Универзитет у Београду Машински факултет

Оливера П. Костић

# НУМЕРИЧКА СИМУЛАЦИЈА СТРУЈНОГ ПОЉА ВАЗДУХА У НАДЗВУЧНОМ МЛАЗНИКУ СА ПРЕПРЕКОМ НА ИЗЛАЗУ

докторска дисертација

Београд, 2016

University of Belgrade Faculty of Mechanical Engineering

Olivera P. Kostić

# COMPUTATIONAL SIMULATION OF AIR FLOW IN SUPERSONIC NOZZLE WITH OBSTACLE AT EXIT

**Doctoral Disertation** 

Belgrade, 2016

Комисија за преглед и одбрану:

| Ментор:           | др Зоран Стефановић, редовни професор у пензији |
|-------------------|---|
|                   | Машински факултет Универзитета у Београду       |
| Чланови комисије: | др Слободан Ступар, редовни професор            |
|                   | Машински факултет Универзитета у Београду       |
|                   | др Александар Симоновић, ванредни професор      |
|                   | Машински факултет Универзитета у Београду       |
|                   | др Марко Милош, ванредни професор               |
|                   | Машински факултет Универзитета у Београду       |
|                   | др Слободан Гвозденовић, редовни професор       |
|                   | Саобраћајни факултет Универзитета у Београду    |

Датум одбране:

## Нумеричка симулација струјног поља ваздуха у надзвучном млазнику са препреком на излазу

#### Резиме

У дисертацији је приказана нумеричка анализа струјања у надзвучном млазнику без препреке, као и са механичким препрекама на његовом излазу, чији је циљ симулација рада уређаја за управљање вектором потиска ракетних мотора. Развијена је методологија генерисања оптималних прорачунских мрежа и прорачунског модела за анализу реалне флуидне средине са изузетно комплексним струјним пољем. Верификација прорачунског модела извршена је квалитативним и квантитативним поређењем резултата срачунатих СFD анализом са расположивим експерименталним резултатима за раванске препреке – спојлере, добијеним аеротунелским испитивањима обављеним у ВТИ Жарково, у оквиру програма истраживања метода управљања вектором потиска ракетних мотора. Све CFD анализе су рађене на нивоу 2D прорачунског модела, обзиром да су и референтни аеротунелски експерименти припадали овој категорији испитивања. За затварање прорачунског алгоритма базираног на RANS систему једначина, усвојен је  $k - \omega$  SST турбулентни модел, примењен на наменски оптимизираним стационарним структурираним мрежама.

Након успешне верификације установљеног прорачунског модела поређењем са експерименталним резултатима, у циљу даљег испитивања његових могућности у смислу оперативне инжењерске примене, извршене су CFD анализе још једног система за управљање вектором потиска ракетних мотора – млазних крилаца, која нису била иситивана током референтних експеримената у ВТИ Жарково. Разматране су четири карактеристичне конфигурације овог система управљања, при чему је, као и у случају спојлера, прорачунски модел омогућио временски ефикасну и стабилну конвергенцију решења. Овако добијени резултати омогућили су опсежну квалитативну и квантитативну анализу различитих конструктивних концепција млазник -

i

млазно крилце, као и међусобно порђење система за управљање вектором потиска са спојлерима и са млазним крилцима.

Резултати и закључци добијени анализама приказаним у овој дисертацији могу бити од користи како за даља научна истраживања, тако и за унапређење инжењерске праксе у области оптимизације конструкције надзвучних млазника, код којих се увођење препрека у излазну струју користи као начин за управљање вектором потиска ракетних мотора.

**Кључне речи:** CFD прорачун, суперсонични млазник, управљање вектором потиска, спојлер, млазно крилце, квалитативна анализа, квантитативна анализа

Научна област: Машинство

Ужа научна област: Ваздухопловство

УДК: 621.45.05-53:533.6.011:519.6(943.3)

## **Computational Simulation of Air Flow in Supersonic Nozzle with Obstacle at Exit**

### Abstract

In this doctoral dissertation the numerical analysis of air flow in supersonic nozzle without, and with a mechanical obstacle at its exit section has been presented, with an aim to simulate the rocket engine thrust vectoring. The methodology of mesh generation and computational model for the analysis of viscous fluid within an extremely complex flow field generated by such configurations has been developed. Verification of the calculation model has been done by qualitative and quantitative comparisons of the results obtained by CFD calculations, with the available experimental data obtained for spoilers during wind tunnel tests in VTI Žarkovo, conducted as an experimental research of methods applied for rocket engines thrust vector control. All CFD analyses have been performed at the level of 2D calculation model, since the experimental reference were two-dimensional supersonic wind tunnel tests. Calculation algorithm was based on RANS system of equations, with  $k - \omega$  SST turbulent model adopted for the closure of the problem, solved on custom developed and adapted stationary structured meshes.

After successfull verification of the established calculation model, performed by comparisons with the experimental data, the CFD analyses of another system used for thrust vector control of rocket engines – the jet vanes, have been conducted. This type of obstacles was not tested in VTI Žarkovo, and the purpose of these calculations was to further investigate the capability of established calculation model to be efficiently applied for operational engineering purposes. Four characteristic configurations of this TVC system have been numerically investigated. All calculations have provided time efficient and stable convergence of solutions, as in the case of spoilers. Results obtained by these calculations have enabled extensive qualitative and quantitative analysis of the considered nozzle – jet vane design concepts, as well as the quantitative comparisons of the spoiler and jet vane thrust vector control systems. Results and conclusions obtained from the analyses presented in this dissertation can be efficiently applied for further scientific research, as well as for the upgrading of the operational engineering applications in the design and optimization of supersonic nozzles with mechanical obstacles, used for the rocket engine thrust vector control.

**Keywords:** CFD calculations, supersonic nozzle, thrust vector control, spoiler, jet vane, qualitative analysis, quantitative analysis

Scientific discipline: Mechanical engineering

Scientific sub-discipline: Aerospace engineering

UDC: 621.45.05-53:533.6.011:519.6(943.3)

# Садржај

| Лис | та слика | a  | vii  |
|-----|----------|--|------|
| Лис | та табел | Ia   | xii  |
| Озн | аке      |  | xiii |
| 1.  | Увод     |  | 1    |
|     | 1.1      | Разматрани системи за управљање вектором потиска   | 3    |
|     | 1.2      | Преглед садржаја дисертације                       | 6    |
| 2.  | Прег     | лед претходних релевантних истраживања             | 9    |
| 3.  | Осно     | вне једначине механике флуида                      | 14   |
|     | 3.1      | Једначина континуитета                             | 14   |
|     | 3.2      | Једначина количине кретања                         | 15   |
|     | 3.3      | Једначина енергије                                 | 18   |
|     | 3.4      | Турбулентни модел                                  | 22   |
| 4.  | Опис     | експеримента                                       | 28   |
| 5.  | Прик     | саз прорачунског модела                            | 33   |
|     | 5.1      | Геометрија и сегментирање контролне запремине      | 33   |
|     | 5.2      | Формирање прорачунске мреже                        | 35   |
|     | 5.3      | Дефинисање прорачунског алгоритма                  | 42   |
| 6.  | Анал     | иза струјања у млазнику без препреке               | 47   |
|     | 6.1      | Квалитативна верификација прорачуна                | 47   |
|     | 6.2      | Квантитативна верификација прорачуна               | 49   |
| 7.  | Стру     | јање у млазнику са раванском препреком – спојлером | 55   |
|     | 7.1      | Утицај раванске препреке на струјање у млазнику    | 55   |
|     | 7.2      | Квалитативна верификација прорачуна                | 56   |

| 7.3 Квантитативна верификација прорачуна                | . 04                     |
|---|--------------------------|
| 8. Струјање у млазнику са млазним крилцем               | 69                       |
| 8.1 CFD анализа млазних крилаца тетиве 70               | ) mm 69                  |
| 8.1.1 Квалитативна анализа                              | 74                       |
| 8.1.2 Квалитативна анализа резултата крилаца и спојлера | и поређење млазних<br>85 |
| 8.2 Утицај дужине тетиве на ефикасност мл               | азног крилца 102         |
| 8.2.1 Квалитативна анализа утицаја ду                   | жине тетиве 103          |
| 8.2.2 Квантитативна анализа утицаја д                   | ужине тетиве 110         |
| 9. Закључак   | 120                      |

## Литература

# Листа слика

| 1.1 | Системи управљања са осам [3] и четири спојлера [2]  | 4  |
|-----|--|----|
| 1.2 | Млазна крилца смештена унутар млазника [4] и млазна крилца са<br>шарнирном осом на излазу из млазника [5]                                  | 5  |
| 1.3 | Млазна крилца смештена иза млазника [2, 6]   | 5  |
| 1.4 | Млазна крилца са делимичном облогом (носачима крилаца) [2] иза млазника и са пуном цилиндричном облогом иза млазника [7]                   | 6  |
| 3.1 | Контролна запремина фиксирана у простору кроз коју се креће флуид [43]   | 14 |
| 3.2 | Флуидни делић и силе које на њега делују у правцу х осе  | 15 |
| 3.3 | Модел флуидног делића са параметрима у <i>х</i> правцу релевантним за извођење једначине енергије  | 19 |
| 4.1 | Геометрија модела млазника која је коришћена у дефинисању прорачунске контролне запремине  | 29 |
| 4.2 | Радни део аеротунела са моделом конвергентно-дивергентног млазника (у фази припреме), са раванском препреком на излазу                     | 30 |
| 4.3 | Шлирен фотографија - визуелизација струјне слике током експеримента, у празном млазнику са Маховим бројем 2.6 на излазу                    | 31 |
| 4.4 | Визуелизација струјне слике са раванском препреком - спојлером који генерише 30% засечења излазног пресека, без процепа                    | 32 |
| 5.1 | Геометрија контролне запремине коришћене у CFD прорачунима;<br>пример спојлера са 10% засенчења без процепа; димензије су у<br>милиметрима | 33 |
| 5.2 | Сегментирање контролне запремине за случај млазника без препреке   | 34 |
| 5.3 | Сегментирање контролне запремине - млазник са спојлером који генерише 30% засенчења и процеп од 1.2% излазног пресека (за "2B" мрежу)      | 34 |
| 5.4 | Сегментирање контролне запремине за случај млазног крилца са обртном осом на излазу млазника, тетиве 70mm, при отклону од 40°              | 35 |
| 5.5 | Прорачунска мрежа за млазник без препреке, са 195000 елемената   | 35 |
| 5.6 | Поље брзина и прорачунска мрежа у домену граничног слоја   | 36 |
| 5.7 | Прорачунска мрежа са 195000 елемената за спојлер са 30% засенчења и процеп од 1.2%, у првој фази развоја прорачунског модела               | a  |
|     | (" <i>1В</i> " мрежа)  | 37 |
| 5.8 | Промене градијента густине на спојевима сегмената "1В" мреже   | 37 |

| 5.9  | Прорачунска мрежа са 210000 елемената за спојлер са 30% засенчења и процеп од 1.2%, у другој фази развоја прорачунског модела (" <i>H</i> " мрежа) | 38 |
|------|--|----|
| 5.10 | Аутоматски адаптирана " <i>H</i> " мрежа у FLUENT-у према градијенту густине, са 454000 елемената, за спојлер са 30% засенчења и процеп од 1.2%    | 39 |
| 5.11 | Прорачунска мрежа са 390000 елемената за спојлер са 30% засенчења и процеп од 1.2%, у трећој фази прорачунског модела ("2 <i>B</i> " мрежа)        | 40 |
| 5.12 | Мрежа са 296000 елемената за случај млазног крилца са обртном осом на излазу млазника, тетиве 70mm, при отклону од 40° ("2B" мрежа)                | 41 |
| 5.13 | Провера утицаја бочних зидова - 3D полумодел млазника; мрежа од 2000000 елемената и срачунато поље брзина, са засенчењем од 10% без процепа        | 43 |
| 5.14 | Поређење резултата добијених различитим турбулентним моделима;   |    |
|      | приказани су притисци на доњем дивергентном зиду млазника  | 44 |
| 6.1  | Поређење Шлирен фотографије снимљене током експеримента<br>(лево) и поља градијента густине добијенод CFD анализом (десно)                         | 47 |
| 6.2  | Поље Маховог броја у прорачунској контролној запремини   | 48 |
| 6.3  | Поље брзине у прорачунској контролној запремини  | 49 |
| 6.4  | Прорачунски Махов број по оси дивергентног дела млазника   | 50 |
| 6.5  | Прорачунски Махов број по висини излазног пресека млазника   | 50 |
| 6.6  | Поређење притисака на доњем зиду дивергентног дела млазника  | 51 |
| 6.7  | Поређење притисака на горњем зиду дивергентног дела млазника   | 51 |
| 6.8  | Промена Маховог броја дуж осе контролне запремине  | 52 |
| 6.9  | Промена статичког притиска дуж осе контролне запремине   | 53 |
| 6.10 | Промена температуре дуж осе контролне запремине  | 53 |
| 6.11 | Промена густине дуж осе контролне запремине  | 54 |
| 6.12 | Степен турбуленције струјног поља у контролној запремини   | 54 |
| 7.1  | Струјно поље у млазнику са раванском препреком на доњем зиду   | 55 |
| 7.2  | Шема расподеле притиска по зидовима дивергентног дела млазника; осенчена област дефинише разлику притисака на горњем и доњем зиду                  | 56 |
| 7.3  | Засенчење 10% излазног пресека без процепа: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)                              | 57 |
| 7.4  | Засенчење 10% излазног пресека, процеп 1.2%: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)                             | 58 |

| 7.5  | Засенчење 20% излазног пресека без процепа: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)  | 59 |
|------|--|----|
| 7.6  | Засенчење 20% излазног пресека, процеп 1.2%: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле) | 60 |
| 7.7  | Засенчење 30% излазног пресека без процепа: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)  | 61 |
| 7.8  | Засенчење 30% излазног пресека, процеп 1.2%: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле) | 62 |
| 7.9  | Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 10% излазног пресека без процепа                            | 65 |
| 7.10 | Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 10% излазног пресека, процеп 1.2%                           | 65 |
| 7.11 | Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 20% излазног пресека без процепа                            | 66 |
| 7.12 | Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 20% излазног пресека, процеп 1.2%                           | 66 |
| 7.13 | Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 30% излазног пресека без процепа                            | 67 |
| 7.14 | Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 30% излазног пресека, процеп 1.2%                           | 67 |
| 8.1  | Мрежа коришћена у анализи крилца V1 при нултом отклону   | 70 |
| 8.2  | Мрежа коришћена у анализи крилца V1 при отклону $\delta$ = 40°   | 70 |
| 8.3  | Мрежа коришћена у анализи крилца V2 при нултом отклону   | 71 |
| 8.4  | Мрежа коришћена у анализи крилца V2 при отклону $\delta = 40^{\circ}$  | 71 |
| 8.5  | Мрежа коришћена у анализи крилца V3 при нултом отклону   | 72 |
| 8.6  | Мрежа коришћена у анализи крилца V3 при отклону $\delta$ = 40°   | 72 |
| 8.7  | Мрежа коришћена у анализи крилца V4 при нултом отклону   | 73 |
| 8.8  | Мрежа коришћена у анализи крилца V4 при отклону $\delta$ = 40°   | 73 |
| 8.9  | Поље брзина при отклону крилца $\delta = 0^{\circ}$  | 75 |
| 8.10 | Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta = 0^{\circ}$   | 76 |
| 8.11 | Поље брзина при отклону крилца $\delta = 15^{\circ}$   | 77 |
| 8.12 | Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta = 15^{\circ}$  | 78 |
| 8.13 | Поље брзина при отклону крилца $\delta = 30^{\circ}$   | 79 |
| 8.14 | Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta = 30^{\circ}$  | 80 |
| 8.15 | Поље брзина при отклону крилца $\delta = 40^{\circ}$   | 81 |
|      |  |    |
| 8.16 | Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta = 40^{\circ}$  | 82 |

| 8.18 | Релативне вредности аксијалних и нормалних компоненти сила у односу на остварени угао скретања вектора потиска                      | 94  |
|------|---|-----|
| 8.19 | Релативне вредности аксијалних и нормалних компоненти сила у односу на степене ефективног засенчења излазног пресека                | 95  |
| 8.20 | Спојлер без процепа – вектор релативног потиска $F/F_0$ за различите назначене степене засенчења излазног пресека                   | 96  |
| 8.21 | Спојлер са процепом 1.2% – вектор релативног потиска $F/F_0$ за различите назначене степене засенчења излазног пресека              | 96  |
| 8.22 | Млазно крилце V1 – вектор релативног потиска $F/F_0$ за различите назначене углове отклона крилца $\delta$                          | 96  |
| 8.23 | Млазно крилце V2 – вектор релативног потиска $F/F_0$ за различите назначене углове отклона крилца $\delta$                          | 97  |
| 8.24 | Млазно крилце V3 – вектор релативног потиска $F/F_0$ за различите назначене углове отклона крилца $\delta$                          | 97  |
| 8.25 | Млазно крилце V4 – вектор релативног потиска $F/F_0$ за различите назначене углове отклона крилца $\delta$                          | 97  |
| 8.26 | Поређење ефикасности млазних крилаца с обзиром на остварени<br>угао скретања вектора потиска  | 98  |
| 8.27 | Шарнирни момент за одговарајуће вредности отклона крилаца   | 99  |
| 8.28 | Оквирне вредности максималних углова скретања вектора потиска за различите типове система УВП [54]                                  | 99  |
| 8.29 | Поље брзина при отклону крилца $\delta = 0^{\circ}$   | 103 |
| 8.30 | Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta = 0^{\circ}$  | 104 |
| 8.31 | Поље брзина при отклону крилца $\delta = 15^{\circ}$  | 105 |
| 8.32 | Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta = 15^{\circ}$   | 106 |
| 8.33 | Поље брзина при отклону крилца $\delta = 30^{\circ}$  | 107 |
| 8.34 | Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta = 30^{\circ}$   | 108 |
| 8.35 | Поље брзина при отклону крилца $\delta = 40^{\circ}$  | 109 |
| 8.36 | Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta = 40^{\circ}$   | 109 |
| 8.37 | Релативне вредности аксијалних и нормалних компоненти сила за различите тетиве крилца V2, у односу на угао скретања вектора потиска | 112 |
| 8.38 | Релативне вредности аксијалних и нормалних компоненти сила за различите тетиве крилца V2, у односу на степен ефективног засенчења   | 113 |
| 8.39 | Млазно крилце V2 – вектор релативног потиска $F/F_0$ за различите   |     |
|      | дужине тетиве и назначене углове отклона крилца $\delta$  | 114 |

| 8.40 | Поређење ефикасности крилца V2 различитих дужина тетиве<br>у односу на остварени угао скретања вектора потиска | 115 |
|------|--|-----|
| 8.41 | Шарнирни момент крилца V2 различитих дужина тетиве за одговарајуће вредности отклона крилца                    | 116 |
| 8.42 | Шарнирни момент крилца V2 различитих дужина тетиве потребан за скретање вектора потиска                        | 116 |
| 8.43 | У 3D применама млазна крилца генеришу момент скретања и пропињања, али такође и момент ваљања [2]              | 118 |

# Листа табела

| 8.1  | Прорачунске вредности сила [N] за спојлер без процепа           | 87  |
|------|---|-----|
| 8.2  | Прорачунске вредности сила [N] за спојлер са процепом 1.2%      | 87  |
| 8.3  | Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V1              | 88  |
| 8.4  | Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V2              | 89  |
| 8.5  | Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V3              | 90  |
| 8.6  | Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V4              | 91  |
| 8.7  | Релативне вредности сила за спојлер без процепа                 | 92  |
| 8.8  | Релативне вредности сила за спојлер са процепом 1.2%            | 92  |
| 8.9  | Релативне вредности сила за млазно крилце V1                    | 92  |
| 8.10 | Релативне вредности сила за млазно крилце V2                    | 92  |
| 8.11 | Релативне вредности сила за млазно крилце V3                    | 93  |
| 8.12 | Релативне вредности сила за млазно крилце V4                    | 93  |
| 8.13 | Шарнирни момент за разматране типове млазног крилца             | 98  |
| 8.14 | Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V2 тетиве 50 mm | 110 |
| 8.15 | Релативне вредности сила за млазно крилце V2 тетиве 50 mm       | 111 |
| 8.16 | Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V2 тетиве 90 mm | 111 |
| 8.17 | Релативне вредности сила за млазно крилце V2 тетиве 90 mm       | 111 |
| 8.18 | Шарнирни момент за млазно крилце V2 различитих тетива           | 115 |

# Ознаке

- V запремина
- S површина
- й вектор брзине
- ρ густина
- t време
- $\vec{F}$  вектор силе
- т маса
- *а* вектор убрзања
- $\vec{f}$  вектор запреминске сила по јединици масе
- р притисак
- *τ<sub>ii</sub>* компонента тензора тангенцијалних напона
- и х компонента вектора брзине
- *v у* компонента вектора брзине
- *w z* компонента вектора брзине
- μ коефицијент молекуларне вискозности
- $\lambda$  коефицијент вискозности дефинисан према Стоксовој хипотези
- е унутрашња енергија по јединици масе
- *q* топлотни флукс
- Т тепература
- *R* специфична гасна константа
- $\overline{f}$  временски осредњена величина f
- f' флуктуирајућа компонента временски осредњене величине f
- $\tilde{f}$  масено осредњена величина f
- f'' флуктуирајућа компонента масено осредњене величине f
- *h* енталпија
- Н тотална енталпија
- *k* кинетичка енергија турбуленције
- ω степен дисипације кинетичке енергије турбуленције
- *є* дисипација кинетичке енергије турбуленције
- $\delta_{ii}$  Кронекерова делта функција

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & (i=j) \\ 0, & (i\neq j) \end{cases}$$

М Махов број

- δ угао отклона млазног крилца
- *F*<sub>0</sub> сила потиска у сличају млазника без препреке
- *F<sub>X</sub>* аксијална компонента силе потиска
- *F<sub>y</sub>* нормална компонента силе потиска
- ф угао скретања силе потиска
- *L* дужина тетиве млазног килца

## Поглавље 1

## 1. Увод

У области динамике флуида за моделирање и нумеричку анализу спољашњих и унутрашњих струјања развијен је велики број програмских пакета којима, не само да се постиже уштеда у времену и новцу у односу на експериментална испитивања, већ се могу ефикасно користити као замена за експерименте које је компликовано или понекад немогуће извести. Са друге класичним начинима моделирања базираним упрошћеним стране, на нумеричким методама и претпоставкама, не може се постићи она тачност коју може пружити адекватно калибрисан и еталонизиран нумерички пакет. Нумерички пакети имају могућност генерисања великог броја података о струјању које се анализира. Квантитативна анализа добијених резултата врши се на основу нумеричких вредности из излазног блока. Квалитативна анализа обавља се помоћу одговарајућег кода за постпроцесирање, који омогућава да се резултати представе на начин који највише одговара врсти проблема који се проучава. Могућности графичког приказивања резултата су практично бесконачне (2D, 3D графика, анимације итд.), што може бити од велике користи за представљање физикалности разматраног проблема, идентификовање проблематичних области, квалитативно (али у одређеним аспектима и квантитативно) поређење са записима добијеним одговарајућим поступком визуелизације струјања током обављања експеримента, итд.

У овој дисертацији је приказана нумеричка анализа струјања унутар, на излазном пресеку и у простору иза конвергентно-дивергентног млазника са надзвучном излазном струјом, без препреке и са препреком на његовом излазу. Верна симулација струјања у млазнику битна је за предвиђање расподеле притисака и брзина за различите облике геометрије млазника, као и режиме струјања. Да би симулација струјања била што ближа реалности, потребно је

дефинисати одговарајући модел "вештачке" вискозности и њен интензитет, алгоритам решавања, контролне параметре итеративног поступка, форму задавања граничних услова, турбулентни модел и његове улазне параметре итд. Такође, потребно је тестирањем кроз довољан број итерација пронаћи одговарајући тип мреже, локалну расподелу њене густине и квалитет, тако да она пружа задовољавајућу тачност, имајући при томе на уму расположиве рачунарске ресурсе.

Полазну основу ове дисертације чине аеротунелска испитивања, спроведена од стране Машинског факултета Универзитета у Београду и ВТИ Жарково, у оквиру програма истраживања метода управљања вектором потиска савремених ракетних мотора [1]. У овом приступу, увођењем препреке (одређеног облика, нагиба, степена засенчења, итд.) у надзвучну излазну струју иза млазника, постиже се скретање излазног млаза у односу на осу, без потребе за закретањем целог млазника. У првим фазама истраживања, уместо ракетног мотора и његовог реалног осносиметричног млазника, испитивања су вршена у радном делу аеротунела Т-36 (радни флуид је ваздух) на скалираном моделу конвергентно-дивергентног млазника правоугаоног попречног пресека. Овим је обављена симулација квази-2D струјања за излазне Махове бројеве 2.3 и 2.6, при чему је вршено варирање облика, висине и растојања (од излазног пресека) различитих типова препрека. Коришћењем сканивалва и пратеће опреме за аквизицију, мерени су и меморисани притисци на зидовима млазника и на препрекама, док су фотографски записи добијени коришћењем колор Schlieren методе визуелизације струјања, унутар и иза млазника.

Ова аеротунелска испитивања су искоришћена у иницијалним нумеричким анализама у овој дисертацији, при чему су сва моделирања вршена под претпоставком 2D струјања. То подразумева да су, у прорачунском смислу, бочни зидови аеротунелског модела млазника у бесконачности и да немају утицаја на струјање у њему.

Геометрија 2D млазника је креирана у модулу ANSYS Geometry-Design Modeler. Мреже су генерисане у модулу ANSYS ICEM CFD. CFD анализа струјања унутар млазника је извршена коришћењем модула FLUENT програмског пакета ANSYS, а визуелизација је обављана помоћу модула CFD-Post.

Верификација начина генерисања мрежа и прорачунског модела обављена је поређењем са више изабраних репрезентативних случајева раванских препрека (спојлера) на излазу из млазника, анализираних током аеротунелских испитивања. При томе су најпре вршена квалитативна поређења прорачунски добијеног струјног поља (брзина, Махов број и градијент густине) са Шлирен фотографијама направљеним током експеримената, а затим и квантитативна поређења срачунатих расподела притисака по зидовима млазника са експерименталним вредностима. Током поновљених прорачуна алгоритам генерисања мреже и прорачунски модел еволуирали су до нивоа који је давао сразмерно брзу и стабилну конвергенцију решења и добра поклапања са експериментом, чиме је обављена калибрација комплетног прорачунског модела.

То је омогућило прелазак на CFD анализу неколико конструктивних варијанти другог система за управљање вектором потиска (УВП), са млазним крилцем, који није био предмет аеротунелских испитивања [1]. За ово су искоришћени исти услови испитивања и основна геометрија млазника као у случају спојлера. Прорачуном добијени резултати искоришћени су како за квалитативну и квантитативну анализу различитих разматраних конструктивних концепција млазних крилаца, тако и за упоредне анализе ова два типа система за УВП.

#### 1.1 Разматрани системи за управљање вектором потиска

Поделу система за УВП могуће је извршити на више начина. Према начину генерисања силе управљања, односно бочне компоненте силе потиска, системи за УВП код летелица са ракетним погоном могу се поделити у три групе: мотори променљиве геометрије (системи са покретним моторима или са покретним млазницима), мотори фиксне геометрије (са извршним елементима или са убризгавањем секундарног флуида) и пропулзивни системи са додатним, вишеструким ракетним моторима или гасогенераторима [2]. Као извршни елементи у системима за УВП могу се користити спојлери (раванске препреке

или интерцептори), млазна крилца, куполни дефлектори, аксијални дефлектори и наглавци.

У овој дисертацији предмет анализе су системи за УВП са спојлерима и млазним крилцима.

Код система за управљање вектором потиска са спојлерима управљачка сила се генерише убацивањем у излазну струју млазника спојлера, који су монтирани на излазу млазника. Примери неких конструктивних решења спојлера приказани су на слици 1.1.



Слика 1.1 Системи управљања са осам [3] и четири спојлера [2]

Предности система за УВП са спојлерима су релативно једноставна и компактна конструкција, мала потребна снага актуатора и релативно мали губици. Најбитнији недостатак је појава ерозије током изложености дејству продуката сагоревања у излазном млазу. Струјна слика у реалним 3D млазницима са кружним попречним пресецима и са активираним спојлерима је веома сложена. Због тога се иницијалне анализе обично врше на поједностављеним 2D моделима. Експериментална 2D испитивања се обично врше у надзвучним аеротунелима, коришћењем ваздуха као радног флуида (тзв. хладни тестови).

У односу на спојлере, принцип генерисања управљачке силе у случају система за УВП са млазним крилцима је једноставнији – то су заправо мала крила постављена у суперсоничну излазну струју млазника, на којима се променом угла отклона генерише управљачка сила. Овај систем представља

најстарији концепт за управљање вектором потиска, који је примењен на првој балистичкој ракети V-2, при крају другог светског рата (слика 1.3 лево).

Млазна крилца имају широку примену и у савременим ракетним пропулзивним системима. Користе се у разним конфигурацијама, а генерално могу бити унутрашња (постављена унутар млазника или унутар облоге која представља продужетак млазника) (слике 1.2 - лево и 1.4 - десно), са обртном осом на излазу (слика 1.2 – десно) и спољашња (иза млазника) (слика 1.3). Избор конфигурације зависи од конкретних захтева у смислу управљања и конструкције.





Слика 1.2 Млазна крилца смештена унутар млазника [4] и млазна крилца са шарнирном осом на излазу из млазника [5]



Слика 1.3 Млазна крилца смештена иза млазника [2, 6]



Слика 1.4 Млазна крилца са делимичном облогом (носачима крилаца) [2] иза млазника и са пуном цилиндричном облогом иза млазника [7]

Недостатак система са млазним крилцима је постојање извесног губитка потиска и при нултом отклону, што је последица отпора облика крилца, као и перманентна изложеност ерозији и у периодима када се њима не врши командовање. Њихова предност у односу на спојлере је у томе што је помоћу млазних крилаца, поред закретања вектора потиска, могуће генерисати и момент ваљања ракете. Као и у случају система са спојлерима, и системи са млазним крилцима се могу иницијално анализирати коришћењем поједностављених 2D модела.

#### 1.2 Преглед садржаја дисертације

Дисертација се састоји од 9 поглавља.

Поглавље 1 садржи уводна разматрања везана за предмет и циљ дисертације.

У поглављу 2 приказан је преглед претходних истраживања и публикација релевантних за анализе спроведене у току рада на дисертацији.

У поглављу 3 детаљно су приказане и изведене основне једначине механике флуида које су од значаја за разматрани проблем – једначина континуитета, једначина количине кретања, једначина енергије, а затим је представљен и турбулентни модел коришћен у дисертацији. У поглављу 4 представљене су геометријске карактеристике експерименталног модела, конфигурације препрека, услови испитивања, начин аквизиције података и визуелизације струјања током аеротунелских испитивања која су спроведена од стране Машинског факултета Универзитета у Београду и ВТИ Жарково у оквиру програма истраживања метода управљања вектором потиска ракетних мотора.

Поглавље 5 се односи на приказ прорачунског модела. Приказана је геометрија контролне запремине која је коришћена у CFD прорачунима и њено сегментирање. Детаљно је објашњено формирање прорачунске мреже, са посебним освртом на фазе развоја и извршене оптимизације. Дефинисани су сви најбитинији аспекти коришћеног прорачунског алгоритма.

У поглављу 6 представљени су резултати анализе струјања у празном млазнику. Квалитативна верификација извршена је поређењем колор Шлирен фотографија снимљених током експеримента са одговарајућим графичким приказима добијеним у програмима FLUENT, односно CFD Post. У циљу квантитативне верификације, вршена су поређења више прорачунски добијених параметара са одговарајућим расположивим експерименталним подацима. Поред тога, с обзиром да је помоћу CFD прорачуна могуће добити широк спектар података о карактеристикама струјног поља, приказани су и подаци добијени прорачуном за које не постоје експериментални подаци.

У поглављу 7 анализирано је струјање у млазнику са раванском препреком спојлером. Размотрене су физичке појаве које се јављају при оваквим условима струјања, као и сложена струјна слика која при томе настаје. Извршена је квалитативна и квантитативна верификација прорачуна за различите конфигурације у смислу вертикалног и хоризонталног положаја препреке у односу на излазни пресек млазника, на основу чега је закључено да је примењени прорачунски модел погодан и за анализе других типова препрека које се користе у системима за векторисање потиска.

Коришћењем установљеног прорачунског модела извршена је анализа млазника са млазним крилцем. Резултати анализе су приказани у поглављу 8. Разматрано је више конструктивних конфигурација у смислу положаја млазног крилца у односу на млазник и дужине тетиве крилаца. У свим разматраним случајевима шарнирна оса је била постављена на средини тетиве аеропрофила крилца, а углови отклона су варирани од нултог отклона до  $\delta = 40^{\circ}$ . За

квалитативну анализу струјања коришћени су прикази поља брзина и Маховог броја. Срачунате су нормалне и аксијалне компоненте силе потиска, на основу чега је извршена квантитативна анализа резултата и поређење разматраних конструктивних решења млазних крилаца и спојлера.

У поглављу 9 сумирани су закључци спроведених прорачуна и анализа и дате смернице за будућа истраживања.

## Поглавље 2

# 2. Преглед претходних релевантних истраживања

Извештај [1] (Б. Јојић, З. Стефановић и други) формиран на основу аеротунелских испитивања надзвучог млазника са различитим препрекама на излазу у циљу симулације ураеђаја за управљање вектором потиска ракетних мотора, обављених у ВТИ Жарково, представљао је примарну базу података коришћених за развој, калибрацију и верификацију прорачунског модела представљеног у овој дисертацији. Експериментални модел млазника се састојао из горњег и доњег дела, чије је међусобно вертикално растојање било могуће варирати, што је омогућило промену односа критичног и излазног пресека млазника, а тиме и Махових бројева у излазном пресеку. У овим експериментима геометрија је била подешена тако да се при изентропском струјању кроз млазник у његовом излазном пресеку добијају Махови бројеви 2.3 и 2.6. Такође је било омогућено да се на излазном делу дивергентног дела млазника са доње стране постави одговарајућа препрека, чији је положај могао да се мења како по висини, тако и по хоризонталном растојању од излазног пресека. На тај начин моделиран је спојлер у излазној надзвучној струји, који ствара жељени степен засенчења излазног пресека, а по потреби и одређени зазор у односу на зид млазника. Мерени су притисци на мерним местима у зонама дуж горњег и доњег дивергентног дела млазника и дуж препреке. Визуелизација струјања изведена је помоћу Schlieren апаратуре. С обзиром да је ова референца била основ за верификацију прорачуна у дисертацији, у поглављу 4. ова испитивања приказана су детаљније.

При струјању кроз надзвучне раванске млазнике у којима се, услед постављања механичке препреке на излазу из млазника, јавља одцепљење

струје, постоји изузетно сложена струјна слика за чију анализу је неопходно проблема: проблем одређивања решити неколико тачке отцепљења турбулентног граничног слоја у надзвучној струји гаса, проблем расподеле притиска у зони отцепљења, као и проблем интеракције ударних таласа (рефлектовање од зидова млазника и препреке) и утицаја интеракције ударни талас – гранични слој. У докторској дисертацији [8] (3. Стефановић) постављен је физички модел струјног поља које се јавља у оваквој конфигурацији, а на основу њега и математички модел и одговарајући алгоритам прорачуна, чији су резултати указали на потребу експерименталног испитивања проблема, због великог броја утицајних параметара и њихове сложености. Направљен је план и програм експерименталне анализе, чији су резултати приказани у [1]. Добијеним резултатима потврђена је знатна сложеност струјне слике, али је уочено и постојање одређених законитости промене струјне слике у зависности од промене одређених геометријских и термодинамичких параметара, а издвојени су и релевантни параметри којима се може описати струјна слика при разматраној конфигурацији (ширина зоне отцепљења, плато притисак у зони отцепљења и расподела притиска по предњој и задњој страни препреке). Аутор је дошао до закључка да је прорачун раванског надзвучног струјања у млазнику са препреком на излазу могућ, ако су познати параметри струјног поља непоремећеног млазника, карактеристике граничног слоја формираног у непоремећеном млазнику и геометријски параметри препреке. За све параметре зоне поремећаја изведени су општи изрази на основу којих је написан програмски код, чији су резултати показали добро поклапање са резултатима постојећих експеримената.

У раду [9] (3. Стефановић, М. Милош, И. Тодић, М. Павловић) извршена је анализа перформанси система за управљање вектором потиска код којих се скретање правца струје постиже убацивањем механичке препреке у излазну струју млазника (механичких система за векторисање потиска са фиксним млазником). Одређивање перформанси система обављено је на основу детаљне анализе параметара у зони отцепљења струје унутар млазника. На основу закључака изведених из постојећих експерименталних података – расподеле притиска и Schlieren фотографија ([1]), постављен је нови физички модел струјања. Дефинисане су основне карактеристике модела и постављен

математички модел који је показао задовољавајуће резултате, као и могућност примене на широк спектар 2D конфигурација млазник – препрека.

У раду [Л10] (О. Костић, З. Стефановић, И Костић) приказана је прва фаза развоја прорачунског модела коришћеног у овој дисертацији. Обављена је анализа струјања у раванском конвергентно-дивергентном млазнику са Маховим бројем 2.6 на излазу без препреке и са спојлером без процепа који генерише 10% засенчења излазног пресека. Квалитативно и квантитативно поређење прорачуна са резултатима са испитивања [1] дало је добра поклапања. При томе су приказане и предности CFD анализа, којима се могу добити и многе допунске информације о параметрима струјања у млазнику, који током испитивања нису мерени, или нису могли бити квантификовани.

У референци [11] (С. Живковић, М. Милиновић, N. Adamec) извршено је компјутерско моделирање струјања у раванском конвергентно-дивергентном млазнику са интерцептором (механичком препреком - спојлером) у излазном пресеку, са Маховим бројем 2.3 на излазу и са 10% засенчења излазног пресека без процепа, помоћу програмског пакета FLUENT. Коришћена су четири различита турбулентна модела и то: RNG k- $\varepsilon$ , Transition SST (базиран на k- $\omega$ моделу). *k-kl-\omega* i RSM, а резултати прорачуна cv упоређени ca експерименталним резултатима приказаним у извештају [1]. Експериментални и резултати CFD анализе су поређени квалитативно, у смислу облика и положаја рециркулационе зоне и ударних таласа, и квантитативно поређењем расподеле притисака на доњем дивергентном зиду млазника. Након међусобног поређења четири турбулентна модела у смислу ангажовања рачунарских ресурса, предност је дата k- $\omega$  турбулентним моделима.

У [12] (Н. Давидовић, П. Милош, Б. Јојић, М. Милош) аутори су установили физички модел система за управљање вектором потиска са спојлерима и са куполастим дефлекторима, како би се поставио математички модел који би могао да предвиди перформансе ових система са довољном тачношћу за инжењерску употребу. Извршене су три врсте експерименталних испитивања: испитивања у аеротунелу са мерењем расподеле притиска и визуелизацијом струјне слике [1], лабораторијска испитивања са визуелизацијом струјања и испитивања са радним флуидима – ваздухом и ракетним горивом, уз мерења сила. Након анализе резултата свих извршених експеримената, установљен је

најпогоднији метод за прорачун перформанси система за управљање вектором потиска, узевши у обзир да су испитивања вршена на 2D и 3D млазницима, са топлом и хладном струјом, уз мерења сила и расподеле притиска. Описан је алгоритам прорачуна положаја ударног таласа, притисака у карактеристичним зонама, резултујуће бочне и аксијалне силе, као и релативних вредности ових сила у односу на потисак празног млазника и угао вектора потиска. Добијени резултати су показали добро поклапање са експерименталним за степене засенчења излазног пресека до 20%. Применљивост овог модела потврђује и чињеница да је изведен на основу експерименталних података добијених и аеротунелским испитивањима и лабораторијским испитивањима ракетног мотора.

У раду [3] (Н. J. Hollstein) представљени су резултати студије изводљивости везане за системе за управљање вектором потиска са спојлерима, која је спроведена у Lockheed Missiles & Space Company. Извршен је низ испитивања са хладном и топлом струјом чији су резултати послужили као основа за дефинисање утицаја геометријских параметара (различитих облика и положаја спојлера, као и процепа између спојлера и млазника) на резултујуће силе. На основу прорачуна температурног профила и испитивања материјала дате су препоруке у смислу избора материјала за елементе система, а приказани су и уређаји за хлађење који се могу користити, уколико је то неопходно. Разматрана је и поузданост коришћења спојлера за управљање вектором потиска.

У референци [7] (Hong-Gye Sung и Yong-Seok Hwang) анализиране су карактеристике система за управљање вектором потиска са четири млазна крилца постављена у крстастој конфигурацији унутар цилиндричне облоге која представља наставак млазника. Оваква конфигурација је много компликованија у односу на млазна крилца без облоге јер се на облози генеришу допунске силе, које зависе од струјне слике око крилаца, а које не постоје у варијанти без облоге, када на перформансе система утичу само силе које се генеришу на крилцима. Да би се квантитативно одредиле карактеристике оваквог система за управљање потиском развијена је интегрална метода која обухвата семиемпиријски модел, тродимензионалну нумеричку анализу (коришћењем програмског пакета FLUENT) и статичка испитивања ракетног мотора у пуној величини. Резултати добијени постављеном методологијом показали су задовољавајућа поклапања са експерименталним резултатима.

У референци [13] (Р. S. Babu, S. S. Prasad) дефинисана је методологија прорачуна перформанси млазних крилаца система за управљање вектором потиска. Извршена је теоријска анализа како би се дефинисала област на крилцу у којој је изражена ерозија и одредила сила узгона која се генерише на крилцу, узимајући у обзир брзину ерозије. Затим је извршена 2D и 3D нумеричка анализа коришћењем програмског пакета FLUENT, чији су резултати показали добра поклапања са експериментом. Аеродинамичке перформансе самог крилца одређене су и испитивањима у суперсоничном аеротунелу при Маховом броју 2. Извршена су и испитивања са хибридним ракетним мотором, како би се одредио ефекат ерозије крилца при различитим угловима отклона.

У референци [14] (F. R. Menter) приказана су, у време публиковања, два нова турбулентна модела, које је аутор развио на основу већ постојећих модела  $k-\omega$  и  $k-\varepsilon$  и који представљају комбинацију ова два модела. Први - основни модел користи оригинални  $k-\omega$  модел у близини зидова, а  $k-\varepsilon$  у остатку домена, а други модел је настао увођењем модификације дефиниције вртложне вискозности у оквиру основног модела, тако да се узимају у обзир ефекти преноса тангенцијалних напона. Овај модел се назива SST модел и довео је до значајних побољшања у анализама струјања у којима се јављају неповољни градијенти притиска.

Историјски преглед развоја система за управљање вектором потиска приказан је у референци [15] (В. Gal-Or). Теоријска разматрања система управљања вектором потиска дата су у референцама [16], [17], [18], [19]. Аанлизе струјне слике у млазницима без препреке и са механичким препрекама постављеним у излазну струју приказане су у референцама [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], а анализе млазних крилаца као елемената за управљање вектором потиска у референцама [27], [28], [29], [30], [31], [32]. Примери анализа неких других система за управљање вектором потиска дати су у референцама [33] и [34]. Турбулентни модели релевантни за анализе спроведене у дисертацији разматрани су у референцама [35], [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42].

## Поглавље 3

## 3. Основне једначине механике флуида

Основне једначине које су од значаја за анализу проблема струјања разматраних у овој дисертацији су једначина континуитета (закон о одржању масе), једначина количине кретања (други Њутнов закон), једначина енергије (закон о одржању енергије) и једначина стања.

#### 3.1 Једначина континуитета

Посматрајмо контролну запремину V фиксирану у простору и ограничену површином S, кроз коју се креће флуид брзином  $\vec{u}$  (слика 3.1). Маса флуида унутар контролне зѕпремине је  $\int_{V} \rho dV$ , тако да је промена масе у јединици

времена једнака  $\frac{d}{dt} \int_{V} \rho \, dV$ .



Слика 3.1 Контролна запремина фиксирана у простору кроз коју се креће флуид [43]

Према закону о одржању масе, промена у времену масе флуида унутар контролне запремине једнака је алгебарском збиру протока масе која улази односно која излази из посматране запремине [44].

Диференцијални облик једначине континуитета за стишљив флуид је [45]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left( \rho \vec{u} \right) = 0 \tag{3.1}$$

#### 3.2 Једначина количине кретања

Посматрајмо флуидни делић који се креће и силе које на њега делују (слика 3.2). Према другом Њутновом закону, укупна сила која делује на флуидни делић једнака је производу његове масе и убрзања.

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{3.2}$$

На слици 3.2 приказане су само силе које делују у правцу x осе, како би се извела једначина количине кретања у x правцу, а аналогно се могу извести и једначине у y и z правцу [43].



Слика 3.2 Флуидни делић и силе које на њега делују у правцу х осе

Силе које делују на флуидни делић могу бити запреминске и површинске. Запреминске силе су пропорционалне маси флуида и то су, на пример, гравитациона или електромагнетна сила. Површинске силе сразмерне су површини и последица су узајамног дејства различитих флуидних делова једних на друге, односно расподеле притиска и тангенцијалних напона по површини флуидног делића.

Запреминску силу по јединици масе означићемо са  $\vec{f}$ , а њену компоненту у правцу x осе са  $f_x$ . Како је запремина флуидног делића (dx dy dz), добијамо да је x компонента запреминске силе која делује на флуидни делић  $\rho f_x(dx dy dz)$ . x компоненте свих површинских сила које делују на флуидни делић приказане су на слици 3.2. x компонента  $F_x$  укупне силе која делује на флуидни делић добија се као сума свих ових сила:

$$F_{x} = \left[ -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] dx \, dy \, dz + \rho \, f_{x} \, dx \, dy \, dz \tag{3.3}$$

Са друге стране, према другом Њутновом закону (једначина (3.2)), компонента укупне силе у *x* правцу је:

$$F_x = m a_x = \rho \, dx \, dy \, dz \frac{Du}{Dt} \tag{3.4}$$

Комбиновањем једначина (3.3) и (3.4) добијамо једначину одржања количине кретања вискозног флуида у *х* правцу:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x$$
(3.5)

а аналогно и одговарајуће једначине за у и z правце:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y$$
(3.6)

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z$$
(3.7)

Једначине (3.5) – (3.7) су Навије-Стоксове једначине у неконзервативном облику.

Навије-Стоксове једначине у конзервативном облику дефинисане су изразима:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x$$
(3.8)

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla(\rho v \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y$$
(3.9)

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla(\rho w \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \qquad (3.10)$$

Под претпоставком да се компоненте тангенцијалних напона могу изразити као линеарне функције компоненти брзине деформације флуида, узимајући у обзир коефицијент молекуларне вискозности  $\mu$  као и коефицијент вискозности који се, према Стоксовој хипотези, може изразити као  $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ , добија се тензор тангенцијалног напона у облику:

$$\tau_{ij} = -\rho \begin{bmatrix} \lambda \nabla \cdot \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \lambda \nabla \cdot \vec{u} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \lambda \nabla \cdot \vec{u} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(3.11)

Увођењем израза (3.11) у једначине (3.8) – (3.10), добија се:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^{2})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \nabla \cdot \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] + \rho f_{x}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^{2})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \nabla \cdot \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] + \rho f_{y}$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^{2})}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \nabla \cdot \vec{u} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}\right] + \rho f_{z}$$
(3.14)

Једначине (3.12) – (3.14) представљају пуни облик Навије – Стоксових једначина за вискозан и стишљив флуид у конзервативном облику.

#### 3.3 Једначина енергије

Закон одржања енергије се може формулисати на следећи начин: извод по времену укупне енергије флуидног делића (A) једнак је збиру рада који у јединици времена (димензионо - снага) изврше све површинске и запреминске силе које на њега делују (B) и енергије коју флуидни делић размени са околином у јединици времена (C):

$$A = B + C \tag{3.15}$$

Како је укупна енергија флуидног делића једнака суми унутрашње (*e*) и кинетичке енергије ( $\vec{u}^2/2$ ), то је њен извод по времену [43]:

$$A = \rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) dx \, dy \, dz \tag{3.16}$$

где је  $\rho dx dy dz$  маса флуидног делића.

Рад запреминске силе  $\vec{f}$  у јединици времена која делује на флуидни делић масе  $\rho dx dy dz$  који се креће брзином  $\vec{u}$  је:

$$\rho \, \vec{f} \, \vec{u} \, dx \, dy \, dz \tag{3.17}$$

Како бисмо одредили рад површинских сила, посматрајмо флуидни делић приказан на слици (3.3) (као и при извођењу једначине количине кретања, посматраћемо најпре само силе које делују у x правцу, а затим аналогно доћи и до једначина у y и z правцу). Снага сила које потичу од притиска и напона смицања једнака је производу x компоненте брзине (u) и x компоненте укупне силе. Имајући у виду одговарајуће смерове дејства сила (слика 3.3), укупна снага сила притиска које делују у x правцу на површине *adhe* и *bcgf* је:

$$\left[up - \left(up + \frac{\partial(up)}{\partial x}dx\right)\right]dy \, dz = -\frac{\partial(up)}{\partial x}dx \, dy \, dz \tag{3.18}$$

На сличан начин одређујемо и укупну снагу *x* компоненти сила од тангенцијалних напона које делују на површине *abcd* и *efgh*:

$$\left[ \left( u\tau_{yx} + \frac{\partial \left( u\tau_{yx} \right)}{\partial y} dy \right) - u\tau_{yx} \right] dx \, dz = \frac{\partial \left( u\tau_{yx} \right)}{\partial y} dx \, dy \, dz \tag{3.19}$$

Када узмемо у обзир све површинске силе које делују на флуидни делић, добијамо укупан рад у јединици времена у следећем облику:



Слика 3.3 Модел флуидног делића са параметрима у *х* правцу релевантним за извођење једначине енергије

На сличан начин добијају се и доприноси од *у* и *z* компоненти сила, тако да је укупан рад у јединици времена свих површинских и запреминских сила једнак:

$$B = -\left[\left(\frac{\partial(up)}{\partial x} + \frac{\partial(vp)}{\partial y} + \frac{\partial(wp)}{\partial z}\right) + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z}\right] dx dy dz + p \vec{f} \vec{u} dx dy dz$$

$$(3.21)$$

Потребно је још одредити количину енергије коју флуидни делић размени са околином у јединици времена. Укупну размену енергије чине размена топлоте по јединици запремине која није последица топлотног флукса, већ се преноси на неки други начин (на пример зрачењем) и термичка кондукција, односно размена топлоте преко површина флуидног делића услед температурних градијената. Ако са  $\dot{q}$  означимо брзину волуметријске размене топлоте по јединици масе, размена топлоте по запремини флуидног делића ће бити
$\rho \dot{q} dx dy dz$ . Топлота размењена између флуидног делића и околине у *x* правцу (слика 3.3) је:

$$\left[\dot{q}_{x} - \left(\dot{q}_{x} + \frac{\partial \dot{q}_{x}}{\partial x} dx\right)\right] dy \, dz = -\frac{\partial \dot{q}_{x}}{\partial x} dx \, dy \, dz \tag{3.22}$$

Ако узмемо у обзир размену топлоте и у y и z правцу, добијамо укупну размену топлоте услед кондукције:

$$-\left(\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z}\right) dx \, dy \, dz \tag{3.23}$$

Укупна количина енергије коју флуидни делић размени са околином у јединици времена једнака је:

$$C = \left[ \rho \, \dot{q} - \left( \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) \right] dx \, dy \, dz \tag{3.24}$$

Како је топлотни флукс услед термичке кондукције пропорционалан са градијентом температуре ( $\dot{q}_x = -k \frac{\partial T}{\partial x},...$ ), израз (3.24) се може написати у следећем облику:

$$C = \left[\rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z}\right)\right] dx \, dy \, dz \tag{3.25}$$

Заменом једначина (3.16), (3.21) и (3.25) у једначину (3.15) добијамо:

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) = -\frac{\partial (up)}{\partial x} - \frac{\partial (vp)}{\partial y} - \frac{\partial (wp)}{\partial z} + \frac{\partial (u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial (u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial (v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial (v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial (w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (w\tau_{zz})}{\partial z} + \rho \vec{f} \vec{u} +$$
(3.26)  
$$\rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

Ако тангенцијалне напоне изразимо преко једначине (3.11) и употребимо следеће изразе:

$$\vec{u}^2 = u^2 + v^2 + w^2 \tag{3.27}$$

$$\rho \,\vec{f} \,\vec{u} = \rho \left( u f_x + v f_y + w f_z \right) \tag{3.28}$$

добијамо једначину енергије изражену у функцији величина поља:

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2\mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + (3.29) + \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

У претходна три одељка изведене су једначина континуитета, количине кретања и једначина енергије, односно укупно пет једначина (једначина количине кретања је векторска, па јој одговарају три скаларне једначине). У њима фигурише шест непознатих величина и то три компоненте брзине и три термодинамичке променљиве – густина, притисак и унутрашња енергија. Да би се овај систем једначина решио, уводи се и једначина гасног стања, којом се дефинише међусобна веза између термодинамичких величина гаса. Ако се уведе претпоставка да је гас идеалан, односно да се могу занемарити међумолекуларне силе, веза између густине, притиска и температуре се може изразити релацијом  $p = \rho RT$ , где је R специфична гасна константа.

#### 3.4 Турбулентни модел

Турбулентно струјање је неправилно кретање флуида у коме вредности величина струјног поља варирају на случајан начин у времену и простору. Може се рећи да су практично сва струјања која су од инжењерског значаја турбулентна. Да би се параметри турбулентног струјног поља одредили директним решавањем Навије Стоксових једначина, били би потребни огромни рачунарски ресурси, с обзиром да треба решавати широк спектар величина турбулентних структура, од најмањих до оних реда величине физичких димензија домена који се разматра, у неком разумном временском периоду рада рачунара [46]. Овако сложени захтеви условљавају то да се на данашњим рачунарима директно могу решавати само релативно једноставни случајеви струјања и то при малим вредностима Рејнолдсовог броја.

Са друге стране, управо због тог својства турбулентног струјања да се карактеристичне величине струјног поља мењају насумично, за моделирање је могуће применити одређене статистичке методе [47]. Једна од тих метода је Рејнолдсово временско осредњавање, према којој се све променљиве величине посматрају као сума осредњене вредности (одређене у одговарајућем временском интервалу) и флуктуирајуће компоненте, у том облику се замене у једначине, а затим се врши временско осредњавање једначина. За струјања код којих се утицај стишљивости не може занемарити, врши се и масено осредњавање према "Favre" методи.

Временски осредњена величина  $\overline{f}$  дефинише се на следећи начин [46]:

$$\overline{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f \, dt \tag{3.30}$$

Компоненте брзине у *x*, *y* и *z* правцу се изражавају као:

 $u = \overline{u} + u' \qquad v = \overline{v} + v' \qquad w = \overline{w} + w' \tag{3.31}$ 

На сличан начин се изражавају и скаларне величине, као што су, на пример, притисак, густина, температура, енталпија:

$$p = \overline{p} + p' \qquad \rho = \overline{\rho} + \rho' \qquad T = \overline{T} + T' \qquad h = \overline{h} + h' \qquad (3.32)$$

У случајевима када се утицај стишљивости не може занемарити, масено осредњавање се дефинише као:

$$\tilde{f} = \frac{\rho f}{\bar{\rho}} \tag{3.33}$$

а величине поља растављене на средњу вредност и флуктуирајућу компоненту су:

$$u = \tilde{u} + u''$$
  $v = \tilde{v} + v''$   $w = \tilde{w} + w''$   $T = \tilde{T} + T''$   $h = \tilde{h} + h''$  (3.34)

Масено осредњавање се примењује само на компоненте брзине и термодинамичке променљиве, док се карактеристике флуида, као што су притисак и густина, изражавају на већ приказан начин (једначине 3.32).

Из дефиниције временског осредњавања следи да за произвољне променљиве струјног поља важе следеће релације:

$$\overline{f'} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f' dt \equiv 0$$
(3.35)

$$\overline{\overline{f} g'} = 0 \qquad \overline{\overline{f} g} = \overline{f} \overline{g} \qquad \overline{f+g} = \overline{f} + \overline{g} \qquad \overline{f'} \equiv 0 \qquad \overline{f' f'} \neq 0 \qquad (3.36)$$

Са друге стране, за компоненте на које се растављају променљиве при масеном осредњавању, по дефиницији следи да временски осредњене величине  $\overline{u''}$ ,  $\overline{v''}$  и сл. у општем случају нису једнаке нули (може се показати да важе следеће релације:  $\overline{u''} = -\frac{\overline{\rho'u'}}{\overline{\rho}}$ ,  $\overline{v''} = -\frac{\overline{\rho'v'}}{\overline{\rho}}$  итд. ), за разлику од производа  $\rho f''$ , чија је временски осредњена вредност једнака нули, односно  $\overline{\rho f''} \equiv 0$ .

Када се овако изражене величине поља замене у једначину континуитета, након примене временског осредњавања добија се:

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho} \, \tilde{u}_j \right) = 0 \tag{3.37}$$

На сличан начин се добија и Рејнолдсов облик једначине одржања количине кретања осредњене по маси:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{\rho} \, \tilde{u}_i \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho} \, \tilde{u}_i \, \tilde{u}_j \right) = -\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\tau}_{ij} - \overline{\rho} \, u_i^{"} \, u_j^{"} \right)$$
(3.38)

у којој, ако занемаримо флуктуације вискозности,  $\overline{\tau}_{ij}$  можемо написати у облику:

$$\overline{\tau}_{ij} = \mu \left[ \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right] + \mu \left[ \left( \frac{\partial \overline{u''}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u''}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u''}_k}{\partial x_k} \right]$$
(3.39)

Једначина енергије може бити приказана у различитим облицима, због међусобне зависности термодинамичких променљивих - тоталне енталпије (*H*), енталпије (*h*) и температуре флуида (*T*). Претпостављајући да тоталну енергију (*E*<sub>t</sub>) чине само унутрашња и кинетичка енергија, и користећи израз за енталпију флуида  $E_t = \rho H - p$ , једначина енергије се може написати у следећем облику:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \frac{\partial}{\partial x_{j}}(\rho v_{j} H + q_{j} - v_{i} \tau_{ij}) = \frac{\partial p}{\partial t}$$
(3.40)

Да бисмо извели Рејнолдсов облик једначине енергије са променљивама осредњеним по маси, у једначину (3.40) се уносе зависно променљиве растављене на компоненте (3.34), а након временског осредњавања целе једначине, добија се:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{\rho} \, \widetilde{H} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho} \, \widetilde{u}_j \, \widetilde{H} + \overline{\rho \, u_j'' H''} - k \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \overline{p}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \widetilde{u}_i \, \overline{\tau}_{ij} + \overline{u_i'' \tau_{ij}} \right) \quad (3.41)$$

где је  $\overline{\tau}_{ij}$  дато једначином (3.39).

Рејнолдсова једначина енергије изражена преко статичке температуре има следећи облик:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{\rho} \, c_p \widetilde{T} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho} \, c_p \widetilde{T} \, \widetilde{u}_j \right) = \frac{\partial \overline{p}}{\partial t} + \widetilde{u}_j \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \overline{u_j''} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_j} + k \frac{\partial \overline{T}''}{\partial x_j} - c_p \overline{\rho} \overline{T'' u_j''} \right) + \overline{\Phi}$$
(3.42)

где је:

$$\Phi = \overline{\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \overline{\tau_{ij} \frac{\partial u''_i}{\partial x_j}}$$
(3.43)

Нумеричко решавање статистички осредњених једначина кретања флуида захтева значајно мање рачунарских ресурса у односу на директно решавање основних једначина, али се у процесу осредњавања појављују додатне непознате величине које садрже производе флуктуирајућих компоненти. Да би се проблем "затворио", односно да би систем једначина могао да се реши, потребно је увести додатне релације, односно увести одређене апроксимације како би се непознате величине изразиле у функцији променљивих струјног поља. То је функција турбулентних модела. У овој дисертацији је коришћен  $k - \omega$  SST модел, који је развијен из стандардног  $k - \omega$  модела, а базира се на комбинацији  $k - \omega$  и  $\kappa - \varepsilon$  модела. Стандардни  $k - \omega$  модел је двоједначински турбулентни модел који се базира на постављању транспортних једначина за кинетичку енергију турбуленције (k) и степен дисипације кинетичке енергије турбуленције ( $\omega$ ) [48]. Међутим, због осетљивости овог модела на вредности  $\omega$  ван граничног слоја, што није случај са  $\kappa - \varepsilon$  моделом, у  $k - \omega$  SST моделу се уводи помоћна функција, која у близини зидова активира стандардни  $k - \omega$  модел, а ван граничног слоја стандардни  $\kappa - \varepsilon$ модел [14].

Транспортне једначине оригиналног k -  $\omega$  модела имају облик:

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_{k1} \mu_i \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$
(3.44)

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma_1}{v_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_1 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_{\omega 1} \mu_t \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]$$
(3.45)

где је  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ . Стандардни  $\kappa$  -  $\varepsilon$  модел се трансформише у k -  $\omega$ 

формулацију:

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_{k2} \mu_t \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$
(3.46)

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma_2}{v_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_1 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_{\omega 2} \mu_t \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \qquad (3.47)$$

Да би се постигло активирање жељеног модела у различитим областима, уводи се помоћна функција  $F_1$ . Једначине (3.46) и (3.47) се множе са  $(1-F_1)$  и додају се једначинама (3.44) односно (3.45), претходно помноженим са  $F_1$ . На тај начин добијају се једначина новог модела:

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_k \mu_t \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$
(3.48)

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma}{v_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left(\mu + \sigma_\omega \mu_t\right) \frac{\partial\omega}{\partial x_j} \right] + 2\rho \left(1 - F_1\right) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial\omega}{\partial x_j}$$
(3.49)

Веза између произвољне константе  $k - \omega$  модела  $\phi_1$  (на пример  $\sigma_{k1}$ ), трансформисаног  $\kappa - \varepsilon$  модела  $\phi_2$  ( $\sigma_{k2}$ ) и новог модела  $\phi$  ( $\sigma$ ) дата је изразом:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \tag{3.50}$$

Помоћна функција  $F_1$  је дефинисана изразом:

$$F_1 = \tanh\left(\arg_1^4\right) \tag{3.51}$$

$$\arg_{1} = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}; \frac{500\nu}{y^{2}\omega}\right); \frac{4\rho\delta_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^{2}}\right], \qquad (3.52)$$

где је у растојање од најближе површине, а  $CD_{k\omega}$ :

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\rho\sigma_{\omega^2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20}\right)$$
(3.53)

Како су сва три члана у једначини (3.52) обрнуто пропорционална растојању, односно квадрату растојања од зида, јасно је да довољно далеко од чврсте површине  $\arg_1$ , а тиме и функција  $F_1$  постају једнаки нули, а унутар граничног слоја они дефинишу вредност ове функције у различитим подслојевима граничног слоја.

Константе и помоћне релације су:

$$\sigma_{k1} = 0.85 \qquad \sigma_{\omega 1} = 0.5 \qquad \beta_1 = 0.075 \qquad \alpha_1 = 0.31$$
  
$$\beta^* = 0.09 \qquad \kappa = 0.41 \qquad \gamma_1 = \beta_1 / \beta^* - \sigma_{\omega 1} \kappa^2 / \sqrt{\beta^*}$$
  
$$\sigma_{k2} = 1.0 \qquad \sigma_{\omega 2} = 0.856 \qquad \beta_2 = 0.0828$$
  
$$\beta^* = 0.09 \qquad \kappa = 0.41 \qquad \gamma_2 = \beta_2 / \beta^* - \sigma_{\omega 2} \kappa^2 / \sqrt{\beta^*}$$

Вртложна вискозност се дефинише на следећи начин:

$$v_t = \frac{\alpha_1 k}{\max\left(\alpha_1 \omega; \Omega F_2\right)}$$

где  $\Omega$  представља апсолутну вредност брзине, а  $F_2 = \tanh\left(\arg_2^2\right)$ ,  $\arg_2 = \max\left(2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y};\frac{500\nu}{y^2\omega}\right)$ .

Тензор брзине деформисања је дат изразом:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$$

Пошто  $k - \omega$  SST турбулентни модел уводи две допунске једначине које омогућавају "затварање" прорачунског алгоритма, назива се двоједначинским моделом. Овај модел се у пракси показао као веома робустан и ефикасан, и мало осетљив на начин генерисања прорачунске мреже. У анализама спроведеним током израде ове дисертације, показало се да по квалитету добијених резултата практично не заостаје за моделима "вишег реда", базираним на четири или пет допунских једначина (о овоме ће бити више говора у петом поглављу).

## Поглавље 4

## 4. Опис експеримента

Као основ за верификацију прорачунског модела приказаног у овој дисертацији коришћена су експериментална испитивања струјања у млазнику, вршена у надзвучном аеротунелу вакуумског типа Т-36 Војнотехничког Института у Жаркову, у циљу проучавања физичких појава које се јављају при управљању вектором потиска ракетних мотора постављањем препреке на излазу из суперсоничног млазника [1]. Као радни флуид током ових испитивања коришћен је ваздух (зато оваква испитивања спадају у категорију тзв. "хладних" испитивања), са два номинална Махова броја на излазу из млазника, M = 2.3 и M = 2.6 и серијом различитих типова препрека чија је улога била симулација управљања вектором потиска.

Геометрија испитиваног модела млазника дефинисана је на основу услова сличности у излазним пресецима модела [1] и претпостављеног реалног млазника ракетног мотора, као и на основу њихове геометријске сличности, и детаљно је анализирана и описана у [49]. Овај модел се састоји из два дела (горњег и доњег) чије се међусобно вертикално растојање може подешавати, чиме је омогућена промена односа критичног и излазног пресека, а тиме и Махових бројева на излазу из млазника. Из конструктивних разлога максимална висина грла млазника могла је бити 78.3 mm, а одговарајућа висина излазног пресека 174.5 mm. Оваквој геометрији млазника у случају изентропског струјања одговарао је Махов број 2.3 у излазном пресеку. Експерименти су вршени како са максималном висином грла, тако и са смањеном висином од 50 mm (одговарајућа висина излазног пресека је 145.2 mm) којој, у случају изентропског струјања, одговара Махов број 2.6 у излазном пресеку. Овај други модел коришћен је за све верификационе прорачуне и анализе у овој дисертацији.

28

Основне геометријске карактеристике модела за Махов број 2.6 на излазу из млазника су (слика 4.1):

- површина критичног пресека (грла) 0.0125 m<sup>2</sup>
- површина излазног пресека 0.03625 m<sup>2</sup>
- висина у грлу млазника 50 mm
- излазна висина млазника 145.2 mm
- радијус у грлу 62 mm
- дужина дивергентног дела млазника 141.71 mm
- угао конвергенције млазника 40°
- угао дивергенције млазника 20°



Слика 4.1 Геометрија модела млазника која је коришћена у дефинисању прорачунске контролне запремине

Доњи део млазника био је адаптиран тако да се на њега може учврстити одговарајућа препрека (слика 4.2). При томе је током сваког запуштања аеротунела вршено варирање степена засенчења излазног пресека млазника померањем препреке по висини, као и релативног зазора (процепа) између препреке и излазног дела млазника, постављањем дистанцера између препреке и млазника. У експерименталним испитивањима која су у дисертацији коришћена за верификовање CFD прорачуна, испитиване су раванске препреке - спојлери, са степенима засенчења излазног пресека од 10%, 20% и 30%, и то без процепа, као и са релативним процепом од 1.2% у односу на висину излазног пресека од 145.2 mm.



Слика 4.2 Радни део аеротунела са моделом конвергентно-дивергентног млазника (у фази припреме), са раванском препреком на излазу

Експериментална испитивања обухватала су мерења расподеле притисака у карактеристичним зонама и приказ струјне слике помоћу Шлирен (Schlieren) фотографија. Мерење расподеле притиска је омогућено тако што су на задатим положајима на моделу избушени отвори пречника 1 mm, у њих су постављене цевчице, које су пластичним цревима повезане са инструментима за мерење притиска. Оваквим извођењем су добијени отвори за мерење притиска пречника око 0,5 mm, а то је, према расположивој литератури [50], довољно да би се спречили већи поремећаји у струјном пољу. Мерни отвори били су постављени у три зоне, а њихов распоред је одређен на основу теоријске анализе приказане у [49], као и на основу техничких могућности везаних за сам модел. Зона А обухватала је мерна места на доњем зиду дивергентног дела млазника, где се очекује појава отцепљења струје, зона Ц обухватала је мерна места на горњем зиду дивергентног дела млазника, а зона Б мерна места на препреци. Мерења притисака вршена су помоћу три уређаја типа Scanivalve - S, са по 48 мерних канала. Иницијални притисак у вакуумским резервоарима у свим тестовима био је 5 mbar, док су вредности на улазном пресеку млазника незнатно варирале, у зависности од амбијенталних услова.



Слика 4.3 Шлирен фотографија - визуелизација струјне слике током експеримента, у празном млазнику са Маховим бројем 2.6 на излазу



Слика 4.4 Визуелизација струјне слике са раванском препреком - спојлером који генерише 30% засечења излазног пресека, без процепа

Како би била могућа визуелизација мерења, модел млазника је постављен у радном делу аеротунела у домену бочних прозора, тако да је визуелно била доступна област од дела испред грла до иза препреке. Визуелни приказ струјне слике остварен је фотографијама направљеним коришћењем Шлирен технике, која се базира на промени индекса преламања светлости при промени градијента густине флуида. Карактеристика ових Шлирен фотографија је "инвертовање" боја на горњој и доњој половини приказа (слике 4.3 и 4.4).

Притисци мерени током експеримената коришћени су за квантитативну верификацију прорачуна обављених у програму ANSYS FLUENT, а Шлирен фотографије за квалитативно поређење експерименталних и прорачунских струјних поља, коришћењем постпроцесорских опција програма FLUENT и програма CFD-Post.

32

## Поглавље 5

## 5. Приказ прорачунског модела

#### 5.1 Геометрија и сегментирање контролне запремине

Геометрија разматране контролне запремине за CFD анализе, приказана на слици 5.1, формирана је на основу реалне геометрије конвергентнодивергентног млазника која је испитиван у аеротунелу Т-36 ВТИ Жарково. Разлика у разматраним случајевима односе се искључиво на геометрију конкретно разматране препреке. При томе су, у случају спојлера (раванских препрека) који су испитивани током експеримената у ВТИ Жарково, преузимани реални параметри висине препреке и процепа. У случају млазних крилаца која су разматрана у овој дисертацији, а која нису била предмет испитивања током експеримената, коришћена је иста контролна запремина као током експеримената, која одговара номиналном Маховом броју М = 2.6 на излазу из млазника, уз одговарајућу задату геометрију и положај крилца.



Слика 5.1 Геометрија контролне запремине коришћене у CFD прорачунима; пример спојлера са 10% засенчења без процепа; димензије су у милиметрима

Оваква геометрија погодна је за формирање структуриране прорачунске мреже, која се може прецизно наменски адаптирати у смислу задавања локалне густине и броја елемената, сходно комплексности струјног поља у датом домену. Због тога је, за сваки од разматраних случајева, након формирања геометрије коришћењем програмског модула DesignModeler, било неопходно обавити и одговарајуће сегментирање контролне запремине. Примери за случај млазника без препреке, малзника са спојлером и са млазним крилцем, приказани су на сликама 5.2 ÷ 5.4.



Слика 5.2 Сегментирање контролне запремине за случај млазника без препреке



Слика 5.3 Сегментирање контролне запремине - млазник са спојлером који генерише 30% засенчења и процеп од 1.2% излазног пресека (за "2B" мрежу)





#### 5.2 Формирање прорачунске мреже

У формирању прорачунских мрежа помоћу модула ANSYS ICEM CFD, коришћена је опција *Mapped Face Meshing*, која дефинише форму ћелија мреже сходно геометрији сегмента унутар кога се генерише. Димензионисање мреже обављено је опцијом *Edge Sizing*, која омогућава како задавање броја елемената по ивицама сегмената, тако и њену адаптацију у смислу смера и фактора згушњавања мреже (*Bias Factor*).



Слика 5.5 Прорачунска мрежа за млазник без препреке, са 195000 елемената

Мрежа која је примењена у иницијалним анализама струјања у млазнику без препреке, са Маховим бројем M = 2.6 на његовом излазу, приказана је на слици

5.5. Двоједначински турбулентни модел  $k - \omega$  SST, који је коришћен за све прорачуне приказане у дисертацији (изузев одређеног броја верификационих прорачуна вишим - четворо и пето-једначинским моделима) познат је као изузетно робустан и релетивно мало осетљив на начин генерисања и густину мреже. Ипак, пажња је посвећена томе да се у близини зидова млазника обезбеди довољан број елемената мреже. Применом сразмерно великог фактора згушњавања по висини контролне запремине (*Bias Factor* = 150 у домену зидова) обезбеђено је у просеку око 15 елемената по дебљини граничног слоја млазника (слика 5.6, детаљ приказује горњу ивицу излаза из млазника), док је укупан број елемената мреже остао релативно мали, око 195000. То је омогућило да се, упркос врло сложеној физикалности струјног поља које се моделира (дијапазон Махових бројева од око 0.08 на улазу у млазник, до 4.5 у локалним областима задњег домена контролне запремине) обави велики број иницијалних прорачуна у програму ANSYS FLUENT, након којих је установљен базични прорачунски алгоритам, који је уз даљу надградњу и оптимизацију омогућио успешну анализу струјања са препрекама на излазу.



Слика 5.6 Поље брзина и прорачунска мрежа у домену граничног слоја

Развој алгоритма за генерисање погодне мреже за прорачун струјања са препреком може се поделити у три фазе. Пример типа мреже која је коришћена у првим фазама прорачуна приказан је на слици 5.7, а неки од резултата могу се наћи у [10]. Поред домена зидова, повећање густине мреже у овом случају било је неопходно и у околини спојлера, па је сегментирање дивергентног дела млазника вршено од осе грла млазника до врха препреке. При томе су по висини контролне запремине (глобално - у правцу У осе, видети слику 5.1) и даље

коришћене сразмерно велике вредности фактора згушњавања мреже због граничног слоја на зидовима млазника, и умерене вредности овог фактора у подужном правцу прорачунског домена (слика 5.7 – детаљ). С обзиром да је у овом приступу *Bias Factor* доминантан у једном правцу, овакву мрежу можемо назвати "*1B*" мрежом.



Слика 5.7 Прорачунска мрежа са 195000 елемената за спојлер са 30% засенчења и процеп од 1.2%, у првој фази развоја прорачунског модела ("1*B*" мрежа)



Слика 5.8 Промене градијента густине на спојевима сегмената "1В" мреже

Срачунате вредности расподеле притисака по зидовома дивергентног дела млазника (релевантне у смислу дефинисања силе за управљање вектором потиска), у поређењу са експерименталим, биле су у домену сасвим прихватљивих са аспекта практичних инжењерских анализа. Међутим, поред квантитативних, обављене су и квалитативне анализе прорачунски добијене структуре струјног поља, коришћењем модула CFD-Post, поред осталог и у контексту приказа поља *градијента* густине (слика 5.8). Оне су указале на то да разлике по једној од димензија суседних ћелија на спојевима сегмената мреже

(оне су по другој димензији потпуно усклађене), генеришу одређене дисконтинуитете градијента густине, који физикално ту не би могли постојати, па самим тим могу имати и одређени утицај на укупну тачност добијених резултата. Интересантно је напоменути да овај утицај мреже, осим на приказу поља градијента густине, није био видљив на приказима поља брзине, густине, Маховог броја или притиска, који су били потпуно хомогени на местима спојева сегмената.



Слика 5.9 Прорачунска мрежа са 210000 елемената за спојлер са 30% засенчења и процеп од 1.2%, у другој фази развоја прорачунског модела ("*H*" мрежа)

У циљу превзилажења овог проблема, у другој фази, анализа струјања са различитим висинама спојлера, без процепа и са процепом, поновљена је на прорачунским мрежама са знатно мањим вредностима фактора згушњавања (*Bias Factor* < 10), пажљиво усклађеним тако да су прелази између сегмената потпуно хомогени у смислу висине и ширине елемената мреже на њиховим спојевима, па се таква мрежа може назвати "*H*" мрежа (слика 5.9). Број елемената мреже увећао се на око 210000, при чему су овако добијена поља градијента густине постала потпуно хомогена. Међутим, овим приступом, елемети у "критичним" доменима прорачуна (као што су врх и углови препреке, углови на излазном пресеку млазника, близина зидова итд.) постали су пропорционално доста већи него у случају "*IB*" мрежа. Консеквенца је да су прорачунске вредности притиска на зидовима дивергентног дела млазника биле нешто нижег нивоа тачности него при коришћењу "*IB*" мрежа у првој фази прорачуна.

У циљу превазилажења овог проблема "*H*" мрежа, коришћене су опције аутоматске адаптације мреже у оквиру програма ANSYS FLUENT. Овакве адаптације се, у контексту прорачуна надзвучног струјног поља, могу вршити према срачунатим локалним вредностима градијента притиска или градијента густине у струјном пољу. Након одређеног броја итерација, густина мреже се према задатим критеријумима повећава само локално, у доменима изразитих промена градијента задатог параметра. Од ове две опције изабран је градијент густине, јер се овим параметром, поред промене густине у доменима ударних и експанзионих таласа, обавља аутоматска адаптација, тј. повећање броја елемената и у домену граничног слоја (статички притисак се по дебљини граничног слоја не мења, па се његовим коришћењем густина мреже у близини зидова не мења, већ само у области експанзионих и ударних таласа).



Слика 5.10 Аутоматски адаптирана "*H*" мрежа у FLUENT-у према градијенту густине, са 454000 елемената, за спојлер са 30% засенчења и процеп од 1.2%

Пример овако добијене мреже, након троструке адаптације у датој фази конвергенције решења (уситњавање на бази градијента густине обављено у три корака рафинирања), приказан је на слици 5.10, при чему је број елемената у односу на изворну "*H*" мрежу формирану у ICEM CFD-у по реду величине удвостручен. Након задатог броја прорачунских итерација са оваквом мрежом, мрежа се ресетује на изворну "*H*" мрежу, врши се поновна адаптација сходно новим ревидираним зонама ударних и експанзионих таласа, итд, до конвергенције решења. На жалост, овим поступком нису добијена суштинска побољшања резултата за расподелу притисака по зидовима млазника у односу на полазну "*H*" мрежу. Наиме, овако обављена аутоматска локална згушњавања мреже и даље су давала много веће елементе у критичним доменима него у

случају статички адаптиране "*1В*" мреже. За достизање овог квалитета, број елемената аутоматски адаптиране мреже (у много више корака адаптирања) морао би да буде више милиона, што би у комбинацији са врло комплексним физикалним моделом, превазишло капацитете расположивих хардверских ресурса.



Слика 5.11 Прорачунска мрежа са 390000 елемената за спојлер са 30% засенчења и процеп од 1.2%, у трећој фази прорачунског модела ("2*B*" мрежа)

Са овако стеченим искуствима, у трећој фази поново је примењена искључиво статичка адаптација мрежа у ICEM CFD-у. Са циљем постизања како хомогености мреже на спојевима сегмената, тако и високог степена згушњавања у критичним доменима, коришћене су сразмерно велике вредности фактора згушњавања, *Bias Factor*  $\leq$  180 по висини, и *Bias Factor*  $\leq$  80 у подужном смеру контролне запремине, па овакву мрежу можемо назвати "2*B*" мрежом. Да би ова

два циља могла да буду испуњена, број елемената морао је да буде повећан на нпр. 390000 за случај раванске препреке са 30% засенчења (слика 5.11).

Применом оваквог типа мреже добијени су како солидни резултати за расподеле притисака по зидовима млазника у односу на експеримент (квантитативни аспект), тако и хомогеност струјног поља, укључујући и расподеле градијента густине (аспект квалитативне верификације прорачуна).



Слика 5.12 Мрежа са 296000 елемената за случај млазног крилца са обртном осом на излазу млазника, тетиве 70mm, при отклону од 40° ("2*B*" мрежа)

Консеквенца овакве статичке адаптације мреже јесте њено згушњавање и у доменима где то није неопходно као што је, на пример, оса симетрије контролне запремине до грла млазника, као и домени задњег дела контролне запремине – иза крајева излазног пресека млазника и иза углова препреке. Међутим, ово представља разумни компромис у односу на расположиву опцију аутоматске адаптације мреже у FLUENT-у, која би за исти ниво квалитета резултата захтевала знатно више елемената мреже, па самим тим и знатно дуже време извршења прорачуна за сваки од анализираних случајева, под претпоставком расположивости довољно јаких харверских ресурса.

Генерални алгоритам генерисања "2В" мрежа, установљен у оквиру верификационих анализа струјања у млазнику са разним конфигурацијама спојлера на излазу, примењен је и у генерисању мрежа за све прорачуне млазних крилаца анализираних у овој дисертацији (пример је дат на слици 5.12).

Треба напоменути и то да су у иницијалним анализама, алтернативни прорачуни са спојлером на излазу млазника вршени и на неструктурираним мрежама. Овакви прорачуни били су, са аспекта прорачуна притисака на зидовима млазника, мање тачности у односу на прорачуне на сва три типа овде представљених структурираних мрежа, док је време извршења било знатно дуже, па зато нису били предмет разматрања у овом поглављу.

#### 5.3 Дефинисање прорачунског алгоритма

Основни улазни подаци за све верификационе анализе прорачунског модела које су вршене на спојлерима, као и за случај празног млазника без препреке, били су параметри наведени у [1], карактеристични за дато испитивање (или "дување", дефинисано одговарајућим редоследним бројем у извештају). Пример за дување бр. 29, током кога је испитивано струјање у млазнику без препреке и са Маховим бројем 2.6 на излазу:

- барометарски притисак (амбијентални): 1013.647 mbar
- температура (амбијентална): 283.246 К
- референтни Махов број (комора умирења): 0.086
- укупни притисак у колектору: 1011.187 mbar
- зауставни притисак у радном делу: 1005.929 mbar
- иницијални притисак у вакуумском резервоару 5 mbar

(као што је већ поменуто, иницијални притисак у вакуумском резервоару и за све остале случајеве испитивања био је око 5 mbar). При томе су прва два параметра коришћена за дефинисање иницијалних услова прорачуна на улазу контролне запремине (*inlet*), а последњи на њеном излазу (*oulet*), док су остали параметри коришћени за верификацију струјног поља унутар млазника, након

остварене конвергенције решења, у иницијалним фазама верификације прорачунског модела.

Сви прорачуни су вршени у програму ANSYS FLUENT 14. Дефинисање прорачунског алгоритма еволуирало је у више фаза, почев од анализе празног млазника, преко најједноставнијег случаја раванске препреке (спојлера) са 10% засенчења без процепа, па до спојлера са 30% засенчења површине излазног пресека и процепом између спојлера и излаза из млазника од 1.2% (у односу на висину излазног пресека), који генерише изузетно комплексну струјну слику. Већи степени засенчења нису разматрани јер су у смислу практичне примене јако тешко оствариви (осим на млазницима врло малих габарита), док већи процепи деградирају ефикасност спојлера као уређаја за векторисање потиска [8]. У наставку ће бити приказани најбитнији аспекти финално дефинисаног и усвојеног прорачунског алгоритма, којим је остварена стабилна и временски ефикасна конвергенција свих разматраних случајева препрека на излазу из млазника у овом докторату.

 Све анализе приказане у дисертацији вршене су у категорији 2D прорачуна, обзиром на чињеницу да и аеротунелска испитивања обављена у ВТИ Жарково са правоугаоним попречним пресецима млазника, коришћена за верификацију прорачуна, такође припадају категорији 2D тестова.



Слика 5.13 Провера утицаја бочних зидова - 3D полумодел млазника; мрежа од 2000000 елемената и срачунато поље брзина, са засенчењем од 10% без процепа

Провера утицаја бочних зидова на струјање у равни симетрије млазника, где су током експеримената мерене вредности притисака релевантне за срачунавање бочне компоненте силе потиска, у овој дисертацији је обављена на 3D полумоделу млазника и прорачунској мрежи од 2000000 елемената (ограничење броја елемената везано је за расположиви хардвер; од тога је 50000 елемената било у равни симетрије). Анализиран је случај раванске препреке са 10% засенчења, без процепа (слика 5.13). Добијено поље брзина и расподеле притисака у равни симетрије било је практично истоветно као и у анализи која је паралелно обављена на 2D мрежи са 50000 елемената, која је била идентична пресеку 3D мреже у равни симетрије. Из овога је закључено да обављање прорачуна у 3D домену, у контексту тачности резултата и извођења закључака, није неопходно; у смислу времена и ресурса било би много захтевније, док би квалитет мреже у свим пресецима паралелним равни симетрије био лошији (приближно 5 ÷ 10 пута мање елемената него на 2D мрежама).





- Тип солвера базиран на густини (Density-Based).
- Струјање се моделира као вискозно, уз коришћење двоједначинског турбулентниог модела k - ω SST, са укљученим ефектима компресибилности и закривљења струјног поља.

Поред тог турбулентног модела, у оквиру анализа спроведених у овој дисертацији, тестирани су и турбулентни модели вишег реда, као што су нпр. Transition SST (четири једначине, базиран на  $k - \omega$  моделу) и Reynolds Stress модел (пет једначина у 2D струјању; базиран на  $k - \varepsilon$  моделу уз опције *Quadratic Pressure-Strain, Non-Equilibrium Wall Functions*, итд.). Поређење ових турбулентних модела са резултатима добијеним  $k - \omega$  SST моделом приказано је на слици 5.14; ради јаснијег приказа, поређења су дата за два различита степена засенчења. Из овог приказа је јасно да, у случају струјања разматраних у овој дисертацији, коришћење модела вишег реда не би дало било каква суштинска побољшања у односу на  $k - \omega$  SST, док би прорачуни тим моделима били временски мање ефикасни и захтевнији у смислу ангажовања рачунарских ресурса.

- Радни флуид у свим прорачунима је ваздух, идеални гас, чија се вискозност мења по Сатерлендовом закону (*Three Coefficient Method*).
- Гранични услови прорачуна на улазу контролне запремине (*inlet*) и на њеном излазу (*oulet*), преузимани су непосредно из [1] за све анализиране случајеве млазника са спојлером, који су коришћени за верификацију CFD анализа. За све случајеве CFD анализа млазних крилаца, која нису била предмет испитивања у ВТИ Жарково, усвојени су гранични услови испитивања празног млазника.
- У оквиру опције Solution Methods, за дискретизацију простора коришћене су опције Least Squares Cell Based за градијенте, док је за параметре струјања, као и за параметре k i ω у оквиру турбулентног модела, коришћена дискретизација првог реда (опција First Order Upwind).
   Анализе које су вршене у циљу развоја и оптимизације прорачунског модела, иницијално су рађене су дискретизацијом другог реда за све претходно поменуте параметре (Second Order Upwind). Међутим, у тој варијанти конвергенција решења била је углавном јако спора, или у

неким случајевима чак проблематична (до потребе да се прорачун обустави). Преласком на опцију дискретизације првог реда, ови проблеми су у потпуности решени и добијена је сразмерно брза и стабилна конвергенција. Након остварене потпуне конвергенције под овом опцијом (излазни масени проток, као задати контролни параметар, има константну вредност у последњих 500 ÷ 1000 итерација) у одређеном броју анализа прорачун је настављан са дискретизацијом другог реда још 4000 ÷ 5000 итерација. Међутим, након овог поступка разлике у добијеним резултатима практично није било, па је за све накнадне финална, прорачуне усвојена, као конвергенција остварена дискретизацијом првог реда.

У прорачунима je коришћена опција активног управљања . конвергенцијом решења (Solution Steering). Струјно поље је дефинисано као суперсонично, док је оптимизација домена мреже вршена *Reverse Cuthill-МсКее* методом [51]. Иницијализација прорачуна обављана је на четири нивоа опцијом Full Multi-Grid solution initialization [52], [51]. Задавани дијапазони Курантовог броја били су 5 ÷ 20 за препреке са најмањим засенчењем, док је за највећа засенчења коришћен дијапазон 2 ÷ 5, при чему је у појединим "критичним" фазама конвергенције, ова опција аутоматски редуковала Курантов број на вредности *Co* < 1.

Овако дефинисан прорачунски алгоритам водио је до стабилне конвергенције у свим анализираним случајевима који су приказани у дисертацији.

46

## Поглавље 6

## Анализа струјања у млазнику без препреке

### 6.1 Квалитативна верификација прорачуна

Први прорачуни обављени у циљу верификације прорачунског модела обављени су за случај млазника без препреке, са Маховим бројем 2.6 на његовом излазу. За разлику од струјања са препрекама на излазу, струјна слика у овом случају је врло једноставна, а њом доминирају зоне експанзије на угловима излазног пресека млазника.



Слика 6.1 Поређење Шлирен фотографије снимљене током експеримента (лево) и поља градијента густине добијенод CFD анализом (десно)

По оствареној конвергенцији решења, најпре је обављена квалитативна анализа срачунатих параметара струјног поља, поређењем колор Шлирен фотографија снимљених у надзвучном аеротунелу Т-36 током експеримента, са постпроцесорским графичким приказима добијеним непосредно у програму FLUENT, као и у програму CFD Post. Пошто је Шлирен технологија базирана на преламању светлости пропорционално градијенту густине компресибилног струјног поља, најнепосредније поређење може се обавити управо приказом овог параметра у CFD Post-у (FLUENT није у могућности да прикаже градијент густине). Ово поређење приказано је на слици 6.1, где се, поред осталог, виде јако добра поклапања угловности зона експанзије струјања на излазу млазника.

При томе треба имати на уму да је карактеристика ових Шлирен фотографија инвертовање боја на горњој и доњој половини слике, па су практично идентичне струјне слике у овим доменима експанзије са горње и доње стране приказане различитим бојама. С друге стране, CFD Post приказује поље апсолутних вредности градијента густине, па се у овом програму области истоветних вредности градијената добијених експанзијом и компресијом не разликују по боји (ово нарочито долази до изражаја у случају млазника са препреком, где се јављају и ударни таласи). При поређењу Шлирен и CFD приказа градијента густине, не треба очекивати компатибилност у смислу боја, већ искључиво у контексту јасног визуелног дефинисања карактеристичних зона струјног поља.



Слика 6.2 Поље Маховог броја у прорачунској контролној запремини

Приказ поља Маховог броја дат је на слици 6.2, одакле се види да је на излазу млазника остварена вредност *M* = 2.6. Међутим, ову вредност могуће је у

потпуности проверити квантитативним верификацијама, којима се може добити приказ вредности Маховог броја по целој висини излазног пресека (или, јасно, било ког другог задатог пресека).

Предност CFD анализа је то што се, поред осталог, може добити врло квалитетан визуелни приказ и оних домена струјног поља која нису могла бити обухваћена Шлирен фотографијама. Тако се, на пример, на приказу поља брзина (слика 6.3) јасно виде вртложне зоне струјања у угловима задњег дела контролне запремине, од излаза из млазника до њеног краја. Међутим, треба напоменути да су овакве квалитативне верификације прорачуна од много већег значаја у случају анализа струјања са препрекама, јер је у тим случајевима структура струјног поља много комплекснија.



Слика 6.3 Поље брзине у прорачунској контролној запремини

#### 6.2 Кванитативна верификација прорачуна

Овај вид верификације подразумева поређења прорачунски добијених параметара струјања са вредностима мереним током експеримента. Први параметар чија верификација је обављена је Махов број на излазу. На слици 6.4 приказана је вредност Маховог броја дуж осе дивергентног дела млазника од грла до његовог излаза, добијена CFD анализом, на коме има истоветну вредност као током експеримента, а то је M = 2.6.



Слика 6.4 Прорачунски Махов број по оси дивергентног дела млазника



Слика 6.5 Прорачунски Махов број по висини излазног пресека млазника

Детаљнији приказ дат је на слици 6.5, где се види срачуната промена Маховог броја по висини излазног пресека млазника. У висини од  $\pm$  20 mm од осе млазника, вредност Маховог броја је 2.6, затим благо опада, да би у непосредној близини зидова, у домену граничног слоја, вредност прогресивно опала до нуле на зидовима (где је у FLUENT–у задат услов *no slip*).



Слика 6.6 Поређење притисака на доњем зиду дивергентног дела млазника



Слика 6.7 Поређење притисака на горњем зиду дивергентног дела млазника

Мерење статичких притисака на зидовима дивергентног дела млазника од изузетне је важности у анализи векторисања потиска пошто се, у случају спојлера, доминантна бочна компонента силе генерише стварањем разлике притисака на горњем и доњем зиду. У случају млазника без препреке на излазу, притисци на горњем и доњем зиду су исти. На сликама 6.6 и 6.7 приказана су поређења прорачунских вредности и вредности измерених током експеримента, при чему су добијена добра поклапања. Треба нагласити да CFD анализа, због симетричности струјног поља у празном млазнику, даје практично идентичне резултате за горњи и доњи зид, док мале разлике у екперименталним вредностима представљају неминовну грешку мерења.

Предности добро "калибрисаног" CFD прорачунског модела су и у томе што се њиме могу добити и многе друге корисне информације о природи струјног поља које, током експеримента, нису могле или нису биле квалитативно или квантитативно одређиване. Као пример може се узети срачуната промена Маховог броја по целокупној дужини контролне запремине, приказана на слици 6.8, где се координатни почетак налази у грлу млазника.



Слика 6.8 Промена Маховог броја дуж осе контролне запремине

Максимална прорачунска вредност Маховог броја у оси на излазу из контролне запремине је 3.46182, док је на њеном улазу, који се налази у домену коморе умирења реалног аеротунела, прорачунска вредност Маховог броја 0.0865289 (бројне вредности су написане са бројем децимала како их приказује FLUENT). Према извештају са овог испитивања (видети такође поглавље 5.3), референтни Махов број у комори умирења био је 0.086, што представља још један битан параметар у верификацији прорачунског модела.



Слика 6.9 Промена статичког притиска дуж осе контролне запремине



Слика 6.10 Промена температуре дуж осе контролне запремине



Слика 6.11 Промена густине дуж осе контролне запремине

Подаци добијени прорачуном, а који нису били мерени током испитивања, су нпр. расподеле статичког притиска, температуре и густине дуж осе комплетне контролне запремине (слике 6.9 ÷ 6.11). Генерално, CFD прорачун који је добро калибрисан према подацима из експеримента, омогућава врло широк спектар ретроактивних анализа и добијање детаљних увида у карактеристике струјног поља, што понекад не би било могуће коришћењем експерименталне опреме. На слици 6.12 приказан је степен турбуленције добијен прорачуном, који у тамноцрвеним зонама превазилази вредност од 10%.



Слика 6.12 Степен турбуленције струјног поља у контролној запремини

## Поглавље 7

# 7. Струјање у млазнику са раванском препреком - спојлером

#### 7.1 Утицај раванске препреке на струјање у млазнику

Када се на излазу из млазника налази раванска препрека, ствара се рециркулациона зона, која практично представља гасни клин, који доводи до скретања струје и појаве косог ударног таласа у млазнику. Струјно поље у млазнику, са стране на којој је постављена препрека, се мења (слика 7.1; Шлирен фотографија снимљена током експеримента конвертована је у сиву скалу, ради јаснијег приказа текста). При томе се у струјном пољу јављају и ударни таласи на врху препреке и изнад рециркулационе зоне.



Слика 7.1 Струјно поље у млазнику са раванском препреком на доњем зиду
До места на доњем зиду дивергентног дела млазника, на коме почиње отцепљење изазвано присуством ударног таласа, расподела притиска одговара расподели у млазнику без препреке (слика 7.2). Затим долази до наглог скока притиска у релативно краткој зони, након које притисак остаје приближно константан (тзв. плато зона) до близине излазног пресека, односно препреке, где поново расте [8]. Асиметрична расподела притиска на зидовима дивергентног дела млазника доводи до генерисања бочне силе која се користи за управљање, али и до аксијалне силе супротне сили потиска, на коју утиче расподела притиска на препреци. При истом Маховом броју на излазу из млазника, облик и положај ударног таласа и рециркулационе зоне, а самим тим и расподеле притиска, зависе од степена засенчења излазног пресека, величине зазора (процепа) између препреке и млазника, облика и нагиба препреке.



Слика 7.2 Шема расподеле притиска по зидовима дивергентног дела млазника; осенчена област дефинише разлику притисака на горњем и доњем зиду

### 7.2 Квалитативна верификација прорачуна

Аналогно анализи струјања у празном млазнику, и у овом случају струјна поља забележена током експеримената коришћењем Шлирен фотографија, поређена су са структурама поља градијента густине (CFD Post), брзине и Маховог броја (FLUENT), одређеним током CFD анализа за номинални Махов број 2.6 на излазу. Упоредни прикази дати су на сликама 7.3 ÷ 7.8.



Слика 7.3 Засенчење 10% излазног пресека без процепа: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)



Слика 7.4 Засенчење 10% излазног пресека, процеп 1.2%: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)



Слика 7.5 Засенчење 20% излазног пресека без процепа: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)



Слика 7.6 Засенчење 20% излазног пресека, процеп 1.2%: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)



Слика 7.7 Засенчење 30% излазног пресека без процепа: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)



Слика 7.8 Засенчење 30% излазног пресека, процеп 1.2%: Шлирен и градијент густине (горе), брзина (у средини) и Махов број (доле)

Као што је већ напоменуто, као репрезентативни су анализирани случајеви са 10%, 20% и 30% засенчења без процепа, као и са процепом од 1.2% (у односу на висину излазног пресека) између спојлера и доње излазне ивице млазника. На приказима добијеним CFD анализом јасно се могу видети ударни таласи, рециркулационе зоне и домени експанзије струјања.

За све случајеве препреке са процепом, коси ударни талас налази се нешто ближе излазу млазника него у случајевима без процепа, што је последица прострујавања између спојлера и излаза. Ово је потврђено како визуелном инспекцијом, тако и мерењем и одређивањем његовог релативног положаја на дела доњем зиду дивергентног млазника, користећи одговарајуће експерименталне и прорачунске визуелне приказе. Исто важи и за угловности косог ударног таласа, за које су постигнута добра поклапања са експериментом, као и за домен и форму рециркулационих зона и зона експанзије. При томе се, задавањем одговарајућег дијапазона приказа вредности градијента густине, у оквиру CFD Post-а, може постићи бољи "контраст" и јасније дефинисати и издвојити контуре ударних таласа унутар струјног поља, него што је то било могуће на Шлирен фотографијама. Као што је поменуто у претходном поглављу, CFD Post приказује градијент густине по апсолутној вредности, па су нагле промене густине у домену ударних таласа и у експанзионим зонама приказане истим спектром боја.

На приказима поља брзине и Маховог броја за све анализиране случајеве може се уочити висока комплексност струјног поља генерисаног раванском препреком. При томе је предност CFD анализе то што се њом добијају изузетно детаљни прикази струјања у оквиру комплетне контролне запремине, укључујући и домене који нису ухваћени на приказаним Шлирен фотографијама. Пример је прострујавање кроз процеп између спојлера и зидова – због мале величине процепа и угла камере, процепи од 1.2% нису видљиви на Шлирену. С друге стране, на прорачунским приказима брзине и Маховог броја, види се да се процеп понаша слично грлу млазника - у њега улази подзвучна струја из рециркулационе зоне, кроз њега се креће практично окозвучно, а на његовом излазу локално достиже надзвучну брзину и затим се у оквиру "репића" променљивог Маховог броја улива у струју иза млазника.

#### 7.3 Квантитативна верификација прорачуна

Квантитативна верификација прорачуна фокусирана је на поређење разлика притисака на горњем и доњем зиду дивергентног дела млазника, добијених експериментално и прорачунски за разне степене засенчења, без процепа и са процепом. Наиме, бочна сила управљања код овог типа векторисања потиска управо је последица *разлике* притисака који делују на горњи и доњи зид млазника, створене појавом ударног таласа на једном од њих (за разлику од нпр. млазног крилца, где се сила управљања примарно генерише као последица разлике притисака створене на самом крилцу, променом његовог нападног угла у односу на гасну струју; о овоме ће више речи бити у наредном поглављу).

Дијаграми расподеле статичког притиска за разматране случајеве дати су на сликама 7.9 ÷ 7.14, при чему су притисци добијени CFD анализом приказани као континуалне криве почев од грла млазника, док су експериментални резултати дати као дискретне вредности на одговарајућим мерним местима, дефинисаним самом конструкцијом мерне инсталације. Прорачунске вредности добијене су алгоритмом детаљно описаним у поглављу 5, на "28" мрежама.

Прорачуни за препреке са 10% засенчења, без процепа и са њим, нису представљали велики проблем за финално установљен глобални прорачунски модел и конвергенција је достигнута након 4000 ÷ 4500 итерација. (Овоме је јасно, током иницијалног развоја прорачунског модела, претходио јако велики број пробних прорачуна са много споријом конвергенцијом у смислу броја итерација и нижом тачношћу резултата.) Поред тога, само за ове случајеве засенчења, "H" и "2B" мреже давале су практично подједнак квалитет резултата, што са већим степенима засенчења није био случај. У контексту практичне инжењерске примене, поклапања срачунатих и експериментално добијених вредности разлика притисака између платоа притиска на доњем зиду и притиска непоремећене струје на горњем зиду (слике 7.9 и 7.10), за оба случаја су врло добра.



Слика 7.9 Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 10% излазног пресека без процепа



Слика 7.10 Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 10% излазног пресека, процеп 1.2%



Слика 7.11 Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 20% излазног пресека без процепа



Слика 7.12 Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 20% излазног пресека, процеп 1.2%



Слика 7.13 Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 30% излазног пресека без процепа



Слика 7.14 Притисак на зидовима дивергентног дела млазника: засенчење 30% излазног пресека, процеп 1.2%

Са порастом степена засенчења, потребан број итерација до пуне конвергенције решења прогресивно је растао – за случајеве са 20% засенчења око 10000 итерација, док је за 30% засенчења било потребно 18000 ÷ 20000 итерација. За исте прорачуне обављене на "*H*" мрежама потребан број итерација био је практично исти, али је квалитет резултата био нешто лошији.

Генерални тренд који се уочава јесте да су прорачунски притисци како на горњем, тако и на доњем зиду дивергентног дела млазника, нешто мало мањи од вредности добијених експериментом (овакав тренд прорачунских резултата у односу на експеримент констатован је и у [8], где је коришћена друга прорачунска метода). Међутим, како је већ наглашено, пошто силу управљања генерише разлика притисака (видети такође осенчену област на слици 7.2), може се сматрати да срачунате области *разлике* притисака на доњем и горњем зиду дају сасвим задовољавајућа поклапања са експериментом у смислу инжењерске примене.

Треба напоменути и то да су прорачунати скокови притиска на доњем зиду, услед појаве косог ударног таласа, наглији и јасније изражени него они добијени експериментом. Прорачуни приказани у овом поглављу рађени су са глатким зидовима. Претходни пробни прорачуни, вршени са различитим задатим храпавостима зидова које би се могле очекивати у практичним извођењима експерименталне инсталације, нису дали никакве видне разлике у срачунатим вредностима и тренду промене притиска, па су зато прорачуни враћени на домен глатких површина. С друге стране, отвори за даваче притиска у реалној инсталацији, ма како мали били, утицали су на узнемирење струјног поља у равни симетрије млазника и на нешто раније одвајање граничног слоја, па самим тим и блажи скок притиска у односу на прорачунске вредности (симулацију оваквих отвора у случају 2D CFD анализе није могуће вршити).

С обзиром на комплексност анализираних струјних поља у овом поглављу, а нарочито у случају раванске препреке са 30% засенчења без процепа и са њим, примењени прорачунски модел показао је робусност и погодност да се користи за упоредне анализе и других типова препрека намењених векторисању потиска.

## Поглавље 8

# 8. Струјање у млазнику са млазним крилцем

### 8.1 CFD анализа млазних крилаца тетиве 70 mm

Након установљавања прорачунског CFD модела и методологије генерисања мреже и њихове верификације на репрезентативним случајевима струјања у млазнику са раванском препреком - спојлером на излазу, иста сетовања CFD модела за прорачун струјања у млазнику искоришћена су као "виртуелни аеротунел" за анализу још једног типа уређаја за управљање вектором потиска (УВП). То су млазна крилца (енгл. *jet vanes*) која, како је већ напоменуто, нису била тестирана током аеротунелских испитавања приказаних у извештају [1]. Као и у случају CFD прорачуна спојлера, референтни Махов број на излазу из млазника за прорачуне млазног крилца је био M = 2.6, коме одговара геометрија млазника приказана на слици 4.1. То је омогућило накнадне компаративне анализе ових уређаја за УВП.

За све 2D анализе млазног крилца приказане у овом поглављу усвојен је ромбоидни, тј. двоструко симетрични клинасти аеропрофил, који у надзвучној струји има минимални отпор облика при датој релативној дебљини. С друге стране, сходно конкретно усвојеној конструктивној концепцији, у употреби се могу наћи и други аеропрофили; њихова нападна ивица може бити заобљена, што са становишта отпора није повољно, али се овим редукују ефекти абразије нападне ивице, итд. За анализе у овом одељку изабрана је релативна дебљина од 10% и тетива од 70 mm (48% висине излазног пресека млазника) с којом се, при усвојеном максималном отклону од  $\delta = 40^{\circ}$ , генерише 31% ефективног засенчења (30%) који је претходно био разматран у случају спојлера.



Слика 8.1 Мрежа коришћена у анализи крилца V1 при нултом отклону



Слика 8.2 Мрежа коришћена у анализи крилца V1 при отклону  $\delta = 40^{\circ}$ 



Слика 8.3 Мрежа коришћена у анализи крилца V2 при нултом отклону



Слика 8.4 Мрежа коришћена у анализи крилца V2 при отклону  $\delta\!=40^{\circ}$ 



Слика 8.5 Мрежа коришћена у анализи крилца V3 при нултом отклону



Слика 8.6 Мрежа коришћена у анализи крилца V3 при отклону  $\delta\!=40^{\rm o}$ 



Слика 8.7 Мрежа коришћена у анализи крилца V4 при нултом отклону



Слика 8.8 Мрежа коришћена у анализи крилца V4 при отклону  $\delta\!=40^{\rm o}$ 

#### 8.1.1 Квалитативна анализа

Нумерички су анализиране четири различите конструктивне конфигурације млазник – млазно крилце, означене као верзије V1 ÷ V4, при чему је у свим случајевима шарнирна (обртна) оса крилца постављена на средини тетиве аеропрофила. Мреже коришћене за њихову анализу формиране су по истим принципима као 2*B* мреже употребљене у анализи спојлера, водећи рачуна о броју елемената и факторима згушњавања. На сликама 8.1 ÷ 8.8 дати су примери ових мрежа, из којих се може видети разлика међу разматраним конфигурацијама. При томе је број елемената мреже за млазна крилца типова V1 ÷ V3 био око 296000, док је за верзију V4, због физички мање контролне запремине и неопходне компатибилности густине са осталим случајевима, коришћена мрежа од 225000 елемената. Детаљнији приказ мреже у околини крилца може се видети у примеру на слици 5.12.

Унутрашње крилце, означено као крилце V1 на сликама 8.1 и 8.2, смештено је у оси дивергентног дела млазника, са излазном ивицом на самом излазу при нултом отклону. Крилце V2 смештено је у оси млазника са обртном осом на његовом излазу (слике 8.3 и 8.4). Спољашње крилце V3 (слике 8.5 и 8.6) постављено је изван млазника, тако да се нападна ивица крилца при нултом отклону налази на излазном пресеку млазника. Унутрашње крилце означено као V4 (слике 8.7 и 8.8) представља модификацију верзије крилца V3, коме је додата спољашња облога. Наиме, у случају 3D конфигурација, обртне осе крилаца V3 налазиле би се нпр. на задњим крилима ракете делимично истуреним иза млазника, док би за крилца конфигурације V4 као носач крилаца био примењен цилиндрични додатак - наставак иза млазника.

За квалитативне анализе струјања у овом поглављу коришћени су прикази поља брзина и Маховог броја. При томе треба имати на уму да је, у претходном поглављу, коришћен и приказ градијената густине, у циљу што прецизнијег поређења срачунатих положаја и угловности ударних таласа са Шлирен фотографијама, док с друге стране, поља брзине и Маховог броја дају бољи квалитативни увид у врло комплексну структуру струјних поља која су анализирана у овој дисертацији. Ови прикази за све анализиране случајеве млазних крилаца и њихових отклона дати су на сликама 8.9 ÷ 8.16.



Слика 8.9 Поље брзина при отклону крилца $\delta\!=\!0^{\rm o}$ 



Слика 8.10 Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta\!=\!0^{\rm o}$ 



Слика 8.11 Поље брзина при отклону крилца $\delta\!=15^{\rm o}$ 



Слика 8.12 Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta\!=\!15^{\rm o}$ 



Слика 8.13 Поље брзина при отклону крилца $\delta\!=30^{\rm o}$ 



Слика 8.14 Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta\!=30^{\rm o}$ 



Слика 8.15 Поље брзина при отклону крилца $\delta\!=40^{\rm o}$ 



Слика 8.16 Поље Маховог броја при отклону крилца $\delta\!=40^{\rm o}$ 

Иницијални прорачуни извршени су за случај нултог отклона крилаца  $(\delta = 0^{\circ})$ . Добијена поља брзина приказана су на слици 8.9, а поља Махових бројева на слици 8.10. Иако у овом случају крилца нису отклоњена, укупна сила потиска је смањена, што је последица отпора облика крилца (на сликама 8.9 и 8.10 јасно се види вртложни траг иза крилаца). Ово се не дешава у случају спојлера, који, када нису извучени, немају утицаја на струјно поље у млазнику.

Анализирани су и случајеви отклона крилаца за углове  $\delta = 15^{\circ}$ ,  $\delta = 30^{\circ}$  и  $\delta = 40^{\circ}$ , а одговарајућа поља брзина и Махових бројева приказана су на сликама 8.11 ÷ 8.16.

Примарна сила управљања, односно бочна сила, генерише се на крилцу и пропорционална је углу његовог отклона. У случајевима када ударни талас који се формира на нападној ивици крилца не долази у контакт зидом млазника, укупну силу управљања генерише само крилце. Наиме, у овом случају расподеле статичког притиска на горњем и на доњем зиду дивергентног дела млазника остају исте, тако да се на зидовима генеришу нормалне силе једнаких интензитета, а супротних смерова, које се међусобно поништавају. Са друге стране, у случајевима отклона крилаца када ударни талас на његовој нападној ивици долази у додир са дивергентним делом млазника, мења се расподела статичког притиска на зиду. При отклону носа крилца наниже (сви разматрани случајеви односе се на овај смер отклона), ударни талас додирује горњи зид млазника, па долази до пораста статичког притиска на зиду иза ударног таласа. Услед тога се на зиду генерише додатна бочна сила која је супротног смера од нормалне силе која се генерише на крилцу, чиме се умањује ефикасност управљања.

Када се испред крилца на већим угловима отклона формира одвојени ударни талас, може се десити да он битно утиче на расподеле притиска на оба зида дивергентног дела млазника. У том случају на горњем зиду иза ударног таласа генерише се сила која умањује управљачку силу, док се на доњем зиду генерише сила која доприноси примарној сили управљања генерисаној крилцем. Укупна сила управљања је једнака збиру свих ових компонената сила, и зависи од димензија крилца, његовог угла отклона и примењене конфигурације млазник-крилце. Сви описани случајеви могу се видети на сликама 8.9 ÷ 8.16.

Када је угао отклона крилца  $\delta = 0^\circ$ , струјна слика у горњој и доњој половини домена је симетрична, а резултујућа бочна сила једнака је нули. При отклону од

 $\delta = 15^{\circ}$ , сви коси ударни таласи су везани за нападну ивицу крилца и не додирују зидове (ни спољашњу облогу) млазника. Изузетак је случај крилца верзије V1, у којем ударни талас додирује саму ивицу горњег зида млазника, тако да се, као последица, јавља релативно мали негативан утицај на укупну бочну силу.

При углу отклона од  $\delta = 30^{\circ}$  на нападној ивици крилаца формирају се одвојени ударни таласи. У случајевима V2 и V3, они не додирују зидове млазника, тако да ефикасност управљања ове две верзије није умањена. Насупрот томе, у верзијама V1 и V4 одвојени ударни таласи налазе се унутар зидова (односно облоге) млазника и стварају сложену струјну слику, у оквиру које је утицај горњег и доњег зида много израженији и неповољан је по генерисање жељене бочне компоненте вектора потиска.



Слика 8.17 Поље градијента густине за крилце V1 и отклон  $\delta = 40^{\circ}$ 

Коначно, при отклону од  $\delta = 40^{\circ}$ , једино у верзији V3 ударни талас се простире ван домена зидова млазника, доку верзији V2 он утиче на расподелу притиска и на горњем и на доњем зиду млазника. Са друге стране, ударни таласи у верзијама V1 и V4 су изразито удаљени од нападне ивице и стварају комплексну струјну слику унутар млазника. Ово се може уочити и на приказу поља градијента густине – пример за верзију V1 и отклон  $\delta = 40^{\circ}$  дат је на слици 8.17. Међутим, на овој слици такође долази до изражаја проблем CFD Post-а који приказује апсолутне вредности градијената густине (исте бројне вредности при компресији и експанзији су у истој боји), па су се стога прикази поља Маховог броја и брзина, у случају млазних крилаца, показали погоднијим за квалитативне анализе.

# 8.1.2 Квантитативна анализа резултата и поређење млазних крилаца и спојлера

У циљу вршења квантитативног поређења два система за управљање потиском, спојлера и млазних крилаца усвојених геометрија, потребно је одредити нормалне и аксијалне компоненте сила.

За случај коничног млазника без препрека на излазу, аксијална сила потиска [53] може се одредити из једначине:

$$F_0 = \dot{m}_{iz} V_{iz} + (p_{iz} - p_0) A_{iz}$$
(8.1)

где је  $\dot{m}_{iz}$  масени проток на излазу,  $V_{iz}$  је компонента брзине пропулзивне струје управна на излазну површину млазника  $A_{iz}$ ;  $p_{iz}$  је статички притисак на излазу, а  $p_0$  амбијентални статички притисак ван млазника. У случају ракетних пропулзивних система,  $F_0$  је такође бројно једнака суми аксијалних сила које делују на унутрашње зидове млазника и коморе сагоревања. Са друге стране, у случају симулације струјања кроз млазник (реални или виртуелни),  $F_0$  се може формално изразити и на следећи начин:

$$F_{0} = -\dot{m}_{g}V_{g} - (p_{g} - p_{0})A_{g} + F_{DGX} + F_{DDX}$$
(8.2)

У овом случају, претпоставља се да постоји само изоловани домен дивергентног дела млазника, од грла до излазног пресека; прва два члана у једначини (8.2) репрезентују утицај комлетне инсталације испред грла (вредности у грлу, означене индексом "g"), док су  $F_{DGX}$  и  $F_{DDX}$  аксијалне компоненте сила које делују на горњи, односно доњи зид дивергентног дела млазника. Прорачуни извршени у FLUENT-у, коришћењем његових могућности рачунања масеног протока, интеграла брзине и притиска по задатим пресецима, као и сила и компонената сила на зидовима, показали су врло добра поклапања између једначина (8.1) и (8.2) за случај млазника без препреке. Ово је од суштинског значаја за прорачун силе потиска млазника са препреком (спојлером или крилцем) на излазу, зато што у неким од ових случајева примена једначине (8.1) може бити доста компликована.

Користећи претходни принцип, за прорачун аксијалне компоненте силе потиска примењена је једначина:

$$F_{X} = -\dot{m}_{g}V_{g} - (p_{g} - p_{0})A_{g} + F_{DGX} + F_{DDX} + F_{PX}$$
(8.3)

Последњи члан  $F_{PX}$  (где индекс "*P*" означава препреку) представља аксијалну компоненту силе која делује на млазно крилце, или на домен спојлера изложен излазној струји. За прорачун нормалне компоненте силе потиска коришћена је следећа једначина:

$$F_{Y} = F_{DGY} + F_{DDY} + F_{PY}$$
(8.4)

При томе је потребно обратити пажњу на правилно одређивање предзнака свих компоненти у једначинама (8.3) и (8.4).

Добијене аксијалне и нормалне компоненте силе потиска за различите степене засенчења у случају спојлера, односно за различите отклоне крилца, уобичајено се представљају као релативне вредности у односу на силу потиска празног млазника (без препреке)  $F_0$ , и могу се означити као  $F_X/F_0$  и  $F_Y/F_0$ .

Угао скретања силе потиска рачуна се као:

$$\varphi = \operatorname{atan}\left(F_{Y}/F_{X}\right) \tag{8.5}$$

Срачунате вредности компонената сила за разматране случајеве препрека приказане су у табелама 8.1 ÷ 8.6, док су релативне вредности компонената силе, релативна резултујућа сила и углови скретања вектора потиска дати у табелама 8.7 ÷ 8.12.

| Засенчење 0%         |           |                      |                      |           |          |         |             |         |  |
|----------------------|-----------|----------------------|----------------------|-----------|----------|---------|-------------|---------|--|
| Див. зид доњи        |           | Див. зид горњи       |                      | Спојлер   |          | Грло    | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$            | $F_{DDY}$ | $F_{DGX}$            | $F_{DGY}$            | $F_{PX}$  | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X = F_0$ | $F_{Y}$ |  |
| -134.0               | -474.9    | -134.0               | 474.9                | 0         | 0        | -1597.0 | -1865.0     | 0       |  |
|                      |           |                      | Зас                  | сенчење 1 | 0%       |         |             |         |  |
| Див. зид доњи        |           | Див. зид горњи       |                      | Спојлер   |          | Грло    | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$            | $F_{DDY}$ | $F_{DGX}$            | $F_{DGY}$            | $F_{PX}$  | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -183.7               | -607.3    | -130.9               | 466.1                | 76.4      | -3.3     | -1583.0 | -1821.2     | -144.5  |  |
|                      |           |                      | Зас                  | сенчење 2 | 20%      |         |             |         |  |
| Див. зи              | д доњи    | Див. зид горњи       |                      | Спојлер   |          | Грло    | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$            | $F_{DDY}$ | $F_{DGX}$            | $F_{DGY}$            | $F_{PX}$  | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -243.4               | -767.0    | -128.6               | 458.1                | 202.8     | -1.0     | -1572.5 | -1741.7     | -309.9  |  |
| Засенчење 30%        |           |                      |                      |           |          |         |             |         |  |
| Див. зид доњи        |           | Див. зид горњи       |                      | Спојлер   |          | Грло    | Укупн       | а сила  |  |
| $\overline{F_{DDX}}$ | $F_{DDY}$ | $\overline{F_{DGX}}$ | $\overline{F_{DGY}}$ | $F_{PX}$  | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -313.1               | -956.6    | -129.1               | 459.2                | 373.4     | -0.2     | -1572.7 | -1641.5     | -497.6  |  |

Табела 8.2 Прорачунске вредности сила [N] за спојлер са процепом 1.2%

| Засенчење 0%  |               |                |           |           |          |         |             |         |  |  |
|---------------|---------------|----------------|-----------|-----------|----------|---------|-------------|---------|--|--|
| Див. зид доњи |               | Див. зид горњи |           | Спојлер   |          | Грло    | Укупна сила |         |  |  |
| $F_{DDX}$     | $F_{DDY}$     | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$  | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X = F_0$ | $F_{Y}$ |  |  |
| -134.0        | -474.9        | -134.0         | 474.9     | 0         | 0        | -1597.0 | -1865.0     | 0       |  |  |
|               |               |                | Зас       | сенчење 1 | 0%       |         |             |         |  |  |
| Див. зи       | д доњи        | Див. зид горњи |           | Спојлер   |          | Грло    | Укупна сила |         |  |  |
| $F_{DDX}$     | $F_{DDY}$     | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$  | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| -177.8        | -591.1        | -130.4         | 464.6     | 79.5      | -3.1     | -1577.8 | -1806.5     | -129.7  |  |  |
|               | Засенчење 20% |                |           |           |          |         |             |         |  |  |
| Див. зи       | д доњи        | Див. зид горњи |           | Спојлер   |          | Грло    | Укупна сила |         |  |  |
| $F_{DDX}$     | $F_{DDY}$     | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$  | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| -235.5        | -745.1        | -128.3         | 456.8     | 206.8     | -0.7     | -1567.3 | -1724.3     | -289.0  |  |  |
| Засенчење 30% |               |                |           |           |          |         |             |         |  |  |
| Див. зи       | д доњи        | Див. зид горњи |           | Спојлер   |          | Грло    | Укупн       | а сила  |  |  |
| $F_{DDX}$     | $F_{DDY}$     | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$  | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| -302.8        | -928.0        | -128.6         | 457.6     | 376.8     | 0.0      | -1567.3 | -1621.9     | -470.4  |  |  |

|                              |           |                | 0         | гклон $\delta =$                     | 0°       |         |             |         |  |
|------------------------------|-----------|----------------|-----------|--------------------------------------|----------|---------|-------------|---------|--|
| Див. зи                      | д доњи    | Див. зи        | д горњи   | оњи Крилце<br>доњака/горњака Грло Ул |          | Укупн   | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$                    | $F_{DDY}$ | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                             | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_{X}$     | $F_{Y}$ |  |
| -129.0                       | -458.5    | -129.0         | 458.5     | 8.6                                  | 127.5    | -1560.1 | -1800.9     | 0.0     |  |
|                              |           | 12010          | .00.0     | 8.6                                  | -127.5   | 100011  | 100000      | 0.0     |  |
|                              |           | I              | От        | клон $\delta =$                      | 15°      |         | I           |         |  |
| Див. зи                      | д доњи    | Див. зи        | д горњи   | Крилце<br>доњака/горњака             |          | Грло    | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$                    | $F_{DDY}$ | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                             | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -128.7                       | -457.5    | -151.8         | 510.7     | -6.0                                 | 33.4     | -1560.1 | 1742.0      | -222.7  |  |
| -128.7                       | -437.3    | -151.0         | 519.7     | 104.6                                | -318.4   | -1300.1 | -1742.0     |         |  |
| Отклон $\delta = 25^{\circ}$ |           |                |           |                                      |          |         |             |         |  |
| Див. зид доњи                |           | Див. зид горњи |           | Крилце<br>доњака/горњака             |          | Грло    | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$                    | $F_{DDY}$ | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                             | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -135.0                       | -475.0    | -221.8         | 710.5     | -5.4                                 | 14.0     | -1560.0 | 1692.5      | -205.3  |  |
| -155.0                       | -775.0    | -221.0         | /10.5     | 239.7                                | -454.8   | -1500.0 | -1002.5     | -205.5  |  |
|                              |           | •              | От        | тклон $\delta = 1$                   | 30°      |         |             |         |  |
| Див. зи                      | д доњи    | Див. зи        | д горњи   | Крилце<br>доњака/горњака             |          | Грло    | Укупн       | а сила  |  |
| $F_{DDX}$                    | $F_{DDY}$ | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                             | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -154.5                       | -528 /    | _201 /         | 900 /     | -4.4                                 | 8.0      | -1560.0 | -1644.8     | -207.8  |  |
| -134.3                       | -526.4    | -291.4         | 900.4     | 365.6                                | -587.9   | -1300.0 | -1044.8     | -207.8  |  |
|                              |           |                | От        | клон $\delta = \delta$               | 40°      |         |             |         |  |
| Див. зи                      | д доњи    | Див. зид горњи |           | Крилце<br>доњака/горњака             |          | Грло    | Укупн       | а сила  |  |
| $F_{DDX}$                    | $F_{DDY}$ | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                             | $F_{PY}$ | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -289.6                       | -895 3    | -481 4         | 1417 5    | -9.0                                 | 10.3     | -1559.9 | -1655 7     | -247 5  |  |
| -207.0                       | -095.5    | -+01.4         | 141/.3    | 684.2                                | -779.9   | -1557.7 | -1033.7     | -247.3  |  |

Табела 8.3 Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V1

|                      |                              |                      | 0                        | гклон $\delta =$         | 0°             |             |             |         |  |  |
|----------------------|------------------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|----------------|-------------|-------------|---------|--|--|
| Див. зи              | д доњи                       | Див. зи,             | д горњи                  | Кри<br>доњака/           | лце<br>горњака | Грло        | Укупн       | а сила  |  |  |
| $F_{DDX}$            | $F_{DDY}$                    | $F_{DGX}$            | $F_{DGY}$                | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$     | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| -128.8               | -457.9                       | -128.8               | 457.9                    | 6.0                      | 89.4           | -1560.2     | -1805.9     | 0.0     |  |  |
| 120.0                | -57.5                        | 120.0                | -107.9                   | 6.0                      | -89.4          | 1500.2      | 1005.7      | 0.0     |  |  |
|                      | Отклон $\delta = 15^{\circ}$ |                      |                          |                          |                |             |             |         |  |  |
| Див. зи              | Див. зид доњи Див. зид горњи |                      | Крилце<br>доњака/горњака |                          | Грло           | Укупна сила |             |         |  |  |
| $F_{DDX}$            | $F_{DDY}$                    | $F_{DGX}$            | $F_{DGY}$                | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$     | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| 128.0                | 158.2                        | 128.6                | 157.2                    | -3.7                     | 22.1           | 1560.2      | -1746.2     | -210.5  |  |  |
| -120.9               | -430.2                       | -128.0               | 437.3                    | 75.2                     | -231.8         | -1300.2     |             |         |  |  |
|                      | Отклон $\delta = 30^{\circ}$ |                      |                          |                          |                |             |             |         |  |  |
| Див. зи              | Див. зид доњи Див. зид горњи |                      | д горњи                  | Крилце<br>доњака/горњака |                | Грло        | Укупна сила |         |  |  |
| $F_{DDX}$            | $F_{DDY}$                    | $F_{DGX}$            | $F_{DGY}$                | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$     | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| 128.0                | _158.3                       | -128.6               | 157.2                    | -2.4                     | 5.3            | -1560.2     | -1565.0     | -30/ 7  |  |  |
| -120.9               | -438.5                       | -128.0               | 437.2                    | 254.2                    | -398.9         | -1300.2     | -1303.9     | -394./  |  |  |
|                      |                              |                      | От                       | клон $\delta = \delta$   | 40°            |             |             |         |  |  |
| Див. зид доњи        |                              | Див. зид горњи       |                          | Крилце<br>доњака/горњака |                | Грло        | Укупна сила |         |  |  |
| $\overline{F_{DDX}}$ | $F_{DDY}$                    | $\overline{F_{DGX}}$ | $F_{DGY}$                | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$     | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| -157.5               | -535.2                       | -196.0               | 638 /                    | -1.1                     | 0.9            | -1560.2     | -1459 4     | _/18_1  |  |  |
| -137.3               | -555.2                       | -190.0               | 050.4                    | 455.3                    | -522.2         | -1300.2     | -1459.4     | -410.1  |  |  |

Табела 8.4 Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V2

|                  |                              |                | 0                        | гклон $\delta =$         | 0°              |             |             |         |  |  |
|------------------|------------------------------|----------------|--------------------------|--------------------------|-----------------|-------------|-------------|---------|--|--|
| Див. зи          | д доњи                       | Див. зи,       | д горњи                  | Кри<br>доњака/           | ілце<br>горњака | Грло        | Укупн       | а сила  |  |  |
| $F_{DDX}$        | $F_{DDY}$                    | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$                | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$     | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| -128.2           | -456.0                       | -128.2         | 456.0                    | 4.9                      | 71.0            | -1558 5     | -1805 1     | 0.0     |  |  |
| 120.2            | 450.0                        | 120.2          | 450.0                    | 4.9                      | -71.0           | 1550.5      | 1005.1      | 0.0     |  |  |
|                  |                              |                | От                       | клон $\delta =$          | 15°             |             |             |         |  |  |
| Див. зи          | Див. зид доњи Див. зид горњи |                | Крилце<br>доњака/горњака |                          | Грло            | Укупна сила |             |         |  |  |
| $F_{DDX}$        | $F_{DDY}$                    | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$                | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$     | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| 128.4            | 156 1                        | 128.0          | 155 A                    | -2.5                     | 16.0            | -1558.6     | -1756.3     | -173.6  |  |  |
| -120.4           | 4 -430.4                     | -128.0         | 433.4                    | 61.1                     | -188.6          |             |             |         |  |  |
|                  | Отклон $\delta = 30^{\circ}$ |                |                          |                          |                 |             |             |         |  |  |
| Див. зид доњи Ди |                              | Див. зид горњи |                          | Кри<br>доњака/           | лце<br>горњака  | Грло        | Укупна сила |         |  |  |
| $F_{DDX}$        | $F_{DDY}$                    | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$                | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$     | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |  |
| -128.5           | -456.7                       | -127.8         | 454.8                    | -1.4                     | 3.5             | -1558.6     | -1508 7     | -340.5  |  |  |
| -120.5           | -430.7                       | -127.8         | 454.0                    | 217.6                    | -342.1          | -1558.0     | -1398.7     |         |  |  |
|                  |                              |                | От                       | клон $\delta = \delta$   | 40°             |             |             |         |  |  |
| Див. зид доњи    |                              | Див. зид горњи |                          | Крилце<br>доњака/горњака |                 | Грло        | Укупна сила |         |  |  |
| $F_{DDX}$        | $F_{DDY}$                    | $F_{DGX}$      | $F_{DGY}$                | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$     | $F_{X}$     | $F_{Y}$ |  |  |
| -128.5           | -456.9                       | -128.2         | 455.6                    | -0.1                     | -0.2            | -1558.6     | -1477.6     | -379.8  |  |  |
| -120.5           |                              | -120.2         | ч.55.0                   | 337.8                    | -378.3          | 1550.0      | 17/7.0      | -319.0  |  |  |

Табела 8.5 Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V3

|                               |                   |                                | 0               | гклон $\delta =$         | 0°             |         |             |         |  |
|-------------------------------|-------------------|--------------------------------|-----------------|--------------------------|----------------|---------|-------------|---------|--|
| Див. зи,<br>облога            | д доњи/<br>а доле | Див. зид горњи/<br>облога горе |                 | Крилце<br>доњака/горњака |                | Грло    | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$                     | F <sub>DDY</sub>  | $F_{DGX}$                      | $F_{DGY}$       | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$ | $F_X$ $F_Y$ |         |  |
| -130.0<br>1.1                 | -460.5<br>-195.0  | -130.0<br>1.1                  | 460.5<br>195.0  | 4.9<br>4.9               | 70.9<br>-70.9  | -1558.5 | -1806.5     | 0.0     |  |
|                               |                   |                                | От              | клон $\delta =$          | 15°            |         | •           |         |  |
| Див. зид доњи/<br>облога доле |                   | Див. зид горњи/<br>облога горе |                 | Крилце<br>доњака/горњака |                | Грло    | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$                     | $F_{DDY}$         | $F_{DGX}$                      | $F_{DGY}$       | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -130.2<br>1.1                 | -460.9<br>-194.2  | -129.8<br>1.1                  | 459.9<br>195.6  | -2.5<br>61.1             | 16.0<br>-188.6 | -1558.6 | -1757.7     | -172.2  |  |
| Отклон $\delta = 25^{\circ}$  |                   |                                |                 |                          |                |         |             |         |  |
| Див. зид доњи/<br>облога доле |                   | Див. зид горњи/<br>облога горе |                 | Крилце<br>доњака/горњака |                | Грло    | Укупна сила |         |  |
| $F_{DDX}$                     | $F_{DDY}$         | $F_{DGX}$                      | $F_{DGY}$       | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -130.2<br>0.9                 | -461.1<br>-275.6  | -189.3                         | 619.3<br>412.8  | -23.7<br>255.9           | 49.4           | -1558.6 | -1645.5     | -176.0  |  |
|                               |                   |                                | От              | клон $\delta = 1$        | 30°            |         | 1           |         |  |
| Див. зи,<br>облога            | д доњи/<br>а доле | Див. зид горњи/<br>облога горе |                 | Крилце<br>доњака/горњака |                | Грло    | Укупн       | а сила  |  |
| $F_{DDX}$                     | $F_{DDY}$         | $F_{DGX}$                      | $F_{DGY}$       | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -162.0<br>0.6                 | -545.7<br>-348.8  | -212.4                         | 681.8<br>449.5  | -30.9<br>335.0           | 52.0<br>-556.9 | -1558.6 | -1628.8     | -268.1  |  |
|                               | 0.010             | 0.0                            | От              | клон $\delta = \delta$   | 40°            |         | I           |         |  |
| Див. зи,<br>облога            | д доњи/<br>а доле | Див. зид горњи/<br>облога горе |                 | Крилце<br>доњака/горњака |                | Грло    | Укупн       | а сила  |  |
| $F_{DDX}$                     | $F_{DDY}$         | $F_{DGX}$                      | $F_{DGY}$       | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$       | $F_{G}$ | $F_X$       | $F_{Y}$ |  |
| -284.6<br>1.3                 | -877.0<br>-522.2  | -342.3<br>-0.3                 | 1034.0<br>667.0 | -33.6<br>574.1           | 39.9<br>-626.4 | -1558.6 | -1644.0     | -284.7  |  |

| Табела  | 8 6 Пn | опачунске | врелности | сила [N] | за мпазно   | крище  | V4 |
|---------|--------|-----------|-----------|----------|-------------|--------|----|
| 1 aocha | 0.0 mp | opasynere | вредности |          | j sa mnasho | крилце | vт |
| Релативно | Релативна | Релативна     | Релативна   | Угао    |
|-----------|-----------|---------------|-------------|---------|
| засенчење | аксијална | бочна сила    | резултујућа | вектора |
|           | сила      |               | сила        | потиска |
| [%]       | $F_X/F_0$ | $F_{Y}/F_{0}$ | $F/F_0$     | φ[°]    |
| 0         | 1.000     | 0.000         | 1.000       | 0.00    |
| 10        | 0.977     | 0.077         | 0.980       | 4.54    |
| 20        | 0.934     | 0.166         | 0.949       | 10.09   |
| 30        | 0.880     | 0.267         | 0.920       | 16.86   |

Табела 8.7 Релативне вредности сила за спојлер без процепа

Табела 8.8 Релативне вредности сила за спојлер са процепом 1.2%

| Релативно | Релативна | Релативна     | Релативна   | Угао    |
|-----------|-----------|---------------|-------------|---------|
| засенчење | аксијална | бочна сила    | резултујућа | вектора |
|           | сила      |               | сила        | потиска |
| [%]       | $F_X/F_0$ | $F_{Y}/F_{0}$ | $F/F_0$     | φ[°]    |
| 0         | 1.000     | 0.000         | 1.000       | 0.00    |
| 10        | 0.969     | 0.070         | 0.971       | 4.11    |
| 20        | 0.925     | 0.155         | 0.937       | 9.52    |
| 30        | 0.870     | 0.252         | 0.906       | 16.17   |

Табела 8.9 Релативне вредности сила за млазно крилце V1

| Угао             | Ефективно | Релативна       | Релативна     | Релативна   | Угао                        |
|------------------|-----------|-----------------|---------------|-------------|-----------------------------|
| отклона          | релативно | аксијална       | бочна сила    | резултујућа | вектора                     |
| крилца           | засенчење | сила            |               | сила        | потиска                     |
| $\delta[^\circ]$ | [%]       | $F_{_X}/F_{_0}$ | $F_{Y}/F_{0}$ | $F/F_0$     | $\varphi\left[^\circ ight]$ |
| 0                | 4.8       | 0.966           | 0.000         | 0.966       | 0.00                        |
| 15               | 12.5      | 0.934           | 0.119         | 0.942       | 7.29                        |
| 25               | 20.4      | 0.902           | 0.110         | 0.909       | 6.96                        |
| 30               | 24.1      | 0.882           | 0.111         | 0.889       | 7.20                        |
| 40               | 31.0      | 0.888           | 0.133         | 0.898       | 8.50                        |

Табела 8.10 Релативне вредности сила за млазно крилце V2

| Угао         | Ефективно | Релативна | Релативна     | Релативна   | Угао    |
|--------------|-----------|-----------|---------------|-------------|---------|
| отклона      | релативно | аксијална | бочна сила    | резултујућа | вектора |
| крилца       | засенчење | сила      |               | сила        | потиска |
| $\delta$ [°] | [%]       | $F_X/F_0$ | $F_{Y}/F_{0}$ | $F/F_0$     | φ[°]    |
| 0            | 4.8       | 0.968     | 0.000         | 0.968       | 0.00    |
| 15           | 12.5      | 0.936     | 0.113         | 0.943       | 6.87    |
| 30           | 24.1      | 0.840     | 0.212         | 0.866       | 14.15   |
| 40           | 31.0      | 0.783     | 0.224         | 0.814       | 15.99   |

40

31.0

| Угао             | Ефективно | Релативна | Релативна     | Релативна   | Угао    |
|------------------|-----------|-----------|---------------|-------------|---------|
| отклона          | релативно | аксијална | бочна сила    | резултујућа | вектора |
| крилца           | засенчење | сила      |               | сила        | потиска |
| $\delta[^\circ]$ | [%]       | $F_X/F_0$ | $F_{Y}/F_{0}$ | $F/F_0$     | φ[°]    |
| 0                | 4.8       | 0.968     | 0.000         | 1805.1      | 0.00    |
| 15               | 12.5      | 0.942     | 0.093         | 1764.9      | 5.64    |
| 30               | 24.1      | 0.857     | 0.183         | 1634.5      | 12.02   |
| 40               | 31.0      | 0.792     | 0.204         | 1525.7      | 14.42   |

Табела 8.11 Релативне вредности сила за млазно крилце V3

| 1 d          | Табела 6.12 Гелативне вредности сила за млазно крилце V4 |           |               |             |         |  |  |  |
|--------------|--|-----------|---------------|-------------|---------|--|--|--|
| Угао         | Ефективно  | Релативна | Релативна     | Релативна   | Угао    |  |  |  |
| отклона      | релативно  | аксијална | бочна сила    | резултујућа | вектора |  |  |  |
| крилца       | засенчење  | сила      |               | сила        | потиска |  |  |  |
| $\delta$ [°] | [%]  | $F_X/F_0$ | $F_{Y}/F_{0}$ | $F/F_0$     | φ[°]    |  |  |  |
| 0            | 4.8  | 0.969     | 0.000         | 0.969       | 0.00    |  |  |  |
| 15           | 12.5   | 0.942     | 0.092         | 0.947       | 5.60    |  |  |  |
| 25           | 20.4   | 0.882     | 0.094         | 0.887       | 6.10    |  |  |  |
| 30           | 24.1   | 0.873     | 0.144         | 0.885       | 9.35    |  |  |  |

0.153

0.895

9.82

0.882

Табела 8.12 Релативне вредности сила за млазно крилце V4

На слици 8.18 приказане су израчунате релативне вредности компонената сила за случај спојера без процепа и са процепом од 1.2%, као и за четири анализиране конфигурације млазног крилца тетиве 70 mm, у зависности од остварених углова скретања вектора потиска. Максимална скретања од 16° ÷ 17° постигнута су у случају спојлера са 30% засенчења излазног пресека. Нешто мање максималне вредности скретања од 14° ÷ 16° добијене су млазним крилцима верзија V3 и V2 респективно, при углу отклона од  $\delta = 40^{\circ}$ . При томе је крилцем V2 остварен нешто већи максимални угао скретања, јер се његова предња половина налази унутар млазника, у области нижих надзвучних Махових бројева у односу на верзију V3, чија је нападна ивица на излазном пресеку. Отуда се са верзијом V2 постиже нешто већа ефикасност (у надзвучној струји са смањењем Маховог броја градијент узгона расте и обрнуто). Најниже вредности максималног скретања вектора потиска, око 8° ÷ 10°, за исте углове отклона од  $\delta = 40^{\circ}$ , постижу се са унутрашњим млазним крилцима V1 и V4, услед појаве јаког одвојеног ударног таласа унутар дивергентног дела млазника, његове интеракције са зидовима и последичног пада ефикасности управљања вектором потиска.



Слика 8.18 Релативне вредности аксијалних и нормалних компоненти сила у односу на остварени угао скретања вектора потиска

Губици релативне аксијалне силе (разлике између вредности  $F_X/F_0$  и идеалне вредности која износи "1") генерално су већи у анализираним случајевима млазних крилаца него у случају спојлера. Са друге стране, градијенти релативне бочне силе  $F_Y/F_0$  у односу на угао скретања вектора потиска су практично исти у свим случајевима.



Слика 8.19 Релативне вредности аксијалних и нормалних компоненти сила у односу на степене ефективног засенчења излазног пресека

Веома битне информације се, такође, могу добити и са дијаграма на слици 8.19, на коме су приказане сведене компоненте силе потиска у функцији ефективног степена засенчења излазног пресека, које је код крилаца пропорционално углу њиховог отклона. Док у случају спојлера, као и крилаца V2 и V3, криве  $F_Y/F_0$  имају стабилни тренд раста, градијенти ових кривих у случајевима крилаца V1 и V4 постају неуниформни за вредности ефективног засенчења изнад 12.5%, што би свакако представљало проблем када је у питању програмирање система аутоматског управљања вектором потиска. Ови проблеми се такође могу јасно уочити и на приказима резултујућег вектора потиска за различите типове препрека и одговарајуће степене засенчења или углова отклона. Промене интензитета релативне резултујуће силе и остварени углови скретања дати су на сликама 8.20 ÷ 8.25.



Слика 8.20 Спојлер без процепа – вектор релативног потиска  $F/F_0$  за различите назначене степене засенчења излазног пресека



Слика 8.21 Спојлер са процепом 1.2% – вектор релативног потиска  $F/F_0$  за различите назначене степене засенчења излазног пресека



Слика 8.22 Млазно крилце V1 – вектор релативног потиска  $F/F_0$  за различите назначене углове отклона крилца  $\delta$ 



Слика 8.23 Млазно крилце V2 – вектор релативног потиска  $F/F_0$  за различите назначене углове отклона крилца  $\delta$ 



Слика 8.24 Млазно крилце V3 – вектор релативног потиска  $F/F_0$  за различите назначене углове отклона крилца  $\delta$ 



Слика 8.25 Млазно крилце V4 – вектор релативног потиска  $F/F_0$  за различите назначене углове отклона крилца  $\delta$ 

Однос примењеног угла отклона и оствареног угла скретања вектора потиска за четири разматрана типа млазних крилаца приказан је на слици 8.26.



Слика 8.26 Поређење ефикасности млазних крилаца с обзиром на остварени угао скретања вектора потиска

Вредности шарнирног момента које се јављају на крилцу при одговарајућим угловима отклона дати су у Табели 8.13 и графички су приказани на слици 8.27 (подужни положаји шарнирних оса такође су назначени у Табели 8.13).

|                  | Крилце V1          | Крилце V2          | Крилце V3          | Крилце V4          |
|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                  | (растојање шарнира | (растојање шарнира | (растојање шарнира | (растојање шарнира |
|                  | од грла 106.71 mm) | од грла 141.71 mm) | од грла 176.71 mm) | од грла 176.71 mm) |
| Отклон           | Шарнирни           | Шарнирни           | Шарнирни           | Шарнирни           |
| крилца           | момент             | момент             | момент             | момент             |
| $\delta[^\circ]$ | [Nm]               | [Nm]               | [Nm]               | [Nm]               |
| 0                | 0.000              | 0.000              | 0.000              | 0.000              |
| 15               | 3.096              | 1.851              | 1.388              | 1.388              |
| 25               | 4.664              | /                  | /                  | 2.499              |
| 30               | 4.227              | 3.847              | 3.174              | 2.483              |
| 40               | 4.519              | 2.726              | 2.975              | 7.085              |

Табела 8.13 Шарнирни момент за разматране типове млазног крилца



Слика 8.27 Шарнирни момент за одговарајуће вредности отклона крилаца

У циљу детаљније анализе, корисно је имати у виду и у оквирне максималне вредности отклона вектора потиска за разне типове УВП (слика 8.28).



Слика 8.28 Оквирне вредности максималних углова скретања вектора потиска за различите типове система УВП [54]

На основу претходних приказа, могу се генералисати неки закључци везани за анализе типова препрека намењених управљању вектором потиска, разматране у овом одељку:

- Разматране раванске препреке спојлери (*jet tab*), са процепом и без процепа, при максималном анализираном степену засенчења од 30%, остварују угао скретања вектора потиска (ВП) од 16° ÷ 17°, док се на слици 8.28 као оквирни максимум из праксе наводи ± 15°, што оправдава усвојени дијапазон степена засенчења излазног пресека за потребе анализе.
- Сва анализирана млазна крилца (*jet vane*) тетиве 70 mm при максималном отклону од δ = 40° стварају ефективни степен засенчења од 31%, истог реда величине као и разматрани спојлери. При томе унутрашња млазна крилца V1 и V4 дају максимални отклон ВП од 8° ÷ 10°, док се на слици 8.28 као оквирни максимум из праксе за унутрашње крилце наводи ± 10°.
- Млазно крилце V2, са шарнирном осом на излазу из млазника, ствара практично исти отклон вектора потиска од 16° као и спојлери, и то је највећи отклон остварен анализираним млазним крилцима; сходно томе, ово крилце представља најефикаснију разматрану конфигурацију у овом контексту (видети такође и слику 8.26). Спољно крилце V3 такође даје сразмерно велики угао скретања ВП, нешто више од 14°. Ова два крилца остварују практично 50% већи отклон ВП од разматраних унутрашњих крилаца V1 и V4.
- Сва млазна крилца стварају губитак аксијане силе при нултом отклону, што није случај са спојлером. Такође стварају и већи губитак аксијалне силе од спојлера при свим оствареним отклонима ВП. При томе крилца V2 и V3 на максималном отклону ВП стварају двоструко веће губитке аксијане силе од спојлера.
- У случају спојлера, са порастом степена засенчења, прогресивно и униформно расте и угао скретања ВП (слике 8.20 и 8.21), па је овај систем управљања, до разматраног максималног степена засенчења, врло погодан за програмирање аутоматског система управљања.

- Млазна крилца V2 и V3 такође показују униформан тренд промене угла ВП са порастом угла отклона ВП (слике 8.23 и 8.24). Међутим, у дијапазону углова отклона δ = 30° ÷ 40° видљив је прогресивни пад њихове ефикасности (видети такође и слику 8.26), па већи углови отклона, у смислу практичне употребе, не би били сврсисходни.
- За разлику од претходних случајева, унутрашње крилце V1 на углу отклона од 18° (слика 8.26) достиже максимум скретања ВП од око 8°, након чега долази до "столинга" система управљања, па даље повећање његовог отклона нема ефекта (видети и слику 8.22). У случају унутрашњег крилца V4, након иницијалног губитка ефикасности у дијапазону  $\delta = 15^\circ \div 25^\circ$  када угао вектора потиска стагнаира на 6°, ефикасност поново расте до  $\delta = 30^\circ$ , након чега у дијапазону  $\delta = 30^\circ \div 40^\circ$  поново стагнира у околини угла ВП од око 10°. Ове неуниформности су разлог због кога је унутрашњим крилцима, за разлику од V2 и V3, додата и анализа при  $\delta = 25^\circ$ .
- У поређењу са спољним млазним крилцем V3 (растојање шарнира од грла 176.71 mm), крилце V2 (растојање шарнира од грла 141.71 mm) ствара већи прираштај угла ВП за исти угао отклона крилца видети слику 8.26. Као што је већ напоменуто, предњи део овог крилца је у дивергентном делу млазника, у домену нижих надзвучних Махових бројева и мањих динамичких притисака, али зато већих градијената узгона у односу на V3. Овај други ефекат је очигледно доминантнији, па је у овом смислу оно ефикасније од крилца V3, чија је нападна ивица смештена на излазу из млазника. До угла отклона од δ = 15°, унутрашње крилце V1 (растојање шарнира од грла 106.71 mm) је из истог разлога нешто ефикасније од крилца V2. Унутрашње крилце V4 има шарнир на истом месту као V3, па сасмим тим и исту ефикасност генерисања угла отклона ВП, али само до δ = 15°, након чега због интеракције ударног таласа са зидом облоге његова ефикасност опада.
- Сходно Табели 8.13 и слици 8.27, унутрашње млазно крилце V1, смештено унутар дивергентног дела млазника, ствара највећи шарнирни момент. Зато би за његово отклањање била потребна и највећа сила актуатора, при истој кинематици управљачког система, у односу на

остала крилца. Аеродинамички најефикасније крилце V2 генерише шарнирни момент који је по реду величине за 1/3 мањи од крилца V1, док крилца V3 и V4 (али ово друго само до  $\delta = 30^{\circ}$ ) стварају упола мањи шарнирни момент од V1. Образложење би било аналогно оном из претходне ставке.

#### 8.2 Утицај дужине тетиве на ефикасност млазног крилца

Један од најбитнијих параметара геометрије млазног крилца који утиче на његову укупну ефикасност је "величина" млазног крилца односно, у контексту 2D анализа - дужина његове тетиве. За ову врсту анализе изабрано је млазно крилце V2, које се у претходним анализама показало као аеродинамички најефикасније, како у смислу градијента прираштаја, тако и у контексту максималне остварене вредности угла скретања вектора потиска. При томе је у наредним разматрањима максимални угао отклона ограничен: а) вредношћу од  $\delta = 40^{\circ}$ , јер су анализе за крилца V1 и V2 показале да преко ове вредности крилце губи ефикасност на разматраном режиму опструјавања, или 6) максималним ефективним засенчењем при датом отклону реда величине 30%, ради компатибилности са свим претходним анализама.

Такође треба имати на уму да, у смислу категоризације, крилце V2 представља комбинацију унутрашњег крилца у домену своје предње половине, и спољног крилца у домену задње половине тетиве. У смислу конструктивног извођења, дужина тетиве чисто спољашњег крилца, формално посматрано, не би имала ограничења. С друге стране, превелика дужина тетиве унутрашњег крилца могла би консеквентно да захтева велике модификације унутар реалног млазника у циљу омогућавања слободног хода по углу отклона, које би могле озбиљно да деградирају унутрашњу геометрију, па тиме и функцију млазника.

У том смислу су, поред млазног крилца V2 тетиве 70 mm које је анализирано у претходном одељку, у овом одељку урађене и упоредне анализе овог типа крилца са тетивама дужине 50 mm и 90 mm. Максимални угао отклона  $\delta = 40^{\circ}$  са тетивом од 50 mm даје ефективно засенчење излазног пресека млазника од 22%. У случају крилца тетиве 90 mm, максимални отклон ограничен је на  $\delta = 30^{\circ}$  и он даје ефективно засенчење излазног пресека млазника од 31%, које је идентично максималном засенчењу из претходних разматрања везаних за млазна крилца.

### 8.2.1 Квалитативна анализа утицаја дужине тетиве

И у овом случају квалитативне анализе базиране су на приказима поља брзина и поља Маховог броја. У случају нултог отклона (слике 8.29 и 8.30), интензитет вртложног трага благо расте са порастом дужине тетиве.



Слика 8.29 Поље брзина при отклону крилца  $\delta = 0^{\rm o}$ 

Ово је последица чињенице да је у сва три случаја задржана иста релативна дебљина од 10%, која је коришћена у анализама у претходном одељку, у циљу очувања структуралног интегритета крилца. Самим тим, апсолутна дебљина и степен засенчења при нултом отклону крилца биће већи, пропорционално повећању тетиве.



Слика 8.30 Поље Маховог броја при отклону крилца  $\delta = 0^{\circ}$ 

При отклону од  $\delta = 15^{\circ}$  (слике 8.31 и 8.32), у случају све три разматране дужине тетиве, везани коси ударни талас са нападне ивице не додирује зидове млазника. За случај отклона  $\delta = 30^{\circ}$  (слике 8.33 и 8.34), само ударни талас крилца тетиве 90 mm тангира излазну ивицу горњег зида млазника, што сходно закључцима из претходног одељка, нема неког битнијег утицаја на деградацију бочне силе командовања (то је уједно и максимални отклон овог крилца).



Слика 8.31 Поље брзина при отклону крилца  $\delta = 15^{\circ}$ 

Коначно, при отклону  $\delta = 40^{\circ}$  (слике 8.35 и 8.36), ударни талас крилца тетиве 50 mm и даље не ступа у контакт са млазником, док у случају тетиве 70 mm постоји видна интеракција ударног таласа и зида млазника (случај је већ анализиран у претходном одељку, а овде је поновљен у сврху јаснијег поређења струјних слика).



Слика 8.32 Поље Маховог броја при отклону крилца  $\delta = 15^{\circ}$ 



Слика 8.33 Поље брзина при отклону крилца  $\delta\!=30^{\rm o}$ 



Слика 8.34 Поље Маховог броја при отклону крилца  $\delta = 30^{\circ}$ 



Слика 8.35 Поље брзина при отклону крилца  $\delta = 40^{\circ}$ 



Слика 8.36 Поље Маховог броја при отклону крилца  $\delta = 40^{\circ}$ 

#### 8.2.2 Квантитативна анализа утицаја дужине тетиве

Квантитативна анализа крилца типа V2 различитих дужина тетиве обављена је аналогно разматрањима приказаним у претходном одељку.

Прорачунске вредности апсолутних и релативних вредности сила за тетиве 50 mm и 90 mm, као и углови скретања вектора потиска, дати су у Табелама 8.14 ÷ 8.17, док су вредности шарнирних момената упоредно приказане у Табели 8.18.

|           | Отклон $\delta = 0^{\circ}$ |           |           |                          |                 |         |         |         |  |
|-----------|-----------------------------|-----------|-----------|--------------------------|-----------------|---------|---------|---------|--|
| Див. зи   | д доњи                      | Див. зи,  | д горњи   | Кри<br>доњака/           | ілце<br>горњака | Грло    | Укупн   | а сила  |  |
| $F_{DDX}$ | $F_{DDY}$                   | $F_{DGX}$ | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$ | $F_{X}$ | $F_{Y}$ |  |
| -128.8    | -457.9                      | -128.8    | 457.9     | 4.1<br>4.1               | 62.9<br>-62.9   | -1560.2 | -1809.6 | 0.0     |  |
|           |                             |           | От        | клон $\delta =$          | 15°             |         |         |         |  |
| Див. зи   | д доњи                      | Див. зи,  | д горњи   | Кри<br>доњака/           | лце<br>горњака  | Грло    | Укупн   | а сила  |  |
| $F_{DDX}$ | $F_{DDY}$                   | $F_{DGX}$ | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$ | $F_{X}$ | $F_{Y}$ |  |
| -128.9    | -458.1                      | -128.6    | 457.5     | -2.8 16.5<br>51.3 -159.8 |                 | -1560.2 | -1769.2 | -144.0  |  |
|           |                             |           | От        | клон $\delta = 1$        | 30°             |         |         |         |  |
| Див. зи   | д доњи                      | Див. зи,  | д горњи   | Крилце<br>доњака/горњака |                 | Грло    | Укупн   | а сила  |  |
| $F_{DDX}$ | $F_{DDY}$                   | $F_{DGX}$ | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$ | $F_X$   | $F_{Y}$ |  |
| -128.9    | -458.2                      | -128.5    | 457.1     | -2.5<br>178.3            | 5.1<br>-281.4   | -1560.2 | -1641.8 | -277.4  |  |
|           |                             |           | От        | клон $\delta = \delta$   | 40°             |         |         |         |  |
| Див. зи   | д доњи                      | Див. зи,  | д горњи   | Крилце<br>доњака/горњака |                 | Грло    | Укупн   | а сила  |  |
| $F_{DDX}$ | $F_{DDY}$                   | $F_{DGX}$ | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$ | $F_X$   | $F_{Y}$ |  |
| -128.9    | -458.2                      | -128.6    | 457.3     | -1.6<br>278.0            | 1.6<br>-313.6   | -1560.2 | -1541.3 | -312.9  |  |

Табела 8.14 Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V2 тетиве 50 mm

| Угао             | Ефективно | Релативна | Релативна     | Релативна   | Угао    |
|------------------|-----------|-----------|---------------|-------------|---------|
| отклона          | релативно | аксијална | бочна сила    | резултујућа | вектора |
| крилца           | засенчење | сила      |               | сила        | потиска |
| $\delta[^\circ]$ | [%]       | $F_X/F_0$ | $F_{Y}/F_{0}$ | $F/F_0$     | φ[°]    |
| 0                | 3.44      | 0.970     | 0.000         | 0.970       | 0.00    |
| 15               | 8.9       | 0.949     | 0.077         | 0.952       | 4.65    |
| 30               | 17.2      | 0.880     | 0.149         | 0.893       | 9.59    |
| 40               | 22.1      | 0.826     | 0.168         | 0.843       | 11.47   |

Табела 8.15 Релативне вредности сила за млазно крилце V2 тетиве 50 mm

### Табела 8.16 Прорачунске вредности сила [N] за млазно крилце V2 тетиве 90 mm

|           | Отклон $\delta = 0^{\circ}$ |           |           |                          |                 |                  |         |         |  |
|-----------|-----------------------------|-----------|-----------|--------------------------|-----------------|------------------|---------|---------|--|
| Див. зи   | д доњи                      | Див. зи,  | д горњи   | Крилце<br>доњака/горњака |                 | Грло             | Укупн   | а сила  |  |
| $F_{DDX}$ | $F_{DDY}$                   | $F_{DGX}$ | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$          | $F_X$   | $F_{Y}$ |  |
| -128.8    | -457.9                      | -128.8    | 457.9     | 8.1<br>8.1               | 117.4<br>-117.4 | -1560.2          | -1801.6 | 0.0     |  |
|           |                             |           | От        | клон $\delta =$          | 15°             |                  |         |         |  |
| Див. зи   | д доњи                      | Див. зи,  | д горњи   | Кри<br>доњака/           | ілце<br>горњака | Грло Укупна сила |         | а сила  |  |
| $F_{DDX}$ | $F_{DDY}$                   | $F_{DGX}$ | $F_{DGY}$ | $F_{PX}$                 | $F_{PY}$        | $F_{G}$          | $F_X$   | $F_{Y}$ |  |
| -128.9    | -458.3                      | -128.5    | 457.1     | -4.5<br>102.4            | 27.5<br>-312.0  | -1560.2          | -1719.8 | -285.7  |  |
|           |                             |           | От        | клон $\delta = 1$        | 30°             |                  |         |         |  |
| Див. зи   | д доњи                      | Див. зи,  | д горњи   | Крилце<br>доњака/горњака |                 | Грло             | Укупн   | а сила  |  |
| $F_{DDX}$ | $F_{DDY}$                   | $F_{DGX}$ | $F_{DGY}$ |                          |                 | $F_{G}$          | $F_X$   | $F_{Y}$ |  |
| -135.5    | -476.1                      | -162.6    | 547.7     | -2.8<br>339.5            | 5.8<br>-532.3   | -1560.1          | -1521.4 | -454.8  |  |

Табела 8.17 Релативне вредности сила за млазно крилце V2 тетиве 90 mm

| Угао         | Ефективно | Релативна | Релативна     | Релативна   | Угао    |
|--------------|-----------|-----------|---------------|-------------|---------|
| отклона      | релативно | аксијална | бочна сила    | резултујућа | вектора |
| крилца       | засенчење | сила      |               | сила        | потиска |
| $\delta$ [°] | [%]       | $F_X/F_0$ | $F_{Y}/F_{0}$ | $F/F_0$     | φ[°]    |
| 0            | 6.2       | 0.966     | 0.000         | 0.966       | 0.00    |
| 15           | 16.0      | 0.922     | 0.153         | 0.935       | 9.43    |
| 30           | 31.0      | 0.816     | 0.244         | 0.851       | 16.64   |

Релативне вредности аксијалних и нормалних компонената силе приказане су на слици 8.37 у односу на остварени угао скретања вектора потиска, као и на слици 8.38 у односу на степен ефективног засенчења излазног пресека.



Слика 8.37 Релативне вредности аксијалних и нормалних компоненти сила за различите тетиве крилца V2, у односу на угао скретања вектора потиска

Обе слике указују на то да су трендови промене компонената силе униформни у свим разматраним случајевима и да интеракције ударног таласа са зидом млазника, у случајевима коментарисаним у оквиру квалитативне анализе, немају битног утицаја на управљачку силу.



Слика 8.38 Релативне вредности аксијалних и нормалних компоненти сила за различите тетиве крилца V2, у односу на степен ефективног засенчења



Униформни тренд промене карактерише и резултујућу силу (слика 8.39).

Слика 8.39 Млазно крилце V2 – вектор релативног потиска  $F/F_0$  за различите дужине тетиве и назначене углове отклона крилца  $\delta$ 



Слика 8.40 Поређење ефикасности крилца V2 различитих дужина тетиве у односу на остварени угао скретања вектора потиска

|              | Тетива 50 mm |        | Тетива  | 70 mm  | Тетива 90 mm |        |
|--------------|--------------|--------|---------|--------|--------------|--------|
| Угао         | Угао         | Шарни- | Угао    | Шарни- | Угао         | Шарни- |
| отклона      | вектора      | рни    | вектора | рни    | вектора      | рни    |
| крилца       | потиска      | момент | потиска | момент | потиска      | момент |
| $\delta$ [°] | φ[°]         | [Nm]   | φ[°]    | [Nm]   | φ[°]         | [Nm]   |
| 0            | 0.00         | 0.000  | 0.00    | 0.000  | 0.00         | 0.000  |
| 15           | 4.65         | 0.788  | 6.87    | 1.851  | 9.43         | 3.694  |
| 30           | 9.59         | 1.772  | 14.15   | 3.847  | 16.64        | 6.687  |
| 40           | 11.47        | 1.579  | 15.99   | 2.726  | /            | /      |

Табела 8.18 Шарнирни момент за млазно крилце V2 различитих тетива



Слика 8.41 Шарнирни момент крилца V2 различитих дужина тетиве за одговарајуће вредности отклона крилца



Слика 8.42 Шарнирни момент крилца V2 различитих дужина тетиве потребан за скретање вектора потиска

На основу приказаних табела и дијаграма, могу се извести следећи закључци везани за утицај дужине тетиве крилца:

- Са порастом дужине тетиве, губици аксијалне силе при истом оствареном углу скретања ВП, или истом ефективном засенчењу постају мањи (осим при нултом отклону). Међутим, у сва три разматрана случаја губици аксијалне силе генерално су и даље већи него у случају разматраних спојлера (слике 8.37 и 8.38).
- Иако са порастом тетиве расте и степен ефективног засенчења при нултом отклону крилца, у дијапазону од 3.44% за тетиву 50 mm, до 6.2% за тетиву 90 mm (Табеле 8.15 и 8.18), пад релативне аксијалне силе при нултом отклону, у дијапазону 0.970 до 0.966 за ове две тетиве, занемарљиво се мења (расте) у практичном смислу и износи око 3% (Табеле 8.15 и 8.18 и слике 8.37 и 8.38).
- Са порастом дужине тетиве расте и угао скретања вектора потиска при истом отклону крилца. Крилце тетиве 70 mm при максималном отклону δ = 40°, као и крилце тетиве 90 mm при максималном отклону δ = 30°, стварају идентично ефективно засенчење излазног пресека од 31% (Табеле 8.10 и 8.17 и слика 8.38). При томе крилце тетиве 90 mm даје већи угао скретања ВП са мањим губитком аксијалне силе (слика 8.37), што значи да са повећањем тетиве млазно крилце постаје аеродинамички ефикасније као компонента система УВП.
- При истом углу отклона, шарнирни момент млазног крилца расте пропорционално дужини његове тетиве (слика 8.41). Међутим, у контексту ових разматрања, слика 8.42 указује и на то да при истом оствареном углу скретања вектора потиска, шарнирни момент расте сразмерно дужини тетиве крилца. На пример, са ове слике се види да је при оствареном скретању вектора потиска од 10° шарнирни момент крилца тетиве 90 mm двоструко већи од шарнирног момента крилца тетиве 50 mm, па би крилце тетиве 90 mm захтевало два пута већу погонску силу актуатора при истој кинематици управљачког система.
- Сходно разматрањима изнетим у претходне две тачке, избор оптималне дужине тетиве крилца морао би да буде условљен конструктивним

захтевима конктретног система УВП који треба пројектовати. Наиме, уколико не постоји потреба за, условно речено, већим угловима скретања вектора потиска, избор превелике тетиве могао би да подразумева потребу за јачим (габаритно већим или тежим) актуаторима, што не би било повољно у контексту глобалне конструктивне оптимизације.

\* \* \*

На крају треба још једанпут напоменути да посебан проблем у вези оперативног пројектовања млазних крилаца представља чињеница да су она константно изложена излазном млазу високе температуре који садржи и абразивне честице, не само у случају командовања већ и при нултом отклону. Из тог разлога, за анализе приказане у овој дисертацији изабрана је сразмерно велика релативна дебљина аеропрофила крилаца од 10%. Такве релативне дебљине потребне су у циљу очувања њихове структуралне целовитости и функционалности, па анализирана крилца у неотклоњеном положају стварају засенчење и до 6% излазног пресека и генеришу око 3% губитка аксијалне силе, што није случај са спојлерима када не врше сктерање излазног млаза. Зато се након овде приказаних 2D анализа изводи формални закључак да анализирани спојлери, у варијантама без процепа или са малим процепом од 1.2%, генерално представљају нешто ефикаснији систем УВП од анализираних конфигурација млазних крилаца.



Слика 8.43 У 3D применама млазна крилца генеришу момент скретања и пропињања, али такође и момент ваљања [2]

Са друге стране, у практичним 3D применама на ракетама, где су најчешће по обиму млазника симетрично распоређена четири крилца, применом одговарајуће комбинације отклона, могу генерисати како угаоно скретање вектора потиска тако и момент ваљања ракете (слика 8.43), док спојлери у 3D применама могу да генеришу искључиво промену угла вектора потиска. У овом контексту то даје предност млазним крилцима. Нажалост, ова предност млазних крилаца у односу на спојлере не може се моделирати у оквиру 2D анализа.

Јасно је да би измене у погледу релативне дебљине аеропрофила, типа аеропрофила, релативног положаја у односу на млазник, примена већих тетива итд., у извесној мери утицале на добијене резултате. На пример, ако бисмо у анализу увели спојлер са већим процепом од анализираног и спољно крилце још веће дужине тетиве, превага у смислу аеродинамичке ефикасности могла би да буде на страни млазног крилца. Међутим, примарни циљ приказане анализе је верификација могућности примене установљеног прорачунског алгоритма, калибрисаног према постојећим експерименталним резултатима, на другим системима за управљање вектором потиска, као и за поређење и оптимизацију у иницијалним фазама пројектовања, у оквиру 2D анализа.

### Поглавље 9

# 9. Закључак

У овој дисертацији извршена је нумеричка анализа струјања у надзвучном млазнику са слободним излазом, као и са серијом различитих препрека на излазу, које имају за циљ симулацију рада уређаја за управљање вектором потиска ракетних мотора. Дефинисан је алгоритам генерисања оптималних прорачунских мрежа за ову категорију проблема, као и одговарајући прорачунски модел, који омогућава сразмерно брзу и стабилну конвергенцију прорачуна изузетно комплексних струјних поља унутар и иза млазника.

Као основа за развој, калибрацију и верификацију прорачунског модела послужила су аеротунелска испитивања обављена у ВТИ Жарково, у оквиру програма истраживања метода управљања вектором потиска савремених ракетних мотора. Као радни флуид током експеримената коришћен је ваздух, па оваква испитивања спадају у категорију "хладних" тестова, тако да је исти радни флуид коришћен и у нумеричкој анализи. Током експеримената на доњој страни излазног пресека млазника постављане су раванске препреке, различитих висина (степена засенчења излазног пресека), без зазора (процепа) у односу на излаз, или са процепима различитих величина. Током експеримената, Шлирен методом вршено је снимање струјног поља и обављана су мерења притисака на зидовима дивергентног дела млазника и на препрекама. Изабрани су репрезентативни експериментални случајеви, који су симулирани у оквиру прве фазе нумеричких анализа обављених у овом раду.

Изворни циљ био је дефинисање параметара прорачунског модела и прорачунских мрежа који ће давати најбоља могућа поклапања са постојећим експерименталним резултатима. Процена квалитета прорачунских модела и коришћених мрежа вршена је: А) квантитативно, на основу срачунатих и експериментално одређених вредности притисака у мерним тачкама на

зидовима млазника за Махов број 2.6 на излазу, и Б) квалитативно, поређењем простирања зона експанзионих и косих ударних таласа, положаја зоне отцепљења на зиду млазника и утицаја одвођења масе кроз процеп између препреке и зида млазника. Квалитативне анализе вршене су поређењем Шлирен фотографија и постпроцесорских приказа параметара струјног поља добијених CFD анализом. Најпре су анализирани параметри струјања у празном млазнику без препреке, а затим су анализиране и раванске препреке – спојлери који генеришу 10%, 20% и 30% засенчења излазног пресека, без процепа и са процепом од 1.2%.

Поред динамички адаптивних мрежа, које се током рада програма аутоматски оптимизирају у областима великих градијената релевантних параметара струјања (у раду је коришћен градијент густине), али при томе могу знатно продужити време конвергенције прорачуна, анализиране су и стационарне наменски адаптиране мреже, чијом се оптимизацијом у смислу прогресивног згушњавања у критичним доменима струјног поља такође може остварити стабилна конвергенција у краћем временском периоду. При томе су анализиране три категорије мрежа, које су генерисане у модулу ANSYS ICEM CFD.

Прву су чиниле структуриране стационарне мреже са доминантним фактором згушњавања или *Bias* фактором у једном правцу, нормално на подужну осу млазника ("*1B*" мреже), које су давале солидне резултате у смислу квантитативних поређења са притисцима мереним у аеротунелу, али су се на квалитативним приказима градијената густина на спојевима суседних сегмената контролне запремине појављивали одређени дисконтинуитети, који су могли утицати на свеукупни квалитет резултата.

Да би се ово превазишло, у другој фази су генерисане "хомогене" структуриране мреже, са умереним факторима згушњавања како по дужини тако и по висини контролне запремине ("H" мреже) у околини критичних зона струјања – на врховима препрека, угловима зидова итд., које су имале потпуно усклађене величине елемената на ивицама локалних зона запремине. Њима су остварена врло хомогена поља гредијента густине, али су вредности добијене за расподеле притисака по зидовима млазника, у поређењу са експериментом, биле нешто лошије него у случају "1B" мрежа. У овој фази вршена је и адаптација "H" мрежа, која је обављана аутоматски у програму FLUENT, према

вредностима локалног градијента густине у датој фази прорачуна. Међутим, ни овом адаптацијом квалитет резултата није подигнут на ниво претходних анализираних мрежа. Разлог за то било је или недовољно уситњавање елемената мреже након задатог мањег броја аутоматских оптимизација у критичним доменима струјања, или значајан прираштај броја елемената мреже у случају задатог већег броја оптимизација, који је водио ка драстичном успоравању прорачуна, или чак његовом блокирању услед недовољних ресурса рачунара.

У трећој фази формиране су стационарне структуриране мреже са високим факторима згушњавања, како подужно тако и по висини контролне запремине ("2B" мреже) у критичним доменима, које су имале такође потпуно усклађене величине елемената на ивицама локалних зона контролне запремине, као и у случају "H" мрежа. Закључено је да је овај тип мрежа оптималан, јер су давале најбоља поклапања са експериментом. Број елемената је био скоро двоструко већи од "IB" мрежа, али је и даље био знатно мањи од оног који би био неопходан при аутоматској адаптацији за исти ниво дискретизације. Зато је овај тип мрежа усвојен за коришћење у финалним фазама свих анализа разматраних препрека и ти резултати су приказани у овом раду. Треба напоменути и то да су неки од иницијалних прорачуна вршени и на неструктурираним мрежама. Они су, по реду величине, трајали и до десет пута дуже од прорачуна обављаних на наменски адаптираним структурираним мрежама са практично истим бројем елемената, док је тачност резултата у поређењу са експериментом била нижа, па зато тај тип мрежа није детаљније разматран у дисертацији.

Све анализе струјања приказане у дисертацији обављане су коришћењем турбулентниог модела  $k - \omega$  SST који је базиран на две допунске једначине, са укљученим ефектима компресибилности и закривљења струјног поља. Утицај избора турбулентног модела на тачност резултата претходно је анализиран поновљеним прорачунима уз коришћење турбулентних модела вишег реда – са четири и пет допунских једначина. Поређењем резултата дошло се до закључка да се, у категорији проблема разматраних у овој дисертацији, коришћењем модела вишег реда не добијају никаква суштинска побољшања у смислу тачности резултата, док извршење програма до пуне конвергенције траје дуже, уз веће ангажовање рачунарских ресурса, па је зато коначно усвојен турбулентни модел  $k - \omega$  SST.

За параметре струјања, као и за параметре k и  $\omega$  у оквиру турбулентног модела, у иницијалним прорачунима коришћена је дискретизација другог реда (Second Order Upwind). Међутим, са том опцијом конвергенција решења била је углавном јако спора, а у неким случајевима чак проблематична (до потребе да се прорачун обустави). Преласком на опцију дискретизације првог реда, ови проблеми су у потпуности решени и добијена је сразмерно брза и стабилна конвергенција. За одређени број пробних случајева, након остварене потпуне конвергенције под овом опцијом, прорачун је настављан са дискретизацијом другог реда још 4000 ÷ 5000 итерација. Након овог поступка разлике у добијеним резултатима практично није било, па је усвојено да се, за све накнадне прорачуне, као финална третира конвергенција остварена дискретизацијом првог реда.

У прорачунима је коришћена опција активног управљања конвергенцијом решења (Solution Steering). Струјно поље је дефинисано као суперсонично, док је оптимизација домена мреже вршена *Reverse Cuthill-McKee* методом. Иницијализација прорачуна обављана је на четири нивоа опцијом *Full Multi-Grid solution initialization*. Задавани дијапазони Курантовог броја били су  $5 \div 20$  за препреке са најмањим засенчењем, док је за највећа засенчења коришћен дијапазон  $2 \div 5$ , при чему је у појединим критичним фазама конвергенције, ова опција аутоматски редуковала Курантов број и на знатно ниже вредности. Овако дефинисан прорачунски алгоритам водио је до стабилне конвергенције у свим анализираним случајевима који су приказани у дисертацији.

Аеротунелске анализе, обављене у ВТИ Жарково, вршене су са млазником правоугаоног попречног пресека и формално спадају у категорију 2D испитивања, што подразумева да је утицај зидова на мерења у домену вертикалне равни симетрије радног дела занемарљив. Зато су и све CFD анализе приказане у дисертацији такође рађене у категорији 2D прорачуна, што теоретски значи да се бочни зидови налазе у бесконачности, па њихов утицај не постоји. Међутим, у циљу провере утицаја бочних зидова на струјање у равни симетрије млазника, обављена је и CFD анализа на 3D полумоделу млазника и прорачунској мрежи од 2000000 просторних елемената, односно са по 50000 елемената по вертикалним пресецима (ограничење броја елемената везано је за расположиви хардвер, због изузетне физикалне комплексности струног поља).

Анализиран је случај раванске препреке са 10% засенчења, без процепа. Добијено поље брзина и расподеле притисака у равни симетрије било је практично истоветно као и у анализи која је паралелно обављена на 2D мрежи са 50000 елемената, која је била идентична пресеку 3D мреже у равни симетрије. Из овога је закључено да обављање прорачуна у 3D домену, у контексту тачности резултата и извођења закључака није потребно, јер би у смислу времена и ресурса било много захтевније, док би квалитет мреже у свим пресецима паралелним равни симетрије био битно лошији (приближно 5 ÷ 10 пута мање елемената него на овде коришћеним 2D мрежама).

Прорачуни обављени за спојлере изабраних степена засенчења, без процепа и са процепом, дали су задовољавајуће резултате у смислу квалитативних и квантитативних поређења са експериментом. Они су указали на то да се успостављени прорачунски модел може успешно користити за анализу врло комплексних струјних поља у суперсоничном млазнику са препреком на излазу.

У циљу даљег испитивања могућности и карактеристика овог прорачунског модела, обављене су нумеричке 2D анализе још једног типа уређаја намењеног векторисању потиска - млазних крилаца, која нису била испитивана у ВТИ Жарково током експеримената који су послужили за верификацију претходних прорачуна. За ове прорачуне искоришћена је иста геометрија млазника и услови на улазу и излазу млазника као у експерименталним испитивањима спојлера који одговарају Маховом броју 2.6 на излазу. Тако је успостављен CFD модел "виртуелног аеротунела", при чему се сада у домену задњег дела млазника налазило млазно крилце.

При томе је постављен услов компатибилности са претходним анализама спојлера у смислу реда величине максималног ефективног степена засенчења излазног пресека од 30%. Он је испуњен усвајањем тетиве дужине 70 mm за све типове крилаца, са којом се при усвојеном максималном отклону од  $\delta = 40^{\circ}$  генерише око 31% ефективног засенчења излаза млазника. За сва крилца усвојен је ромбоидни аеропрофил релативне дебљине 10% са шарнирном осом на средини тетиве. Дефинисана су четири типа конструктивне геометрије млазника (унутрашње крилце) са излазном ивицом на излазном пресеку; тип V2 је крилце чија се шарнирна оса налази на самом излазу млазника; тип V3 је крилце

постављено иза млазника (спољно крилце), са нападном ивицом на излазном пресеку када је неотклоњено, док тип V4 представља модификовану верзију V3, са додатом цилиндричном облогом иза млазника (унутрашње крилце), која је на 2D моделу симулирана са два хоризонтална зида иза млазника.

Квалитативна анализа струјања показала је да се, при умереним и већим отклонима у случају унутрашњих крилаца V1 и V4, јавља интензивна интеракција ударног таласа са зидовима млазника или облоге, која је указивала на појаву допунског утицаја промене притисака на зидовима и утицаја на резултујућу бочну компоненту силе потиска. Квантитативном анализом, у оквиру које је вршено срачунавање интензитета аксијалне и нормалне компоненте силе потиска и угла њеног скретања, потврђено је да у овом домену углова отклона, унутрашња крилца губе ефикасност и да остварују практично упола мање вредности максималног угла скретања потиска од крилца V2 и спољашњег крилца V3. Методом за одређивање компонената резултујуће силе потиска, развијеном у овој дисертацији коришћењем расположивих опција програма ANSYS FLUENT, извршена је и успешна компаративна анализа спојлера и млазних крилаца и изведени одговарајући закључци. Исто тако, обављене су и анализе и изведени закључци везани за утицај дужине тетиве млазног крилца, како са аспекта аеродинамичке ефикасности тако и са аспекта величине шарнирног момента, који је основни параметар за дефинисање потребних сила актуатора.

Резултати и закључци добијени разматрањима приказаним у овој дисертацији могу бити корисни како за даља научна истраживања, тако и за унапређење инжењерске праксе у области оптимизације конструкције надзвучних млазника, код којих се увођење препрека у излазну струју користи као начин за усмеравање и управљање вектором потиска. Прелазак на анализу 3D геометрија осносиметричних млазника, уз услов задржавања нивоа дискретизације прорачунског домена какав је примењен у оквиру 2D разматрања приказних у овој дисертацији, биће условљен расположивошћу рачунарских ресурса и представља логичан наставак истраживања у овој области.

# Литература

- [1] Б. Јојић, З. Стефановић и други, Истраживања у области савременог ракетног погона УВП, Војнотехнички Институт и Институт Машинског факултета, Београд, 1984.
- [2] С. Живковић, Техничка решења и гасодинамичка ефикасност система за управљање вектором потиска ракетних пројектила, Војнотехнички Институт, Београд, 2015.
- [3] H. J. Hollstein, Jet Tab Thrust Vector Control, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 2, No. 6, pp. 927-930, 1965
- [4] https://www.china-defense-mashup.com (03.12.2015)
- [5] https://nammo.com/what-we-do/technology/thrust-vector-control/ (03.12.2015)
- [6] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a9/Nozzle\_RSA-3-001.jpg (12.01.2016)
- [7] Hong-Gye Sung, Yong-Seok Hwang, *Thrust-Vector Characteristics of Jet Vanes* Arranged in X-Formation Within a Shroud, Journal of Propulsion and Power, Vol. 20, No. 3, pp. 501-508, 2004.
- [8] З. Стефановић, Истраживање струјања и расподела притиска на зиду раванског надзвучног млазника у циљу управљања вектором потиска, Докторска дисертација, Машински факултет, Београд, 1986
- [9] З. Стефановић, М. Милош, И. Тодић, М. Павловић, Investigation of the Pressure Distribution in a 2D Rocket Nozzle with a Mechanical System for Thrust Vector Control (TVC), Strojarstvo 53 (4) pp. 287-292, Загреб, 2011
- [10] О. Костић, З. Стефановић, И. Костић, *CFD Modeling of Supersonic Airflow Generated by 2D Nozzle With and Without an Obstacle at the Exit Section*, FME Transactions 42, pp. 107-113, 2015.
- [11] С. Живковић, М. Милиновић, N. Adamec: Experimental and Numerical Research of a Supersonic Planar Thrust Vectoring Nozzle via Mechanical Tabs, FME Transactions 42, pp. 205-211, Београд, 2011

- [12] Н. Давидовић, П. Милош, Б. Јојић, М. Милош, Contribution to Research of Spoiler and Dome Deflector TVC Systems in Rocket Propulsion, Technical Gazette 22, Vol. 4, pp. 907-915, 2015.
- [13] P. S. Babu, S. S. Prasad, *Thrust Vector Control Studies using Jet Vanes*, International eJournal of Mathematics and Engineering 200, pp. 1904-1931, 2012.
- [14] F. R. Menter, Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, 1994.
- [15] B. Gal-Or, Thrust Vectoring for Flight Control & Safety: A Review, International Journal of Turbo and Jet Engines, 11, pp. 119-138, 1994
- [16] B. Gal-Or, Fundamental Concepts of Vectored Propulsion, Journal of Propulsion and Power, Vol. 6, No. 6, pp. 747-757, 1990.
- [17] G. P. Sutton, O. Biblarz, Rocket Propulsion Elements, John Wiley & Sons, INC., 2001.
- [18] R. Loyd, G. P. Thorp, A Review of TVC Systems for Tactical Missiles, AIAA Paper 78 – 1071, 1978
- [19] T. Narasaki, The Boundary Layer Separation and Shock Wave Formation Due to External Disturbances in Rocket Nozzle Flow and their Utilisation for the Thrust and TVC Systems, TR-WT, NAL, Japan, 1980.
- [20] Б. Јојић, и други, Pressure Distribution in Rocket Nozzle with Mechanical System for TVC, AIAA Propulsion Conference, 1987.
- [21] С. Живковић, М. Милиновић, П- Стефановић, П. Павловић, Н. Глигоријевић, Experimental and Simulation Testing of Thermal Loading in the Jet Tabs of a Thrust Vector Control System, Thermal Science, 2015.
- [22] P. Natta, R. Kumar, R. Hanumantha, Flow Analysis of Rocket Nozzle Using Computational Fluid Dynamics (CFD), International Journal of Engineering, Research and Applications, 2 (5), pp. 1226-1235, 2012.
- [23] В. Змијановић, Б. Рашуо, А. Chpoun, Flow Separation Models and Side Phenomena in an Over Expanded Nozzle, FME Transactions, Vol. 40, No. 3, pp. 111-118, 2012.
- [24] Н. Глигоријевић, С. Живковић, С. Суботић, С. Козомара, М. Николић, С. Читаковић, Side Force Determination in the Rocket Motor Thrust Vector Control System, Scientific Technical Review, Vol. 63, No. 1, pp. 27-38, 2013.
- [25] М. Козић, С. Ристић, Capability of 2D RANS Simulations for 2D Thrust Vectoring Nozzle, Journal of Aerospace Engineering, Vol. 224, pp. 905-910, 2010.
- [26] B. Mangin, A. Chpoun, L. Jacquin, Experimental and Numerical Study of the Fluidic Thrust Vectoring of a Two-Dimensional Supersonic Nozzle, AIAA 24<sup>th</sup> Applied Aerodynamics Conference, San Francisco, 2006.
- [27] C. Murty, D. Chakraborty, Numerical Characterization of Jet Vane Based Thrust Vector Control Systems, CFD Sympo, 2014
- [28] P. A. Rainville, et al, Unsteady CFD Calculation for Validation of a Multi-Vane Thrust Vector Control System, Proceedings, 40<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exibit, Fort Lauderdale, USA, 2004.
- [29] R. P. Roger, S. C. Chan, J. D. Hunley, CFD Analysis rof the Lift and Drag on a Fin/Mount Used as a Vetvane TVC for Boost Control, AIAA Paper 95-0083, 1995.
- [30] C. P. Rahaim, R. J. Cavalleri, Jet Vane Thrust Vector Control a Design Effort, AIAA Paper 96-2904, pp. 116-122
- [31] M. William, B. Andrew, D. Steiphen, *Missile Jet Vane Control System and Method*, U.S. Patent, No. 5806791, 1998.
- [32] L. M. Wang, B. Mo, *The Design of Jet Vane of Thrust Vector Control System*, Advanced Materials Research, Vols 591-593, pp. 1743-1747, 2012.
- [33] Nauparac, D., Prsić, D., Miloš, M., Samadžić, M., Isaković, J.: Design Criterion to Select Adequate Control Algorithm for Electro-Hydraulic Actuator Applied to Rocket Engine Flexible Nozzle Thrust Vector Control Under Specific Load, FME Transactions, Vol. 41, No. 1, pp. 33-40, 2013.
- [34] K. A. Waithe, K. A. Deere, Experimental and Computational Investigation of Multiple Injection Ports in a Convergent-Divergent Nozzle for Fluidic Thrust Vectoring, AIAA Paper 2003-3802, 2003.
- [35] N. J. Georgijadis, D. A. Yoder, Evaluation of Modified Two-Equation Turbulence Models for Jet Flow Predictions, 44<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exibit, Reno, Nevada, 2006.
- [36] A. Hellsten, Some Improvements in Menter's  $k \omega$  SST Turbulence Model, 29<sup>th</sup> AIAA Fluid Dynamics Conference, Albuquerque, 1997.
- [37] Kozić M, Ristić S.: Capability of 2D RANS simulations for 2D thrust vectoring nozzle, Journal of Aerospace Engineering, Vol. 224, pp. 905-910, 2010.

- [38] F. R. Menter, Trends and Challenges in Modelling Complex Turbulent Flows, 14<sup>th</sup> International Conference on Fluid Flow Technologies, Budapest, Hungary, 2009.
- [39] C. Tian, Y. Lu, Turbulence Models of Separated Flowin Shock Wave Thrust Vector Nozzle, Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 7:2. pp. 182-192, 2013.
- [40] Rao P. Srinivasa, *Modeling of Turbulent Flows and Boundary Layer*, поглавље 13 књиге Computational Fluid Dynamics, Hyong Woo OH, 2010.
- [41] J. E. Bardina, P. G. Huang, T. J. Coakley, *Turbulence Modeling Validation*, *Testing and Development*, NASA Technical Memorandum 110446, 1997.
- [42] L. Davidson, An Introduction to Turbulence Models, Chalmers University of Technology, Sweden, 2011.
- [43] John D. Anderson Jr, Computational Fluid Dynamics: the basics with applications, McGraw-Hill, 1995
- [44] Т. Драговић, Аеродинамика, Машински факултет, Београд, 1992
- [45] J. J. Bertin, R. M. Cummings, *Aerodynamics for Engineers*, Pearson Education International, 2009.
- [46] J. C. Tannehill, D. A. Anderson, R. H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Taylor & Francis, 1997
- [47] D. C. Wilcox, Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, USA, 2006
- [48] ANSYS FLUENT Theory Guide
- [49] Б. Јојић, З. Стефановић, Теоријска анализа и конструктивно решење 2D модела УВП намењеног експерименталном испитивању у аеротунелу, Институт Машинског факултета, Београд, 1983
- [50] A. Pope, K. Goin, High Speed Wind Tunnel Testing, John Willey & Sons, New York, 1965
- [51] ANSYS FLUENT 14.0: Tutorial Guide, ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, 2011.
- [52] ANSYS FLUENT 14.0: User's Guide, ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, 2011.
- [53] Elements of Aircraft and Missile Propulsion, Engineering Design Handbook, U.S. Army Missile Command. Redstone Arsenal, AL, 1969.
- [54] http://www.aerospaceweb.org/question/weapons/q0158.shtml 21.01.2016.

## Биографија

Оливера Костић (рођена Живковић), дипломирани инжењер машинства, рођена је 26.11.1969. год. у Београду, где је завршила основну школу, а затим Математичку гимназију. Машински факултет Универзитета у Београду уписала је 1988. године. Дипломирала је на Одсеку за ваздухопловство 1994. године са просечном оценом 8,79, одбранивши дипломски рад са оценом 10. Након дипломирања, уписала је магистарске студије на Одсеку за ваздухопловство, а магистарску тезу "Интерференција крило-труп методом панела" под менторством проф. др Слободана Ступара одбранила је 22. 12. 2006. године.

Након завршетка дипломских студија 1994. године, била је запослена три године у Институту за ваздухопловство Машинског факултета у Београду у статусу "сарадник-таленат" и у том периоду је активно учествовала на већем броју актуелних пројеката.

Од фебруара 1999. године радила је у "Визахем-Рекорд" ДОО у Београду прво на радном месту "Технолог одржавања процесних машина и опреме", а од 2006. до 2008. године као "Шеф техничко-енергетског бироа".

Од јула 2008. до септембра 2010. године радила је у фирми "Верс" ДОО као одговорно лице за испитивање услова радне околине.

Од 15. 09. 2010. године радила је као сарадник у Иновационом центру Машинског факултета Универзитета у Београду.

Одлуком Наставно-научног већа Машинског факултета Универзитета у Београду од 17.10.2014. изабрана је у звање "истраживач-сарадник", а од 27. 11. 2015. запослена је на месту асистента за ужу научну област ваздухопловство на Катедри за ваздухопловство Машинког факултета Универзитета у Београду.

Прилог 1.

### Изјава о ауторству

Потписани-а <u>Оливера П. Костић</u>

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

# НУМЕРИЧКА СИМУЛАЦИЈА СТРУЈНОГ ПОЉА ВАЗДУХА У НАДЗВУЧНОМ МЛАЗНИКУ СА ПРЕПРЕКОМ НА ИЗЛАЗУ

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, <u>01.06.2016.</u>

"Lesli," Oling

Прилог 2.

# Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора <u>Оливера П. Костић</u> Број индекса \_\_\_\_\_

Студијски програм \_\_\_\_\_

Наслов рада <u>Нумеричка симулација струјног поља ваздуха у надзвучном</u> млазнику са препреком на излазу

Ментор проф. др Зоран Стефановић

Потписани/а <u>Оливера П. Костић</u>

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду.** 

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, <u>01.06.2016.</u>

Kosti, Oling

### Прилог 3.

# Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку "Светозар Марковић" да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Нумеричка симулација струјног поља ваздуха у надзвучном млазнику са препреком на излазу

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

- 1. Ауторство
- 2. Ауторство некомерцијално
- 3. Ауторство некомерцијално без прераде 🗸
- 4. Ауторство некомерцијално делити под истим условима
- 5. Ауторство без прераде
- 6. Ауторство делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

#### Потпис докторанда

У Београду, <u>01.06.2016.</u>

Kosti, Oling

1. Ауторство - Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.