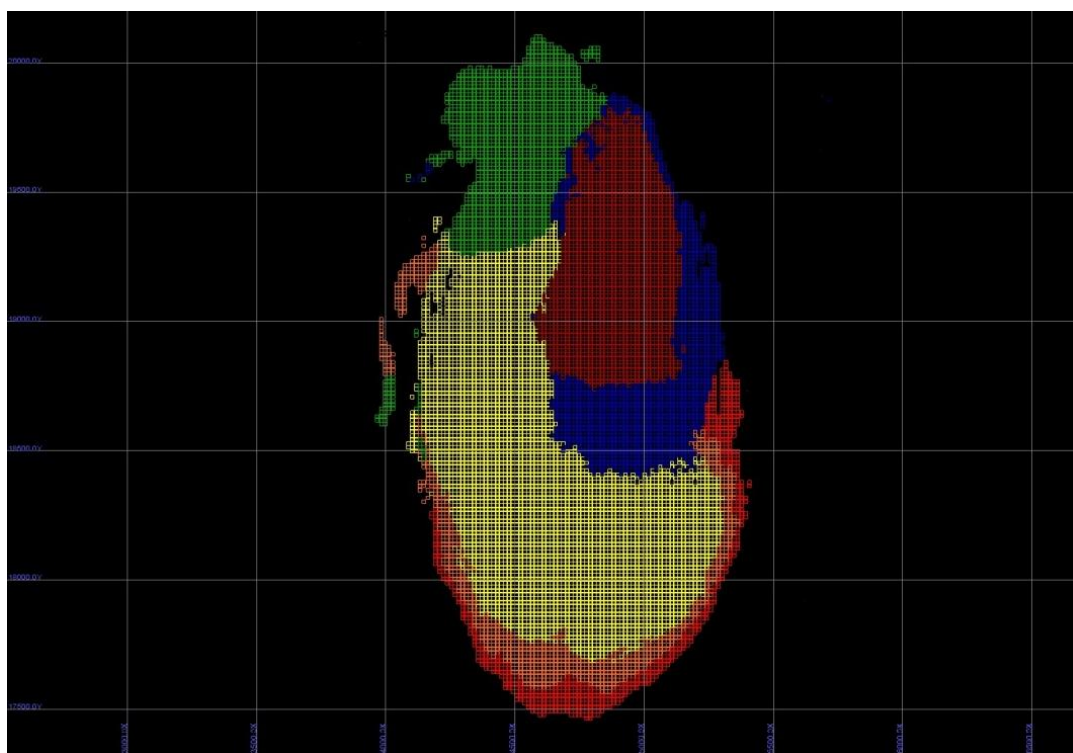
- povećanja troškova zbog održavanja više radilišta,
- povećanja troškova zbog ponovne izrade transportnih puteva,
- nedovoljne širine radnih platoa za rad mehanizacije,
- povećanog broja osnovne i pomoćne opreme i dr.

Dakle, projektovanje prevelikog broja faza može da dovede do toga da je dobijena NPV nerealna, dok manji broj faza dovodi do smanjenja NPV. Zato je pravilan pristup ovom problemu u uspostavljanju kompromisa između geološko-eksploatacionih uslova i želje da se ostvari maksimalna NPV. Danas, mnogi softveri za optimizaciju poseduju module za automatski izbor faza otkopavanja sa ciljem maksimizacije NPV (na primer softver Whittle koristi Whittle Pushback chooser).

Na slici 3.33 dat je prikaz faznog razvoja rudarskih radova na površinskom kopu.



a) Bohnet (1990)



b) Faze generisane u softveru Gemcom Gems (Kržanović, D. i dr., 2014)

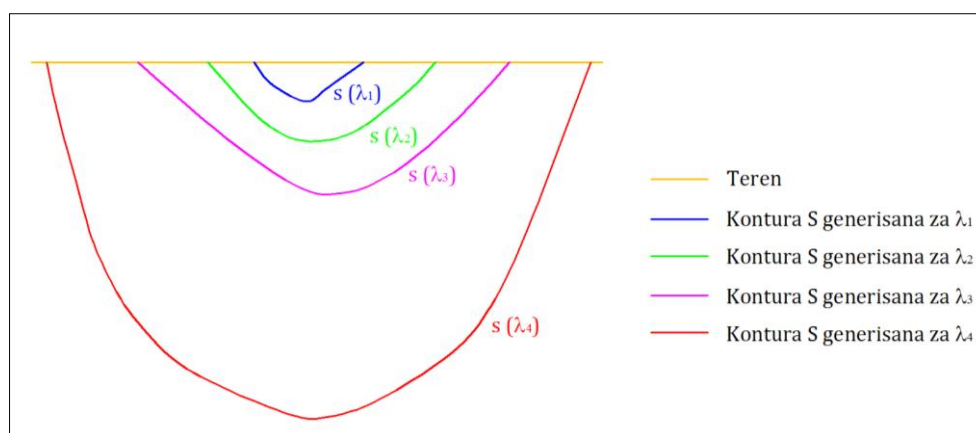
Slika 3.33. Prikaz faznog razvoja rudarskih radova na površinskom kopu

## 3.8. Model za optimizaciju dinamike otkopavanja

### 3.8.1. Opis problema

Kada se odredi završna kontura površinskog kopa, neophodno je da se definiše redosled po kome će se otkopavati blokovi unutar završne konture kopa, odnosno da se definiše dinamika otkopavanja. Ona se može posmatrati kao redosled otkopavanja po kome treba da se uklanjaju blokovi tokom životnog veka kopa, kako bi se povećao ukupan profit, u skladu sa nizom operativno-tehnoloških i fizičkih ograničenja.

Lerchs i Grossmann (1965) primenili su koncept parametrizovane analize sa ciljem generisanja dinamike otkopavanja. U tu svrhu koristili su nediskontovani model i uveli su dodatni, veštački trošak,  $\lambda \geq 0$ , kao parametar za promenu ekonomske vrednosti svakog bloka  $i$  od  $p_i$  do  $(p_i - \lambda)$ . Povećanjem vrednosti  $\lambda$ , generiše se niz odgovarajućih ugneženih kontura kopova. Neka  $S(\lambda)$  označava konturu kopa generisanu za dato  $\lambda$ . Kao što je prikazano u primeru na slici 3.34, sve manji i manji kopovi se formiraju kako se  $\lambda$  povećava, to jest,  $S(\lambda_4) \supseteq S(\lambda_3) \supseteq S(\lambda_2) \supseteq S(\lambda_1)$  kada je  $\lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_1$ . Ovi kopovi mogu da se koriste za definisanje dinamike proizvodnje na kopu. Međutim, s obzirom da vreme nije eksplicitan ulazni faktor, dobijeni kopovi mogu biti nepredvidivi u odnosu na vreme koje je potrebno da bi se otkopao svaki kop po redosledu.



Slika 3.34. Konture ugneženih kopova za različite parametre

Kao što je navedeno, pre procesa optimizacije dinamike otkopavanja neophodno je da se utvrdi konačna granica, dobijena optimizacijom na osnovu raspoloživog blok modela ležišta, kao i da se definišu faze razvoja kopa.

**Funkcija cilja** optimizacije dinamike otkopavanja jeste maksimizacija NPV projekta.

**Variable odlučivanja:** materijal koji se otkopava iz svake faze razvoja kopa u svakom periodu. Utvrđivanje koji se materijal otkopava iz svake faze razvoja u svakom periodu utiče na redosled novčanih tokova i na ovaj način funkcija cilja varira u zavisnosti od varijabli odlučivanja u ovom slučaju. Broj varijabli odlučivanja zavisi od broja faza razvoja u modelu, broja vremenskih perioda u životom veku rudnika, kao i broja etaža na kopu.

**Ograničenja:**

- 1) Dubina otkopavanja prethodne faze razvoja ne sme da bude veća od dubine naredne faze.
- 2) Proizvodna ograničenja (otkopavanje, flotacijska i metalurška prerada) ne smeju da se prekorače.

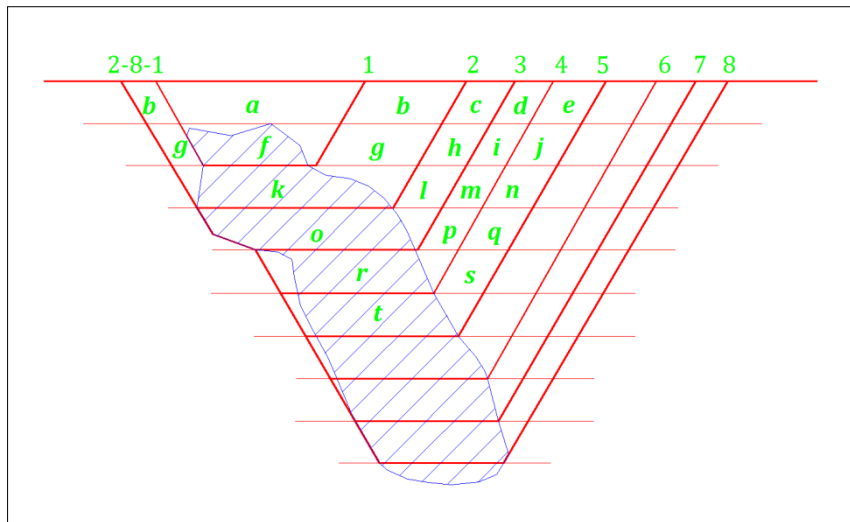
**Dodatna ograničenja:** Dodatna ograničenja mogu da se uvode i ona se razlikuju od slučaja do slučaja.

### 3.8.2. Primena ugnježdenih školjki kopova za simulaciju otkopavanja

Na slici 3.35 dat je šematski prikaz jednog malog niza školjki kopova i etaža. U praksi, uobičajeno je da se generiše između pedeset i stotinu školjki kopova, tako da su one mnogo bliže nego što je ovde naznačeno.

Sekvence (redosled otkopavanja) u kojima bilo koji od osam kopova može da se otkopa bez narušavanja ograničenja u pogledu nagiba kosina jasno su definisane školjkama kopova. Na primer, da bi otkopali „f”, pre toga moramo da otkopamo „a”.

Takođe moramo da otkopamo „a”, „f”, „b”, i „g” pre nego što možemo da otkopamo „k”.



Slika 3.35. Prikaz malog niza školjki kopova i etaža

Pošto znamo sve detalje realnih blokova koji su na svakoj etaži, odnosno između školjki kopova, može da se izvrši obračun količina, sadržaja metala u rudi i novčanih tokova za svaki takav slučaj preseka školjki. Zbog toga, ako se odredi poseban redosled otkopavanja po kome će se vršiti otkopavanje, Whittle softver može da izračuna životni vek rudnika sa ukupnim količinama rude i jalovine, sadržajem metala, novčanim tokovima, i diskontovanim novčanim tokovima, odnosno NPV, u skladu sa zadatim limitima od strane korisnika.

### 3.8.3. Milawa optimizacioni algoritam

Milawa algoritam koristi tri rutine. Prva rutina uzima niz varijabli odlučivanja i generiše njihov izvodljiv raspored. Broj potrebnih varijabli zavisi od broja:

- etaža u konačnom kopu,
- faza razvoja, i

- vremenskih perioda u životnom veku rudnika.

Druga rutina je rutina procene koja izračunava NPV za pojedinačne dinamike otkopavanja.

Treći rutina traži domen izvodljivih dinamika otkopavanja za onaj koji ima najveći NPV. Rutina ima ugrađenu logiku da odluči kada da prestane sa potragom.

Domen izvodljivosti može da se posmatra kao multidimenzionalni volumen, gde svaka tačka u volumenu ima odgovarajuću NPV. Optimalno rešenje je tačka koja ima najveću NPV, ali je moguće da postoji više od jedne tačke sa maksimalnom NPV. Takođe je moguće da postoji niz drugih rešenja koja imaju NPV koje su veoma blizu maksimuma. Milawa algoritam ne može da garantuje da će se naći dinamika otkopavanja sa apsolutno maksimalnom NPV, naročito ako je najveća vrednost na veoma oštrm vrhu krive. Međutim, iskustvo je pokazalo da će primenom ovog algoritma korisnik pronaći rešenje sa veoma visokom NPV.

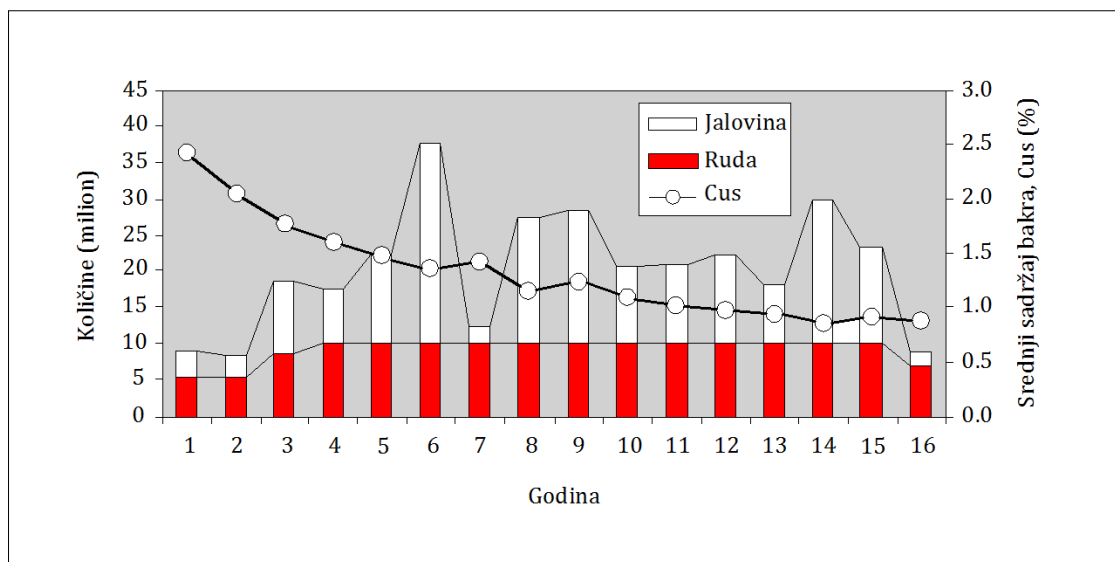
U nastavku teksta, optimizacija dinamike otkopavanja prikazana je na praktičnom primeru, koji je predstavio Wharton (2000).

Slika 3.36 prikazuje godišnju proizvodnju u rudniku za najbolji i najgori scenario otkopavanja razmatrajući kapacitet otkopavanja od 35 miliona tona u prvoj godini i 40 miliona tona do kraja životnog veka rudnika i kapacitet flotacijske prerade od 5 miliona tona za prve dve godine, 8 miliona tona za treću godinu i 10 miliona tona do kraja životnog veka rudnika (Wharton, 2000).

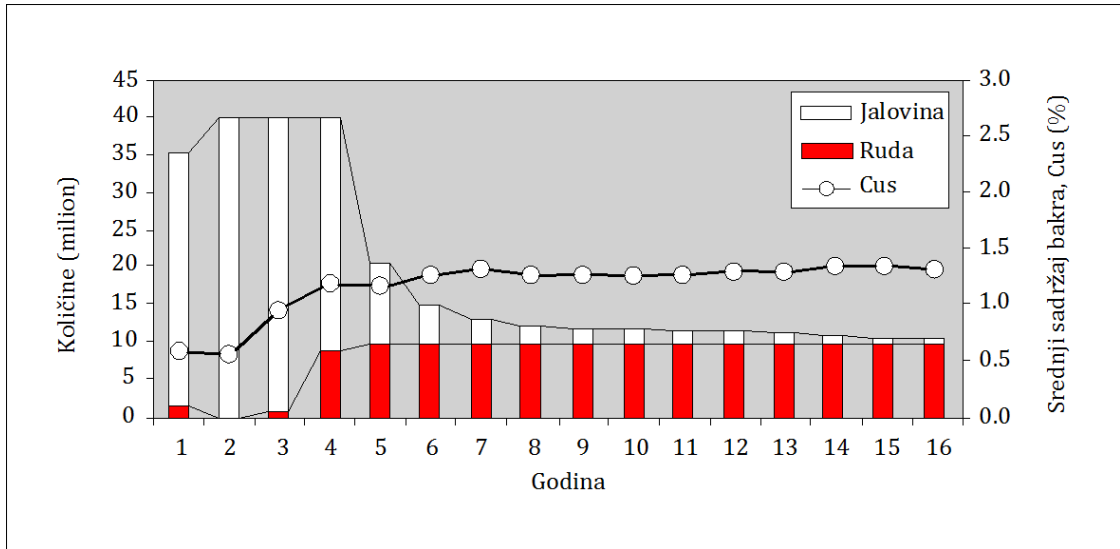
Najgori slučaj ima nedostatak da ima visok koeficijent raskrivke u početnim godinama otkopavanja, što je u ovom slučaju dovelo do toga da je kapacitet procesa flotacijske prerade nedovoljno iskorišćen u početnim godinama. Sa druge strane, najbolji slučaj koji se bazira na otkopavanju svake faze razvoja kopa jednu za drugom, nije izvodljiv u praksi, međutim, on pruža gornju granicu NPV vrednosti rudnika. U ovom slučaju ima vrednost od 368 miliona dolara (Wharton, 2000).



Sledeći korak u Whittle procesu jeste da se izabere niz praktičnih faza razvoja kopa i da se pokuša da se maksimizira vrednost rudnika. Nakon toga koristi se **Milawa algoritam** za generisanje dinamike otkopavanja. Algoritam može da radi ili u režimu NPV, gde će tražiti da se maksimalizuje NPV ili u režimu balansiranja, gde će tražiti da se maksimalno iskoriste kapaciteti proizvodnih postrojenja u početnim godinama životnog veka rudnika. U ovom slučaju kop je planiran tako da je izabrano šest faza otkopavanja do konačne konture kopa. Dobijeni plan otkopavanja u režimu NPV Milawa ima vrednost od 354 miliona dolara, što je neznatno niže od očekivanog maksimalnog limita. Kapacitet flotacijske prerade u potpunosti je iskorišćen za vreme trajanja projekta, međutim, na grafikonu na slici 3.37A uočava se neujednačen kapacitet okopavanja, odnosno pojavu skokova i padova kapaciteta tokom godina eksploatacije. Ovo može biti prihvatljivo obzirom da se ostvaruje visoka vrednost NPV. Međutim, bolje izbalansirano korišćenje rudarske opreme dovelo bi do smanjenja investicija, bolje upošljenosti radne snage i manjeg angažovanja eksternih izvođača radova tokom pojave skokova u kapacitetu otkopavanja, (Wharton, 2000).

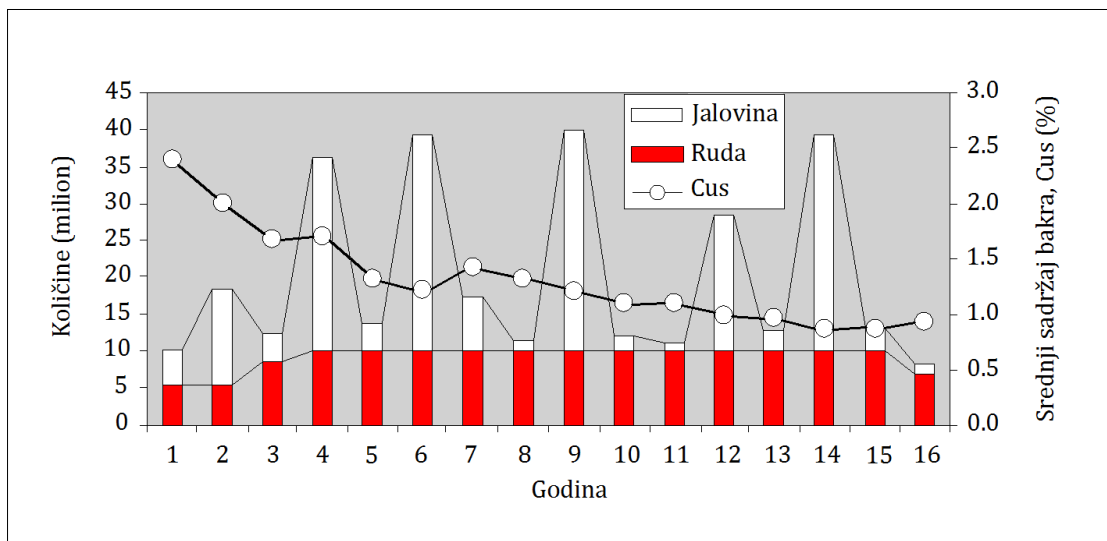


A) Najbolji slučaj

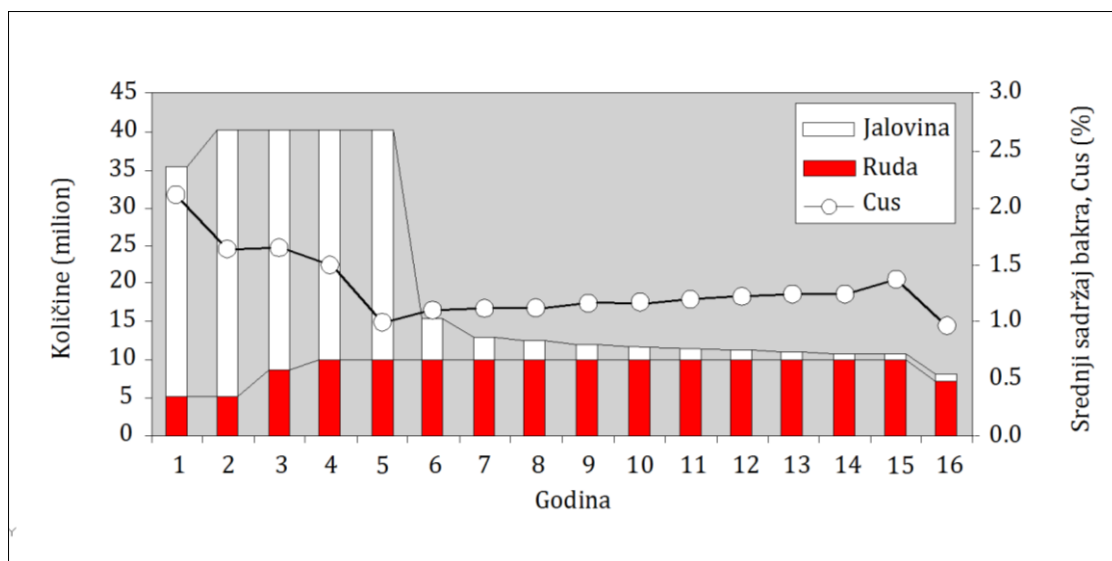


B) Najgori slučaj

Slika 3.36. Godišnja proizvodnja rudnika, (Wharton, 2000)



A) NPV mod

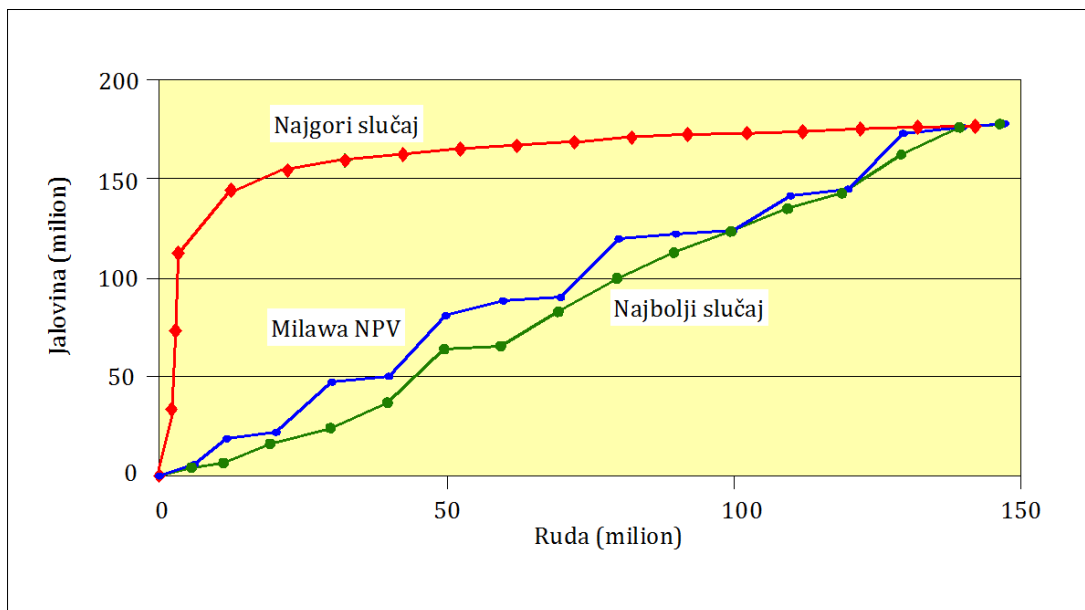


### B) Režim balansiranja

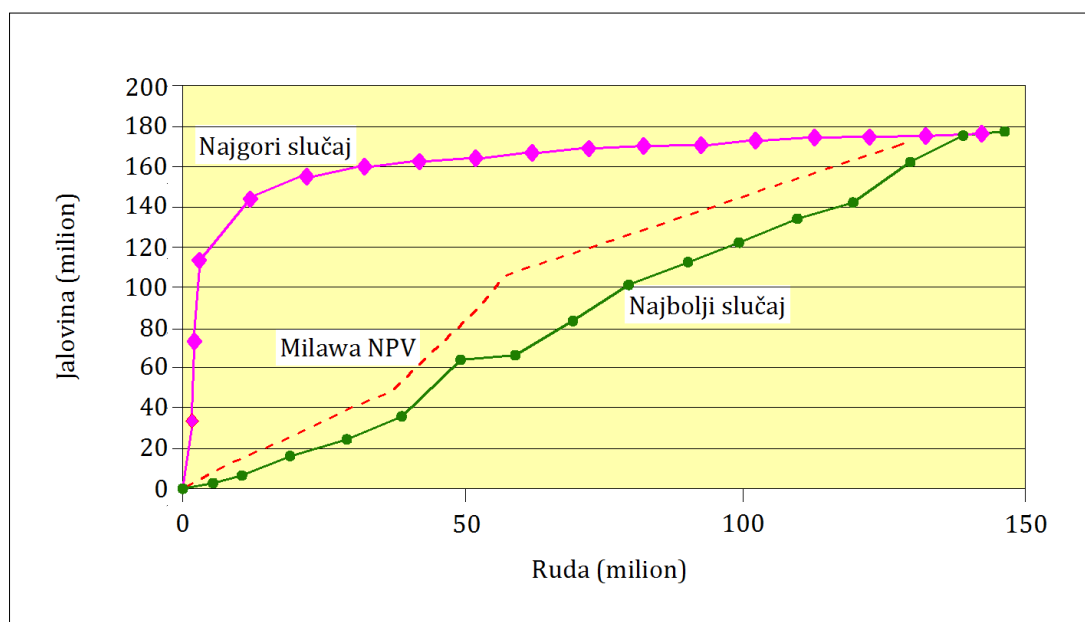
Slika 3.37. Milawa algoritam, (Wharton, 2000)

Milawa algoritam koji radi u režimu balansiranja obezbeđuje postojanost proizvodnje rudnika što se može videti na grafikonu na slici 3.37B. Pri tome se ostvaruje NPV od 249 miliona dolara čija je vrednost suviše niska da bi se dalje razmatrala. Problem je nastao zbog činjenice da algoritamu nije zadat ciljani kapacitet otkopavanja. U tom slučaju algoritam koristi maksimalni zadati kapacitet otkopavanja (Wharton, 2000).

Grafički prikaz količina rude i jalovine za najbolje, najgore i Milawa NPV slučajeve, slika 3.38A, pokazuje da takav veliki koeficijent raskrivke nije potreban na početku projekta. U ovom slučaju relativno izbalansirana proizvodnja može se postići finom korekcijom Milawa NPV krive, slika 3.38B (Wharton, 2000).



A) Najbolji, najgori i Milawa NPV slučaj



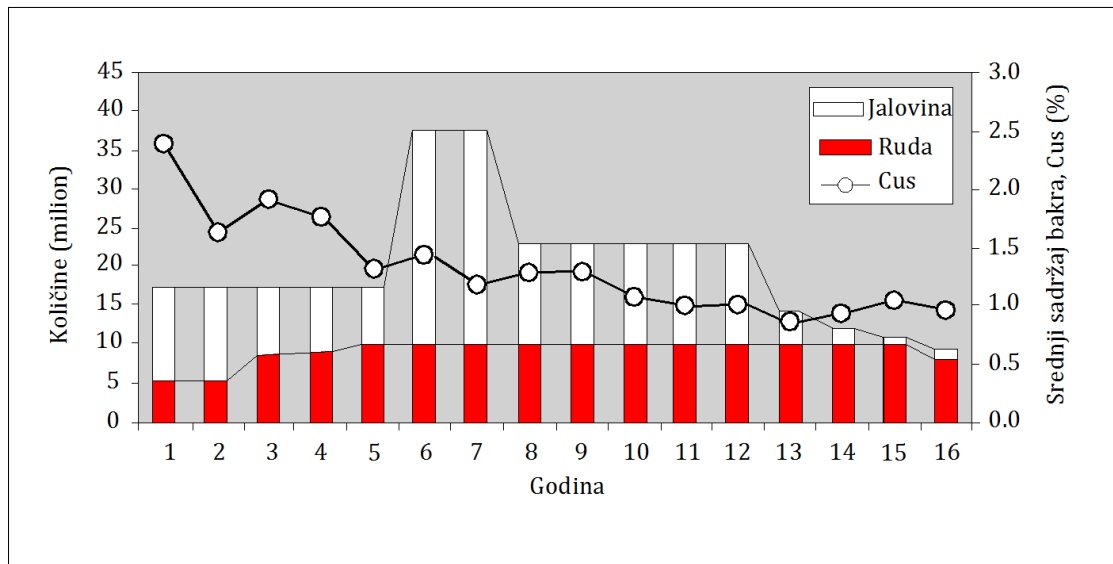
B) Fina korekcija Milawa NPV krive

Slika 3.38. Grafikon ruda–jalovina po periodima, (Wharton, 2000)

Prikazana dinamika otkopavanja na slici 3.39 ima sasvim drugačiju proizvodnju po periodima:

- u periodu od 1 do 5 godine ostvaruje se godišni kapacitet od 17,3 miliona tona iskopina,
- u periodu 6 i 7 godišni kapacitet povećava se na 37,5 miliona tona iskopina,
- u periodu od 8 do 12 godine kapacitet otkopavanja iznosi 23,1 miliona tona, a nakon tog perioda konstantno opada.

Ova dinamika otkopavanja ostvaruje NPV od 341 miliona dolara, što je veliko poboljšanje u odnosu na prethodnu vrednost od 249 miliona dolara i veoma je blizu Milawa NPV modu vrednosti od 354 miliona dolara (Wharton, 2000).

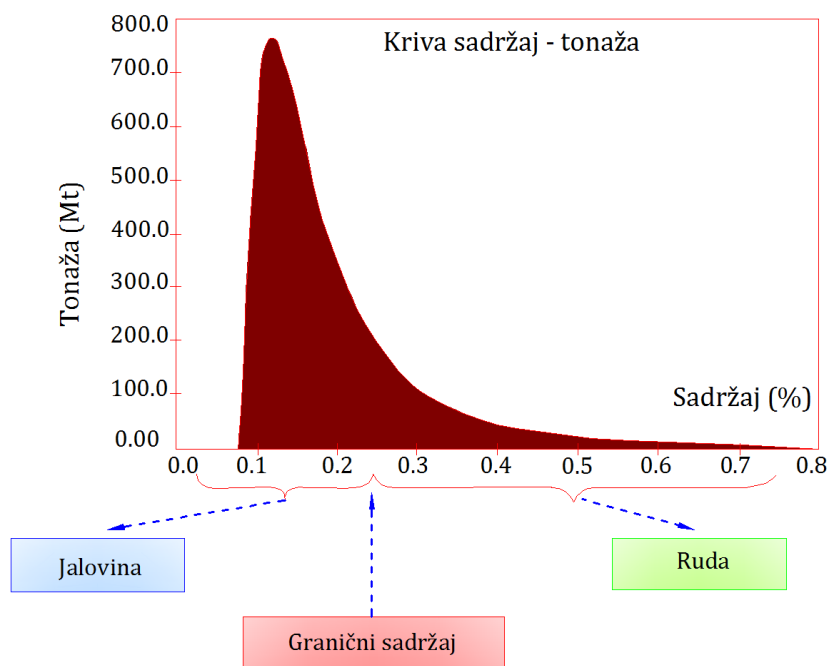


Slika 3.39. Konačna dinamika otkopavanja (Wharton, 2000)

## 4.0. MATEMATIČKI MODEL ZA OPTIMIZACIJU GRANIČNOG SADRŽAJA METALA U RUDI

### 4.1. Definicija graničnog sadržaja

Granični sadržaj (*engl. Cut off grade*) može da se definiše kao broj koji označava tačku, koja razgraničava dva alternativna pravca delovanja kod tretmana materijala. Materijal sa sadržajem iznad graničnog sadržaja tretira se na jedan način, a materijal sa sadržajem ispod graničnog sadržaja tretira se na drugi način. Konkretno, granični sadržaj se koristi za razdvajanje rude i jalovine – materijal sa sadržajem iznad graničnog sadržaja je ruda, a ispod graničnog sadržaja je jalovina, slika 4.1.



Slika 4.1. Određivanje graničnog sadržaja u ležištu

Postoje, naravno, i drugi granični sadržaji koji mogu da se navedu. Jedni od često korišćenih su granični sadržaji za rudu na rudnim skladištima (*engl. Stockpiles*), koja se najčešće prerađuje kasnije u toku eksploatacije, a ne u trenutku kada je otkopana. Često se ruda na rudnim skladištima razdvaja u više kategorija, kao što su kategorije rude sa visokim, srednjim i niskim sadržajem, na osnovu sadržaja osnovnog metala ili mera vrednosti, i/ili na osnovu sadržaja štetnih sastojaka. Drugi granični sadržaji koriste se za razdvajanje rude na komponente koje se prerađuju različitim procesima prerade (*engl. Cutover grades*), kao na primer procesima flotacijske prerade i luženjem; tipično, materijal sa većim sadržajem ide u proces prerade sa većim iskorišćenjem, ali i većim troškovima, dok materijal sa nižim sadržajem ide u proces prerade sa nižim iskorišćenjem, i nižim troškovima.

Dagdelen (1992) definisao je granični sadržaj kao sadržaj koji razdvaja rudu od jalovine. Materijal u ležištu sa sadržajem većim od graničnog sadržaja je ruda, koja se šalje na dalju preradu; materijal ispod graničnog sadržaja šalje se na odlagalište (Dagdelen 1992, 1993). Međutim, važno je da materijal koji je danas klasifikovan kao jalovina, može u budućnosti da postane ekonomičan za preradu.

Rendu (2008) definiše granični sadržaj kao minimalni iznos vrednih proizvoda ili metala, koji mora da sadrži jedna tona materijala pre nego što se pošalje na preradu. Ova definicija se koristi za razlikovanje materijala koji ne bi trebalo da se otkopa, ili se teretira kao jalovina u odnosu na onaj koji bi trebalo da se preradi. Granični sadržaji se takođe koriste za odlučivanje kod usmeravanja materijala u dalji proces, kada je dva ili više procesa na raspolaganju, kao što su luženje i flotacija. Granični sadržaj se takođe koristi da se odluči da li treba da se materijal odlaže na rudnim zalihama za buduću preradu ili se odmah prerađuje.

Granični sadržaji se izračunavaju poređenjem troškova i dobiti. U jednostavnim geološkim i metalurškim sredinama, jedan broj, kao što su minimalan sadržaj metala, dovoljan je za definisanje graničnog sadržaja. U većini situacija, troškovi i iskorišćenja, a time i granični sadržaji, variraju sa geološkim karakteristikama rude koja se otkopava. Sadržaj je obično najvažniji faktor, ali ne mora da bude jedini. Ako se materijal šalje na odlagalište, zagađenja koja nastaju od ovog materijala

mogu da imaju direktan uticaj na troškove koji se odnose na zaštitu životne okoline. Sadržaj sulfida može da bude kritičan, čak i najvažniji faktor za materijal koji se šalje na prženje ili na flotiranje.

Granični sadržaj definiše profitabilnost eksploatacije rude, kao i životni vek rudnika. Visok granični sadržaj može da se koristi za povećanje kratkoročne profitabilnosti i neto sadašnje vrednost projekta, čime će se eventualno povećati i dobit akcionara i drugih finansijskih aktera, uključujući i državne i lokalne zajednice. Međutim, povećanje graničnog sadržaja takođe može da smanji životni vek rudnika. Kraći život rudnika može da dovede do većeg socijalno - ekonomskog uticaja sa dugoročnim smanjenjem zapošljavanja i smanjenjem beneficija zaposlenih i lokalne zajednice.

Povećanjem graničnog sadržaja može da se smanji politički rizik obezbeđujući veću finansijsku nadoknadu u kraćem vremenskom periodu. Granični sadržaj može da se poveća kada se poveća cena metala, ako je tako potrebno ojačati finansijski položaj preduzeća i smanjiti rizik od neuspeha, kada padaju cene metala. Nasuprot tome, granični sadržaj može biti smanjen tokom perioda visokih cena da bi se povećao životni vek rudnika i sačuvao visoko kvalitetan materijal, koji će biti na raspolaganju za potrebe održanja profitabilnosti proizvodnje u vreme niskih cena. Granični sadržaj može da bude ograničen i ekonomskim ili tehničkim kriterijumima koje nameću banke i druge finansijske institucije.

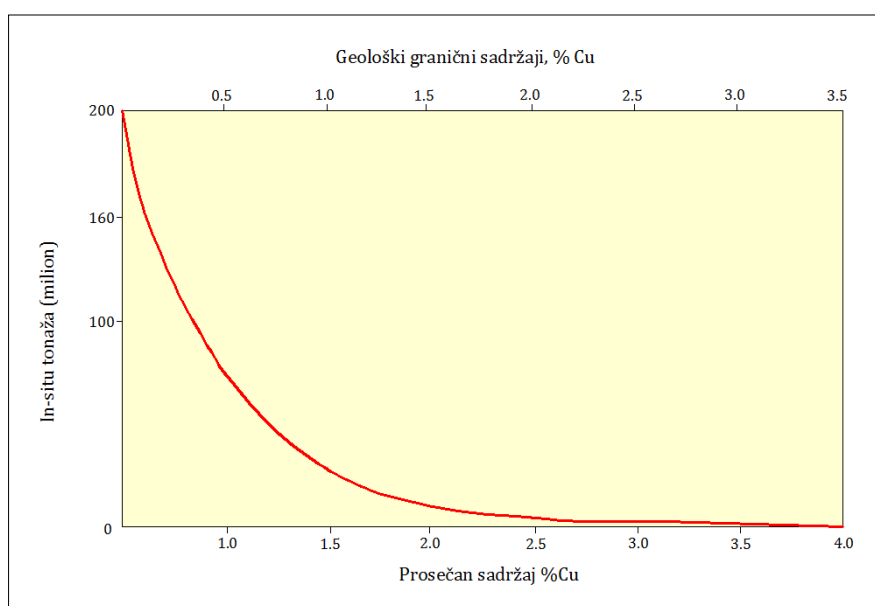
U nekim slučajevima, može da se donese odluka da se poveća kapacitet rudnika, zadržavajući kapacitet prerade konstantim. Ovo omogućava povećanje graničnog sadržaja. Neki od materijala sa nižim sadržajem mogu se odlagati na deponijama – praveći rudne zalihe za kasniju preradu. Skladištenje rude može imati niz posledica – pozitivne, kao što su povećanje radnog veka rudnika, i negativne, kao što su povećan rizik po životnu sredinu i smanjenje metalurškog iskorišćenja materijala sa zaliha.

NPV je ekonomska osnova za određivanje graničnih sadržaja. Praktični geološki, inženjerski i ekonomski način delovanja proizlazi iz definicije graničnih sadržaja koje slede, (A. R. Pasička i G. V. Sotirow, 2012), a oni su:



**Geološki granični sadržaj** (*engl. Geological Cutoff Grade*) koristi se za određivanje frekvencijske raspodele sadržaja ili odvajanje mineralizovanih materijala u frakcije sadržaja. Njegova glavna funkcija je da odvoji mineralizovani materijal od jalovine i proceni mineralne rezerve kao polaznu osnovu za utvrđivanje eksploatacionih i rudnih rezervi.

Na slici 4.2 su pojednostavljene grafičke ilustracije odnosa između geoloških graničnih sadržaja i rezultujuće tonaže i prosečnog sadržaja metala u mineralnim resursima za hipotetičko rudno ležište bakra. Kada su procenjeni odnosi u ležištu između tonaže i sadržaja, nameću se ekonomski i tehnički kriterijumi na osnovu tih procena u svrhu planiranja i određivanje eksploatacionog graničnog sadržaja, i na kraju utvrđivanje rudnih rezervi koje se mogu eksploatisati.



Slika 4.2. Odnos između geoloških graničnih sadržaja, in-situ tonaže i prosečnog sadržaja

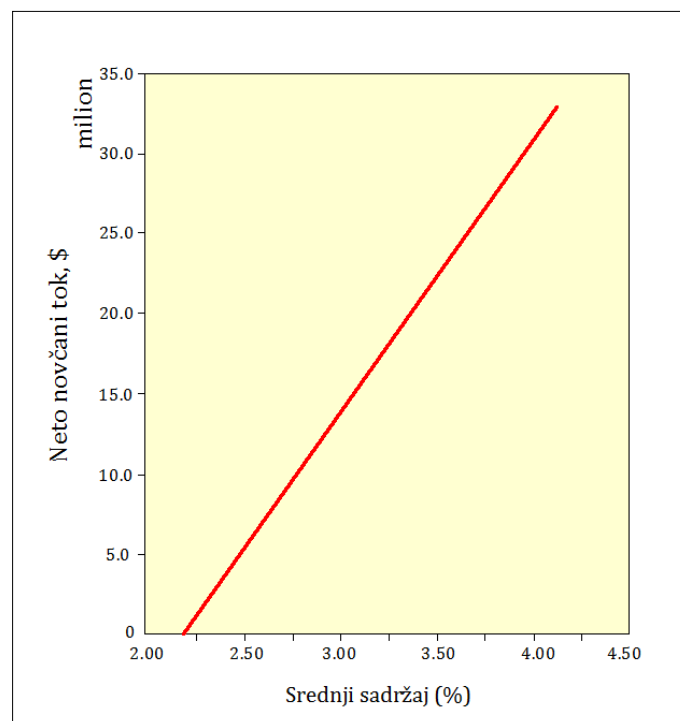
**Planirani granični sadržaj** (*engl. Planning Cutoff Grade*) je najniži sadržaj metala u rudi za koji je NPV jednaka nuli. Granični sadržaj je sračunat na pretpostavci da svaka tona rude sa tim sadržajem mora da generiše prihod jednak gotovinskoj osnovi celokupnog alociranog kapitala, operativnih i finansijskih

troškova, uključujući sve takse, kao i plaćanje državne rente za ceo vek eksploatacije površinskog kopa.

Smisao takvog graničnog sadržaja je dvostruk:

- da odredi minimalni sadržaj koji donosi profit korišćen kod procene eksploatacionih rezervi, što će pak poslužiti kao jedan od kriterijuma za izbor odgovarajućeg kapaciteta otkopavanja, odnosno kapaciteta postrojenja prerade,
- da označi operativni marginalni sadržaj rude ili raspon između procenjenog prosečnog sadržaja rudnih rezervi i izračunatog planiranog graničnog sadržaja.

**Budžetski granični sadržaj (engl. Budgeted Cutoff Grade)** je zahtevani godišnji srednji sadržaj na ulazu u postrojenje prerade (engl. Head Grade), za rudnik ili rudnički kompleks, sa kojim bi se radilo u toku godine kako bi se dobio novčani tok za određeni kapacitet (slika 4.3).



Slika 4.3. Godišnji neto novčani tok u odnosu na budžetski granični sadržaj

Svrha primene ovog graničnog sadržaja je prenos ciljeva proračunatog novčanog toka za planirani godišnji budžet, na poslovanje preduzeća. Analiza osjetljivosti za promene u troškovima i prihodima (cena metala) takođe treba da se preispita periodično tokom godine. Izdvajanje novčanih tokova za pojedine rudnike je u početku potrebno kako bi se donela racionalna odluka o ukupnoj ekonomiji rudarskog kompleksa, koji sadrži nekoliko rudnika i procesnih postrojenja (flotacija). Korišćenjem softverskih rešenja mogu se blagovremeno (*on line*) preračunati vrednosti svih složenih interakcija troškova i prihoda za nekoliko rudnika ili metoda otkopavanja i time doći do najboljih ekonomskih odluka.

**Računovodstveni granični sadržaj** (*engl. Accounting Cutoff Grade*) je godišnji srednji sadržaj na ulazu u postrojenje prerade koji je dovoljan da se za određeni kapacitet ostvari prihod jednak operativnim troškovima plus vrednosti obe vrste godišnje amortizacije - fiksnih stalnih i izdvojenih sredstava, uz zahtev za minimalnom dobiti.

Svrha ovog graničnog sadržaja je da zadovolji računovodstvene zahteve profitabilnosti kao što su neto prihod i operativni troškovi, uključujući poreze i amortizaciju.

Primena ovog graničnog sadržaja prilično je ograničena. Njegova glavna funkcija je da bude monitoring iskorišćenja kompanijske aktive sa čisto računovodstvenog aspekta.

Ovde treba navesti da je amortizacija bezgotovinski trošak. U nekim slučajevima, njena upotreba može imati i negativan efekat na operativnu strategiju graničnog sadržaja, procenu rudnih rezervi i vek rudnika.

**Prelomni granični sadržaj** (*engl. Breakeven Cutoff Grade*) je sadržaj koji će ostvariti godišnji prihod jednak svim novčanim izdacima, uključujući fiksne i varijabilne troškove poslovanja, korporativne i rudarske poreze i sve alocirane kapitalne rashode tokom operativne godine. Ako rudnik ili rudarski kompleks radi sa ovim srednjim sadržajem na ulazu u postrojenje prerade, godišnji novčani tok biće jednak 0 (nula) dolara.

**Marginalni (minimalni) granični sadržaj** (*engl. Marginal Breakeven Cutoff Grade*) razlikuje se od prelomnog graničnog sadržaja po tome što alocirani administrativni i drugi fiksni i kapitalni troškovi nisu uključeni u sračunavanje neto novčanog toka. Isto tako, ovaj granični sadržaj uzima u obzir samo varijabilne operativne troškove.

Ovaj granični sadržaj se koristi za definisanje najnižeg sadržaja sa kojim bi se moglo otkopavati bez gubitaka, pod uslovom da nema drugih mineralizovanih materijala (elemenata) procenjenih za otkopavanje/preradu koji mogu generisati pozitivan neto novčani tok.

To takođe podrazumeva da se ne sme odložiti<sup>1</sup> (vremenski) otkopavanje rude sa ovim graničnim sadržajem. Ovaj granični sadržaj se prvenstveno koristi za donošenje dnevnih operativnih odluka. Tako otkopana količina, mora biti strogo ograničena kako ne bi nepotrebno uticala na planirane ekonomske efekte u predviđenom periodu.

U slučaju da postoji višak kapaciteta u fazi flotacijske prerade, ovaj sadržaj se često naziva „granični sadržaj flotacijske prerade“. Koristi se za razdvajanje rude od jalovine u konačnoj konturi kopa.

Dodatni troškovi otkopavanja vezani za bušenje, miniranje, utovar i transport koji su nastali u procesu dodatnog raskrivanja ležišta, kako bi se došlo do kvalitetnije rude, takođe nisu uključeni u proces kalkulacije ovog graničnog sadržaja.

## 4.2. Strategija graničnog sadržaja

Teorija optimizacije graničnog sadržaja podržava krajnji cilj rudarske eksploatacije kroz maksimiziranje neto sadašnje vrednosti projekta (NPV), (Dagdalen, 1992).

---

<sup>1</sup> Slučaj kod optimizacije graničnog sadržaja radi povećanja NPV rudnika gde se u prvoj godini odlaže otkopavanje rude sa nižim sadržajem i time podiže granični sadržaj za tu godinu (period), da bi se povećao ukupan srednji sadržaj, tj. da bi prihod bio veći i dobio raniji povraćaj uložених sredstava.

Međutim, NPV opada iz godine u godinu kako se ruda otkopava, flotacijski i metalurški prerađuje, (Lane 1964, 1988, 1997; Dagdelen i Mohammad, 1997). Po definiciji, granični sadržaj u datoj godini zavisi od NPV, i takođe opada (tj. granični sadržaji su dinamički, a ne statički ili konstante) tokom trajanja veka rudnika (Mohammad 2002, 2003). Ova inherentna priroda teorije optimizacije graničnog sadržaja dovodi do formiranja rudnih zaliha rude niskog sadržaja, odnosno ruda ispod optimalnog graničnog sadržaja u ranim godinama života rudnika se prerađuje kasnije kada postane ekonomski isplativa (Lejn, 1988). Ovo dodatno povećava NPV rudarskog projekta.

Kao što je već istaknuto, svaki rudnik je baziran na rudnom telu koje je ograničenog obima. Neka su veoma lokalizovana i eksploatisana u roku od nekoliko meseci, dok su druga ogromna sa naizgled beskrajnim izvorima rude. Ipak, ona su zapravo konačna i, pre ili kasnije, biće osiromašena.

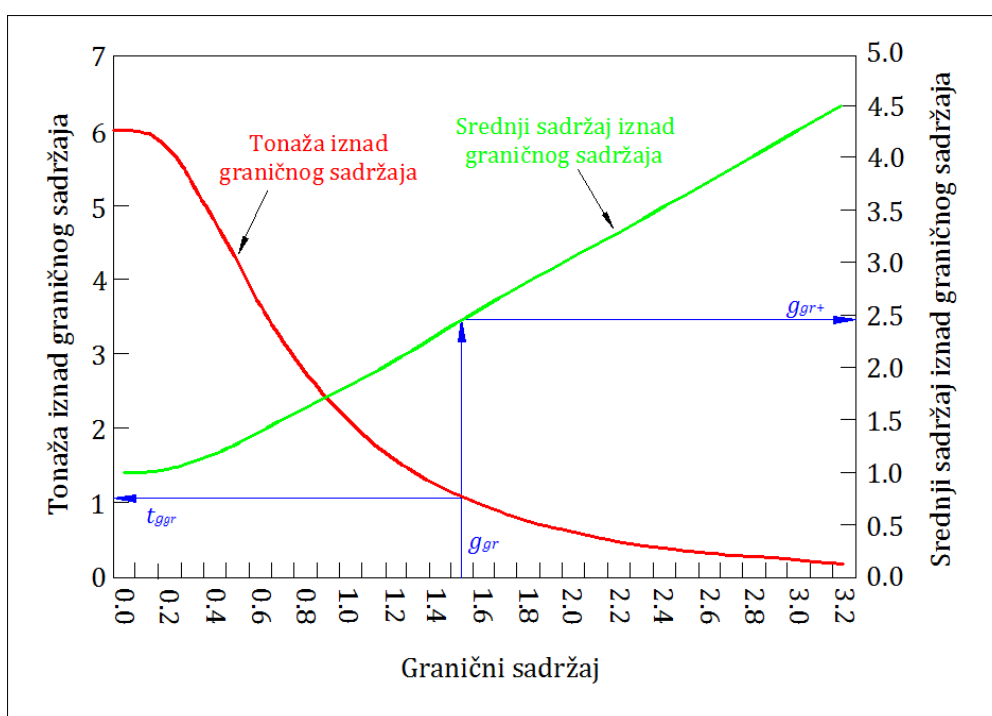
Ova karakteristika čini analizu operativnih strategija za rudnike veoma različitom od analize za većinu drugih industrijskih ili komercijalnih subjekata. Osnovni koncept optimizacije povećanjem neto sadašnje vrednosti projekta je upravo relevantan. Međutim, drugi subjekti ne zasnivaju se obično na iscrpljenom resursu i, samim tim, sadašnje operativne strategije ne reaguju na isti način na buduće promene. Za rudnik, veći kapaciteti eksploatacije skraćuje vek trajanja i obrnuto. Efekti toga moraju na neki način da budu ugrađeni u analizi. To je, naravno, sama funkcija sadašnje vrednosti koja obezbeđuje sredstva za dobijanje efekata gotovine, koji se javljaju srazmerno u različitim vremenskim periodima.

Neophodan uvod u analizu strategije graničnog sadržaja je, dakle, pregled maksimalne sadašnje vrednosti za operaciju na osnovu konačnog resursa, odnosno rezervi. U nastavku teksta sledi kraći opis mogućih pristupa u definisanju strategije za određivanje graničnog sadržaja.

#### 4.2.1. Određivanje odnosa sadržaja metala u rudi i in-situ tonaže (mase) rude

Odnos između graničnog sadržaja, mase rude iznad graničnog sadržaja, i prosečnog sadržaja iznad graničnog sadržaja predstavljaju se krivama odnosa sadržaja metala u rudi i tonaže (mase) rude (*engl. Grade-tonnage curves*).

Slika 4.4 prikazuje odnos između graničnog sadržaja metala, tonaže i prosečnog sadržaja iznad graničnog sadržaja (Rendu, 2008).



Slika 4.4. Krive odnosa sadržaja metala u rudi i tonaže (Rendu, 2008)

Mase rude sa sadržajem metala većim od graničnog sadržaja  $g_{gr}$  definisane su sledećom formulom:

$$t_{g_{gr}} = t_o \int_{g_{gr}}^{\infty} f(x) dx \quad (4.1)$$

Gde je:  $g_{gr}$  – granični sadržaj

$t_{g_{gr}}$  – masa rude sa sadržajem metala većim od graničnog sadržaja  $g_{gr}$

$t_o$  – ukupna masa rude u ležištu

$f(x)$  – funkcija distribucije frekvencije sadržaja  $g$  u ležištu.

Masa metala u rudi  $t_{g_{gr}}$  je:

$$m_{g_{gr}} = t_o \int_{g_{gr}}^{\infty} x f(x) dx \quad (4.2)$$

a srednji sadržaj metala u rudi  $t_{g_{gr}}$  je:

$$g_{sr} = \frac{m_{g_{sr}}}{t_{g_{sr}}} \quad (4.3)$$

#### 4.2.2. Uticaj vremenske dimenzije novca na granični sadržaj

Koncept diskontovanih novčanih tokova (DCF metoda ) uzima u obzir činjenicu da je dolar koji smo primili danas vredniji za projekat od dolara koji bi mogli da primimo u narednih godinu dana. Zbog čega se očekivani novčani tokovi diskontuju stopom koja se povećava sa vremenom. Stopa rasta je izražena kao diskontna stopa, što je objašnjeno u poglavlju 3.0. Obično se diskontna stopa za rudarske projekta uzima između 8 i 13% na godišnjem nivou.

Premisa „*Radije bih imao dolar danas, nego dolar za nekoliko godina u budućnosti*“, svoje utemeljenje nalazi u sledećim razlozima:

- 1) inflacija može da utiče na smanjenje vrednosti tog dolara u narednoj godini,
- 2) u međuvremenu mogu da ga investiram u druge aktivnosti, i
- 3) tokom vremena, zbog više stvari koje mogu da krenu naopako, može rezultirati time da ja taj dolar ne dobijem nazad.

Neto sadašnja vrednost projekta (NPV) je zbir diskontovanih novčanih tokova i to je mera kojom upoređujemo relativnu vrednost različitih rudarskih planova, koji generišu različite modele obračuna budućih novčanih tokova.

NPV se može poboljšati i odlaganjem troškova, a ostvarivanjem nekih prihoda (novčanih dobitaka) unapred, čak i ako to dovodi do toga da je ukupan novčani tok generisan tokom trajanja projekta manji.

#### **4.2.3. Uticaj faznog razvoja kopa na granični sadržaj**

Princip faznog razvoja kopa koristi se da bi se u prvim godinama eksploatacije obezbedila veća NPV, koja pokriva troškove izgradnje rudnika, odnosno da bi se ostvario raniji početak povraćaja investicija. To se postiže tako što se izborom faza koje se ranije otkopavaju, obezbeđuje veći sadržaj metala u rudi i time veća NPV.

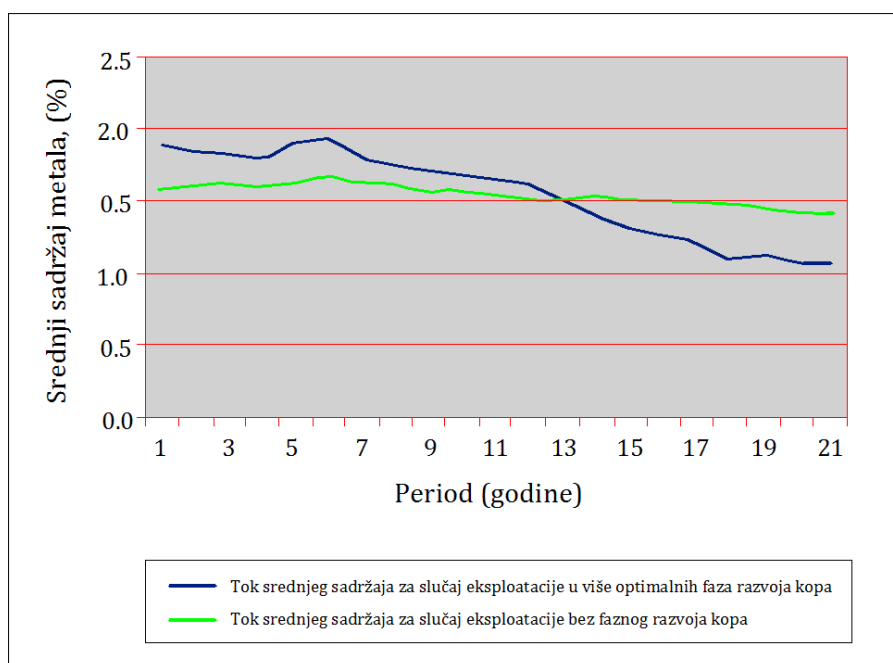
Kada planiramo površinski kop sa fazama razvoja rudarskih radova koje su definisane u procesu optimizacije, ako je kriterijum optimizacije – viši sadržaj, onda će prosečan sadržaj korisne komponente u rudi biti veći u prvim godinama eksploatacije nego kasnije. Prva faza razvoja kopa, koja se otkopava ranije, imaće u odnosu na prosek završnog kopa sledeće karakteristike:

- niži koeficijent otkrivke, i
- viši sadržaj korisne komponente u rudi.

Koristeći ovaj pristup razvoja, koji se bazira na optimizaciji kopa, praktično se vrši otkopavanje rude sa povećanim sadržajem u ranijim fazama, tako što se rudarski radovi u ranijim godinama eksploatacije usmeravaju na partije rude sa višim sadržajem metala. Ovaj princip se primenjuje i u slučajevima kada se optimizacijom kopa otkopavanje usmerava na partije rude sa manjim koeficijentom otkrivke za isti sadržaj metala. Veći sadržaj otkopavanja u prvim (početnim) godinama znači veći raniji novčani tok, na račun kasnijeg nižeg novčanog toka, ali sa povećanjem ukupnog NPV projekta.



Na slici 4.5 prikazan je efekat koji se postiže eksploatacijom u više optimalnih faza razvoja kopa u odnosu na eksploataciju bez faznog razvoja kopa. Sa slike se vidi da srednji sadržaj metala u rudi raste od 1,5% na 1,9% u ranijem periodu otkopavanja, da bi se u kasnijim godinama eksploatacije ovaj sadržajem smanjivao do kraja veka eksploatacije , (Whittle, G. i Whittle, J., 2007).



Slika 4.5. Efekat optimizacije površinskog kopa, (Whittle, G. i Whittle, J., 2007)

#### 4.2.4. Efekat većeg graničnog sadržaja u prvim godinama eksploatacije

Ukoliko je kapacitet flotacijske prerade ograničen, onda može da se pokaže da ako je granični sadržaj u prvim godinama podignut iznad marginalnog graničnog sadržaja, odnosno da su neke partije rude sa niskim sadržajem odbačene kao jalovina, tada iako se ukupan novčani tok smanjuje zbog gubitka pozitivne vrednost materijala, NPV može da se poveća. Ovo se može razumeti uslovnom podelom količina postojeće rude u zahvatu kopa na dva dela.

Masa rude A je ona koja bi se otkopala i preradila u prvoj godini, kada bi koristili marginalni granični sadržaj, a masa rude B su količine rude koje se otkopavaju i

prerađuju u flotaciji u narednim godina. Ako se neznatno poveća granični sadržaj za deo masa A, ali ne i za mase B, desiće se dve stvari koje utiču na NPV:

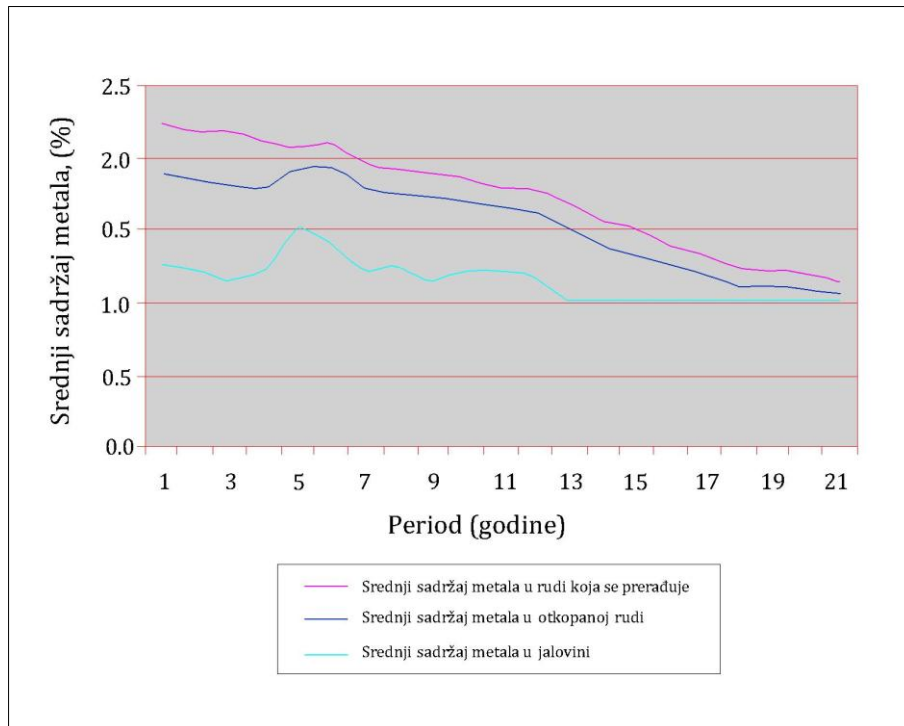
- 1) novčani tok iz dela masa A biće smanjen, i
- 2) otkopavanje iz dela masa A biće manje od godinu dana.

Ako se ruda iz A otkopa u, recimo, 11 meseci, otkopavanje i prerada celokupne preostale količine iz B biće pomerenom za mesec dana unapred. Ako je diskontna stopa 1% mesečno, NPV za količine rude B biće povećan za 1%. Tako imamo smanjenje NPV zbog smanjenog novčanog toka iz dela A i povećanja NPV zbog uvećanog novčanog toka iz B, koji se otkopava ranije.

Ako je prirast NPV iz B veliki u poređenju sa A, tada će drugi efekat biti dominantan, a najbolji granični sadržaj za A biće znatno veći od marginalnog graničnog sadržaja. Kada se pronađe najbolji granični sadržaj za A, onda se za drugu godinu traži godišnja proizvodnja sa sličnim rezultatima. Dok se količine rude za otkopavanje iz godine u godinu smanjuju, najbolji granični sadržaj za svaku sledeću godinu biće sve bliži i bliži marginalnom graničnom sadržaju.

Ovakav pristup problemu omogućio je podizanje prosečnog sadržaja na 2,2% na samom početku eksploatacije, što je prikazano na slici 4.6, (Whittle, G. i Whittle, J., 2007).

Grafikon na slici 4.6 ilustruje da ako je neki materijal (ruda) sa nižim sadržajem odbačen i svrstan u jalovinu, onda će srednji sadržaj rude koja ide na flotacijsku preradu biti povećan. Da bi se iskoristio postojeći kapacitet postrojenja flotacijske prerade, ukupan godišnji kapacitet otkopavanja mora biti povećan, čime se smanjuje životni vek rudnika, ali ako se pravilno obračuna, NPV može biti povećana.



Slika 4.6. Efekti optimizacije graničnog sadržaja, (Whittle, G. i Whittle, J., 2007)

Efekat od graničnog sadržaja u posmatranom periodu mora biti determinisan uzimajući u obzir efekat u tom periodu, kao i efekte u narednim periodima. Rezultat toga je da je granični sadržaj različit u svakom periodu, i karakteristično je da je najveći u prvim godinama, a da zatim opada u kasnijim godinama i da se u krajnjoj liniji približava marginalnom graničnom sadržaju pri kraju životnog veka rudnika.

#### 4.2.5. Uticaj formiranja rudnih zaliha sa nižim sadržajem na granični sadržaj

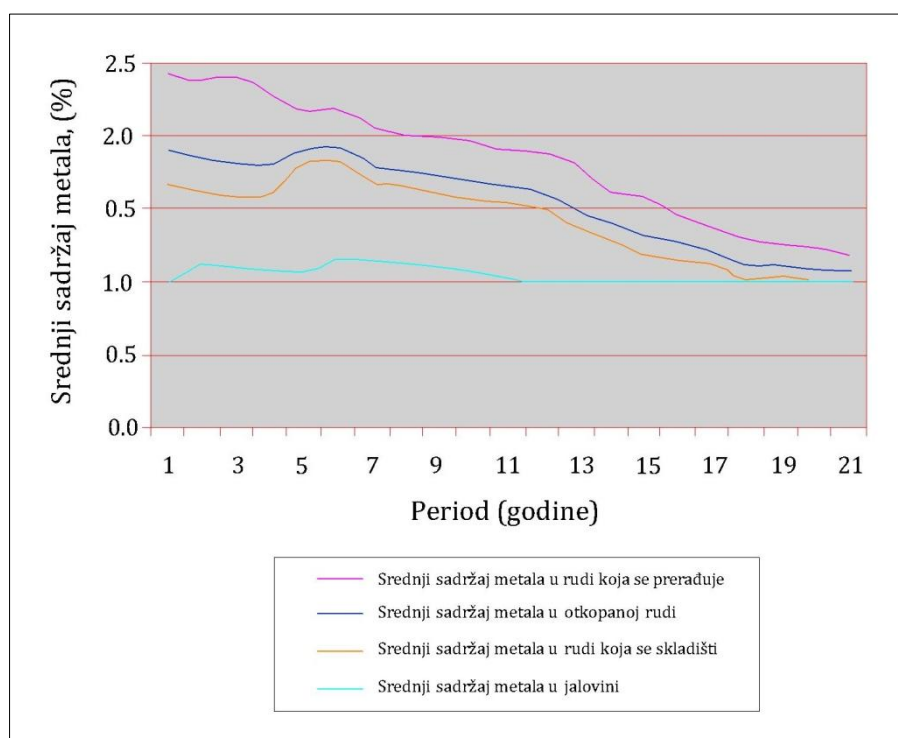
Ako je moguće da se količine rude sa nižim sadržajem skladičaju na nekom mestu, pre nego da se odbace kao jalovina, a da se prerade kasnije, onda će negativne posledice podizanja graničnog sadržaja biti umanjene.

Sušтина je da se u prvim godinama vrši eksploatacija sa višim graničnim sadržajem, u kombinaciji sa višim godišnjim kapacitetom na otkopavanju, ali to ne mora

nužno da dovede do smanjenja ukupnog trajanja veka projekta, tako što će sva ruda sa sadržajem preko marginalnog graničnog sadržaja na kraju da bude prerađena.

Prilikom obračuna efekata projekta moraju se uzeti u obzir troškovi ponovnog utovara materijala sa zaliha, kao i promene u iskorišćenju u procesu flotacijske prerade usled moguće oksidacije rude na skladištu.

U razmatranom primeru (slika 4.7), u ranom periodu sadržaj je podignut na čak 2,4% iz rudnog tela sa prosečnim sadržajem rude 1,5%, (Whittle, G. i Whittle, J., 2007).



Slika 4.7. Efekti formiranja rudnih zaliha sa nižim sadržajem (Whittle, G. i Whittle, J., 2007)

#### 4.2.6. Uticaj visokih cena metala na granični sadržaj

Iako veća cena metala snižava marginalni granični sadržaj (od recimo 1% do 0,8%), to takođe može da dovede do povećanja dobiti zbog povećanja godišnjeg kapaciteta otkopavanja i graničnog sadržaja, čime se postižu veći prosečni sadržaji i veća proizvodnja u ranim godinama eksploatacije.

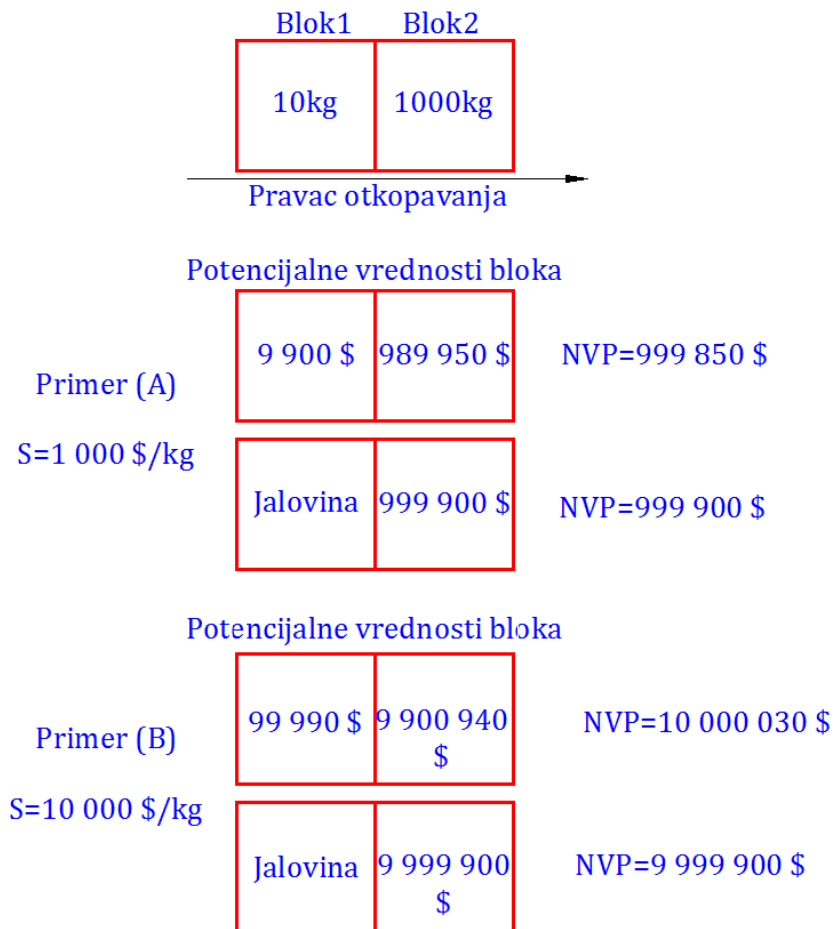
U slučaju projekta sa dugoročnim periodom eksploatacije, visoke cene metala rano će podići optimalni granični sadržaj. Nasuprot tome, kod projekata sa kratkim periodom eksploatacije optimalni granični sadržaji opadaće sa povećanjem cena, jer je zbog kratkog veka eksploatacije malo vremena da se preostala ruda otkopa ranije.

Uticaj cena metala na optimalni granični sadržaj može se videti na sledećem primeru (Johnson, P. i dr, 2010).

Razmatra se izuzetno pojednostavljen kop, kako je prikazano na slici 4.8, koji se sastoji od samo dva bloka, *Blok 1* i *Blok 2*, čiji su sadržaji rude  $g_1$  i  $g_2$ , respektivno. Kapacitet otkopavanja omogućava da se odmah preradi prvi blok, *Blok 1*, ili naredni blok, *Blok 2*. Poređenje između vrednosti prerade oba bloka po redosledu, označeno je sa  $V_{12}$ , a vrednost od prerade samo jednog bloka – *Blok 2*,  $V_2$ .

Da bi se pokazalo kako selekcija zavisi od osnovne cene metala, slika 4.8 prikazuje izbor na osnovu dve različite cene metala, jedne visoke ( $S=10\ 000$  \$/kg) i jedne niske ( $S=1\ 000$  \$/kg). Pri tome, ostali parametri su isti za oba slučaja:

- diskontna stopa iznosi 10%,
- troškovi flotacijske prerade bloka su 100 \$,
- vreme prerade 0,1 godina.



Slika 4.8. Primer uticaja cene na redosled prerade otkopanih blokovi tako da se maksimizira NPV. Za slučaj A cena je niska i iznosi  $S = 1\ 000\ \$/\text{kg}$ , a za slučaj B cena je visoka i iznosi  $S = 10\ 000\ \$/\text{kg}$

Kao što se može videti, u slučaju niske cene, primer A, najbolje je da se preradi samo drugi blok. Međutim, u slučaju visoke cene, odnosno primer B, najbolje je da se prerade oba bloka. Ovaj jednostavan primer pokazuje (iako sa dosta preteranim vrednostima parametara) kako različite cene, uz konstantne ostale ekonomske parametre (diskontna stopa, troškovi flotacijske prerade bloka, vreme prerade), utiču na odluku o optimalnom graničnom sadržaju. Druga posledica ovoga je da će rudnik biti iscrpljen pre nego što je ranije moglo da se sagleda, s obzirom da je prvi blok odbačen kao jalovina i prerađen je samo drugi blok.

### 4.3. Cilj optimizacije graničnog sadržaja

Postoje mnogi pristupi za određivanje optimalnog graničnog sadržaja metala u rudi, ali većina istraživanja koja su sprovedena u poslednje četiri decenije pokazuju da je određivanje graničnog sadržaja sa ciljem maksimiziranja neto sadašnje vrednosti projekta (NPV) najprihvatljiviji metod, koji je primenjen i u ovoj disertaciji.

Optimizacija graničnog sadržaja povećava NPV projekta u skladu sa ograničenjima kapaciteta otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade. U bilo kom trenutku najmanje jedan limit, i eventualno dva ili sva tri limita, biće ograničavajući faktor rudarskog sistema. Da bi optimizacija graničnog sadržaja mogla korektno da se sprovede, ograničenja kapaciteta moraju da budu nezavisna od graničnog sadržaja.

Funkcija cilja modela optimizacije graničnog sadržaja maksimizira NPV za zadate parametre procesa otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade. Model se zasniva na činjenici da kapaciteti faza otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade ograničavaju rudarsku operaciju samostalno ili u paru. Za ograničenja kapaciteta navedenih procesa ovo se može matematički predstaviti na sledeći način:

- funkcija cilja se definiše kao:

$$Max NPV = \sum_{n=1}^N \frac{P_n}{(1 + \delta)^n} \quad (4.4)$$

- ograničenja u modelu su:

$$Qm_n \leq M \forall n \quad (4.5)$$

$$Qc_n \leq C \forall n \quad (4.6)$$

$$Qr_n \leq R \forall n \quad (4.7)$$

gde su:  $n$  – period (godina)

$N$  – životni vek rudnika (godine)

$P_n$  – profit (\$/god)

$\delta$  – diskontna stopa (%)

$M$  – kapacitet otkopavanja (t/god)

$C$  – kapacitet flotacijske prerade (t/god)

$R$  – kapacitet metalurške prerade (t/god)

$Qm_n$  – količina otkopanog materijala (t/god)

$Qc_n$  – količina rude u procesu flotacijske prerade (t/god)

$Qr_n$  – količina proizvedenog metala (proizvoda) (t/god).

Uzimajući u obzir sve troškove i prihode u procesu otkopavanja, flotacijske prerade i metalurške prerade, profit se određuje korišćenjem sledeće jednačine (4.8), (Lane, 1988):

$$v = [(p_n - r_n) \times Qr_n] - [c_n \times Qc_n] - [m_n \times Qm_n] - [f \times T] \quad (4.8)$$

gde su:  $p_n$  – prodajna cena metala (\$/t)

$r_n$  – troškovi metalurške prerade metala (\$/t)

$m_n$  – troškovi otkopavanja (\$/t)

$c_n$  – troškovi flotacijske prerade (\$/t)

$f_n$  – administrativni/fiksni troškovi (\$/god).

#### 4.4. Metode optimizacije graničnog sadržaja

Optimizacija graničnog sadržaja bila je predmet mnogih istraživanja u prošlosti, ali je ova tema i u sadašnjem vremenu aktuelna u rešavanju praktičnih problema koji se javljaju u eksploataciji metaličnih ležišta. Originalni algoritam razvio je Lane (1964), a zasniva se na maksimizaciji neto sadašnje vrednosti (NPV) uz ograničenja kapaciteta faza otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade. Tokom protekle decenije, mnogo istraživačkog napora posvećeno je optimizaciji graničnog



sadržaja za monometalična i polimetalična ležišta, posebno u oblasti eksploatacije površinskih kopova

Whittle i Wharton (1995) predložili su ideju korišćenja oportunitetnih troškova u optimizaciji graničnog sadržaja.

Asad je (2005a) je razvio Lane algoritam za optimizaciju graničnog sadržaja za ležište sa dva ekonomična minerala sa opcijom formiranja rudnih zaliha. Nakon toga, on je poboljšao algoritam razmatranjem cene metala kao dinamičke veličine (Asad, 2005b i 2007).

Bascetin i Nieto (2007) razvili su Lane algoritam korišćenjem optimizacionog faktora koji se iterativno izračunava za svaku proizvodnu godinu, i koji dinamično podešava preostale rezerve i na taj način ukupan životni vek rudnika u cilju povećanja NPV projekta.

Dalje, Osanloo i drugi (2008) poboljšali su Lane algoritam na osnovu maksimizacije NPV, istovremeno sa minimiziranjem troškova zaštite životne sredine.

Nekoliko računarskih softvera razvijeno je korišćenjem Lane originalnog algoritma za određivanje optimalnog graničnog sadržaja (Lane, 1988; Dagdelen, 1992; Whittle, 1999).

Whittle (Dassault Systèmes Group - Geovia) komercijalni paket jedan je od najzastupljenijih paketa koji se danas koriste u cilju maksimizacije NPV korišćenjem optimalnog graničnog sadržaja kod dugoročnog planiranja površinskih kopova, pa je u daljem tekstu, pored metode Lane, kao fundamentalne, objašnjena i Whittle metoda optimizacije graničnog sadržaja.

#### **4.4.1. Lane metoda optimizacije graničnog sadržaja**

Problem optimizacije graničnog sadržaja svodi se na određivanje niza optimalnih graničnih sadržaja u toku dužeg vremenskog perioda rudarskog projekta. Svaki granični sadržaj u nizu je optimalni granični sadržaj.

Obično, period za koji se vrši optimizacija graničnog sadržaja je period koji obuhvata preostali životni vek rudarskog projekta. U tom slučaju, konačna NPV je nula. Moguće je izračunati optimalni granični sadržaj i za kraći period, ali, u takvim slučajevima, konačna NPV mora da bude određena za rezerve koje se ne otkopavaju, odnosno ostaju nakon završetka eksploatacije. Razlog za ovo je taj što proces optimizacije maksimizira NPV na određenom nivou rezervi, a formula maksimizacije nužno inkorporira vrednosti koje su povezane sa kontinuiranom eksploatacijom na osnovu preostalih rezervi nakon potpunog otkopavanja priraštaja rude koji je obuhvaćen planiranjem.

Očigledno, proračun niza optimalnih graničnih sadržaja zahteva bazu podataka za kompletan period rada kopa. To znači godišnje prognoze ekonomskih parametara (cena metala i troškova), i procene rudnih rezervi u ležištu.

Kenneth F. Lane u svom radu ističe da, pored uobičajenih troškova koji moraju da se razmatraju kod troškova flotacijske prerade prilikom izračunavanja graničnog sadržaja, postoje dva pseudo troška, trošak odlaganja i trošak promene, koji su takođe važni, a koji su opisani u tački 3.5.1.7.

Oba ova troška uzimaju u obzir činjenicu da je za svaku aktivnost vezanu za otkopavanje ili flotacijsku preradu potrebno vreme, i da se time odlaže eksploatacija ostatka projekta.

Lane metoda optimizacije graničnog sadržaja najbolje može da se prezentuje na sledećem primeru, (Whittle, 2014).

Eksploatacija rude se odvija pod sledećim ekonomskim uslovima:

- |  |                 |
|--|-----------------|
| – troškovi otkopavanja ( $m_n$ )                     | 1 \$/t          |
| – troškovi flotacijske prerade ( $c_n$ )             | 18 \$/t         |
| – iskorišćenje flotacijske prerade ( $c_f$ )         | 0,90            |
| – cena metala ( $p_n$ )                              | 100 \$          |
| – ograničenje kapaciteta otkopavanja ( $M$ )         | 1 000 000 t/god |
| – ograničenje kapaciteta flotacijske prerade ( $C$ ) | 500 000 t/god   |
| – vremenski troškovi ( $\tau$ )                      | 15 000 000 \$.  |

Razmatra se otkopavanje deset miliona tona rude, sa fiksnim marginalnim graničnim sadržajem od 0,20 koji će se koristiti za otkopavanje poslednjih devet miliona tona. Posledica toga je da su novčani tokovi fiksni za poslednjih devet miliona tona izraženo u „današnjim“ dolarima, kao realne vrednosti koja uzima u obzir promene ekonomskih efekata u toku vremena. Efekti korišćenja tri različita granična sadržaja za prvi milion tona prikazani su u tabeli 4.1.

Kako se granični sadržaj povećava, novčani tok za prvi milion tona se smanjuje, što se i očekuje, s obzirom da marginalni granični sadržaj od 0,20 maksimizira novčani tok. NPV prvog miliona tona takođe se smanjuje, ali ne tako brzo, jer je diskontovanje smanjeno usled smanjenog proteklog vremena.

Tabela 4.1. Efekti korišćenja tri različita granična sadržaja za prvi milion tona

<b>Granični sadržaj</b>	<b>Vreme (godina)</b>	<b>Novčani tok (10<sup>6</sup> \$)</b>	<b>NPV (10<sup>6</sup> \$)</b>
0,20	1,6	27,8	25,4
0,45	1,1	25,0	23,5
0,70	0,6	16,6	16,0

Međutim, NPV preostalih devet miliona tona se povećava, jer je njihova eksploatacija počela ranije i svi novčani tokovi se ostvaruju ranije (tabela 4.2).

NPV od poslednjih 9 miliona tona menja se za oko 6 % sa svakim korakom u optimizaciji graničnog sadržaja, što se očekuje kada je diskontna stopa 12 %, ako se vreme početka menja na polovini godine.

Iz tabele 4.2 vidi se da vrednost graničnog sadržaja od 0,45 daje najbolju ukupnu vrednost NPV projekta.

Tabela 4.2. Efekti korišćenja tri različita granična sadržaja za poslednjih devet milion tona

Granični sadržaj za prvi milion tona	Vreme za prvi milion tona (godina)	NPV poslednjih 9 miliona tona (10 <sup>6</sup> \$)	Ukupna NPV projekta (10 <sup>6</sup> \$)
0,20	1,6	102,9	128,3
0,45	1,1	108,9	132,4
0,70	0,6	115,2	131,2

Dakle, postavlja se pitanje da li može da se izračuna granični sadržaj koji maksimizira ukupnu neto sadašnju vrednost projekta? Pošto NPV poslednjih devet miliona tona varira sa vremenom koje je potrebno da se otkopa prvi milion tona, to može da se tretira kao vremenski trošak, koji je ovde označen kao trošak odlaganja. Razlika u NPV kada se eksploatacija odlaže za 0,6 godina i 1,6 godina iznosi 12,3 miliona \$. Ako se ova vrednost podeli kapacitetom flotacijske prerade (500 000 t), dobija se vrednost troška odlaganja ( $\tau_0$ ) od 24,6 \$/t, na osnovu čega se dobija najbolji granični sadržaj:

$$g = \frac{c_n + \tau_0}{p_n \times c_f} = 0,47 \quad (4.9)$$

Osnovni nedostatak ove formule je što ne daje mogućnost diskontovanja novčanog toka za prvi milion tona. U svrhu optimizacije graničnog sadržaja neophodno je da se diskontovanje vrši na kontinuiranoj osnovi. Ovo blago menja ugao krive *granični sadržaj/NPV* i pomera maksimum.

Opšte je poznato da su novčani tokovi veći kada se rezerve eksploatišu u periodu kada je cena proizvoda visoka, i obrnuto. Koristeći prethodni primer, ako se odloži eksploatacija poslednjih devet miliona tona za period sa nižim cenama, smanjiće se novčani tokovi za devet miliona tona, a samim tim i NPV ovih devet miliona tona. Pošto će, generalno, ovaj efekat biti veći sa povećanjem vremena odlaganja, očigledno je da se i u ovom slučaju pojavljuje vremenski trošak, koji je označen kao trošak promena. Razlikuje se od svih ostalih vremenskih troškova, jer ako se cena

proizvoda povećava sa vremenom, ili se troškovi smanjuju sa vremenom, on može da bude i negativan.

Ako su ekonomske okolnosti nepromenjene gledano u „današnjim“ dolarima, trošak promena je, po definiciji, nula.

Ako je projekat ograničen kapacitetom flotacijske prerade, troškovi odlaganja i promene treba podeliti tim kapacitetom i dodati ih troškovima flotacijske prerade prilikom izračunavanja graničnog sadržaja. Shodno tome, troškovi odlaganja, koji su uvek pozitivni, povećavaju granični sadržaj. Troškovi promena mogu da povećaju ili smanje granični sadržaj, u zavisnosti od toga da li se ekonomske prilike pogoršavaju ili poboljšavaju, respektivno. Međutim, njihova veličina i dalje zavisi od preostale neto sadašnje vrednosti projekta.

U prethodnom tekstu razmatrana je samo mogućnost variranja graničnog sadržaja za prvi priraštaj (inkrement). Variranjem graničnih sadržaja za drugi i naredne priraštaje dolazi do promene NPV za poslednjih 9 miliona tona, što, kroz troškove odlaganja i promene, menja optimalni granični sadržaj za prvi milion tona. Ovo dovodi do kružnog procesa pri čemu se u više navrata ponavlja optimizacija prethodno dobijenih graničnih sadržaja, dok se dinamika graničnog sadržaja za kompletnu eksploataciju 10 miliona tona ne ustali.

Kako se ležište otkopava, NPV od ostatka ležišta ima tendenciju opadanja, i jednaka je nuli kada se ležište potpuno otkopa. S obzirom da troškovi odlaganja i promene zavise od preostale NPV, oni takođe imaju tendenciju opadanja. U principu, dakle, optimizovani granični sadržaji na početku eksploatacije imaju visoke vrednosti, koje se postupno smanjuju tokom veka trajanja projekta.

Za slučaj gde se ekonomski uslovi ne menjaju, i za koji su, prema tome, troškovi promene jednaki nuli, Lejn je predložio pristup optimizaciji u kojoj se počinje sa procenom ukupne NPV, optimizira svaki priraštaj koristeći troškove odlaganja koji su izvedeni iz preostale NPV, a zatim se ažurira preostala NPV. Kada se celokupne rezerve otkopaju na ovaj način, obično se dobije da konačna preostala NPV nije nula, kako bi trebalo da bude. Zato je potrebno da se podesi procena za početnu

NPV i proces se ponavlja. Postupak se ponavlja dok konačna preostala NPV ne bude jednaka nuli.

Postupak optimizacije, koji podrazumeva da ne postoje troškovi promene, objašnjen je sledećim algoritmom:

;Odredi početnu NPV

;Postupak iteracije se sprovodi sve dok krajnja NPV nije dovoljno blizu nule:

    Podesi se da krajnja NPV predstavlja početnu NPV

    Za svaki priraštaj:

        Traže se granični sadržaji za priraštaj koji maksimizira novčani tok po toni rude, uključujući i troškove odlaganja

        Izračuna se NPV priraštaja

        Oduzme se ova NPV od krajnje NPV

    Sledeći priraštaj

    Ako krajnja NPV nije blizu nule:

        Podesi se početna NPV

    U suprotnom

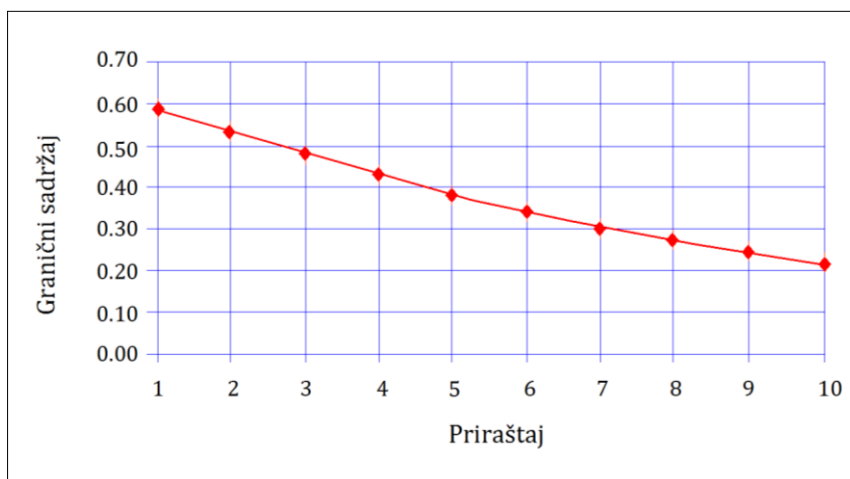
;Sledeća iteracija.

Ako se sledi ovaj pristup za primer koji je prethodno razmatran, dobijaju se granični sadržaji kao što je prikazano na slici 4.9. Ukupna vrednost NPV iznosi 144,3 miliona \$, što predstavlja poboljšanje od 12,5% u odnosu na 128,3 miliona \$, koja je dobijena sa marginalnim graničnim sadržajem (0,20).

Primenom Lejn metode dobijaju se rezultati koji odstupaju od optimalnih, a za to postoje dva razloga.

**Prvo**, Lejn koristi NPV na početku otkopavanja priraštaja da bi izračunao troškove odlaganja, dok je to NPV rude nakon otkopavanja tekućeg priraštaja koje je odloženo.

**Drugo**, Lejn maksimizira novčani tok za priraštaj, a ne za diskontovani novčani tok. To je zbog činjenice da niži granični sadržaj odlaže eksploataciju nekog od aktuelnog priraštaja.



Slika 4.9. Kriva graničnih sadržaja za pojedinačne priraštaje kod primene Lane metode

#### 4.4.2. Whittle metoda optimizacije graničnog sadržaja

Whittle metoda optimizacije graničnog sadržaja implementirana je u softver, koji je razvijen od strane kompanije Whittle Programming, a koji pruža mogućnosti da se optimizacija odvija za više različitih tipova rudnih stena, metoda prerade i kapaciteta otkopavanja i prerade, kao limitirajućih faktora.

Softver koristi modifikaciju Lane algoritma tako što procenjuje celokupnu NPV, umesto NPV jednog priraštaja kada se vrši optimizacija graničnih sadržaja za jedan priraštaj. Za svaki priraštaj traže se granični sadržaji koji maksimiziraju novčani tok uključujući i pseudo troškove i proračunava se NPV. Pritom granični sadržaji za ostale priraštaje ostaju konstantni. Iteracija se ponavlja dok se NPV ne stabilizuje.

Metoda Whittle oslanja se na principe Lane optimizacije, pri čemu se počinje od procenjene NPV, optimizovanog novčanog toka po toni, uključujući pseudo

troškove za svaki priraštaj, a zatim se primenjuje metoda iteracije dok konačna NPV ne postigne vrednost nula.

S obzirom da kod Lane optimizacije postoji izvesno odstupanje od optimalnih vrednosti, razvojem Whittle metode to je prevaziđeno i implementirano u komercijalni paket Whittle, tako da algoritam glasi:

;Postupak iteracije se sprovodi sve dok se ukupna NPV ne stabilizuje:

    Za svaki priraštaj:

        Traže se granični sadržaji za priraštaj koji maksimizira ukupnu NPV pri čemu granični sadržaji za ostale priraštaje ostaju konstantni

    Sledeći priraštaj

;Sledeća iteracija.

Procedura izvršavanja Whittle algoritma pri optimizaciji graničnog sadržaja, kada se radi o jednom elementu, je sledeća:

*Prvo se izračuna marginalni granični sadržaj za svaki priraštaj (inkriment), uzimajući u obzir sve ekonomske okolnosti koje se menjaju sa vremenom, i skladište se ti granični sadržaji kao referentni niz.*

*Onda se traga za novim graničnim sadržajem za prvi priraštaj koji maksimizira NPV celog projekta. Dok se to radi, granični sadržaji za ostale priraštaje ostaju konstantni. Dok se varira granični sadržaj za prvi priraštaj, vreme otkopavanja rude takođe varira, tako da se menja vreme kada počinje otkopavanje preostalih priraštaja.*

*Kada se nađe najbolji granični sadržaj za prvi priraštaj, slična pretraga se radi za najbolji granični sadržaj za drugi priraštaj. Ovaj postupak se nastavlja dok se ne pronađu najbolji granični sadržaji za sve priraštaje.*

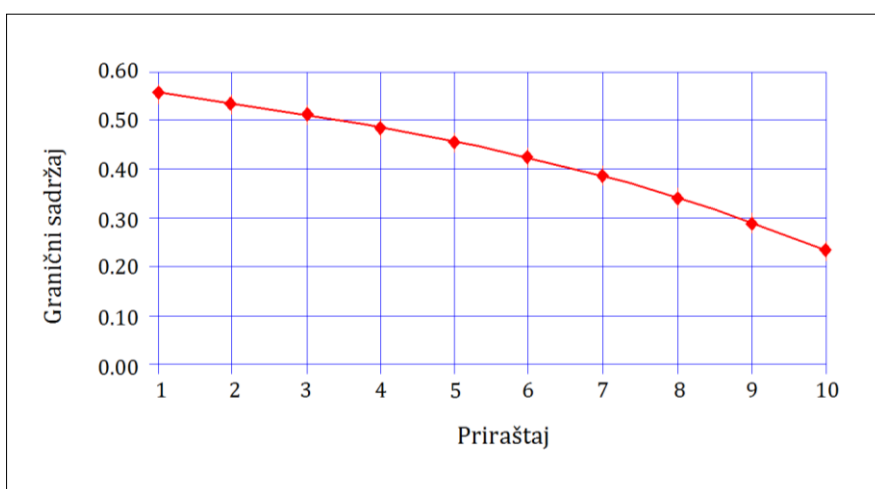
*Promenom graničnih sadržaja za kasnije priraštaje menjaju se njihove NPV i svi troškovi kašnjenja i troškovi promene u vezani sa njima, tako da granični*



sadržaj za prvi priraštaj više nije optimalan. Shodno tome, proces se vraća na početak i ponovo se optimizuje prvi priraštaj.

Ovaj iterativni pristup se ponavlja dok dalje ne može da se dobije povećanje NPV. Obično su dovoljna tri ili četiri prolaza, u kojima se optimizira granični sadržaj za svaki priraštaj.

Grafikon na slici 4.10 ilustruje krivu graničnog sadržaja koji se generišu primenom ovog algoritma.



Slika 4.10. Kriva graničnog sadržaja za pojedinačne priraštaje koja se dobija primenom Whittle metode

Za navedeni primer kod Lane metode, optimizacija graničnog sadržaja primenom Whittle metode generiše ukupnu NPV od 145,1 miliona dolara, što predstavlja poboljšanje od 0,8 miliona dolara u odnosu na Lane metodu.

Ovde se može primetiti da je kriva graničnog sadržaja konkavna (slika 4.10), za razliku od metode Lane kod koje se dobija konveksna kriva (slika 4.9). Konkavnost krive graničnog sadržaja kod Whittle metode prouzrokovana je korišćenjem diskontovanog novčanog toka.

## 4.5. Ograničavajući ekonomski granični sadržaji

U idealnom slučaju, novi rudnik treba da bude dizajniran tako da rudarski kapaciteti i prerađivački kapaciteti budu savršeno izbalansirani, a planirani granični sadržaji da omoguće puno iskorišćenje ovih kapaciteta što dovodi do ostvarenja očekivanih novčanih tokova. U praksi, ova situacija se javlja samo na papiru, kada je projekat osmišljen. Čim počnu rudarske operacije, uvek se pojavi neravnoteža. Stvarni kapaciteti otkopavanja i flotacijske prerade veći su ili manji od planiranih. Kapaciteti otkopavanja i prerade više nisu izbalansirani, nova ograničenja se pojavljuju, i granični sadržaj mora u skladu sa tim da se menja. Granični sadržaj mora da uzme u obzir razlike između očekivanih i stvarnih troškova, produktivnosti, iskorišćenja, kao i tržišnu cenu prodatog proizvoda. Kada se novi projekat dizajnira, kapaciteti otkopavanja i prerade i odgovarajući granični sadržaji izabrani su za optimizaciju finansijskih ciljeva. Kada su objekti kopa i prerade izgrađeni, onda mora da se na osnovu studije opravdanosti utvrdi da li je finansijski opravdano uklanjanje fizičkih ograničenja, a koja se odnose na njihove postojeće kapacitete (Rendu, 2008).

U svom radu Lane (1988, 1997) navodi da se proces dobijanja finalnog proizvoda sastoji od tri glavne faze:

- 1) Faza otkopavanja
- 2) Faza flotacijske prerade
- 3) Faza metalurške prerade (topljenja i rafinacije).

Optimalni granični sadržaj ne zavisi samo od cena metala i troškova navedenih faza, već se moraju uzeti u obzir i ograničenje kapaciteta ovih faza, kao i distribucija *sadržaj –tonaža* u ležištu. Stoga, tehnika koja određuje optimalni granični sadržaj razmatra i oportunitetne troškove koji nastaju usled neostvarenih budućih novčanih tokova ranije tokom života rudnika, zbog ograničenih kapaciteta bilo koje od faza otkopavanja, flotacijske prerade, ili metalurške prerade. Takođe, cena metala i operativni troškovi ovih faza menjaju se tokom životnog veka rudnika, a što treba uzeti u obzir prilikom optimizacije graničnog sadržaja.

Prema kapacitetu koji ograničava izlaz u procesu dobijanja finalnog proizvoda, mogu se izdvojiti tri slučaja koji dovode do tri optimalna granična sadržaja i koji se nazivaju **ograničavajući ekonomski granični sadržaji** (*engl. Limiting economic cut-off grades*), (Lane, 1988). Ovi slučajevi su:

- 1) ograničenje kapaciteta otkopavanja rude,
- 2) ograničenje kapaciteta flotacijske prerade, i
- 3) ograničenje kapaciteta metalurške prerade.

Osnovna jednačina za određivanje ograničavajućih ekonomskih graničnih sadržaja je jednačina koju je postavio K. Lane (1988):

$$v = [(p_n - r_n) \times Qr_n] - [c_n \times Qc_n] - [m_n \times Qm_n] - [(f + F) \times T] \quad (4.10)$$

Gde su:  $Qm_n$  – količina otkopanog materijala (t/god)

$Qc_n$  – količina rude u procesu flotacijske prerade (t/god)

$Qr_n$  – količina proizvedenog metala (t/god)

$p_n$  – prodajna cena metala (\$/t)

$r_n$  – troškovi metalurške prerade metala (\$/t)

$m_n$  – troškovi otkopavanja (\$/t)

$c_n$  – troškovi flotacijske prerade (\$/t)

$f$  – administrativni/fiksni troškovi (\$/god).

Izraz u jednačini:

$$F = \delta \times V^* - \frac{dV^*}{dT} \quad (4.11)$$

predstavlja dodatni vremenski trošak, gde je  $V^*$  optimalna sadašnja vrednost.

Vreme  $T$  je definisano limitirajućim kapacitetom bilo koje od tri faze procesa, koji predstavlja neki od tri slučaja u zavisnosti od stvarnog ograničavajućeg kapaciteta.

Dakle, ono se menja na sledeći način u zavisnosti od ograničenja kapaciteta kod otkopavanja, flotacijske ili metalurške prerade, respektivno:

$$T = \frac{Q_m}{M} \quad (4.12)$$

$$T = \frac{Q_c}{C} \quad (4.13)$$

$$T = \frac{Q_r}{R} = \frac{Q_c \times g_{sr} \times y}{R} \quad (4.14)$$

Gde su:  $M$  – kapacitet otkopavanja (t/god)

$C$  – kapacitet flotacijske prerade (t/god)

$R$  – kapacitet metalurške prerade (t/god)

$g_{sr}$  – srednji sadržaj metala u rudi

$y$  – metalurško iskorišćenje (%).

#### 4.5.1. Ograničenje kapaciteta otkopavanja

Kada ograničenje procesa nastaje usled limitiranog kapaciteta otkopavanja, oportunitetni trošak nastaje po toni otkopanog materijala, jer je faza otkopavanja odgovorna za vremensko odlaganje budućih novčanih tokova. Međutim, faze flotacijske prerade i metalurške prerade su nedovoljno iskorišćene, tako da ruda može odmah nakon otkopavanja i da se preradi, a koncentrat da se povrgne procesu metalurške prerade. Kod proračuna graničnog sadržaja u ovom slučaju moraju se u obzir uzeti troškovi flotacijske i metalurške prerade.

Osnovna jednačina za proračun ograničavajućih ekonomskih graničnih sadržaja u ovom slučaju dobija se zamenom jednačine (4.12) u jednačinu (4.10) i ima sledeći oblik:

$$v_m = \left[ [(p_n - r_n) \times Qr_n] - [c_n \times Qc_n] - [m_n \times Qm_n] - \left[ (f + F) \times \frac{Qm_n}{M} \right] \right] \quad (4.15)$$

U prethodnoj jednačini samo izrazi  $(p_n - r_n) \times Qr_n$  i  $c_n \times Qc_n$  variraju sa promenom graničnog sadržaja  $g$ . Na osnovu prethodnog izraza može se zaključiti da svaka jedinica materijala za koju je prihod, predstavljen izrazom  $(p_n - r_n) \times Qr_n$ , veći od troškova flotacijske prerade  $c_n$  treba da se klasifikuje kao ruda. Drugim rečima, nakon umanjenja za varijabilne troškove metalurške prerade metala, vrednost rude treba samo da pokrije varijabilne troškove flotacijske prerade. Granični sadržaj za slučaj ograničenja kapaciteta otkopavanja izračunava se po jednačini:

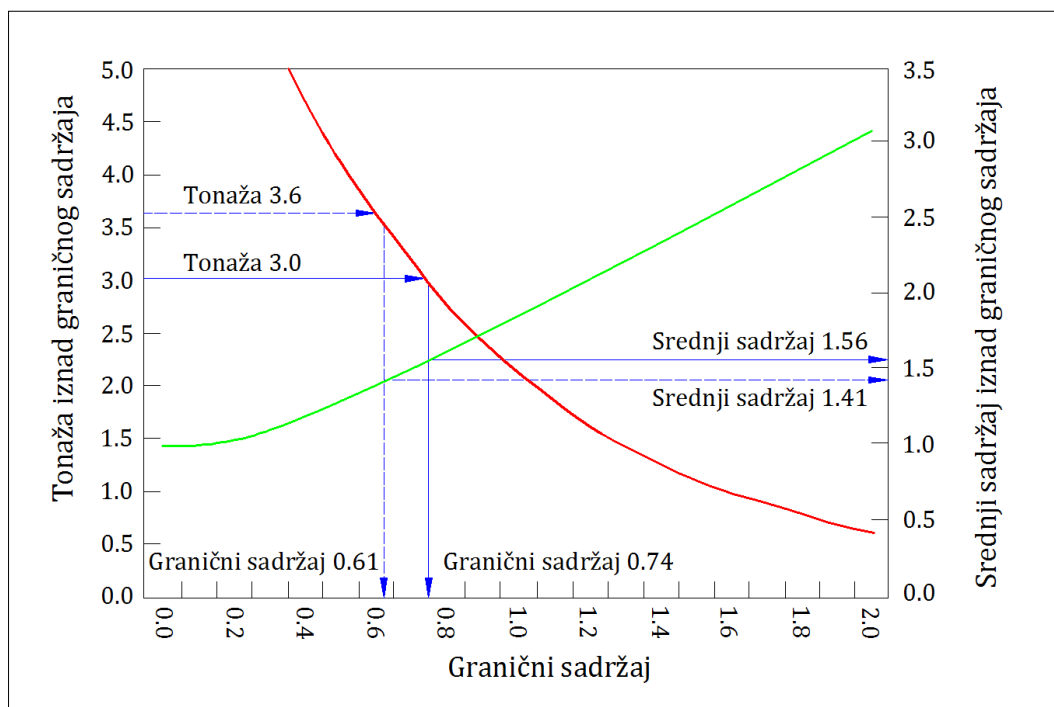
$$g_m = \frac{c_n}{(p_n - r_n) \times y} \quad (4.16)$$

Dve su značajne karakteristike prethodnog izraza, koje treba napomenuti.

- 1) Prva karakteristika odnosi se na to da implicitna vrednost rude mora samo da pokriva varijabilne troškove flotacijske i metalurške prerade. U proračunu nisu uključeni toškovi otkopavanja, kao ni vremenski troškovi. To je tako zato što je formula izvedena na pretpostavci da je već bila doneta odluka da se nastavi sa radom van trenutnog vremenskog horizonta.
- 2) Druga karakteristika odnosi se na to da se u izrazu ne uzima u obzir sadašnja vrednost kao mera vrednosti novca u vremenu. To znači da, bez obzira koja je strategija graničnog sadržaja, ne postoji način da se ostvare dobiti u trenutku kada se realizuje prodaja, odnosno da se izbegnu gubici u budućnosti. Dakle, kada je proces ograničen kapacitetom otkopavanja, a ne postoji ograničenje kapaciteta flotacijske i metalurške prerade, odluka menadžmenta rudnika o načinu dalje eksploatacije rude, treba da se bazira na taktičkoj osnovi. Ovde se misli na to da vrednost graničnog sadržaja treba da se menja sa promenom cene. Tako, na primer, sa porastom cene metala vrednost graničnog sadržaja treba da se smanjuje. Na taj način povećava se količina mineralizovanog materijala u ležištu koji je klasifikovan kao ruda, a time i količina metala u rudi. Kako nema

ograničenja kapaciteta flotacijske prerade i metalurške prerade, moguće je povećati kapacitet otkopavanja rude, odnosno otkopati dodatnu količinu rude.

Na slici 4.11 prikazan je primer procene graničnog sadržaja u slučaju ograničenog kapaciteta otkopavanja (Rendu, 2008).



Slika 4.11. Procena graničnog sadržaja pod pretpostavkom da je kapacitet otkopavanja fiksni (Rendu, 2008)

Ukoliko bi se u uslovima fiksnog kapaciteta otkopavanja, povećao kapacitet prerade, onda bi to dovelo do sledećeg:

- godišnje količine koje se prerađuju se povećavaju.
- otkopane količine se ne menjaju. Granični sadržaj mora da se smanji da bi kapaciteti prerade bili potpuno iskorišćeni.
- prosečan sadržaj materijala koji se prerađuje se smanjuje, ali se količina metala ove rude povećava.
- veće iskorišćenje metala dovodi do većih prihoda od prodaje.

- operativni troškovi prerade će se verovatno povećati u jedinici vremena (troškovi po godini), ali će se smanjiti po jedinici proizvodnje (cena po toni).

Za navedeni slučaj u obzir se moraju uzeti kapitalni troškovi proširenja kapaciteta prerade.

#### 4.5.2. Ograničenje kapaciteta flotacijske prerade

Najčešće ograničenje kapaciteta u procesu eksploatacije jeste ograničenje kapaciteta flotacijske prerade.

Kada je kapacitet flotacijske prerade usko grlo, jedna nova tona rude koja je dodata u proces odlaže preradu prvobitno planirane rude za vreme koje je potrebno za preradu dodatne (nove) tone, a oportunitetni trošak nastaje po toni prerađene rude. Granični sadržaj se određuje tako što se pored troškova otkopavanja, flotacijske pripreme i metalurške prerade, uključuju i oportunitetni troškovi, koji nastaju usled odloženog ostvarivanja budućih novčanih tokova.

Osnovna jednačina za proračun ograničavajućih ekonomskih graničnih sadržaja u ovom slučaju dobijena je zamenom jednačine (4.13) u jednačinu (4.10):

$$v_c = \left[ (p_n - r_n) \times Qr_n - [c_n \times Qc_n] - [m_n \times Qm_n] - \left[ (f + F) \times \frac{Qc_n}{C} \right] \right] \quad (4.17)$$

Kada se radi o slučaju ograničenja kapaciteta flotacijske pripreme, u prethodnoj jednačini samo izraz  $-m_n \times Qm_n$  ne varira sa promenom graničnog sadržaja  $g$ , tako da je optimalni granični sadržaj  $g_c$  jednak:

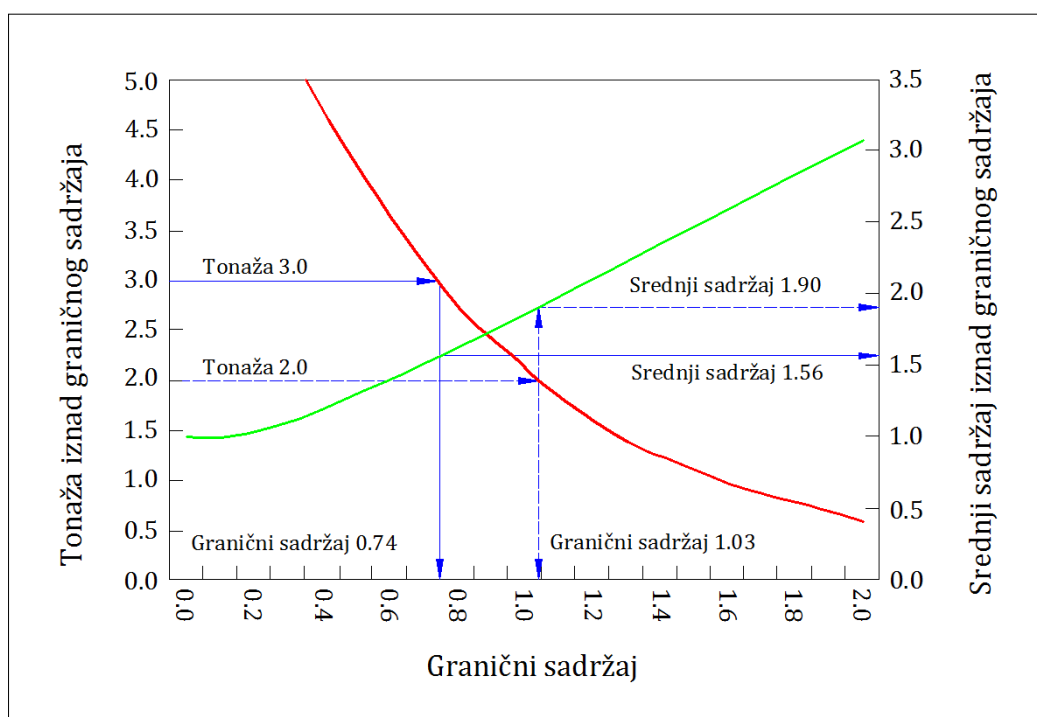
$$g_c = \frac{c_n + \frac{(f + F)}{C}}{(p_n - r_n) \times y} \quad (4.18)$$

gde je:  $(f + F)/C$  – oportunitetni trošak po toni prerađene rude.

Iz ovoga se vidi da se oportunistni troškovi  $F$  pojavljuju samo kao dodatni faktor vremenskih troškova, svedeni na tonu kapaciteta postrojenja za preradu ( $C$ ).

Ovde treba napomenuti da granični sadržaj, u slučaju ograničenja kapaciteta flotacijske prerade, opada sa vremenom. Ova pojava uzrokovana je padom vrednosti oportunistnih troškova sa isrpeljivanjem ležišta.

Na slici 4.12 prikazan je primer procene graničnog sadržaja u slučaju ograničenog kapaciteta flotacijske prerade (Rendu, 2008).



Slika 4.12. Procena graničnog sadržaja za slučaj fiksnog kapaciteta flotacijske prerade (Rendu, 2008)

S obizorom da je kapacitet flotacijske preradu fiksna i ne može da se menja, jedina promena koja može da se realizuje jeste promena, odnosno povećanje kapaciteta otkopavanja. Uticaj promena kapaciteta otkopavanja na granični sadržaj i na sadržaj materijala koji se šalje u proces prerade je sledeći:

- povećanje kapaciteta otkopavanja zahteva povećanje rudarskih kapitalnih troškova, i verovatno će dovesti do povećanja ukupnih troškova poslovanja



rudnika na godišnjem nivou. Međutim, takođe je verovatno da će doći do smanjenja troškova otkopavanja i režijskih troškova po toni iskopanog materijala.

- za ograničeni (fiksni) kapacitet prerade, granični sadržaj mora da se poveća da bi se konstantna količina materijala slala na preradu. Prosečni sadržaj materijala koji ide u proces prerade će se povećati, a takođe i količina prodatog proizvoda.
- životni vek rudnika će se smanjiti.
- u nekim slučajevima, materijal sa nižim sadržajem koji se ne prerađuje biće skladišten na rudnim zalihama.

Da bi se odlučilo da li je povećanje kapaciteta otkopavanja opravdano, mora se proceniti očekivani uticaj na neto dobit projekta, uzimajući u obzir više faktora:

- povećani kapitalni troškovi novog kapaciteta otkopavanja,
- smanjeni jedinični operativni troškovi otkopavanja,
- povećan granični sadržaj na ulazu u proces flotacijske prerade i povećana godišnja prodaja metala,
- gubitak materijala sa nižim sadržajem ili odložena prerada nekih od ovih materijala,
- smanjen životni vek rudnika i rezultujući društveno - ekonomski i politički uticaj,
- smanjenje trajanja projekta i smanjen politički rizik ukoliko postoji.

#### **4.5.3. Ograničenje kapaciteta metalurške prerade**

Ako je kapacitet metalurške prerade (topljenja i rafinacije) ograničavajući faktor, dolazi do vremenskog odlaganja budućih tokova gotovine, što generiše oportunitetne troškove koji se distribuiraju po jedinici rafinisanog koncentrata.

Ograničenje kapaciteta metalurške prerade može biti tehničko-tehnološkog karaktera ili može biti finansijske prirode, kada se kupoprodajnim ugovorom definiše količina proizvoda (u ovom slučaju metala) koja se isporučuje kupcu.

Ako ni kapacitet otkopavanja niti prerade nije ograničen, broj mogućih graničnih sadržaja je teoretski beskonačan. Visok granični sadržaj će rezultirati visokim prosečnim sadržajem iznad graničnog sadržaja. Za veći granični sadržaj, potreban je manji kapacitet postrojenja prerade da bi se održala prodaja na potrebnom nivou.

Kada ni kapacitet otkopavanja niti prerade nije ograničen, optimizacija graničnog sadržaja zahteva analizu nekoliko izvodljivih rešenja: nizak granični sadržaj i velika postrojenja prerade, ili visoki granični sadržaj i manja postrojenja prerade. Tehnička ograničenja, uključujući i ograničenja koje nameće geologija ležišta, smanjiće broj izvodljivih opcija. Viši granični sadržaj će rezultirati nižim kapitalnim troškovima za postrojenja i verovatno više operativne troškove poslovanja, dok će uticaj na kapitalne i operativne troškove otkopavanja biti u funkciji geoloških karakteristika ležišta i primenjenih rudarskih metoda. Optimizacija graničnog sadržaja zahteva procenu kapitalnih i operativnih troškova i analizu novčanog toka za svako izvodljivo rešenje.

Ako se u vremenu  $T = Qr_n/R$ , preradi jedna jedinica rude, pri čemu se dobija  $Qr_n$  jedinica metala, tada se jednačina kojom se definišu ograničavajući ekonomski granični sadržaji za slučaj ograničenja kapaciteta prerade može napisati u obliku:

$$v_r = \left[ [(p_n - r_n) \times Qr_n] - [c_n \times Qc_n] - [m_n \times Qm_n] - \left[ (f + F) \times \frac{Qr_n}{R} \right] \right] \quad (4.19)$$

I u ovom slučaju samo izraz  $-m_n \times Qm_n$  ne varira sa promenom graničnog sadržaja  $g$ , na osnovu čega sledi jednačina za proračun optimalnog graničnog sadržaja  $g_r$ :

$$g_r = \frac{c_n}{\left( (p_n - r_n) - \frac{(f + F)}{R} \right) \times y} \quad (4.20)$$

Izraz  $(f+F)/R$  predstavlja oportunitetni trošak po toni prerađenog koncentrata.

Utvrđivanje graničnog sadržaja postaje lakše ako se, pored ograničenja u količini prerađenog metala, doda i ograničenje za kapacitet otkopavanja ili flotacijske prerade.

Prosečan sadržaj iznad graničnog sadržaja  $g_{+c}$  dobija se po jednačini, (Rendu, 2008):

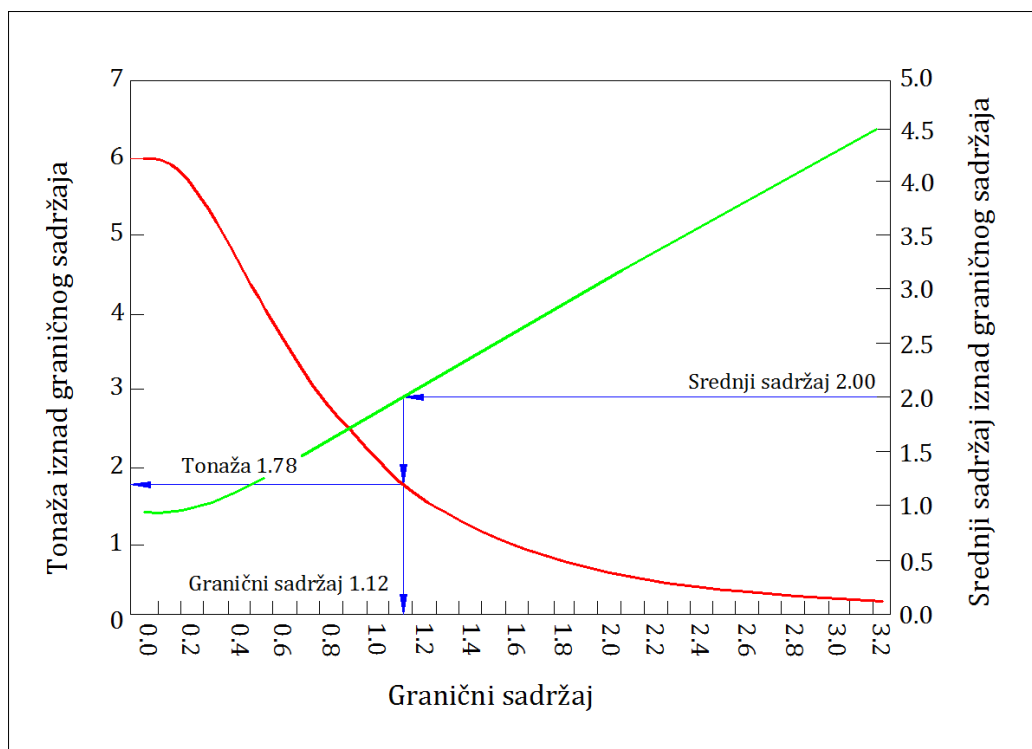
$$g_{+c} = \frac{Q_{+c}}{t_{+c}} \quad (4.21)$$

Gde su:  $Q_{+c}$  – količina metala u rudi koja se preradi u jednoj godini

$t_{+c}$  – količina rude iznad graničnog sadržaja koja se preradi u jednoj godini.

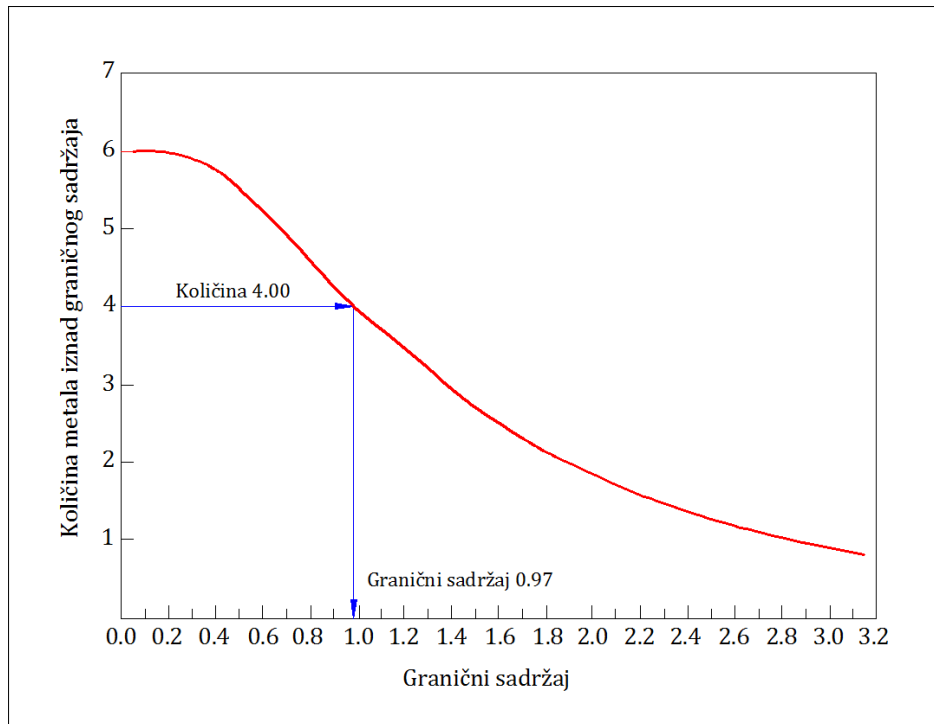
Na osnovu prosečnog sadržaja  $g_{+c}$  na grafiku *sadržaj – tonaža* određuje se granični sadržaj  $g$ , za slučaj ograničenja kapaciteta otkopavanja, odnosno flotacijske prerade.

Primer određivanja graničnog sadržaja za prvi slučaj, ograničenja se odnose na flotacijsku i metaluršku preradu, bez ograničenja kapacitet otkopavanja, prikazan je na slici 4.13, (Rendu, 2008).



Slika 4.13. Procena gračnog sadržaja i tonaže za dati srednji sadržaj (Rendu, 2008)

Primer određivanja gračnog sadržaja za drugi slučaj, ograničenja se odnose na kapacitet otkopavanja i metalurške prerade, bez ograničenja kapacitet flotacijske prerade, prikazan je na slici 4.14, (Rendu, 2008).



Slika 4.14. Procena graničnog sadržaja za planirane (zahtevane) količine metala (Rendu, 2008)

#### 4.6. Balansiranje graničnim sadržajima

Kapaciteti faza procesa dobijanja finalnog proizvoda (faza otkopavanja, faza flotacijske prerade i faza metalurške prerade) mogu da ograničavaju proces pojedinačno ili u paru. Ako je proces limitiran parom faza, onda izlaz svake ograničavajuće faze mora biti usklađen da bi se iskoristio maksimalni kapacitet ovih faza. Proces usklađivanja naziva se **balansiranje graničnim sadržajima**.

Ograničenja kapaciteta predstavljena su formulama:

$$Qm_n \leq M \forall n \quad (4.22)$$

$$Qc_n \leq C \forall n \quad (4.23)$$

$$Qr_n \leq R \forall n \quad (4.24)$$

Kada kapaciteti faza dobijanja finalnog proizvoda ograničavaju proces u paru, onda se kao što je već navedeno, vrši balansiranje graničnim sadržajima, sa ciljem da se na racionalan i ekonomski opravdan način postigne optimalno iskorišćenje kapaciteta tih faza. Razmatraju se tri slučaja ograničenja kapaciteta faza u paru:

- I slučaj – otkopavanje i flotacijska prerada
- II slučaj – otkopavanje i metalurška prerada
- III slučaj – flotacijska prerada i metalurška prerada.

Neka se distribucija *sadržaj-tonaža* jedne faze razvoja kopa sastoji od  $K$  priraštaja sadržaja, tj  $(g_1, g_2), (g_2, g_3), (g_3, g_4), \dots, (g_{k-1}, g_k)$ , i, za svaki priraštaj sadržaja, neka postoje  $t_k$  tone materijala. U principu, ako  $k^*$  predstavlja priraštaj sadržaja  $(g_k, g_{k+1})$  i niži sadržaj u  $k^*$ , tj  $g_k$  se smatra graničnim sadržajem, tada količine rude  $t_o$ , količine jalovine  $t_w$ , i prosečan sadržaj metala u rudi  $g_{sr}$ , date su jednačinama (4.25), (4.26) i (4.27):

$$t_o(g_k) = \sum_{k=k^*}^K t_k \quad (4.25)$$

$$t_w(g_k) = \sum_{k=1}^{k^*-1} t_k \quad (4.26)$$

$$g_{sr}(g_k) = \frac{\sum_{k=k^*}^K \left[ t_k \left( \frac{g_k + g_{k+1}}{2} \right) \right]}{t_o(g_k)} \quad (4.27)$$

Balansiranje graničnih sadržaja zavisi od distribucije *sadržaj-tonaža* individualne faze razvoja kopa. Dakle, ovi granični sadržaji su izvedeni iz kriva distribucije *sadržaj-tonaža* koje predstavljaju količinu rude po jedinici otkopanog materijala, količine dobijenog metala po jedinici otkopanog materijala, i količine dobijenog metala po jedinici rude, kako je dato na slikama 4.15, 4.16 i 4.17, respektivno.

Balansiranje graničnog sadržaja za faze otkopavanja i flotacijske prerade je ono koje se odnosi na prvo i drugo ograničenje (jednačine (4.22) i (4.23)). Kapaciteti

otkopavanja i flotacijske prerade biće u ravnoteži kada je količina rude po jedinici otkopanog materijala jednaka odnosu  $C/M$ .

Za kategoriju sadržaja  $k^*$ , odnos količina rude prema ukupnim otkopanim količinama, predstavljen kao  $mc(k^*)$  je:

$$mc(k^*) = \frac{t_o(g_k)}{t_o(g_k) + t_w(g_k)} \quad (4.28)$$

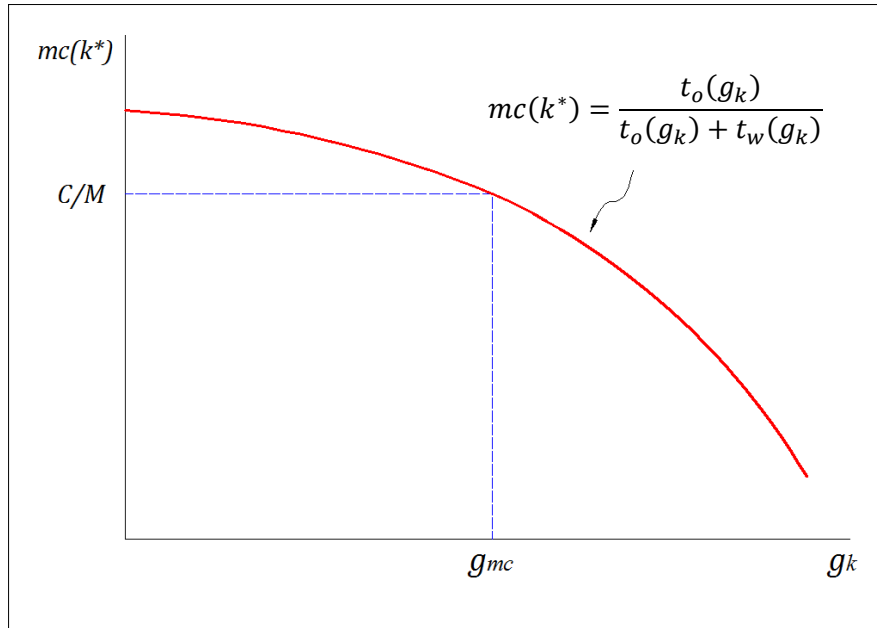
Znajući ovaj odnos, balansiranje graničnog sadržaja za faze otkopavanja i flotacijske prerade je određen na osnovu krive predstavljene na slici 4.15. Kako odnos,  $C/M$  leži između  $mc(k^*)$  i  $mc(k^*+1)$  na  $y$  osi, odgovarajuća vrednost na  $x$  osi predstavlja balansirani granični sadržaj  $g_{mc}$  koji se određuje linearnom aproksimacijom na sledeći način:

$$g_{mc} = \frac{\frac{C}{M} - mc(k^*)}{mc(k^* + 1) - mc(k^*)} + g_k \quad (4.29)$$

Slično tome, balansiranje graničnog sadržaja za faze otkopavanja i metalurške prerade je ono koje se odnosi na prvo i treće ograničenje (jednačine (4.22) i (4.24)). Kapaciteti otkopavanja i metalurške prerade biće u ravnoteži kada je količina dobijenog metala po jedinici otkopanog materijala jednaka odnosu  $R/M$ .

Za kategoriju sadržaja  $k^*$ , odnos količine dobijenog metala prema ukupnim otkopanim količinama, predstavljen kao  $mr(k^*)$  je:

$$mr(k^*) = \frac{t_o(g_k) \times g_{sr}(g_k) \times g}{t_o(g_k) + t_w(g_k)} \quad (4.30)$$



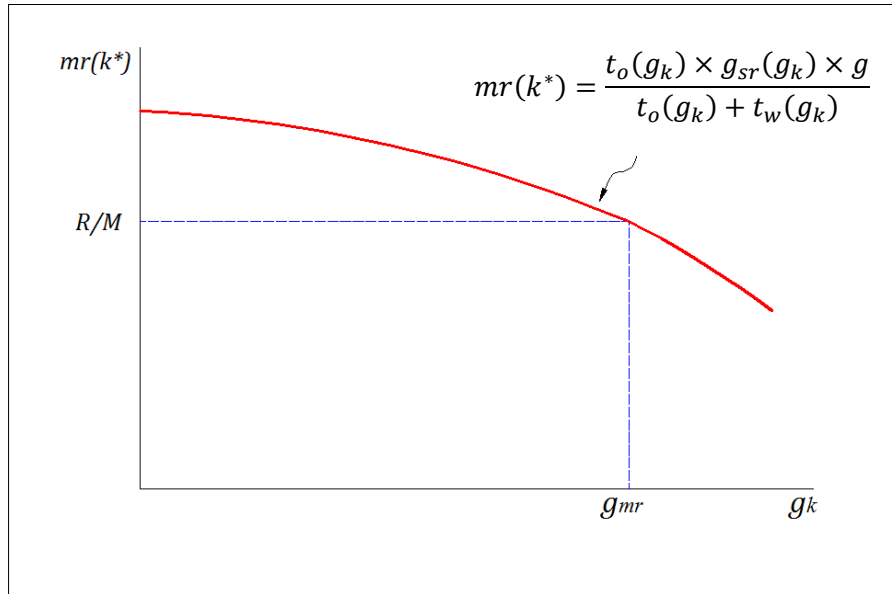
Slika 4.15. Kriva *sadržaj – tonaža* za I slučaj balansiranja graničnim sadržajima (Asad, M.W.A., Topal, E., 2011)

Znajući ovaj odnos, balansiranje graničnog sadržaja za faze otkopavanja i metalurške prerade je određen iz krive predstavljene na slici 4.16.

Kako odnos  $R/M$  leži između  $mr(k^*)$  i  $mr(k^*+1)$  na  $y$  osi, odgovarajuća vrednost na  $x$  osi predstavlja izbalansirani granični sadržaj  $g_{mr}$  koji se određuje linearnom aproksimacijom na sledeći način :

$$g_{mr} = \frac{\frac{R}{M} - mr(k^*)}{mr(k^* + 1) - mr(k^*)} + g_k \quad (4.31)$$





Slika 4.16. Kriva *sadržaj – tonaža* za II slučaj balansiranja graničnim sadržajima (Asad, M.W.A., Topal, E., 2011)

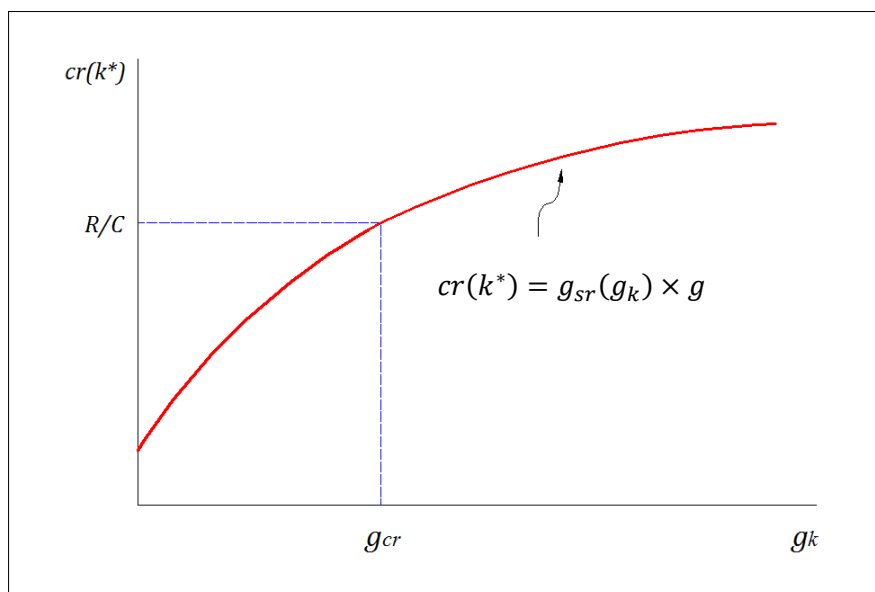
Takođe, balansiranje graničnog sadržaja za faze flotacijske prerade i metalurške prerade je ono koje se odnosi na drugo i treće ograničenje (jednačine (4.23) i (4.24)). Kapaciteti flotacijske i metalurške prerade biće u ravnoteži kada je količina dobijenog metala po jedinici rude jednaka odnosu  $R/C$ .

Za kategoriju sadržaja  $k^*$ , dobijeni metal, predstavljen kao  $cr(k^*)$  je:

$$cr(k^*) = g_{sr}(g_k) \times g \quad (4.32)$$

Znajući  $cr(k^*)$ , balansiranje graničnog sadržaja za faze flotacijske i metalurške prerade određuje se na osnovu krive prikazane na slici 4.17. Kako odnos  $R/C$  leži između  $cr(k^*)$  i  $cr(k^*+1)$  na  $y$  osi, odgovarajuća vrednost na  $x$  osi predstavlja balansirani granični sadržaj  $g_{cr}$  koji je određen linearnom aproksimacijom na sledeći način:

$$g_{mr} = \frac{\frac{R}{C} - cr(k^*)}{cr(k^* + 1) - cr(k^*)} + g_k \quad (4.33)$$



Slika 4.17. Kriva *sadržaj – tonaža* za III slučaj balansiranja graničnim sadržajima (Asad, M.W.A., Topal, E., 2011)

#### 4.7. Efektivni optimalni granični sadržaj

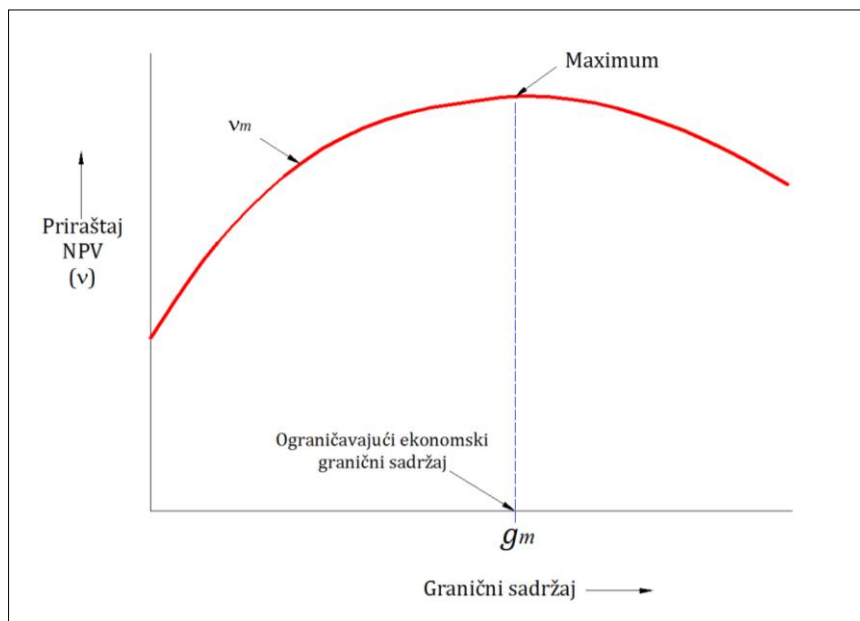
U poglavljima 4.5 i 4.6 definisana su tri ograničavajuća ekonomska granična sadržaja i tri balansirana granična sadržaja, odnosno ukupno šest graničnih sadržaja, pri čemu oni mogu da formiraju tri moguća para graničnih sadržaja u zavisnosti od ograničavajućih komponenti rudarskog sistema.

To dovodi do šest različitih mogućnosti, ali samo jedna od njih je optimalna pod datim radnim uslovima.

Najbolji način da se ispituju međusobni odnosi šest graničnih sadržaja je da se izračuna varijabla  $v$  koja je zapravo stopa promene  $V^*$ , optimalne sadašnje vrednosti, u odnosu na korišćenje resursa. Drugim rečima, to je priraštaj u sadašnjoj vrednosti po jedinici iskorišćenog resursa. Ova varijabla mora da se maksimizira kako bi se utvrdio optimalni granični sadržaj.

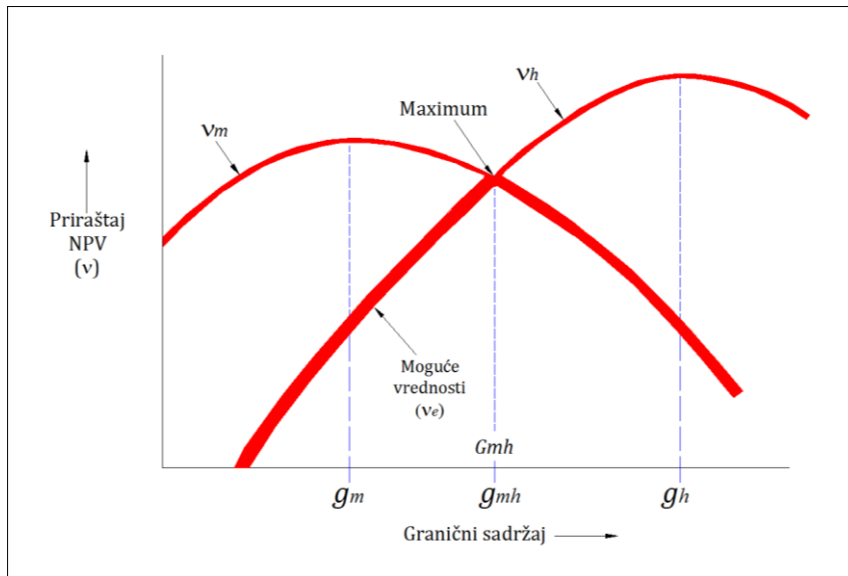
Formula Lane (1997) kojom je definisana varijabla  $v$ , kao i njena tri oblika izvedena na osnovu vremena  $T$ , data je u poglavlju 4.5.

Grafikoni sva tri oblika  $v$  kao funkcije graničnog sadržaja,  $g$ , su slični: konkavne krive sa jednim maksimumom. Maksimum odgovara ograničavajućem ekonomskom graničnom sadržaju za komponentu koja se razmatra. Ovo je ilustrovano na slici 4.18, (Lane, 1997).



Slika 4.18. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj za jednu komponentu ( $M$ ) gde komponenta  $M$  limitira ekonomski optimum (Lane, 1997)

Ukoliko se grafici za dva oblika  $v$  preklape, onda dobijaju oblik kao što je prikazano na slici 4.19, (Lane, 1997).

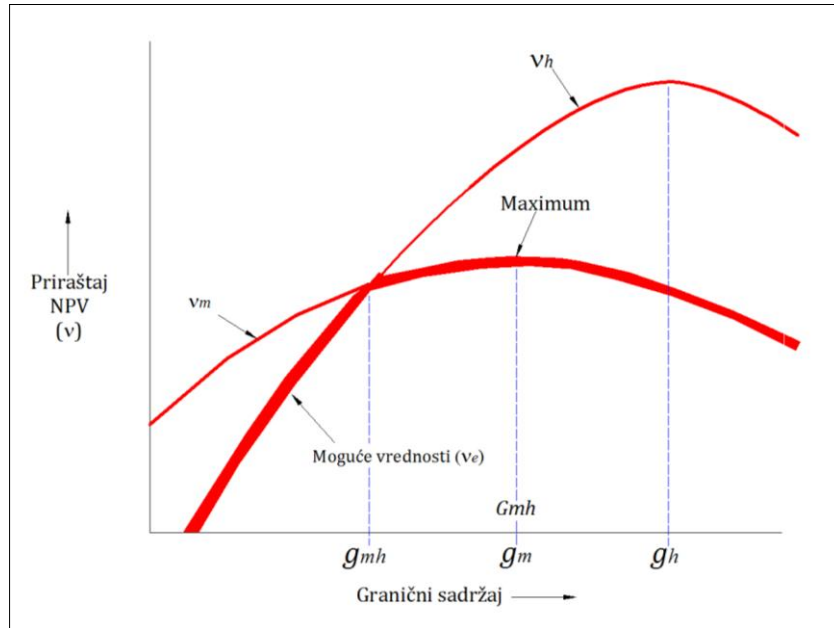


Slika 4.19. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj za dve komponente ( $M$  i  $C$ ) gde se optimum dobija balansiranjem graničnih sadržaja  $g_m$  i  $g_h$  (Lane, 1997)

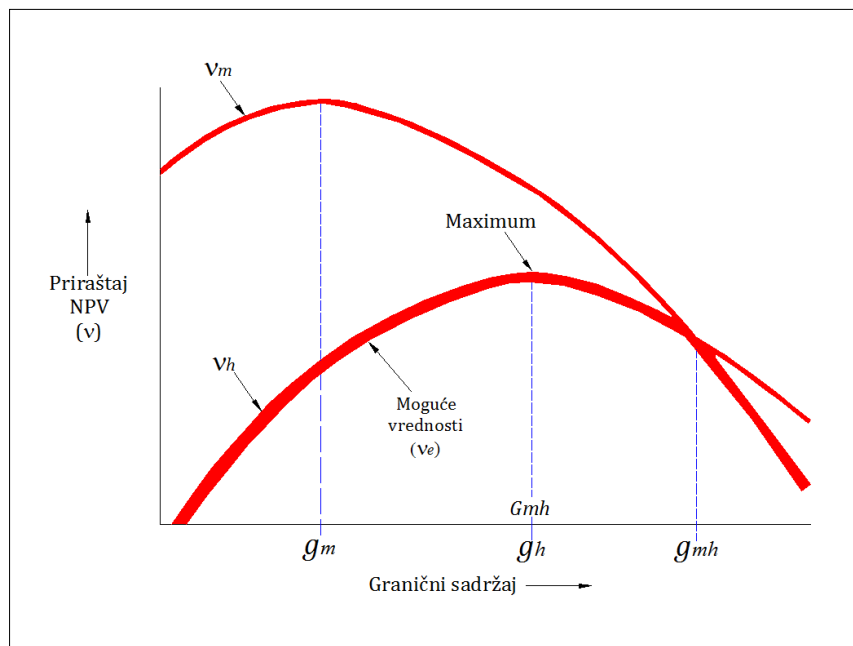
Dva oblika  $v$  u ovom slučaju odgovaraju otkopavanju i flotacijskoj preradi. Presek ova dva grafikona daje

$$v_m = v_h \quad (4.34)$$

To znači da tačka preseka odgovara balansiranom graničnom sadržaju,  $g_{mh}$ . Dalje, lako može da se pokaže iz formula da za vrednosti graničnog sadržaja koje su manje od  $g_{mh}$  faza flotacijske prerade je ograničavajuća i da je za vrednosti iznad  $g_{mh}$  faza otkopavanja ograničavajuća. Drugim rečima, mogući oblik  $v$ , u bilo kom graničnom sadržaju, je uvek niži od dve krive. Na slici 4.19 prikazana je kao podebljana linija. Maksimalna moguća vrednost  $v$  na slici se javlja na mestu preseka,  $g_{mh}$ . Međutim, to nije uvek tako i zato moraju da se ispituju i druga dva slučaja. Ovo je, takođe, najbolje grafički ilustrovano na slikama 4.20 i 4.21, (Lane, 1997).



Slika 4.20. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj dve komponente ( $M$  i  $C$ ) gde komponenta  $M$  ograničava optimum (Lane, 1997)



Slika 4.21. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj dve komponente ( $M$  i  $C$ ) gde komponenta  $C$  ograničava optimum (Lane, 1997)

Slika 4.20 pokazuje da kada je balansirani granični sadržaj  $g_{mh}$  manji od  $g_m$ , kapacitet otkopavanja je usko grlo u radu i  $g_m$  je optimalni granični sadržaj. Sa druge strane, kao što slika 4.21 prikazuje, kada je  $g_{mh}$  veći od  $g_m$ , kapacitet flotacijske prerade je usko grlo i  $g_h$  je optimalni granični sadržaj.

Stoga, sledeće pravilo može da se formuliše za rudarsku operaciju ograničenu kapacitetom otkopavanja i flotacijske prerade. Ako efektivni optimalni granični sadržaj označimo sa  $G_{mh}$ , tada će on za određene kombinacije parova iznositi:

- otkopavanje i flotacijska prerada

$$G_{mh} = \begin{matrix} g_m & \text{ako } g_{mh} < g_m \\ g_h & \text{ako } g_{mh} > g_h \\ g_{mh} & \text{u suprotnom} \end{matrix} \quad (4.35)$$

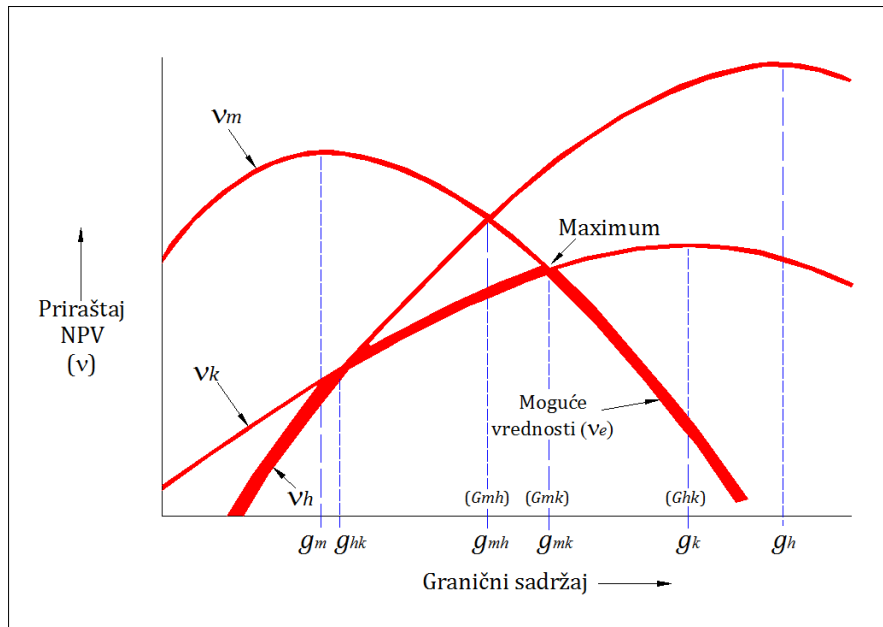
- otkopavanje i metalurška prerada

$$G_{mk} = \begin{matrix} g_m & \text{ako } g_{mk} < g_m \\ g_k & \text{ako } g_{mk} > g_k \\ g_{mk} & \text{u suprotnom} \end{matrix} \quad (4.36)$$

- flotacijska i metalurška prerada

$$G_{hk} = \begin{matrix} g_k & \text{ako } g_{hk} < g_k \\ g_h & \text{ako } g_{hk} > g_h \\ g_{hk} & \text{u suprotnom.} \end{matrix} \quad (4.37)$$

Ukupni efektivni optimalni granični sadržaj je sada jedan od tri slučaja,  $G_{mh}$ ,  $G_{mk}$  i  $G_{hk}$ . Njihov položaj može grafički da se ilustruje, kao na slici 4.22, (Lane, 1997).



Slika 4.22. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj za tri komponente; slučaj kada se efektivni optimalni granični sadržaj  $G_{mk}$ , koji daje maksimum, ne poklapa sa ostalim efektivnim optimalnim graničnim sadržajima  $G_{mh}$  i  $G_{hk}$  (Lane, 1997)

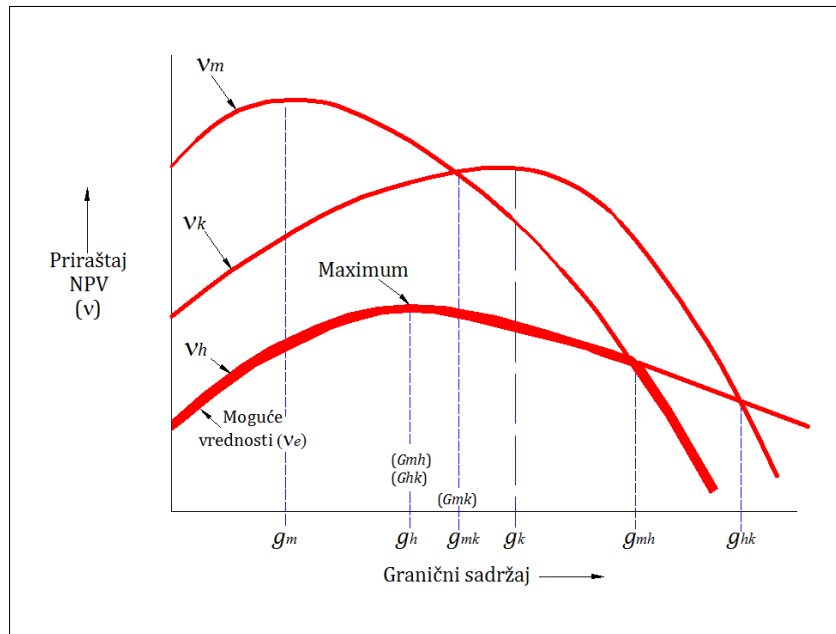
Najveće povećanje sadašnje vrednosti koje se može postići pri nekoj vrednosti graničnog sadržaja, na osnovu ograničenja kapaciteta, je zapravo najmanja vrednost od  $v_m$ ,  $v_k$  i  $v_h$ . Ovo je predstavljeno sa tri segmenta krivih koji su prikazani zadebljanim linijama na slici 4.22. Optimalni granični sadržaj očigledno odgovara najvišoj tački na ovim segmentima i predstavlja srednju vrednost od  $G_{mh}$  i  $G_{hk}$ . Odnosno efektivni optimalni granični sadržaj  $G$  je:

$$G = \text{srednja vrednost } (G_{mk}, G_{mh}, G_{hk}) \quad (4.38)$$

U slučaju prikazanom na slici 4.22, to je  $G_{mk}$ . Nadalje, prateći povećanje sadašnje vrednosti,  $v$  je uvek najmanje od tri povećanja koja su moguća s obzirom na faze u parovima.

Najviša tačka ova tri segmenta ne mora da bude na jednom od temena kao na slici 4.22. U zavisnosti od relativne pozicije tri inkrementalne krive sadašnje vrednosti, jedna od tačaka maksimuma može biti  $G_m$ ,  $G_k$  ili  $G_h$ . Pod ovim okolnostima, ukupan

kapacitet je ograničen samo jednom fazom i dvema povezanim vrednostima od  $G_{mh}$ ,  $G_{mk}$  i  $G_{hk}$  koje se poklapaju. Slika 4.23 ilustruje ovu poziciju (Lane, 1997). Ovde se  $G_{mh}$  i  $G_{hk}$  poklapaju u  $g_h$ . Ovo je efektivni optimalni granični sadržaj kada kapacitet flotacijske prerade samostalno ograničava kapacitet rudarske proizvodnje.



Slika 4.23. Priraštaj NPV u odnosu na granični sadržaj za tri komponente; slučaj kada se efektivni optimalni granični sadržaji  $G_{mh}$  i  $G_{hk}$ , koji daju maksimum, međusobno poklapaju (Lane, 1997)

#### 4.8. Optimizacija graničnog sadržaja kod polimetalčnih ležišta

Polimetalčna ležišta definisana su kao ležišta koja sadrže više od jednog metala u rudi koji imaju neku ekonomsku vrednost. Formule koje se koriste za izračunavanje dobiti od slanja jedne tone rude na određenu destinaciju ili u proces prerade moraju da uzmu u obzir doprinos svakog metala u ekonomskom smislu. Odluka da li će neka tona materijala biti odložena na odlagalištu ili poslata na preradu u ovom slučaju ne može da se vrši samo na osnovu sadržaja jednog metala u ležištu.

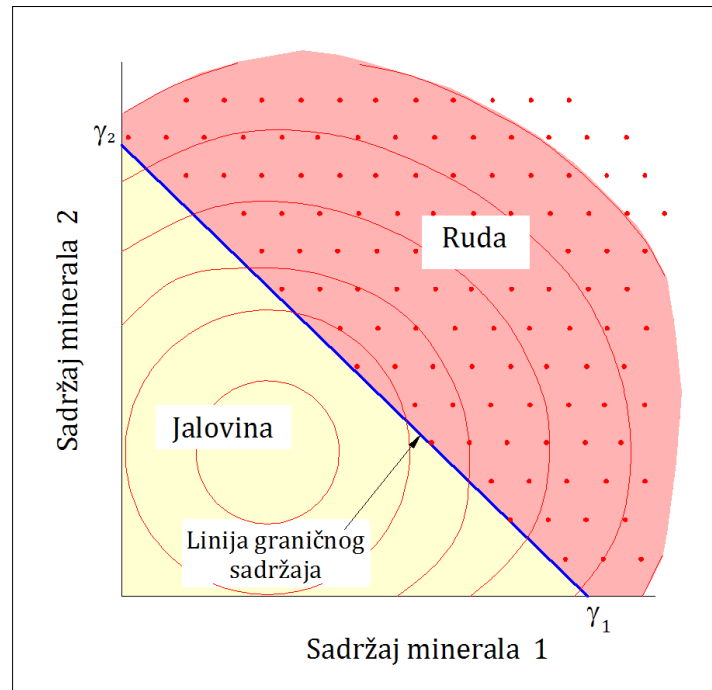


Model za optimizaciju graničnog sadržaja razmatra idealan proces eksploatacije, koji se sastoji od faza otkopavanja, flotacijske prerade i metalurške prerade (Lane, 1964). Faza metalurške prerade dalje podrazumeva dva procesa rafinacije za dva ekonomska minerala, odnosno dodatnu rafinaciju za drugi mineral (Lane 1984).

Optimizacija graničnog sadržaja bazira se na maksimizaciji NPV, kao što je navedeno u poglavlju 4.3.

Granični sadržaj *minerala 1* i *minerala 2* diktira količinu koja se otkopava, flotacijski i metalurški prerađuje u određenom periodu  $n$  i, shodno tome, dobit postaje zavisna od definicije graničnog sadržaja. Dakle, rešenje problema leži u određivanju optimalnih graničnih sadržaja u određenom periodu, što na kraju maksimizira funkciju cilja.

Distribucija *sadržaj-tonaža* je dvodimenzionalna za slučaj ležišta dva ekonomska minerala (Lane 1997, Mohammad 1997, 2003, Asad, 2005a), kao što je prikazano na slici 4.24. Umesto krive, distribucija je površina i može da bude predstavljena serijom kontura. Granični sadržaj je granica između rude i jalovine, pa je stoga prava linija. Najjednostavniji način da se odredi granična linija je putem njenih presečnih tačaka,  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$ , sa osama sadržaja. Vrednost  $\gamma_1$  je zapravo granični sadržaj za *mineral 1* u odsustvu *minerala 2* i  $\gamma_2$  je granični sadržaj za *mineral 2* u odsustvu *minerala 1*. Dakle, problem određivanja politike optimalnog graničnog sadržaja za ležište sa dva ekonomski vredna minerala je u stvari određivanje redosleda parova vrednosti za presečne tačke graničnih sadržaja  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$  koje maksimiziraju NPV procesa eksploatacije (Lane 1997, Mohammad 1997, 2003, Asad, 2005a).



Slika 4.24. Dvodimenzionalna distribucija *sadržaj-tonaža* za dva minerala u ležištu (Asad, 2005a)

Za rešavanje problema određivanja optimalne vrednosti presečnih tačaka  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$  koje maksimiziraju NPV korišćena je tehnika pretrage po mreži. Ova tehnika je iterativna i počinje sa početnom pretpostavkom za  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$ , a zatim napreduje generišući sekvence novih procena. Svaka nova procena nudi poboljšanje u odnosu na prethodne. Atributi tehnike pretrage po mreži (Ataei i Osanloo 2004) uključuju sledeće:

- procena obezbeđuje smanjenje nesigurnosti rešenja funkcije cilja razmatranjem svih mogućih tačaka u mreži blizu procenjenog rešenja,
- razmatrane procene ili tačke u mreži pokušavaju da utvrde pravac pretrage u kome se očekuje maksimalna vrednost funkcije cilja,
- zbog iterativne prirode bolji rezultati proračuna dobijaju se primenom računara, i
- tehnika je opšta i sveobuhvatno primenljiva, čak i ako je drugi mineral od manjeg značaja.

Asad (2005a) je predstavio postupak optimizacije graničnog sadržaja kod polimetaličnih ležišta na sledeći način.

Pretpostavlja se da se distribucija *sadržaj-tonaža* u ležištu sastoji od  $K$  pojedinačnih kategorija sadržaja ili priraštaja *minerala 1*, što se predstavlja kao:

$$[g_1(1), g_1(2)], [g_1(2), g_1(3)], \dots, [g_1(K-1), g_1(K)] \quad (4.39)$$

Stoga, ležište se sastoji od  $L$  pojedinačnih kategorija sadržaja ili priraštaja *minerala 2* za svaku kategoriju sadržaja ili priraštaja *minerala 1*, što se predstavlja kao:

$$[g_2(1), g_2(2)], [g_2(2), g_2(3)], \dots, [g_2(L-1), g_2(L)] \quad (4.40)$$

Shodno tome, za svaku kategoriju sadržaja *minerala 1* i  $L$  kategorije sadržaja *minerala 2*, postoje  $t$  tona materijala.

U principu, ako je kategorija sadržaja  $[g_1(k), g_1(k+1)]$  *minerala 1* predstavljena kao  $k^*$ , onda se niži sadržaj u  $k^*$ ,  $g_1(k)$  smatra graničnim sadržajem *minerala 1*. Shodno tome, ako je kategorija sadržaja  $[g_2(l), g_2(l+1)]$  *minerala 2* koja odgovara  $k^*$  predstavljena kao  $l^*$ , onda se niži sadržaj u  $l^*$ ,  $g_2(l)$  smatra graničnim sadržajem *minerala 2*.

Na osnovu toga slede proračuni.

- 1) Količine rude, odnosno količine iznad graničnog sadržaja *minerala 1* i *minerala 2*, predstavljene su kao  $T_0$ :

$$T_0(k^*, l^*) = \sum_{k=k^*}^K \sum_{l=l^*}^L t_{(k,l)} \quad (4.41)$$

- 2) Količine jalovine, odnosno količine ispod graničnog sadržaja *minerala 1* i *minerala 2*, predstavljene su kao  $T_w$ :

$$T_w(k^*, l^*) = \sum_{k=1}^{k^*-1} \sum_{l=1}^{l^*-1} t_{(k,l)} \quad (4.42)$$

3) Prosečni sadržaj *minerala 1*, predstavljen kao  $g_{avg1}$ :

$$g_{avg1}(k^*) = \frac{\sum_{k=k^*}^K \left[ \left( \sum_{l=l^*}^L t_{(k,l)} \right) \left( \frac{g_1(k) + g_1(k+1)}{2} \right) \right]}{T_0(k^*, l^*)} \quad (4.43)$$

4) Prosečni sadržaj *minerala 2*, predstavljen kao  $g_{avg2}$ :

$$g_{avg2}(l^*) = \frac{\sum_{k=k^*}^K \left[ \left( \sum_{l=l^*}^L t_{(k,l)} \right) \left( \frac{g_2(l) + g_2(l+1)}{2} \right) \right]}{T_0(k^*, l^*)} \quad (4.44)$$

U narednim formulama od 4.45 do 4.66, korišćene su sledeće oznake:

$n$  – period (godina)

$N$  – životni vek rudnika (godine)

$P$  – profit (\$/god)

$d$  – diskontna stopa (%)

$M$  – kapacitet otkopavanja (t/god)

$C$  – kapacitet flotacijske prerade (t/god)

$R_1$  – kapacitet metalurške prerade *minerala 1* (t/god)

$R_2$  – kapacitet metalurške prerade *minerala 2* (t/god)

$Q_m$  – količina otkopanog materijala (t/god)

$Q_c$  – količina rude u procesu flotacijske prerade (t/god)

$Q_{r1}$  – količina proizvedenog *minerala 1* (t/god)

$Q_{r2}$  – količina proizvedenog *minerala 2* (t/god)

$y_1$  – metalurško iskorišćenje *minerala 1* (%)

$y_2$  – metalurško iskorišćenje *minerala 2* (%)

$p_1$  – prodajna cena *minerala 1* (\$/t)

$p_2$  – prodajna cena *minerala 2* (\$/t)

$r_1$  – troškovi metalurške prerade *minerala 1* (\$/t)

$r_2$  – troškovi metalurške prerade *minerala 2* (\$/t)

$m$  – troškovi otkopavanja (\$/t)

$c$  – troškovi flotacijske prerade (\$/t)

$f$  – administrativni/fiksni troškovi (\$/god)

Ako je:

$$\begin{cases} Q_c = C, & \text{ako } T_0 > C \\ Q_c = T_0, & \text{u suprotnom} \end{cases} \quad (4.45)$$

Onda sledi da je:

$$Q_m = Q_c \left(1 + \frac{T_w}{T_0}\right) \quad (4.46)$$

$$Q_{r1} = Q_c \times g_{avg1} \times y_1 \quad (4.47)$$

$$Q_{r2} = Q_c \times g_{avg2} \times y_2 \quad (4.48)$$

Profit ostvaren rudarskom eksploatacijom prikazuje se sledećom jednačinom:

$$P = (p_1 - r_1) \times Q_{r1} + (p_2 - r_2) \times Q_{r2} - c \times Q_c - m \times Q_m - f \quad (4.49)$$

Pri čemu važe sledeća ograničenja:

$$Q_m \leq M \quad (4.50)$$

$$Q_c \leq C \quad (4.51)$$

$$Qr_1 \leq R_1 \quad (4.52)$$

$$Qr_2 \leq R_2 \quad (4.53)$$

Ako je potrebno vreme  $T$  da se otkopaju sledeće količine materijala  $Q_m$ , onda se dobit realizovana iz  $Q_m$  na kraju vremena  $T$  može postići zamenom jednačine (4.47) i (4.48) u jednačinu (4.49):

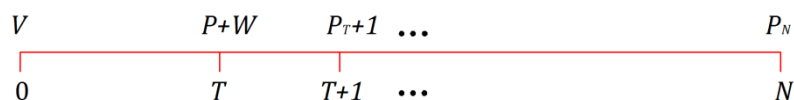
$$P = \{[(p_1 - r_1 \times g_{avg1} \times y_1)] + [(p_2 - r_2 \times g_{avg2} \times y_2)] - c\} \times Q_c - m \times Q_m - f \times T \quad (4.54)$$

Međutim, funkcija cilja je da maksimizira NPV budućih profita. Pod pretpostavkom da je  $V$  maksimalna moguća sadašnja vrednost budućih profita u trenutku nula i  $W$  je maksimalna moguća sadašnja vrednost budućih profita (od  $p_{T+1}$  do  $p_N$ ) koja se dobija iz rezervi nakon otkopavanja sledeće količine materijala  $Q_m$ , odnosno u vremenu  $T$ , onda scenario može biti predstavljen kao što je prikazano na slici 4.25.

Znajući diskontnu stopu  $\delta$  tada je maksimalna vrednost budućih profita:

$$W = \frac{P_{T+1}}{(1 + \delta)^{T+1}} + \dots + \frac{P_N}{(1 + \delta)^N} \quad (4.55)$$

$$V = \frac{P + W}{(1 + d)^T} \quad (4.56)$$



Slika 4.25. Scenario maksimizacije NPV prikazano na vremenskom dijagramu

Razlika od  $V$  i  $W$  predstavljena kao  $v$  zapravo je povećanje sadašnje vrednosti ostvareno otkopavanjem sledeće količine materijala  $Q_m$ . Pošto je  $T$  kratak interval vremena, jednačina (4.57) se može napisati kao:

$$v = (V - W) = P - dVT \quad (4.57)$$

Zamenom jednačine (4.54) u jednačinu (4.57) dobija se osnovni izraz za sadašnju vrednost, koja se koristi za proračun optimalnih graničnih sadržaja:

$$v = \left[ \frac{\{[(p_1 - r_1) \times g_{avg1} \times y_1] + [(p_2 - r_2) \times g_{avg2} \times y_2] - c\} \times Q_c}{-m \times Q_m - (f + dV) \times T} \right] \quad (4.58)$$

Vreme  $T$  je definisano na osnovu limitirajućeg kapaciteta bilo koje od četiri faze rudarske operacije, koja predstavlja četiri slučaja u zavisnosti od stvarnog ograničavajućeg kapaciteta. Dakle, ona se menja na sledeći način u zavisnosti od toga da li otkopavanje, flotacijska prerada i metalurška prerada *minerala 1* ili metalurška prerada *minerala 2* ograničava rad, odnosno:

$$T = \frac{Q_m}{M} \quad (4.59)$$

$$T = \frac{Q_c}{C} \quad (4.60)$$

$$T = \frac{Q_c \times g_{avg1} \times y_1}{R_1} \quad (4.61)$$

$$T = \frac{Q_c \times g_{avg2} \times y_2}{R_2} \quad (4.62)$$

Zamenom jednačina (4.59) ÷ (4.62) u jednačinu (4.58) dobijamo:

$$v_m = \left[ \left[ \left\{ \left( (p_1 - r_1) \times g_{avg1} \times y_1 \right) + \left( (p_2 - r_2) \times g_{avg2} \times y_2 \right) - c \right\} \times Q_c \right] - \left[ \left( m + \frac{f + dV}{M} \right) \times Q_m \right] \right] \quad (4.63)$$

$$v_c = \left[ \left[ \left\{ \left( (p_1 - r_1) \times g_{avg1} \times y_1 \right) + \left( (p_2 - r_2) \times g_{avg2} \times y_2 \right) \right\} \times Q_c \right] - \left[ \left( c + \frac{f + dV}{C} \right) \times Q_c \right] - [m \times Q_m] \right] \quad (4.64)$$

$$v_{r1} = \left[ \left[ \left\{ \left( \left( p_1 - r_1 - \frac{f + dV}{R_1} \right) \times g_{avg1} \times y_1 \right) + \left( (p_2 - r_2) \times g_{avg2} \times y_2 \right) - c \right\} \times Q_c \right] - [m \times Q_m] \right] \quad (4.65)$$

$$v_{r2} = \left[ \left[ \left\{ \left( (p_1 - r_1) \times g_{avg1} \times y_1 \right) + \left( \left( p_2 - r_2 - \frac{f + dV}{R_2} \right) \times g_{avg2} \times y_2 \right) - c \right\} \times Q_c \right] - [m \times Q_m] \right] \quad (4.66)$$

Sada, za sve vrednosti  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$ , moguće je izračunati  $v_m$ ,  $v_c$ ,  $v_{r1}$  i  $v_{r2}$ . Minimum ovih četiri vrednosti je uvek povezan sa ograničenjem kapaciteta. Dakle, funkcija cilja je maksimalna kao:

$$v_{max} = Max[Min(v_m, v_c, v_{r1}, v_{r2})] \quad (4.67)$$

U praksi, optimalne vrednosti za  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$  izračunavaju se pomoću primarne mreže od 969 ćelija. Maksimum je zatim prekriven finijom mrežom od 666 ćelija koje pokrivaju četiri originalne ćelije, koje okružuju maksimalnu tačku. Konačno, ovaj korak se ponavlja oko novog maksimuma. Dobijeni granični sadržaji nakon ovog koraka tehnike pretrage po mreži su optimalni granični sadržaji.



Kad se uspostave optimalne vrednosti za  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$ , materijal iznad optimalnog graničnog sadržaja u ležištu šalje se na preradu, a materijal ispod optimalnog graničnog sadržaja na deponiju.

#### 4.8.1. Neto metalurški povraćaj prihoda

U svom radu Rendu (2008) je problem optimizacije graničnog sadržaja u slučaju dva ekonomski značajna metala u ležištu rešio primenom **neto metalurškog povraćaja prihoda** (*engl. Net Smelter Return – NSR*).

Neto metalurški povraćaj prihoda (NSR) odnosi se na prihode koji se očekuju od slanja jedne tone koncentrata u topionicu, uzimajući u obzir flotacijska iskorišćenja, transportne troškove prevoza koncentrata do topionice, naknade za topljenje i rafinaciju (*engl. Treatment and Refining charges*), kao i ostale odbitke vezane za topionicu. NSR ne uzima u obzir troškove otkopavanja i flotacijske prerade.

Glavni parametri potrebni za proračune NSR prema ovoj metodologiji su:

- flotacijsko iskorišćenje metala – da se utvrdi koji se procenat metala koji je poslat u flotacijsku preradu prodaje.
- sadržaj koncentrata - da se utvrdi koliko je metala sadržano u toni koncentrata.
- troškovi prevoza koncentrata do topionice - od kapije rudnika do određene lokacije u topionici. Dodatni troškovi mogu nastati kod utovara/istovara i skladištenja u objektima pristaništa.
- osnovna količina metala koja otplaćuje troškove topionice. Neka umanjena su fiksna, dok su druga zasnovana na kliznoj skali kao funkcija sadržaja metala u koncentratu.
- naknada za topljenje - da se utvrde troškovi prerade jedne tone koncentrata u topionici.
- penali - ekstra troškovi zbog prisustva štetnih elementata u koncentratu.

- učešće cena - proporcionalni trošak koji može da nastane usled velike varijacije cena metala tokom trajanja ugovora.
- naknada za rafinaciju - da se utvrde troškovi rafinacije u topionici.

Parametri NSR se odnose na vrednost jedinice sadržaja metala (npr. \$/% bakra, \$/g zlata i sl). Ovi faktori se mogu koristiti u različitim situacijama za:

- brzu procena vrednosti svakog bloka u ležištu i ukupnih rezervi množenjem sadržaja NSR faktorima.
- izračunavanje prihoda od rudarskih planova.
- izračunavanje vrednosti rasute mineralizacije u ležištu da bi se donela odluka da li se ona prerađuje ili se odbacuje kao jalovina.
- brzu izradu studije osetljivosti za promenu cene metala.

Postoje mnoge prednosti ovog pristupa, a prvenstveno je efikasan da se:

- sadržaji polimetaličnih ruda brzo konvertuju u dolare po toni,
- vrednost rezervi brzo uporedi sa važećim troškova da bi se utvrdila njihova održivost; granični sadržaj postaje granični NSR, i
- brzo proceni efekat promene cena metala na berzi.

Metod ima neka ograničenja u primeni, i to:

- pristup ima tendenciju da izravjava statističku distribuciju vrednosti bloka, pri čemu može doći do toga da blokovi sa nižim sadržajem budu precenjeni, a blokovi sa višim sadržajem potcenjeni, i
- pristup važi samo u okviru radnih parametara procesa flotacijske prerade.

Prema tome, proračun NSR za jednu tonu rude sa prosečnim sadržajem  $g_1, g_2$  vrši se na sledeći način (Rendu, 2008):

$$NSR(g_1, g_2) = \frac{g_1 \times c_{f1} \times y_1 \times (p_1 - r_1) + g_2 \times c_{f2} \times y_2 \times (p_2 - r_2)}{(r_{sk} + r_{fk})} \quad (4.68)$$

Gde su:  $c_{f1}$  – flotacijsko iskorišćenje *minerala 1* (%)

$y_1$  – metalurško iskorišćenje *minerala 1* (%)

$c_{f2}$  – flotacijsko iskorišćenje *minerala 2* (%)

$y_2$  – metalurško iskorišćenje *minerala 2* (%)

$p_1$  – cena *minerala 1* (\$/t)

$p_2$  – cena *minerala 2* (\$/t)

$r_1$  – troškovi metalurške prerade *minerala 1*

$r_2$  – troškovi metalurške prerade *minerala 2*

$E$  – tone rude koje moraju da se prerade za proizvodnju jedne tone koncentrata

$r_{sk} + r_{fk}$  – troškovi topljenja i troškovi pakovanja, pripreme dokumentacije, utovara i istovara transporta i osiguranja u luci (*engl. Freight cost*) po toni koncentrata.

#### 4.9. Optimizacija graničnog sadržaja kod otkopavanja poslednje faze razvoja površinskog kopa

Osnovni uslov da bi se pristupilo otkopavanju poslednje faze razvoja površinskog kopa jeste da je neto sadašnja vrednost koja nastaje njegovim otkopavanjem pozitivna. NPV se obračunava na osnovu vrednosti svakog bloka koji pripada toj fazi i može se izraziti na sledeći način (Rendu, 2008):

$$NPV = \sum \frac{U_{jk}}{(1+i)^k} \quad (4.69)$$

Gde su:  $U_{jk}$  – vrednost bloka  $j$  u  $k$ -toj godini

$i$  – diskontna stopa.

Izračunavanje veličine  $U_{jk}$  vrši se po sledećoj formuli:

$$U_{jk} = U_{jk,dir} + U_{jk,opp} + U_{jk,oth} \quad (4.70)$$

Gde su:  $U_{jk, dir}$  – dobit ili gubitak nakon flotacijske prerade bloka

$U_{jk, opp}$  – oportunitetni troškovi

$U_{jk, dir}$  – ostali faktori koji se uzimaju u obzir u zavisnosti od postojećih faktora (ekološki, socijalno-ekonomski, etički, politički).

Ukoliko je odluka o otkopavanje faze već doneta i ne postoje ograničenja kapaciteta, svi blokovi koji će generisati pozitivan novčani tok nakon flotacijske prerade ( $U_{jk,dir} > 0$ ) treba da se podvrgnu daljem tretmanu prerade. Odluka da li da se blok nakon otkopavanja pošalje u proces flotacijske prerade ili ne, nezavisna je od diskontne stope. Shodno tome, pod pretpostavkom da nema ograničenja kapaciteta, svi blokovi koji generišu pozitivan novčani tok pozitivno će doprineti definisanju poslednje faze razvoja kopa i, samim tim, uticaće i na veličinu konačnog kopa. Međutim, optimizacija operacija otkopavanja i flotacijske prerade podrazumeva balansiranje kapitalnih i operativnih troškova, što uvek za rezultat ima ograničenje kapaciteta i oportunitetne troškove ( $U_{jk,opp} < 0$ ). Oportunitetni troškovi rezultiraju višim graničnim sadržajima, manje blokova se flotacijski prerađuje, i samim tim, manja je NPV faze razvoja kopa. Faza koja ima pozitivnu NPV kada se ograničenja kapaciteta ignorišu, može da ima negativnu NPV ako se ova ograničenja uzmu u obzir. Ignorisanje ograničenja kapaciteta može dovesti do toga se otkopa faza, koja ima negativnu NPV, i time da se dobije konačna granica kopa koja nije optimalna.

Kao primer, može da se navede rudarska eksploatacija koju čini proces otkopavanja i flotacijske prerade i prodaja koncentrata. Kapacitet flotacijske prerade je ograničen, što se uzima u obzir prilikom optimizacije graničnog sadržaja. Materijal sa niskim sadržajem koji ne može da bude podvrgnut flotacijskom procesu, nakon otkopavanja odlaže se na rudnim skladištima. Pri izračunavanju NPV jedne faze, mora se uzeti u obzir sledeće:

- za jalovinu, vreme kada je otkopana,

- za rudu koja se direktno šalje u proces prerade, vreme kada je otkopana i prerađena,
- za materijal sa niskim sadržajem koji se odlaže na rudnim zalihama, vreme kada je otkopan, kao i vreme kada je prošao flotacijsku preradu, što će verovatno biti mnogo kasnije.

Kada se optimizira veličina faze razvoja kopa, mora se uzeti u obzir ne samo povećanje graničnog sadržaja koje je prouzrokovano ograničenjima kapaciteta, nego i vremenska razlika koja obuhvata period od kada je otkopan materijal koji se deponuje na rudnim zalihama do trenutka kada je podvrgnut flotacijskoj preradi, i kasnije prodaja koncentrata. Ukoliko se ova vremenska razlika ignoriše, NPV faze biće znatno precenjena, što može da utiče na odluku da se faza koja sadrži rudu niskog sadržaja uključi u planiranje rudnika, što dovodi do toga da se ukupna NPV smanji.

#### **4.10. Formiranje rudnih zaliha – deponija rude**

Politika optimalnog graničnog sadržaja obično ukazuje na opšti pad graničnog sadržaja tokom trajanja eksploatacije, a rezultat toga je opadanje sadašnje vrednosti. Jedna od implikacija ovog fenomena je da sadržaji koji su neekonomični za tretiranje u ranim godinama mogu da se tretiraju kasnije, čime se ostvaruju pozitivni ekonomski efekti.

Mineralizovan materijal sa sadržajima između viših i nižih graničnih sadržaja zove se materijal srednjeg sadržaja. Određene metode otkopavanja dozvoljavaju skladištenje takvog materijala i, u ovim slučajevima, može se razmatrati strategija formiranja rudnih zaliha, sa ciljem njihovog kasnijeg tretmana. Ovo ima očigledne prednosti kod dugoročnog planiranja površinskih kopova, kada mineralizovani materijal sa niskim sadržajem može da se u ekonomskom smislu klasifikuje kao ruda u nekoj fazi tokom života rudnika, umesto da se odbaci kao jalovina. Time se maksimizira količina minerala koji se može iskoristiti iz ležišta, dok istovremeno,

strategija poboljšava ukupnu ekonomiju povećanjem novčanih tokova u kasnijim godinama, kada se materijal sa rudnih zaliha ponovo uvodi u proces.

Skladištenje materijala niskog sadržaja može se takođe razmatrati kada ograničenja kapaciteta sprečavaju trenutnu preradu materijala koji inače mogu biti ekonomski prerađeni. J. M. Rendu (2008) u svom radu navodi da se odluka da li materijal sadržaja  $g$  treba odložiti na odlagalište ili skladištiti, donosi na osnovu poređenja dobiti od odlaganja  $U_{jalovina}(g)$  sa onom od skladištenja  $U_{stp}(g)$ . Granični sadržaj između rudnih zaliha i jalovine je vrednost  $g_c$  od sadržaja  $g$  za koji je  $U_{stp}(g) = U_{jalovina}(g)$ .

Dobit od odlaganja materijala sadržaja  $g$  može se izračunati na sledeći način:

$$U_{jalovina}(g) = -(M_j + P_j + O_j) \quad (4.71)$$

Gde su:  $M_w$  – troškovi otkopavanja po toni jalovine

$O_w$  – režijski troškovi po toni jalovine

$P_w$  – trošak prerade jedne tone jalovine što je neophodno da bi se izbegla potencionalna kontaminacija vode, kao i zbog zadovoljenja drugih važećih regulatornih i ekoloških zahteva.

Da bi se izračunala dobit od skladištenja, moraju se uzeti u obzir troškovi skladištenja i troškovi ponovnog uzimanja materijala sa deponije i njegove kasnije prerade. Pored toga, metalurško iskorišćenje skladiranog materijala može se razlikovati od sveže iskopanog materijala, a cena prodatog proizvoda može biti drugačija od one kada preovlađuje odluka da se skladišti. Prema tome granični sadržaj će biti:

$$U_{stp}(g) = -(M_{stp} + P_{stp} + O_{stp}) - NPV_1 - NPV_2 + NPV_3 \quad (4.72)$$

Gde su:  $M_{stp}$  – trenutni troškovi otkopavanja po dostavljenoj toni na skladištu materijala niskog sadržaja.

$P_{stp}$  – tekući troškovi skladištenja materijala koji će se kasnije obraditi, uključujući troškove po toni proširenja prostora skladišta, ako je potrebno.

$O_{stp}$  – trenutni režijski troškovi vezani za otkopavanje i skladištenje.

$NPV_1$  – budući troškovi održavanja skladišta, odnosno neto sadašnja vrednost godišnjih troškova koji će nastati zbog održavanja skladiranog materijala na ekološki bezbedan način sve dok se ne preradi.

$NPV_2$  – budući troškovi manipulisanja i prerade, odnosno neto sadašnja vrednost jednokratnih troškova koji će nastati kada se materijal preuzima sa skladišta i dalje prerađuje.

$NPV_3$  – budući prihod od prodaje, odnosno neto sadašnja vrednost očekivanih prihoda od prodaje, kada je prerađen materijal prodat. U vreme prodaje, ti prihodi će biti jednaki:

$$NPV_3 = g \times r_{stp} \times (V_{stp} - R_{stp}) \quad (4.73)$$

Gde su:  $r_{stp}$  – očekivano iskorišćenje u vreme prerade

$V_{stp}$  – vrednost od prodaje proizvoda u vreme kada se prodaje

$R_{stp}$  – troškovi po jedinici prodatog proizvoda.

Prilikom primene ove formule javljaju se određene poteškoće, a glavna je da je teško ili nemoguće sa preciznošću proceniti buduće troškove i prihode. Osim toga, zbog toga što će prerada materijala sa skladišta verovatno biti kasnije u toku života rudnika, neto sadašnja vrednost budućih prihoda verovatno će biti mala u poređenju sa troškovima koji su nastali u vreme otkopavanja i tekućih troškova održavanja tokom trajanja zaliha. Iz tog razloga, skladištenje materijala niskog sadržaja često je strateška odluka koja uzima u obzir očekivanja budućih povećanja cena metala, dobiti vezane za produženje života rudnika, dobro upravljanje mineralnim resursima, i druge pogodnosti koje donosi ovakva strategija.

Kako navodi K. Lane (1997) dugoročno planiranje razvoja površinskih kopova sa izgradnjom skladišta za rudu niskog sadržaja ima i svoje nedostatke. Prvo, logistika stvaranja posebnih rudnih skladišta, ili možda čak i više skladišta, ako je širok opseg srednjih sadržaja, nikada nije lako. To će zavisiti od veličine rudnika i prirode susednog terena, ali prostor je uvek na prvom mestu – postoji potreba za odlagalištima, flotacijskim jalovištima, skladištima izdrobljene rude, objektima za održavanje, pa čak i rudničkim odeljenjima za planiranje. Dodatni uslov za skladištenje materijala sa srednjim sadržajem, koji bi mogao imati značajnu masu i koji moraju da budu odvojeni, možda mnogo godina, može zahtevati redizajniranje većeg dela prostora i nove transportne puteve.

Drugo, nastaje nekoliko dodatnih troškova. To su troškovi zbog dužih puteva i troškovi upravljanja rudnim zalihama kada se materijal srednjeg sadržaja vraća u proces. Tu će takođe biti kapitalni troškovi u vezi sa izgradnjom rudnih zaliha i druge prateće opreme.

Treće, materijal se može pogoršati tokom dugog izlaganja uticaju okoline. Može doći do luženja, sa posledničnim gubitkom minerala. Oksidacija može stvoriti poteškoće u postrojenju za preradu i dovesti do niskog iskorišćenja  $r_{stp}$ , što je još jedan mogući izvor dodatnih troškova. Takvi efekti nisu uvek lako predvidivi, jer se ponašanje materijala u određenoj sredini ne može u potpunosti razumeti bez određenih godina iskustva.

Naravno, luženje se može usvojiti kao sekundarni proces prerade. To može biti ekonomski održivo, ali to je potpuno drugačiji koncept za skladištenje od onog što je opisano u ovoj tački, i to nije predmet dalje obrade u ovoj disertaciji.

Procena najnižeg sadržaja  $g_s$  koji se može ekonomski tretirati u uslovima koji će prevladati kada se materijal bude koristio sa skladišta, uz pretpostavku da će postrojenje za flotacijsku preradu biti ograničavajućeg kapaciteta i da će rudnik biti bliži iscrpljenosti, biće granični sadržaj dat sledećom formulom, K. Lane (1997):



$$g_s = \frac{\left(c + s + \frac{f}{H}\right)}{y_s \times (p - r)} \quad (4.74)$$

Gde su:  $s$  – varijabilni troškovi po toni od iskorišćenog materijala sa skladišta i transporta do postrojenja za preradu

$y_s$  – iskorišćenje materijala srednjeg sadržaja u procesu prerade

$g_s$  – donja granica materijala srednjeg sadržaja.

Svi parametri imaju pretpostavljene vrednosti koje su prognozirane za odgovarajuće vreme. Vrednost  $s$  se pojavljuje u formuli, jer je sav materijal koji je uzet sa skladišta isporučen preradi kao ruda i samim tim troškovi iskorišćenja su deo troškova prerade rude.

M.W.A. Asad i R. Dimitrakopoulos (2012) dali su proceduru formiranja rudnih zaliha na osnovu sadržaja materijala, a u cilju postizanja maksimalne NPV i obezbeđenje optimalnog iskorišćenja kapaciteta opreme.

Za datu krivu *sadržaj-tonaža*  $w$ , problem formiranja rudnih zaliha zahteva definiciju moguće krive rudnih zaliha *sadržaj-tonaža*, odnosno kvaliteta (kategorije sadržaja) i količinu (tone u ovim kategorijama sadržaja) materijala namenjenih za dugoročno planiranje upravljanje rudnim zalihama. Na osnovu optimalnog graničnog sadržaja  $g_c$ , za slučaj ograničenja kapaciteta flotacijske prerade identifikuje se materijal sa srednjim sadržajem ili potencijalna ruda. U zavisnosti od određene krive *sadržaj-tonaža*  $w$  i prostorne lokacije takvog materijala, zbog opadajuće prirode NPV, količina materijala koja je opredeljena za skladištenje na zalihama veća je tokom prvih godina u odnosu na kasnije godine.

Znajući  $g_c$ , ukupna raspoloživa količina materijala  $Q$  može biti klasifikovana u tri kategorije koje se sastoje od sledećeg:

- 1) Količina rude  $t_o(g_c)$ , odnosno materijal sa sadržajem jednakim ili većim od  $g_c$ . Ovaj materijal se transportuje do postrojenja za flotacijsku preradu.

- 2) Količina potencijalne rude  $t_s(g_l, g_c)$ , odnosno materijal sa sadržajem jednakim ili većim od najnižeg (tj breakeven) graničnog sadržaja  $g_l$  i ispod optimalnog graničnog sadržaja  $g_c$ . Ovaj materijal se šalje na rudne zalihe.
- 3) Količina jalovine  $t_w(g_l)$ , materijal sa sadržajem ispod najnižeg graničnog sadržaja  $g_l$ . Ovaj materijal se šalje na odlagalište jalovine.

Ako  $g_l$  postoji u kategoriji sadržaja ležišta  $k'$  tj,  $[g(k), g(k+1)]$  i maksimalna vrednost  $g_c$  postoji u drugoj (višoj) kategoriji sadržaja ležišta  $k''$ , tada  $H=k''-k'+1$  predstavlja broj kategorija sadržaja u rudnim zalihama, uključujući  $[g(1), g(2)]$ ,  $[g(2), g(3)]$ , ...,  $[g(H-1), g(H)]$ . Očigledno,  $g(1)=g_l$  i  $g(H)=g_c$  na krivi *sadržaj-tonaža* koja reprezentuje zalihe.

Sada, ako je  $\lambda = k''-k' > 0$ , onda jednačine od (4.75) do (4.77) određuju količinu potencijalne rude za odgovarajuće kategorije sadržaja rude na zalihama, kao u sledećem (Asad i Topal, 2011):

- 1) Količina potencijalne rude u prvoj kategoriji sadržaja rude na zalihama  $k'$ , koja se odnosi na kategoriju sadržaja u ležištu sa najnižim graničnim sadržajem  $g_l$ :

$$t_s(k') = \left[ t_{k'} \left( \frac{Qm - Qc}{Q - t_0(g_c)} \right) \right] - \left[ \left( \frac{g_l - g(k)}{g(k+1) - g(k)} \right) \left[ t_{k'} \left( \frac{Qm - Qc}{Q - t_0(g_c)} \right) \right] \right] \quad (4.75)$$

- 2) Količina potencijalne rude na zalihama u kategoriji sadržaja od  $(k'+1)$  do  $(k''-1)$  predstavljena kao  $k'''$ . Ova kategorija odnosi se na kategoriju sadržaja u ležištu iznad  $g_l$  i ispod  $g_c$ :

$$t_s(k''') = \left[ t_{k'''} \left( \frac{Qm - Qc}{Q - t_0(g_c)} \right) \right] \quad (4.76)$$

- 3) Količina potencijalne rude na zalihama u poslednjoj kategoriji sadržaja rude  $k''$ , koja se odnosi na kategoriju sadržaja u ležištu jednaku optimalnom graničnom sadržaju  $g_c$ :

$$t_s(k'') = \left[ \left( \frac{g_c - g(k)}{g(k+1) - g(k)} \right) \left( t_{k''} \left( \frac{Qm - Qc}{Q - t_0(g_c)} \right) \right) \right] \quad (4.77)$$

Slično tome, ako  $\lambda = k'' - k' = 0$ , tada  $g_l$  i  $g_c$  postoje u istoj kategoriji sadržaja rude u ležištu, tj. jedna rudna zaliha predstavlja samo jednu kategoriju sadržaja označenu kao  $k'''$ , koja sadrži količinu potencijalne rude koja se proračunava na sledeći način:

$$t_s(k''') = \left[ \left[ \left( \frac{g_c - g(k)}{g(k+1) - g(k)} \right) \right] \left[ t_{k'''} \left( \frac{Qm - Qc}{Q - t_0(g_c)} \right) \right] - \left[ \left( \frac{g_l - g(k)}{g(k+1) - g(k)} \right) \right] \left[ \left( \frac{g_c - g(k)}{g(k+1) - g(k)} \right) \right] \left[ t_{k'''} \left( \frac{Qm - Qc}{Q - t_0(g_c)} \right) \right] \right] \quad (4.78)$$

## 5.0. RAZVOJ INTEGRALNOG MODELA ZA OPTIMIZACIJU GRANIČNOG SADRŽAJA METALA U RUDI

### 5.1. Definisanje problema

Planiranje i projektovanje površinskih kopova je vrlo kompleksan i multidisciplinarni proces koji zahteva sveukupno poznavanje ove oblasti i dobro razumevanje mnogih pitanja od geologije do ekonomije i marketinga. Za projekte, osnovni princip je da se vrednuju samo oni projekti sa pozitivnom neto sadašnjom vrednošću.

Rudarskom eksploatacijom, koja obuhvata faze otkopavanja i prerade rude, stvaraju se proizvodi koji mogu da se prodaju, čime se ostvaruju prihodi. Prihodi se izračunavaju kao proizvod iskorišćenja sadržaja metala u rudi (iskorišćenja kod otkopavanja i flotacijske prerade), količine prerađene rude i prodajne cene proizvoda. Da bi se prihodi korektno izračunali neophodno je da se što preciznije odrede navedeni tehno-ekonomski parametri, kao i varijabilni i fiksni troškovi koji nastaju u procesu eksploatacije. Varijabilni troškovi mogu da se dalje razlože na one koji su povezani sa otkopavanjem i odlaganjem jalovine i one povezane sa otkopavanjem i preradom rude. U definisanju graničnog sadržaja, troškovi koji nastanu kod bušenja, uzorkovanja, miniranja, utovara, drobljenja i mlevenja, tokom flotacije, sušenja, filtriranja i transporta koncentrata, topljenja i rafinacije, kao i odlaganja jalovine, smatraju se varijabilnim troškovima. Fiksni troškovi obuhvataju troškove održavanja, opšte i administrativne troškove i druge troškove.

Svaka moguća granica kopa ima novčanu vrednost koja može da se izračuna. Ako može da se odredi vrednost bloka i nagib generalne kosine kopa, onda može da se utvrdi optimalna kontura kopa. Optimizacija granice površinskog kopa i dinamike otkopavanja od suštinskog je značaja za razvoj rudarskog projekta. Ovo obično uključuje sveobuhvatno geološko i operativno modeliranje, i primenu sofisticiranih

matematičkih softvera za optimizaciju. Konačan cilj ovog procesa jeste maksimizacija NPV projekta.

Osnovni, primarni input u procesu planiranja i projektovanja površinskog kopa predstavlja geološki blok model rudnog tela. Geološki modeli se kreiraju na osnovu podataka istražnog bušenja, koje se izvodi po određenoj mreži i gustini bušenja. Svakom mini bloku u blok modelu ležišta dodeljuje se nivo poverenja koji podržavaju podaci istražnih radova u tom području. Veoma je važno je da se tačno izračuna vrednost bloka kod optimizacije, jer pogrešni proračun dovodi do pogrešne optimalne konture kopa.

Detaljan opis Whittle algoritma, koji je modifikacija Lerchs i Grossmann algoritma, za optimizaciju završne konture kopa i Milawa algoritma za definisanje dinamike otkopavanja prikazan je u poglavlju 3.0. ove disertacije.

Kod dugoročnog planiranja eksploatacije rude metala jedan od najznačajnijih faktora jeste granični sadržaj metala u rudi. Na osnovu njega, za analizirani vek rudnika, definišu se količine rude, odnosno jalovine.

Ako je sadržaj materijala u ležištu iznad graničnog sadržaja klasifikovan je kao ruda, a ako je sadržaj materijala ispod graničnog sadržaja klasifikovan je kao jalovina. Ruda, ekonomski deo ležišta, šalje se u proces flotacijske prerade, gde se obavlja drobljenje, mlevenje, i obogaćivanje sadržaja metala. Proizvod postrojenja za preradu zove se koncentrat, koji se šalje u proces metalurške prerade, topionicu i rafinaciju za proizvodnju rafinisanog metala. Dakle, proces dobijanja finalnog proizvoda sastoji se iz tri tehnološke faze: otkopavanja, flotacijske prerade i metalurške prerade (topljenja i rafinacije). Granični sadržaj je različit za svaki kop i funkcija je predviđenih prihoda i troškova.

Predloženi model dugoročnog planiranja površinskog kopa na osnovu graničnog sadržaja metala u rudi bazira se na realnim podacima geoloških istraživanja i ostvarenim tehno-ekonomskim rezultatima u otkopavanju i flotacijskoj preradi rude na lokalitetu ležišta Kraku Bugaresku Cementacija. Ovi podaci korišćeni su

kod modeliranja ležišta, optimizacije završne konture kopa, dinamike otkopavanja i optimizacije graničnog sadržaja metala u rudi.

Kod siromašnih ležišta ekonomika eksploatacije vrlo je osetljiva na pojedine parametre, kao što su iskorišćenje metala u procesu obogaćivanja, troškove proizvodnog procesa u tehnološkom lancu od otkopavanja do metalurške prerade, pa čak i redosleda otkopavanja rudnih tela kod ležišta velikih razmera.

Flotacijsko iskorišćenje se u praksi veoma često razlikuje od planiranog iskorišćenja koje je predviđeno rudarskim planom. Ono varira zbog više faktora, a kod prerade rude koja sadrži i sulfidne i oksidne minerale, i od sadržaja oksidnih minerala.

Prisustvo oksidnih minerala u ležištu, može u tehnološkom procesu dobijanja finalnog proizvoda, kod integralnih sistema rudarstvo-metalurgija, vrlo često da dovede do negativnih ekonomskih efekata. Naime, prisustvo oksida u rudi direktno utiče na iskorišćenje u procesu flotacijske prerade, pri čemu se smanjuje sadržaj metala u koncentratu, odnosno kvalitet koncentrata, i povećavaju se troškovi flotacijske prerade. Time se smanjuju novčani tokovi na godišnjem nivou, što uzrokuje i smanjenje ukupne NPV projekta.

U slučaju poslovanja aktivnog rudnika, postoji dovoljno pouzdanih informacija u vezi sa iskorišćenjima u flotacijskoj preradi rude sa sadržajem oksidnih minerala. Studije izvodljivosti, međutim, obično se bave novim rudnim telima sa ograničenim podacima. U svojoj preliminarnoj fazi obično se, kao početna tačka, koriste prethodna iskustva i rezultati osnovnih uzoraka iz bušotina. Metalurško iskorišćenje ima tendenciju da varira u uskom opsegu i može se pretpostaviti konstantnim za datu mineralizaciju.

U slučaju polimetalčnih ležišta, glavni mineral jedne mineralizacije povezan je sa jednim ili više pratećih minerala, npr. bakar sa zlatom i srebrom. Odgovarajući dodatak za prihod od jednog sporednog proizvoda mora biti uključen pri određivanju graničnog sadržaja vodećeg minerala. Troškovi flotacijske prerade i iskorišćenja ne zavise samo od sadržaja metala, već i od drugih geoloških karakteristika kao što je mineraloški sastav, tvrdoća, i stepen oksidacije koji se

menjaju u zavisnosti od oblasti otkopavanja ležišta. Ugovorima koje Topionica sklapa sa isporučiocima koncentrata, predviđa se kazna ukoliko se utvrdi da koncentrat sadrži prekomerne količine određenih štetnih elemenata. Svi ovi faktori moraju se uzeti u obzir prilikom procenjivanja vrednosti graničnog sadržaja koji važi za jednu tonu mineralizovanog materijala.

Kod optimizacije graničnog sadržaja, pored cena metala i troškova koji nastaju u integrisanom lancu otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade rude, neophodno je definisati ograničenja kapaciteta pomenutih faza, kao i odnos distribucije sadržaja i tonaže u ležištu. U slučaju ležišta sa sulfidnom i oksidnom rudom, odnos distribucije sadržaja i tonaže utvrđuje se za oba tipa rude.

## 5.2. Rešenje problema

Model dugoročnog planiranja površinskog kopa na osnovu graničnog sadržaja metala u rudi zasniva se na optimizaciji svih procesa u integralnom sistemu dobijanja finalnog proizvoda. Na taj način ostvaruje se osnovni cilj svakog rudarskog procesa, a to je maksimizacija ukupne neto vrednosti projekta.

Integralni model za optimizaciju svih tehnološki procesa u lancu uključuje:

- optimizaciju površinskog kopa,
- definisanje faza razvoja površinskog kopa,
- optimizaciju dinamike otkopavanja, i
- optimizaciju graničnog sadržaja.

Najčešće prihvaćen cilj, kod ovako složenih proizvodnih sistema, u optimizaciji graničnog sadržaja metala u rudi je maksimizacija neto sadašnje vrednosti budućih novčanih tokova. Da bi se postigao ovaj cilj, mora se uzeti u obzir prostorna povezanost varijabli u ležištu (kao što su geografska lokacija ležišta i njegova geološka svojstva), kao i vremenska povezanost varijabli (uključujući redosled kojim će ruda biti otkopana i prerađena), i shodno tome proistekli novčani tok.

Rešenje problema optimizacije graničnog sadržaja kod otkopavanja ležišta sulfidnih i oksidnih polimetaličnih ruda podrazumeva sagledavanje svih relevantnih parametara i faktora (geologije rudnog ležišta, tehnologije proizvodnog procesa, kapaciteta otkopavanja i prerade, troškova, cena metala, iskorišćenja i dr.) kako bi se došlo do postavljenog cilja.

Kada se utvrdi dozvoljeni sadržaj oksida u rudi, neophodno je da se u blok modelu ležišta, pomoću određenih procedura, korišćenjem matematičkih i logičkih algoritama izvrši izdvajanje rudnih blokova sa sadržajem oksida koji se mogu preraditi u procesu flotacije i blokova koji sadrže oksid iznad dozvoljene granice.

Izdvajanjem blokova rude u blok modelu sa povećanim sadržajem oksida, koji negativno utiču na iskorišćenje u procesu flotacijske prerade, na prvi pogled smanjuju se rudne zalihe u ležištu, a time i NPV. Međutim, često se dešava suprotno, jer sada optimizacioni algoritam, usled većeg flotacijskog iskorišćenja, generiše optimalnu konturu kopa sa većim eksploatacionim rezervama rude i sa dužim životnim vekom kopa. Na taj način postiže se i značajno povećanje NPV (Kržanović i dr., 2015).

Tehnologija otkopavanja treba da omogući selektivno otkopavanje blokova, tako da se blokovi rude sa povećanim sadržajem oksida odlažu na posebno formirane rudne zalihe – deponije rude.

Strategija optimizacije graničnog sadržaja podrazumeva ostvarivanje većih novčanih tokova u prvim godinama rada kopa, usled otkopavanja rude sa višim sadržajem metala, i kasnije tokom godina konstantan pad graničnog sadržaja i novčanih tokova. Da bi se dodatno povećala NPV projekta, u toku procesa eksploatacije formiraju se rudne zalihe za rudu sa nižim sadržajem, odakle se ruda, po završetku otkopavanja u definisanoj optimalnoj konturi kopa, šalje u proces flotacijske prerade.

Metod optimizacije graničnog sadržaja sastoji se od evaluacije projekta pod različitim ograničenjima koja su nametnuta distribucijom sadržaja u rudi i količinom rude sa sadržajem oksidnog minerala u ležištu, kapacitetima



otkopavanja i flotacijske prerade, iskorišćenjima u svim fazama integralnog procesa, diskontnom stopom, operativnim troškovima, i tako dalje.

Zbog ograničenja kapaciteta faza procesa, kod određivanja optimalnog graničnog sadržaja uzimaju se u obzir i oportunitetni troškovi koji nastaju usled neostvarenih budućih novčanih tokova ranije tokom života rudnika.

Svrha modela koji je razvijen u ovom poglavlju je da inženjeru rudarske struke učini dostupnim alat koji on može jednostavno i efikasno da koristi pri planiranju i projektovanju površinskih kopova metala.

Modelom se obezbeđuje fleksibilnost i pouzdanost analize u cilju postizanja:

- maksimalnog iskorišćenja kapaciteta otkopavanja i flotacijske prerade rude,
- povećanja iskorišćenja flotacijske prerade rude,
- smanjenja troškova flotacijske prerade rude i time ukupnih operativnih troškova u proizvodnom lancu rudarstvo – metalurgija,
- dinamičke promene graničnog sadržaja tokom eksploatacije polimetalčnih sulfidnih i oksidnih ruda po vremenskim periodima (godinama),
- povećanja neto novčanih tokova u prvim godinama rudarske operacije,
- maksimizacije ukupne NPV integrisanog sistema otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade rude.

### **5.3. Pretpostavke i ograničenja modela**

Pristup rešavanju problema u ovoj disertaciji je deterministički. To znači da uvedene pretpostavke i ograničenja u potpunosti eliminišu neizvesnost kao deo rudarskih procesa, odnosno za sve ulazne parametre u modelu smatra se da su jedinstveni.

Ove pretpostavke i ograničenja su sledeća:

- Lokacija svakog mini bloka u blok modelu tačno je određena  $x$ ,  $y$  i  $z$  koordinatama.

- Izračunate vrednosti za sledeće attribute bloka smatraju se jedinstvenim:
  - zapreminska masa svakog mini bloka
  - sadržaj metala u svakom mini bloku
  - sadržaj oksidinih minerala u svakom mini bloku.
- Definisani su mini blokovi sa sadržajem oksidne rude koji mogu da se podvrgnu procesu flotacijske prerade.
- Cena metala je utvrđena na osnovu dugoročne prognoze kretanja cene na tržištu i ne menja se tokom životnog veka rudnika.
- Operativni troškovi su konstantni i izračunati su na osnovu realnih podataka rada aktivnog kopa.
- Utvrđena diskontna stopa se ne menja za razmatrani vek rudnika.
- Kapaciteti otkopavanja i flotacijske prerade su ograničeni.
- Iskorišćenja u procesima otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade konstantni su i predstavljaju realne podatke ostvarene u proizvodnom lancu dobijanja finalnog proizvoda.

## 5.4. Korišćeni softverski paketi

**Gemcom Gems** (Dassault Systèmes Group - Geovia) je integrisani softverski sistem za upravljanje i analizu podataka, modeliranje solida i planiranje rudarske proizvodnje. Softver omogućava upravljanje i manipulaciju podacima iz svih faza istraživanja i procesa otkopavanja mineralnih resursa.

Gemcom Gems je dizajniran za čuvanje, upravljanje, prikaz, statističku i geostatističku analizu bilo koje vrste prostornih podataka u kombinaciji sa bilo kojim kvalitativnim ili kvantitativnim podacima. Pruža velike grafičke mogućnosti i druge praktične alate za modeliranje geoloških resursa i planiranje i projektovanje površinskih kopova.

Gemcom Gems radi sa tačkama, polilinjama, poligonima, površinama i solidima. Za svaki od pomenutih elemenata koji služe za prikaz, projektovanje i odgovarajuće

proračune, najpre se kreiraju radne baze podataka (*engl. Workspaces*) u kojima se navedeni podaci skladište. Struktura im je različita, i zavisi od tipa podataka koji se u njoj skladište. Svaka radna baza podataka je praktično skup tabela prilagođenih za skladištenje i zapise koje su u pozadini softvera i koje se pozivaju odgovarajućim *primarnim ključem*, specifičnim za svaku tabelu, a skladištene su u Access bazi (ili SQL, što se definiše prilikom instaliranja softvera). Kada se radi sa nekom od navedenih baza, softver iz Access baze podataka poziva i otvara odgovarajuću tabelu, i sadržaj te tabele vidimo na radnoj površini kao npr. liniju određenih karakteristika, površinu, bušotine sa određenim identifikacionim podacima i sl. Svi podaci na radnoj površini mogu se videti i sa njima manipulirati u dvo i trodimenzionalnom prikazu.

Pored ostalih, i sam blok model takođe je jedna od navedenih radnih numeričkih baza podataka, koje su čitljive, mogu se učitavati i proveriti odgovarajućim metodama, ili se koriste za definisanje distribucije korisne komponente u mineralnoj sirovini. Takođe se mogu eksportovati u određenoj formi u druge softvere i koristiti u svrhe zavisno od namene tih softvera (Whittle, NPV Sheduler ili slični za optimizaciju, npr., Surpac, Data Mine i drugi).

Sistem izveštavanja obuhvata grafički prikaz rezultata geomodeliranja ležišta i dizajna površinskog kopa: prikaz blok modela ležišta, konačne koture kopa, faza razvoja kopa i dinamike otkopavanja, kao i numerički prikaz u vidu: proračuna količine materijala, rude i jalovine, prosečnog sadržaja i količine metala po fazama razvoja i godinama eksploatacije, po etažama i dr.

**Whittle** (Dassault Systèmes Group - Geovia) je softver koji obuhvata potreban set alata za kreiranje optimalne granice kopa i definisanje strateških rudarskih planova, sa ciljem maksimizacije NPV sa realnim ograničenjima u proizvodnom procesu. Softver, korišćenjem modifikovanog Lerchs i Grossmann algoritma, generiše optimalne školjke kopova i bira faze razvoja kopa koje održavaju minimalne širine bermi, upravlja napredovanjem faza tako da zadovolji minimalno dozvoljeno rastojanje između granica faza, dok u isto vreme povećava NPV. Milawa algoritam omogućava da se utvrdi plan otkopavanja koji će uvećati NPV, ili ako radi

u režimu balansiranja, onda će tražiti da se maksimalno iskoriste kapaciteti proizvodnih postrojenja.

Softver pruža mogućnost optimizacije graničnog sadržaja i tako ostvaruje dodatno povećanje NPV celokupnog rudarskog projekta. Optimizacija graničnog sadržaja se zasniva na modifikovanom Lane algoritmu, koji je implementiran u softver.

Optimizacija površinskih kopova, koja se zasniva se na blok modelu izrađenog u softveru Gemcom Gems, vrši se na osnovu: troškova rudarskih operacija po toni iskopina, troškova flotacijske prerade po toni rude, troškova metalurške prerade koncentrata po toni gotovog proizvoda, tehnoloških iskorišćenja u fazama otkopavanja, flotacije i metalurških procesa, prodajne cene gotovog proizvoda i tehničkih parametara (završna kosina kopa, visina etaža, itd.).

Prodajna cena gotovog proizvoda u programu se zadaje kao bazična cena koja varira sa promenom faktora prihoda. Na taj način, program može da generiše i preko 100 različitih školjki površinskih kopova od kojih se kasnije bira optimalna kontura za zadate ekonomske parametre i osetljivost celokupnog projekta. Za svaki površinski kop, softver sračunava količinu rude, raskrivke, odnos rude i raskrivke, profit i diskontovani profit po periodima i ukupno.

Takođe, softver omogućava korisnicima da izvrše opsežne analize osetljivost i rizika i na taj način da se obavi poređenje efekata različitih ulaznih parametara. U okviru output modula softver omogućava izvoz rezultata optimizacije (granice kopa, planova otkopavanja i graničnog sadržaja) u zajedničke tipove datoteka.

## 5.5. Algoritam integralnog modela

Cilj istraživanja je da se razvije integralni model za optimizaciju dugoročnog planiranja površinskih kopova zasnovanog na dinamičkom graničnom sadržaju kod polimetaličnih ruda sa sadržajem sulfidnih i oksidnih minerala.

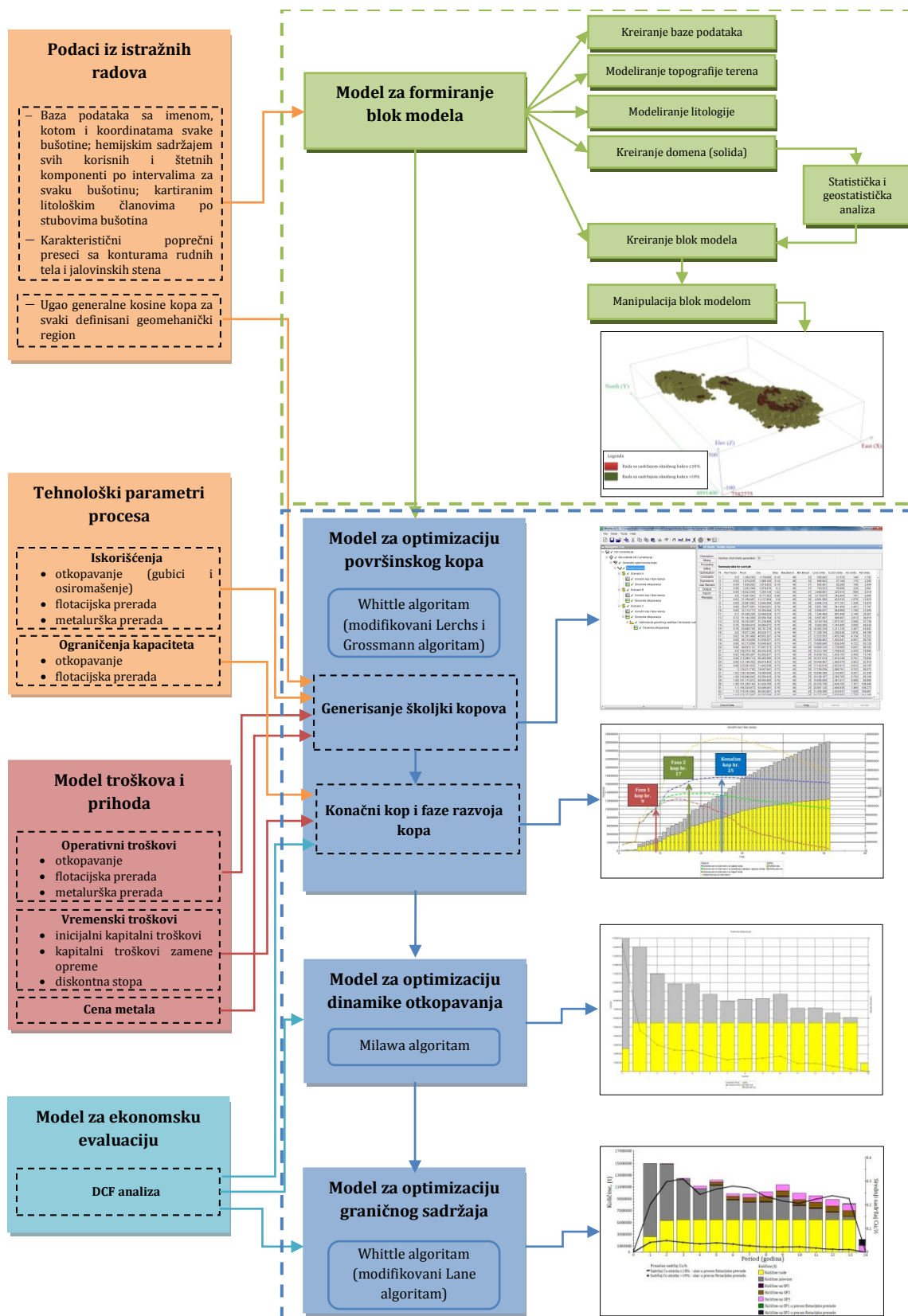
Primenjena metodologija se zasniva na postizanju maksimalne neto sadašnje vrednosti projekta primenom odgovarajućih optimizacionih algoritama-metoda, i to:

- Metode geostatističkog modeliranja,
- Metode optimizacije površinskih kopova i dugoročnog planiranja, i
- Metode optimizacije graničnog sadržaja metala u rudi.

Algoritam razvijenog integralnog modela je prikazan na slici 5.1. Kao što se vidi sa slike procedura optimizacije se sprovedi kroz sledeće osnovne korake:

- **Prvi korak** - Podrazumeva modeliranje, odnosno izradu blok modela ležišta i procenu sadržaja metala u svakom bloku u modelu koristeći bazu podataka o kvalitetu na uzorcima iz istražnih bušotina. Interpolacijom se definiše kvalitet svih blokova. Modeliranje ležišta izvršeno je u softveru Gemcom Gems.
- **Drugi korak** - Definisane modela za optimizaciju završne konture površinskog kopa i faza razvoja kopa. Ovaj proces podrazumeva identifikovanje kombinacije kontrolisanih varijabli koje maksimiziraju vrednost projekta u kontekstu datog skupa ili opsega pretpostavki. U ovoj disertaciji optimizacija je izvršena u softveru Whittle, koji primenjuje modifikovani Lerchs-Grossmann algoritam, u dva koraka. Softver za generisanje školjki kopova i definisanje faza razvoja kopa koristi tehniku parametrizacije (Revenue Factors), a proračun se zasniva na nediskontovanim ili diskontovanim novčanim vrednostima. Zatim se sprovodi simulacija i DCF analiza kako bi se optimizovao fazni razvoj kopa. Osnovni razlog za planiranje faznog razvoja kopa jeste ekonomske prirode, odnosno maksimizacija NPV.
- **Treći korak** - Podrazumeva primenu Milawa algoritma za optimizaciju dinamičkog plana otkopavnja rude i jalovine. Ovaj algoritam podržava softver Whittle, a specifično je namenjen za optimizaciju dinamike kod strategije dugoročnog planiranja eksploatacije na površinskim kopovima.

- **Četvrti korak** - Predstavlja optimizaciju graničnog sadržaja u samoj fazi otkopavanja i takođe je sproveden u softveru Whittle. Softver za proces optimizacije koristi modifikovani Lane algoritam. Algoritam za svaki inkrement pronalazi granične sadržaje koji maksimiziraju novčani tok, dok se granični sadržaji za ostale priraštaje ne menjaju. Za svaki granični sadržaj proračunava se NPV, pri čemu se postupak iterativno ponavlja dok se NPV ne stabilizuje, odnosno odredi maksimalna NPV.



Slika 5.1. Algoritam razvijenog integralnog modela

## 5.6. Primenjeni matematički algoritmi za razvoj integralnog modela

Integralni model za optimizaciju graničnog sadržaja razvijen je na osnovu matematičkih algoritama/modela koji su opisani u poglavljima 3.0. i 4.0. To su sledeći modeli:

- 1) Model za formiranje blok modela ležišta
- 2) Model troškova i prihoda
- 3) Model za ekonomsku evaluaciju projekta
- 4) Model za optimizaciju granice kopa i izbor faza razvoja kopa
- 5) Model za optimizaciju dinamike otkopavanja
- 6) Model za optimizaciju graničnog sadržaja metala u rudi.

U nastavku teksta sledi kraći opis procedura razvoja svakog od navedenih modela za ležište Kraku Bugaresku Cementacija, koje će biti korišćeno za eksperiment u poglavlju 6.0.

### 5.6.1. Model za formiranje blok-modela ležišta

Formiranje blok modela ležišta prvi je korak u procesu kreiranja modela dugoročnog razvoja kopa na bazi optimizacije graničnog sadržaja metala u integrisanom sistemu rudarstvo – metalurgija, sa ciljem maksimizacije NPV.

Proces modeliranja ležišta sprovodi se kroz sledeće korake:

- Sistematizacija svih podataka iz istražnih bušotina u numeričku excel datoteku sa ekstenzijom (.csv).
- U Gems projektu kreiranje odgovarajućih radnih baza podataka (*engl. Workspaces*). Između ostalih, kreiranje baze podataka blok modela.
- Unos topografije terena na kome se nalazi ležište.



- Definisanje prostora koji zauzima rudno ležište izradom odgovarajućeg solida (domena).
- Importovanje geoloških podataka u Gems bazu podataka.
- Geostatistička obrada podataka.

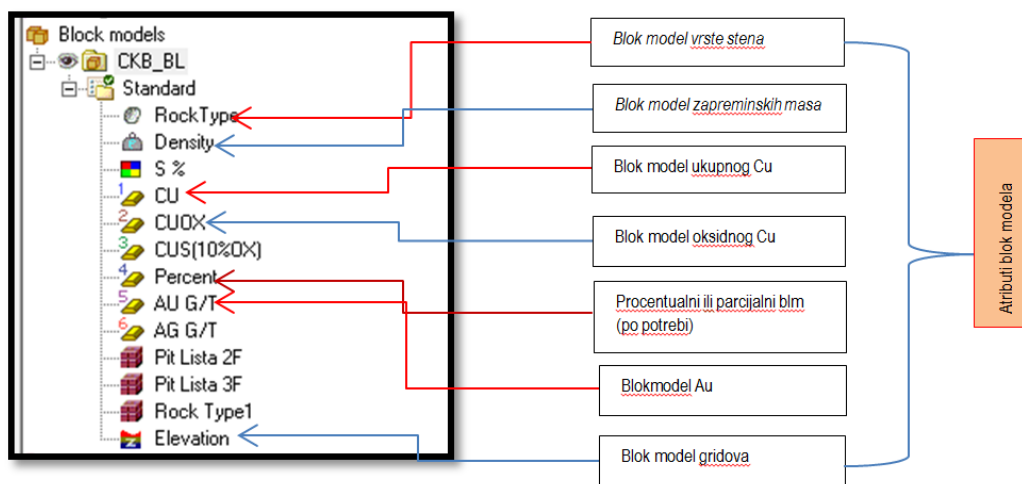
Geostatistička obrada podataka obuhvata :

- Izradu kompozita sa određenim intervalom.
- Izradu variograma i određivanje elemenata variograma (odstupanje, prag, domet).
- Procenu sadržaja – primena metode interpolacije.
- Kreiranje blok modela na osnovu pripremljene interpolacione procedure.
- Validaciju blok modela.

Svaki mini blok u blok modelu predstavlja homogenu zapreminu materijala obeležen serijom atributa, koji se nazivaju *modeli* (kao što su: *kod stene*, zapreminska masa i sadržaj korisne komponente) i koji opisuju karakteristiku materijala u bloku.

Tipičan projekat sadrži grupu mini blokova – atributa organizovanih u pojedinačnim datotekama. Svaki mini blok u modelu ima sledeće obavezne attribute, koji su prikazani na slici 5.2:

- litološki blok model (*engl. Rock Type*)
- blok model zapreminske mase (*engl. Density*)
- blok model sadržaja, kojih može biti više vrsta, zavisno od broja korisnih elemenata u mineralnoj sirovini (*engl. Grade model*)
- procentualni parcijalni blok model, ako je potreban (*engl. Percent model*)
- model gridova (*engl. Elevation*)
- drugeattribute (modele) po želji korisnika.



Slika 5.2. Pojedinačni blok modeli - atributi u okviru kompletnog blok modela

Atributa sadržaja može biti više, zavisno od toga kojih sve korisnih komponenti ima u ležištu – na primer kod rude bakra to su Cu, Au, Ag, Mo i sl. Kada se radi o ležištu sulfidne i oksidne rude, onda mora da se definiše atribut sadržaja i za sulfidni i za oksidni mineral. Takođe može postojati i atribut ekvivalentnog sadržaja, kao hibridni (sračunati), koji u nekim slučajevima može biti od koristi pri određenim brzim ekonomskim ocenama i odlukama. Ekvivalentni sadržaj se određuje na bazi cene sekundarnih metala (npr. plemenitih metala u ležištu) i njihovih iskorišćenja, u odnosu na vodeći metal.

### Radne baze podataka (*engl. Workspaces*)

Proces započinje sistematizacijom svih podataka iz istražnih bušotina i njihovim unosom u numeričku excel datoteku sa ekstenzijom (.csv).

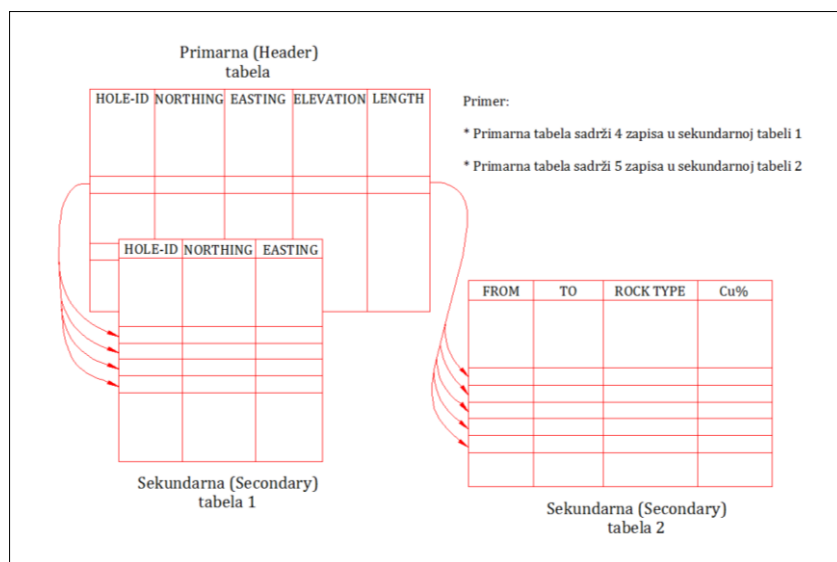
Nakon formiranja excel datoteke sa geološkim podacima iz istražnih bušotina (koja će biti u određenoj formi uneta u softver), kreiraju se razne vrste podskupova baza podataka, koji predstavljaju skup podataka u okviru projekta grupisanih na osnovu tipa podataka. Tipične vrste podataka su: podaci o tačkama (*engl. Point Data*),

podaci o bušotinama (*engl. Drillhole Data*), podaci o poligonima (*engl. Polygon Data*) i dr.

Tipovi podataka se biraju na osnovu logične organizacije i hijerarhije samih podataka i specijalno su izabrani kao tipični, jer je to najčešći način organizovanja prostornih podataka u oblasti geoloških istraživanja.

Svaka radna baza podataka mora imati najmanje jednu ili dve tabele u sebi, zavisno od toga koji se tipovi podataka skladište u njoj, a može imati virtuelno, neograničen broj tabela. Svaka tabela može da se vidi kao grid koji se sastoji iz redova i kolona, gde se redovi nazivaju zapisima (*engl. Records*) dok se kolone nazivaju poljima (*engl. Fields*). Unutar svake tabele, svaka kolona ima svoj naziv i svoje attribute. Podaci se u tabelu unose u preseku redova i kolona.

Ovakve radne baze podataka sastoje se od jedne ili više tabela. U tipovima sa više od jedne tabele, one su u hijerarhijskom odnosu i čine hijerarhijsko stablo. Struktura stabla ograničena je na jednu tabelu koja se naziva primarnom tabelom (*engl. Header Table*), i podtabele ili sekundarne tabele (*engl. Secondary Table*), slika 5.3. To znači da postoji jedna kontrolna tabela (*engl. Key Table*), sa puno zapisa u njoj. Svaki zapis u ovoj tabeli je povezan sa mnogim zapisima u drugim tabelama.



Slika 5.3. Odnos primarne i sekundarnih tabela u radnoj bazi podataka

Pre početka unosa geoloških podataka (sistemizovanih u obliku „.csv” formata) u bazu podataka softvera Gems, definisanim vrstama stena se dodeljuje odgovarajući kod. Podaci o vrstama stena imaju poseban tretman. Prilikom unosa podataka, unose se podaci o litološkim karakteristikama svake bušotine. Za svaki izdvojeni litološki član definisana je slovna oznaka od maksimalno četiri karaktera i brojana oznaka. Slovne oznake se uzimaju proizvoljno i označavaju vrstu stene, vrste izmena, tip mineralizacije i slično. Brojčanim oznakama se, pre svega, razdvaja ruda od jalovine.

U tabeli 5.1, dat je prikaz dodele kodova tako da jalove stene imaju brojčanu oznaku od 1 do 9, orudnjene stene od 10 do 100, a oznaka za vazduh je 0, (primer za ležište bakra „Kraku Bugaresku Cementacija“).

Tabela 5.1. Podaci o izdvojenim tipovima stena u ležištu bakra „Kraku Bugaresku Cementacija“

Stena	Opis stene	Kod stene	Zapreminska masa, $\gamma$ (t/m <sup>3</sup> )	Primedba
AN	Andezit	3	2,5	Jalovina
ANB	Andezitska breča	16	2,5	Ruda
HIP 1	Propilit, rudni	13	2,5	Ruda
HIP 2	Propilit, jalovi	5	2,5	Jalovina
HIS	Hidrotermalno izmenjene stene	10	2,5	Ruda
K	Kaolinizacija	11	2,5	Ruda
KDP	Kvarcdioritporfirit	14	2,5	Ruda
KL	Kaolinisano - limonitisani andezit	2	2,5	Moguća ruda
N	Rastresiti površinski pokrivač	1	2,5	Jalovina
SIK - 1	Silifikovano - kaolinisani andezit	12	2,5	Ruda
SIK - 2	Sericitisan andezit	17	2,5	Ruda

Baza podataka o bušotinama organizovana je na sledeći način:

- U tabeli *SURVAYS* su smeštene koordinate usta bušotine X,Y,Z, za svaku bušotinu pojedinačno, čime je definisana u prostoru, a može se i grafički predstaviti; takođe su unete dubina i devijacija bušotine ukoliko je merena.
- U tabeli *ASSAYS*, predstavljeni su intervali hemijskih proba na odgovarajuće elemente, za svaku bušotinu.

- Tabela *LITHOLOGY* sadrži intervalne podatke o zastupljenim vrstama stena po svakoj bušotini, sa odgovarajućim komentarima koji će pomoći pri interpretaciji.
- Tabela *COMPOSITE* sadrži intervale kompozitne probe izvedene na osnovu unetih podataka iz bušotina, prema odgovarajućoj proceduri i sa definisanim intervalom (prema potrebama projekta).

### Importovanje podataka iz istražnih radova

Definisanim procedurom, u pripremljenu Gems bazu podataka, nakon kreiranja radne baze podataka bušotina (*Drillhole Worspace*), vrši se unos geodetsko geoloških podataka iz istražnih bušotina, iz sistematizovane excel datoteke sa ekstenzijom (.csv), tj. u formi „coma delimited“ vrste tabele. Datoteke sadrže za svaku bušotinu podatke o:

- geodetskim elementima svake bušotine ( $x,y,z, L_b$ , azimut,..),
- litologiji po intervalima svake bušotine,
- hemijskim probama za elemente po definisanim intervalima bušotina.

Za svaku bušotinu dat je opis izdvojenih tipova stena, odnosno geološki stub bušotine, a zatim su uneti podaci o karakteristikama svakog izdvojenog tipa stene, neophodni za dalju obradu, jer je sadržaj korisnih komponenti zavisao i od litološkog sastava.

Program Gems koristi program Access za upravljanje bazama podataka. Na slici 5.4 prikazana je baza podataka programa Access, sa izgledom tabele koja prikazuje litološke podatke iz bušotina (*engl. Drillhole Lithology*).

COMMENTS	FROM	OPIS STENE	ROCK CODE	ROCK CODE	STENA	TO	TO_Special	Index_PK	Index_FK	Click to Add
	0		2	0 KL		69	0	1	1	
	69		13	0 HIP1		264	0	2	1	
	0		0	6		0	6	3	2	
	0		2	0 KL		33	0	4	3	
	33		13	0 HIP1		353.5	0	5	3	
	353.5		12	0 SIK1		480	0	6	3	
	480		13	0 HIP1		524	0	7	3	
	0		1	0 N		27	0	8	4	
	27		2	0 KL		63.5	0	9	4	
	63.5		11	0 K		98.5	0	10	4	
	98.5		13	0 HIP1		172	0	11	4	
	172		17	0 SIK2		178	0	12	4	
	178		13	0 HIP1		228	0	13	4	
	228		12	0 SIK1		374	0	14	4	
	374		17	0 SIK2		443	0	15	4	
	443		13	0 HIP1		527	0	16	4	
	0		1	0 N		34	0	17	5	
	34		11	0 K		50.2	0	18	5	
	50.2		13	0 HIP1		304	0	19	5	
	304		17	0 SIK2		490	0	20	5	
	0		1	0 N		43	0	21	6	
	43		12	0 SIK1		77.2	0	22	6	
	77.2		13	0 HIP1		178	0	23	6	
	178		17	0 SIK2		300	0	24	6	
	0		2	0 KL		24.2	0	25	7	
	24.2		13	0 HIP1		71	0	26	7	
	71		11	0 K		199.5	0	27	7	
	199.5		12	0 SIK1		260	0	28	7	
	260		13	0 HIP1		493	0	29	7	
	0		1	0 N		8	0	30	8	
	8		13	0 HIP1		190	0	31	8	
	190		12	0 SIK1		251	0	32	8	
	251		13	0 HIP1		481	0	33	8	
	0		1	0 N		6	0	34	9	
	6		13	0 HIP1		296	0	35	9	
	296		17	0 SIK2		360	0	36	9	
	360		13	0 HIP1		482	0	37	9	
	0		1	0 N		11	0	38	10	
	11		0	6		345	0	39	10	
	345		11	0 K		414	0	40	10	
	414		0	6		445	0	41	10	
	0		1	0 N		7	0	42	11	
	7		2	0 KL		35	0	43	11	
	35		12	0 SIK1		80	0	44	11	

Slika 5.4. Baza podataka programa Access sa prikazom litoloških podataka

Na sledećem panelu na slici 5.5 prikazan je izgled konačne tabele za litologiju ležišta Kraku Bugaresku Cementacija u radnoj bazi podataka bušotina.

HOLE-ID	LENGTH	LOCATION	LOCATION	LOCATION	PRIMEBDA
173	B-414	129.00	82332.60	93071.30	510.04
174	B-415	180.00	82223.60	92939.60	586.16
175	B-416	172.00	82193.10	93188.00	540.87
176	B-417	156.00	82318.40	92935.00	555.58
177	B-418	204.00	82160.60	92974.50	585.30
178	B-419	169.00	82272.50	92982.50	559.16
179	B-420	157.00	82323.40	92978.10	540.96
180	B-421	181.00	82144.80	93189.90	548.65
181	B-422	92.00	82097.00	93189.40	533.00
182	B-423	133.00	82294.80	93190.50	505.32
183	B-424	170.00	82149.70	93270.00	524.85
184	B-425	126.00	82249.70	93270.20	493.42
185	B-427	130.00	82170.80	93336.60	495.45
186	B-429	132.00	82219.70	93335.50	486.92
187	B-430	197.00	82265.20	92814.60	608.81

HOLE-ID	COMMENTS	FROM	OPIS STENE	ROCK CODE	STENA	TO
1	8-425	0.00	RASTRES POVR.POKRIVAC	1	N	8.00
2	8-425	8.00	KAOLINLIMONIT-ANDEZIT	2	KL	37.00
3	8-425	37.00	KAOLINSANI ANDEZIT	11	K	129.00
4	8-425	129.00	PROPLITSANI ANDEZIT	17	SK2	157.00
New	8-425	0.00				

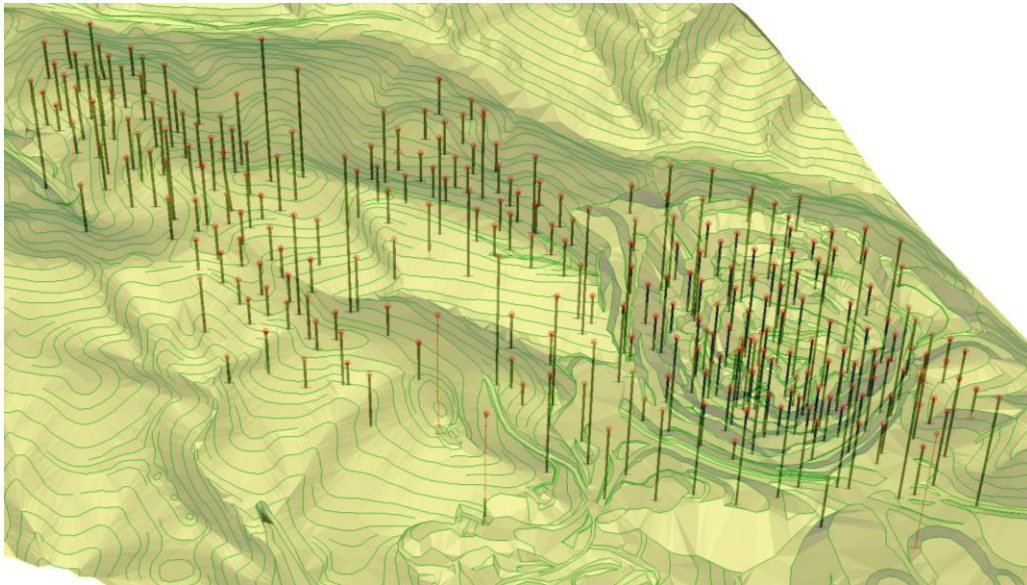
Slika 5.5. Radna baza podataka bušotina sa prikazom litologije rudnog tela

Na slici 5.6 prikazan je panel radne baze sa unetim podacima o sadržaju metala po istražnim bušotinama (*engl. Assays*).

HOLE-ID	AG G/T	AU G/T	CU %	CUOX %	FROM	MO PPM	PRENOS	S %	TO
22	8-423	2.00	0.04	0.430	0.033	42.00	NC	2.95	44.00
23	8-423	2.00	0.04	0.360	0.028	44.00	NC	3.94	46.00
24	8-423	2.00	0.04	0.260	0.023	46.00	NC	2.56	48.00
25	8-423	2.00	0.04	0.450	0.029	48.00	NC	3.15	50.00
26	8-423	0.00	0.10	0.500	0.038	50.00	NC	2.95	52.00
27	8-423	0.00	0.10	0.490	0.036	52.00	NC	4.53	54.00
28	8-423	0.00	0.10	0.850	0.061	54.00	NC	1.77	56.00
29	8-423	0.00	0.10	0.640	0.046	56.00	NC	3.15	58.00
30	8-423	0.00	0.10	0.550	0.042	58.00	NC	2.95	60.00
31	8-423	0.00	0.06	0.490	0.030	60.00	NC	4.92	62.00
32	8-423	0.00	0.06	0.510	0.028	62.00	NC	4.72	64.00
33	8-423	0.00	0.06	0.750	0.037	64.00	NC	6.40	66.00
34	8-423	0.00	0.06	0.920	0.040	66.00	NC	5.25	68.00
35	8-423	0.00	0.06	0.900	0.021	68.00	NC	3.03	70.00
36	8-423	1.60	0.04	1.200	0.030	70.00	NC	4.23	72.00
37	8-423	1.60	0.04	0.670	0.022	72.00	NC	3.94	74.00

Slika 5.6. Radna baza sa unetim podacima o sadržaju metala

Unosom prethodnih podataka stvaraju se uslovi 3D prikaza rasporeda bušotina na prostoru ležišta, kao što je prikazano na slici 5.7.



Slika 5.7. Prostorni položaj istražnih bušotina na ležištu

### Obrada geoloških podataka

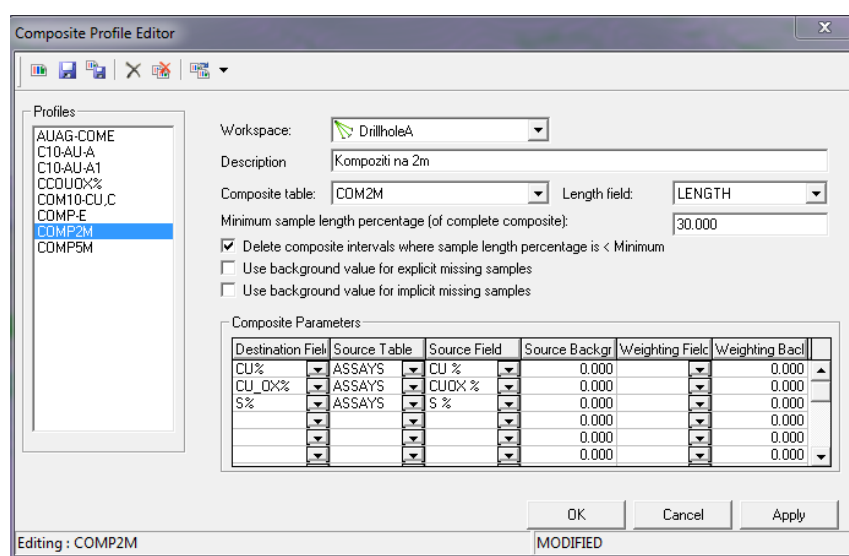
Obrada geoloških podataka sa ciljem formiranja blok modela ležišta, sastoji se najpre u usrednjavanju hemijskih proba metodom izrade kompozita, čime se baza podataka modifikuje prema potrebi metode proračuna rezervi mini blokovima, odnosno potrebi izrade blok modela.

Na primer, kod rude bakra, kada zbog različitih dužina intervala oprobavanja jezgara iz istražnih bušotina na kojima su urađene hemijske analize, kod elementa Cu i Cuox na dužinskim intervalima od 2 i 5m, a kod plemenitih metala na intervalima 10, 15m i 20m, u bazu podataka je neophodno uneti podatke za iste dužinske intervale, i neophodno je usrednjavanje podataka po stubu bušotine. To se radi kompozitnom analizom. Ova analiza u softveru ima naziv „Compositing“ i nakon formiranja kompozitnih tabela, za određenu dužinu intervala, sračunat je za



svaku bušotinu za jednake intervale, 2 i 5 m. To znači da su intervali koji su bili u pojedinim bušotinama duži, deljeni, odnosno skraćivani.

Pripremom profila kompozita (*engl. Compositing Profile*), određuju se parametri po kojima će se raditi kompozit, kao što je prikazano na slici 5.8. Rezultati proračuna kompozita se smeštaju u posebnu radnu bazu tačaka (*engl. Point Workspace*). Podaci se kasnije koriste za dalju geostatističku analizu – analizu anizotropije i izradu variograma.



Slika 5.8. Editor profila za pripremu kompozita

## Geodetski podaci koji se uvoze u softver

Osim podataka o vrstama stena i orudnjenju – geoloških podataka, za izradu blok modela ležišta je neophodan i unos geodetskih podataka – topografije terena. To je podatak koji su geometri snimili na terenu, i nakon što se uveze u softver u 3D formatu (ekstenzija *.dwg* ili *.dxf*), njime može da se manipuliše u formi *ASCII* datoteke, ili da se kreiraju površine.

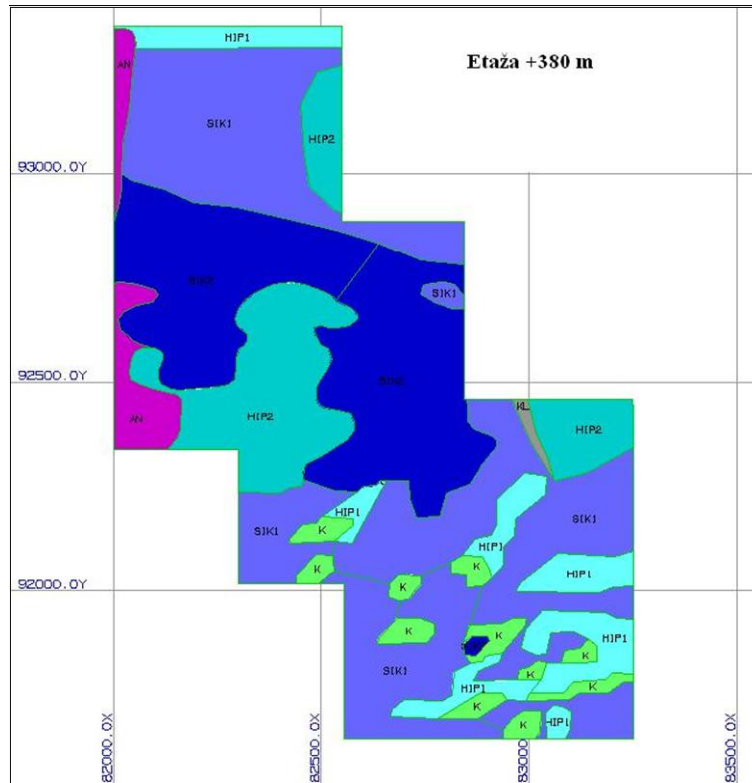
## Kreiranje domena blok modela

Da bi se ograničio blok model u prostoru, koristi se domen ili više grupa domena. Domen je trodimenzionalni solid oblika rudnog tela, koji može da sadrži više podgrupa materijala sličnih geostatističkih karakteristika. U suštini su to ili podgrupe vrsta stena, orudnjenih i jalovih, ili su, ako se radi o orudnjenim stenama, različite vrste orudnjenja (na primer kod rude bakra to su ukupni bakar, oksidni bakar, sulfidni bakar i sl).

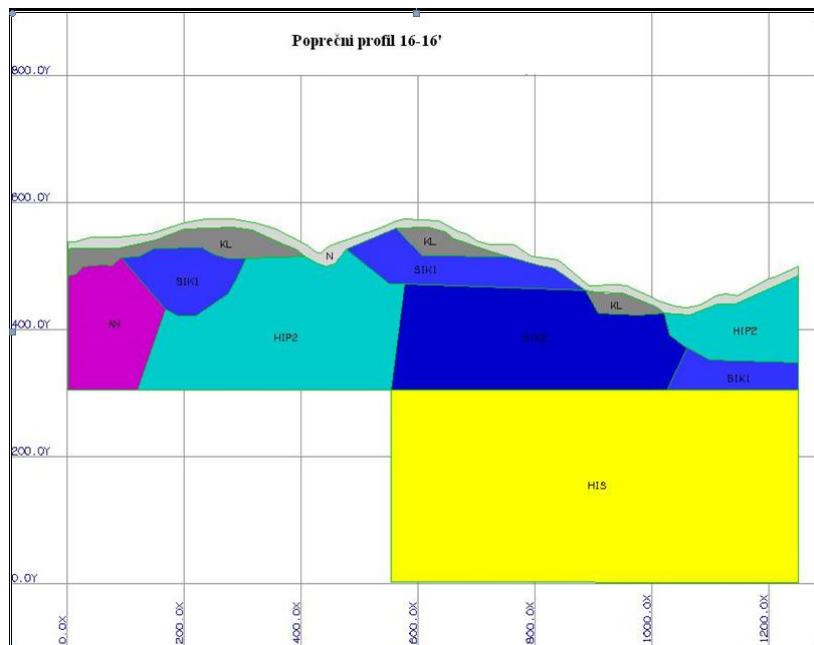
Na osnovu preseka bušotina sa profilnim ravnima kako horizontalnim (etažnim), tako i vertikalnim, spajanjem tačaka preseka i kreiranjem poligona (zatvorenih linija sa atributima karakteristika materijala), dobija se mogućnost kreiranja solida (domena) rudnog tela.

Ista interpretacija se može uraditi i na vertikalnim profilnim ravnima, po istom principu, ili alatima softvera ili ručno digitalizacijom na radnoj površini, ako se ne radi o komplikovanim oblicima, tj. ako to nisu orudnjenja komplikovanog geometrijskog oblika – žice, dajkovi i sl.

Na slikama 5.9 i 5.10 prikazana je litologija ležišta Kraku Bugaresku Cementacija na horizontalnim i vertikalnim profilima.



Slika 5.9. Interpretacija litologije ležišta na horizontalnom profilu



Slika 5.10. Interpretacija litologije ležišta na vertikalnom poprečnom profilu

Spajanjem tačaka preseka i kreiranjem poligona dobija se mogućnost kreiranja solida rudnog tela. Poligoni su zatvorene krive linije koje su definisane verteksima, pri čemu svaki verteks ima  $x$ ,  $y$  i  $z$  koordinatu, čime su jednoznačno definisani u prostoru, a samim tim i poligon koji čine. Poligoni sadrže i karakteristiku materijala koji ograničavaju. Osnovni materijali se ovde mogu uslovno podeliti na „rudu“ i „jalovinu“, odnosno materijale koji imaju slične geostatističke karakteristike.

Karakteristike poligona se mogu ažurirati na osnovu tačaka, ako je prethodno urađena kompozitna analiza čiji se rezultati pamte u privremenoj bazi tačkastih proba ili podataka (*engl. Point area workspace*). U softveru je to direktorijum koji ima specifične karakteristike u kome se čuvaju podaci o tačkastim probama i iz koga se po potrebi preuzimaju u svrhu drugih geostatističkih analiza. Takođe se mogu ažurirati na osnovu podataka iz bušotina, ili iz drugog postojećeg blok modela.

Manipulacija poligonima, obzirom da ograničavaju skupove tačaka istorodnog materijala, sprovodi se prema teoriji skupova (unija dva i više skupa, presek dva ili više skupa, operacija oduzimanja skupa „ $b$ “ od skupa „ $a$ “ i sl.).

Konačan rezultat nakon manipulacije poligonima je jedan poligon koji predstavlja granicu istorodnog materijala u jednom preseku - na etažnoj ravni. Ako se radi o orudnjenom materijalu, tj rudi, definisanjem takvih poligona na svim postojećim etažnim ravnima koji su prethodno definisani nožicom i vrhom etaže, odnosno sredinom etaže, raspolaže se sa onolikim brojem poligona koji obuhvata celo rudno telo.

### **Kreiranje blok modela**

Na osnovu poligona u horizontalnim i vertikalnim presecima, tj. ringova – zatvorenih polilinja, može se kreirati solid sa definisanom litologijom, da bi se kasnije izabranom metodom interpolacije na selektovanim blokovima, kodiranim

kao orudnjene stene, izvršila interpolacija sadržaja. To je jedna od mogućnosti definisanja orudnjenog prostora u blok modelu.

### **Procena sadržaja metala u rudi - krigovanje**

Procena sadržaja metala blok modela može se raditi na više načina, u zavisnosti od metode, koja je ocenjena kao adekvatna za utvrđeni tip mineralizacije. Geostatističke metode, koje se najčešće koriste objašnjene su u poglavljima 3.4.3. i 3.4.4.

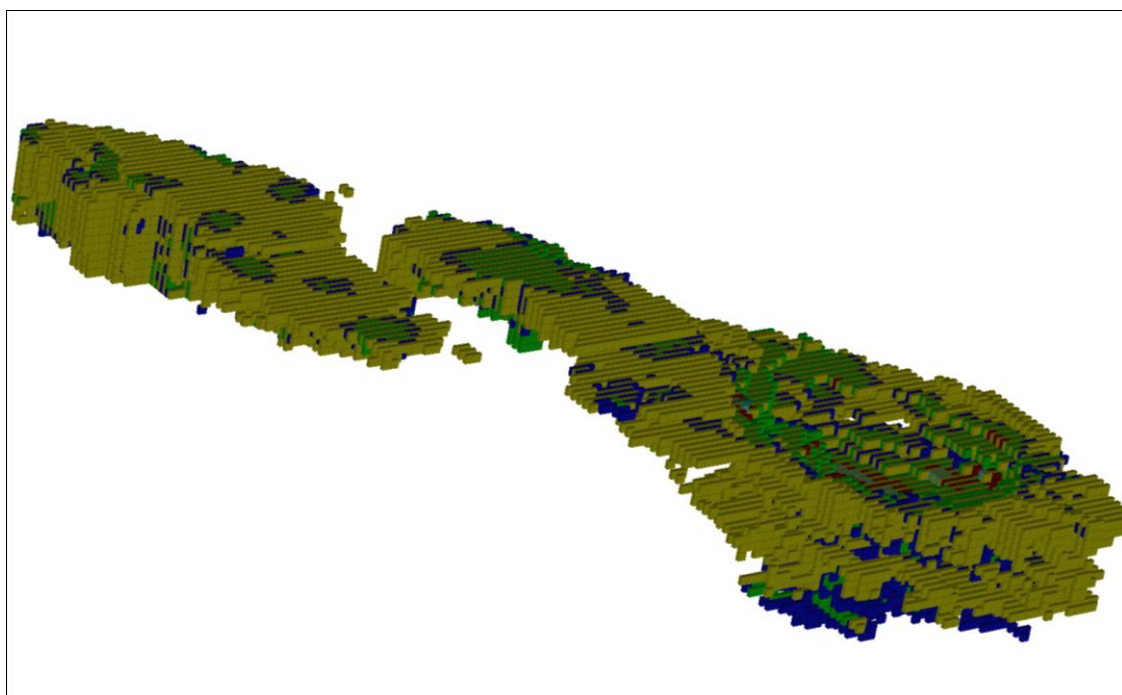
Kod metode krigovanja, prvo mora da se definiše način obrade podataka („presek“), tj. na koji način i sa kojim parametrima se vrši krigovanje. Izbor najboljeg preseka za krigovanje može da se izvrši uz pomoć metode unakrsnih validacija (*engl. Cross validation*). Princip metode je procena poznatih vrednosti korisne komponente u određenom bloku na osnovu okolnih vrednosti. Na taj način dobijaju se procenjene vrednosti u tom bloku, koje je moguće korelisati sa realnim vrednostima, odnosno sadržajima korisnih komponenti dobijenih hemijskim analizama uzetih proba. Praktično, postupak se vrši za sve probe iz istražnih bušotina. Ovaj postupak se primenjuje za sve dobijene variograme i definisane preseke krigovanja. Kao krajnji rezultat, dobija se korelacija između pravih i sračunatih vrednosti, odnosno koeficijenti korelacije. Metode za koje se utvrdi najviši koeficijent korelacije uzimaju se kao najpouzdanije za procenu (interpretaciju) sadržaja metala u ležištu.

### **Validacija blok modela**

Validacija blok modela ležišta se sprovodi primenom trend analize. Trend analiza je metod provere ispravnosti, odnosno verifikacije blok modela. Osnovna ideja je da se uporede polazni podaci sadržaja neke komponente za procenu sadržaja po blokovima i dobijeni procenjeni sadržaji po blokovima u nekom delu ležišta.

Kod trend analize po dubini vrši se selektovanje podataka po etažama: intervali proba, koji pripadaju određenoj etaži, i procenjeni sadržaji u blokovima na istoj etaži. Nakon proračuna prosečnih vrednosti ovih podataka po etažama, vrši se njihovo grafičko predstavljanje kao trendova promene sadržaja po etažama, tj. po dubini ležišta.

Primenom prethodno opisanih procedura razvijen je 3D blok model ležišta Kraku Bugaresku Cementacija i prikazan je na slici 5.11.



Slika 5.11. Blok model ležišta Kraku Bugaresku Cementacija u 3D formatu

### 5.6.2. Model troškova i prihoda

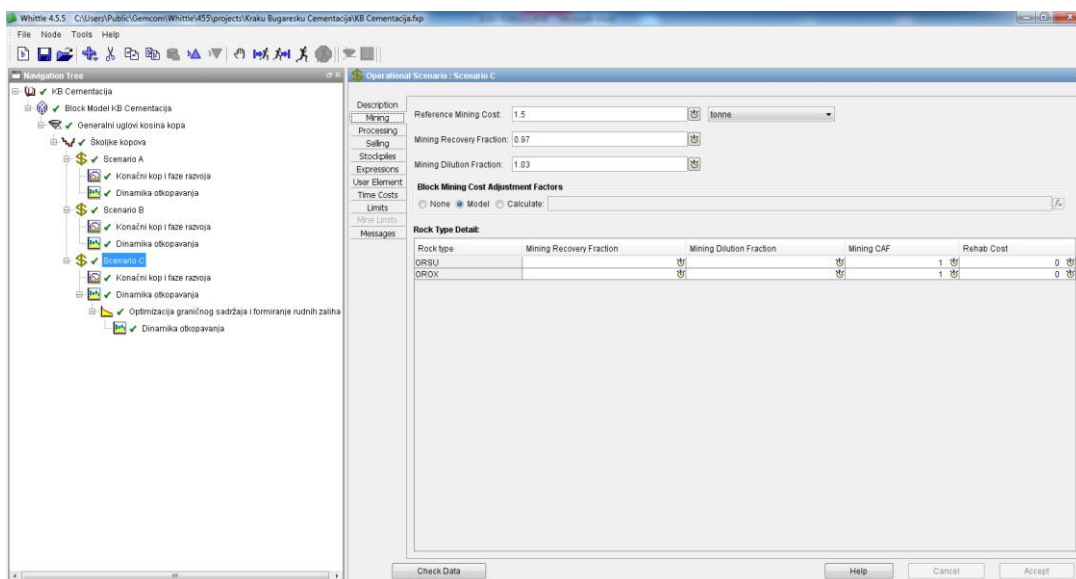
U sklopu pripreme ulaznih podataka za optimizaciju u softveru Whittle, moraju se proceniti očekivani rudarski troškovi eksploatacije i prerade rude do nivoa koncentrata korisne komponente, odnosno ukupni metalurški troškovi u slučaju da je finalni proizvod katoda.

Whittle ima vrlo specifične zahteve u pogledu definisanja ovih troškova i načina njihovog unosa u program, i vrlo je važno da se to u potpunosti razume, kako bi se dobili odgovarajući rezultati ekonomske optimizacije.

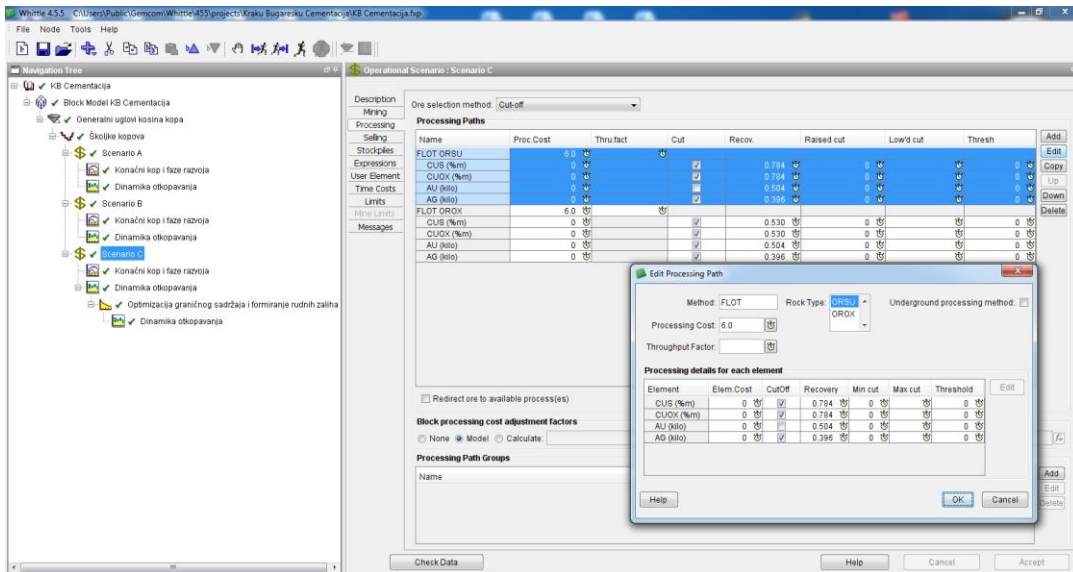
Shodno tome, troškovi moraju biti izraženi kao:

- troškovi otkopavanja po toni iskopina,
- troškovi prerade po toni rude,
- troškovi metalurške prerade po jedinici proizvedenog osnovnog proizvoda,
- troškovi prodaje i marketinga.

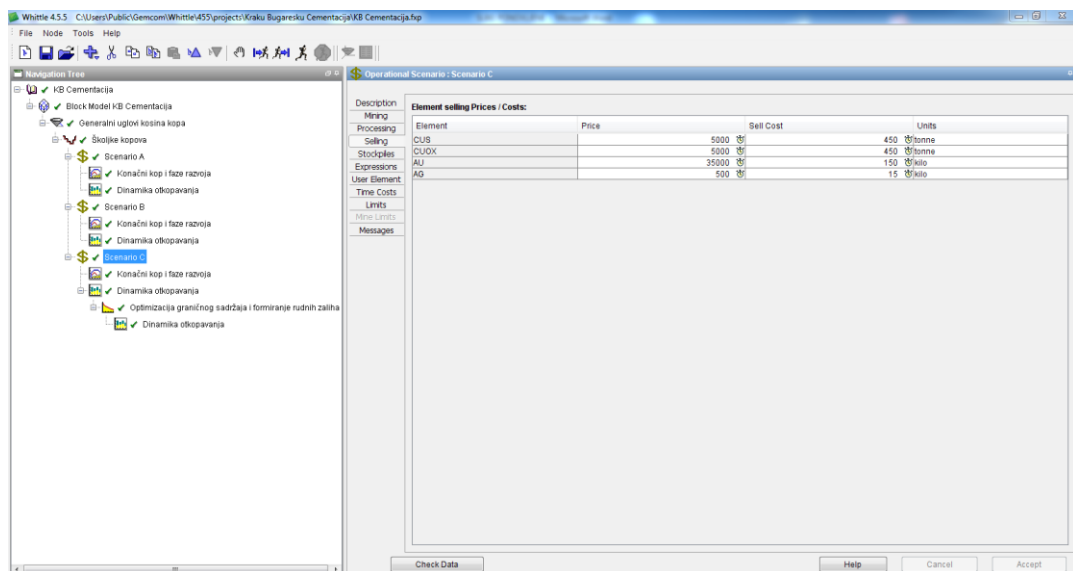
Na slici 5.12 prikazani su paneli za unos troškova otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade.



a) Troškovi otkopavanja



b) Troškovi flotacijske prerade



c) Troškovi metalurške prerade

Slika 5.12. Paneli softvera za definisanje i unos troškova

Da bi se smanjili, odnosno racionalizovali troškovi po jedinici proizvoda, mora se odrediti kapacitet proizvodnje (*engl. Production rate*). Ako optimizacijom dobijena veličina kopa ne odgovara postavljenim zahtevima, onda se ponovo moraju analizirati i sračunati troškovi, i ponovo izvršiti optimizacija. Ovakve analize troškova proizvodnje se obično obrađuju – sračunavaju u odgovarajućim



računarskim tabelama (u nekom od kompjuterskih programa) i ponovna preračunavanja su time jednostavnija i lakša.

Priraštaj troškova kao što su na primer zarade ili troškovi goriva (energije), moraju da budu uključeni u aktivnosti sa kojima su povezani – tj. u tehnološke faze gde nastaju.

Troškovi koji zavise od vremena, a ne od tonaže (proizvodnje), ili proizvodnih potreba i zahteva, moraju se pažljivo razmotriti, ali su pravila o tome koje troškove gde i kada uključiti – vrlo jasna: *Troškovi koji bi prestali da postoje ako proizvodnja prestane, moraju biti uključeni kao input u Whittle i suprotno tome, oni troškovi koji ne bi prestali da postoje kada proizvodnja prestane, moraju biti isključeni.*

Ovako postavljeni principi procene troškova su bazirani na procedurama optimizacije. Naime kada optimizacioni algoritam dodaje blokove konturi kopa, efekat toga je produženje veka kopa. U takvom slučaju, taj dodatni vek kopa ima svoju cenu, tj. za dodatni vek kopa treba platiti, i krajnji efekat toga je smanjenje ukupne realne vrednosti kopa (što je češći slučaj nego povećanje vrednosti zbog produžetka veka eksploatacije).

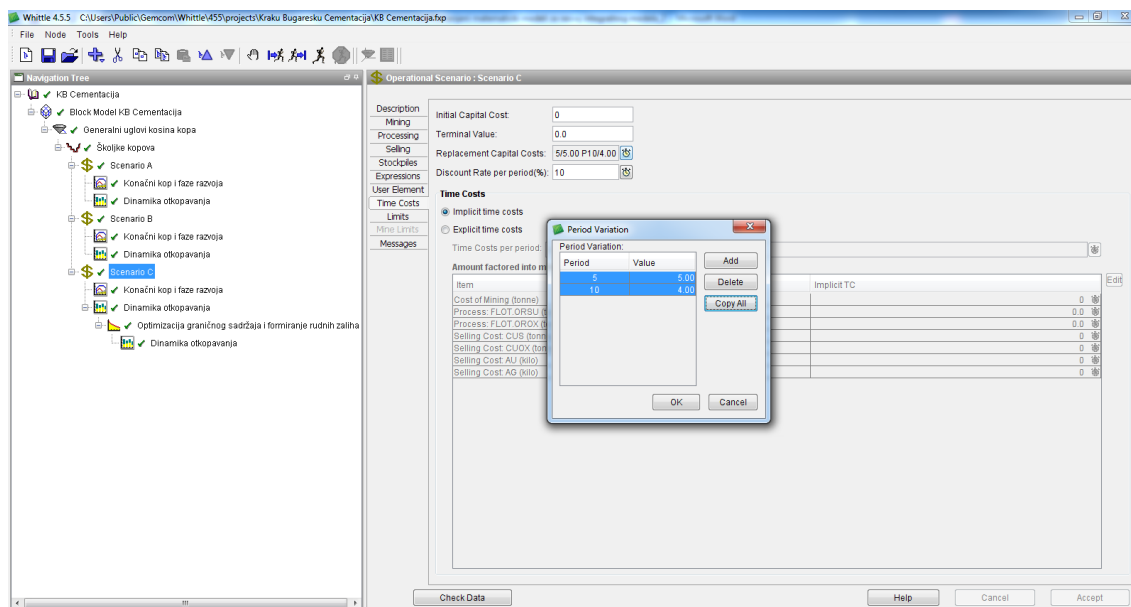
Kako algoritam manipuliše samo sa atributima/vrednostima mini blokova iz blok modela ležišta, neophodno je na neki način ovu vremensku zavisnost vezati za mini blokove. Kako će ta zavisnost biti izvršena, zavisi od toga na koji je način proizvodnja ograničena, tj. koja ograničenja postoje – da li je proizvodnja limitirana kapacitetom otkopavanja, flotacijske ili metalurške prerade rude.

Softver omogućava da se unesu inicijalni kapitalni troškovi, odnosno troškovi koji su nastali u nultoj godini - godini pre početka eksploatacije i ovi troškovi se ne diskontuju kod primene metode diskontovanja novčanih tokova (*engl. Discounted Cash Flow – DCF*).

Takođe, s vremena na vreme, neophodno je da se obnovi osnovna (kapitalna) oprema, i to uključuje izdatke koji su značajno viši od standardnih troškova održavanja mehanizacije. Ovi troškovi predstavljaju troškove zamene kapitala (*engl. Replacement Capital Costs*), a njihovo unošenje vrši se preko panela softvera,

koji omogućava njihovo variranje po periodima. Na isti način se unosi i vrednost diskontne stope, kao i preostala vrednost rudnika nakon završetka eksploatacije (engl. *Terminal Value*), ukoliko ona postoji.

Na slici 5.13 prikazan je panel za unos vremenskih troškova u veku projekta.



Slika 5.13. Panel softvera za unos vremenskih troškova

## Cena metala

Kako bi se smanjila neizvesnost vezana za ispravnu procenu cene metala na tržištu često se primenjuju tri deterministička pristupa:

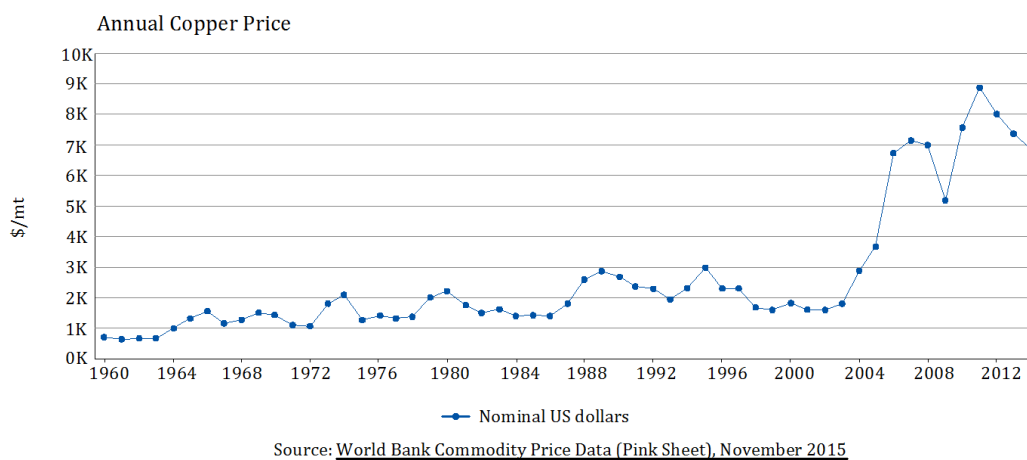
- tehnički pristup,
- fundamentalni pristup i
- kombinacija tehničkog i fundamentalnog pristupa.

Tehnički pristup zasniva se na statističkoj obradi istorijskih podataka o kretanju cene određenog metala, sa ciljem utvrđivanja matematičke funkcije (trenda) kojom se može opisati i predvideti ponašanje cene u budućnosti.

Fundamentalni pristup se zasniva na pokušaju procene kretanja ponude i tražnje, koji su glavni (fundamentalni) razlozi za promenu cene metala.

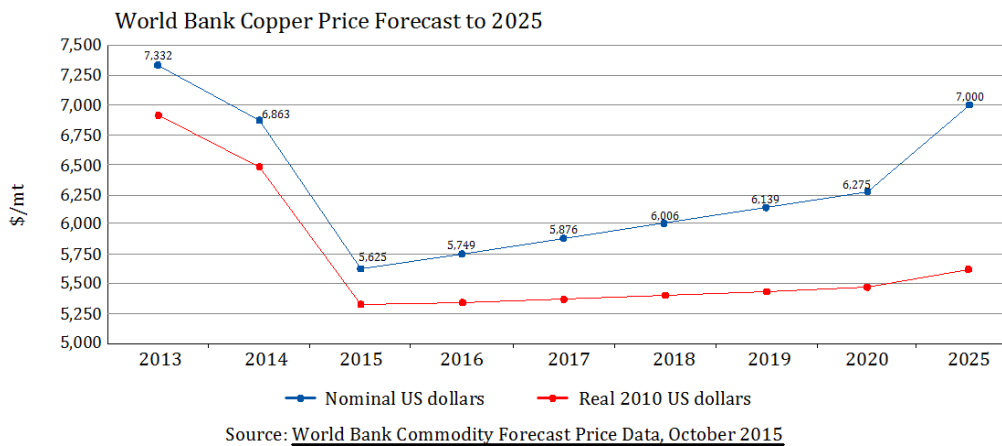
Od nabrojanih determinističkih pristupa, u dosadašnjoj praksi, pokazalo se da najbolje rezultate daje kombinacija tehničkog i fundamentalnog pristupa.

Na slici 5.14 dat je istorijski prikaz kretanja cene bakra za period 1960. ÷ 2015. godine, izvor Svetska banka.



Slika 5.14. Kretanja cene bakra za period od 1960. ÷ 2015. godine, izvor Svetska banka

Dugoročna prognoza kretanja cene bakra projektovana od strane Svetske banke za period 2013. ÷ 2025. godine prikazana je na slici 5.15.



Slika 5.15. Dugoročna prognoza kretanja cene bakra za period 2013. ÷ 2025. godine, izvor Svetska banka

- \* *Nominalni dolari su iznos novca koji je plaćen za nešto u prošlosti, ne računajući inflaciju.*
- \*\* *Nasuprot tome, realni dolari su korigovana vrednost nominalne vrednosti dolara sa ciljem da se uklone efekti opšte promene nivoa cena tokom vremena i meri se u vremenu opšteg nivoa cena u nekoj referentnoj godini (bazna godina). Dakle, u ovom slučaju uračunata je inflacija.*

### Ekonomska vrednost bloka

Da bi se optimizacija završne konture kopa mogla izvršiti, svakom mini bloku se dodeljuje ekonomska vrednost (EVB), koja predstavlja neto nediskontovan prihod koji se ostvaruje eksploatacijom i preradom bloka i prodajom njegove količine metala. Ukoliko je neto dobit pozitivna, blok je označen kao rudni, u suprotnom slučaju označen je kao jalovinski blok.

Formula za ekonomsku vrednost bloka predstavljena je izrazom:

$$EVB = (q_m \times c_f \times p - q_r \times cm) - q_j \times w \quad (5.1)$$

Gde su:  $q_m$  – količina metala u bloku

$c_f$  – iskorišćenje metala u procentu flotacijske prerade

$p$  – cena metala

$q_r$  – količina rude u bloku

$cm$  – troškovi po toni otkopavane i prerađene rude

$q_j$  – ukupna količina rude i jalovine u bloku  
 $w$  – troškovi po toni otkopane jalovine.

Ako je EVB vrednost veća od nule, tada se taj deo bloka ili ceo blok smatra rudom, u drugom slučaju tretira se kao jalovina.

### 5.6.3. Model za ekonomsku evaluaciju projekta

Softver za ekonomsku evaluaciju koristi DCF metodu, odnosno metodu diskontovanog novčanog toka. DCF metoda uvažava rizik budućih zarada i novčanih tokova, pri čemu uzima u obzir i vremensku vrednost novca. Stoga, ista se izračunava na osnovu diskontovanih novčanih tokova. Kao takva, ova metoda je osnova u planiranju ispunjavanja osnovnog cilja rudnika – maksimiziranja neto sadašnje vrednosti projekta.

Metodom sadašnje vrednosti svi prihodi se diskontuju na sadašnju vrednost projekta, koristeći traženu stopu povraćaja kapitala. Neto sadašnja vrednost za predloženu investiciju određuje se po obrascu:

$$NPV = \sum \frac{I_t}{(1+k)^t} \quad (5.2)$$

gde je :  $k$ - tražena stopa povraćaja.

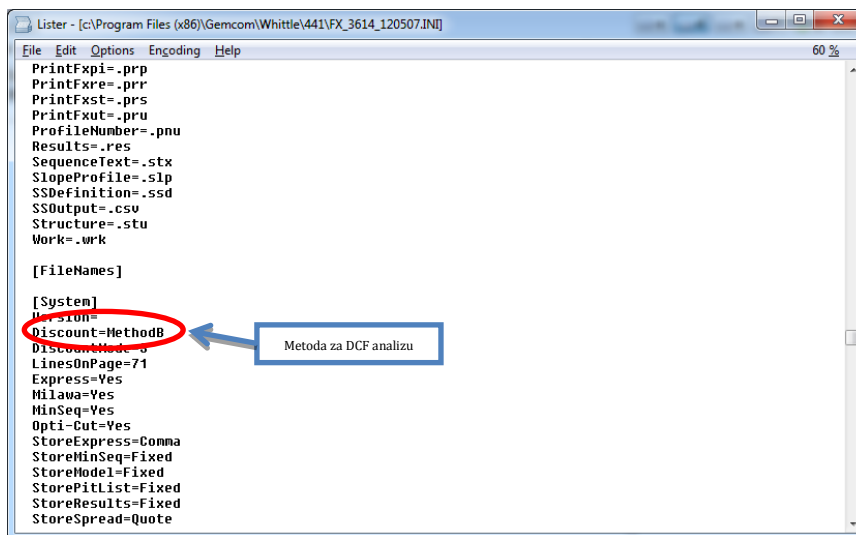
Vrednost integralnog procesa rudarstvo – metalurgija predstavlja sadašnju vrednost očekivanih novčanih tokova ostvarenih eksploatacijom i preradom rude i prodajom metala, diskontovanih po stopi koja odražava rizik tih novčanih tokova. Drugim rečima, određeni integralni proces dobijanja finalnog proizvoda (metala) vredi onoliko koliko danas vrede budućí novčani tokovi koje će taj projekat generisati.

Za vrednovanje integralnog procesa neophodno je odrediti trošak kapitala/investicije koji je predstavljen određenom stopom povraćaja, tj.

diskontnom stopom. Diskontna stopa se ne primenjuje direktno prilikom izračunavanja diskontne vrednosti, već se prvo izračunavaju diskontni faktori (ili faktori sadašnje vrednosti), pomoću kojih se diskontuju budući prinosi na sadašnju vrednost. U softver je inkorporirana metoda, označena kao Metoda B (slika 5.16), koja koristi sledeći izraz za izračunavanje diskontnog faktora:

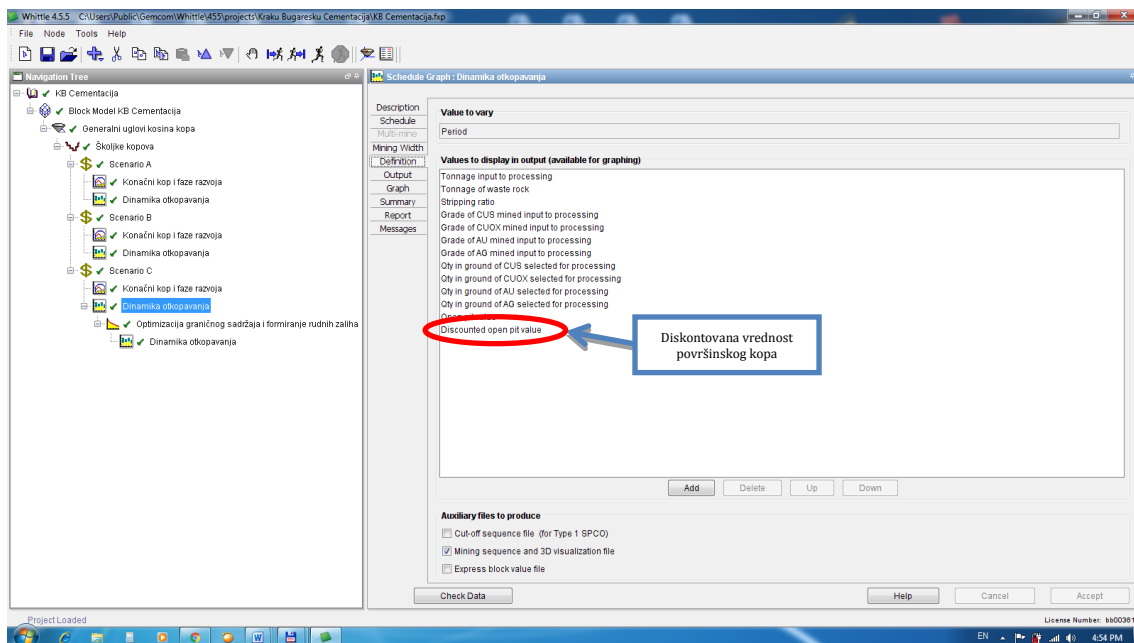
$$\left(\frac{100 - D}{100}\right) \quad (5.2)$$

Gde je:  $D/100$  – diskontna stopa.



Slika 5.16. Metoda za DCF analizu projekta

Panel softvera za definisanje zahteva za sprovođenje DCF analize prikazan je na slici 5.17.



Slika 5.17. Panel softvera za definisanje zahteva za sprovođenje DCF analize

#### 5.6.4. Model za optimizaciju granice kopa i izbor faza razvoja kopa

Optimizacija površinskog kopa bazira se na primeni Whittle algoritma, koji predstavlja modifikovani Lerchs i Grossmann algoritam, što je detaljno objašnjeno u poglavlju 3.0.

Za optimizaciju površinskog kopa koriste se ekonomski parametri (troškovi i cene metala, diskontna stopa) koji su specificirani u prethodnom poglavlju 5.6.2. Pored ekonomskih, za proces optimizacije neophodno je definisati i tehnološke parametre, kao i ograničenja kapaciteta po tehnološkim fazama:

- iskorišćenje i osiromašenje rude u fazi otkopavanja,
- iskorišćenje u fazi flotacijske prerade,
- iskorišćenje u fazi metalurške prerade,
- ograničenje kapaciteta kopa u fazi otkopavanja rude,
- ograničenje kapaciteta u fazi flotacijske prerade.

Za različite odnose troškova i cena dobija se niz školjki kopova. Kada se vremenska vrednost novca uzme u obzir, vrednost školjki kopova opada za faktor prihoda veći

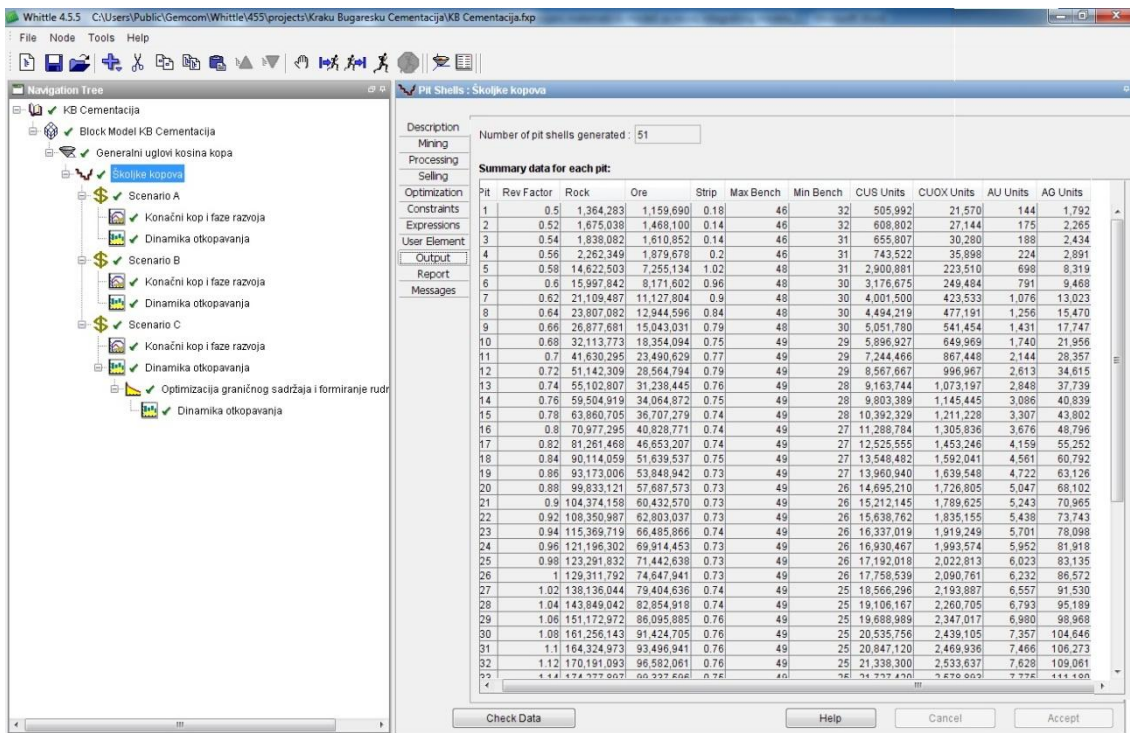
od jedinice, s obzirom na činjenicu da troškovi jalovine prethode dobiti koja se ostvaruje otkopavanjem rude. Efekat diskontovanog novčanog toka znači da diskontovani troškovi nadmašuju u većoj meri diskontovane prihode. Optimalni kop sa tačke gledišta neto sadašnja vrednosti može biti između faktora prihoda 0,65 i 0,95, u zavisnosti od strukture ležišta i ograničenja otkopavanja (kapaciteta otkopavanja, minimalne širine berme, maksimalnog vertikalnog godišnjeg napredovanja) i kapaciteta flotacijske prerade. Na grafiku *NPV-tonaža* može se videti da je vrh diskontovanog novčanog toka u navedenom slučaju na nižoj ukupnoj količini (tonaži) rude od vrha krive nediskontovanog ukupnog novčanog toka (slika 6.15, poglavlje 6.0).

Kriva novčanog toka u odnosu na tonažu teži da bude ravna na vrhu (slika 6.15, poglavlje 6.0). Iza tačke maksimuma nije ekonomično otkopavati, ali se može razmatrati otkopavanje i ovog dela ležišta u slučaju poboljšanja ekonomskih uslova (povećanje cene metala, ili smanjenje troškova) ili poboljšanja tehnoloških uslova.

Razlog za generisanje kontura kopova za manje vrednosti faktora prihoda je taj što se time dobijaju unutrašnje konture kopova koje služe da se izabere najbolja pozicija za početak otkopavanja. Zbog toga što su konture vrlo blizu jedna drugoj, promena u količinama rude između njih je veoma mala.

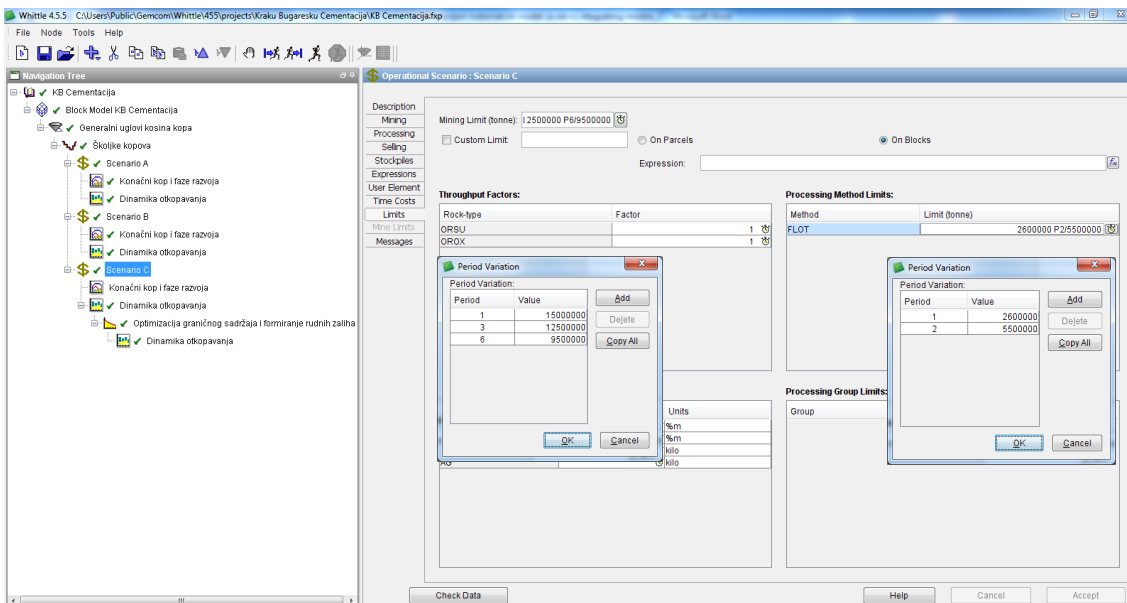
Panel softvera na slici 5.18 prikazuje generisane školjke kopova primenom tehnike parametrizacije za faktore prihoda od 0,5 do 1,5. Proračun se zasniva na nediskontovanim novčanim vrednostima.





Slika 5.18. Generisanje školjke kopova

U narednom koraku sprovodi se simulacija i DCF analiza da bi se odredio kop sa najvećom NPV. Ovde se u obzir uzimaju ograničenja kapaciteta otkopavanja i flotacijske prerade rude, koji mogu da se menjaju po periodima (godinama), a definisani su kapacitetom planirane rudarske opreme (slika 5.19).



Slika 5.19. Panel za unos ograničenja kapaciteta otkopavanja i flotacijske prerade rude

### 5.6.5. Model za optimizaciju plana dinamike otkopavanja

Kod planiranja dinamike otkopavanja identifikuje se željeni redosled otkopavanja na osnovu neto vrednosti mini blokova. Svrha i cilj jeste da se utvrdi u kom trenutku otkopavanja prve faze razvoja kopa treba da počne otkopavanje druge faze, zatim treće i tako do poslednje definisane faze, odnosno završne konture kopa.

Optimizacija plana dinamike otkopavanja je iterativan proces i stoga neadekvatan pristup ovom problemu može da ima značajan negativan uticaj na NPV projekta.

Panel softvera za optimizaciju dinamike otkopavanja omogućava definisanje i izbor više opcija, na osnovu kojih se dolazi do željene dinamike otkopavanja koja generiše najveću NPV, (slika 5.20):

- Najbolji (*engl. Best case*) i najgori (*engl. Worst case*) scenario otkopavanja ili scenario koji predstavlja kombinaciju prethodna dva scenarija (*engl. Specified case*). Za konkretan primer na ležištu Kraku Bugaresku Cementacija korišćen je scenario *Specified case*. Primena ovog scenarija

najpribližnije odgovara stvarnoj dinamici otkopavanja jalovine i rude unutar završne konture površinskog kopa.

- Konačan kop. Konačan kop je kop koji generiše najveću vrednost NPV projekta nakon sprovedene optimizacije plana dinamike otkopavanja. Princip je da se planiranje otkopavanja započne analizom kopa sa najvišom vrednošću na grafiku *NPV - tonaža*. U daljim koracima sprovodi se analiza scenarija simulacije planiranja dinamike otkopavanja za više kopova koji imaju manju vrednost na grafiku *NPV - tonaža* od prethodno analiziranog kopa. Na osnovu sagledavanja dobijenih rezultata projektant donosi odluku o izboru najpovoljnijeg scenarija, odnosno konačnog kopa sa najvišom NPV.

Za konkretan primer, iako kop broj 26 na grafiku *NPV-tonaža* pokazuje najvišu NPV, kao konačan izabran je kop 25, jer je nakon sprovedene analize utvrđeno da generiše najpovoljniji novčani tok, odnosno najvišu NPV projekta.

- Algoritam optimizacije plana dinamike otkopavanja. Milawa algoritam radi u dva režima koji su opisani u poglavlju 3.8.3. U oba režima, može da se ograniči broj etaža koje će se otkopavati u jednoj fazi razvoja kopa u određenom periodu, kao i da se kontroliše napredovanje prethodne u odnosu na narednu fazu. Ukoliko se koristi ovaj optimizacioni algoritam, softver omogućava da se zadaju sledeća ograničenja:
  - Prethodna faza ne može da napreduje manje od zadatog broj etaža u odnosu na narednu fazu (*engl. Minimum lead*).
  - Prethodna faza ne može da napreduje više od zadatog broj etaža u odnosu na narednu fazu (*engl. Maximum lead*).
  - U definisanoj fazi ne može da se otkopa više od zadatog broj etaža u bilo kom periodu (*engl. Maximum benches per period*).

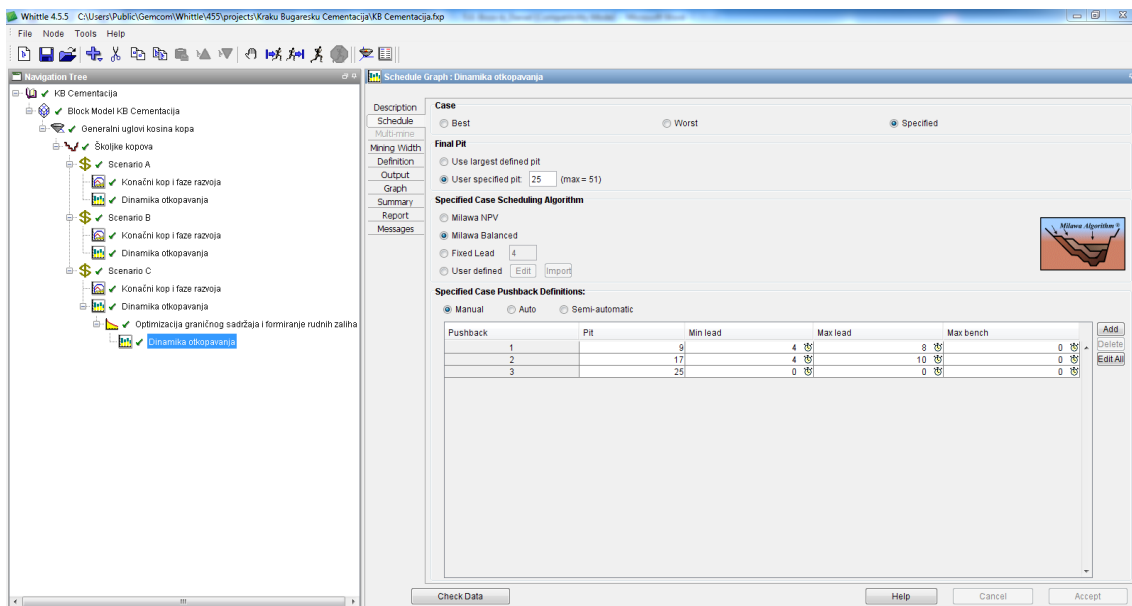
Takođe softver omogućava da se izabere opcija kojom se određuje koliko će etaža svaka prethodna faza da napreduje u odnosu na sledeću fazu (*engl. Fixed Lead*). Na primer, ako se izabere da napredovanje bude pet etaža, otkopavanje će početi u prvoj fazi i nastaviće se dok se ne otkopa pet etaža.

Zatim počinje otkopavanje u drugoj fazi, dok se nastavlja otkopavanje u prvoj fazi. Kada se otkopa pet etaža u drugoj fazi, počinje otkopavanje u trećoj, i ovaj scenario se ponavlja dok se ne otkopaju sve količine rude u konačnoj konturi kopa.

Ukoliko korisnik želi, može da izabere opciju da sam, manuelno definiše dinamiku otkopavanja (*engl. User Defined*), tako što se u tabeli ručno zadaje redosled otkopavanja etaža (koje su predstavljene redovima, od najviše do najniže etaže) po fazama (koje su predstavljene kolonama).

U disertacije je, za optimizaciju plana dinamike otkopavanja, primenjen Milawa algoritam u režimu balansiranja.

- Faze razvoja kopa. Njihov izbor može biti manuelan, odnosno izbor vrši korisnik na osnovu rezultata optimizacije kopa, automatski izbor, kada modul softvera bira faze ili semi- automatski izbor, što podrazumeva da korisnik izabere prvu fazu, a ostale faze definiše softver.



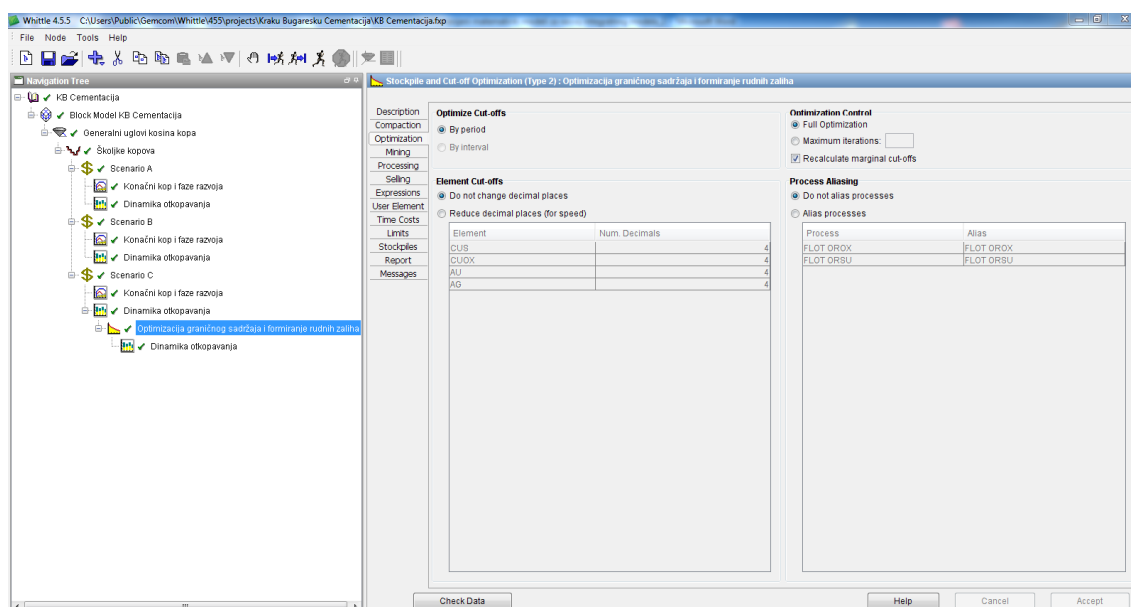
Slika 5.20. Panel softvera za definisanje i izbor opcije za optimizaciju dinamike eksploatacije

### 5.6.6. Model za optimizaciju graničnog sadržaja metala u rudi

Nakon definisanja blok modela ležišta, izbora konačne granice kopa i definisanje faza i dinamike razvoja kopa, pristupa se optimizaciji graničnog sadržaja metala u rudi. Ovo podrazumeva da se za svaki period (godinu) odredi granični sadržaj. Time se postiže da se veći novčani tokovi ostvaruju u početnim godinama eksploatacije, što na kraju rezultira maksimizacijom NPV, što je osnovni cilj predloženog integralnog modela.

Slika 5.21 prikazuje panel softvera za definisanje procesa optimizacije graničnog sadržaja. Modul softvera koristi Whittle algoritam.

Optimizacija graničnog sadržaja po periodu (godini), podrazumeva da se prvo izračunaju marginalni granični sadržaji za svaki period, što maksimizira novčani tok, a zatim se vrši optimizacija graničnih sadržaja za svaki period i time se postiže krajnji cilj, a to je maksimizacija NPV.



Slika 5.21. Panel softvera za definisanje procesa optimizacije graničnog sadržaja

Ako rudarska eksploatacija zahteva strategiju formiranja rudnih zaliha, onda se mineralizovani materijal sa sadržajem između marginalnog i optimalnih graničnih sadržaja, nazvan materijal sa srednjim sadržajem, šalje na rudne zalihe tokom životnog veka rudnika.

Količine mineralizovanog materijala, mogu se podeliti u dve kategorije:

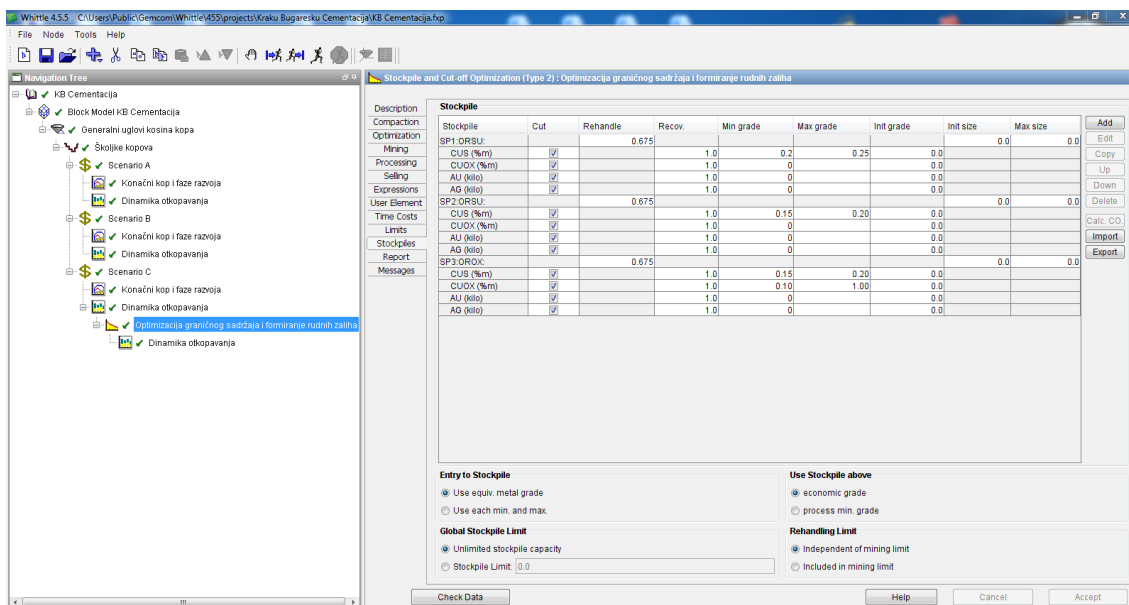
- 1) Količine ispod marginalnog graničnog sadržaja, koje nikada neće biti ekonomične odlažu se na odlagalištu;
- 2) Količine između marginalnog graničnog sadržaja i optimalnog graničnog sadržaja predstavljaju materijal srednjeg sadržaja i stoga se odlažu na rudnim zalihama.

Korišćenje rudnih zaliha u procesu eksploatacije i prerade može se razmatrati kroz dva slučaja:

- 1) Rudne zalihe se koriste istovremeno sa eksploatacijom površinskog kopa. To znači da je materijal poslat na flotacijsku preradu ili iz rudnika ili sa rudnih zaliha. Ova odluka je zasnovana na profitabilnosti poslovanja.
- 2) Rudne zalihe se koriste nakon što je ležište iscrpljeno, odnosno nakon prestanka rada površinskog kopa. U suštini, rudne zalihe predstavljaju dodatni deo ležišta, gde je ekonomičan sav dostupan materijal. U ovom slučaju, materijal sa višim sadržajem treba da se iskoristi ranije u odnosu na materijal sa nižim sadržajem.

U disertaciji je primenjen slučaj broj dva, pri čemu su formirane i rudne zalihe sa oksidnom rudom čiji dalji tretman nije razmatran.

Na slici 5.22 prikazan je panel softvera za formiranje rudnih zaliha.



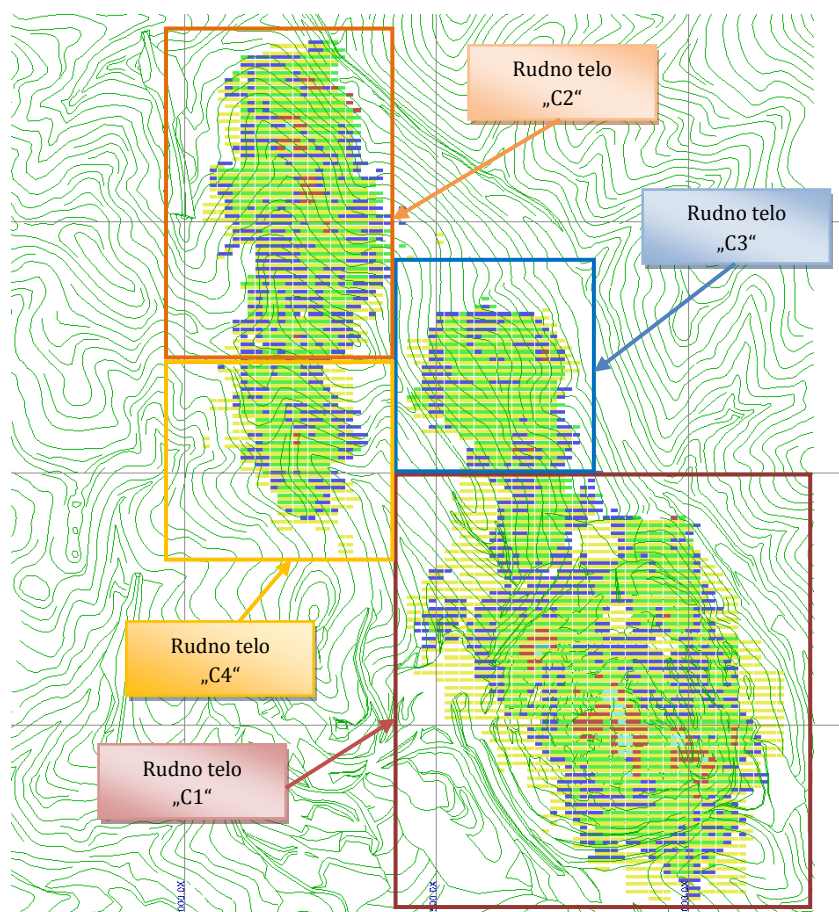
Slika 5.22. Panel za formiranje rudnih zaliha

Formiranje rudnih zaliha obavlja se dinamički tokom životnog veka kopa. Kada je ruda sa kopa iscrpljena, materijal sa rudnih zaliha se tretira na isti način kao i ruda iz kopa. Vrednost rude se procenjuje na osnovu troškova rukovanja rudom koji su nastali tokom utovara i transporta materijala sa rudnih zaliha. Ovaj trošak rukovanja materijalom je obično 45% od troškova otkopavanja, pri čemu je udeo rukovanja materijalom 40%, a nadzor 5% (Schellman, 1989).

## 6.0. PRIMENA RAZVIJENOG INTEGRALNOG MODELA NA LEŽIŠTU KRAKU BUGARESKU CEMENTACIJA

### 6.1. Geologija ležišta

Ležište bakra Kraku Bugaresku Cementacija jedno je od ležišta bakra u Srbiji koje se eksploatiše u okviru kompanije Rudarsko topioničarski basen Bor-Grupa, koja je jedna od najvećih kompanija u regionu, slika 6.1.



Slika 6.1. Ležište Kraku Bugaresku Cementacija sa izdvojenim rudnim telima „C1“, „C2“, „C3“ i „C4“



Ovo ležište pripada tipu porfirskih ležišta, koja se karakterišu sekundarnim sulfidnim obogaćenjem.

Ležište Kraku Bugaresku Cementacija detaljno je istraženo vertikalnim istražnim bušotinama sa jezgrovanjem pri čemu je izbušeno 280 bušotina, čija je ukupna dužina 54 590,90 m.

Tokom detaljnih istraživanja ležišta uzeto je ukupno 19 214 proba iz istražnih bušotina, za potrebe ispitivanja hemijskog sastava. Pri geološkom kartiranju jezgra bušotina uzete su probe za mineraloško-petrološka ispitivanja, od čega je determinisano 79 rudnih i 245 petroloških preparata, kao i 160 proba za ispitivanje fizičko-mehaničkih karakteristika stenskih masa. Od 641 probe iz 15 bušotina, formirana su 3 uzorka za potrebe ispitivanja tehnoloških karakteristika rude.

Mineralizacija bakra nalazi se u zoni izgrađenoj od hidrotermalno izmenjenih stena, dugoj oko 2 000 m, sa maksimalnom širinom oko 800 m (prosečno oko 600 m), koja zaleže ka istoku. Ležište je, u horizontalnoj projekciji (u konturi graničnog sadržaja 0,05% Cu), izduženo u pravcu SZ – JI. U vertikalnoj projekciji, je nepravilnog oblika. U konturi graničnog sadržaja bakra 0,15% Cu, u okviru ležišta izdvajaju se četiri rudna tela: „C1“, „C2“, „C3“ i „C4“, slika 6.1.

Sulfidni bakar u ležištu je prisutan u vidu minerala halkozina i kovelina, dok je oksidni bakar predstavljen mineralima tenorit, kuprit, malahit i azurit.

## 6.2. Blok modela ležišta

Interpretacija ležišta i okolnog prostora u obliku blok modela podrazumeva podelu prostora, koji zahvata ležište na blokove pravilnih dimenzija. Uzimajući u obzir sve uticajne faktore usvojena veličina blokova za ležište bakra Kraku Bugaresku Cementacija je 15×15×15 m. Blok modelom je zahvaćen prostor ležišta približne dužine 1 450 m i širine oko 650 m. Formiran je blok model sa 60 nivoa (etaža) (k+800 m do k -100 m), 160 kolona i 256 redova.

Izradom blok modela definisane su za svaki blok sledeće vrednosti:

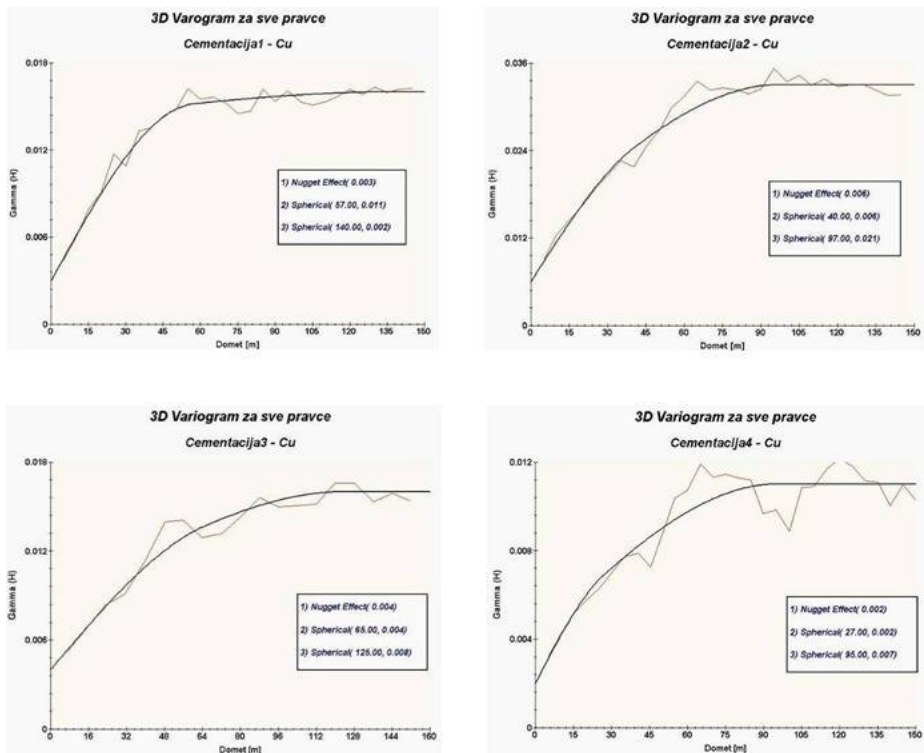
- vrsta stene,
- zapreminska masa,
- sadržaj osnovne korisne komponente (Cu i Cu<sub>ox</sub>, %) i pratećih komponenti (Au i Ag, g/t),
- ekonomska vrednost bloka, odnosno profit koji se ostvaruje otkopavanjem tog bloka.

Vrsta stene i zapreminska masa stene u bloku određene su na osnovu geološke interpretacije litologije po etažama. Za interpretaciju su korišćeni podaci iz geoloških istražnih bušotina.

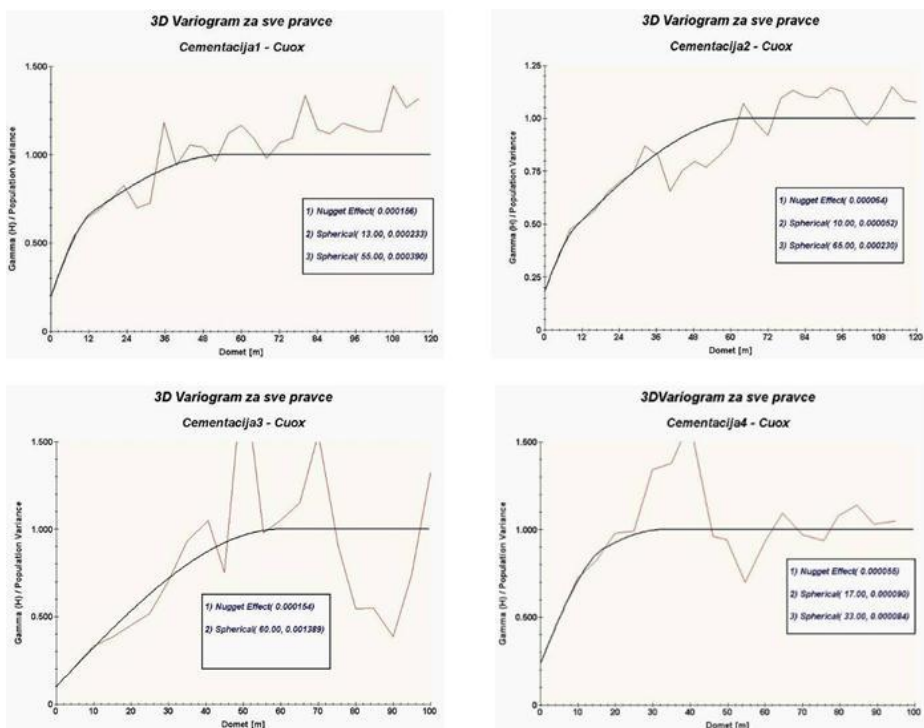
Najčešće korišćene metode procene kod porfirskih ležišta bakra su pravo (obično) krigovanje i metoda inverznih rastojanja. Upoređenjem metode krigovanja i metode inverznih rastojanja utvrđeno je da metoda pravog krigovanja daje veće koeficijente korelacije sa poznatim podacima za ukupni bakar, bakar oksid, zlato i srebro, pa je ona usvojena za procenu sadržaja po blokovima navedenih hemijskih elementa.

U ovom slučaju procena sadržaja metala u blokovima izvršena je na osnovu variograma. Za ležište Kraku Bugaresku Cementacija urađena su po četiri variograma za ukupni bakar (slika 6.2.) i četiri variograma za bakar – oksid (slika 6.3.), za sve pravce – OMNI, (za sva rudna tela „C1“, „C2“, „C3“ i „C4“).

Procena sadržaja navedenih komponenti urađena je sa više variograma u svim pravcima, pošto se navedeni prostori u ležištu razlikuju po načinu distribucije korisnih i štetnih komponenti. Sa ovim variogramima, pri proceni (krigovanju) blok modela, dobijeni su najveći koeficijenti korelacije i najveća slaganja srednjih vrednosti i procenjenih vrednosti za sadržaj metala.

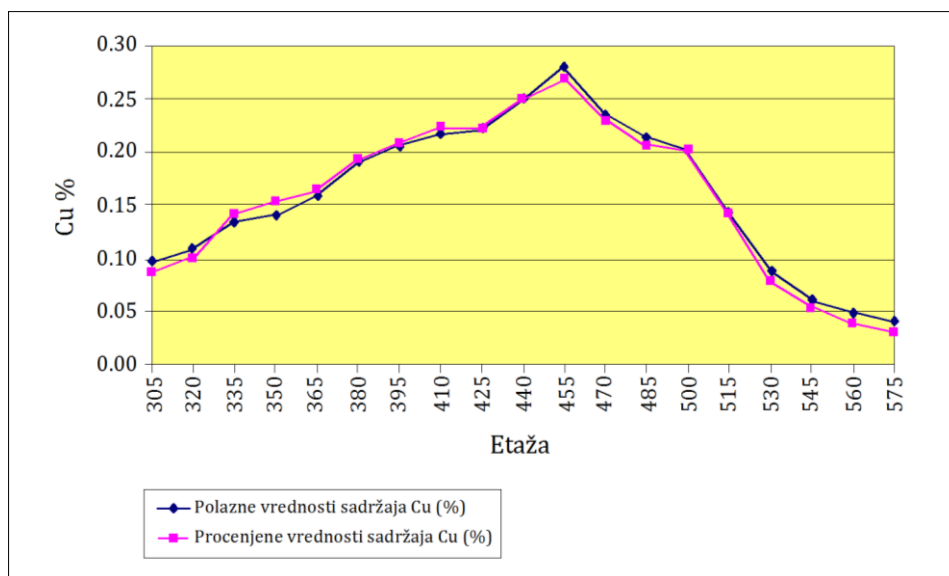


Slika 6.2. Variogram za prostornu distribuciju ukupnog bakra



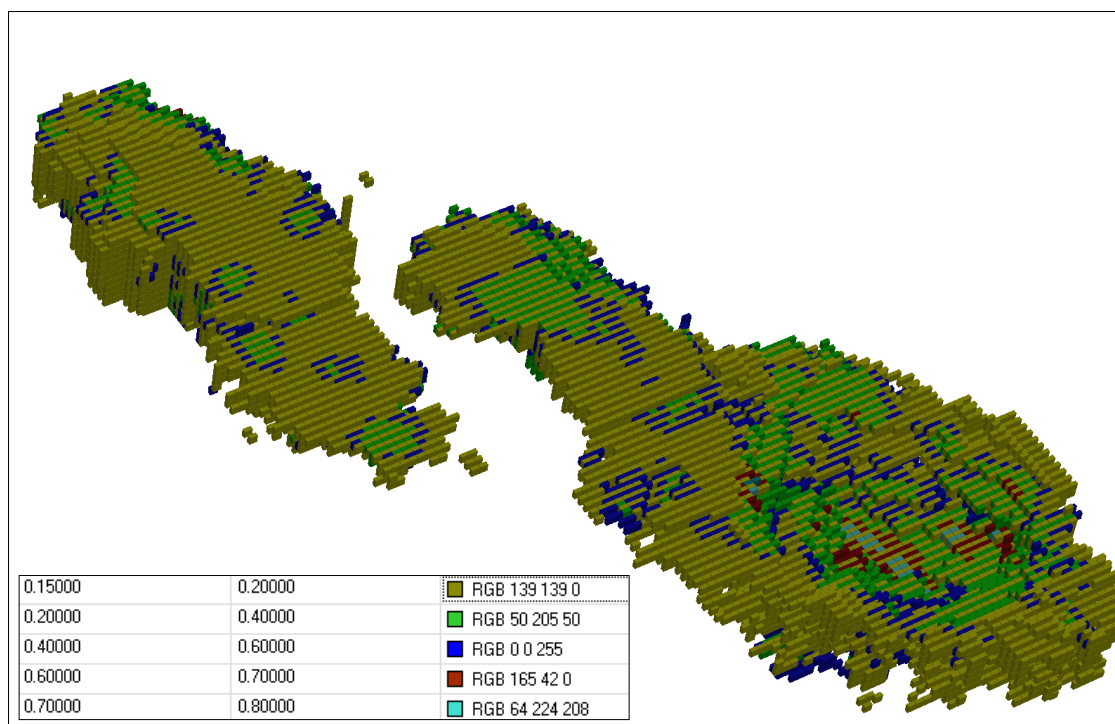
Slika 6.3. Variogram za prostornu distribuciju bakar oksida

U sledećem koraku izvršena je validacija blok modela primenom trend analize. Na slici 6.4 prikazani su rezultati trend analize za ukupni bakar. Vizuelna predstava srednjih vrednosti i trenda promene, polaznih podataka i dobijene procene u blokovima, pokazuju zadovoljavajuće slaganje polaznih podataka sa podacima blok modela, odnosno validnost procene sadržaja u blok modelu.



Slika 6.4. Grafički prikaz trend analize za ukupni bakar po etažama (dubini) u ležištu

Na narednoj slici 6.5 prikazan je kreirani blok model sadržaja ukupnog bakra u ležištu Kraku Bugaresku Cementacija.



Slika 6.5. Blok model sadržaja ukupnog bakra

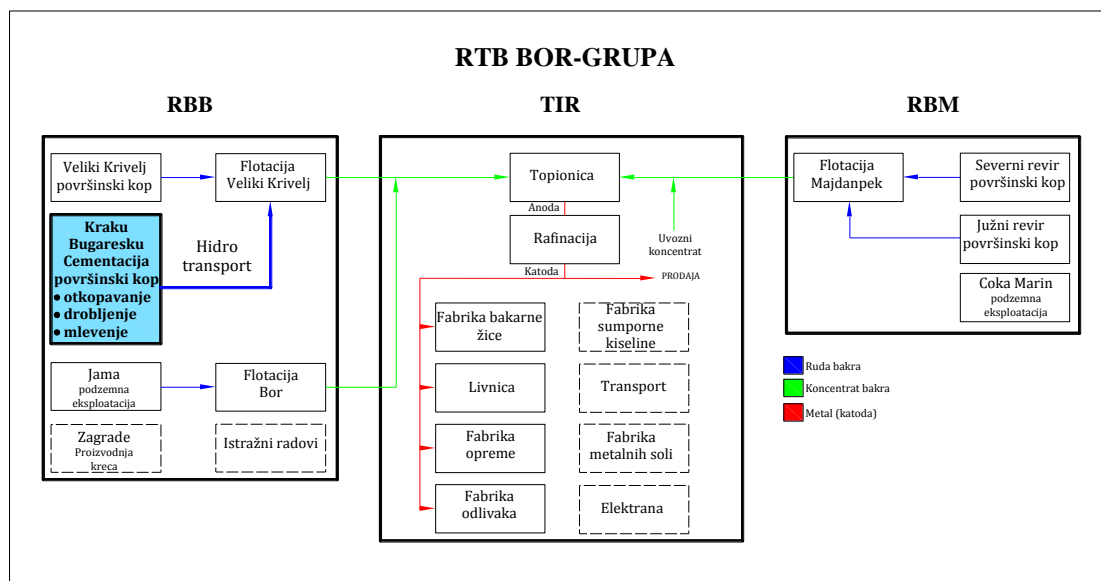
### 6.3. Tehnologija otkopavanja i prerade

Za otkopavanje rude bakra i jalovine na lokalitetu ležišta Kraku Bugaresku Cementacija primenjuje se diskontinualna tehnologija, sa operacijama bušenja i miniranja, utovara i transporta. Planirani kapacitet otkopavanja je 5 500 000 t rude.

Menadžment kompanije opredelio se za visokokapacitativnu opremu za utovar i transport rude i jalovine i to: za utovar će se koristiti bageri sa zapreminom kašike od 15 m<sup>3</sup> i 22 m<sup>3</sup>, a za transport kamioni nosivosti 172 i 220 t. Otkopana ruda transportuje se do primarnog drobljenja, a proizvod drobljenja se deponuje na zatvorenom skladištu. Sledeća tehnološka faza je sekundarno i tercijalno drobljenje; ovako izdrobljena ruda šalje se u sledeću fazu prerade - dva stadijuma mlevenja, sa šipkama i kuglama. Proces flotacijske prerade na lokalitetu Kraku Bugaresku Cementacija završava se dobijanjem pulpe, koja se nakon zgušnjavanja, hidrauličnim putem transportuje do flotacije Veliki Krivelj. Nakon procesa

flotiranja koncentrat bakra šalje se u topionicu i rafinaciju gde se dobija finalni proizvod – katodni bakar.

Na slici 6.6 dat je šematski prikaz procesa otkopavanja i prerade na lokalitet Kraku Bugaresku Cementacija kao deo procesa dobijanja bakra u RTB Bor-Grupa.



Slika 6.6. Proces otkopavanja i prerade na lokalitet Kraku Bugaresku Cementacija u okviru kompanije RTB Bor-Grupa

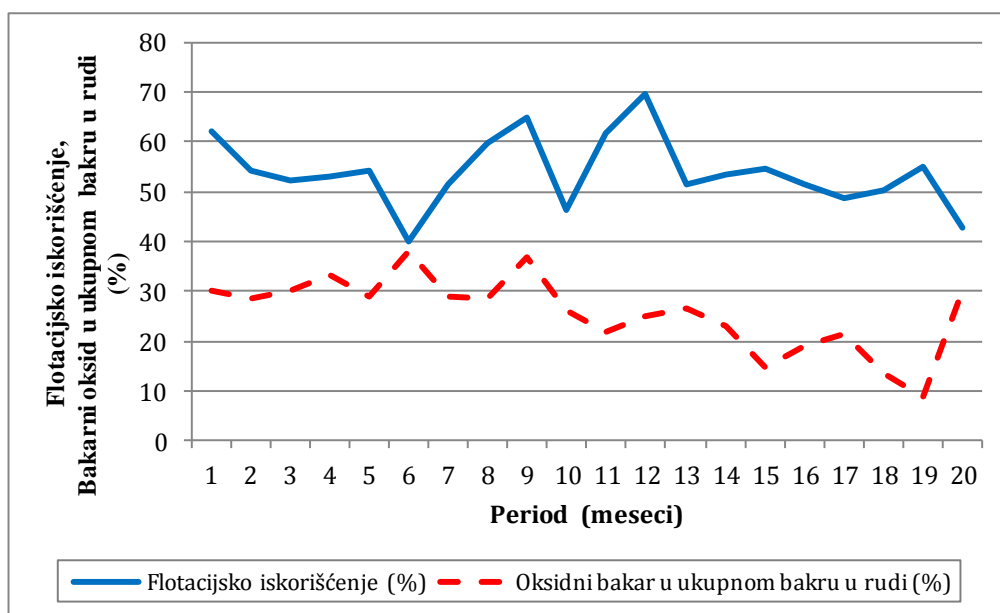
#### 6.4. Opis tehnološkog problema eksploatacije i prerade rude

Problematika koja prati proces eksploatacije i prerade rude bakra sa lokaliteta Cerovo Kraku Bugaresku proističe iz povećanog sadržaja oksidnog bakra u ležištu.

Do sada nisu vršena tehnološka ispitivanja u pogledu negativnog uticaja oksidnog bakra na proces flotacijske prerade, kojima bi se odredio granični sadržaj oksida pri kome bi se postigla optimalna flotacijaska iskorišćenja. S obzirom na navedeno, proces eksploatacije odvija se neselektivno, bez odvajanja rude sa povećanim sadržajem oksida bakra, tako da se sva otkopana ruda šalje u proces flotacijske prerade. Posledica toga jeste vrlo nisko iskorišćenje bakra u procesu flotacijske

prerade, a samim tim i povećani troškovi prerade. Usled toga, za date ulazne podatke, u softveru je generisana konačna granica kopa koja ostvaruje manju NPV.

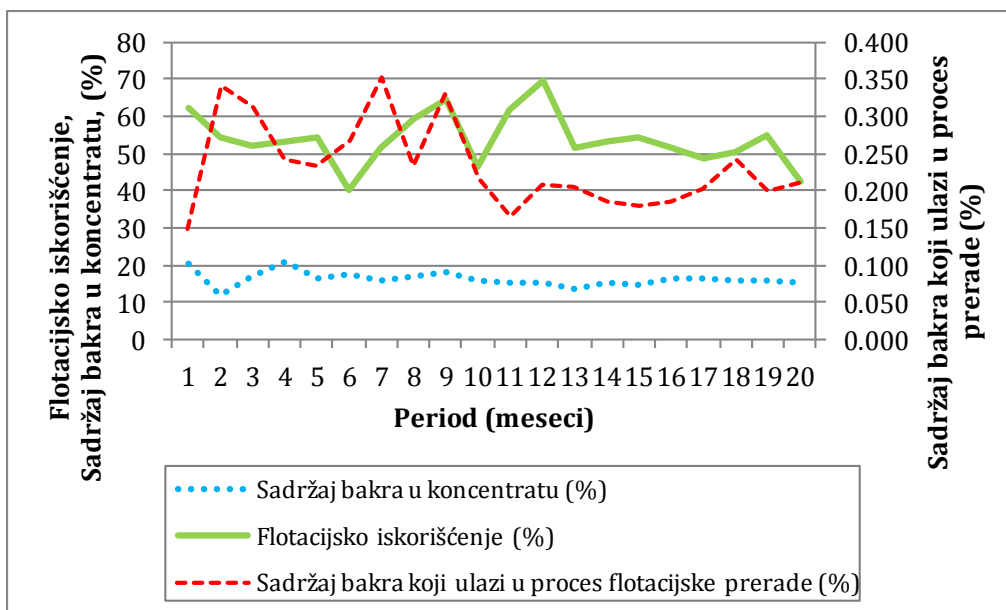
Na slici 6.7 prikazana su iskorišćenja u flotaciji u zavisnosti od sadržaja oksida bakra u rudi za protekli period od 20 meseci.



Slika 6.7. Odnos flotacijskih iskorišćenja i sadržaja oksidnog bakra

Kao što se sa slike 6.7 može videti flotacijska iskorišćenja kretala su se u rasponu od 40 do 70 %, u zavisnosti od sadržaja oksida bakra u ukupnom bakru u rudi. Na osnovu prikazanih ostvarenih realnih rezultata u flotacijskoj preradi rude, može se zaključiti da su kod većeg sadržaja oksidnih minerala bakra iskorišćenja u procesu flotacijske prerade manja, i obratno.

Na dijagramu, predstavljenom na slici 6.8, dat je prikaz ostvarenih rezultata tehnoloških iskorišćenja bakra u procesu flotacijske prerade rude u datom vremenskom periodu od 20 meseci. Istovremeno, za isti vremenski period, prikazan je sadržaj bakra u ulaznoj rudi u proces flotacije i ostvoreni sadržaj bakra u koncentratu bakra.



Slika 6.8. Odnos flotacijskih iskorišćenja, sadržaja bakra u koncentratu i sadržaja bakra na ulazu u flotacijsku preradu

Sa dijagrama se vidi, da se sadržaj bakra u koncentratu kreće u granicama od 11% do 20% sa orjentacionom prosečnom vrednošću oko 15-16%. Takođe, uočava se da su u posmatranom periodu prisutne veoma česte promene u ukupnom sadržaju bakra u ulaznoj rudi u proces flotacijske prerade kao i to, da je u tom vremenskom periodu tehnološki proces flotacijske prerade rude veoma neujednačen i nestabilan u smislu postizanja konstantnog i na zadovoljavajućem nivou ostvarenog tehnološkog iskorišćenja bakra. Drugim rečima, iskorišćenje bakra je, umesto konstantnih vrednosti, stalno variralo sa rezultatima koji su često daleko ispod ili na granici očekivanih nivoa vrednosti, a što je uslovljeno povišenim sadržajem oksidnog bakra u rudi.

Ujednačen kvalitet koncentrata posledica je potrebe da se za proces metalurške prerade obezbedi koncentrat sa ujednačenim sadržajem bakra.

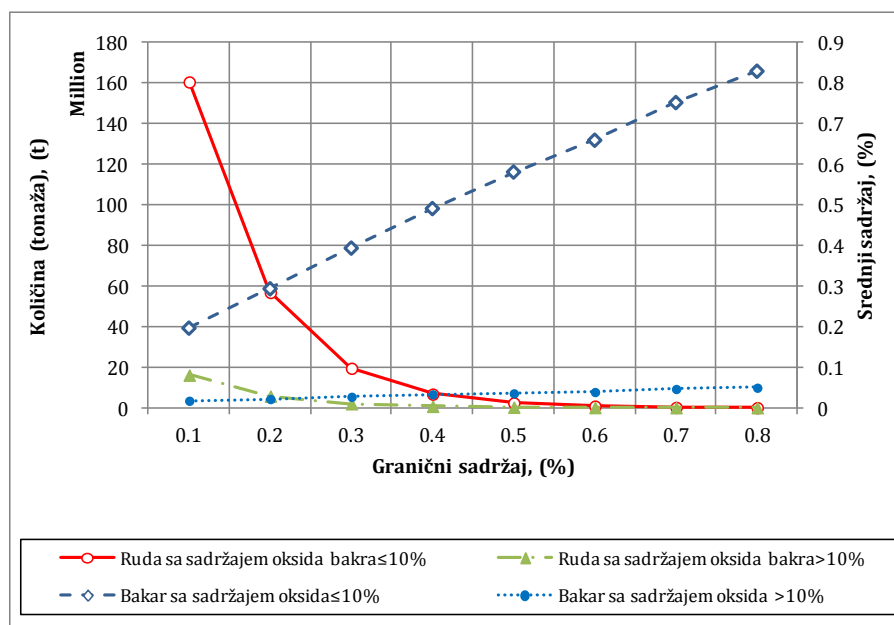


## 6.5. Opis mogućeg rešenja problema

S obzirom na problem kako je prethodno definisan, prvi korak u njegovom rešavanju predstavlja utvrđivanje maksimalnog sadržaja oksidnog bakra koji može da se nalazi u ukupnom bakru u rudi koja se otkopava i šalje u proces flotacijske prerade. U cilju uspostavljanja bilo kakvih tehnoloških zavisnosti u procesima prerade rude bilo je neophodno izvršiti industrijska ispitivanja prerade rude iz rudnog tela Cementacija 1. Sprovedena ispitivanja su pokazala da je maksimalno dozvoljeno procentualno učešće oksidnog bakra u ukupnom bakru, pri kojem se proces flotacije odvija bez negativnih posledica, sa optimalnim iskorišćenjem metala iz rude, do 10%.

Takođe, ispitivanja su pokazala da je flotacijsko iskorišćenje rude sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  na nivou oko 80 %, što se smatra optimalnim iskorišćenjem za ovaj tip ruda.

Imajući u vidu prethodne zaključke, urađen je **grafik sadržaj – tonaža** za ležište Kraku Bugaresku Cementacija u cilju procene količina oksidne i sulfidne rude u ležištu, slika 6.9.



Slika 6.9. Grafik sadržaj – tonaža za ležište Kraku Bugaresku–Cementacija

Kao što se sa slike 6.9 može videti u ležištu se, u konturi graničnog sadržaja 0,15% Cu, nalazi 11 miliona tona rude sa sadržajem oksidnog bakra iznad 10%, odnosno 115 miliona tona rude sa sadržajem oksidnog bakra ispod 10%. Imajući ovo u vidu definisan je sledeći korak u pravcu daljeg upravljanja tehnološkim procesima otkopavanja i prerade.

Sledeći korak je da se na osnovu tehnoloških ispitivanja u blok modelu ležišta izdvoje dve vrste rude: ruda sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  i ruda sa sadržajem oksidnog bakra  $> 10\%$ , slika 6.11. U tu svrhu, kreiran je novi atribut sadržaja (*engl. Generic grade model*) u sklopu blok modela, pod nazivom *Cus*, koji sadrži  $\leq 10\%$  oksidnog bakra.

Korišćenjem skriptnog jezika piše se skript, kojim se definiše ruda sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$ , koji ima sledeću formu:

Ako je  $(Cu > 0)$  i  $(Cu_{ox} \leq 0.10)$  istinito

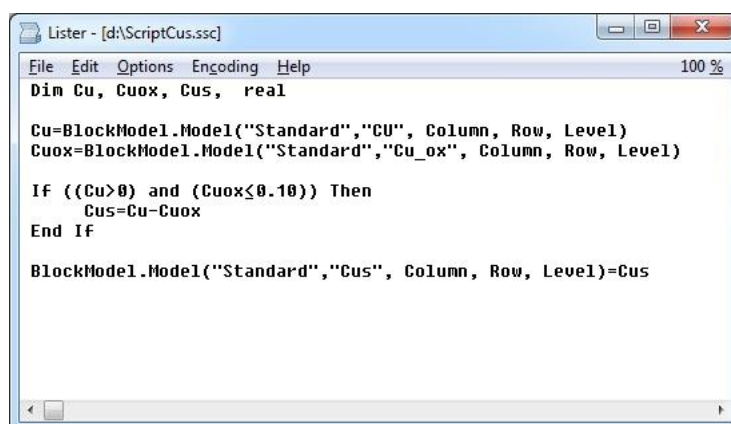
Tada je rezultat  $Cus = Cu - Cu_{ox}$

gde je:  $Cu$  – sadržaj ukupnog bakra u rudi

$Cu_{ox}$  – sadržaj oksidnog bakra u rudi

$Cus$  – sadržaj bakra koji sadrži manje ili 10 % oksida u rudi.

Na panelu na slici 6.10 prikazan je skript koji koristi softver Gemcom Gems za razdvajanje na rudu sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  i rudu sa sadržajem oksidnog bakra  $> 10\%$ .



```
Lister - [d:\ScriptCus.ssc]
File Edit Options Encoding Help 100 %
Dim Cu, Cuox, Cus, real

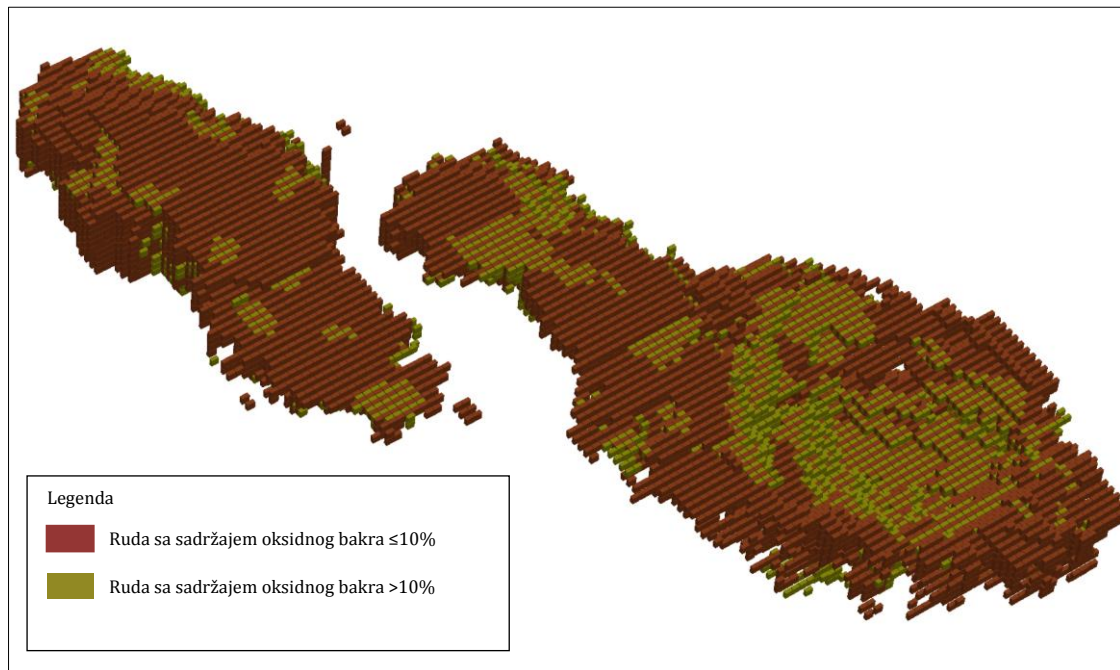
Cu=BlockModel.Model("Standard","Cu", Column, Row, Level)
Cuox=BlockModel.Model("Standard","Cu_ox", Column, Row, Level)

IF ((Cu>0) and (Cuox<=0.10)) Then
  Cus=Cu-Cuox
End IF

BlockModel.Model("Standard","Cus", Column, Row, Level)=Cus
```

Slika 6.10. Skript koju koristi softver za razdvajanje definisanih tipova rude

Na osnovu prethodno opisanih procedura primenom datog skripta generisan je novi blok model ležišta, u kome je odvojena ruda sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  i ruda sa sadržajem oksidnog bakra  $>10\%$ . Na slici 6.11 je prikazan je redefinisani blok model ležišta, koji sada predstavlja osnovu za planiranje rudarskih proizvodnih procesa.



Slika 6.11. Redefinisani blok model ežišta Kraku Bugaresku – Cementacija

I u poslednjem koraku je izvršena izmena tehnologije otkopavanja rude, tako što je umesto masovnog otkopavanja primenjuje selektivni način otkopavanja rudnih blokova, sa ciljem odvajanja navedenih tipova rude u procesu eksploatacije.

Uvažavajući napred navedeno, kod izrade dugoročnog plana eksploatacije i prerade rude planirano je sledeće:

- ruda sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  ići će direktno u flotaciju ili će se odlagati na skladištu, sa koga će se kasnije u toku veka rudnika snabdevati proces flotacijske prerade;

- ruda sa sadržajem oksidnog bakra >10% biće odlagana na skladištu i neće se vraćati u proces flotacijske prerade. Njen dalji tretman nije razmatran u ovoj disertaciji.

Na osnovu ova dva tehnološka pristupa definisane su tri varijante za analizu dugoročnog planiranja eksploatacije ovog ležišta, i to:

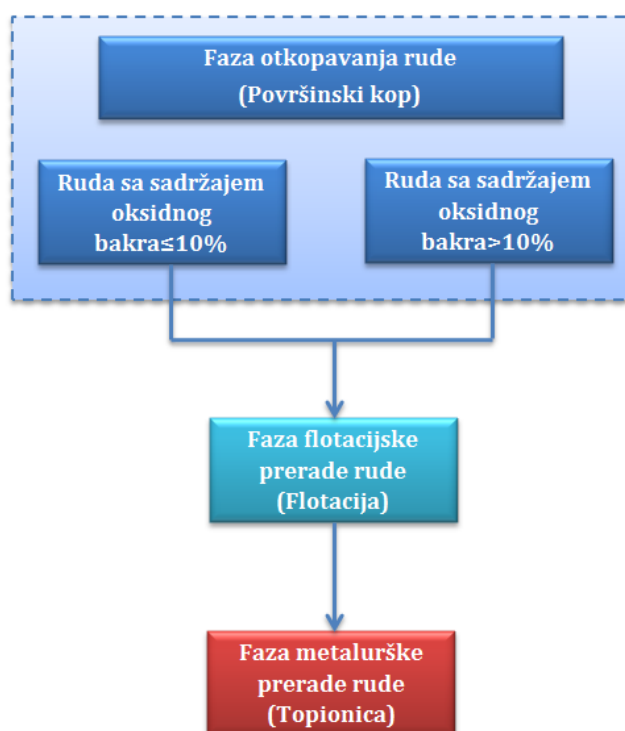
- **Varijanta 1** – analiza postojećeg procesa eksploatacije i prerade rude, bez razdvajanja rude koja sadrži oksidni bakar veći od 10% uz korišćenje fiksnog graničnog sadržaja od 0,15 % Cu,
- **Varijanta 2** - analiza tehnološkog procesa otkopavanja i prerade rude sa sadržajem oksidnog bakra u rudi maksimalno do 10% uz korišćenje fiksnog graničnog sadržaja od 0,15 % Cu i deponije za oksidnu rudu preko 10% oksidnog bakra, i
- **Varijanta 3** - analiza tehnološkog procesa otkopavanja i prerade rude sa sadržajem oksidnog bakra u rudi maksimalno do 10 %, uz optimizaciju graničnog sadržaja u procesu samog otkopavanja, i uz istovremeno korišćenje deponija za rudu različitog kvaliteta sa sadržajem oksidnog bakra do 10% i deponije za rudu sa sadržajem oksidnog bakra iznad 10%.

Cilj analize kroz ove tri varijante je da se optimizuju ekonomski efekti eksploatacije ležišta do kraja životnog veka površinskog kopa.

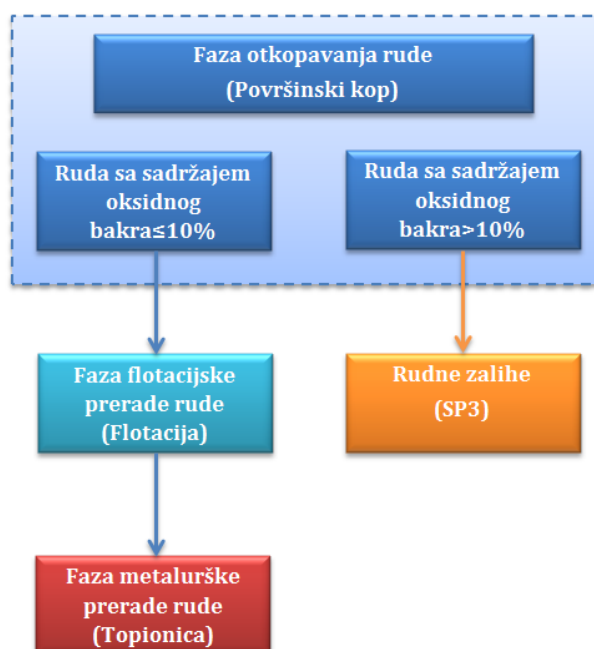
Analiza je izvršena primenom Whittle modela za ekonomsku analizu i strateško planiranje, a model podrazumeva realizaciju sledećih koraka:

- 1) optimizacija konačne granice površinskog kopa i faza razvoja,
- 2) dugoročno planiranje dinamike otkopavanja rezervi kopa, i
- 3) optimizacija graničnog sadržaja u fazi otkopavanja.

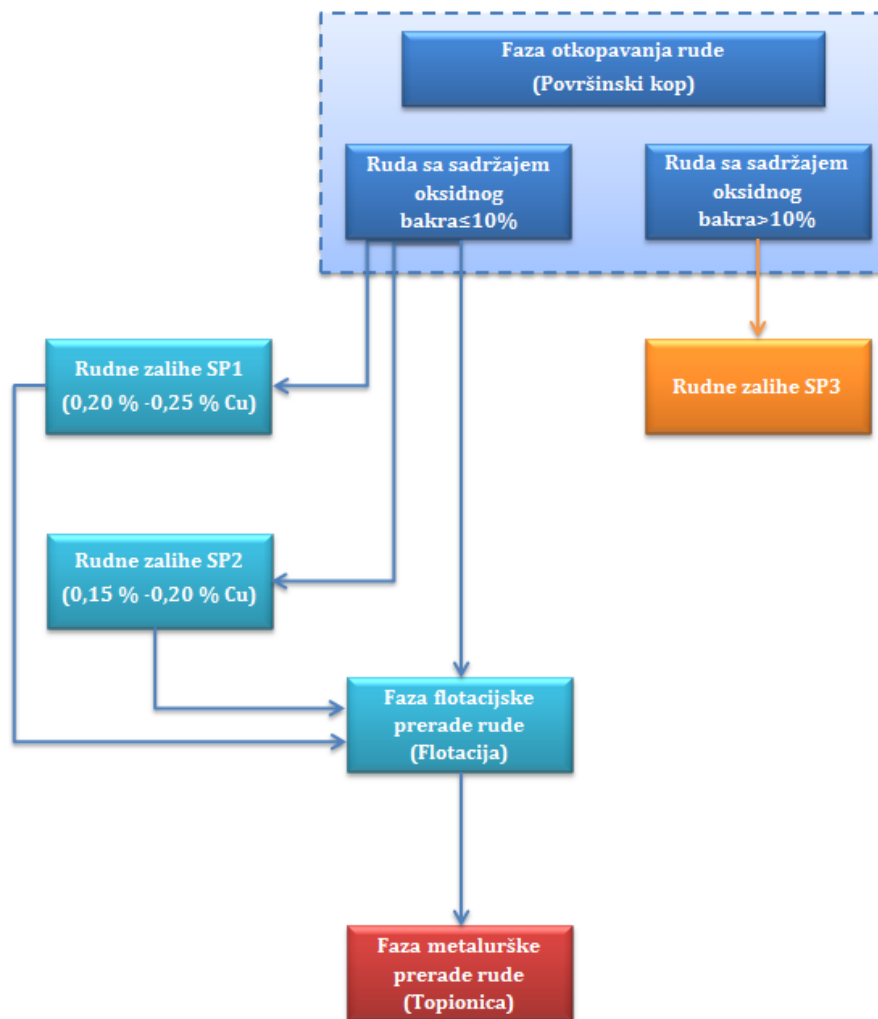
Na slikama 6.12, 6.13 i 6.14 dat je šematski prikaz procesa eksploatacije za Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3.



Slika 6.12. Šematski prikaz procesa eksploatacije za Varijantu 1



Slika 6.13. Šematski prikaz procesa eksploatacije za Varijantu 2



Slika 6.14. Šematski prikaz procesa eksploatacije za Varijantu 3

Za potrebe optimizacije površinskog kopa definisani su ulazni tehno-ekonomski parametri za sve varijante optimizacije i prikazani su u tabeli 6.1.

Tabela 6.1. Tehno-ekonomski parametri za optimizaciju površinskog kopa

Parametar	Jedinica	Varijanta 1
Kapacitet otkopavanja	t/god	15 000 000
Kapacitet prerade	t/god	5 500 000
Kapacitet topionice (katodni bakar)	t/god	80 000
Cena bakra	\$/t	5 000
Cena zlata	\$/kg	35 000
Cena srebra	\$/kg	500
Troškovi otkopavanja	\$/t	1,5
Troškovi flotacijske prerade	\$/t	6,0
Troškovi metalurške prerade bakra	\$/t	450
Troškovi metalurške prerade zlata	\$/kg	150
Troškovi metalurške prerade srebra	\$/kg	15
Iskorišćenje kod otkopavanja	%	97
Razblaženje kod otkopavanja	%	3
Iskorišćenje bakra (flot. i metal. prerada)	%	V1-52,9; V2-78,4; V3-78,4
Iskorišćenje zlata (flot. i metal. prerada)	%	50,4
Iskorišćenje srebra (flot. i metal. prerada)	%	39,6
Diskontna stopa	%	10

## 6.6. Primena razvijenog modela - Rezultati analize

U nastavku teksta dat je numerički i grafički prikaz dobijenih rezultata za svaku varijantu analize korišćenjem razvijenog integralnog modela za dugoročno planiranje i optimizaciju. Softversko rešenje omogućava različite prikaze rezultata planiranja i optimizacije – optimalne količine rude i jalovine po godinama, sadržaje metala, novčane tokove, životni vek rudnika i dr, što istraživač sam podešava shodno ciljevima i zahtevima analize koja se izvodi.

U nastavku teksta sledi procedura analize kako je prethodno definisano.

### 6.6.1. Varijanta 1

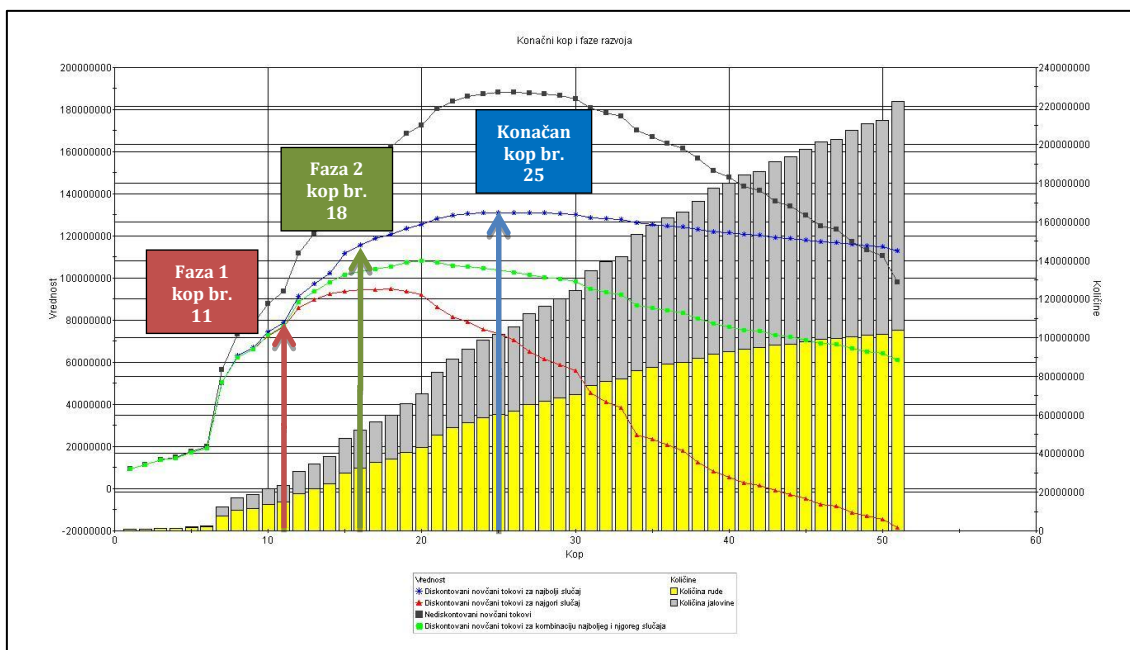
U prvom koraku je sprovedena optimizacije površinskog kopa i izbor faza razvoja površinskog kopa za definisane ulazne tehno-ekonomske parametre.

U tabeli 6.2 i na grafikonu na slici 6.15 prikazani su rezultati sprovedene optimizacije za Varijantu 1.

Tabela 6.2. Varijanta 1 - Rezultati optimizacije i izbor faza razvoja površinskog kopa

Konačan kop	Novčani tok Najbolji slučaj (\$ disc)	Novčani tok Najgori slučaj (\$ disc)	Nediskontovani novčani tok (\$)	Ruda (t)	Jalovina (t)	Životni vek kopa Najbolji slučaj (godina)	Životni vek kopa Najgori slučaj (godina)
1	9 436 198	9 436 198	9 558 996	746 119	47 425	0.1	0.1
2	11 231 311	11 231 311	11 417 732	949 969	71 498	0.2	0.2
3	13 542 709	13 542 709	13 838 861	1 248 323	84 393	0.2	0.2
4	14 524 709	14 524 709	14 878 410	1 388 409	86 639	0.3	0.3
5	17 195 144	17 195 144	17 743 551	1 811 696	135 250	0.3	0.3
6	19 256 706	19 256 706	19 988 488	2 152 282	270 098	0.4	0.4
7	50 321 408	50 494 786	56 319 105	7 707 421	4 844 720	1.4	1.4
8	63 138 417	62 331 532	73 140 663	10 732 561	6 420 163	2.0	2.0
9	67 144 150	66 094 516	78 240 802	11 698 912	6 912 400	2.1	2.1
10	74 472 446	72 724 390	87 680 846	13 639 417	8 025 905	2.5	2.5
11	78 868 297	76 693 650	93 746 309	15 084 386	8 576 187	2.7	2.7
12	91 400 677	86 054 837	111 820 629	19 368 828	11 445 466	3.5	3.6
13	97 295 495	89 941 146	121 311 277	22 022 164	12 788 351	4.0	4.2
14	102 442 575	92 532 538	129 179 544	24 448 300	14 037 421	4.4	4.7
15	111 781 296	93 715 173	145 087 356	29 867 489	17 892 118	5.4	6.0
16	115 627 504	94 698 089	152 409 102	32 704 119	19 511 816	5.9	6.6
17	118 800 369	94 655 362	158 446 807	35 303 018	21 248 777	6.4	7.1
18	120 798 407	94 880 547	162 544 783	37 267 851	22 687 562	6.8	7.5
19	123 643 925	93 830 569	168 616 882	40 632 447	25 424 105	7.4	8.2
20	125 410 276	92 142 900	172 705 356	43 345 105	27 492 717	7.9	8.7
21	128 395 598	86 183 248	180 488 265	49 713 625	32 365 622	9.0	10.0
22	129 811 709	81 644 501	184 106 737	53 384 155	35 585 903	9.7	10.7
23	130 518 488	79 236 580	186 137 807	56 093 746	38 069 338	10.2	11.3
24	130 960 863	75 788 790	187 532 258	59 559 515	41 127 475	10.6	11.8
25	131 096 334	73 530 504	188 071 180	62 089 219	43 700 885	10.9	12.2
26	131 153 865	70 573 283	188 327 415	63 565 614	45 251 428	11.3	12.6
27	130 988 331	65 028 608	187 941 942	65 312 535	47 113 861	11.9	13.2
28	130 798 343	61 720 094	187 394 440	67 029 702	49 202 305	12.2	13.6
29	130 516 965	58 815 330	186 516 435	68 978 880	51 050 260	12.5	14.0
30	130 079 960	55 946 276	185 046 195	70 801 488	53 702 610	12.9	14.4
31	128 769 171	45 680 579	180 695 306	75 366 446	59 235 328	13.7	15.3
32	128 127 518	41 101 527	178 346 025	77 492 822	61 921 932	14.1	15.8
33	127 715 670	38 583 398	176 748 759	78 733 208	63 280 292	14.3	16.0
34	126 136 776	25 365 591	170 095 655	82 910 018	70 594 898	15.1	17.1
35	125 406 169	23 582 980	166 949 228	84 690 436	73 403 806	15.4	17.5
36	124 739 699	20 894 187	163 916 665	86 207 925	76 004 930	15.7	17.8
37	124 216 327	18 043 295	161 415 603	87 456 749	77 731 057	15.9	18.1
38	123 250 713	12 698 984	156 874 759	89 370 824	81 327 672	16.2	18.5
39	122 061 676	8 076 019	151 002 890	91 665 960	85 756 854	16.7	18.9
40	121 480 600	5 318 487	147 953 486	92 838 842	87 427 433	16.9	19.2
41	120 641 320	2 862 836	143 592 118	94 231 112	90 217 567	17.1	19.5
42	120 250 687	1 634 074	141 564 352	94 906 152	91 257 365	17.3	19.6
43	119 308 533	- 942 564	136 469 328	96 180 290	95 255 437	17.6	19.8
44	118 885 405	-2 596 401	134 072 205	96 796 264	96 898 045	17.7	20.0
45	118 143 538	-4 717 238	129 715 414	97 859 452	99 676 604	18.0	20.2
46	117 236 426	-7 359 780	124 532 883	99 150 466	102 556 612	18.3	20.4
47	116 986 454	-8 125 284	123 066 260	99 479 548	103 305 509	18.3	20.5
48	116 042 397	-11 427 671	117 303 544	100 677 744	106 737 696	18.6	20.7
49	115 426 237	-13 040 797	113 326 422	101 386 536	109 390 554	18.9	20.8
50	115 020 985	-14 622 174	110 658 077	101 935 006	110 733 683	19.0	21.0
51	113 110 790	-18 581 267	98 223 023	103 993 878	118 648 042	19.7	21.3





Slika 6.15. Grafikon NPV-tonaža - Varijanta 1

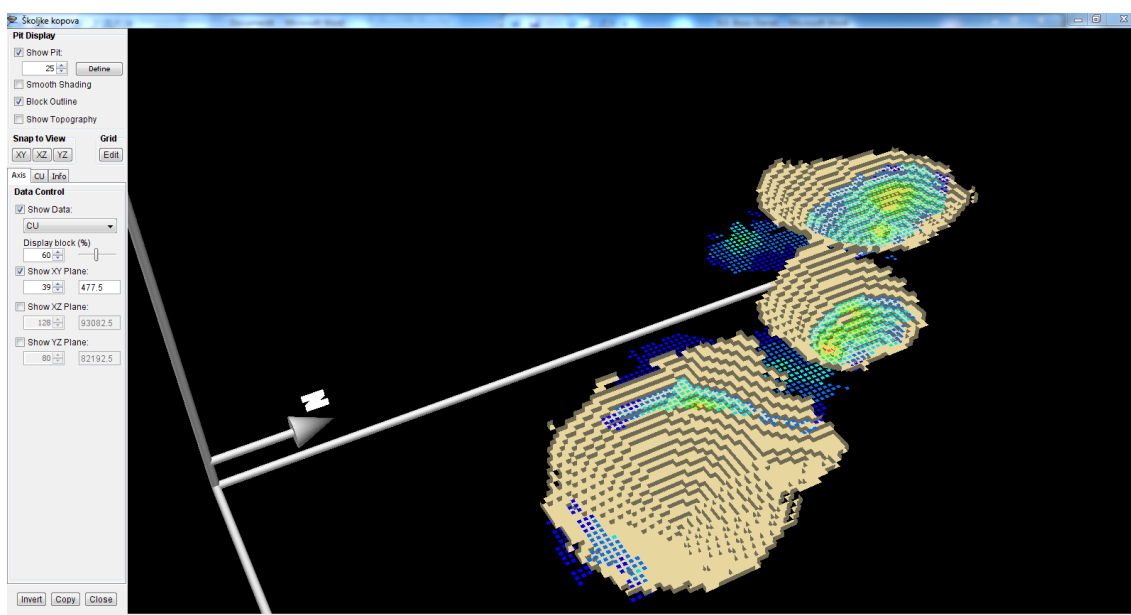
Tabele i grafikon prikazuju ostvarenu nediskontovanu vrednost kopa, diskontovane novčane tokove za nabolji i najgori slučaj otkopavanja i kombinaciju ovih slučajeva, kao i količine rude i jalovine za svaku školjku kopa. Za variranje cene bakra od 2 500 \$ do 7 500 \$ po toni katode, odnosno za faktore prihoda od 0,5 do 1,5, generisana je 51 školjka kopa.

Na osnovu prikazanih rezultata vrši se izbor optimalne konture kopa i definisanje i izbor faza razvoja kopa. Kao optimalni izabran je kop broj 25 (slika 6.15), za koje je nakon analize sprovedih simulacija plana i dinamike otkopavanja utvrđeno da proizvodi najveću sadašnju vrednost projekta od 102 700 083 \$. U optimalnoj konturi izabranog kopa nalazi se 62 089 219 t rude, sa srednjim sadržajem bakra 0,280 %, odnosno 173 801 t bakra, kao i 43 700 885 t jalovine. Životni vek kopa iznosi 12 godina.

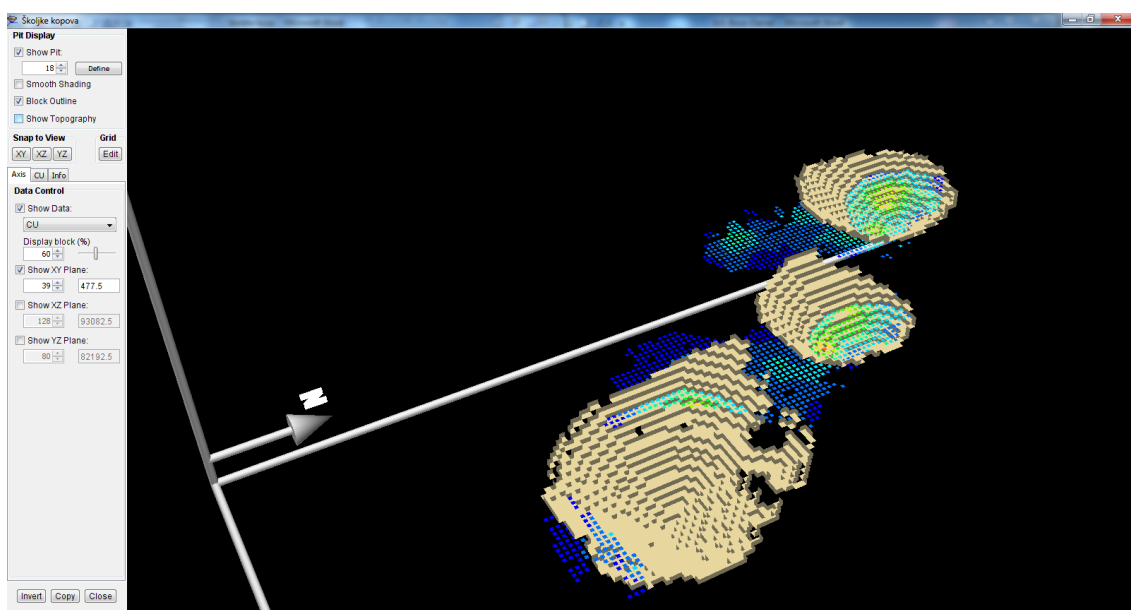
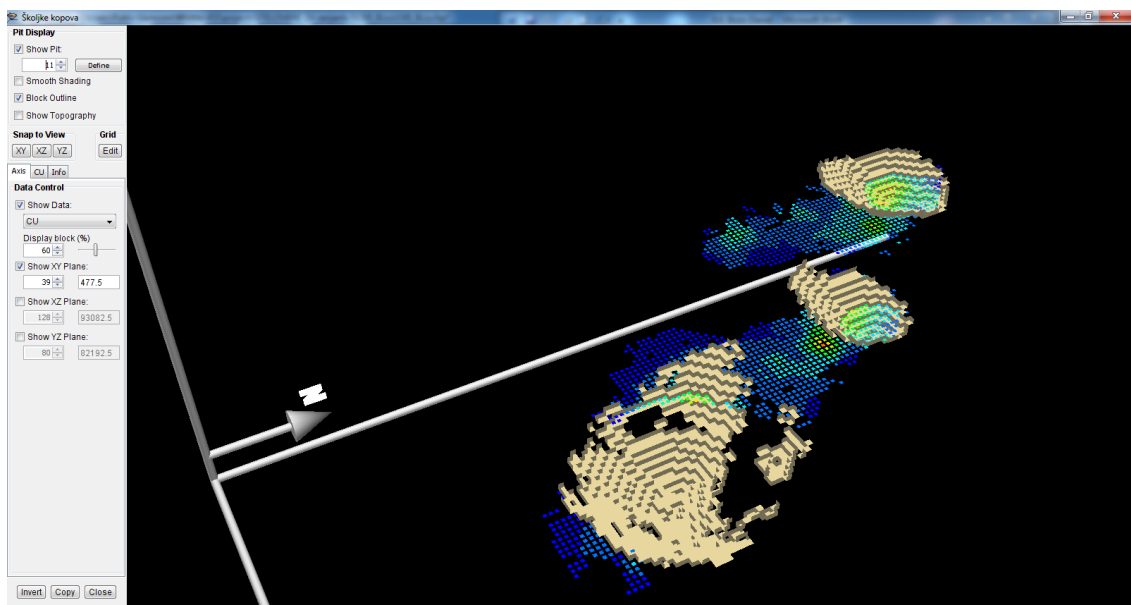
Da bi se obezbedilo da se proces flotacijske prerade konstantno hrani planiranom količinom rude, pri čemu se postiže maksimizacija novčanog toka u svakom periodu eksploatacije, pored završne konture površinskog kopa kao poslednje faze, definisane su još dve faze razvoja kopa u toku njegovog životnog veka, to su kopovi

broj 11 i 18, tabela 6.2 i slika 6.15. Izbor ovih faza izvršen je nakon sprovedene simulacije dinamike otkopavanja, pri čemu je dobijena najveća sadašnja vrednost projekta u faznom razvoju.

Grafički prikaz optimalnog završnog površinskog kopa (kop broj 25), generisanog u sofveru Whittle, dat je na slici 6.16., dok su na slici 6.17. prikazane optimalne faze razvoja kopa za Varijantu 1 – kopovi 11 i 18.



Slika 6.16. Grafički prikaz završnog kopa - kop broj 25



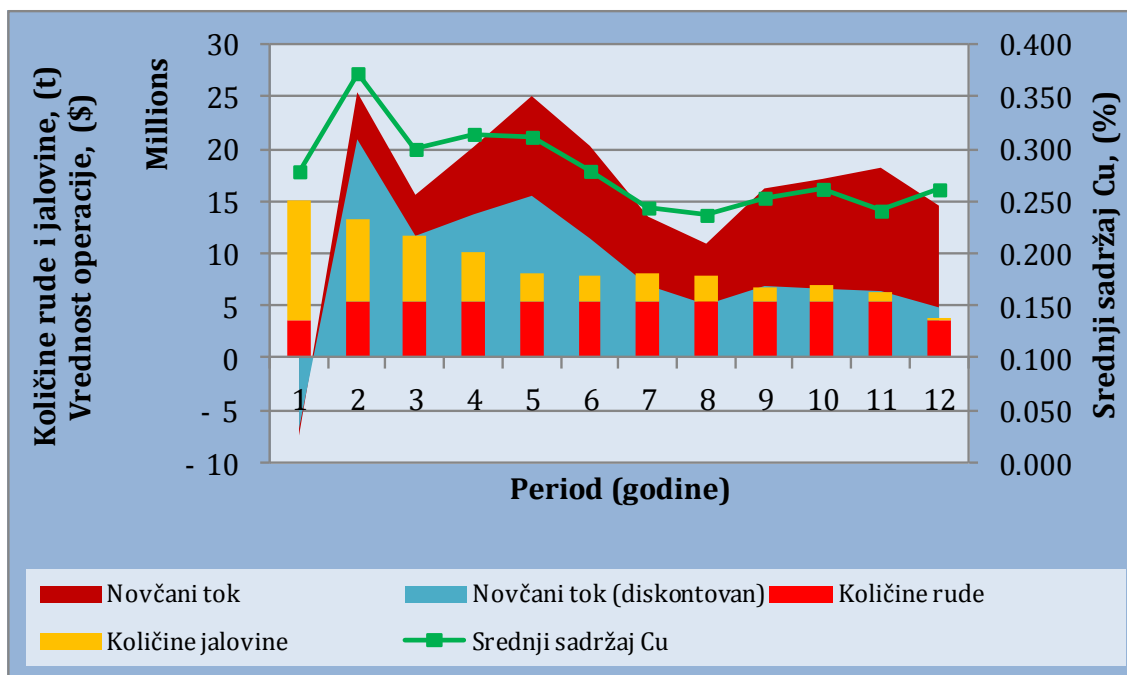
Slika 6.17. Grafički prikaz optimalnih faza razvoja kopa – kopovi broj 11 i 18

Shodno definisanoj proceduri, u sledećem koraku se vrši optimizacija plana dinamike otkopavanja rude i jalovine. To se vrši na osnovu grafikona **NPV-tonaža**, prikazanog na slici 6.15. Whittle procedura pronalazi optimalan plan dinamike korišćenjem Milawa algoritma za generisanje optimalne dinamike otkopavanja u režimu balansiranja kapaciteta, čime se obezbeđuje maksimalno korišćenje rudničkih kapaciteta otkopavanja i prerade.

Rezultati optimizacije dinamike otkopavanja i NPV za Varijantu 1 su prikazani u tabeli 6.4. i na slici 6.18.

Tabela 6.4. Rezultati optimizacije dinamike otkopavanja za Varijantu 1

Period (godina)	Iskopine (t)	Ruda (t)	Sadržaj Cu (t)	Novčani tok (\$)	Novčani tok (\$ disc)
1	15 000 000	3 549 827	0,278	-7 543 306	-6 857 551
2	13 359 155	5 500 000	0,372	25 304 572	20 912 870
3	11 684 506	5 500 000	0,300	15 493 000	11 640 120
4	10 183 169	5 500 000	0,314	20 071 222	13 708 915
5	8 148 560	5 500 000	0,311	24 943 615	15 488 022
6	7 967 846	5 500 000	0,279	20 172 871	11 387 060
7	7 988 374	5 500 000	0,244	13 407 609	6 880 224
8	7 936 425	5 500 000	0,237	10 820 441	5 047 815
9	6 682 988	5 500 000	0,253	16 101 089	6 828 434
10	6 935 537	5 500 000	0,262	17 015 659	6 560 273
11	6 222 595	5 500 000	0,241	18 086 137	6 339 081
12	3 680 949	3 539 392	0,261	14 454 506	4 764 820
<b>Total</b>	<b>105 790 104</b>	<b>62 089 219</b>	<b>0,280</b>	<b>188 327 415</b>	<b>102 700 083</b>



Slika 6.18. Grafički prikaz optimalne dinamike, Varijanta 1

### 6.6.2. Varijanta 2

Sprovedena je optimizacije površinskog kopa i izbor faza razvoja površinskog kopa za definisane ulazne tehno-ekonomske parametre kao i u prethodnom slučaju.

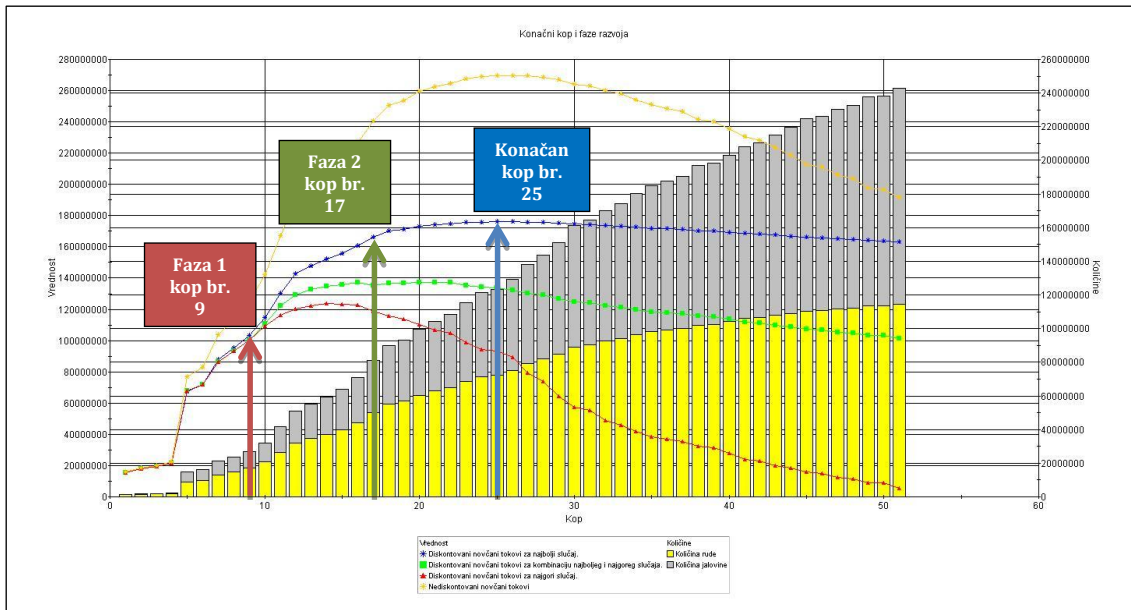
U tabeli 6.3 i na grafikonu na slici 6.19 prikazani su rezultati sprovedene optimizacije za Varijantu 2.

Da bi se obezbedilo da se proces flotacijske prerade konstantno hrani planiranom količinom rude, pri čemu se postiže maksimizacija novčanog toka u svakom periodu eksploatacije, pored završne konture površinskog kopa kao poslednje faze (kop broj 25), definisane su još dve faze razvoja kopa u toku njegovog životnog veka; to su kopovi broj 9 i 17, tabela 6.3 i slika 6.19. Izbor ovih faza izvršen je nakon sprovedene simulacije plana dinamike otkopavanja rude i jalovine, pri čemu je dobijena najveća sadašnja vrednost projekta u faznom razvoju od 128 144 659 \$, što je i cilj analize.

U optimalnoj konturi izabranog kopa nalazi se 75 020 559 t rude, sa srednjim sadržajem bakra 0,265 %, odnosno 198 804 t bakra, kao i 54 297 894 t jalovine. Životni vek kopa iznosi 15 godina.

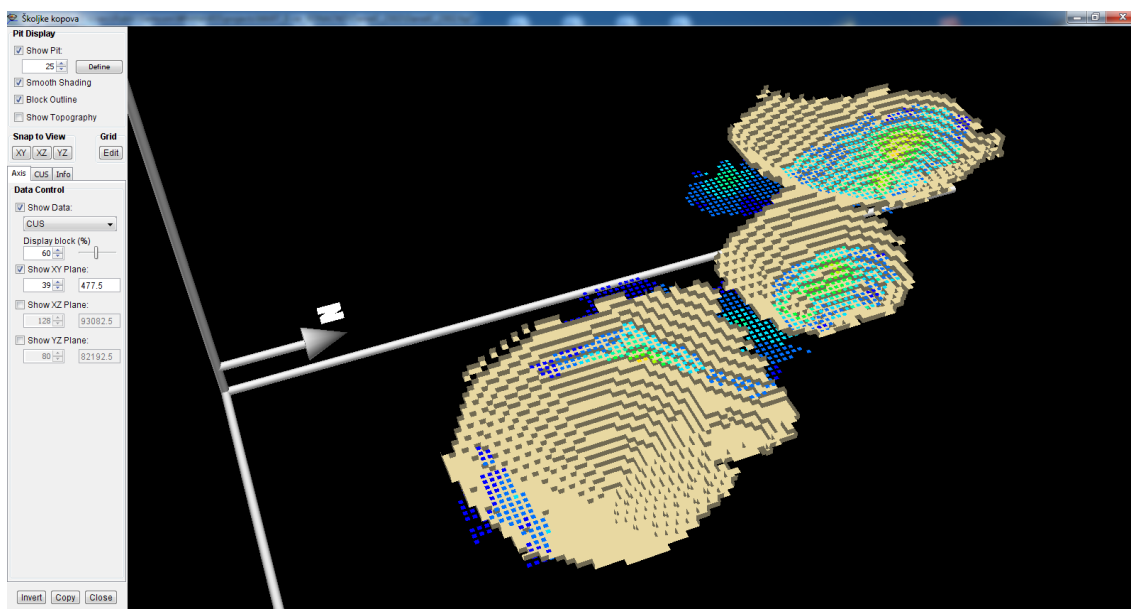
Tabela 6.3. Varijanta 2 - Rezultati optimizacije i izbor faza razvoja površinskog kopa

Konačan kop	Novčani tok Najbolji slučaj (\$ disc)	Novčani tok Najgori slučaj (\$ disc)	Nediskontovani novčani tok (\$)	Ruda (t)	Jalovina (t)	Životni vek kopa Najbolji slučaj (godina)	Životni vek kopa Najgori slučaj (godina)
1	15 656 247	15 656 247	15 999 273	1 250 686	113 622	0.2	0.2
2	18 194 329	18 194 329	18 690 650	1 553 076	121 997	0.3	0.3
3	19 262 255	19 262 255	19 833 776	1 687 266	150 855	0.3	0.3
4	21 482 251	21 482 251	22 237 420	1 993 719	268 679	0.4	0.4
5	67 452 475	67 678 825	76 682 084	8 933 499	5 689 664	1.6	1.6
6	71 969 211	72 071 219	82 695 782	9 812 058	6 186 496	1.8	1.8
7	87 792 465	86 423 183	103 584 274	13 182 415	7 928 028	2.4	2.4
8	95 288 042	93 393 206	113 921 664	14 987 699	8 820 455	2.7	2.7
9	103 166 853	100 405 153	125 258 154	17 219 878	9 659 016	3.1	3.1
10	114 670 257	109 435 597	142 017 071	20 700 114	11 415 136	3.8	3.8
11	130 102 041	116 517 368	167 113 953	26 269 798	15 362 457	4.8	5.1
12	142 668 986	120 434 160	189 909 634	31 957 450	19 187 314	5.8	6.4
13	147 598 132	122 419 932	199 325 836	34 673 727	20 431 748	6.3	7.0
14	152 052 215	123 602 166	208 149 002	37 250 348	22 257 475	6.8	7.5
15	155 664 139	123 358 231	215 688 673	39 806 795	24 057 040	7.2	8.0
16	160 567 880	123 020 024	226 683 470	43 929 282	27 051 525	8.0	8.8
17	166 124 771	119 000 574	240 343 629	49 943 412	31 322 124	9.1	10.0
18	169 989 245	115 698 826	250 553 153	54 954 949	35 163 647	10.0	11.0
19	171 166 656	113 856 063	253 748 559	56 777 557	36 400 153	10.3	11.3
20	173 044 803	110 292 695	259 366 012	60 322 063	39 516 115	11.0	12.1
21	174 055 371	106 779 522	262 484 938	62 819 986	41 559 473	11.4	12.6
22	174 681 707	104 599 302	264 608 949	64 936 153	43 420 353	11.8	13.1
23	175 454 548	98 574 051	267 387 474	68 392 358	46 983 261	12.4	13.8
24	175 858 403	94 352 921	269 064 389	71 396 286	49 806 241	13.0	14.4
25	175 939 091	93 535 773	269 376 249	75 020 559	54 297 895	13.6	15.1
26	175 995 902	89 156 837	269 643 045	78 135 518	57 536 725	14.1	15.7
27	175 894 559	79 570 067	269 447 454	80 366 129	59 777 069	14.4	16.1
28	175 655 819	73 653 530	268 623 927	82 175 983	61 680 527	14.9	16.6
29	175 260 051	64 358 351	267 242 299	84 783 325	66 397 499	15.4	17.3
30	174 465 354	57 326 928	264 026 406	89 044 515	72 220 043	16.2	18.2
31	174 192 452	55 476 412	262 789 667	90 301 777	74 031 776	16.4	18.5
32	173 635 423	48 980 533	260 093 834	92 571 599	77 628 378	16.8	19.0
33	173 190 273	45 790 041	257 834 734	94 183 257	80 103 759	17.1	19.3
34	172 515 036	41 881 835	254 259 022	96 427 765	84 055 310	17.5	19.8
35	171 910 275	38 588 253	250 835 360	98 267 249	86 822 482	17.9	20.1
36	171 553 533	36 879 693	248 771 420	99 347 313	88 299 254	18.1	20.3
37	171 166 027	35 448 011	246 581 333	100 224 865	90 216 330	18.2	20.5
38	170 307 053	32 524 276	241 439 449	102 072 787	94 918 521	18.6	20.8
39	170 113 538	31 360 656	240 230 305	102 562 191	95 731 784	18.7	20.9
40	169 348 859	27 826 161	235 360 788	104 351 047	98 787 750	19.1	21.3
41	168 564 914	24 084 860	230 399 815	105 996 457	102 193 909	19.4	21.6
42	168 236 357	23 148 540	228 236 913	106 570 241	103 657 213	19.5	21.7
43	167 553 724	20 109 450	223 527 048	107 895 007	106 941 561	19.8	22.0
44	166 820 163	18 369 352	218 409 531	109 008 823	110 638 593	20.2	22.2
45	166 036 151	16 065 251	212 857 357	110 232 333	114 556 525	20.5	22.4
46	165 814 265	14 819 405	211 229 265	110 671 109	115 380 000	20.6	22.5
47	165 169 630	12 549 747	206 300 719	111 725 859	118 623 045	20.9	22.7
48	164 839 734	11 700 106	203 705 699	112 198 387	120 436 158	21.1	22.8
49	164 019 598	9 028 903	197 435 459	113 329 079	124 538 858	21.4	23.0
50	163 941 297	8 833 758	196 815 980	113 430 335	124 915 235	21.4	23.0
51	163 293 799	5 538 721	191 517 562	114 291 011	128 437 241	21.7	23.2

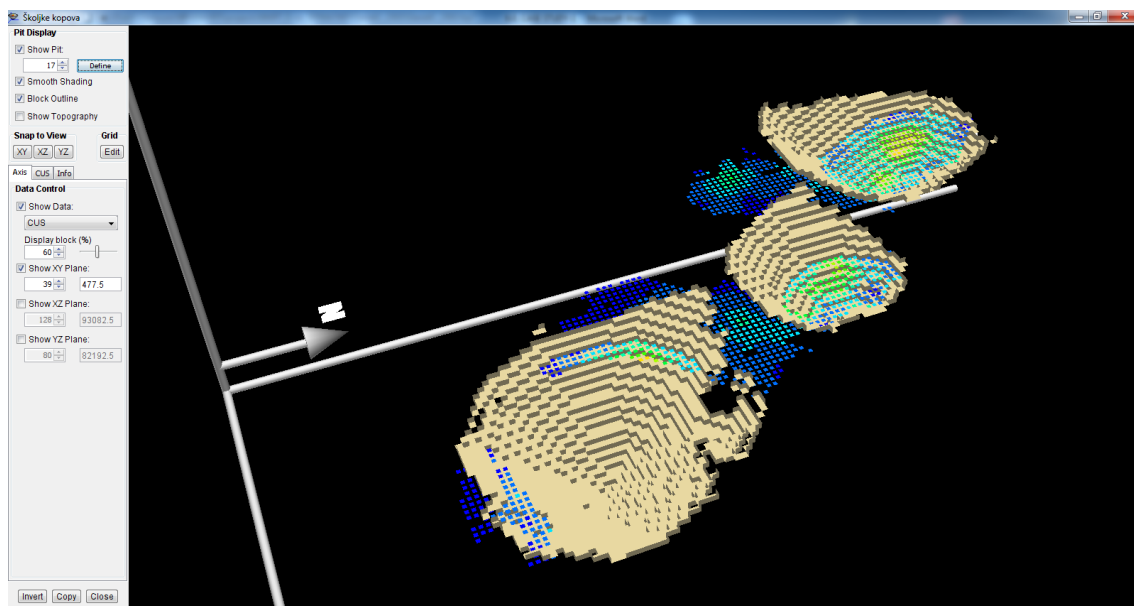
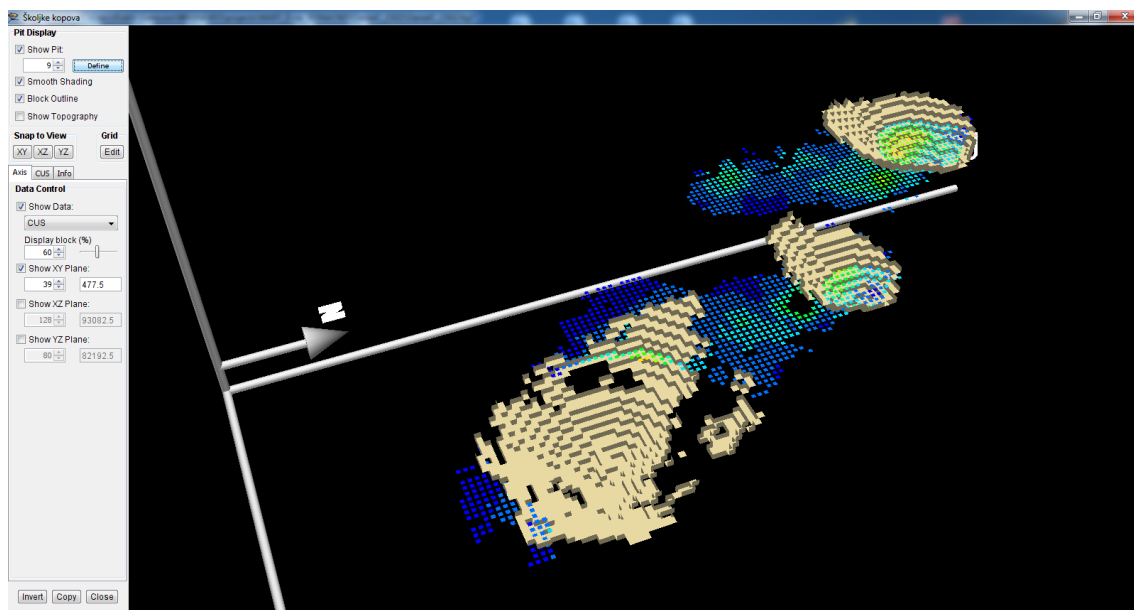


Slika 6.19. Grafikon - NPV-tonaža, Varijanta 2

Grafički prikaz optimalnog završnog površinskog kopa (kop broj 25), generisanog u sofveru Whittle, dat je na slici 6.20., dok su na slici 6.21. prikazane optimalne faze razvoja kopa za Varijantu 2 – kopovi 9 i 17.



Slika 6.20. Grafički prikaz završnog kopa - kop broj 25

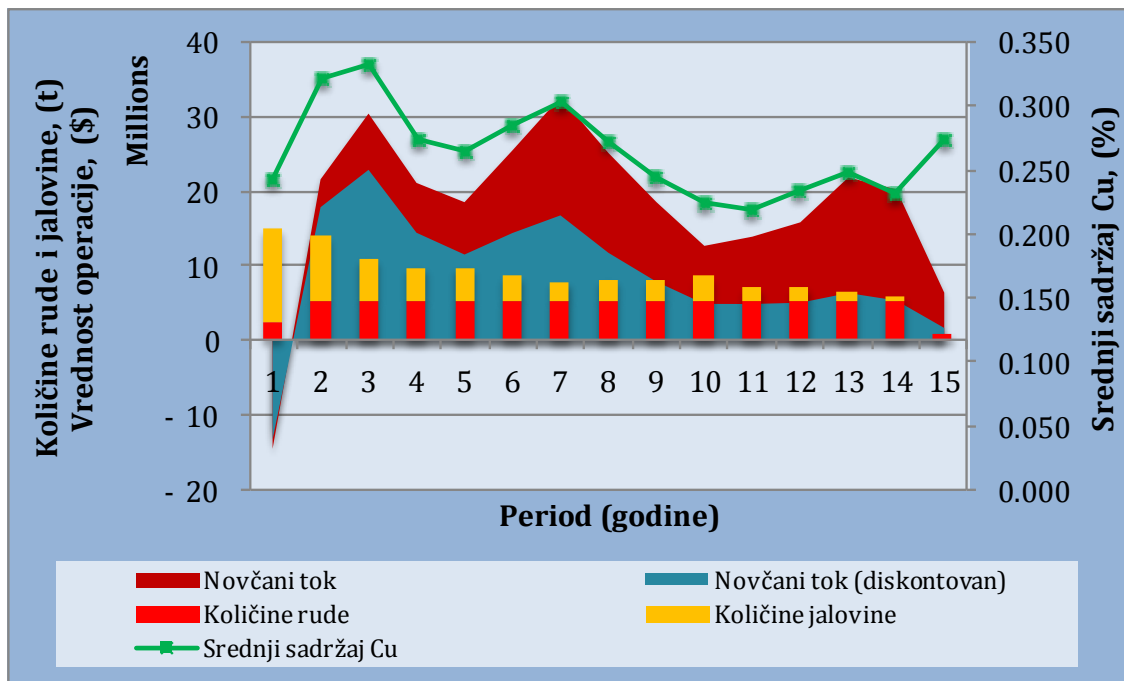


Slika 6.21. Grafički prikaz optimalnih faza razvoja kopa – kopovi broj 9 i 17

Shodno definisanoj proceduri, u sledećem koraku se vrši optimizacija plana dinamike otkopavanja rude i jalovine. To se vrši na osnovu grafikona *NPV-tonaža*, prikazanog na slici 6.19. Whittle procedura pronalazi optimalan plan dinamike korišćenjem Milawa algoritma za generisanje optimalne dinamike otkopavanja u režimu balansiranja kapaciteta, čime se obezbeđuje maksimalno korišćenje rudničkih kapaciteta otkopavanja i prerade.



Rezultati optimizacije dinamike otkopavanja i NPV za Varijantu 2 su prikazani u tabeli 6.5 i na slici 6.22.



Slika 6.22. Grafički prikaz optimalne dinamike, Varijanta 2

Tabela 6.5. Rezultati optimizacije dinamike otkopavanja za Varijantu 2

Period (godina)	Iskopine (t)	Ruda (t)	Sadržaj Cu (t)	Novčani tok (\$)	Novčani tok (\$ disc)
1	15 000 000	2 593 685	0,243	-14 632 876	-13 302 615
2	14 037 981	5 500 000	0,321	21 591 812	17 844 472
3	10 975 439	5 500 000	0,332	30 428 384	22 861 295
4	9 880 306	5 500 000	0,274	21 113 804	14 421 012
5	9 855 523	5 500 000	0,265	18 520 146	11 499 553
6	8 701 729	5 500 000	0,286	25 486 309	14 386 357
7	7 917 977	5 500 000	0,303	32 645 052	15 752 074
8	8 139 873	5 500 000	0,273	25 139 900	9 727 949
9	8 223 351	5 500 000	0,245	18 535 091	6 860 688
10	8 698 482	5 500 000	0,225	12 650 494	4 877 313
11	7 130 253	5 500 000	0,219	13 883 930	4 866 233
12	7 161 772	5 500 000	0,234	15 814 474	5 038 979
13	6 592 503	5 500 000	0,248	21 846 109	6 328 040
14	6 076 390	5 500 000	0,231	20 262 135	5 335 653
15	926 874	926 874	0,274	6 358 282	1 647 656
<b>Total</b>	<b>129 318 453</b>	<b>75 020 559</b>	<b>0,265</b>	<b>269 643 046</b>	<b>128 144 659</b>

Sprovedena analiza pokazuje da je zbog korišćenja samo 10% oksidne rude u procesu prerade došlo do značajnog povećanja flotacijskog iskorišćenja, odnosno došlo je do povećanja količina rude koja može da se eksploatiše na ekonomski isplativ način, čime se postiže uvećanje NPV kod Varijante 2. Ovo povećanje iznosi 25 444 576 \$, odnosno 24,77 %.

### 6.6.3. Varijanta 3

Optimizacija površinskog kopa i izbor faza razvoja površinskog kopa za definisane ulazne tehno-ekonomske parametre ista je kao u slučaju Varijante 2.

Prema tome, sledeći korak u ovoj varijanti predstavlja analiza mogućnosti poboljšanja NPV sa optimizacijom graničnog sadržaja u toku same faze otkopavanja rude u slučaju kad se samo otkopava oksidna ruda do 10%, uz istovremeno korišćenje depoa za skladištenje rude različitog kvaliteta. U te svrhe predviđene su tri rudne zalihe, dve za rudu sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  i jedna za rudu sa sadržajem oksidnog bakra  $> 10\%$  i označene su kao SP1, SP2 i SP3.

Na depo SP1 odlaže se ruda sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  i sa sadržajem Cu od 0,20 % - 0,25 %; na depo SP2 odlaže se ruda sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  i sa sadržajem Cu od 0,15 % - 0,20 %; i na depo SP3 odlaže se ruda koja sadrži  $> 10\%$  oksidnog bakra. Kapacitet ovih rudnih zaliha nije limitiran, a proces vraćanja materijala u proizvodni proces je nezavisan od kapaciteta otkopavanja. Troškovi rukovanja materijalom koji nastaju tokom utovara i transporta materijala sa rudnih zaliha iznose 0,675 \$/t materijala.

Ruda sa rudnih zaliha SP1 i SP2 koristi se u procesu flotacijske prerade nakon prestanka rada površinskog kopa, čime se produžava životni vek kopa, i postiže se dodatno povećanje NPV. Tretman rude sa rudnih zaliha SP3 nije razmatran u ovoj disertaciji.

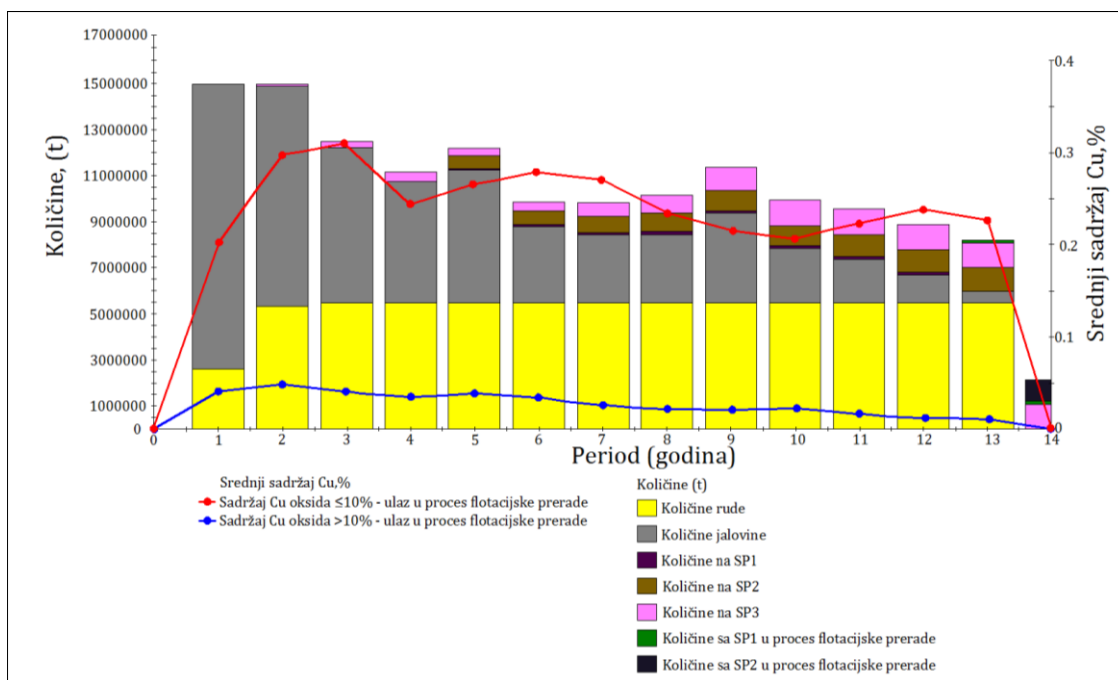
Cilj ovog scenarija je da se u prvim godinama podizanjem graničnog sadržaja iznad vrednosti marginalnog graničnog sadržaja ostvari veći profit. Ovo znači da se neke

partije rude sa nižim sadržajem bakra odbacuju kao jalovina ili se deponuju na rudnim zalihama, da bi se kasnije vratile u proces, što je mnogo povoljnije sa aspekta povećanja NPV.

Posle sprovedene analize u tabeli 6.6 i na slici 6.23. prikazani su rezultati optimizacije graničnog sadržaja bakra u rudi sa sadržajem oksidnog bakra  $\leq 10\%$  u toku samog otkopavanja.

Tabela 6.6. Varijanta 3 - optimizacija graničnog sadržaja bakra u rudi u fazi otkopavanja

Period (godina)	Iskopine (t)	Ruda (t)	Na SP1 (t)	Na SP2 (t)	Na SP3 (t)	Sa SP1 (t)	Sa SP2 (t)	Sadržaj Cu (t)	Novčani tok (\$ disc)
1	14 978 939	2 593 685	0	0	21 061	0	0	0.243	-13 302 615
2	14 883 846	5 305 773	0	38 998	98 217	0	0	0.346	19 553 816
3	12 193 425	5 500 000	0	53 838	205 057	0	0	0.350	24 663 926
4	10 782 204	5 500 000	0	53 838	310 155	0	0	0.279	13 712 179
5	11 233 806	5 500 000	73 629	543 434	332 069	0	0	0.304	15 650 136
6	8 804 635	5 500 000	73 629	586 476	411 708	0	0	0.314	18 406,110
7	8 467 365	5 500 000	81 729	687 981	570 394	0	0	0.296	16 335 742
8	8 476 957	5 500 000	90 727	823 122	781 566	0	0	0.256	11 683 298
9	9 391 807	5 500 000	90 727	890 592	999 548	0	0	0.237	8 154 479
10	7 833 479	5 500 000	90 727	922 910	1 096 388	0	0	0.229	5 770 656
11	7 393 138	5 500 000	90 727	954 359	1 109 913	0	0	0.241	6 017 591
12	6 724 074	5 500 000	90 727	988 739	1 109 913	0	0	0.250	7 390 766
13	5 965 398	5 458 572	49 300	988 739	1 109 913	41 428	0	0.237	6 592 143
14	0	0	0	0	1 109 913	49 300	988 739	0.226	416 720
<b>Total</b>	<b>127 129 073</b>	<b>68 358 030</b>						<b>0.307</b>	<b>141 044 947</b>



Slika 6.23. Optimalni plan generisan optimizacijom graničnog sadržaja

U slučaju Varijante 3 postignuto je dodatno povećanje vrednosti NPV u odnosu na Varijantu 2 za 12 900 288 \$, odnosno 10,07%.

## 6.7. Komentari rezultatata analize

U ovom poglavlju prikazani su rezultati analize sprovednog naučnog istraživanja dugoročnog planiranja eksploatacije polimetaličnog ležišta Kraku Bugaresku Cementacija u cilju optimizacije ekonomskih efekata eksploatacije do kraja životnog veka ovog ležišta i dati su određeni komentari za sve tri prethodno razmatrane varijante.

U tabeli 6.7 dat je uporedni prikaz optimalnih količina rude, prosečnog sadržaja metala u rudi i diskontovanih novčanih tokova za Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3.

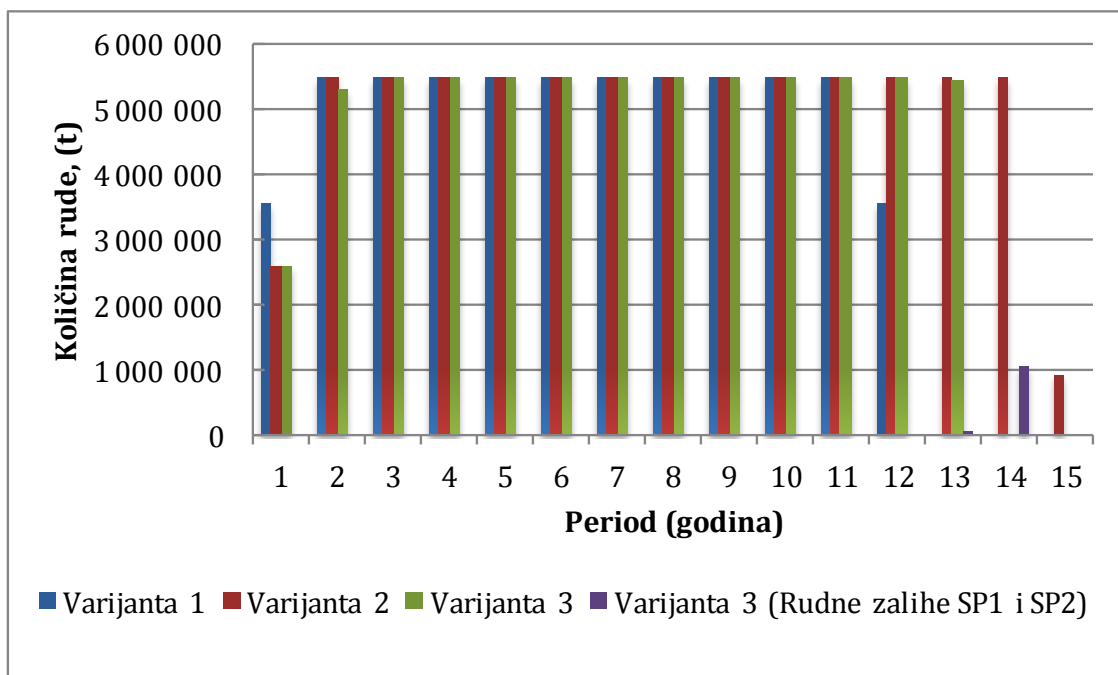
Tabela 6.7. Rezultati analize za Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3

Period (godina)	Varijanta 1			Varijanta 2			Varijanta 3		
	Ruda (t)	Sadržaj Cu (t)	Novčani tok (\$ disc)	Ruda (t)	Sadržaj Cu (t)	Novčani tok (\$ disc)	Ruda (t)	Sadržaj Cu (t)	Novčani tok (\$ disc)
1	3 549 827	0,278	-6 857 551	2 593 685	0,243	-13 302 615	2 593 685	0,243	-13 302 615
2	5 500 000	0,372	20 912 870	5 500 000	0,321	17 844 472	5 305 773	0,346	19 553 816
3	5 500 000	0,300	11 640 120	5 500 000	0,332	22 861 295	5 500 000	0,350	24 663 926
4	5 500 000	0,314	13 708 915	5 500 000	0,274	14 421 012	5 500 000	0,279	13 712 179
5	5 500 000	0,311	15 488 022	5 500 000	0,265	11 499 553	5 500 000	0,304	15 650 136
6	5 500 000	0,279	11 387 060	5 500 000	0,286	14 386 357	5 500 000	0,314	18 406,110
7	5 500 000	0,244	6 880 224	5 500 000	0,303	15 752 074	5 500 000	0,296	16 335 742
8	5 500 000	0,237	5 047 815	5 500 000	0,273	9 727 949	5 500 000	0,256	11 683 298
9	5 500 000	0,253	6 828 434	5 500 000	0,245	6 860 688	5 500 000	0,237	8 154 479
10	5 500 000	0,262	6 560 273	5 500 000	0,225	4 877 313	5 500 000	0,229	5 770 656
11	5 500 000	0,241	6 339 081	5 500 000	0,219	4 866 233	5 500 000	0,241	6 017 591
12	3 539 392	0,261	4 764 820	5 500 000	0,234	5 038 979	5 500 000	0,250	7 390 766
13				5 500 000	0,248	6 328 040	*5 500 000	0,237	6 592 143
14				5 500 000	0,231	5 335 653	**1 038 039	0,226	416 720
15				926 874	0,274	1 647 656			
<b>Total</b>	<b>62 089 219</b>	<b>0,280</b>	<b>102 700 083</b>	<b>75 020 559</b>	<b>0,265</b>	<b>128 144 659</b>	<b>68 358 030</b>	<b>0,307</b>	<b>141 044 947</b>

\* uključene su i količine rude sa rudnih zaliha SP1 (41 428 t)

\*\*sve količine rude su sa rudnih zaliha SP1 (49 300 t) i rudnih zaliha SP2 (988 739 t).

Na slici 6.24 prikazan je grafik optimizovane dinamike otkopavanja za Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3. Kod Varijante 3 posebno su prikazane količine rude koje se sa rudnih zaliha SP1 i SP2 vraćaju u proces flotacijske prerade.



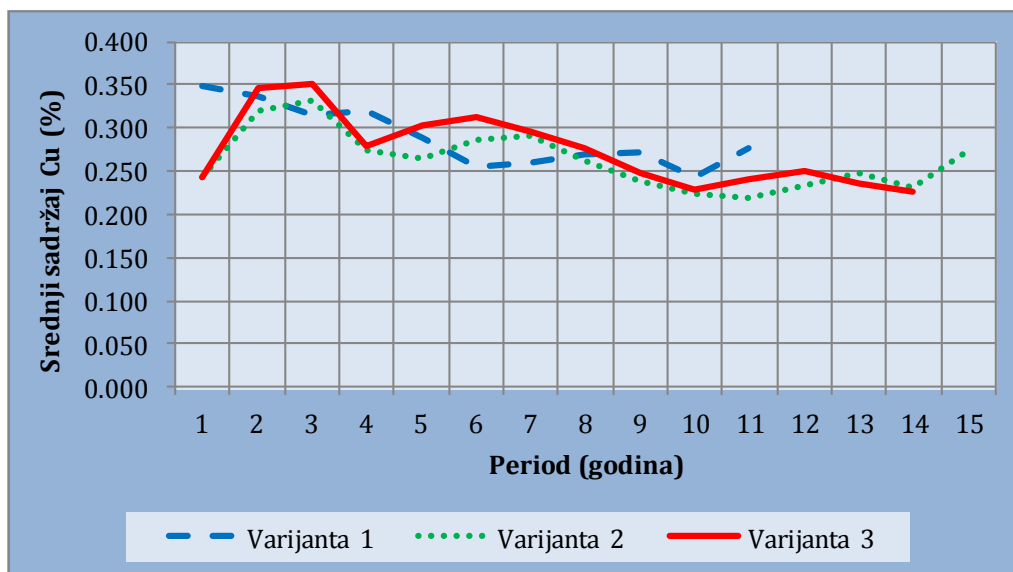
Slika 6.24. Grafički prikaz rezultata optimalne dinamike otkopavanja za Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3

Sa prikazanog grafika vidi se sledeće:

- Kod Varijante 1 projektovani plan otkopavanja (5 500 000 t rude godišnje) postiže se u drugoj godini eksploatacije. U prvoj godini količine rude koje se otkopavaju veće su u odnosu na Varijante 2 i 3. Životni vek rudnika iznosi 12 godina.
- Kod Varijante 2 projektovani plan otkopavanja (5 500 000 t rude godišnje) takođe se postiže u drugoj godini eksploatacije. Životni vek rudnika iznosi 15 godina.
- Kod Varijante 3 projektovani plan otkopavanja (5 500 000 t rude godišnje) postiže se u trećoj godini eksploatacije. Manje količine rude (41 428 t) vraćaju se sa deponije rude SP1 u proizvodni proces kao dopuna do planiranog kapaciteta u trinaestoj godini eksploatacije. U poslednjoj, četrnaestoj godini životnog veka rudnika sve količine rude koje se prerađuju u flotacijskom procesu potiču sa rudnih zaliha SP1 (49 300 t) i SP2 (988 739 t). Usled toga što se u prvim godinama vrši eksploatacija sa

višim graničnim sadržajem, i kapacitet otkopavanja je viši, pa je životni vek kopa manji nego kod Varijante 2.

Na slici broj 6.25 prikazani su toškovi prosečnog sadržaja Cu na ulazu u proces flotacijske prerade, a na slici 6.26 diskontovani novčani tokovi po periodima eksploatacije za Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3.

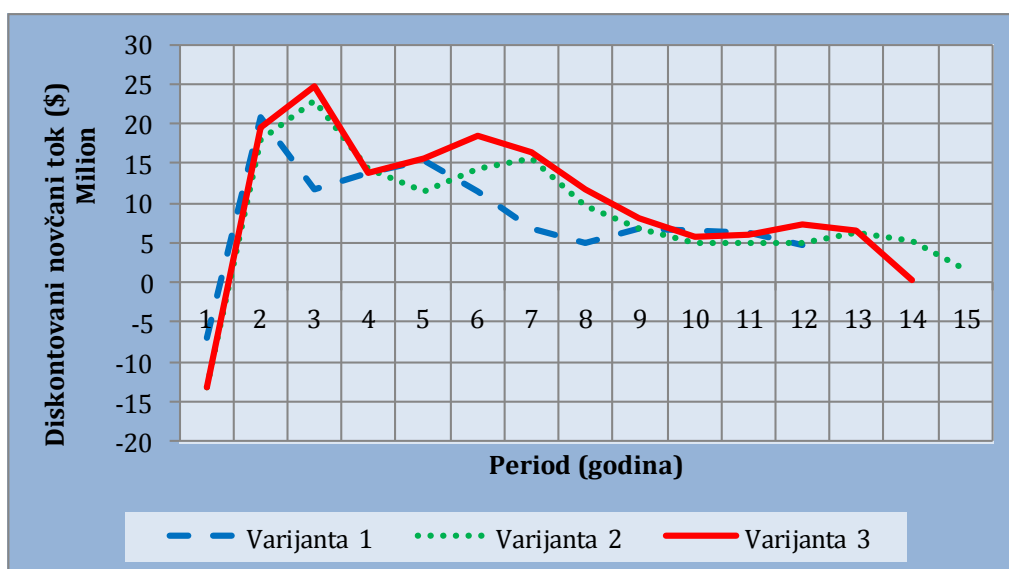


Slika 6.25. Tok prosečnog sadržaja Cu u rudi za planirani vek eksploatacije za analiziranu Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3

Sa slike 6.25 može se zaključiti sledeće:

- Kod Varijante 1 prosečan sadržaj bakra Cu (%) najveći je u početnoj godini eksploatacije i iznosi 0,348 %, a zatim, sa manjim odstupanjima, konstantno opada.
- Kod Varijante 2 uočava se da je prosečan sadržaj bakra Cu (%) u početnoj godini manji u odnosu na sadržaj kod Varijante 1 i iznosi 0,243 %, a zatim značajno raste do maksimalne vrednosti u trećoj godini kada iznosi 0,332%. Nakon toga, linija prosečnog sadržaja pokazuje kontinuirani pad sa manjim odstupanjima.

- Kod Varijante 3 prosečan sadržaj bakra Cu (%) u početnoj godini ima vrednost 0,243 %, zatim raste do vrednosti od 0,350 %, a zatim kao i kod Varijante 2 kontinuirano opada, sa manjim odstupanjima. Linija koja grafički prezentuje tok srednjeg sadržaja bakra kod ove varijante nalazi se u dužem periodu vremena iznad linija Varijante 1 i Varijante 2; to pokazuje da je postignuto povećanje prosečnog sadržaja metala u rudi tokom perioda eksploatacije, a što je posledica optimizacije graničnog sadržaja. Naime, grafikon ilustruje da je srednji sadržaj rude koja se šalje na flotacijsku preradu povećan usled toga što je ruda sa nižim sadržajem deponovana na formiranim rudnim zalihama SP1 i SP2, odnosno na rudnim zalihama SP3 ukoliko je sadržaj bakar oksida iznad 10%, ili je odbačena kao jalovina.



Slika 6.26. Diskontovani novčani tok za planirani vek eksploatacije za analiziranu Varijantu 1, Varijantu 2 i Varijantu 3

Grafikon na slici 6.26 ukazuje na sledeće:

- Kod Varijante 1 uočava se da je vrednost novčanog toka negativna u prvoj godini (-6 857 551 \$), ali je u odnosu na Varijantu 2 i Varijantu 3 ova negativna vrednost znatno manja, što je posledica toga da se otkopavaju veće količine rude sa većim srednjim sadržajem bakra. Nakon postizanja



pozitivne maksimalne vrednosti u drugoj godini, kriva novčanog toka ima tendenciju pada, usled opadanja srednjeg sadržaja bakra u rudi.

- Kod Varijante 2 karakteristično je da je kriva novčanog toka u većem delu iznad krive novčanog toka Varijante 1 i da se ostvaruje znatno veća konačna NPV u odnosu na Varijantu 1, iako je u prvoj godini vrednost novčanog toka negativna i iznosi -13 302 615 \$. Povećanje NPV od 25 444 576 \$ jeste posledica smanjenja troškova flotacijske prerade, uz istovremeno podizanje iskorišćenja flotacijske prerade, do čega je došlo usled flotacijske prerade samo rude sa sadržajem oksidnog bakra do 10 %. I u ovom slučaju kriva novčanog toka, nakon dostizanja maksimuma u trećoj godini eksploatacije, kontinuirano opada, sa manjim oscilacijama.
- Kod Varijante 3 može se takođe, kao i kod Varijante 2, uočiti da je vrednost novčanog toka izrazito negativna u prvoj godini (-13 302 615 \$). Optimizacijom graničnog sadržaja postignut je efekat da se eksploatiše ruda sa višim graničnim sadržajem u početnim godinama, a posledica toga je da su generisani veći novčani tokovi u tim godinama. Korišćenjem rude sa rudnih zaliha SP1 i SP2 umanjene su negativne ekonomske posledice podizanja graničnog sadržaja, odnosno postiže se veća konačna NPV projekta.

Kako se ležište otkopava, NPV od ostatka ležišta ima tendenciju opadanja, i približava se nuli na kraju životnog veka rudnika. Za navedeni primer optimizacija graničnog sadržaja generiše ukupnu NPV od 141 044 947 \$, što predstavlja poboljšanje od 12 900 288 \$ u odnosu na Varijantu 2.

Na kraju se izvodi zaključak da je optimizacijom graničnog sadržaja u Varijanti 3 postignuto povećanje NPV za 12 900 288 \$, odnosno 10,07 % u odnosu na Varijantu 2, tako da Varijanta 3 daje najbolje ekonomske rezultate, odnosno najveću NPV, pa se zbog toga usvaja kao osnova dugoročnog planiranja eksploatacije rude bakra na ležištu Kraku Bugaresku Cementacija.

## 7.0. ZAKLJUČAK I PREPORUKE ZA DALJI RAD

Eksploatacija ležišta mineralnih sirovina u današnjim kompleksim uslovima poslovanja sve je složenija, pa se zato čine stalni naponi da se razviju nove tehnike i metode zasnovane na informacionim tehnologijama, koje će omogućiti da se ostvaruju bolji ekonomski rezultati rudarske kompanije.

Planiranje površinskih kopova predstavlja sveobuhvatan multidisciplinarnan proces koji zavisi, kako od prirodnih uslova koji vladaju u ležištu, tako i od tehničkih i ekonomskih parametra eksploatacije i prerade rude. Geometrija ležišta, distribucija korisne komponente u ležištu, troškovi, cene metala na berzi, tehnologija i kapaciteti otkopavanja i prerade od ključnog su značaja za vrednovanje rudarskog projekta.

U tom smislu, razvoj matematičkih modela treba da omogući da se još u fazi planiranja ostvare optimalna rešenja, čijom se implementacijom ostvaruje maksimizacija vrednosti NPV u realnim uslovima procesa eksploatacije rude na površinskim kopovima.

Jedan od najznačajnijih faktora kod dugoročnog planiranja površinskih kopova predstavlja granični sadržaj metala u rudi. Iz tog razloga, optimizacija graničnog sadržaja i danas je predmet mnogih istraživanja u rudarskoj nauci, sa ciljem rešavanja praktičnih problema u eksploataciji ležišta metala.

Razvijeni matematički model za optimizaciju graničnog sadržaja metala u rudi predstavljen u ovoj disertaciji problem tretira sa aspekta dinamičke promene graničnog sadržaja po godinama eksploatacije u toku životnog veka rudnika. Na taj način model omogućava da se ostvaruje maksimizacija godišnjih novčanih tokova, odnosno konačne vrednosti NPV rudarskog projekta.

Predloženi model posebno sagledava problem optimizacije graničnog sadržaja kod polimetalčnih ležišta oksidnih i sulfidnih ruda. Korišćenjem određenih procedura, koje podrazumevaju primenu matematičkih i logičkih algoritama izvršeno je

razgraničenje rudnih blokova sa sadržajem oksidnih minerala koji mogu da se prerade u procesu flotacije od blokova koji sadrže oksidne minerale iznad dozvoljene granice i koji negativno utiču na flotacijska iskorišćenja. Na taj način modelom se obezbeđuje povećanje iskorišćenja u flotacijskoj preradi rude i ujedno smanjenje ukupnih operativnih troškova u proizvodnom lancu, usled smanjenja troškova flotacijske prerade.

Kod definisanja ulaznih parametara optimizacionog modela posebno su uzeta u obzir različita ograničenja koja imaju značajan uticaj na evaluaciju projekta, kao što su:

- distribucija sadržaja metala u oksidnoj i sulfidnoj rudi (predstavljeno definisanom krivom *sadržaj – tonaža*),
- sadržaj oksidnih minerala u rudi,
- kapaciteti otkopavanja i flotacijske prerade i
- tehnološka iskorišćenja procesa.

Poštujući ova ograničenja na testiranom primeru, model generiše optimalnu završnu konturu kopa i plan otkopavanja, koji podrazumeva ostvarivanje većih novčanih tokova u prvim godinama rada kopa, usled otkopavanja rude sa višim sadržajem metala, i kasnije tokom godina konstantan pad graničnog sadržaja i novčanih tokova.

Simulacijom procesa eksploatacije sa korišćenjem rudnih zaliha sa skladišta rude različitog kvaliteta u pogledu sadržaja oksidnih minerala, ostvaruje se dodatno povećanje NPV projekta.

U naučnom pogledu model potvrđuje polaznu hipotezu da se optimizacijom graničnog sadržaja metala u rudi kod dugoročnog planiranja površinskih kopova, za slučajevne eksploatacije polimetalnih ležišta koja sadrže oksidnu i sulfidnu rudu, postiže unapređenje ekonomskih rezultata u integrisanom sistemu otkopavanja, flotacijske i metalurške prerade rude. To konkretno znači da se primenom predloženog modela postiže maksimizacija vrednosti NPV, što za svaku rudarsku kompaniju predstavlja primarni cilj i zadatak u njenom poslovanju.

Posebno značajan naučni doprinos ove doktorske disertacije ilustriran je implementacijom matematičkog modela za optimizaciju graničnog sadržaja kod planiranja procesa eksploatacije polimetalnog ležišta Kraku Bugaresku Cementacija, koje se odlikuje prisustvom i sulfidnog i oksidnog bakra u rudi, sa pratećim mineralima zlata i srebra. Model sagledava celokupni tehnološki proces dobijanja bakra kao finalnog proizvoda, koji se odvija kroz tri osnovna procesa:

- proces eksploatacije rude,
- proces flotacijske prerade rude, i
- proces metalurške prerade koncentrata.

Razvijeni integralni model, koji se bazira na primeni odgovarajućih optimizacionih algoritama i metoda, realizovan je kroz sledeće korake:

- modeliranje polimetalnog ležišta sa prostornom interpretacijom oksidne i sulfidne rude bakra, na osnovu dozvoljenog procentualnog učešća oksidnog bakra u rudi maksimalno do 10 %, za koji je industrijskim ispitivanjima utvrđeno da nema negativan uticaj na proces flotacijske prerade,
- optimizaciju završne konture i faza razvoja površinskog kopa,
- dugoročno planiranje otkopavanja eksploatacionih rezervi rude, i
- optimizaciju graničnog sadržaja u fazi otkopavanja.

Primenom razvijenog integralnog modela u analizi dugoročnog planiranja površinskog kopa Kraku Bugaresku Cementacija, zasnovanog na dinamičkom kretanju graničnog sadržaja bakra u rudi po godinama eksploatacije, ostvareno je sledeće:

- optimizacijom konačne granice kopa, po kriterijumu da je u rudi dozvoljeno maksimalno 10% oksidnog bakra, postignuto je povećanje vrednosti NPV od 24,77%,
- optimizacijom graničnog sadržaja dodatno se povećava vrednost NPV za 10,07%.

Iz prethodnog sledi da je primenom modela ove doktorske disertacije ostvareno ukupno povećanje NPV projekta za 37,34%, što je značajno poboljšanje konačnih ekonomskih efekata u poslovnom sistemu rudarstvo - metalurgija.

Konačno, na osnovu prikazanih rezultata, dokazano je da predloženi model ima svoju praktičnu primenu u realnim uslovima eksploatacije ležišta polimetalnih mineralnih sirovina.

\*\*\*

Integralni model optimizacije graničnog sadržaja metala u rudi razvijen je na bazi determinističkog pristupa rešavanju postavljenog problema, i predstavlja jedan od mogućih pristupa koji se primenju u današnjim istraživanjima. Ovaj pristup podrazumeva da model ne uzima u obzir faktore neizvesnosti, kao sastavne delove rudarske aktivnosti. To se prevashodno odnosi na geološku i tržišnu neizvesnost, koje predstavljaju dominantne faktore, pored neizvesnosti koje se javljaju kod procene troškova i iskorišćenja rude u ležištu.

Geološka neizvesnost vezuje se za greške pri proceni količina i sadržaja korisne mineralne sirovine u ležištu, a tržišna neizvesnost odnosi se na dinamičnu prirodu berzanskih cena metala, što je osnovni razlog zašto se smatraju jednim od najvažnijih izvora neizvesnosti u rudarstvu.

Dalje naučno istraživanje treba da se odvija u smeru pouzdanije interpretacije ležišta, kako bi se smanjila geološka neizvesnost i primene stohastičkih prognoznih cena metala, kako bi se smanjila tržišna neizvesnost. Time bi se učinio dodatni napor da se pri optimizaciji graničnog sadržaja metala kod polimetalnih ležišta oksidne i sulfidne rude postignu bolji ekonomski rezultati u proizvodnom lancu rudarstvo – metalurgija.

## LITERATURA

**Abdollahisharif, J., Bakhtavar, E., Anemangely, M.**, 2012, Optimal cut-off grade determination based on variable capacities in open-pit mining, *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, Volume 112, pp. 1065-1069.

**Akaike, A., Dagdelen, K.**, 1999, A strategic production scheduling method for an open pit mine, *Proceedings of the 28th Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, pp. 729–738.

**Amankwah H.**, 2011, *Mathematical Optimization Models and Methods for Open-Pit Mining*, Doctoral dissertation, Department of Mathematics Linköping University, SE-581 83 Linköping, Sweden.

**Armstrong, D.**, 1990, Planning and design of surface mines. In SME, & B. A. Kennedy (Ed.), *Surface Mining (Second ed.)*. Littleton, Colorado, USA: Society for Mining, Metallurgy and Exploration Inc., pp. 459-475.

**Asad M.W.A., Dimitrakopoulos R.**, 2013, A Heuristic Approach to Stochastic Cutoff Grade Optimization for Open Pit Mining Complexes, *Les Cahiers du GERAD G-2013-55*, pp 1-12.

**Asad, M.W.A.**, 2005a, Cut-off grade optimization algorithm with stockpiling option for open pit mining operations of two economic minerals, *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, Vol. 19, no. 3, pp. 176–187.

**Asad, M.W.A.**, 2005b, Cut-off grade optimization algorithm for open pit mining operations with consideration of dynamic metal price and cost escalation during mine life, *Proceedings of the 32nd International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, Tucson, Arizona, USA, pp. 273–277.

**Asad, M.W.A.**, 2007, Optimum cut-off grade policy for open pit mining operations through net present value algorithm considering metal price and cost escalation,

Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software, 24 (7), pp. 723-736.

**Asad, M.W.A., Topal, E.**, 2011, Net present value maximization model for optimum cut-off grade policy of open pit mining operations, The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, vol. 111, pp. 741-750.

**Askari-Nasab, H., Awauh-Offei, K.**, 2009, Open pit optimisation using discounted economic block values, Mining Technology, vol. 118, pp. 1-12.

**Ataei, M., Osanloo, M.**, 2003, Determination of optimum cutoff grades of multiple metal deposits by using the Golden Section search method, The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy, pp. 493-500.

**Ataei, M., Osanloo, M.**, 2004, Using a combination of genetic algorithm and the grid search method to determine optimum cutoff grades of multiple metal deposits, International Journal of Surface Mining, Reclamation & Environment, 18 (1), pp. 60-78.

**Barber J.**, 2011, 2D and 3D models, Geovia white papers, dostupno na: [[http://es.geovia.com/sites/default/files/whitepaper/Minex\\_2D\\_3DModels.pdf](http://es.geovia.com/sites/default/files/whitepaper/Minex_2D_3DModels.pdf)].

**Barr, D.**, 2012, Stochastic Dynamic Optimization of Cut-off Grade in Open Pit Mines, Master Thesis, Queen's University Kingston, Ontario, Canada.

**Bascetin, A., Nieto, A.**, 2007, Determination of a mining cutoff grade strategy based on an iterative factor, SME Annual Meeting. Denver: SME. pp. 1-5.

**Beasley, C.A., Pfleider, E.P.**, 1972, Profitability Sensitivity Analysis of a Mining Venture, Mine Evaluation Seminar at the University of Minesota.

**Bernabe, D., Dagdelen, K.**, 2002, Comparative analysis of open pit mine scheduling techniques for strategic mine planning of TINTAYA copper mine in Peru, SME Annual Meeting.

**Berry, E.S.**, 1922, Present value in its relation to ore reserves, plant capacity and grade of ore. Min. Metall., pp. 11-6.

**Black, F., Scholes, M.,** 1973, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, The Journal of Political Economy, vol. 81, no. 3, pp. 637-654.

**Bohnet, E.,** 1990, Optimum production scheduling. In B. Kennedy, Surface Mining (Second ed.), Baltimore, Maryland, U.S.A.: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc, pp. 476-479.

**Brennan, M.J., Schwartz, E.S.,** 1985, Evaluating Natural Resource Investments, The Journal of Business, 58, 2, pp. 135-157.

**Brian Hall,** 2014, Cut-off Grades and Optimising the Strategic Mine Plan, ISBN 978 1 925100228, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Carlton Victoria, Australia.

**Caccetta, L., Giannini, L.M.,** 1988, An Application of Discrete Mathematics in the Design of an Open Pit Mine, Discrete Applied Mathematics, Vol. 21, pp. 1-19.

**Caccetta, L., Hill, S.P.,** 2003, An Application of Branch and Cut to Open Pit Mine Scheduling. Journal of Global Optimization, vol. 27, pp. 349 – 365.

**Caccetta, L., Hill, S.P.,** 1999, Optimization Techniques For Open Pit Mine Scheduling, School of Mathematics and Statistic, Curtin University of Technology, Perth, Australia, pp. 895-900.

**Cairns, R., Van Quyen, N.,** 1998, Optimal Expotation and Exploitation of Heterogeneous Mineral Deposits, Journal of Environmental Economics and Management, pp. 164-189.

**Cairns, R.D.,** 1998, Are mineral deposits valuable? A reconciliation of theory and practice. Resources Policy, 24 (1), pp. 19-24.

**Cairns, R.D., Shinkuma, T.,** 2003, The choice of the cutoff grade in mining. Resource Policy, 29, pp. 75-81.

**Callaway, H.M.,** 1954, Basic breakeven formulas devise to simplify mine evaluation, Eng. Min. J., pp. 90-92.



**Callaway, H.M.**, 1958, Economic relation of mining rate to grade of ore, *Min. Eng.*, pp. 470-472.

**Carlisle, D.**, 1954, The economics of a fund resource with particular reference to mining, *The American Economic Review*, 44 (4), pp. 595-616.

**Chance D.M.**, 2008, Lecture Notes: Monte Carlo Simulation, Louisiana State University, E.J. Ourso Collage of Business, dostupno na [<http://www.bus.lsu.edu/academics/finance/faculty/dchance/Instructional/TN96-03.pdf>].

**Chiwaye, H.T., Stacey, T.R.**, 2010, A comparison of limit equilibrium and numerical modelling approaches to risk analysis for open pit mining, *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, vol. 110, pp. 571-579.

**Dagdelen, K.**, 1985, Optimum Multi-Period Open Pit Mine Production Scheduling by Lagrangian Parameteriyation, Doctoral dissertation, Colorado School of Mines, Golden, Colorado.

**Dagdelen, K.**, 1993, An NPV optimization algorithm for open pit mine design, *Proceedings of the 24th International Symposium on Application of Computers & Operations Research in Minerals Industry*, pp. 257-63.

**Dagdelen, K.**, 2000, Open pit optimization-Strategies for improving economics of mining projects through mine planning, *Application Computers for Mining Industry*.

**Dagdelen, K.**, 2001, Open pit optimization–strategies for improving economics of mining projects through mine planning, 17th International Mining Congress and Exhibition of Turkey- IMCET, Ankara, pp. 117-121.

**Dagdelen, K.**, 2007, Value creation through strategic mine planning and cutoff grade optimization, *SME Annual Meeting*, pp. 1-8.

**Dagdelen, K., and Johnson, T.B.**, 1986, Optimum open pit mine production scheduling by Lagrangian parameterization, *Proceedings of the 19th International*

Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Ch. 13, pp. 127–142.

**Dagdelen, K., Kawahata, K.,** 2008, Value creation through strategic mine planning and cut-off grade optimization, *Mining Engineering*, vol. 60, no. 1, pp. 39–45.

**David, M.,** 1971, Geostatistical Ore Reserve calculation, step by step Case Study. Decision Making in the Mineral Industry, *CIM Bulletin*, vol. 12, pp. 185-191.

**David, M.,** 1977, *Geostatistical Ore Reserve Estimation*, Amsterdam, Elsevier.

**Davis, G.,A., Newman, A.M.,** 2008, *Modern Strategic Mine Planning*, dostupno na:[[http://inside.mines.edu/~gdavis/Papers/CRC\\_Mining\\_Conference\\_Paper.pdf](http://inside.mines.edu/~gdavis/Papers/CRC_Mining_Conference_Paper.pdf)].

**Dimitrakopoulos R.,** 2011, Strategic mine planning under uncertainty, stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments, *Journal of Mining Science*, Vol. 47, pp. 138-150.

**Dimitrakopoulos, R.,** 1998, Conditional simulation algorithms for modeling orebody uncertainty in open-pit optimization. *International Journal of Surface Mining Reclamation and Environment*, Vol. 2, No. 4, pp. 173–179.

**Dimitrakopoulos, R.G.,** 2007, Evaluating mine plans under uncertainty: can the real options make a difference, *Resource Policy*, 2, pp. 116-125.

**Dixit, A.K., Pindyck, R.S.,** 1994, *Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press, New Jersey.

**Douglas E.J.,** 1971, How to make the most of a mining investment, *Min. Eng.*, pp. 64-67.

**Dowd, P.A., Onur, A.H.,** 1992, Optimizing open pit design and sequencing, *Proceedings of 23rd APCOM symp., Tucson, Arizona*, pp. 411 – 422.

**Dowd, P.A., Onur, A.H.,** 1993, Optimization of Open-pit Mine Design-Part 1: Optimal Open-pit Design, *Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy*, (Section A, Mining Industry), vol. 102, pp. A95-A104.

**Dowd, P.**, 1976, Application of dynamic and stochastic programming to optimize cutoff grades and production rates, Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, 85, pp. 22-31.

**Erarslan, K., Çelebi, N.**, 2001, A simulative model for optimum pit design, CIM Bull. 94 (1055), pp. 59–68.

**Erdem, Ö., Güyagüler T., Demirel, N.**, 2012, Uncertainty assessment for the evaluation of net present value: a mining industry perspective, The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, Volume 112, pp. 405 – 412.

**Gemcom Gems korisničko uputstvo**, Geovia, Dessault Systemes, dostupno na [<http://www.geovia.com/resources/white-papers/gems>].

**GEMS Foundation Training Manual**, 2007, Gemcom Software International Inc. Vancouver, Canada, dostupno na: [<http://www.gemcomsupport.com>].

**Gholamnejad, J.**, 2008, Determination of the Optimum Cutoff Grade Considering Environmental Cost, J. Int. Environmental Application & Science, Vol.3 (3): pp. 186-194.

**Gholamnejad, J.**, 2009, Incorporation of rehabilitation cost into the optimum cut-off grade determination, Journal South African Institute of Mining and Metallurgy 108, pp. 89–94.

**Gholamnejad, J., Mojahedfar, A.R.**, 2010, Determination of the largest pit with the non-negative net profit in the open pit mines, Journal of Mining & Environment, Vol.1, No.2, pp. 45-52.

**Goovaerts, P.**, 1997, Geostatistics for Natural Resources Evaluation. Oxford University Press, New York, pp. 512.

**Hall B.E.**, 2003, How Mining Companies Improve Share Price by Destroying Shareholder Value, Proceedings CIM Mining Conference and Exhibition. Paper 1194. Montreal: Canadian Institute of Mining and Metallurgy.

**Hall, B.E.**, 2006, Short-term gain for long-term pain, How focussing on tactical issues can destroy long-term value, 2nd International Seminar Strategic versus Tactical Approaches in Mining , Australian Centre for Geomechanics, Perth, sec. 14, pp. 1-19.

**Haynes, W.W., Massie, J.L.**, 1969, Management: analysis, concepts, and cases, 2<sup>nd</sup> Edition, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall.

**Holland J.H.**, 1975, Adaptation in natural and artificial systems, University of Michigan Press, Ann Arbor.

**Hustrulid, W., Kuchta, M.**, 1995, Open pit mine planning and design, Balkema, Rotterdam, pp. 427-442.

**Hustrulid, W., Kuchta, M.**, 1998, Open Pit Mine Planning and Design, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, vol. 1, ISBN 9054101814.

**Hustrulid, W., Kuchta, M.**, 2006, Open Pit Mine Planning and Design – Volume 1: Fundamentals, 2nd Ed., Taylor and Francis.

**Johnson, P., Evatt, G., Duck, P., Howell, S.**, 2010, The Derivation and Impact of an Optimal Cut-Off Grade Regime Upon Mine Valuations, Proceedings of the World Congress on Engineering 2010 Vol I, London: WCE, dostupno na: [http://www.iaeng.org/publication/WCE2010/WCE2010\\_pp358-363.pdf](http://www.iaeng.org/publication/WCE2010/WCE2010_pp358-363.pdf).

**Johnson, T.B.**, 1969, Optimum production scheduling, Proceedings of 8th APCOM symp., Salt Lake City, Utah, pp. 539 – 562.

**Johnson, T.B., Sharp, R.W.**, 1971, Three Dimensional Dynamic Programming Method for Optimal Ultimate Pit Design, US Bureau of Mines, Report of Investigation.

**Kelly, S.**, 1998, A binomial lattice approach for valuing a mining property IPO, Quart. Rev. Econom. Finance 38, pp. 693–709.

**Khodayari, A., Jafarnejad, A.**, 2012, Cut-off Grade Optimization for Maximizing the Output Rate, Int J Min & Geo-Eng (IJMGE), Vol. 46, No. 1, pp. 51-56.

**Khodayari, A., Jafarnejad, A.,** 2012, The effect of price changes on optimum cut-off grade of different open-pit mines, *Journal of Mining & Environment*, Vol.3, No.1, pp. 61-68.

**Krautkraemer, J.A.,** 1988, The cut-off grade and the theory of extraction, *Canadian Journal of Economics*, 21 (1), pp.146-160.

**Kržanović, D., Kolonja, B., Stevanović, D.,** 2015, Maximizing the net present value by applying an optimal cut-off grade for long-term planning of the copper open pits, *Acta Montanistica Slovaca, The Union of Metallurgy, Mining Industry and Geology of Slovak Republic, the Slovak Mining Society, the Faculty of Mining, Ecology, Process Control and Geotechnologies (FBERG) of the Technical University of Kosice (Slovakia), and the Faculty of Mining and Geology (HGF) of the VSB Technical University of Ostrava (Czech Republic), Volume 20 (2015), number 1, ISSN 1335-1788, pp. 49-61, dostupno na [<http://actamont.tuke.sk/ams2015.html>].*

**Kržanović, D., Mikić, M., Ljubojev, M., Žikić, M.,** 2013, Application the software Whittle for planning the mining dynamics at the open pit South Mining District Majdanpek, Serbia, *Conference Proceedings Volume I, 13th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2013, 2013, STEF92 Technology Ltd., Sofia, Bulgaria, pp. 251-258.*

**Kržanović, D., Rajković, R., Mikić, M., Ljubojev, M.,** 2014, Effect of stage development of mining operations on maximization the net present value in long-term planning of open pits, *Mining and Metallurgy Engineering Bor, 4/2014 Mining and Metallurgy Institute Bor, ISSN 2334-8836, DOI:10.5937/MMEB1404033K, pp. 33-40.*

**Kumral, M., Dowd, P.A.,** 2002, Short-Term Mine Production Scheduling for Industrial Minerals using Multi-Objective Simulated Annealing, *Proceedings of 30th APCOM symp., Fairbanks, Alaska, pp. 731-742.*

**Kumral M., Dowd P.A.,** 2005, A simulated annealing approach to mine production scheduling, *Journal of operational research society* 56, pp. 922-930.

- Lane, G.R., Terblanche, M., Meyer, G., Sasto, N.**, 2013, Case study on quantitative risk modelling to obtain a realistic risk-adjusted project evaluation, *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, Volume 113, pp. 181-190.
- Lane, K.F.**, 1964, Choosing the Optimum Cutoff Grade. *Colorado School of Mines Quarterly*, 59, pp. 811-829.
- Lane, K.F.**, 1988, *The Economic Definition of Ore: Cutoff grades in Theory and Practice*, Mining Journal Books Ltd, London.
- Lane, K.F.**, 1997, *The Economic Definition of Ore, Cut-off grades in theory and practice*, Second Edition, Mining Journal Books Limited, London, 147 pp.
- Lerchs, H., Grossmann, I.F.**, 1965, Optimum Design of Open Pit Mines, *Transactions, Canadian Institute of Mining and Metallurgy*, Vol. LXVIII, pp. 17–24.
- Malvić, T.**, 2008, Primjena geostatistike u analizi geoloških podataka, INA, SD Istraživanje i proizvodnja nafte i plina, Grupa za tiskarske i grafičke poslove Zagreb, [https://bib.irb.hr/datoteka/389907.Tiskana\\_knjiga.pdf](https://bib.irb.hr/datoteka/389907.Tiskana_knjiga.pdf).
- Mardones, J.L.**, 1993, Option valuation of real assets: application to a copper mine with operating flexibility, *Resour. Policy* 19 (1), pp. 51–65.
- Martinez L.A., Leiva, O., Araya, J.**, 2011, What does geostatistics and cut-off grade optimisation have to do with real options applied to mine project evaluation?, 35th APCOM Symposium, Australia, Proceedings, pp. 557-570.
- McIsaac, G.**, 2008, *Strategic Design of an Underground Mine Under Conditions of Metal Price Uncertainty*, Doctoral thesis, Queens University: Faculty of Applied Science, Department of Mining Engineering, Kingston: Queens University.
- Miller, L.T., Park, C.S.**, 2002, Decision making under uncertainty-real options to the rescue? *Eng. Econom.* 47 (2), pp. 105–150.
- Minnitt, R.**, 2003, Cut-off grade determinatino for the maximum value of a small Wits-type gold mining operation. *Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industries*, 415-423.

**Mitrović-Varga, Z.**, 2008, Metaheuristike, Master rad, Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet, Beograd.

**Mohammad, W.A.**, 1997, Multi-mineral cutoff grade optimization with option to stockpile, Master Thesis, Colorado School of Mines.

**Mohammad, W.**, 2002, Development of generalized cutoff grade optimization algorithm for open pit mining considerations, Journal of Engineering Applied Science, 21, pp. 119-127.

**Mohammad, W.A.**, 2003, Generalized cutoff grades optimization algorithm in two minerals case, Journal of Engineering Applied Science, 22, pp. 81-87.

**Mohammad, W.A. and Khan, M.N.**, 2004, Management of open pit mining operations with ore stockpiles, Journal of Engineering Applied Science, 23, pp. 51-56.

**Monkhouse, P.H.L., Yeates, G.**, 2005, Beyond naive optimization, In: Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, The Australian Institute of Mining and Metalurgy, Spectrum Series No. 14, pp. 3-8.

**Mortimer, G.J.**, 1950, Grade Control, Trans. Inst. Min. Metall 59, pp. 357-99.

**Moyen, N., Slade, M., Uppal, R.**, 1996, Valuing risk and flexibility: a comparison of methods, Resour. Policy 22 (1/2), pp. 63-74.

**Onur, A.H., Dowd, P.A.**, 1993, Open-pit optimization part 2: Production scheduling and inclusion of roadways. Mining Tech.: IMM Trans. (Sect. A), 102, pp. 105-113.

**Osanloo, M., Ataei, M.**, 2003, Using equivalent grade factors to find the optimum cutoff grades of multiple metal deposits, Minerals Engineering, 16, pp. 771-776.

**Osanloo, M., Gholamnejad J., i Karimi, B.**, 2008, Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms, International Journal of Mining, Reclamation and Environment, Vol. 22, No. 1, pp. 3-35.

**Pana, M.T.**, 1965, The simulation approach to open pit design Proceedings of the 5th APCOM symp., Johannesburg, pp. 139 - 144.

**Pasieka, A.R., Sotirow, G.V.**, 2012, Planning Operating Cutoff Grades, dostupno na [http://www.minewiki.org/index.php/Planning\\_Operating\\_Cutoff\\_Grades](http://www.minewiki.org/index.php/Planning_Operating_Cutoff_Grades)

**Petrović-Vujačić J., Nikolić B.**, 2014, Analiza realnih opcija i investiciono odlučivanje u telekomunikacijama, Saobraćajni fakultet u Beogradu, XII Simpozijum o novim tehnologijama u poštanskom i telekomunikacionom saobraćaju – PosTel 2014, Beograd, pp. 55-60.

**Rafiee V., Asghari, O.**, 2008, A Heuristic Traditional MIP Solving Approach for Long Term Production Scheduling in Open Pit Mine, Journal of Applied Science 8 (24), pp. 4512-4522.

**Ramazan, S., Dimitrakopoulos, R.**, 2004, Stochastic Optimisation of Long-Term Production Scheduling for Open Pit Mines With a New Integer Programming Formulation, Orebody Modelling and Strategic Mine Planning Spectrum Series, Vol. 14, pp. 359-365

**Ramazan, S., Dimitrakopoulos, R.**, 2007, Production scheduling with uncertain supply: A new solution to the open pit mining problem, COSMO Stochastic Mine Planning Laboratory, Technical Report 2007, pp. 257-294.

**Ramazan, S., and Dimitrakopoulos, R.**, 2004, Traditional and New MIP Models for Production Scheduling with In-Situ Grade Variability, International Journal of Surface Mining, Vol. 18, pp. 85-98.

**Rashidinejad, F., Osanloo, M., Rezai, B.**, 2008, Cutoff grades optimization with environmental management; a case study: Sungun copper project, IUST International Journal of Engineering Science, Vol. 19, No. 5-1, pp. 1-13.

**Rendu, J.M.**, 2008, An introduction to cut--off grade estimation, Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc.



**Rendu, J.M.**, 2014, An introduction to cut-off grade estimation, ISBN 978-0-87335-393-9, Second Edition, Society for Mining, Metallurgy & Exploration (SME), Englewood, Colorado.

**Roman, R.J.**, 1974, The role of time value of money in determining an open pit mining sequence and pit limits, 12th Symposium on the Application of Computers and Operation Research in the Mineral Industries (APCOM), pp. 72 – 85.

**Sabour S. A. and Dimitrakopoulos R.**, 2011, Incorporating geological and market uncertainties and operational flexibility into open pit mine design, Journal of Mining Science, Vol. 47, No. 2, pp. 191-201.

**Samis, M., Davis, G. A., Laughton, D., Poulin, R.**, 2006, Valuing uncertain asset cash flows when there are no options: a real options approach, Resources Policy 30: pp. 285-298.

**Samis, M., Martinez, L., Davis, G. A., Whyte, J. B.**, 2012, Using Dynamic Discounted Cash Flow and Real Option Methods for Economic Analysis in NI43-101 Technical Reports, In, The Valmin Seminar Series 2011-12 Proceedings, The Australian Institute of Mining and Metallurgy, Publication Series No 3/2012, pp.149-160.

**Samis, M., Poulin, R.**, 1998, Valuing management flexibility: a basis to compare the standard DCF and MAP frameworks, CIM Bull, 91 (1019), pp. 69–74.

**Sattarvand, J.**, 2009, Long-Term Open-Pit Planning by Ant Colony Optimization, Doctoral dissertation, The Faculty of Georesources and Materials Engineering of the RWTH Aachen University.

**Savić, M.**, 2003, Softverska podrška projektovanju površinskih kopova, Transport i logistika, 5, pp. 113-134.

**Schellman, M.G.**, 1989, Determination of an optimum cutoff grade policy considering the stockpile alternative, MSc thesis 1, Colorado School of Mines, Cutoff grade optimization algorithm 187.

**Schwartz, E., Trigeorgis.,** 2004, Real Options and Investment under Uncertainty: An Overview, Cambridge: The MIT Press, pp. 1-13.

**Schwartz, E.S.,** 1997, The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging, The Journal of Finance, LII, 3, pp. 923-973.

**Shinkuma, T.,** 2000, A generalization of the Cairns -Krautraemer model and optimality of the mining rule, Resource and Energy Economics, pp. 147-160.

**Shinkuma, T.,** 2002, The grade selection rule of the metal mines; an empirical study on copper mines, Resources Policy, 26, pp. 31-38.

**Smith G.L., Pearson-Taylor, J., Anderson, D.C., Marsh, A.M.,** 2007, Project valuation, capital investment and strategic alignment—tools and techniques at Anglo Platinum , The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy Volume 107, pp. 67-74.

**Smith M., Dimitrakopoulos R.,** 1999, The influence of deposit uncertainty on mine production scheduling, International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, Vol. 13 (1999), pp. 173-178.

**Snowden, D.V.,** 1993, Improving predictions by studying reality. Geostatistics for the next century, Kluwer Academic Publishers, str. 330—337.

**Stevanović, D.,** 2015, Optimizacija i planiranje površinskih kopova stohastičkim modelima, doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd, Srbija.

**Taylor, H.K.,** 1972, General background theory of cutoff grades, Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Vol. 81, A160-A179.

**Taylor, H.K.,** 1985, Cut-off grades: some further reflections, Institution of Mining and Metallurgy Transactions, A204–216.

**Thompson J.,** 2010, Test of an innovative stochastic design system on an open pit, Master Thesis, Queen's University Kingston, Ontario, Canada.

**Tolwinski, B.**, 1998, Scheduling production for open pit mines, Proceedings of 27th APCOM symp., Royal School of Mines, London, pp. 19-23.

**Tolwinski, B., Underwood, R.**, 1992, An algorithm to estimate the optimal evolution of an open pit mine, Proceedings of the 23rd International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in The Mineral Industries, pp. 399-409.

**Trigeorgis, L.**, 1996, Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation, MIT Press, Cambridge, MA.

**Underwood, R., Tolwinski, B.**, 1998, A Mathematical Programming Viewpoint for Solving the Ultimate Pit Problem, European Journal of Operational Research, Vol. 107, pp. 96–107.

**Wharton C.**, 2000, Add value to your mine through improved long term scheduling”, Whittle north American strategic mine planning conference, Colorado, pp. 1-13.

**Whittle korisničko uputstvo**, 2014, Geovia, Dessault Systemes, dostupno na [<http://www.geovia.com/node/483/?WT.ac=%20Whittle%20Whitepaper%20CTA>].

**Whittle, J.**, 1988, Beyond optimization in open pit design, First Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industry, Rotterdam: Balkema, pp. 331 – 337

**Whittle, G., Burks, S.**, 2010, Simultaneous mining and mineral processing enterprise optimization for the platinum industry, The 4th International Platinum Conference, Platinum in transition “Boom or Bust”, The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, pp. 1-10.

**Whittle, G., Stange, W., Hanson, N.**, 2007, Optimising Project Value and Robustness, Project Evaluation Conference Melbourne, Vic, dostupno na : [<http://www.whittleconsulting.com.au/documents/Optimising%20Project%20Value%20and%20Robustness.pdf>]

**Whittle, G., Stange, W., Hanson, N.,** 2007, Optimising Project Value and Robustness, Project Evaluation Conference, Melbourne, Vic, pp. 1-10.

**Whittle, G., Whittle, J.,** 2007, Cut-off Grade Optimisation, Whittle Consulting Pty Ltd, Strategic Mine Planning Specialists, dostupno na:  
[<http://www.whittleconsulting.com.au/documents/Cut-off%20Grade%20Optimisation.pdf>.]

**Whittle, J.,** 1990, Open pit optimization, Surface Mining, Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Littleton, Co, 2nd Edition, pp. 470-475.

**Whittle, J.,** 1999, A decade of open pit mine planning and optimization - The craft of turning algorithms into packages, Proceedings of 28th APCOM symp., Golden, Colorado School of Mines, pp. 15-24.

**Whittle, J.,** 2011, Long-term scheduling. Proceedings of the 35th International Symposium: Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, pp. 76-80.

**Whittle, J.,** 1989, The Facts and Fallacies of Open Pit Optimization, Whittle Programming Pty., Ltd., North Balwyn, Victoria, Australia.

**World Bank Commodity Price data,** dostupno na: [[http://www.worldbank.org/content/dam/Worldbank/GEP/GEPcommodities/Price\\_Forecast\\_20150722.pdf](http://www.worldbank.org/content/dam/Worldbank/GEP/GEPcommodities/Price_Forecast_20150722.pdf)].

**Whittle, J., Wharton, C.,** 1995, Optimizing cut-offs over time, Proceedings of the 25th International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries (APCOM), Brisbane, Australia, pp. 261-265.

**YI, R., Sturgul, J.R.,** 1988, Analysis of cutoff grades using optimum control theory. APCOM 87, Proceedings of the Twentieth International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries, Volume 3: Geostatistics, Johannesburg, SAIMM, pp. 263-269.

**Zhao, H., Kim, Y.,** 1992, A new graph theory algorithm for optimal ultimate pit design, Proceedings of the 23rd International Symposium on the Application of

Computers and Operations Research in the Mineral Industries, Society for Mining, Metallurgy and Exploration Inc, pp. 423-434.

## BIOGRAFIJA

Daniel Kržanović, dipl. inž. rudarstva, rođen je 14. 05. 1967. godine u Zaječaru. Nakon završene srednje škole u Boru, 1986/1987. godine upisao je Tehnički fakultet u Boru, Univerziteta u Beogradu, Rudarski odsek, Smer za eksploataciju ležišta mineralnih sirovina. Osnovne studije završio je 1996. godine sa prosečnom ocenom u toku studija 8,82 i ocenom 10 na diplomskom ispitu.

Magistarsku tezu pod nazivom „Metodologija određivanja optimalne dužine transporta utovarivačima na površinskim kopovima“ odbranio je 2010. godine na Tehnički fakultet u Boru, Univerziteta u Beogradu i stekao akademski naziv: Magistar tehničkih nauka za površinsku eksploataciju.

Od 1996. do 2000. godine bio je zaposlen u Rudarsko topioničarskom basenu Bor, na površinskom kopu Veliki Krivelj.

U Institutu za rudarstvo i metalurgiju Bor u Boru zaposlen je od 01. 11. 2000. godine, u Sektoru za inženjering i projektovanje, odeljenju Gemcom i Minex, sa zvanjem istraživač saradnik.

U dosadašnjem periodu, Daniel Kržanović je kao autor ili koautor objavio više od 100 naučnih i stručnih radova i tehničkih rešenja. U svojim radovima kandidat se fokusirao na problematiku vezanu za optimizaciju granice kopa, planiranje proizvodnje na površinskim kopovima, kao i zaštitu životne sredine.

Učesnik je na projektima Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije.

Uporedo sa naučnim radom Daniel Kržanović se intenzivno bavi i projektantskim radom iz domena površinske eksploatacije, uz profesionalno korišćenje softvera za projektovanje iz ove oblasti. Kao odgovorni projektant ili saradnik učestvovao je u izradi velikog broja studijskih rešenja i rudarskih projekata.

Od 2014. godine upisan je u Registar sudskih veštaka za oblast: rudarstvo i geologija.

Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписани-а: **Даниел П. Кржановић**

**Изјављујем**

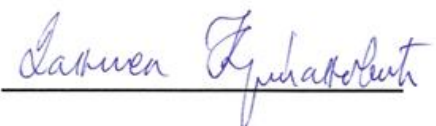
да је докторска дисертација под насловом

**Модел за оптимизацију граничног садржаја метала у руди у функцији дугорочног планирања површинских копова**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

**Потпис докторанда**

У Београду, 04.03.2016. godine

  
Даниел Кржановић



Прилог 2.

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

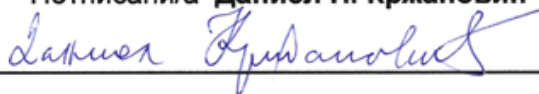
Име и презиме аутора: **Даниел П. Кржановић**

Студијски програм: **Рударско инжењерство**

Наслов рада: **Модел за оптимизацију граничног садржаја метала у руди у  
функцији дугорочног планирања површинских копова**

Ментор: **Проф. др Никола Лилић**

Потписани/а **Даниел П. Кржановић**



Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис докторанда**

У Београду, 04.03.2016. godine



Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

**Модел за оптимизацију граничног садржаја метала у руди у функцији дугорочног планирања површинских копова**

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство – некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

**Потпис докторанда**

У Београду, 04.03.2016. godine



1. **Ауторство** - Дозвољава умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољава умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство - некомерцијално – без прераде.** Дозвољава умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољава умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прераде.** Дозвољава умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство - делити под истим условима.** Дозвољава умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.