

Универзитет у Београду
Машински факултет

Небојша Б. Гњатовић

**Утицај конструкционих параметара и
параметара побуде на одзив
двопорталног роторног багера у
ванрезонанцијској области**

Докторска дисертација

Београд, 2016.

University of Belgrade
Faculty of mechanical engineering

Nebojša B. Gnjatović

**Influence of constructional parameters
and parameters of excitation on
response of the bucket wheel excavator
with two masts in the out-of-resonance
region**

PhD dissertation

Belgrade, 2016

Комисија за преглед и одбрану:

Ментор: др Срђан Бошњак, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

Чланови Комисије: др Ненад Зрнић, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

 др Александар Обрадовић, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

 др Влада Гашић, доцент
Универзитет у Београду, Машински факултет

 др Миодраг Арсић, научни саветник
Институт за испитивање материјала Србије

Датум одбране:

Предговор

Докторска дисертација „Утицај конструкционих параметара и параметара побуде на одзив двопорталног роторног багера у ванрезонанцијској области“ представља, у правом смислу, наставак вишедеценијских истраживања динамичког понашања машина за површинску експлоатацију угља, реализованих од стране чланова Катедре за механизацију, Машинског факултета, Универзитета у Београду. Имајући у виду чињеницу да су недозвољене деформације, односно ломови подсистема роторних багера најчешће последица пропуста у анализи стварних динамичких процеса и њима изазваних оптерећења, као и чињеницу да се у инжењерској пракси и важећој техничкој регулативи недовољно познавање динамичких процеса решава применом квазистатичке методе, дисертација је имала за циљ формирање просторног динамичког модела двопорталног роторног багера који омогућава модалну анализу и анализу одзива система у условима континуалне варијације параметара. Дугујем велику захвалност свом ментору, проф. др Срђану Бошњаку, који ми је несебично помагао током свих фаза израде дисертације. Такође, захваљујем се на стручно – техничкој помоћи коју су ми пружиле колеге инжењери Милош Ђорђевић, Иван Миленовић, Горан Милојевић и Александар Стефановић. Коначно, посебно се захваљујем проф. др Зорану Петковићу и члановима Комисије проф др. Ненаду Зрнићу, проф. др Александру Обрадовићу, доц. др Влади Гашићу и др Миодрагу Арсићу, научном саветнику на корисним сугестијама којима су ми помогли у обликовању финалне верзије дисертације.

Утицај конструкционих параметара и параметара побуде на одзив двопорталног роторног багера у ванрезонанцијској области

Резиме: У раду је постављен оригинални просторни динамички модел двопорталног роторног багера који омогућава модалну анализу и анализу одзива система у условима континуалне промене конструкционих параметара и параметара побуде. Валидација математичког модела извршена је поређењем резултата модалне анализе са вредностима сопствених фреквенција добијеним научно верификованом методом коначних елемената. Резултати показују висок ниво корелације о чему најбоље сведоче релативно ниска одступања прве три сопствене фреквенције ($\approx 1\%$). Параметри динамичког модела одређени су спрезањем резултата добијених на основу развијеног 3D модела горње градње са резултатима вагања извршеног након завршетка процеса монтаже. На тај начин идентификована је дистрибуција масе надградње и формиран кориговани 3D модел који омогућава да се у целокупном домену промене угла нагиба стреле ротора (СР) са довољном тачношћу одреди положај тежишта надградње. Геометријска конфигурација горње градње нема значајног утицаја на модалне карактеристике разматране конструкције па је хоризонтални положај СР усвојен као референтан. Изведена је анализа утицаја крутости ужади система за вешање СР, доминантних маса и броја кашика на ротору на динамичко понашање система. Доказано је да динамички коефицијенти прописани стандардом DIN 22261, односно из њих изведена гранична убрзања референтних тачака, представљају добру заштиту система од појаве резонанције и да конструкција која задовољава наведене критеријуме осцилује у области на коју резонанције немају утицаја. Наведена гранична убрзања коришћена су приликом формирања критичних области, односно дефинисања комбинација вредности параметара при којима може доћи до негативних динамичких ефеката. Прописан је поступак избора оптималног броја кашика на ротору са аспекта динамике.

Кључне речи: Двопортални роторни багер, просторни динамички модел, критична област, гранична убрзања

Научна област: Машинство

Ужа научна област: Механизација

UDK: 621.879.48(043.3)

Influence of Constructional Parameters and Parameters of Excitation on Response of the Bucket Wheel Excavator with Two Masts in the Out-of-Resonance Region

Abstract: The original spatial dynamic model of the bucket wheel excavator with two masts which enables continuous variation of constructional and excitation parameters and analysis of their influence on dynamic behaviour of system was developed. Validation of mathematical model was done by comparing results of modal analysis with natural frequencies obtained by scientifically verified finite element method. The results show very high level of correlation especially in the case of relative deviations of first three natural frequencies of $\approx 1\%$. Parameters of the dynamic model were determined by merging the results obtained from superstructure (SuS) 3D model and the weighing conducted after the erection. In such manner distribution of SuS masses is fully identified, and a corrected 3D model which provides enough accuracy in determining the SuS centre of gravity in the complete domain of the bucket wheel boom (BWB) inclination angle is developed. Geometric configuration of the SuS doesn't have a significant impact on the system modal characteristics, thus horizontal position of BWB was adopted as the reference. The analysis of effects of stiffness of BWB hanging system ropes, dominant masses and number of buckets, on the dynamic behaviour was done. Limiting accelerations of the reference points, derived from the dynamic coefficients prescribed by code DIN 22261, were proven to provide adequate protection of the machine against admittance in the resonant state. Moreover, the construction which fulfills mentioned criteria oscillates in region not influenced by resonances. Limiting accelerations were used to define critical areas i.e. to determine the set of magnitudes of parameters that may cause negative dynamic effects. The procedure of optimal number of buckets adoption is prescribed.

Key words: Bucket wheel excavator, spatial dynamic model, critical area, limiting acceleration

Scientific discipline: Mechanical engineering

Scientific subdiscipline: Material handling, constructions and logistics

UDK: 621.879.48(043.3)

САДРЖАЈ

1.0 Уводна разматрања.....	1
1.1 Идентификација динамичког понашања роторног багера.....	3
1.1.1 Динамички модели структуре роторних багера.....	3
1.1.2 Модели побуде изазване отпором откопавања.....	6
1.1.3 Експериментална и коначноелементна анализа динамичког понашања роторних багера.....	7
1.2 Утицај конструкционих параметара на динамичко понашање роторног багера.....	9
1.3 Научни циљеви истраживања.....	12
1.4 Полазне хипотезе.....	12
2.0 Аналитичко-експериментална идентификација параметара статичке стабилности горње градње двопорталног роторног багера.....	13
2.1 Горња градња роторног багера SchRs 1600.....	14
2.2 Упоредни приказ аналитички одређених параметара за варијанте 1 и 2	17
2.3 Аналитичко одређивање параметара 3D модела горње градње.....	19
2.4 Вагање горње градње.....	20
2.5 Корекција маса модела горње градње на основу резултата првог вагања.....	22
2.6 Дискусија резултата и парцијални закључци.....	26
3.0 Динамички модел двопорталног роторног багера.....	28
3.1 Коначноелементни модел структуре.....	30
3.2 Потенцијална енергија редукованог динамичког модела.....	32
3.3 Кинетичка енергија редукованог динамичког модела.....	32
3.3.1 Кинетичка енергија стреле ротора.....	33
3.3.1.1 Распони део стреле ротора.....	33
3.3.1.2 Препуст стреле ротора.....	38
3.3.1.3 Вратило ротора са улежиштењем.....	39
3.3.1.4 Носач лифта руковаоца.....	40

3.3.2	Кинетичка енергија стреле противтега.....	40
3.3.3	Кинетичка енергија предњег портала.....	42
3.3.4	Кинетичка енергија задњег портала.....	43
3.3.5	Кинетичка енергија затега и ужади система за промену угла нагиба стреле ротора.....	44
3.4	Побудна оптерећења изазвана отпором копању.....	44
3.4.1	Отпор копању.....	44
3.4.2	Генералисане непотенцијалне силе система.....	48
3.5	Валидација редукованог динамичког модела.....	49
3.5.1	Дискусија резултата валидације.....	56
4.0	Утицај конфигурације и крутости ужади система за промену угла нагиба стреле ротора на динамичке карактеристике и одзив горње градње.....	57
4.1	Утицај конфигурације горње градње.....	57
4.2	Утицај крутости ужади система за вешање стреле ротора.....	63
4.3	Парцијални закључци.....	74
5.0	Утицај доминантних маса на динамичке карактеристике и одзив горње градње.....	76
5.1	Утицај масе ротора.....	77
5.2	Утицај масе противтега.....	82
5.3	Утицај масе погона ротора.....	88
5.4	Вредности параметара које доводе до критичног стања конструкције.....	93
5.5	Дискусија резултата и парцијални закључци.....	101
6.0	Утицај броја кашика на ротору на одзив система.....	105
6.1	Анализа побудног оптерећења.....	105
6.2	Анализа одзива система.....	110
6.2.1	Анализа одзива (померања) за $m_{k,max} = 3$	111
6.2.2	Анализа одзива (померања) за $m_{k,max} = 4$	115
6.2.3	Анализа одзива (померања) за $m_{k,max} = 5$	118
6.2.4	Анализа одзива (померања) за $m_{k,max} = 6$	121
6.2.5	Убрзање центра ротора.....	126
6.3	Дискусија резултата и парцијални закључци.....	131

7.0 Закључак.....	136
7.1 Научни доприноси.....	136
7.2 Критички осврт на полазне хипотезе.....	137
7.3 Применљивост и значај резултата истраживања.....	139
7.4 Могући правци даљих истраживања.....	139
Литература.....	141

1.0 Уводна разматрања

Роторни багер, као машина-копач и прва у ланцу система површинске експлоатације, доминантно одређује карактеристике поменутог система. Први роторни багер произведен је и уведен у експлоатацију 1916. године на површинском копу „Бергвиц“ у Немачкој [1]. Захваљујући интензивном развоју у протеклих готово сто година, роторни багери стекли су значајне предности у односу на багере цикличног дејства и багере ведричаре. Међутим, природну тежњу за сталним унапређивањем перформанси роторних багера, првенствено капацитета, није увек у довољној мери пратила методика прорачуна [2] као ни технологије производње и експлоатације, о чему сведоче релативно честе хаварије поменутих машина, не само на нашим површинским коповима [3,4,5,6,7,8,9,10,11], већ и на коповима земаља које имају дужу традицију експлоатације разматране класе машина [12,13,14]. Заједнички именоване отказе свих висококапацитетних машина, којима припадају и роторни багери, јесу врло високи индиректни губици настали застојем производње, који готово увек вишеструко премашују губитке изазване директном материјалном штетом [15]. О изразито негативним економским последицама отказа упечатљиво говори и податак да укупни трошкови отказа у САД и Европи износе 4% БДП [16].

Према [17] основни узроци отказа роторних багера су: (а) грешке настале током пројектовања; (б) грешке настале током производње и монтаже; (в) грешке у експлоатацији; (г) екстремна дејства околине. Природно, откази роторних багера често настају суперпонирањем негативних утицаја више наведених основних узрока.

Рад роторних багера карактеришу појаве врло израженог динамичког карактера, чији су основни узроци [18]: (а) периодични улазак/излазак кашика из захвата са тлом; (б) неуравнотеженост елемената погонских система, ротора и обртних делова тракастих транспортера; (в) удари комада откопаног тла током пражњења кашика. У инжењерској пракси и важећој техничкој регулативи малобројних земаља које производе роторне багере, недовољно познавање динамичких процеса решава се применом квазистатичке методе. Тиме се повећава интензитет оптерећења, али се оно и даље третира као статичко. Полазећи од чињеница (а) да су недозвољене деформације, односно ломови подсистема роторних багера најчешће последица пропуста у анализи стварних динамичких процеса и њима изазваних оптерећења [19] и (б) да у постојећој литератури не постоје математички модели двоportalних роторних багера, предмет истраживања у оквиру докторске дисертације јесте динамичко понашање двоportalног роторног багера у ванрезонанцијској области.

Основне експлоатационе карактеристике, поузданост и безбедност роторних багера доминантно одређују параметри горње градње. Они могу да се сврстају у три основне групе и то: (а) параметри који одређују статичку стабилност горње градње; (б) параметри који одређују чврстоћу горње градње; (в) параметри који одређују динамичко понашање горње градње. Заједнички именитељ свих наведених параметара јесте маса горње градње односно, њена дистрибуција по структури. Зато се одређивању масе горње градње и положају њеног средишта мора посветити посебна пажња.

На основу изложеног, утврђени су следећи основни научни циљеви истраживања: (а) развој поступка аналитичко-експерименталне идентификације параметара стабилности горње градње роторних багера; (б) формирање просторног динамичког модела горње градње двоportalног роторног багера, уз потпуно задржавање спрегнутости осцилација подструктура; (в) формирање аналитичког модела који омогућава варирање конструкционих параметара и параметара режима рада у инжењерски рационалном дијапазону; (г) модална анализа система за карактеристичне геометријске конфигурације горње градње; (д) критички осврт на постојеће резултате истраживања и техничку регулативу.

1.1 Идентификација динамичког понашања роторног багера

Идентификација динамичког понашања роторног багера захтева решавање два основна проблема и то [20]: (а) проблема моделирања структуре која је код роторних багера променљиве конфигурације; (б) проблема моделирања побуде – спољашњег оптерећења изазваног отпором копања.

Литература из области динамике роторних багера је релативно оскудна. Фундаментално дело из ове области је, свакако, монографија чији су аутори Волков и Черкасов [21]. Она је значајна јер су у њој, поред осталог: (а) изложене основе моделирања носеће конструкције, погонских система и спољашњег оптерећења изазваног отпором копања; (б) обликовани динамички модели изведених роторних багера; (в) извршена упоредна анализа теоријских и експерименталних истраживања; (г) уочено више проблема у динамичком понашању роторних багера, који још увек нису решени.

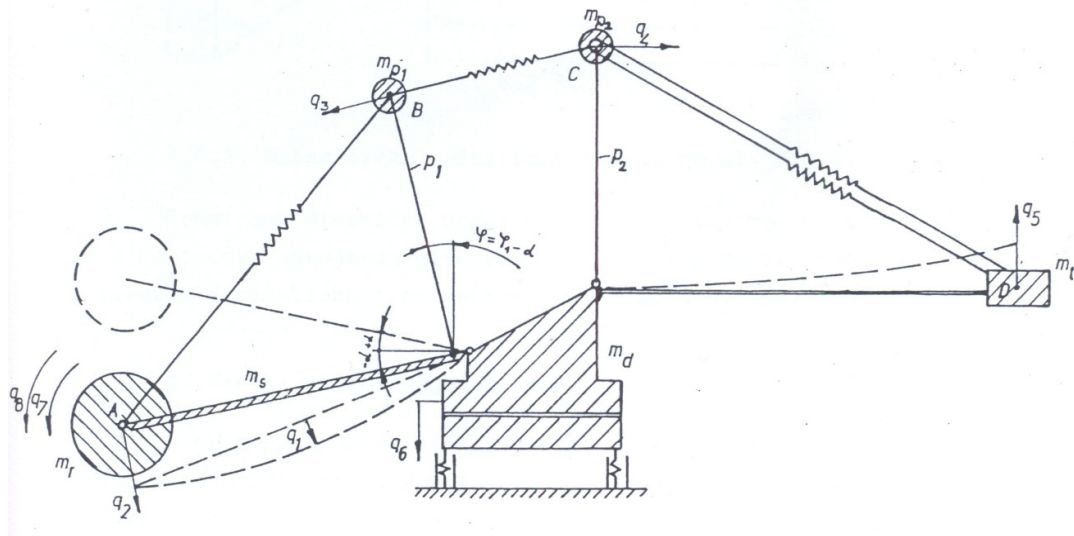
Монографију Панкратова [22] одликује суптилан математички приступ проблемима динамике машина за површинску експлоатацију. Њен основни недостатак у односу на монографију [21] лежи у чињеници да проблемима моделирања специфичних конструкционих подсистема роторних багера и понашања машине у експлоатационим условима није посвећена готово никаква пажња [20].

У нашој земљи први рад из области динамике роторних багера публиковали су Б. Миловић и С. Ивковић [23] 1975. године. У њему је извршена модална анализа стреле ротора у вертикалној равни, на основу релативно оскудног динамичког модела.

1.1.1 Динамички модели структуре роторних багера

Прво интегрално истраживање динамичког понашања структуре роторног багера у нашој земљи извршио је Петковић [24] у својој докторској дисертацији одбрањеној 1990. године. О значају његовог пионирског рада у области динамике роторних багера говоре следеће чињенице: (а) приликом одређивања параметара дискретног динамичког модела коришћене су савремене методе прорачуна

структура; (б) развијеним динамичким моделом у потпуности је обухваћен утицај еластичног ослањања редуктора погона ротора; (в) детаљно је анализиран утицај крутости подсистема на модалне карактеристике горње градње, на конкретном конструкционом решењу роторног багера; (г) развијен је поступак за приближно описивање понашања система у условима резонанције. Наведени аутор је, применом метода разматраних у докторској дисертацији, поставио интегрални динамички модел двопорталног роторног багера који описује његово осциловање у вертикалној равни, слика 1.1, [25].

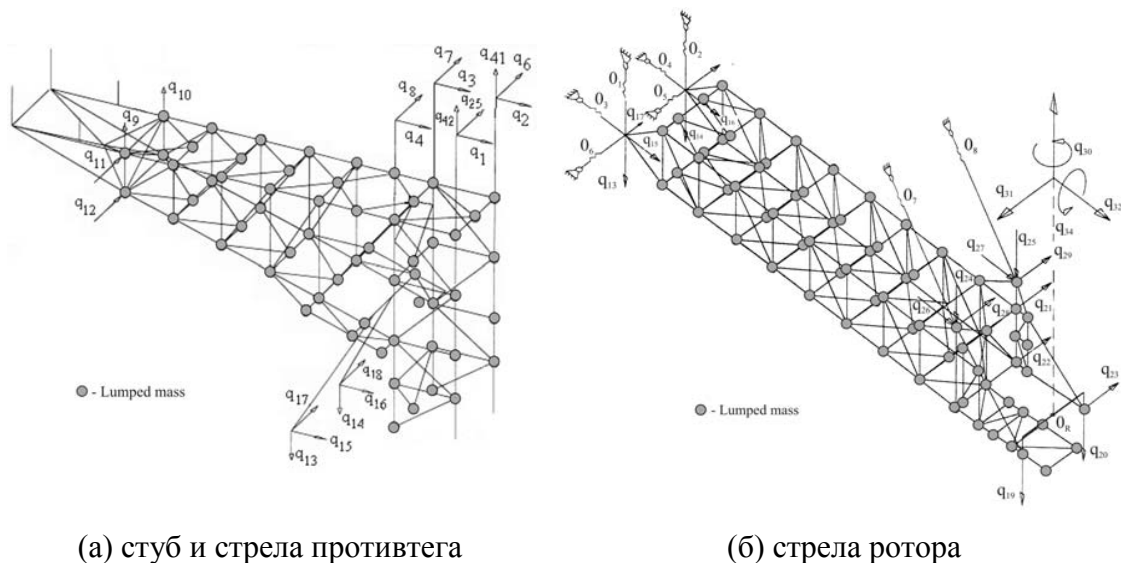


Слика 1.1 Динамички модел двопорталног роторног багера у вертикалној равни [25]

Основни недостаци приступа проблему свођења осциловања стреле ротора као еластичног тела са бесконачним бројем степена слободе на проблем осциловања система са коначним бројем степена слободе у литератури су [26]: (а) априорно разлагање осцилаторног кретања стреле ротора на савојне осцилације у две међусобно управне равни (вертикалну и хоризонталну) и увојне осцилације; (б) у вертикалној равни стрела ротора се моделира као греда са континуално расподељеном масом и једним или два степена слободе, при чему се аксијални момент инерције еквивалентне греде израчунава на основу једнакости угиба карактеристичних пресека, а облик динамичке еластичне линије претпоставља независно од конкретног конструкционог решења и реалних контурних услова. Динамички модели за описивање трансверзалних осцилација стреле ротора као еластичног гредног носача са бесконачним бројем степени слободе такође су

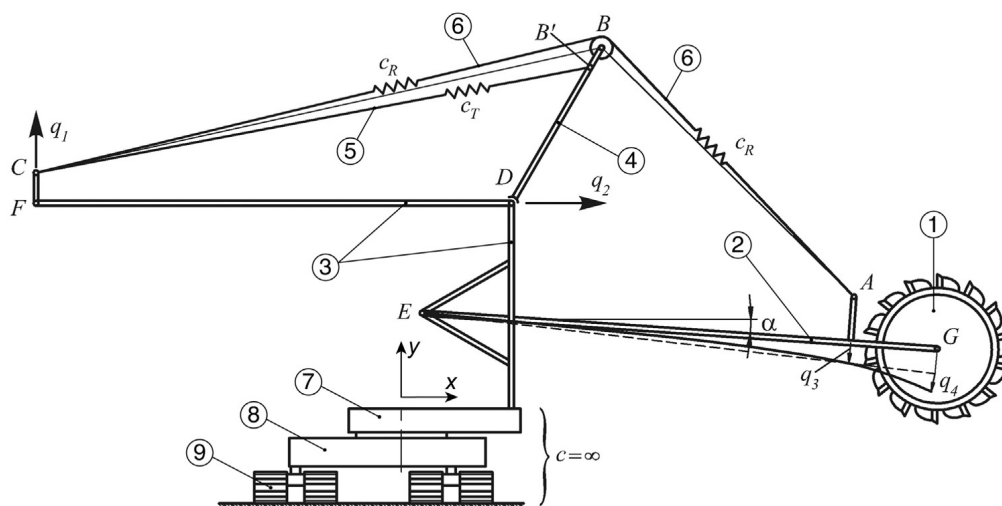
присутни у литератури [27,28] међутим, ограничење оваквог приступа такође је претпоставка о константности призматичног попречног пресека еквивалентне греде.

Поступак моделирања структуре који је развио Бошњак [29] омогућава да се превазиђу ограничења модела развијених у [21,22,24] и формирају динамички модели асиметричних система код којих се референтне равни подструктура не поклапају, уз одржање просторног карактера проблема, слика 1.2. Функције облика доминантних структурних елемената одређене су применом поступка локалне линеаризације, узимајући у обзир реалну геометрију подструктура и контурне услове. На тај начин формиран просторни динамички модел горње градње роторног багера омогућава да се изврши и модална анализа и анализа динамичких оптерећења, што није случај са моделима развијеним у [21,22,24]. Наведени поступак примењен је приликом постављања просторног редукованог динамичког модела двопорталног роторног багера, развијеног у оквиру ове дисертације.



Слика 1.2 Редуковани динамички модели подструктура роторног багера SchRs 1760 [29]

Редукцијом просторног модела развијеног у [29] формиран је динамички модел горње градње роторног багера у вертикалној равни [26], слика 1.3. На основу постављеног модела извршено је истраживање утицаја конструкционих параметара на одзив структуре у ванрезонанцијској области [30] и одређене вредности динамичких параметара при којима систем улази у резонантно стање.



Слика 1.3 Динамички модел роторног багера SchRs 1760 у вертикалној равни [30]

Поступак моделирања подструктура горње градње развијен у [29] примењен је током истраживања одзива горње градње роторног багера у карактеристичним положајима стреле ротора [31].

Анализа оптерећења излазног вратила редуктора погона дизања стреле ротора у раду [32] изведена је на основу динамичког модела стреле ротора формираног поступком развијеним у [29]. На основу анализе одзива динамичког модела редуктора утврђен је узрок појаве лома излазног вратила [33] и развијено конструкционо решење вратила и еластичне спојнице чијом уградњом је елиминисан узрок појаве лома поменутог вратила.

1.1.2 Модели побуде изазване отпором откопавања

Одређивање спољашњег оптерећења изазваног отпором копања захтева: (а) идентификацију димензија попречног пресека одреска; (б) избор показатеља отпора откопавању и утврђивање његових бројних вредности; (в) одређивање интензитета отпора откопавања и положаја његових компоненти [20].

Експериментална истраживања, чији је циљ био да се отпор откопавања дефинише са аспекта механике лома [34], указују да: (а) је сила резања функција површине одреска, угла резања, физичких и механичких карактеристика тла и специфичне енергије лома; (б) настанак одреска одговара основној претпоставци механике кртог лома; (в) отпор откопавања је појава динамичког карактера; (г) сила резања има нормални карактер расподеле.

Када је реч о проблему одређивања геометријских параметара одреска, целокупна литература може се сврстати у две групе [20]. Прву групу [35,36,37,38] карактеришу апсолутно крути модели радног уређаја, док модели презентирани у другој групи [21,29,39,40,41,42] обухватају и утицај деформабилности структуре.

У раду [35] Бошњак је развио оригиналне поступке одређивања: (а) тренутног броја кашика у захвату са тлом; (б) димензија попречног пресека правоугаоног одреска; (в) положаја компоненти отпора откопавања. У цитираном раду истраживања су извршена за општу геометријску конфигурацију апсолутно крутог захватног уређаја која, поред параметара обухваћених моделима у постојећој литератури [1,36,37,38], обухвата и утицај ексцентрицитета и нагиб ротора у вертикалној равни, као и смер ротације обртне платформе. Валидација поступка развијеног у [35] извршена је на основу резултата мерења у реалним радним условима [43]. Његовом применом у раду [31] развијен је поступак идентификације отпора откопавања код ротора са кашикама чија је резна ивица облика трапеза. О актуелности и применљивости модела и поступака развијених у [35] упечатљиво сведочи и чињеница да је на основу њих у потпуности негирана [44] «теорија одређивања капацитета роторних багера» изложена у [45].

Спрезање побуде и одзива система доводи до промене карактера математичког модела роторног багера, јер неки од коефицијената крутости постају стохастичке функције. На чињеницу да део математичког модела који се односи на механичке параметре система није детерминистички први пут је указао Бошњак у раду [29]. У истом раду презентован је и поступак степена реолинеарности и стохастичности математичког модела роторног багера.

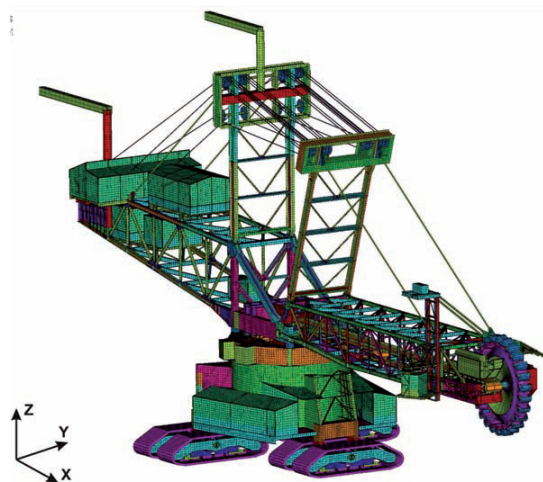
1.1.3 Експериментална и коначноелементна анализа динамичког понашања роторних багера

Значајну улогу у анализи динамичког понашања роторних багера имају експерименталне методе за одређивање модалних карактеристика. Поред класичне, у савременим истраживањима, све више је у примени и метода одређивања модалних карактеристика система у радним (експлоатационим) условима. Основно ограничење у примени класичне методе огледа се у великој количини енергије неопходној како би се побудила конструкција (побудни импулс генерише се тренутним ослобађањем структуре од утицаја тега велике

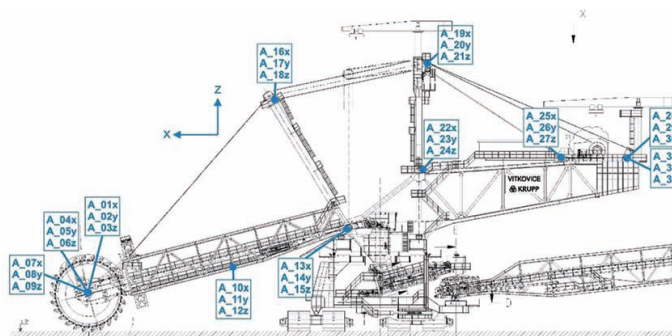
масе овешаног на стрелу ротора [46], слика 1.4а). Додатно ограничење представља немогућност експлоатације машине током испитивања.



(а) експеримент



(б) коначноелементни модел



(б) распоред сензора (28 акцелерометара)

Слика 1.4 Експериментална и нумеричка анализа модалних карактеристика роторног багера SchRs 1320 [47]

Gottvald у раду [47] одређује модалне карактеристике двопорталног роторног багера класичном експерименталном методом, а добијене резултате користи као основу за валидацију коначноелементног модела структуре, слика 1.4. У закључку аутор указује на врло висок ниво корелације израчунатих и експериментално одређених вредности сопствених фреквенција, уз посебан осврт на готово идентичне вредности основне фреквенције.

Метода експерименталног одређивања модалних карактеристика у експлоатационим условима приказана у [48] отклања недостатке класичне методе. Побуду у наведеној методи представљају спољашња оптерећења изазвана отпором копању и такозване „инерцијалне силе“ које се јављају као последица кретања машине и промене њене конфигурације.

У својој докторској дисертацији [48] и радовима [49,50,51], Pietrusiak на примерима роторних багера три различита концепта, указује да су одступања вредности сопствених фреквенција добијених методом коначних елемената и одређених експерименталном модалном анализом прихватљива са становишта инжењерске праксе (одступања су нижа од 10% у нискофреквентној области), чиме је извршена валидација постављених коначноелементних модела. Поменута одступања аутор објашњава немогућношћу анализе интеракције кашика и тла и утицаја отпора копању на модалне карактеристике система применом линеарне методе коначних елемената. Gottvald је у раду [52] извршио квантификацију утицаја наведених фактора на вредности основних сопствених фреквенција конструкција разматраних у радовима [46,47]. Осим тога, аутор указује на пораст вредности прве сопствене фреквенције са порастом угла нагиба стреле ротора, чиме експериментално потврђује значај утицаја промене конфигурације на модалне карактеристике система.

Резултати експерименталних истраживања, наведених у претходном излагању, биће коришћени у сврху индиректне валидације резултата приказаних у оквиру дисертације.

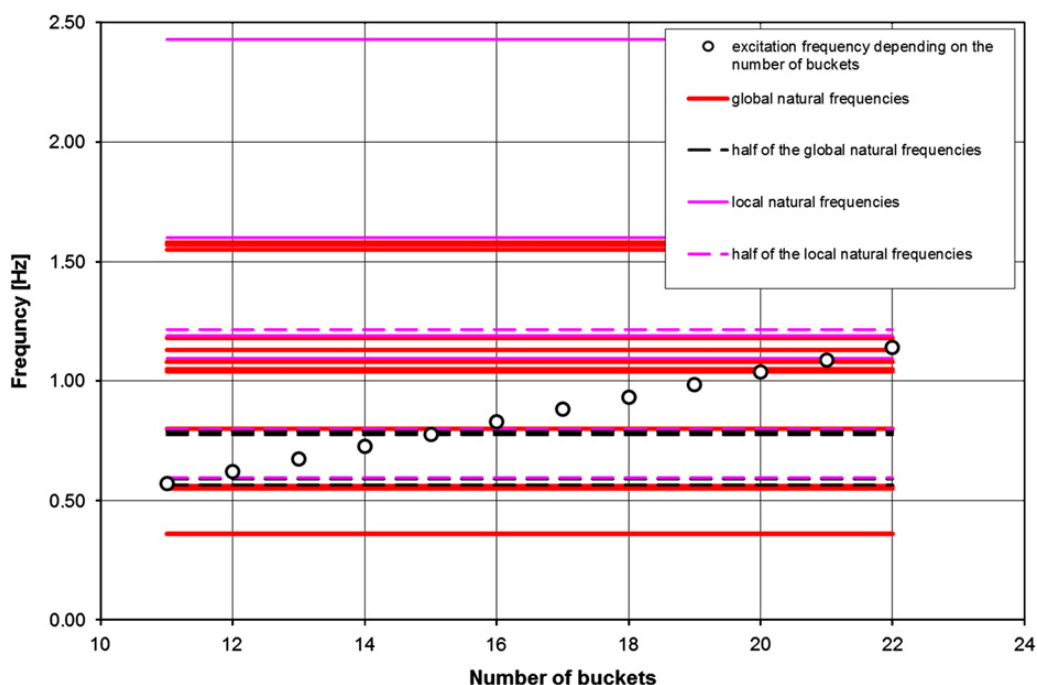
У савременој инжењерској пракси, експериментално верификовани коначноелементни модели представљају основу за дијагностику негативних динамичких утицаја, реконструкцију [53,54,55] и модернизацију [47,56] роторних багера и њихових подсистема.

1.2 Утицај конструкционих параметара на динамичко понашање роторног багера

Истраживања утицаја конструкционих параметара на динамичко понашање роторних багера врло оскудно су заступљена у литератури. Разлог томе су: (а) изузетна комплексност конструкције, што у значајној мери отежава моделирање структуре; (б) изузетно висока цена експерименталних истраживања, уз додатно ограничење у броју параметара који се могу мењати на већ произведеној машини; (в) ограничење у коначноелементној анализи које се пре свега огледа у дискретности методе. Параметри који доминантно дефинишу динамичко понашање променљивог су карактера не само у фази пројектовања, већ и током

експлоатације роторних багера, што наглашава неопходност наставка истраживања у овој области.

Реконструкција подсистема за ископ материјала, који представља фундаментални подсистем машина за површинску експлоатацију тла, један је од најкомплекснијих инжењерских подухвата. У радовима [56,57] приказан је поступак избора оптималног броја кашика на ротору са аспекта динамичког понашања система, примењен приликом модернизације роторних багера две различите концепције градње. Модалне карактеристике система експериментално су одређене. Резултати експерименталних истраживања послужили су као верификација коначноелементних модела обеју конструкција. Поређењем модалних карактеристика система и основне фреквенције побуде, добијене за различите вредности анализираних параметра, слика 1.5, одређен је оптималан број кашика на ротору. Ограничење приказаног поступка, поред недостатка анализе утицаја виших побудних фреквенција, представља непостојање анализе одзива система. Иако је избегнута појава резонанције првог реда, о њеном утицају на динамичко понашање система, на основу приказаног поступка, не може се изнети никакав закључак.



Слика 1.5 Поређење сопствених фреквенција роторног багера SchRs 4600.50 са основном фреквенцијом побуде зависном од броја кашика на ротору [56]

Анализу утицаја крутости подсистема на модалне карактеристике горње градње, у својој докторској дисертацији, као што је већ наведено, извршио је Петковић [24]. Добијени резултати, како аутор наводи, осветлили су одређене природне логичности (нпр. пораст сопствених фреквенција са порастом крутости подсистема) које није могуће једноставно сагледати услед комплексности динамичког система. Недостатак приказаног истраживања, поред разматраних ограничења при свођењу просторног проблема на равански, представља непостојање анализе одзива система. Избором дискретних вредности крутости подсистема могуће је утврдити карактер промене модалних карактеристика, али је врло тешко одредити вредности параметара који доводе до резонантних стања система.

У раду [30], на бази модела приказаног на слици 1.3, први пут варирани су конструкциони параметри система у континуалном домену. Анализиран је утицај промене параметара на одзив структуре горње градње и утврђене комбинације вредности параметара при којима систем улази у резонанцију. Што је још значајније, показано је да ограничење у вертикалном убрзању „врха“ стреле ротора, прописано стандардом DIN 22261, представља добру заштиту система од појаве резонанције. Динамички коефицијенти прописани наведеним стандардом, односно из њих изведена убрзања референтних тачака система, у савременој инжењерској пракси користе се као граничне вредности приликом експерименталног испитивања динамичког понашања роторних багера [58].

Утицај конструкционих параметара на динамичко понашање двопорталног роторног багера, у оквиру дисертације, анализиран је на бази просторног динамичког модела, чиме су избегнута ограничења приступа коришћених у [24,30]. Параметри су варирани у континуалном, инжењерски рационалном домену. Усвајањем дискретних вредности параметара (нпр. доминантних маса система), који представљају променљиве величине у току експлоатације багера чини се грешка суштинске природе.

Одређивање комбинације параметара која доводи до појаве резонанције система од изузетног је значаја са становишта одржања интегритета конструкције. Не мањи значај, са инжењерског аспекта, има одређивање критичних области,

односно комбинације вредности параметара при којима се могу јавити неповољни динамички ефекти.

1.3 Научни циљеви истраживања

На основу изложеног, утврђени су следећи основни научни циљеви истраживања: (а) развој поступка аналитичко-експерименталне идентификације параметара стабилности горње градње роторних багера; (б) формирање просторног динамичког модела горње градње двопорталног роторног багера, уз потпуно задржавање спрегнутости осцилација подструктура; (в) формирање аналитичког модела који омогућава варирање конструкционих параметара и параметара режима рада у инжењерски рационалном дијапазону; (г) модална анализа и анализа одзива система за карактеристичне геометријске конфигурације горње градње; (д) критички осврт на постојеће резултате истраживања и техничку регулативу.

1.4 Полазне хипотезе

На основу резултата истраживања утврдиће се валидност следећих хипотеза: (а) геометријска конфигурација горње градње (нагиб стреле ротора) не утиче значајно на вредности сопствених фреквенција; (б) торзионе осцилације стреле ротора не преносе се на стрелу противтега; (в) крутост ужади система за вешање стреле ротора доминантно утиче на њене торзионе осцилације, као и на осциловање горње градње у вертикалној равни; (г) маса ротора са погоном значајно утиче на одзив горње градње, чак и у условима одржавања положаја њеног средишта маса; (д) промена броја кашика распоређених на ротору уз одржање теоријског капацитета роторног багера значајно утиче на интензитет побуде изазване отпором откопавања и одзив система; (ђ) ограничавањем интензитета прорачунских убрзања референтних тачака система могуће је смањити ризик од појаве резонантних стања.

2.0 Аналитичко - експериментална идентификација параметара статичке стабилности горње градње двопорталног роторног багера

Према [59], основне експлоатационе карактеристике, поузданост и безбедност роторних багера доминантно одређују параметри горње градње. Они могу да се сврстају у три основне групе и то: (а) параметри који одређују статичку стабилност горње градње; (б) параметри који одређују чврстоћу горње градње; (в) параметри који одређују динамичко понашање горње градње. Заједнички именитељ свих наведених параметара јесте маса горње градње односно, њена дистрибуција по структури. Зато се одређивању масе горње градње и положају њеног средишта мора посветити посебна пажња у свим фазама пројектовања роторног багера.

Током развоја пројекта роторног багера неминовно се јављају знатне разлике поменутих параметара горње градње. Зато се након завршетка монтаже машине, мора извршити експериментално – аналитичко одређивање тежине горње градње и положаја њеног тежишта и на тај начин извршити валидација пројектованих параметара. Исти поступак потребно је спровести и након реконструкција виталних елемената структуре, до којих неминовно долази током вишедеценијске експлоатације машине [5]. Одступање положаја тежишта горње градње компензује се променом масе противтега [1,60].

У наставку приказано истраживање изведено је у две фазе. У првој фази спроведена је аналитичко – нумеричка анализа основних параметара статичке стабилности у различитим фазама развоја пројекта роторног багера SchRs 1600, на основу: (1) прелиминарног прорачуна стабилности (у даљем тексту варијанта 1: V1); (2) коначног прорачуна стабилности (у даљем тексту варијанта 2: V2) и (3) 3D модела горње градње формираног на основу оригиналне конструкционе

документације (у даљем тексту варијанта 3: V3). У другој фази истраживања прописана је процедура корекције масе горње градње на основу резултата вагања извршеног након завршетка процеса монтаже (у даљем тексту прво вагање: W1). Резултати другог вагања (у даљем тексту: W2) послужили су као основа за валидацију резултата добијених на основу коригованог 3D модела (у даљем тексту варијанта 4: V4) и коригованог аналитичког модела добијеног на основу коначног прорачуна стабилности (у даљем тексту варијанта 5: V5).

2.1 Горња градња роторног багера SchRs 1600

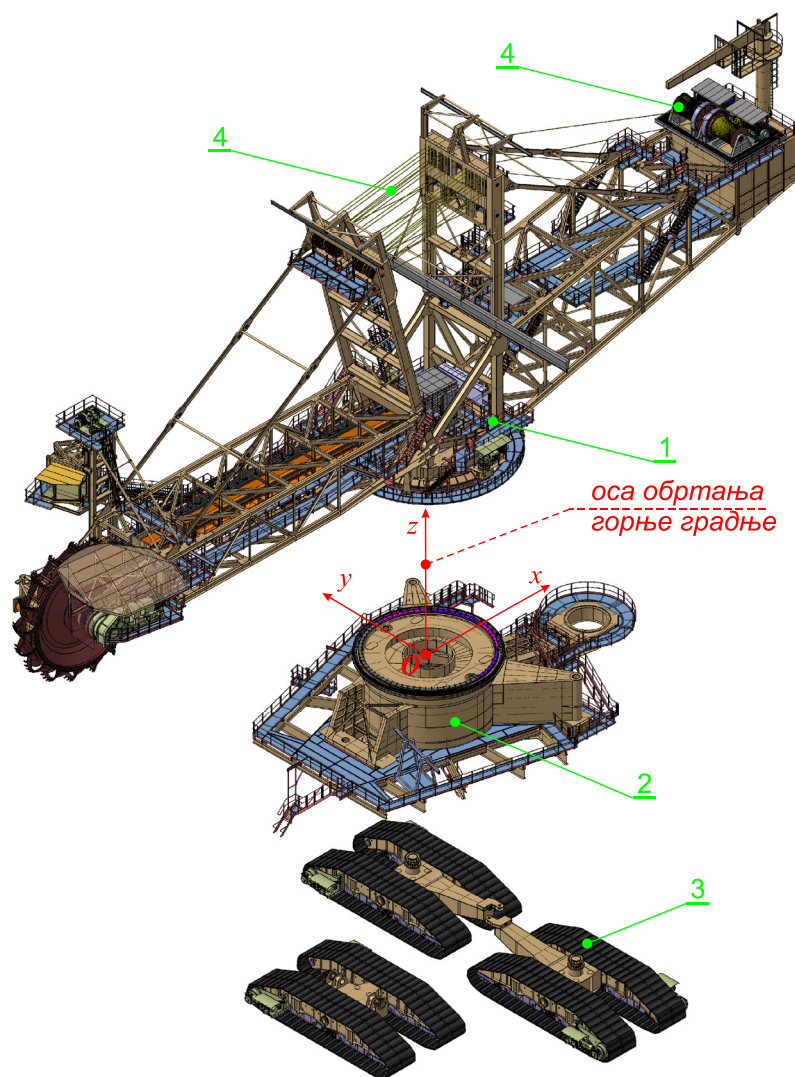
Обртна горња градња роторног багера SchRs 1600, слика 2.1, састоји се од две основне подструктуре. Прву подструктуру чине стрела ротора (CP), предњи портал и затеге стреле ротора, слика 2.2, док се друга подструктура састоји од стреле противтега са обртном платформом, задњег портала и затеге стреле противтега, слика 2.3.

Позиција 1 на слици 2.1 представља горњу градњу анализираних двопорталног роторног багера. Позицијом 2 означена је доња градња, док је позицијом 3 приказан гусенични кретни механизам. Систем за промену угла нагиба стреле, позиција 4 на слици 2.1, омогућава изједначавање сила у два паралелна ужета.

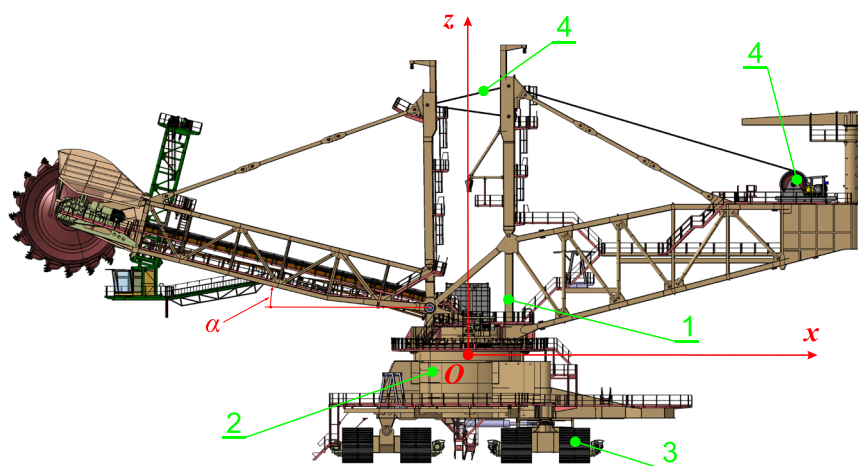
Апсциса координатног система везаног за осу обртања горње градње, слика 2.1, чији се почетак налази у пресеку осе обртања и хоризонталне равни симетрије кугли радијалног улежиштења горње градње, орјентисана је у смеру тока материјала. У наставку излагања под појмовима подужна, бочна и вертикална оса подразумевају се апсциса, ордината и апликата наведеног координатног система (десне орјентације), па се аналогно томе, померања и убрзања у правцима наведених оса називају подужним, бочним и вертикалним.

На слици 2.2 позицијама 1, 2 и 3 означене су конструкција стреле ротора, конструкција предњег портала и затеге на стрели ротора.

Позиција 1 на слици 2.3 приказује конструкцију стреле противтега са обртном платформом. Позицијама 2, 3 и 4 на слици 2.3 означене су: конструкција задњег портала, затеге на стрели противтега и кутија (кућиште) баласта.

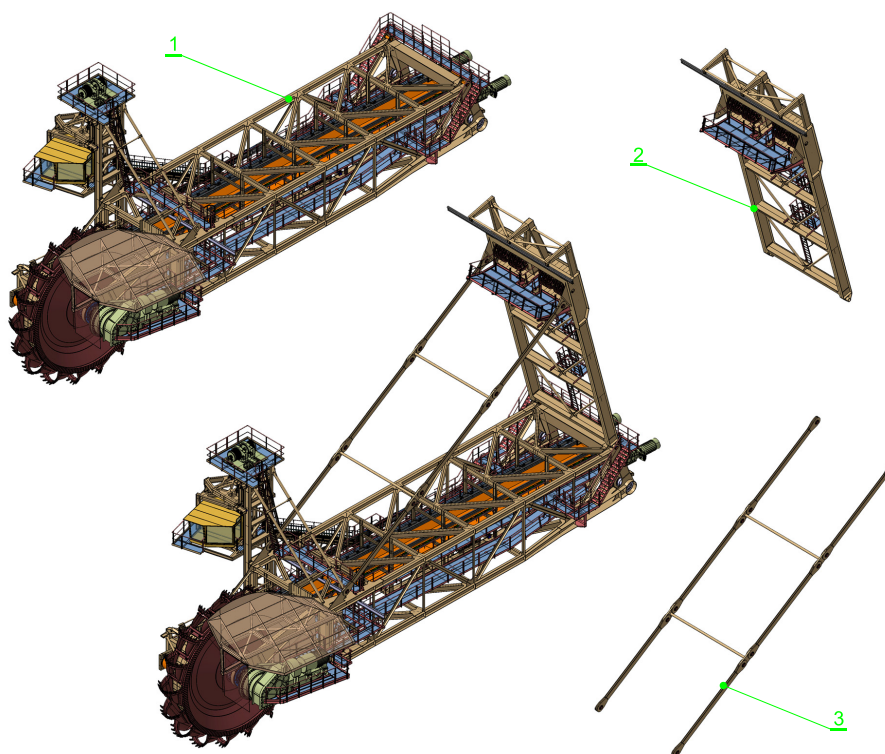


(a)

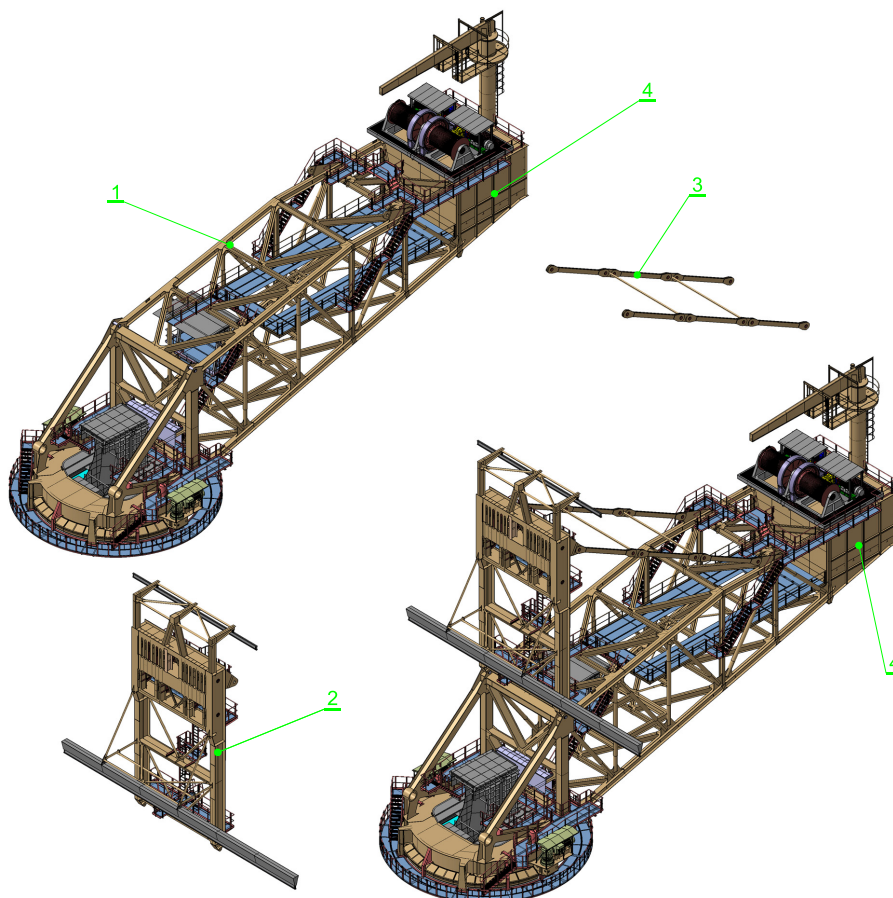


(б)

Слика 2.1 (а) Конструкција роторног багера SchRs 1600; (б) Угао нагиба стреле ротора



Слика 2.2 Прва подструктура горње обртне градње



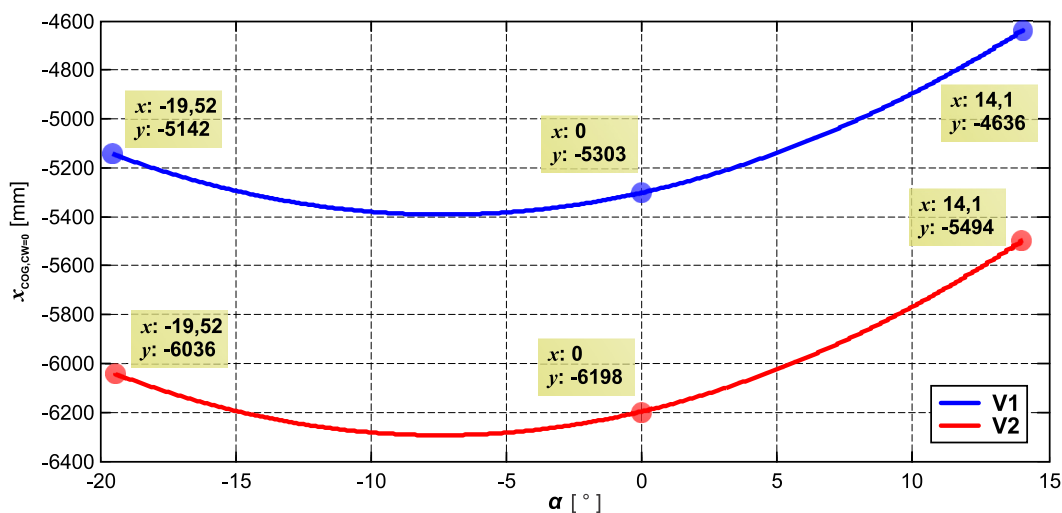
Слика 2.3 Друга подструктура горње обртне градње

2.2 Упоредни приказ аналитички одређених параметара за варијанте 1 и 2

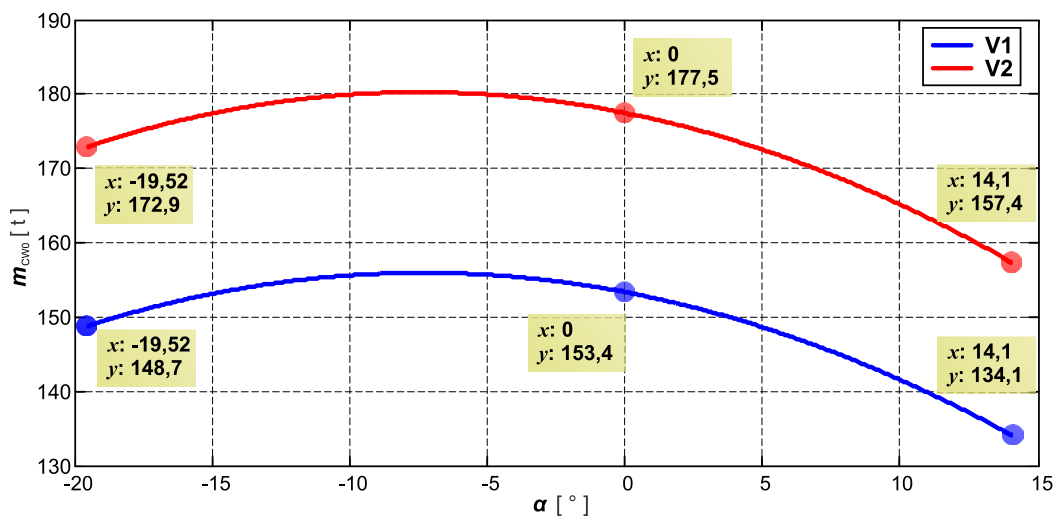
Дефинитивно обликовање носеће конструкције и усаглашавање са машинским системима и опремом, односно трансформација V1 у V2, условило је промену основних параметара статичке стабилности горње градње, табела 2.1, слике 2.4 и 2.5.

Табела 2.1 [59]

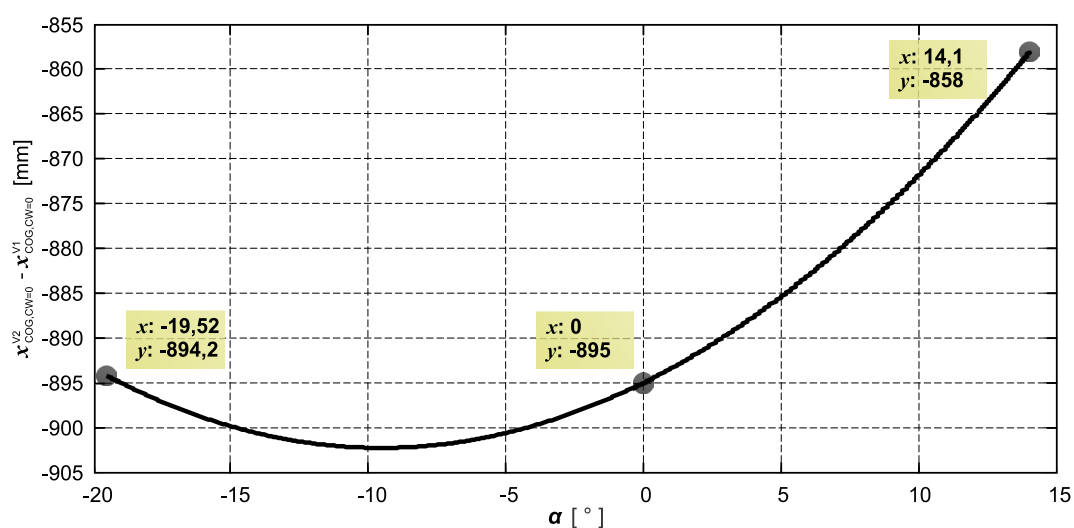
Маса	V1	V2	Разлика „V2–V1“
Укупна маса горње градње без противтега [t]	992,162	977,370	–14,792
Маса прве подструктуре [t]	451,395	467,518	16,123
Маса друге подструктуре [t]	540,767	509,852	–30,915



Слика 2.4 Пројектована апсциса тежишта горње градње без противтега [59]



Слика 2.5 Маса противтега потребне за уравнотежење горње градње [59]



Слика 2.6 Разлика пројектованих апсциса тежишта горње градње без противтега (максимална разлика 902 mm) [59]

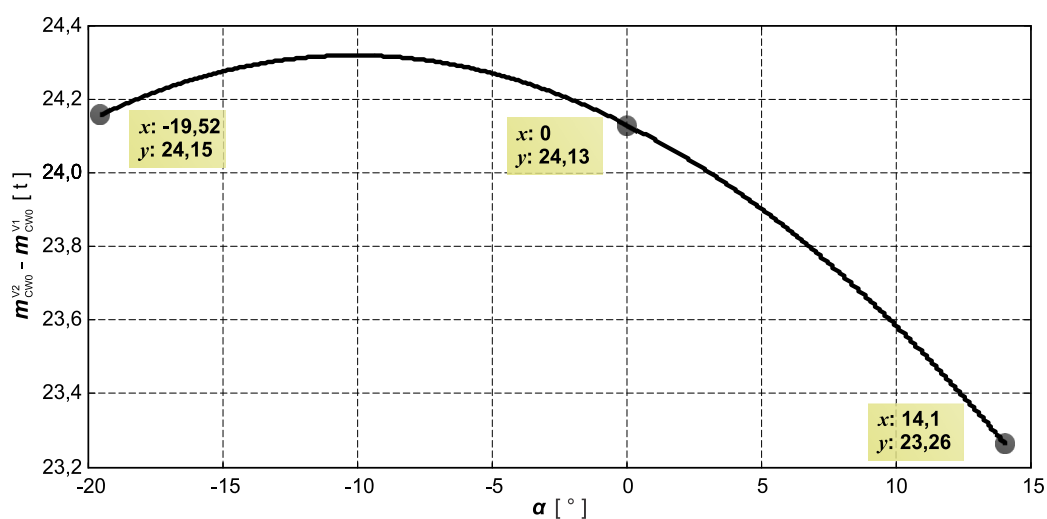
Подаци приказани у табели 2.1 указују на чињеницу да релативно мала разлика у масама горње градње без противтега варијанти 1 и 2,

$$\frac{m_{US,CW=0}^{V1} - m_{US,CW=0}^{V2}}{m_{US,CW=0}^{V1}} \cdot 100 = \frac{992,162 - 977,37}{992,162} \cdot 100 = 1,5\% \quad (2.1)$$

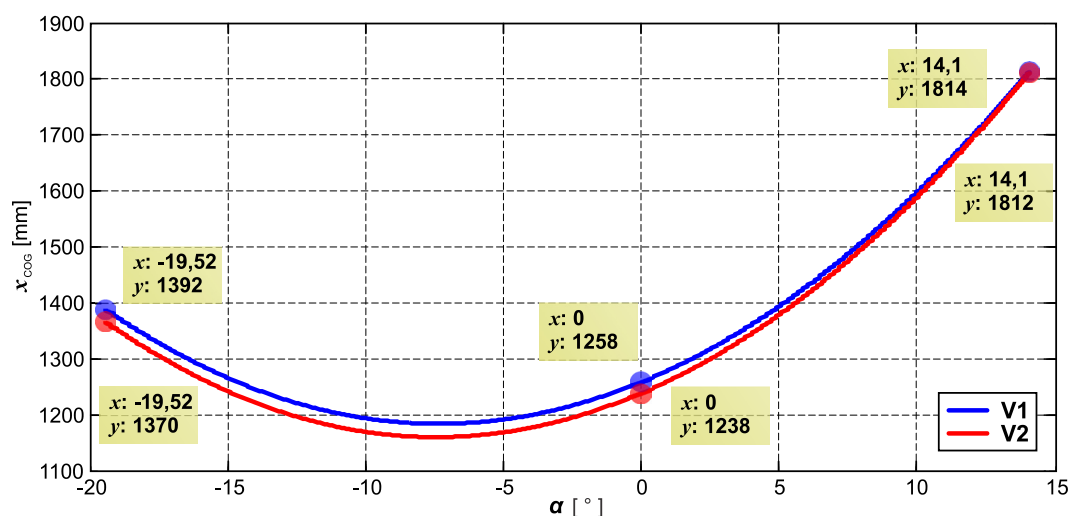
доводи до релативно великог померања тежишта, слике 2.4 и 2.6 и табела 2.2.

Табела 2.2 [59]

Положај СР	Апсциса тежишта горње градње без противтега [mm]			Маса противтега потребна за центрисање [t]		
	V1	V2	“V2–V1”	V1	V2	“V2–V1”
Доњи ($\alpha_{BWB} = -19,52^\circ$)	-5142	-6036	-894	148,7	172,9	24,15
Хоризонтални	-5303	-6198	-895	153,4	177,5	24,13
Горњи ($\alpha_{BWB} = 14,1^\circ$)	-4636	-5494	-858	134,1	157,4	23,26



Слика 2.7 Разлика масе противтега потребне за уравнотежење горње градње (максимална разлика 24,32 t) [59]



Слика 2.8 Пројектована апсциса тежишта горње градње [59]

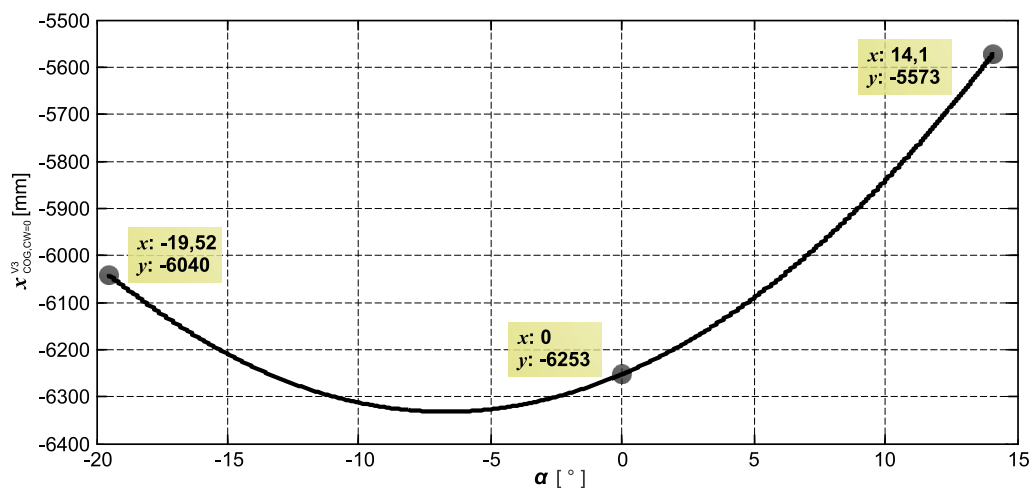
Неповољно померање положаја тежишта горње градње ка ротору (максимална разлика пројектованих апсциса тежишта горње градње варијанти 2 и 1 износи 902 mm, слика 2.6) последица је значајно неповољније дистрибуције масе код варијанте 2. Наиме, за варијанту 2, маса подструктуре 1 већа је за 16,123 t, док је маса подструктуре 2 за 30,915 t мања. Управо из овог разлога, маса противтега потребна за уравнотежење варијанте 2 значајно је већа од оне потребне за уравнотежење варијанте 1, слике 2.5 и 2.7 и табела 2.2, па је самим тим и укупна пројектована маса противтега са 197 t (V1) повећана на 221 t (V2) како би се одржала пројектована апсциса тежишта горње градње, слика 2.8 и табела 2.3.

Табела 2.3 [59]

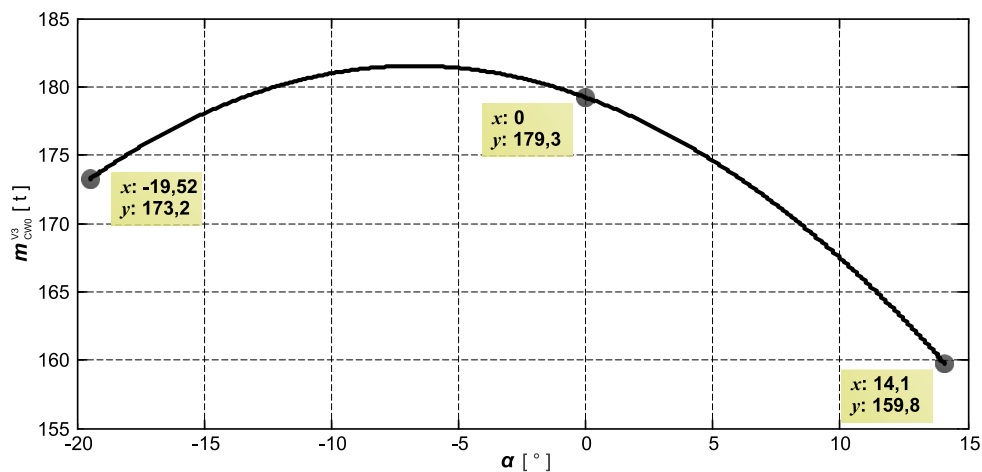
Положај СР	Апсциса тежишта горње градње (mm)		
	V1 (Маса противтега 197 t)	V2 (Маса противтега 221 t)	“V2–V1”
Доњи ($\alpha_{BWB}=-19,52^\circ$)	1392	1370	-22
Хоризонтални	1258	1238	-20
Горњи ($\alpha_{BWB}=14,1^\circ$)	1814	1812	-2

2.3 Аналитичко одређивање параметара 3D модела горње градње

3D модел горње градње, слике 2.1-2.3, омогућава врло прецизно одређивање тежине и положаја тежишта носеће конструкције, машинских система и опреме који су, према димензијама и масама, еквивалентни реалним структурама, слике 2.9 и 2.10 и табела 2.4.



Слика 2.9 Пројектована апсциса тежишта горње градње без противтега [59]



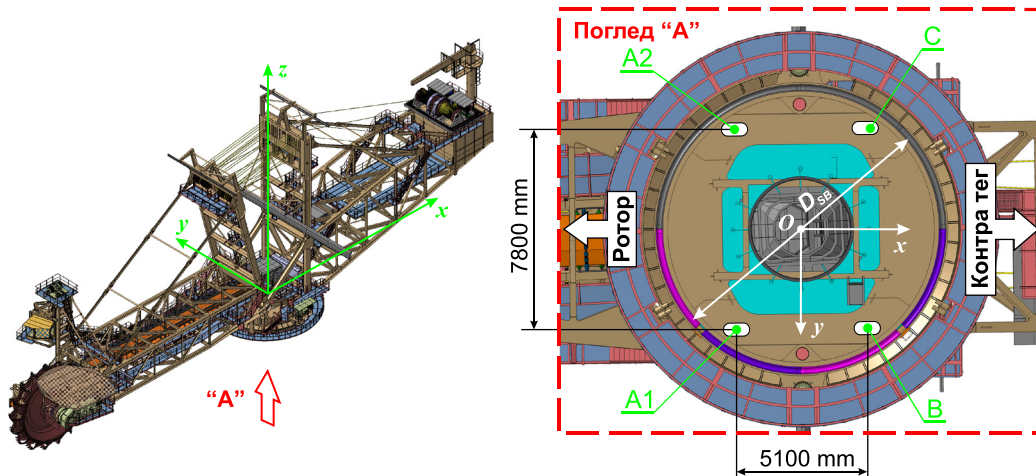
Слика 2.10 Маса противтега потребне за уравнотежење горње градње [59]

Табела 2.4 [59]

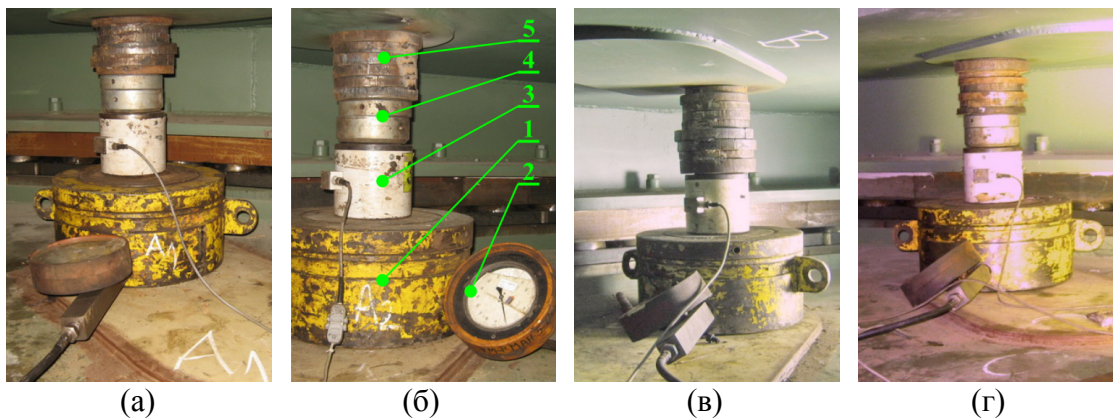
Маса	V3
Укупна маса горње градње без противтега [t]	978,266
Маса прве подструктуре [t]	476,119
Маса друге подструктуре [t]	502,147

2.4 Вагање горње градње

Вагања горње градње извршена су одмах након завршетка процеса монтаже, слике 2.11 и 2.12 и табела 2.5. Маса противтега приликом првог вагања (W1) износила је 177,017 t. Претпостављало се да ће наведена маса противтега, одређена на основу коначног прорачуна стабилности (V2) бити довољна за уравнотежење структуре горње градње. Након првог вагања, маса противтега је коригована додавањем још 54,96 t, па је приликом другог вагања износила 231,997 t.



Слика 2.11 Мерна места ($D_{SB}=11000\text{mm}$ – пречник улежиштења горње градње) [59]



Слика 2.12 Мерна места (1 – хидро цилиндар, 2 – манометар, 3 – динамометар, 4 – калота, 5 – компензационе плоче): (а) мерно место A_1 ; (б) мерно место A_2 ; (в) мерно место B ; (г) мерно место C [59]

Табела 2.5 [59]

Вагање	Реакција ослонца [kN]				Тежина горње градње [kN]	Координате положаја тежишта [mm]	
	R_{A1}	R_{A2}	R_B	R_C	G_{US}	x_{COG}	y_{COG}
W1 ($m_{CW}=177,017\text{t}$): Положај СР							
Доњи ($\alpha_{BWB}=-12,9^\circ$)	3259,4	3307,8	2312,1	2620,0	11499,2	-398	-121
Хоризонтални	3260,4	3221,9	2305,3	2713,7	11501,1	-356	-125
Горњи ($\alpha_{BWB}=14,1^\circ$)	2608,9	2630,5	2967,4	3292,6	11499,4	249	-118
W2 ($m_{CW}=231,997\text{t}$): Положај СР							
Доњи ($\alpha_{BWB}=-11,4^\circ$)	1808,5	1893,1	4040,6	4361,0	12103,3	1087	-130

2.5 Корекција маса модела горње градње на основу резултата првог вагања

Осредњена маса горње градње, добијена на основу резултата првог вагања износи

$$m_{US,W1,A} = \frac{1}{3g} \sum_{p=1}^3 G_{US,p} = \frac{1}{3 \cdot 9,81} \cdot (11499,2 + 11501,1 + 11499,4) = 1172,263 \text{ t}, \quad (2.2)$$

док је маса 3D модела горње градње (V3) са противтегом еквивалентне масе ($m_{CW1} = 177,017 \text{ t}$):

$$m_{US,CW1}^{V3} = m_{US,CW=0}^{V3} + m_{CW1} = 978,266 + 177,017 = 1155,283 \text{ t}. \quad (2.3)$$

Дакле, експериментално одређена маса горње градње већа је за

$$\Delta m_{US}^{V3} = m_{US,W1,A} - m_{US,CW1}^{V3} = 1172,263 - 1155,283 = 16,980 \text{ t} \quad (2.4)$$

од масе 3D модела горње градње.

Апсцисе положаја тежишта 3D модела горње градње са масом противтега од $m_{CW1} = 177,017 \text{ t}$, за све три конфигурације багера приликом првог вагања приказане су у табели 2.6.

Табела 2.6 [59]

Положај стреле ротора	Апсциса тежишта горње градње, x_{COG} [mm]
Доњи: $\alpha_{BWB} = -12,9^\circ$	-75
Хоризонтални	-66
Горњи: $\alpha_{BWB} = 14,1^\circ$	509

На основу чињенице да је тежиште структуре одређено првим вагањем померено ка ротору, табеле 2.5 и 2.6, може се закључити да се додатна „корективна“ маса (Δm_{US}^{V3}) налази на конструкцији стреле ротора. Апсцисе средишта корективне масе (тачка С на слици 2.13) карактеристичних геометријских конфигурација горње градње, одређене су према изразима

$$x_{C,L} = \frac{G_{US,L}^{W1} \cdot x_{COG,L}^{W1} - m_{US,CW1}^{V3} \cdot g \cdot x_{COG,L}^{V3}}{\Delta m_{US}^{V3} \cdot g} = \frac{1}{16,98 \cdot 10^3 \cdot 9,81} \left[11499,2 \cdot 10^3 \cdot \right. \quad (2.5)$$

$$\left. \cdot (-398 \cdot 10^{-3}) - 1155,283 \cdot 9,81 \cdot 10^3 \cdot (-75 \cdot 10^{-3}) \right] = -22,373 \text{ m},$$

$$x_{C,H} = \frac{G_{US,H}^{W1} \cdot x_{COG,H}^{W1} - m_{US,CW1}^{V3} \cdot g \cdot x_{COG,H}^{V3}}{\Delta m_{US}^{V3} \cdot g} = \frac{1}{16,98 \cdot 10^3 \cdot 9,81} \left[11501,1 \cdot 10^3 \cdot \right. \quad (2.6)$$

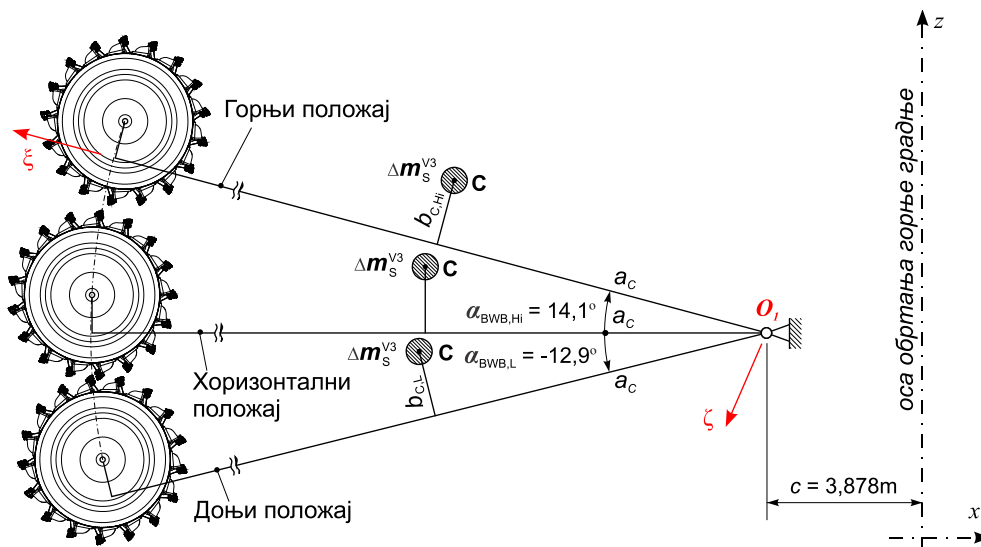
$$\left. \cdot (-356 \cdot 10^{-3}) - 1155,283 \cdot 9,81 \cdot 10^3 \cdot (-66 \cdot 10^{-3}) \right] = -20,090 \text{ m},$$

$$x_{C,Hi} = \frac{G_{US,Hi}^{W1} \cdot x_{COG,Hi}^{W1} - m_{US,CW1}^{V3} \cdot g \cdot x_{COG,Hi}^{V3}}{\Delta m_{US}^{V3} \cdot g} = \frac{1}{16,98 \cdot 10^3 \cdot 9,81} [11499,4 \cdot 10^3 \cdot 249 \cdot 10^{-3} - 1155,283 \cdot 9,81 \cdot 10^3 \cdot 509 \cdot 10^{-3}] = -17,442 \text{ m.} \quad (2.7)$$

Индекси „L“, „H“ и „Hi“ у изразима (2.5), (2.6) и (2.7) означавају доњи, хоризонтални и горњи положај стреле ротора.

Апсциса средишта корективне масе у односу на покретни координатни систем $O_I \xi \eta \zeta$ везан за зглоб стреле ротора, слика 2.13, израчуната је на основу једначине

$$\xi_C = a_C = -x_{C,H} - c = -(-20,09) - 3,878 = 16,212 \text{ m.} \quad (2.8)$$



Слика 2.13 Одређивање положаја средишта корективне масе [59]

Апликате средишта корективне масе, у доњем и горњем положају стреле ротора, слика 2.13, израчунавају се на основу једначина

$$\begin{aligned} \zeta_{C,L} = -b_{C,L} &= -\frac{x_{C,L} + c + \xi_C \cos \alpha_{BWB,L}}{\sin \alpha_{BWB,L}} = \\ &= -\frac{-22,373 + 3,878 + 16,212 \cos(-12,9^\circ)}{\sin(-12,9^\circ)} = -12,059 \text{ m,} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{C,Hi} = -b_{C,Hi} &= -\frac{x_{C,Hi} + c + \xi_C \cos \alpha_{BWB,Hi}}{\sin \alpha_{BWB,Hi}} = \\ &= -\frac{-17,442 + 3,878 + 16,212 \cos 14,1^\circ}{\sin 14,1^\circ} = -8,865 \text{ m.} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Апликаата средишта корективне масе модела који истовремено даје добру апроксимацију апсцисе тежишта у доњем и горњем положају стреле ротора, одређена је на основу израза

$$\zeta_C = k(\zeta_L + \zeta_{Hi}), \quad (2.11)$$

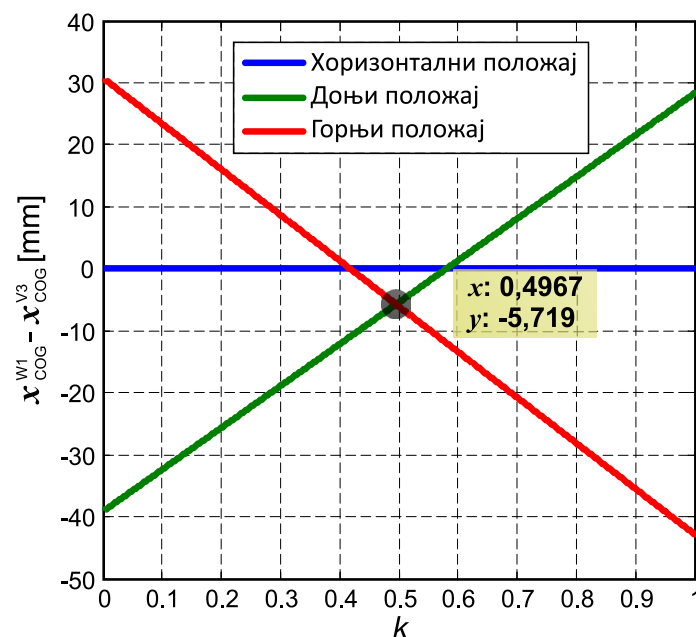
где је k корективни фактор. Утицај његове вредности на разлику експериментално и прорачунски одређене апсцисе тежишта горње градње ($\Delta x_{COG} = x_{COG}^{W1} - x_{COG}^{V3}$), за карактеристичне положаје стреле ротора, приказан је на слици 2.14.

При хоризонталном положају стреле ротора апликаата средишта корективне масе нема утицаја на апсцису тежишта горње градње, па је, сагласно томе, разлика апсциса $\Delta x_{COG,H}$ (плава линија на слици 2.14) неосетљива на промену вредности коефицијента k . Праве које приказују зависност $\Delta x_{COG,Hi}$ и $\Delta x_{COG,L}$ од вредности корекционог фактора k , секу се у тачки чија је апсциса $k=0,4967$. За ову вредност корективног фактора k , одступања апсциса тежишта горње градње од оних утврђених првим вагањем, мања су од 6 mm.

Усвојена вредност корективног фактора приликом трансформације V2 у V5 износи $k=0,5$.

Параметри статичке стабилности горње градње са противтегом масе $m_{CW1}=177,017$ t приказани су на сликама 2.15 и 2.16 и у табели 2.7.

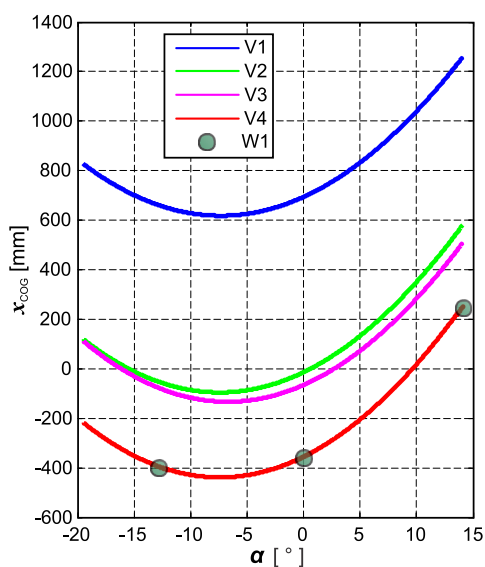
На основу приказаних резултата закључује се да кориговани 3D модел даје најбољу апроксимацију апсцисе положаја тежишта у односу на резултате првог вагања, табела 2.7 и слике 2.15 и 2.16.



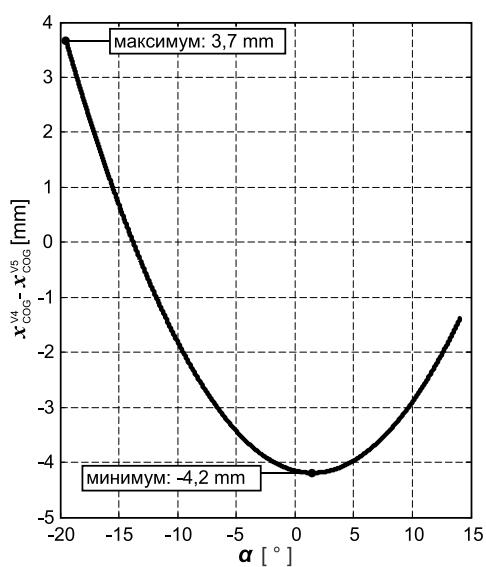
Слика 2.14 Зависност одступања апсцисе тежишта од фактора корекције апликаата

Табела 2.7 [59]

Параметар	Варијанта					Вагање
	V1	V2	V3	V4	V5	W1
Укупна маса горње градње [t]	1169,179	1154,387	1155,283	1172,263	1172,263	1172,263
Маса противтега [t]	177,017	177,017	177,017	177,017	177,017	177,017
Маса горње градње без противтега [t]	992,162	977,370	978,266	995,246	995,246	995,246
Положај стреле ротора	Апсиса тежишта горње градње, x_{COG} [mm]					
Доњи: $\alpha_{BWB}=-19,52^\circ$	829	122	114	-215	-219	—
Доњи: $\alpha_{BWB}=-12,9^\circ$	663	-51	-75	-392	-392	-398
Хоризонтални	693	-15	-66	-356	-352	-356
Горњи: $\alpha_{BWB}=14,1^\circ$	1259	581	509	255	256	249



Слика 2.15 Апсисе тежишта [59]

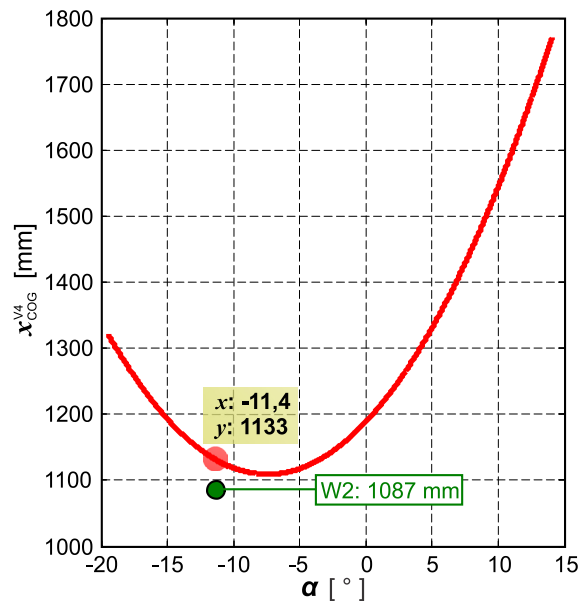


Слика 2.16 Разлика апсиса тежишта V4 и V5 [59]

Табела 2.8 [59]

Положај стреле ротора	Апсиса тежишта горње градње [mm]		
	V1 (Маса противтега 177,017 t)	V4 (Маса противтега 177,017 t)	“V4-V1”
Доњи ($\alpha_{BWB}=-19,52^\circ$)	829	-215	-1044
Хоризонтални	693	-356	-1049
Горњи ($\alpha_{BWB}=14,1^\circ$)	1259	255	-1004

Важно је нагласити да је дистрибуција маса коригованог 3D модела (V4) значајно неповољнија од оне добијене базним прорачунским моделом (аналитички модел формиран на основу прелиминарног прорачуна статичке стабилности, V1), табела 2.8. Резултати добијени применом коригованог 3D модела показују висок ниво корелације са резултатима другог вагања, слика 2.17.



Слика 2.17 Упоредни приказ апсциса тежишта горње градње добијених на основу коригованог 3D модела и другог вагања (маса противтега $m_{CW2} = 231,997 \text{ t}$) [59]

2.6 Дискусија резултата и парцијални закључци

Одређивању масе горње градње и положају њеног средишта мора се посветити посебна пажња у свим фазама пројектовања, као и након монтаже роторног багера јер, од читавог скупа оптерећења, једино сопствена тежина нема стохастички карактер.

На основу приказаних резултата истраживања може се закључити да:

- релативно мала разлика прорачунских маса надградње (1,5%) доводи до релативно великог неповољног померања њеног тежишта (902 mm ка ротору) уз значајно повећање масе противтега неопходног за њено уравнотежавање (24 t);
- 3D модел омогућава врло прецизно одређивање тежине и положаја средишта масе горње градње;
- спрезањем резултата добијених на основу 3D модела горње градње и резултата вагања након монтаже (прво вагање), у потпуности је идентификована дистрибуција маса надградње и формиран кориговани 3D модел. Његова валидација извршена је на основу резултата другог вагања, обављеног након корекције (повећања) масе противтега. Тако развијен 3D модел омогућава да се у целокупном домену промене угла нагиба стреле

ротора са довољном тачношћу одреди положај тежишта надградње. Управо због ове чињенице, кориговани 3D модел усвојен је као основа за анализу динамичког понашања двопорталног роторног багера у ванрезонантној области. Маса противтега коришћена при другом вагању ($m_{CW2} = 231,997 \text{ t}$) усваја се као меродавна за наставак истраживања.

3.0 Динамички модел двопорталног роторног багера

Приликом постављања просторног редукованог динамичког модела двопорталног роторног багера примењен је поступак који је развијен у [27]. Овај поступак омогућава да се формирају динамички модели асиметричних система код којих се референтне равни подструктура не поклапају, уз одржање просторног карактера проблема. Динамички модели, формирану применом наведеног поступка, могу се користити за модалну анализу и анализу динамичких оптерећења структуре.

Диференцијалне једначине осциловања редукованог динамичког модела двопорталног роторног багера у ванрезонантној области, имајући у виду изузетну сложеност система, постављене су применом енергијске методе, односно, Лагранжових једначина друге врсте.

Полазећи од претпоставки:

- да систем осцилује у околини положаја стабилне равнотеже,
- да осцилације система припадају класи малих осцилација, односно да је могуће извршити линеаризацију диференцијалних једначина кретања одбацивањем чланова који садрже квадрате или више степене генералисаних координата и генералисаних брзина, а кинетичку и потенцијалну енергију израчунати са тачношћу до малих величина другог реда закључно, по променљивима од којих оне зависе,
- да су све везе којима је систем подвргнут холономне, задржавајуће и идеалне стационарне везе и
- да је утицај конструкционог пригушења у ванрезонантној области занемарљив,

систем диференцијалних једначина кретања своди се на облик

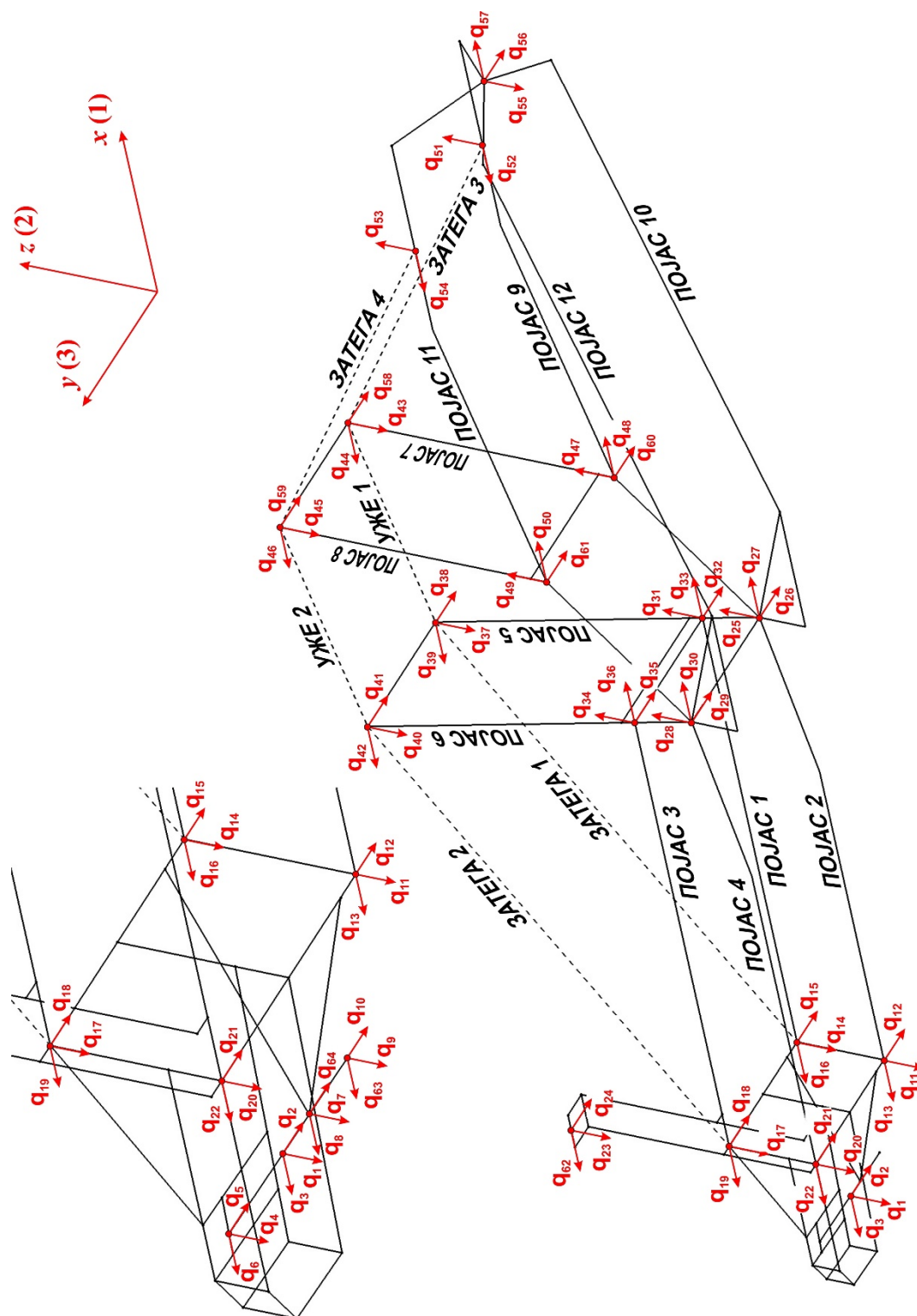
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = Q_{\Omega_j}(t), \quad (j=1,2,\dots,s), \quad (3.1)$$

односно у матричном облику

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}_{\Omega}(t). \quad (3.2)$$

Полазни проблем приликом описивања динамичког понашања комплексне конструкције двопорталног роторног багера представља избор генералисаних координата. Адекватан избор генералисаних координата омогућава испуњење захтева који се пред модел постављају. У овом случају то су: (а) анализа осциловања просторних деформабилних решеткастих конструкција, (б) коректно спрезање осцилација подструктура горње градње, (в) адекватан унос спољашњег (побудног) оптерећења изазаваног отпором копању, и (д) могућност испитивања утицаја варијације конструкционих параметара и параметара побуде на динамичко понашање конструкције. Осциловање система описано је са 64 генералисане координате, слика 3.1.

Поступак формирања редукованог просторног динамичког модела двопорталног роторног багера, приказаног на слици 3.1, спроведен је у пет фаза. У првој фази, на бази експериментално верификованог коригованог 3D модела, представљеног у другом поглављу, формиран је линијски коначноелементни модел структуре горње градње. У другој фази су, применом Клапејронове теореме, одређени чланови матрице утицајних коефицијената, формирана матрица крутости и постављен израз за потенцијалну енергију система. У трећој фази постављени су изрази за израчунавање кинетичких енергија свих подструктура горње градње. У четвртој фази одређено је спољашње оптерећење изазвано отпором копању, постављен израз за рад активних непотенцијалних сила на виртуалним померањима система и одређен вектор генералисаних непотенцијалних сила. Пета фаза представља валидацију редукованог динамичког модела.



Слика 3.1 Редуковани динамички модел горње градње багера SchRs 1600

3.1 Коначноелементни модел структуре

Линијски коначноелементни модел структуре горње градње формиран је на основу коригованог 3D модела.

Приликом формирања коначноелементног модела структуре горње градње, слика 3.2, водило се рачуна о адекватном повезивању свих подструктура. Везе стреле ротора и стреле баласта, стреле ротора и предњег портала и стреле баласта и задњег портала моделиране су као цилиндричне зглобне везе са једним степеном слободe – ротацијом око осе у, слика 3.1.

Систем за промену угла нагиба стреле ротора омогућава изједначавање сила у два паралелна ужета која садржи. Како би се одржала потенцијална енергија ужетног система (Π^{us}), која се израчунава на основу једначине,

$$\Pi^{us} = 2 \left[\frac{1}{2} c_u (i_k \Delta_{ku})^2 \right] = \frac{E_u A_u}{l_u} (i_k \Delta_{ku})^2, \quad (3.3)$$

где је: $c_u = \frac{E_u A_u}{l_u}$ - крутост ужета, E_u - модул еластичности ужета, A_u - површина

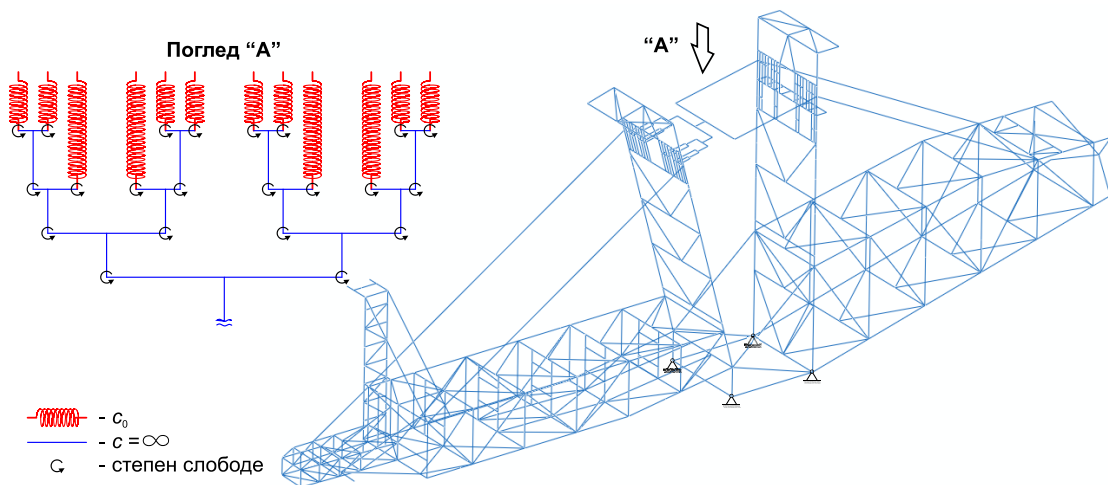
попречног пресека ужета, l_u - дужина ужета, $i_k = 12$ - преносни однос катураче,

Δ_{ku} - издужење крака ужета (катураче), систем ужади апроксимиран је системом

од дванаест паралелно везаних истоветних опруга чија се крутост (c_o) израчунава на основу једнакости потенцијалних енергија,

$$\Pi^{so} = 12 \left(\frac{1}{2} c_o \Delta_{ku}^2 \right) = \Pi^{us} \Rightarrow c_o = \frac{c_u i_k^2}{6}. \quad (3.4)$$

Овако дефинисане опруге повезане су апсолутно крутим зглобно везаним гредама, слика 3.2, чиме је формиран систем („клацкалица“) којим се одржава једнакост сила у ужадима.



Слика 3.2 Коначноелементни модел структуре горње градње

Обртна платформа и целокупна конструкција доње градње са гусеничним кретним механизмом посматране су као апсолутно круте структуре, што омогућава ослањање конструкције горње градње на четири непокретна (сферна) ослоњаца позиционирана на местима везе обртне платформе и конструкције стреле баласта.

Структуре стреле ротора, стреле баласта, предњег и задњег портала дискретизоване су гредним коначним елементима, док су затеге стрела ротора и баласта дискретизоване коначним елементима типа штапа. На тај начин формиран је коначноелементни модел који садржи 6612 елемената и 18735 чворова.

3.2 Потенцијална енергија редукованог динамичког модела

Матрица утицајних коефицијената динамичког модела горње градње одређена је применом Клапејронове теореме. Чланови матрице утицајних коефицијената представљају одзив коначноелементног модела на јединична оптерећења у смеровима генералисаних координата.

Потенцијална енергија структуре горње градње (Π_{BWE}) израчунава се на основу израза,

$$\Pi_{BWE} = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \boldsymbol{\alpha}_{BWE}^{-1} \mathbf{q} = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{C}_{BWE} \mathbf{q}, \quad (3.5)$$

где је: $\mathbf{q}$ - вектор генералисаних померања, $\boldsymbol{\alpha}_{BWE}$ - матрица утицајних коефицијената, $\mathbf{C}_{BWE} = \boldsymbol{\alpha}_{BWE}^{-1}$ - матрица крутости редукованог динамичког модела добијена као инверзна матрица матрице утицајних коефицијената.

3.3 Кинетичка енергија редукованог динамичког модела

Кинетичка енергија структуре горње градње добија се као збир кинетичких енергија њених подструктура. У наставку ће бити изведени изрази за кинетичке енергије свих подструктура горње градње, одакле се добијају коефицијенти матрице инерције система.

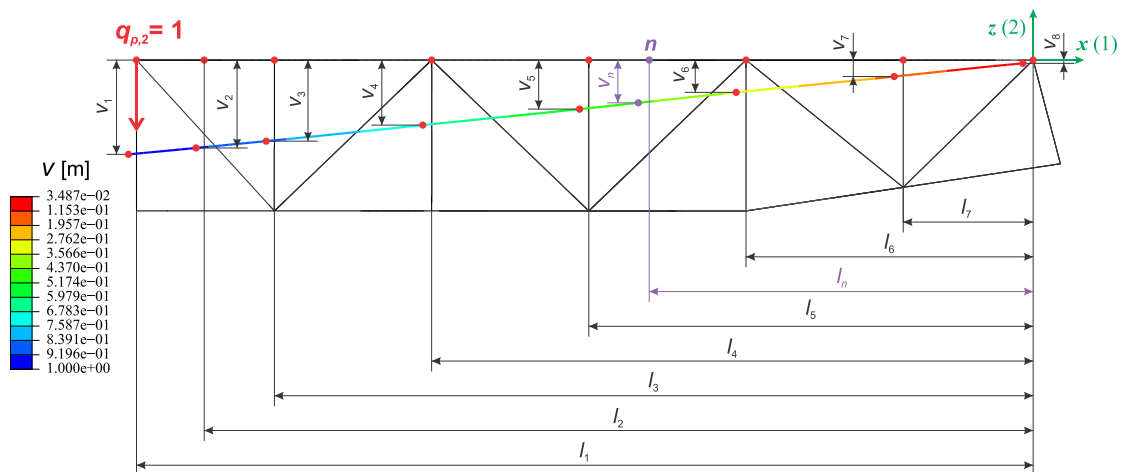
Функције облика доминантних структурних елемената одређене су применом поступка локалне линеаризације [20,29], узимајући у обзир реалну геометрију подструктура и контурне услове.

3.3.1 Кинетичка енергија стреле ротора

Динамички модел стреле ротора састоји се од четири подструктуре: распони део, препуст, вратило ротора са улежиштењем и конструкција носача лифта руковаоца.

3.3.1.1 Распони део стреле ротора

Појасеви распоног дела стреле ротора третирају се као носачи са континуално расподељеном масом, док су масе елемената испуне редукване у одговарајућим чворовима појасева. Једначина еластичне линије појаса добија се поступком локалне линеаризације еластичне линије добијене методом коначних елемената у распонима између чворишта решетке, слика 3.3.



Слика 3.3 Изглед деформисаног појаса 1 стреле ротора

Метода локалне линеаризације еластичне линије [27] биће приказана на сегменту 5 појаса 1 стреле ротора. Померања чворова 5 и 6 у правцу осе z добијена су применом методе коначних елемената. Сегмент еластичне линије између чворова 5 и 6 апроксимира се правом (дужи). Померање уоченог n -тог чвора сегмента 5 које се јавља као последица јединичног померања чвора 1 у смеру генералисане координате $q_{p,2}$ израчунава се према изразу

$$v_n = v_6 + \frac{(l_n - l_6)(v_5 - v_6)}{l_5 - l_6}. \quad (3.6)$$

даљим трансформацијама једначина (3.6) своди се на облик:

$$v_n = \frac{(v_5 - v_6)}{l_5 - l_6} l_n + \frac{v_6 l_5 - v_5 l_6}{l_5 - l_6}, \quad (3.7)$$

односно,

$$v_n = k_{v,5} l_n + b_{v,5}, \quad (3.8)$$

где је: $k_{v,5} = \frac{(v_5 - v_6)}{l_5 - l_6}$ - коефицијент правца деформисаног сегмента 5, а

$b_{v,5} = \frac{v_6 l_5 - v_5 l_6}{l_5 - l_6}$ - одсечак на оси x .

Уопштавањем израза (3.8) и његовим множењем са померањем у смеру генералисане координате $q_{p,2}$ добија се израз за линеаризовану функцију p -тог појаса на уоченом интервалу

$$v_{p,i} = (k_{v,i} l + b_{v,i}) q_{p,2}, \quad (3.9)$$

односно, у развијеној форми,

$$v_{p,i} = \left(\frac{v_i - v_{i+1}}{l_i - l_{i+1}} l + \frac{v_{i+1} l_i - v_i l_{i+1}}{l_i - l_{i+1}} \right) q_{p,2}, \quad (3.10)$$

при чему је: v – померање у правцу осе z , p – ознака појаса, i – ознака интервала.

Аналогним поступком долази се до осталих апроксимативних функција облика појасева стреле ротора.

Кинетичка енергија i -тог сегмента појаса стреле ротора израчунава се према обрасцу:

$$\begin{aligned} T_s^i &= \frac{1}{2} \int_{l_{i+1}}^{l_i} V_i^2(l) dm_{s,i} = \frac{1}{2} \int_{l_{i+1}}^{l_i} [V_{u,i}^2(l) + V_{v,i}^2(l) + V_{w,i}^2(l)] \frac{m_{s,i}^{jed}}{\cos(\beta_i)} dl = \\ &= \frac{1}{2} \int_{l_{i+1}}^{l_i} \left[(k_{u,i} l - b_{u,i})^2 \dot{q}_{p,1}^2 + (k_{v,i} l - b_{v,i})^2 \dot{q}_{p,2}^2 + (k_{w,i} l - b_{w,i})^2 \dot{q}_{p,3}^2 \right] \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} dl = \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \left\{ \left[\int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{u,i} l - b_{u,i})^2 dl \right] \dot{q}_{p,1}^2 + \left[\int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{v,i} l - b_{v,i})^2 dl \right] \dot{q}_{p,2}^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left[\int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{w,i} l - b_{w,i})^2 dl \right] \dot{q}_{p,3}^2 \right\}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где је: $V_i^2(l) = V_{u,i}^2(l) + V_{v,i}^2(l) + V_{w,i}^2(l)$ - квадрат апсолутне брзине елементарне масе i -тог сегмента појаса, $m_{s,i}^{jed}$ - маса по јединици дужине i -тог сегмента, $m_{s,i}$ -

маса i -тог сегмента, $l_{s,i} = \frac{l_i - l_{i+1}}{\cos(\beta_i)}$ - дужина i -тог сегмента, β_i - угао нагиба i -тог сегмента у односу на осу x .

Сумирањем израза за кинетичке енергије сегмената добија се кинетичка енергија појаса стреле ротора,

$$T^p = \sum_{i=1}^r \left[\frac{1}{2} \int_{l_{i+1}}^{l_i} V_i^2(l) dm_{s,i} \right] = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{u,i}l - b_{u,i})^2 dl \right] \dot{q}_{p,1}^2 + \\ + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{v,i}l - b_{v,i})^2 dl \right] \dot{q}_{p,2}^2 + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{w,i}l - b_{w,i})^2 dl \right] \dot{q}_{p,3}^2, \quad (3.12)$$

где је: r - број сегмената (интервала).

Парцијалним диференцирањем израза (3.12) по генералисаним брзинама, а затим и тоталним диференцирањем по времену добијају се следећи изрази:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^p}{\partial \dot{q}_{p,1}} \right) = \left[\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{u,i}l - b_{u,i})^2 dl \right] \ddot{q}_{p,1} = a_{p,1p,1}^p \ddot{q}_{p,1}, \quad (3.13)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^p}{\partial \dot{q}_{p,2}} \right) = \left[\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{v,i}l - b_{v,i})^2 dl \right] \ddot{q}_{p,2} = a_{p,2p,2}^p \ddot{q}_{p,2}, \quad (3.14)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^p}{\partial \dot{q}_{p,3}} \right) = \left[\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{w,i}l - b_{w,i})^2 dl \right] \ddot{q}_{p,3} = a_{p,3p,3}^p \ddot{q}_{p,3}, \quad (3.15)$$

у којима су: $a_{p,1p,1}^p$, $a_{p,2p,2}^p$ и $a_{p,3p,3}^p$ - парцијални коефицијенти инерције по одговарајућим генералисаним координатама добијени редукцијом масе појаса у чвор 1, слика 3.3.

Израз за кинетичку енергију масе концентрисане у i -том чвору појаса стреле ротора гласи

$$T_i^{kmp} = \frac{1}{2} m_{kmp,i} V_i^2 = \frac{1}{2} m_{kmp,i} (V_{u,i}^2 + V_{v,i}^2 + V_{w,i}^2) = \frac{1}{2} m_{kmp,i} (u_i^2 \dot{q}_{p,1}^2 + v_i^2 \dot{q}_{p,2}^2 + w_i^2 \dot{q}_{p,3}^2), \quad (3.16)$$

где је: $V_i^2 = V_{u,i}^2 + V_{v,i}^2 + V_{w,i}^2$ - квадрат апсолутне брзине i -тог чвора појаса, $m_{kmp,i}$ - маса концентрисана у i -том чвору појаса, па је кинетичка енергија свих концентрисаних маса у чворовима појаса

$$T^{kmp} = \sum_{i=1}^{r+1} \frac{1}{2} m_{kmp,i} V_i^2 = \dots = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} (u_i^2 \dot{q}_{p,1}^2 + v_i^2 \dot{q}_{p,2}^2 + w_i^2 \dot{q}_{p,3}^2). \quad (3.17)$$

Парцијалним диференцирањем израза (3.17) по генералисаним брзинама, а затим и тоталним диференцирањем по времену добијају се следећи изрази:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{kmp}}{\partial \dot{q}_{p,1}} \right) = \left(\sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} u_i^2 \right) \ddot{q}_{p,1} = a_{p,1p,1}^{kmp} \ddot{q}_{p,1}, \quad (3.18)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{kmp}}{\partial \dot{q}_{p,2}} \right) = \left(\sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} v_i^2 \right) \ddot{q}_{p,2} = a_{p,2p,2}^{kmp} \ddot{q}_{p,2}, \quad (3.19)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{kmp}}{\partial \dot{q}_{p,3}} \right) = \left(\sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} w_i^2 \right) \ddot{q}_{p,3} = a_{p,3p,3}^{kmp} \ddot{q}_{p,3}, \quad (3.20)$$

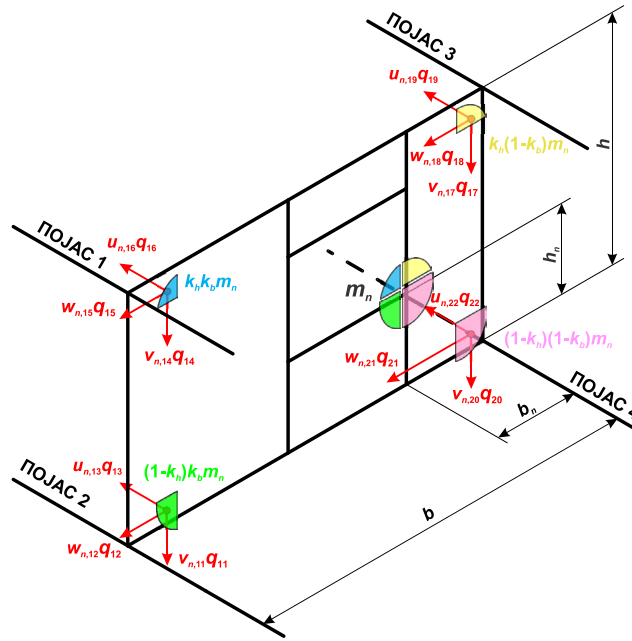
где су: $a_{p,1p,1}^{kmp}$, $a_{p,2p,2}^{kmp}$ и $a_{p,3p,3}^{kmp}$ - парцијални коефицијенти инерције по одговарајућим генералисаним координатама добијени редукцијом концентрисаних маса у чворовима појаса у чвор 1, слика 3.3.

Поступак израчунавања кинетичке енергије маса концентрисаних у чворовима који не припадају појасевима стреле ротора биће приказан на примеру чвора помоћне носеће конструкције тракастог транспортера (одлагача), слика 3.4. У овом чвору се поред редукованих маса носача налази и спољашња маса добијена редукцијом маса елемената (обртних делова) транспортера, транспортне траке и челичне конструкције носача ваљака, као и редукована маса елемената конструкције газишта.

Кинетичка енергија масе редуковане у чвор n израчунава се према образцу

$$T_n = \frac{1}{2} m_n \left[k_h k_b \left(u_n^2 \dot{q}_{p,1}^2 + v_n^2 \dot{q}_{p,2}^2 + w_n^2 \dot{q}_{p,3}^2 \right) \Big|_{\text{појас1}} + (1-k_h) k_b \left(u_n^2 \dot{q}_{p,1}^2 + v_n^2 \dot{q}_{p,2}^2 + w_n^2 \dot{q}_{p,3}^2 \right) \Big|_{\text{појас2}} + \right. \\ \left. + k_h (1-k_b) \left(u_n^2 \dot{q}_{p,1}^2 + v_n^2 \dot{q}_{p,2}^2 + w_n^2 \dot{q}_{p,3}^2 \right) \Big|_{\text{појас3}} + (1-k_h) (1-k_b) \left(u_n^2 \dot{q}_{p,1}^2 + v_n^2 \dot{q}_{p,2}^2 + w_n^2 \dot{q}_{p,3}^2 \right) \Big|_{\text{појас4}} \right], \quad (3.21)$$

где су: $k_h = \frac{h_n}{h}$, $k_b = \frac{b_n}{b}$ коефицијенти положаја концентрисане масе у односу на појас 4 стреле ротора.



Слика 3.4 Концентрисана маса у чвору n који не припада појасу стреле ротора

Парцијалним диференцирањем једначине (3.21) по генералисаним брзинама, које одговарају генералисаним координатама одговарајућег појаса, а затим и тоталним диференцирањем по времену,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_n}{\partial \dot{q}_{p,1}} \right) = m_n u_n^2 \ddot{q}_{p,1} = a_{p,1p,1}^n \ddot{q}_{p,1}, \quad (3.22)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_n}{\partial \dot{q}_{p,2}} \right) = m_n v_n^2 \ddot{q}_{p,2} = a_{p,2p,2}^n \ddot{q}_{p,2}, \quad (3.23)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_n}{\partial \dot{q}_{p,3}} \right) = m_n w_n^2 \ddot{q}_{p,3} = a_{p,3p,3}^n \ddot{q}_{p,3}, \quad (3.24)$$

добиају се парцијални коефицијенти инерције $a_{p,1p,1}^n$, $a_{p,2p,2}^n$, $a_{p,3p,3}^n$ као последица редукције концентрисаних маса у чворовима који не припадају појасевима стреле ротора у чвор 1, слика 3.3. Аналогним поступком добијају се парцијални коефицијенти инерције за остала три појаса стреле ротора.

Сабирањем парцијалних коефицијената инерције добијених редукцијом континуално расподељене масе појаса, маса концентрисаних у чворовима појаса и концентрисаних маса у чворовима који не припадају појасевима, добијају се коефицијенти инерције за генералисане координате које описују кретање распоног дела стреле ротора,

$$a_{p,1p,1} = a_{p,1p,1}^p + a_{p,1p,1}^{kmp} + \sum_n a_{p,1p,1}^n = \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i}} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{u,i}l - b_{u,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} u_i^2 + \sum_n m_n u_n^2, \quad (3.25)$$

$$a_{p,2p,2} = a_{p,2p,2}^p + a_{p,2p,2}^{kmp} + \sum_n a_{p,2p,2}^n = \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i}} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{v,i}l - b_{v,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} v_i^2 + \sum_n m_n v_n^2, \quad (3.26)$$

$$a_{p,3p,3} = a_{p,3p,3}^p + a_{p,3p,3}^{kmp} + \sum_n a_{p,3p,3}^n = \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i}} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{w,i}l - b_{w,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} w_i^2 + \sum_n m_n w_n^2. \quad (3.27)$$

На основу изложеног поступка и података приложених у табели 3.1, одређује се кинетичка енергија распоног дела стреле ротора, а самим тим и коефицијенти матрице инерције за одговарајуће генералисане координате редукованог динамичког модела.

Табела 3.1

Појас	$q_{p,1}$	$q_{p,2}$	$q_{p,3}$
1	q_{16}	q_{14}	q_{15}
2	q_{13}	q_{11}	q_{12}
3	q_{19}	q_{17}	q_{18}
4	q_{22}	q_{20}	q_{21}

3.3.1.2 Препуст стреле ротора

Због своје релативно мале дужине и релативно велике крутости, динамички модел препуста стреле ротора добијен је редукцијом маса структурних елемената у одговарајуће чворове, у које су унете и спољашње концентрисане масе конструкција које препуст носи. Израз за кинетичку енергију масе концентрисане у i -том чвору препуста стреле ротора гласи

$$T_i^{pr} = \frac{1}{2} m_{pr,i} V_i^2 = \frac{1}{2} m_{pr,i} (V_{u,i}^2 + V_{v,i}^2 + V_{w,i}^2) = \frac{1}{2} m_{pr,i} (u_i^2 \dot{q}_6^2 + v_i^2 \dot{q}_4^2 + w_i^2 \dot{q}_5^2), \quad (3.28)$$

где су: $V_i^2 = V_{u,i}^2 + V_{v,i}^2 + V_{w,i}^2$ - квадрат апсолутне брзине i -тог чвора препуста $m_{pr,i}$ - концентрисана маса у i -том чвору препуста, u_i , v_i и w_i - померања i -тог чвора препуста у правцу генералисаних координата q_6 , q_4 и q_5 респективно, добијена као последица јединичних померања по наведеним генералисаним координатама.

Израз за кинетичку енергију препуста добија се као збир кинетичких енергија концентрисаних маса у чворовима,

$$T^{pr} = \sum_{i=1}^n T_i^{pr} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_{pr,i} (u_i^2 \dot{q}_6^2 + v_i^2 \dot{q}_4^2 + w_i^2 \dot{q}_5^2), \quad (3.29)$$

где је: n - број чворова препуста. Из израза (3.29) следи

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{pr}}{\partial \dot{q}_6} \right) = \left(\sum_{i=1}^n m_{pr,i} u_i^2 \right) \ddot{q}_6 = a_{66} \ddot{q}_6, \quad (3.30)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{pr}}{\partial \dot{q}_4} \right) = \left(\sum_{i=1}^n m_{pr,i} v_i^2 \right) \ddot{q}_4 = a_{44} \ddot{q}_4, \quad (3.31)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{pr}}{\partial \dot{q}_5} \right) = \left(\sum_{i=1}^n m_{pr,i} w_i^2 \right) \ddot{q}_5 = a_{55} \ddot{q}_5, \quad (3.32)$$

где су: a_{66} , a_{44} и a_{55} - коефицијенти инерције по генералисаним координатама q_6 , q_4 и q_5 респективно.

3.3.1.3 Вратило ротора са улежиштењем

Осциловање вратила ротора, као носача двеју доминантних маса система (ротора са кашикама и погона ротора), слика 3.1, описано је помоћу 12 генералисаних координата. Радиаксијално улежиштење вратила ротора налази се на конструкцији препуста, па је његова маса и део масе вратила унета у чвор, чија је кинетичка енергија већ одређена једначином (3.29). Кретање маса ротора са кашикама као и припадајућег дела масе вратила описано је генералисаним координатама q_1 , q_2 и q_3 , док је кретање погона ротора описано генералисаним координатама q_9 , q_{10} и q_{63} . Маса улежиштења и део масе носача редуковани су у чвор на врху носача радијалног улежиштења вратила, генералисане координате наведеног чвора су q_7 , q_8 и q_{64} . Како је, због природе ослоњаца вратило на месту радијалног улежиштења аксијално слободно, припадајући део масе вратила редукован је у чворове чије кретање описују координате q_7 , q_8 и q_2 . Ако се из израза за кинетичку енергију вратила са улежиштењем елиминише припадајући део кинетичке енергије препуста, добија се једначина

$$T^{vu-pr} = \frac{1}{2} \left[(m_{BW} + m_v^{BW}) (\dot{q}_3^2 + \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) + (m_{RB} + m_{RBG}) (\dot{q}_8^2 + \dot{q}_7^2 + \dot{q}_{64}^2) + m_v^{RB} (\dot{q}_8^2 + \dot{q}_7^2 + w_{RB}^2 \dot{q}_2^2) + (m_{BWD} + m_v^{BWD}) (\dot{q}_{63}^2 + \dot{q}_9^2 + \dot{q}_{10}^2) \right], \quad (3.33)$$

у којој је: m_{BW} - маса ротора са кашикама, m_{RB} - маса радијалног улежиштења, m_{RBG} - део масе носача радијалног улежиштења, m_{BWD} - маса погона ротора, m_v^{BW} , m_v^{RB} и m_v^{BWD} - маса вратила редукована на месту ротора, радијалног улежиштења и погона ротора респективно, w_{RB} - померање вратила на месту радијалног

улежиштења услед јединичног померања вратила на месту ротора у смеру генералисане координате q_2 . Коефицијенти матрице инерције a_{11} , a_{22} , a_{33} , a_{77} , a_{88} , a_{99} , a_{1010} , a_{6363} и a_{6464} дати су у табели 3.2.

Табела 3.2

$a_{11} = a_{33}$	a_{22}	$a_{77} = a_{88}$	$a_{99} = a_{1010} = a_{6363}$	a_{6464}
$m_{BW} + m_v^{BW}$	$m_{BW} + m_v^{BW} + w_{RB}^2 m_v^{RB}$	$m_{RB} + m_{RBG} + m_v^{RB}$	$m_{BWD} + m_v^{BWD}$	$m_{RB} + m_{RBG}$

3.3.1.4 Носач лифта руковаоца

Конструкција носача лифта руковаоца моделирана је на исти начин као и конструкција препуста стреле ротора. Маса кабине руковаоца, покретних делова лифта и погона лифта унете су управо у чвор чија су генералисана померања употребљена за описивање кретања целокупне конструкције носача лифта. Парцијалним диференцирањем израза за кинетичку енергију свих n концентрисаних маса, једначина (3.34), по генералисаним брзинама $\dot{q}_{62}$, $\dot{q}_{23}$ и $\dot{q}_{24}$, а потом и тоталним диференцирањем по времену одређују се коефицијенти инерције a_{6262} , a_{2323} и a_{2424} ,

$$T^{lr} = \sum_{i=1}^n T_i^{lr} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_{lr,i} (u_i^2 \dot{q}_{62}^2 + v_i^2 \dot{q}_{23}^2 + w_i^2 \dot{q}_{24}^2), \quad (3.34)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{lr}}{\partial \dot{q}_{62}} \right) = \left(\sum_{i=1}^n m_{lr,i} u_i^2 \right) \ddot{q}_{62} = a_{6262} \ddot{q}_{62}, \quad (3.35)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{lr}}{\partial \dot{q}_{23}} \right) = \left(\sum_{i=1}^n m_{lr,i} v_i^2 \right) \ddot{q}_{23} = a_{2323} \ddot{q}_{23}, \quad (3.36)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^{lr}}{\partial \dot{q}_{24}} \right) = \left(\sum_{i=1}^n m_{lr,i} w_i^2 \right) \ddot{q}_{24} = a_{2424} \ddot{q}_{24}. \quad (3.37)$$

У изразима 3.34 – 3.37 $m_{lr,i}$ представља концентрисану масу у i -том чвору конструкције носача лифта руковаоца.

3.3.2 Кинетичка енергија стреле противтега

Стрела противтега представља просторну решеткасту конструкцију са вертикалном равни симетрије. Кретање поменуте конструкције, као и свих

структурних елемената које она носи, описано је трима генералисаним координатама q_{55} , q_{56} и q_{57} везаним за чвор у коме се налази тежиште противтега, који се третира као доминантна маса. Овакав приступ моделирању могућ је због изједначавања сила у ужадима система за промену угла нагиба стреле ротора и начина геометријског обликовања конструкције. Наиме, ексцентрично постављене масе на стрели ротора неминовно изазивају торзију конструкције стреле ротора, али је конструкционим решењем предњег портала омогућено изједначавање сила у затегама стреле ротора, што уз једнакост сила у ужадима, доводи до равномерног оптерећења задњег портала, а самим тим и изједначавања сила у затегама стреле противтега. На овај начин у потпуности је компензован утицај торзије стреле ротора. Торзија стреле противтега, евентуално се може јавити услед несиметрије спољашњих маса које она носи.

Појасеви стреле противтега моделирани су на исти начин као и појасеви стреле ротора. Израз за кинетичку енергију стреле противтега гласи:

$$\begin{aligned}
T^{sb} = & \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^p \frac{m_{s,i}^{p9}}{l_{s,i}^{p9} \cos(\beta_i^{p9})} \int_{l_{i+1}^{p9}}^{l_i^{p9}} (k_{u,i}^{p9} l - b_{u,i}^{p9})^2 dl + \sum_{i=1}^q \frac{m_{s,i}^{p10}}{l_{s,i}^{p10} \cos(\beta_i^{p10})} \int_{l_{i+1}^{p10}}^{l_i^{p10}} (k_{u,i}^{p10} l - b_{u,i}^{p10})^2 dl + \right. \\
& + \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}^{p11}}{l_{s,i}^{p11} \cos(\beta_i^{p11})} \int_{l_{i+1}^{p11}}^{l_i^{p11}} (k_{u,i}^{p11} l - b_{u,i}^{p11})^2 dl + \sum_{i=1}^s \frac{m_{s,i}^{p12}}{l_{s,i}^{p12} \cos(\beta_i^{p12})} \int_{l_{i+1}^{p12}}^{l_i^{p12}} (k_{u,i}^{p12} l - b_{u,i}^{p12})^2 dl + \\
& + \sum_{i=1}^{p+1} m_{kmp,i}^{p9} (u_i^{p9})^2 + \sum_{i=1}^{q+1} m_{kmp,i}^{p10} (u_i^{p10})^2 + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i}^{p11} (u_i^{p11})^2 + \sum_{i=1}^{s+1} m_{kmp,i}^{p12} (u_i^{p12})^2 + \sum_n m_n u_n^2 \left. \right\} \dot{q}_{57}^2 + \\
& + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^p \frac{m_{s,i}^{p9}}{l_{s,i}^{p9} \cos(\beta_i^{p9})} \int_{l_{i+1}^{p9}}^{l_i^{p9}} (k_{v,i}^{p9} l - b_{v,i}^{p9})^2 dl + \sum_{i=1}^q \frac{m_{s,i}^{p10}}{l_{s,i}^{p10} \cos(\beta_i^{p10})} \int_{l_{i+1}^{p10}}^{l_i^{p10}} (k_{v,i}^{p10} l - b_{v,i}^{p10})^2 dl + \right. \\
& + \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}^{p11}}{l_{s,i}^{p11} \cos(\beta_i^{p11})} \int_{l_{i+1}^{p11}}^{l_i^{p11}} (k_{v,i}^{p11} l - b_{v,i}^{p11})^2 dl + \sum_{i=1}^s \frac{m_{s,i}^{p12}}{l_{s,i}^{p12} \cos(\beta_i^{p12})} \int_{l_{i+1}^{p12}}^{l_i^{p12}} (k_{v,i}^{p12} l - b_{v,i}^{p12})^2 dl + \\
& + \sum_{i=1}^{p+1} m_{kmp,i}^{p9} (v_i^{p9})^2 + \sum_{i=1}^{q+1} m_{kmp,i}^{p10} (v_i^{p10})^2 + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i}^{p11} (v_i^{p11})^2 + \sum_{i=1}^{s+1} m_{kmp,i}^{p12} (v_i^{p12})^2 + \sum_n m_n v_n^2 \left. \right\} \dot{q}_{55}^2 + \\
& + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^p \frac{m_{s,i}^{p9}}{l_{s,i}^{p9} \cos(\beta_i^{p9})} \int_{l_{i+1}^{p9}}^{l_i^{p9}} (k_{w,i}^{p9} l - b_{w,i}^{p9})^2 dl + \sum_{i=1}^q \frac{m_{s,i}^{p10}}{l_{s,i}^{p10} \cos(\beta_i^{p10})} \int_{l_{i+1}^{p10}}^{l_i^{p10}} (k_{w,i}^{p10} l - b_{w,i}^{p10})^2 dl + \right. \\
& + \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}^{p11}}{l_{s,i}^{p11} \cos(\beta_i^{p11})} \int_{l_{i+1}^{p11}}^{l_i^{p11}} (k_{w,i}^{p11} l - b_{w,i}^{p11})^2 dl + \sum_{i=1}^s \frac{m_{s,i}^{p12}}{l_{s,i}^{p12} \cos(\beta_i^{p12})} \int_{l_{i+1}^{p12}}^{l_i^{p12}} (k_{w,i}^{p12} l - b_{w,i}^{p12})^2 dl + \\
& + \sum_{i=1}^{p+1} m_{kmp,i}^{p9} (w_i^{p9})^2 + \sum_{i=1}^{q+1} m_{kmp,i}^{p10} (w_i^{p10})^2 + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i}^{p11} (w_i^{p11})^2 + \sum_{i=1}^{s+1} m_{kmp,i}^{p12} (w_i^{p12})^2 + \sum_n m_n w_n^2 \left. \right\} \dot{q}_{56}^2.
\end{aligned} \tag{3.38}$$

У изразу (3.38) експоненти $p9$ до $p12$ означавају променљиве везане за појасеве 9 до 12 стреле баласта, величине p , q , r и s представљају број сегмената појасева 9 до 12 респективно, док су остале ознаке аналогне ознакама коришћеним у изразима за одређивање кинетичке енергије распоног дела стреле ротора. Парцијалним диференцирањем израза (3.38) по генералисаним брзинама и тоталним диференцирањем по времену добијају се коефицијенти инерције $a_{55\ 55}$, $a_{56\ 56}$ и $a_{57\ 57}$,

$$a_{55\ 55} = \sum_{i=1}^p \frac{m_{s,i}^{p9}}{l_{s,i}^{p9} \cos(\beta_i^{p9})} \int_{l_{i+1}^{p9}}^{l_i^{p9}} (k_{v,i}^{p9} l - b_{v,i}^{p9})^2 dl + \sum_{i=1}^q \frac{m_{s,i}^{p10}}{l_{s,i}^{p10} \cos(\beta_i^{p10})} \int_{l_{i+1}^{p10}}^{l_i^{p10}} (k_{v,i}^{p10} l - b_{v,i}^{p10})^2 dl +$$

$$+ \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}^{p11}}{l_{s,i}^{p11} \cos(\beta_i^{p11})} \int_{l_{i+1}^{p11}}^{l_i^{p11}} (k_{v,i}^{p11} l - b_{v,i}^{p11})^2 dl + \sum_{i=1}^s \frac{m_{s,i}^{p12}}{l_{s,i}^{p12} \cos(\beta_i^{p12})} \int_{l_{i+1}^{p12}}^{l_i^{p12}} (k_{v,i}^{p12} l - b_{v,i}^{p12})^2 dl +$$

$$+ \sum_{i=1}^{p+1} m_{kmp,i}^{p9} (v_i^{p9})^2 + \sum_{i=1}^{q+1} m_{kmp,i}^{p10} (v_i^{p10})^2 + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i}^{p11} (v_i^{p11})^2 + \sum_{i=1}^{s+1} m_{kmp,i}^{p12} (v_i^{p12})^2 + \sum_n m_n v_n^2, \quad (3.39)$$

$$a_{56\ 56} = \sum_{i=1}^p \frac{m_{s,i}^{p9}}{l_{s,i}^{p9} \cos(\beta_i^{p9})} \int_{l_{i+1}^{p9}}^{l_i^{p9}} (k_{w,i}^{p9} l - b_{w,i}^{p9})^2 dl + \sum_{i=1}^q \frac{m_{s,i}^{p10}}{l_{s,i}^{p10} \cos(\beta_i^{p10})} \int_{l_{i+1}^{p10}}^{l_i^{p10}} (k_{w,i}^{p10} l - b_{w,i}^{p10})^2 dl +$$

$$+ \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}^{p11}}{l_{s,i}^{p11} \cos(\beta_i^{p11})} \int_{l_{i+1}^{p11}}^{l_i^{p11}} (k_{w,i}^{p11} l - b_{w,i}^{p11})^2 dl + \sum_{i=1}^s \frac{m_{s,i}^{p12}}{l_{s,i}^{p12} \cos(\beta_i^{p12})} \int_{l_{i+1}^{p12}}^{l_i^{p12}} (k_{w,i}^{p12} l - b_{w,i}^{p12})^2 dl +$$

$$+ \sum_{i=1}^{p+1} m_{kmp,i}^{p9} (w_i^{p9})^2 + \sum_{i=1}^{q+1} m_{kmp,i}^{p10} (w_i^{p10})^2 + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i}^{p11} (w_i^{p11})^2 + \sum_{i=1}^{s+1} m_{kmp,i}^{p12} (w_i^{p12})^2 + \sum_n m_n w_n^2, \quad (3.40)$$

$$a_{57\ 57} = \sum_{i=1}^p \frac{m_{s,i}^{p9}}{l_{s,i}^{p9} \cos(\beta_i^{p9})} \int_{l_{i+1}^{p9}}^{l_i^{p9}} (k_{u,i}^{p9} l - b_{u,i}^{p9})^2 dl + \sum_{i=1}^q \frac{m_{s,i}^{p10}}{l_{s,i}^{p10} \cos(\beta_i^{p10})} \int_{l_{i+1}^{p10}}^{l_i^{p10}} (k_{u,i}^{p10} l - b_{u,i}^{p10})^2 dl +$$

$$+ \sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}^{p11}}{l_{s,i}^{p11} \cos(\beta_i^{p11})} \int_{l_{i+1}^{p11}}^{l_i^{p11}} (k_{u,i}^{p11} l - b_{u,i}^{p11})^2 dl + \sum_{i=1}^s \frac{m_{s,i}^{p12}}{l_{s,i}^{p12} \cos(\beta_i^{p12})} \int_{l_{i+1}^{p12}}^{l_i^{p12}} (k_{u,i}^{p12} l - b_{u,i}^{p12})^2 dl +$$

$$+ \sum_{i=1}^{p+1} m_{kmp,i}^{p9} (u_i^{p9})^2 + \sum_{i=1}^{q+1} m_{kmp,i}^{p10} (u_i^{p10})^2 + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i}^{p11} (u_i^{p11})^2 + \sum_{i=1}^{s+1} m_{kmp,i}^{p12} (u_i^{p12})^2 + \sum_n m_n u_n^2. \quad (3.41)$$

3.3.3 Кинетичка енергија предњег портала

Предњи портал изведен је као симетрично ослоњена решеткаста конструкција са вертикалном равни симетрије. Предњи портал представља носач котурова система за промену угла нагиба стреле. Висина ове конструкције диктира угао нагиба затега стреле ротора, док њена деформабилност омогућава изједначавање сила у затегама. Појасеви предњег портала моделирани су као

носачи са континуално расподељеном масом, а масе елемената испуне редукване су у одговарајућим чворовима појасева. Услед симетричности ослањања конструкције, симетричности структуре, као и симетрично постављених спољашњих маса које конструкција носи, довољно је извести израз за кинетичку енергију једног појаса (појас 5) предњег портала,

$$\begin{aligned}
 T^{p5} = & \frac{1}{2} \left[\underbrace{\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{u,i} l - b_{u,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} u_i^2}_{a_{3939}} \right] \dot{q}_{39}^2 + \\
 & + \frac{1}{2} \left[\underbrace{\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{v,i} l - b_{v,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} v_i^2}_{a_{3737}} \right] \dot{q}_{37}^2 + \\
 & + \frac{1}{2} \left[\underbrace{\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{w,i} l - b_{w,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} w_i^2}_{a_{3838}} \right] \dot{q}_{38}^2,
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

где је r - број сегмената појаса 5, а $m_{kmp,i}$ - концентрисана маса у i -том чвору појаса портала. Заменом генералисаних брзина $\dot{q}_{37}$, $\dot{q}_{38}$ и $\dot{q}_{39}$ у изразу (3.42) генералисаним брзинама $\dot{q}_{40}$, $\dot{q}_{41}$ и $\dot{q}_{42}$ добија се израз за кинетичку енергију појаса 6, као и коефицијенти матрице крутости за генералисане координате које описују кретање појас 6 предњег портала, $a_{37\ 37}=a_{40\ 40}$, $a_{38\ 38}=a_{41\ 41}$ и $a_{39\ 39}=a_{42\ 42}$. Кинетичка енергија предњег портала добија се као збир кинетичких енергија појасева.

3.3.4 Кинетичка енергија задњег портала

Задњи портал моделиран је на исти начин као и предњи, па израз за кинетичку енергију појаса 7 задњег портала гласи:

$$\begin{aligned}
 T^{p5} = & \frac{1}{2} \left[\underbrace{\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{u,i} l - b_{u,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} u_i^2}_{a_{4444}} \right] \dot{q}_{44}^2 + \\
 & + \frac{1}{2} \left[\underbrace{\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{v,i} l - b_{v,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} v_i^2}_{a_{4343}} \right] \dot{q}_{43}^2 + \\
 & + \frac{1}{2} \left[\underbrace{\sum_{i=1}^r \frac{m_{s,i}}{l_{s,i} \cos(\beta_i)} \int_{l_{i+1}}^{l_i} (k_{w,i} l - b_{w,i})^2 dl + \sum_{i=1}^{r+1} m_{kmp,i} w_i^2}_{a_{5858}} \right] \dot{q}_{58}^2,
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

где је r - број сегмената појаса 7. Кинетичка енергија задњег портала је збир кинетичких енергија појасева 7 и 8, док су коефицијенти матрице инерције

$$a_{4343} = a_{4545}, a_{4444} = a_{4646}, a_{5858} = a_{5959}.$$

3.3.5 Кинетичка енергија затега и ужади система за промену угла нагиба стреле ротора

Изрази за кинетичку енергију стреле ротора, стреле противтега, предњег и задњег портала обухватају и кинетичке енергије ужади и затега, јер је њихова маса редукована у одговарајуће чворове поменутих подструктура.

3.4 Побудна оптерећења изазвана отпором копању

3.4.1 Отпор копању

Отпор копању одређен је у складу са претпоставкама: (а) да је тло хомогено, (б) да је радни орган апсолутно крут, (в) да не долази до одламања тла у зони изласка кашике из захвата и (г) да тангентна и нормална компонента отпора копању леже у вертикалној равни симетрије ротора, док је бочна компонента управна на поменути раван [1].

Номинални обртни момент вратила ротора израчунава се према изразу

$$M_K = \frac{P_{BWD} n_k 60}{2\pi n_p} \quad (3.44)$$

у коме је: P_{BWD} - снага погона ротора, n_k - број кашика на ротору, n_p - број пражњења кашика.

Обртни момент услед преоптерећења у раду износи:

$$M_{AU} = M_K k_p \quad (3.45)$$

где је k_p - коефицијент преоптерећења.

Губитак обртног момента износи:

$$M_{VU} = M_K (1 - \eta_{BWD}) \quad (3.46)$$

где је η_{BWD} - степен корисног дејства погона ротора.

Максимални прорачунски обртни момент вратила ротора одређен је на основу израза:

$$M_{S,max} = M_{AU} - M_{VU} \quad (3.47)$$

Референтни параметри одреска, односно дубина (s_0) и ширина (b_0) резања при углу обртања надградње $\varphi = 0$, добијени су из услова остварења максималног капацитета. Коришћењем наведеног услова, уз претпоставке да је укупни угао копања $\psi_k = \pi/2$, добијен је оптимални однос референтне дубине и ширине резања $\frac{s_0}{b_0} = \frac{D_k \psi_k}{2H_k} = \frac{\pi}{2}$, [21]. Дубина резања b_0 и ширина резања s_0 одређене су према изразима [21],

$$b_0 = \sqrt{\frac{Q_0}{n_p \psi_k H_k}} \quad (3.48)$$

$$s_0 = b_0 \frac{\pi}{2} \quad (3.49)$$

где је Q_0 - теоријски капацитет роторног багера.

Изједначавањем максималног момента копања, одређеног према изразу:

$$M_{T,\max} = \frac{D_k}{2} k_F s_0 b_0 \sum_{n=0}^{m_{k,\min}} \sin(\psi_k - n\theta_k) \quad (3.50)$$

са максималним прорачунским обртним моментом вратила ротора, израз (3.47), добија се специфични отпор копању (сведен на јединицу површине попречног пресека одреска) који разматрана машина може да савлада,

$$k_F = \frac{2M_{S,\max}}{D_k s_0 b_0 \sum_{n=0}^{m_{k,\min}} \sin(\psi_k - n\theta_k)} \quad (3.51)$$

У изразима (3.50) и (3.51) је: $\theta_k = 2\pi/n_k$ - угаони корак кашика, а $m_{k,\min} = \text{int}(\psi_k/\theta_k)$ - минимални број кашика у захвату са тлом.

Интензитети тангентне, нормалне и бочне компоненте отпора копања које делује на кашику чији је положај одређен углом ψ_i (ψ_i - угаони положај i -те кофице у равни обртања ротора) одређени су на основу израза [21]:

$$R_{ti} = k_F s_0 b_0 \sin \psi_i, \quad (3.52)$$

$$R_{ni} = k_N R_{ti}, \quad (3.53)$$

$$R_{bi} = k_B R_{ti}, \quad (3.54)$$

где су: k_N - коефицијент нормалних сила за четврту категорију тла усвојен према

[61], $k_B = \frac{v_{BW,p}}{v_{BW,r}}$ - коефицијент бочних сила одређен као количник преносне и

релативне брзине врха кашике најудаљеније од осе обртања горње градње. Усваја се да је нормална компонента отпора копању усмерена ка вратилу ротора.

Редуковањем компоненти отпора копању у центар ротора (тачку продора осе вратила ротора кроз вертикалну раван симетрије кашика) добијају се, поред максималног момента копања (израз 3.50), следећа максимална оптерећења [21]:

$$F_{V,\max} = k_F s_0 b_0 \sum_{n=0}^{m_{k,\min}} \sin(\psi_k - n\theta_k) [\sin(\psi_k - n\theta_k) - k_N \cos(\psi_k - n\theta_k)], \quad (3.55)$$

$$F_{H,\max} = k_F s_0 b_0 \sum_{n=0}^{m_{k,\min}} \sin(\psi_k - n\theta_k) [\cos(\psi_k - n\theta_k) + k_N \sin(\psi_k - n\theta_k)], \quad (3.56)$$

$$F_{B,\max} = k_B k_F s_0 b_0 \sum_{n=0}^{m_{k,\min}} \sin(\psi_k - n\theta_k), \quad (3.57)$$

$$M_{V,\max} = \frac{D_k}{2} k_B k_F s_0 b_0 \sum_{n=0}^{m_{k,\min}} \sin^2(\psi_k - n\theta_k), \quad (3.58)$$

$$M_{H,\max} = \frac{D_k}{2} k_B k_F s_0 b_0 \sum_{n=0}^{m_{k,\min}} \sin(\psi_k - n\theta_k) \cos(\psi_k - n\theta_k). \quad (3.59)$$

Максимална оптерећења вратила ротора изазвана отпорима копању, изрази (3.50) и (3.55)-(3.59), одређена су за тренутак непосредно пре изласка последње кашике из захвата са тлом. Изрази за минималне вредности наведених променљивих, одређене у тренутку непосредно након изласка последње кашике из захвата, добијају се заменом доње границе сума у изразима (3.50), (3.55)-(3.59), $n = 0$ постаје $n = 1$.

Развојем функција вертикалног, хоризонталног и бочног оптерећења и момената савијања и увијања (момента копања) вратила ротора разматране конструкције у Фуријеов ред до петог члана [24], добијене су хармонијске функције оптерећења (означене плавом бојом на сликама 3.5-3.10),

$$F_V(t) = \frac{F_{V,\max} + F_{V,\min}}{2} + \sum_{n=1}^5 \frac{F_{V,\min} - F_{V,\max}}{n\pi} \sin(n\Omega_p t), \quad (3.60)$$

$$F_H(t) = \frac{F_{H,\max} + F_{H,\min}}{2} + \sum_{n=1}^5 \frac{F_{H,\min} - F_{H,\max}}{n\pi} \sin(n\Omega_p t), \quad (3.61)$$

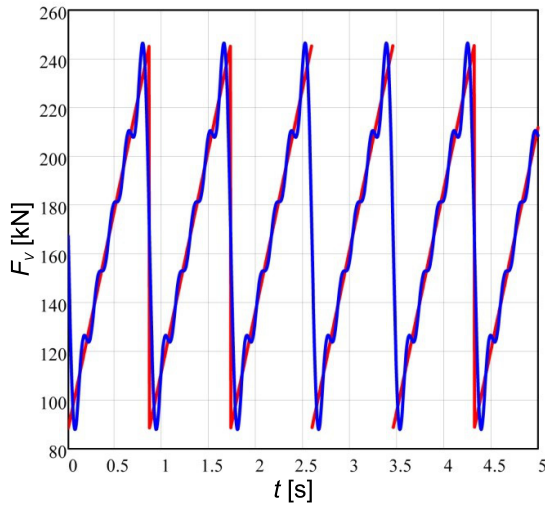
$$F_B(t) = \frac{F_{B,\max} + F_{B,\min}}{2} + \sum_{n=1}^5 \frac{F_{B,\min} - F_{B,\max}}{n\pi} \sin(n\Omega_p t), \quad (3.62)$$

$$M_T(t) = \frac{M_{T,\max} + M_{T,\min}}{2} + \sum_{n=1}^5 \frac{M_{T,\min} - M_{T,\max}}{n\pi} \sin(n\Omega_p t), \quad (3.63)$$

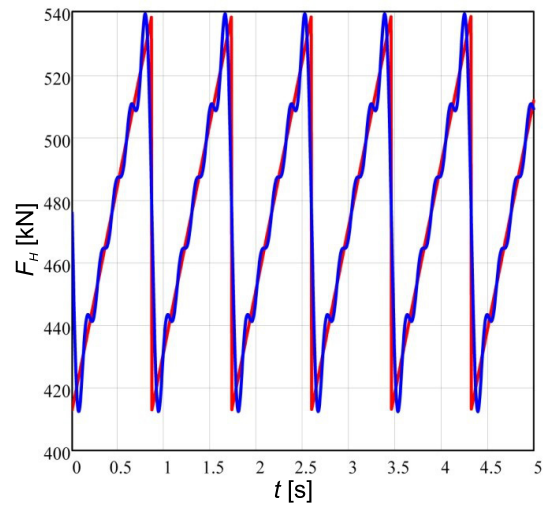
$$M_V(t) = \frac{M_{V,\max} + M_{V,\min}}{2} + \sum_{n=1}^5 \frac{M_{V,\min} - M_{V,\max}}{n\pi} \sin(n\Omega_p t), \quad (3.64)$$

$$M_H(t) = \frac{M_{H,\max} + M_{H,\min}}{2} + \sum_{n=1}^5 \frac{M_{H,\min} - M_{H,\max}}{n\pi} \sin(n\Omega_p t). \quad (3.65)$$

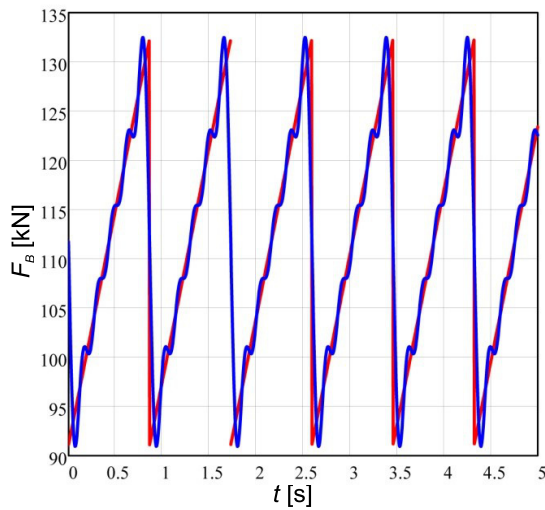
У изразима (3.60)-(3.65) Ω_p је основна фреквенција побуде.



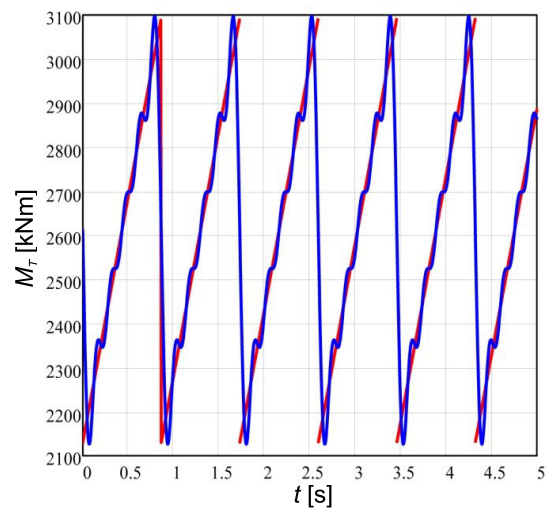
Слика 3.5 Вертикално оптерећење вратила ротора



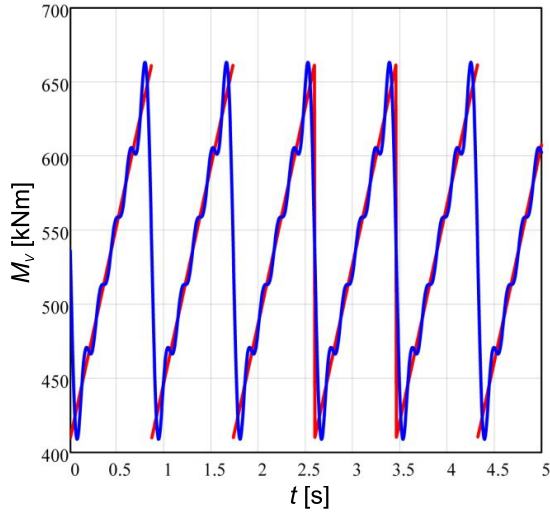
Слика 3.6 Хоризонтално оптерећење вратила ротора



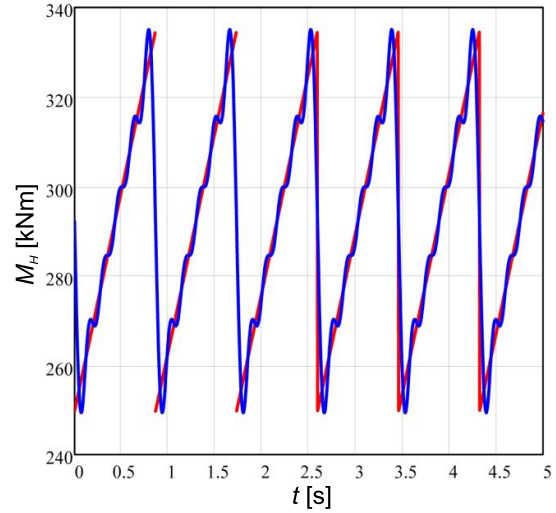
Слика 3.7 Бочно оптерећење вратила ротора



Слика 3.8 Момент копања



Слика 3.9 Момент око вертикалне осе



Слика 3.10 Момент око хоризонталне осе

3.4.2 Генералисане непотенцијалне силе система

Рад свих активних непотенцијалних сила на виртуалним померањима система одређује се на основу израза

$$\begin{aligned}
 \delta A = & \left(-F_V(t)^z - F_B(t)^z \right) \delta q_1 + \left(-F_V(t)^y - F_H(t)^y - F_B(t)^y \right) \delta q_2 + \\
 & + \left(-F_V(t)^x - F_H(t)^x - F_B(t)^x \right) \delta q_3 + \left(\frac{M_T(t)}{l_{MP}} \right)^x (\delta q_{63} - \delta q_{13}) + \\
 & + \left(\frac{M_T(t)}{l_{MP}} \right)^y (\delta q_{10} - \delta q_{12}) + \left(\frac{M_T(t)}{l_{MP}} \right)^z (\delta q_9 - \delta q_{11}) + \left(\frac{M_V(t)}{l_s} \right)^x (\delta q_8 - \delta q_6) + \\
 & + \left(\frac{M_H(t)}{l_s} \right)^x (\delta q_6 - \delta q_8) + \left(\frac{M_H(t)}{l_s} \right)^z (\delta q_4 - \delta q_7), \quad (3.66)
 \end{aligned}$$

у коме је: l_{MP} - дужина момент-полуге, l_s - дужина распоног дела вратила ротора.

У изразу (3.66) експоненти x , y и z означавају пројекције оптерећења на осе координатног система приказаног на слици 3.1, табела 3.3.

Табела 3.3

	$F_V(t)$	$F_H(t)$	$F_B(t)$	$M_T(t)/l_{MP}$	$M_V(t)/l_s$	$M_H(t)/l_s$
x	$-\sin \varphi \sin \theta$	$\cos \varphi$	$\sin \varphi \cos \theta$	$\sin \varphi \sin \theta \cos \xi + \cos \varphi \sin \xi$	$\cos \varphi$	$-\sin \varphi \sin \theta$
y	$-\cos \varphi \sin \theta$	$-\sin \varphi$	$\cos \varphi \cos \theta$	$\cos \varphi \sin \theta \cos \xi - \sin \varphi \sin \xi$	$-\sin \varphi$	$-\cos \varphi \sin \theta$
z	$-\cos \theta$	0	$-\sin \theta$	$\cos \theta \cos \xi$	0	$-\cos \theta$

У табели 3.3, φ означава угао нагиба ротора у хоризонталној равни, θ је угао нагиба ротора у вертикалној равни, док је са ξ означен угао нагиба момент полуге у вертикалној равни симетрије момент полуге.

Вектор генералисаних непотенцијалних сила система одређује се на основу израза (3.66).

3.5 Валидација редукованог динамичког модела

Изложеним поступком омогућено је формирање матрице крутости ($\mathbf{C}_{\text{BWE}}$) и матрице инерције ($\mathbf{A}_{\text{BWE}}$) редукованог динамичког модела горње градње двопорталног роторног багера.

$$\mathbf{C}_{\text{BWE}} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{164} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{264} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{641} & c_{642} & \cdots & c_{6464} \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}_{\text{BWE}} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{6464} \end{pmatrix}$$

Лагранжове једначине друге врсте које описују кретање редукованог динамичког модела, уколико се он посматра као конзервативни систем са коначним бројем степени слободe, свode се на облик,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{\text{BWE}}}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial \Pi_{\text{BWE}}}{\partial q_j} = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, 64), \quad (3.67)$$

односно у матричном облику,

$$\mathbf{A}_{\text{BWE}} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{\text{BWE}} \dot{\mathbf{q}} = 0. \quad (3.68)$$

Израз (3.68) представља систем хомогених линеарних диференцијалних једначина са константним коефицијентима од којих искључиво зависи облик општег решења, односно карактер кретања система. Дакле, матрица инерције и матрица крутости у потпуности одређују линеаризовани модел датог конзервативног система [62,63].

Уколико се хомогено решење једначине (3.68) претпостави у облику,

$$\mathbf{q} = \mathbf{a} \cos(\omega t - \gamma), \quad (3.69)$$

где су: $\mathbf{a}$ - амплитудни вектор, ω - сопствена кружна фреквенција и γ - фазна разлика, тада се двоструким диференцирањем по времену и заменом векторске функције (3.69) у израз (3.68) добија

$$(\mathbf{C}_{\text{BWE}} - \omega^2 \mathbf{A}_{\text{BWE}}) \mathbf{a} = 0. \quad (3.70)$$

Да би био испуњен услов егзистенције нетривијално решење једначине, $\mathbf{a} \neq 0$, односно да би био испуњен услов осцилаторног кретања система, потребно је да је матрица система $(\mathbf{C}_{\text{BWE}} - \omega^2 \mathbf{A}_{\text{BWE}})$ сингуларна.

На сонову коренова фреквентне једначине $|\mathbf{C}_{\text{BWE}} - \omega^2 \mathbf{A}_{\text{BWE}}| = 0$, одређене су сопствене фреквенције редукованог динамичког модела, табела 3.4.

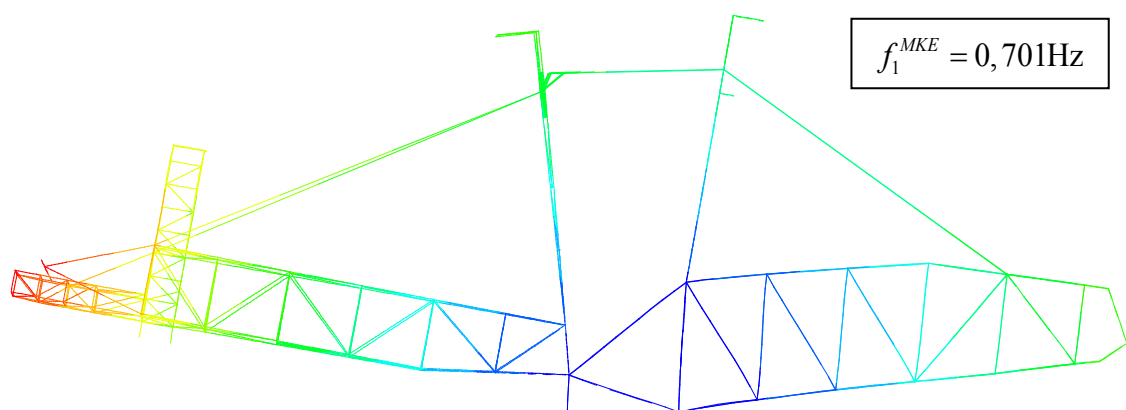
Валидација редукованог динамичког модела приказаног у овом поглављу извршена је поређењем вредности првих десет сопствених фреквенција добијених приказаном методом и методом коначних елемената, табела 3.4. Овакав приступ оправдан је због непостојања аналитичког решења за овако сложену структуру, као ни конкретних експерименталних података.

Табела 3.4

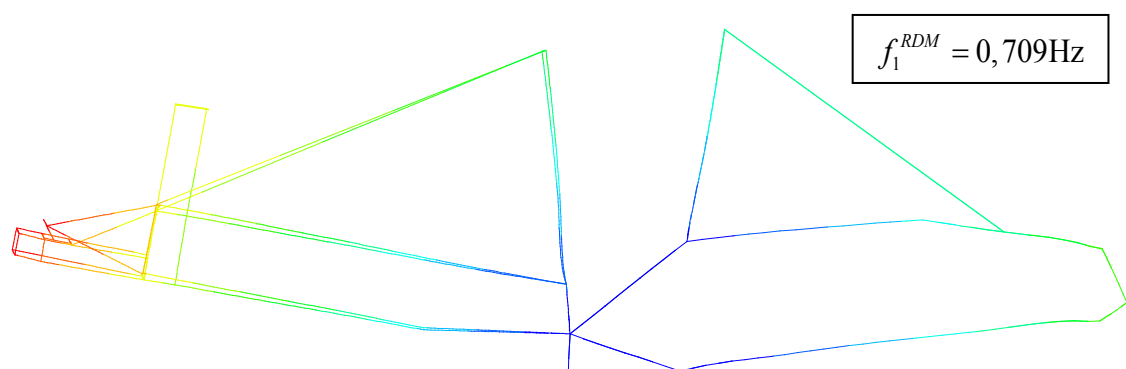
Сопствена фреквенција [Hz]	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}
Метода коначних елемената	0,701	0,862	0,971	1,604	1,888	2,657	2,919	2,921	3,159	3,536
Редуковани динамички модел	0,709	0,871	0,980	1,562	1,847	2,586	2,954	3,039	3,254	3,730
Релативно одступање [%]	1,036	1,029	0,868	2,648	2,231	2,731	1,175	3,888	2,946	5,189

Ради лакше визуелне идентификације главних облика осциловања (модова), одређени су нормализовани модални вектори за првих десет сопствених фреквенција система. Добијене вредности модалних коефицијената унете су као померања редукованог динамичког модела у правцу генералисаних координата.

Упоредни приказ првих десет модова структуре горње градње, добијених на основу редукованог динамичког модела и применом методе коначних елемената, дат је на сликама 3.11 - 3.20.

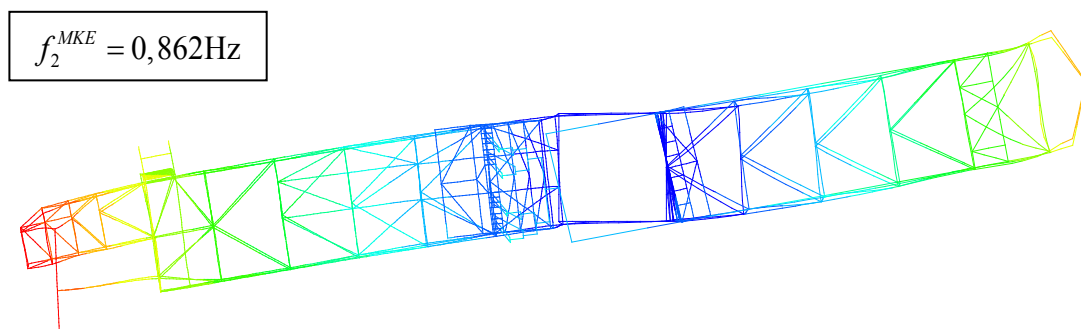


(а) коначноелементни модел

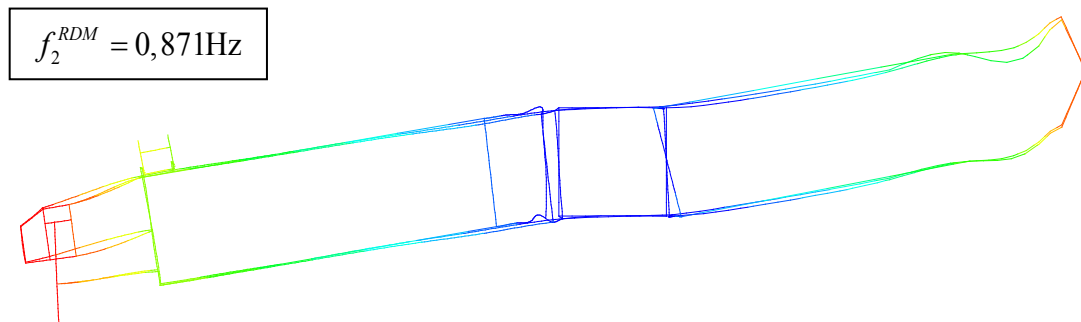


(б) редуковани динамички модел

Слика 3.11 Први (основни) облик осциловања

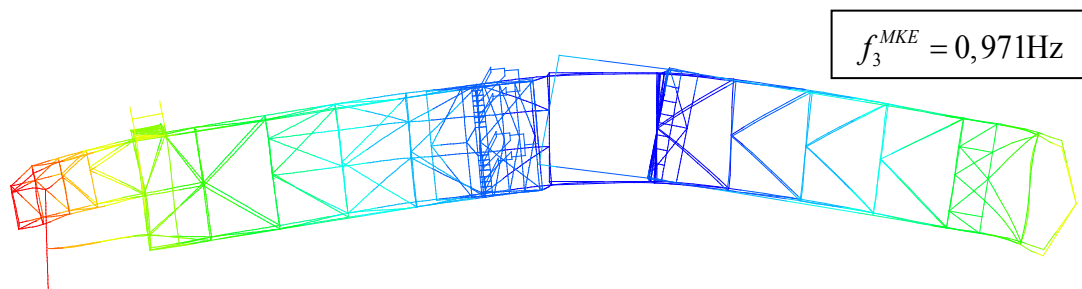


(а) коначноелементни модел



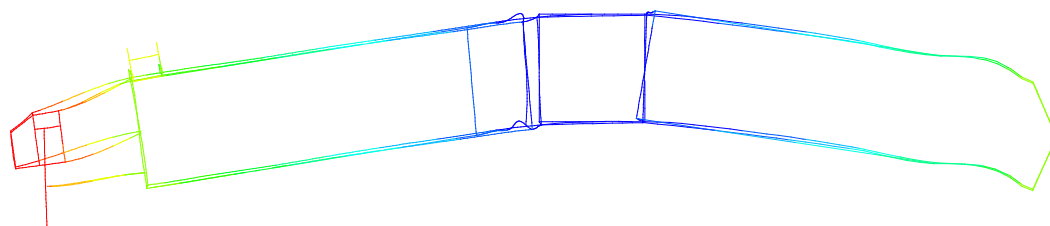
(б) редуковани динамички модел

Слика 3.12 Други облик осциловања



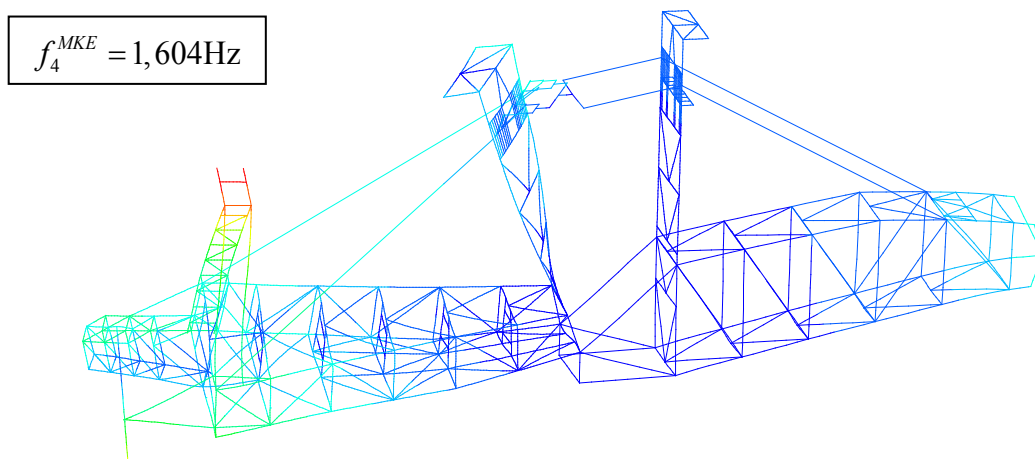
$$f_3^{MKE} = 0,971\text{Hz}$$

(а) коначноелементни модел



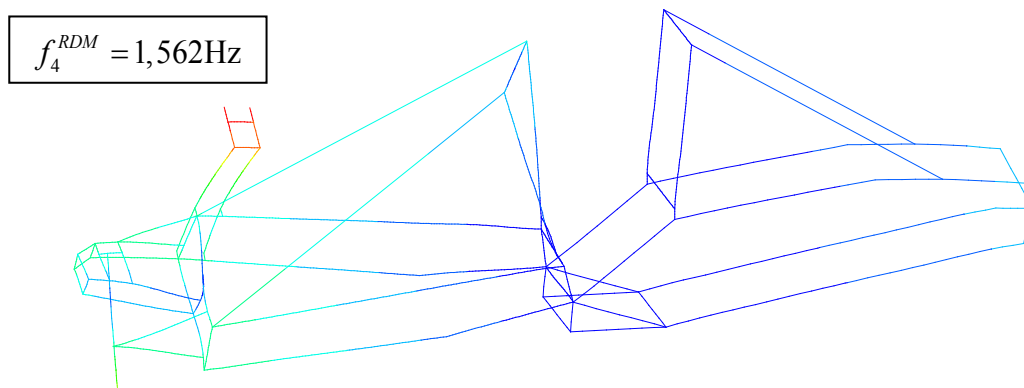
$$f_3^{RDM} = 0,980\text{Hz}$$

(б) редуковани динамички модел
Слика 3.13 Трећи облик осциловања



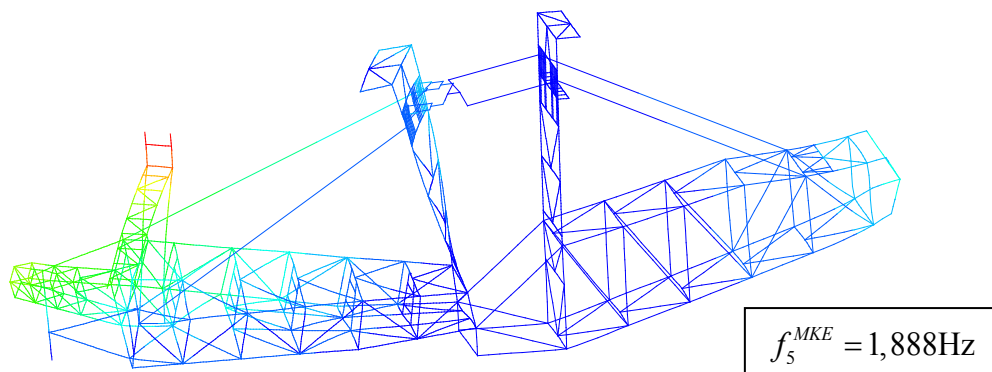
$$f_4^{MKE} = 1,604\text{Hz}$$

(а) коначноелементни модел

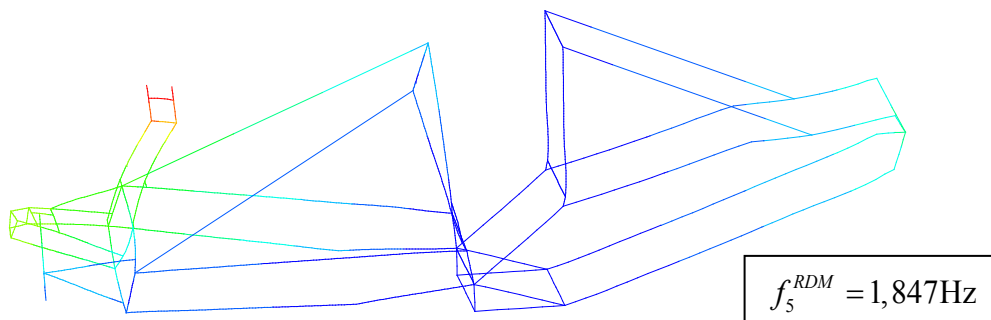


$$f_4^{RDM} = 1,562\text{Hz}$$

(б) редуковани динамички модел
Слика 3.14 Четврти облик осциловања



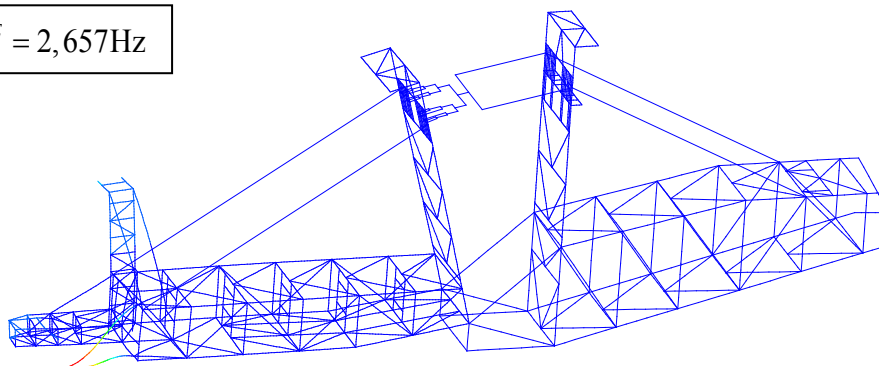
(а) коначноелементни модел



(б) редуковани динамички модел

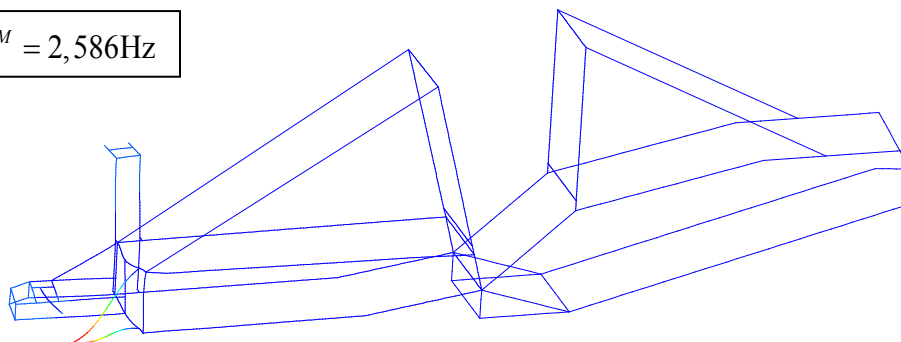
Слика 3.15 Пети облик осциловања

$$f_6^{MKE} = 2,657\text{Hz}$$



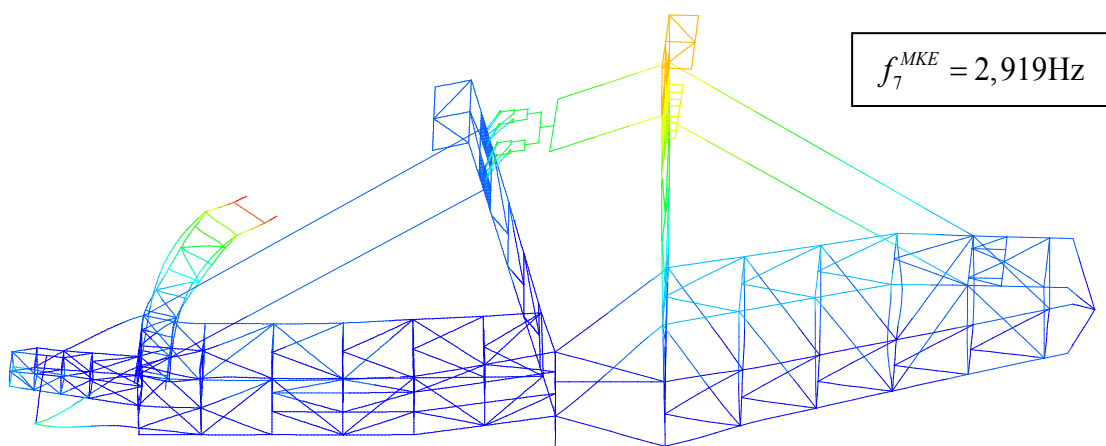
(а) коначноелементни модел

$$f_6^{RDM} = 2,586\text{Hz}$$

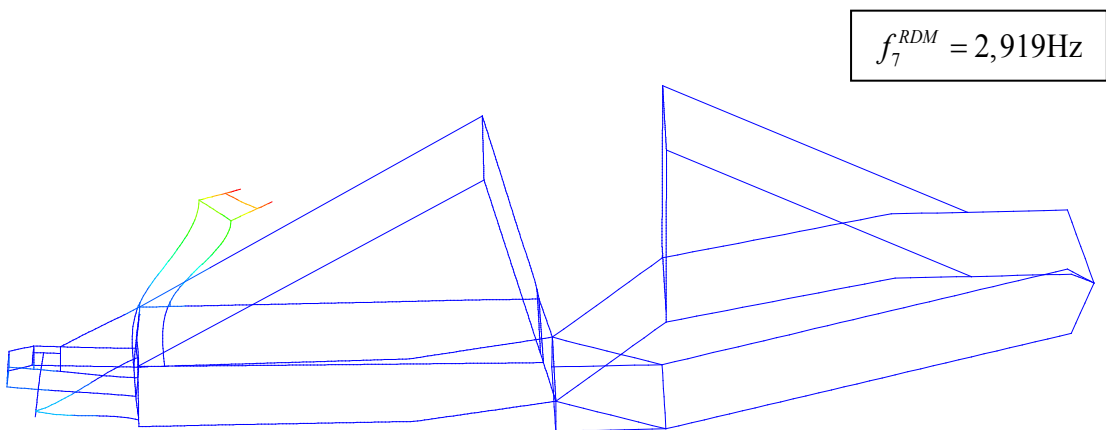


(б) редуковани динамички модел

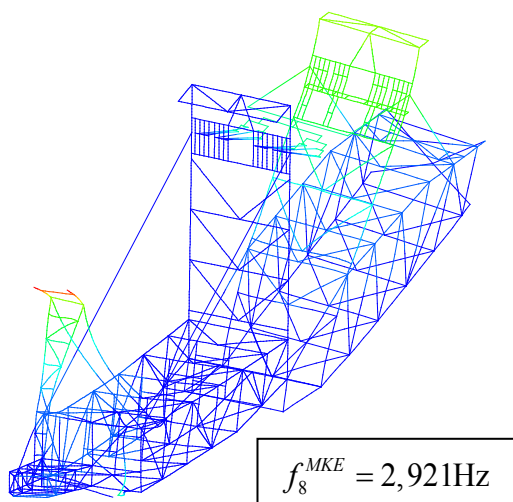
Слика 3.16 Шести облик осциловања



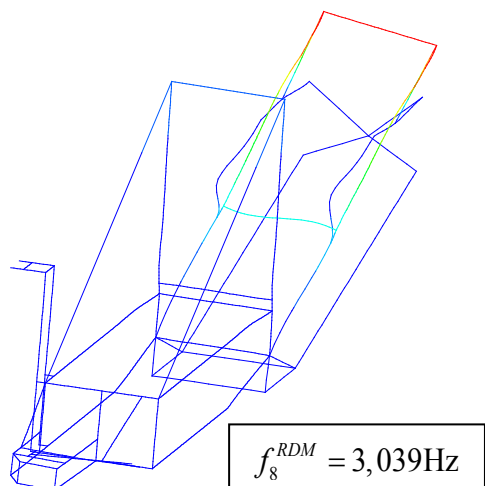
(а) конечноэлементни модел



(б) редуковани динамички модел
Слика 3.17 Седми облик осциловања

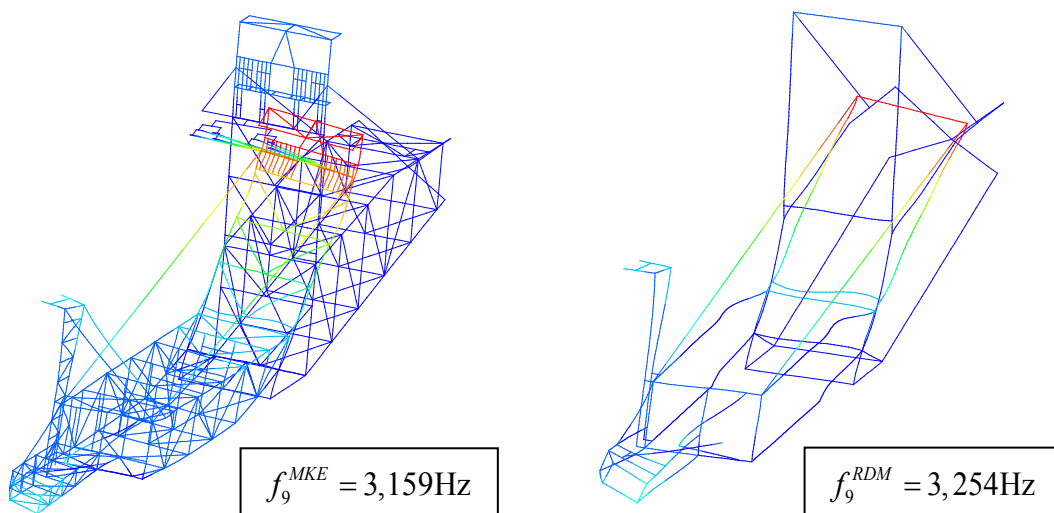


(а) конечноэлементни модел

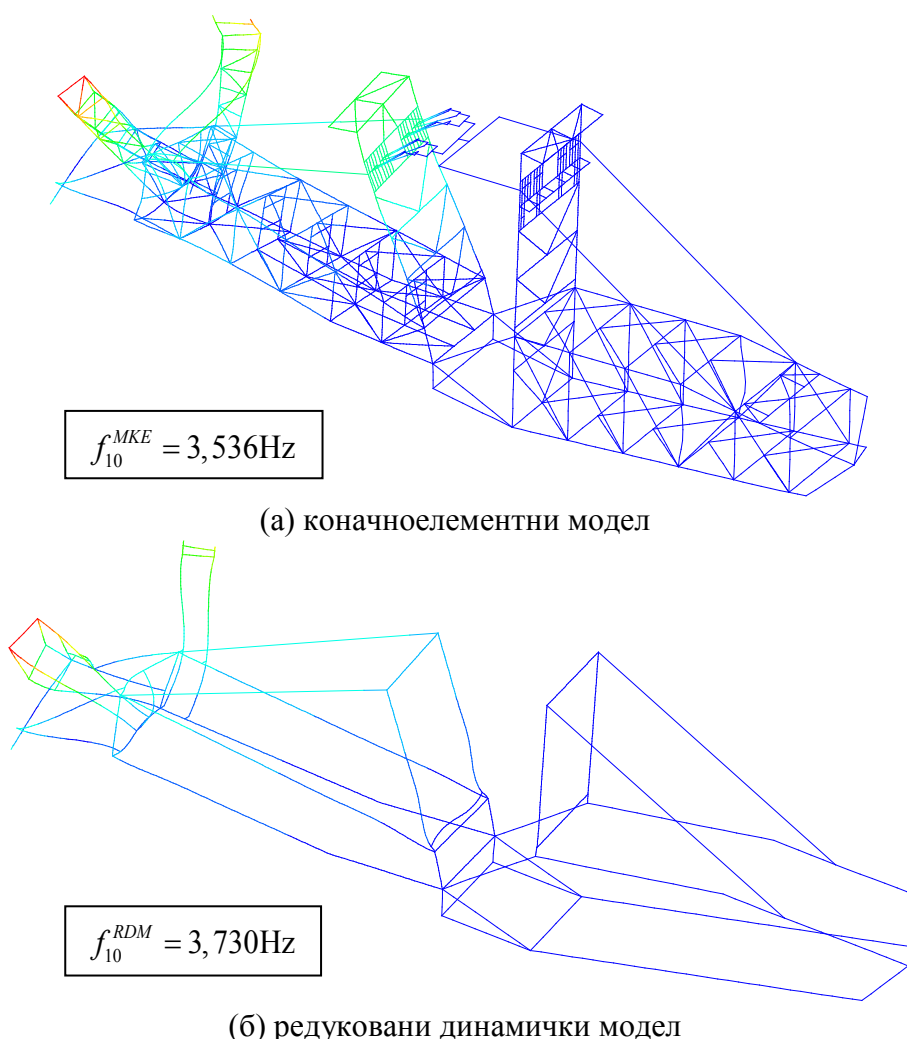


(б) редуковани динамички модел

Слика 3.18 Осми облик осциловања



Слика 3.19 Девети облик осциловања



Слика 3.20 Десети облик осциловања

3.5.1 Дискусија резултата валидације

Разматрана конструкција двопорталног роторног багера нема чистих облика осциловања. Осциловање система у вертикалној равни доминантно је у првом моду, док четврти и пети мод представљају комбинацију осциловања система у вертикалној равни и торзионих осцилација стреле ротора.

Релативна одступања вредности сопствених фреквенција за прва три природна облика осциловања, слике 3.11 – 3.13, од $\approx 1\%$, табела 3.4, могу се сматрати занемарљивим, посебно имајући у виду чињеницу да су појасеви подструктура стреле ротора, стреле противтега и портала у редукованом динамичком моделу разматрани као носачи са континуално расподељеном масом. Софтвер за коначноелементну анализу (Abaqus) редукује масе гредних елемената у одговарајуће чворове, тако да се може закључити да се вредности стварних сопствених фреквенција система налазе између оних добијених двома приказаним методама.

У четвртном и петом моду доминантне су торзионе осцилације стреле ротора, слике 3.14 и 3.15. Релативна одступања од $\approx 2,6\%$ и $\approx 2,2\%$, табела 3.4, за модове 4 и 5 прихватљива су са становишта инжењерске тачности.

Нешто већа релативна одступања од $\approx 3,9\%$ и $\approx 5,2\%$, табела 3.4, јављају се у осмом и десетом моду осциловања респективно. Ова одступања последица су начина формирања редукованог динамичког модела. Наиме, кретање препуста стреле ротора и носача лифта руковаоца описана су са по три генералисане координате везане за по један чвор поменутих подструктура стреле ротора. На тај начин онемогућена је анализа торзионог понашања, које представља доминантан облик деформисања подструктура у разматраним модовима, слике 3.18 и 3.20.

Имајући у виду чињеницу да су процентуална одступања сопствених фреквенција редукованог динамичког модела врло ниска, као и чињеницу да његови облици осциловања у потпуности одговарају облицима осциловања добијених применом методе коначних елемената, закључује се да развијени модел са довољном тачношћу описује динамички карактер структуре горње градње.

4.0 Утицај конфигурације и крутости ужади система за промену угла нагиба стреле ротора на динамичке карактеристике и одзив горње градње

Роторни багери су типични представници структура променљиве геометријске конфигурације, што анализу њиховог динамичког понашања чини изузетно комплексном [30].

У наставку истраживања извршена је анализа утицаја геометријске конфигурације горње градње на модалне карактеристике разматране структуре двопорталног роторног багера. Постављене функције зависности сопствених фреквенција од угла нагиба стреле ротора омогућавају анализу континуалне промене модалних карактеристика у целокупном домену промене угла нагиба стреле ротора. Осим тога, анализиран је утицај крутости ужади система за вешање стреле ротора на одзив модела.

4.1 Утицај конфигурације горње градње

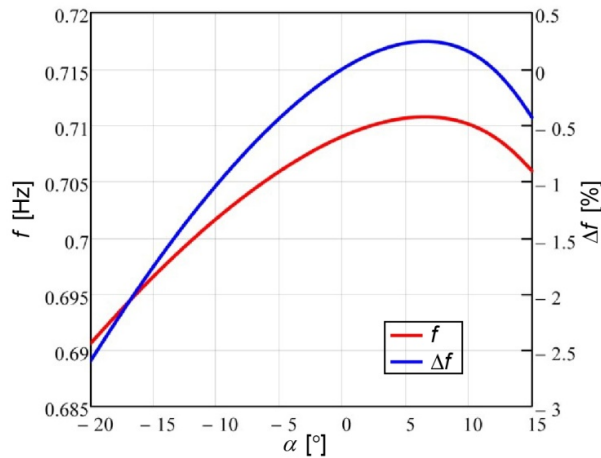
У наставку излагања биће приказана анализа утицаја геометријске конфигурације горње градње (угла нагиба стреле ротора) на првих десет сопствених фреквенција разматране структуре двопорталног роторног багера. Као основа за упоређивање, усвојене су вредности које одговарају хоризонталном положају стреле ротора.

Релативна одступања сопствених фреквенција, слике 4.1-4.10, израчуната су према образцу

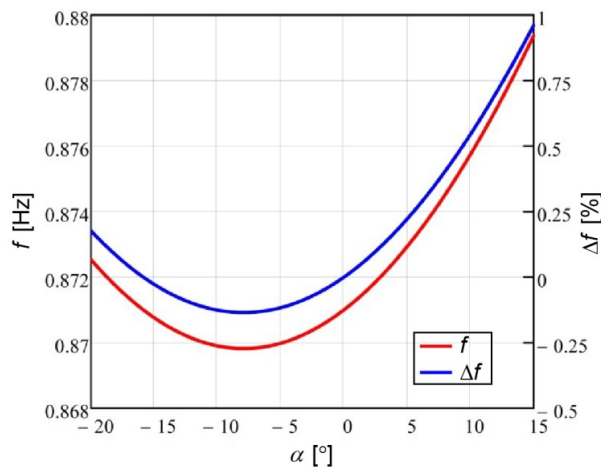
$$\Delta f(\alpha)_i = \frac{f(\alpha)_i - f_{HOR,i}}{f_{HOR,i}} \cdot 100[\%], \quad (4.1)$$

где су: $\Delta f(\alpha)_i$ - функција релативног одступања i -те сопствене фреквенције, $f(\alpha)_i$ - функција зависности i -те сопствене фреквенције од угла нагиба стреле

ротора, $f_{HOR,i}$ - i -та сопствена фреквенција при хоризонталном положају стреле ротора и α - угао нагиба стреле ротора.



Слика 4.1 Прва сопствена фреквенција



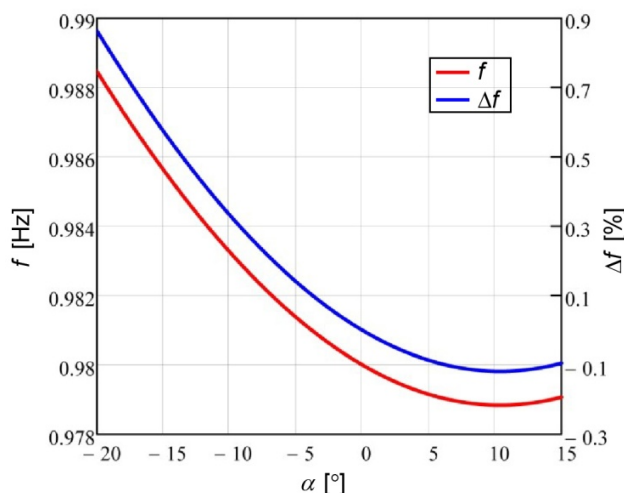
Слика 4.2 Друга сопствена фреквенција

Прва сопствена фреквенција система монотono расте са порастом угла нагиба стреле ротора до максималне вредности од 0,711 Hz, а затим монотono опада. При наведеној вредности прве сопствене фреквенције конструкција стреле ротора налази се под релативним углом од $\approx 6,5^\circ$ у односу на хоризонталу. Вредност прве сопствене фреквенције (0,691 Hz) најнижа је при максималној дубини копања ($\alpha = -19,52^\circ$). Максимална апсолутна вредност релативног одступања прве сопствене фреквенције од $\approx 2,5\%$ јавља се управо при минималном углу нагиба стреле ротора, слика 4.1.

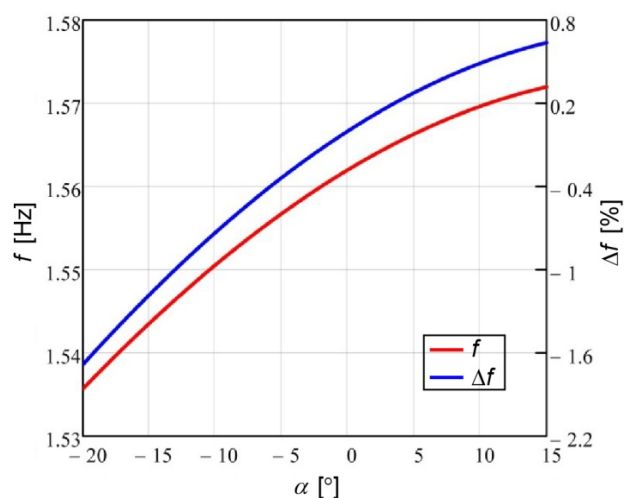
Са порастом угла нагиба стреле ротора друга сопствена фреквенција система монотono опада до вредности од 0,870 Hz, а затим монотono расла. При

наведеној вредности конструкција стреле ротора налази се под релативним углом од $\approx -7,9^\circ$ у односу на хоризонталу. Вредност друге сопствене фреквенције (0,879 Hz) највиша је при максималној висини копања ($\alpha=14,1^\circ$). Максимално релативно одступање друге сопствене фреквенције од $\approx 0,9\%$ јавља се управо при максималном углу нагиба стреле ротора, слика 4.2.

Трећа сопствена фреквенција монотонно опада са порастом угла нагиба стреле ротора до вредности од 0,979 Hz. При наведеној вредности конструкција стреле ротора налази се под релативним углом од $\approx 10,4^\circ$ у односу на хоризонталу. Вредност треће сопствене фреквенције највиша је при максималној дубини копања и износи 0,988 Hz. При максималној дубини копања јавља се и максимално релативно одступање треће сопствене фреквенције које износи $\approx 0,8\%$, слика 4.3.



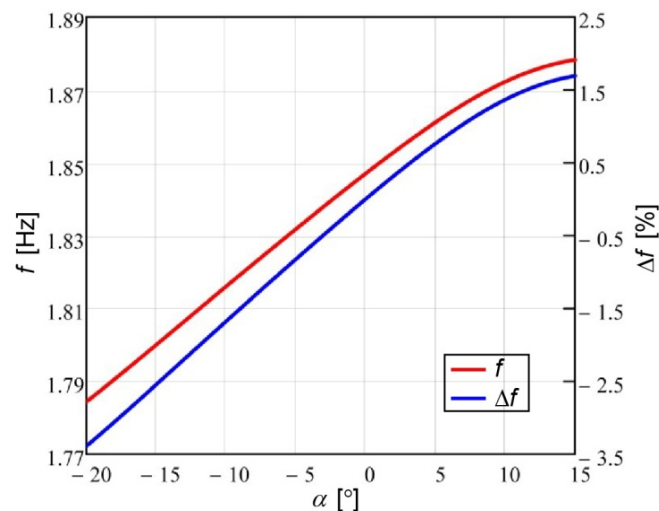
Слика 4.3 Трећа сопствена фреквенција



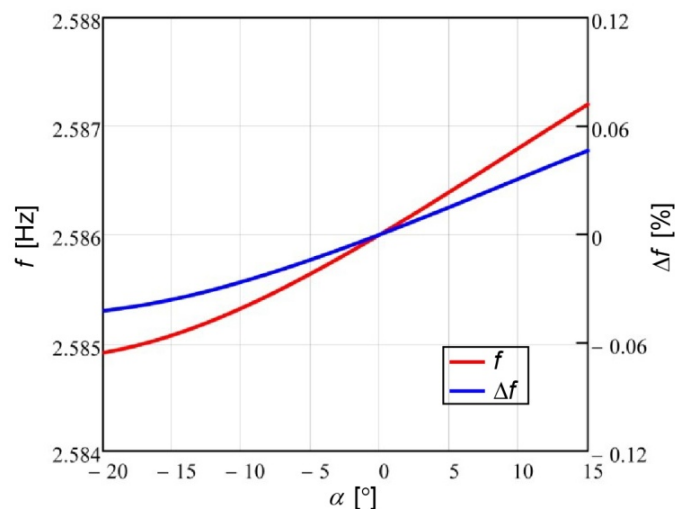
Слика 4.4 Четврта сопствена фреквенција

Четврта сопствена фреквенција монотono расте са порастом угла нагиба стреле ротора. У разматраном опсегу промене угла нагиба стреле ротора четврта сопствена фреквенција креће се у границама од 1,536 Hz до 1,572 Hz. Максимална апсолутна вредност релативног одступања четврте сопствене фреквенције јавља се када се стрела ротора налази у крајњем доњем положају и износи $\approx 1,6\%$, слика 4.4.

Тренд раста вредности сопствене фреквенције са порастом угла нагиба стреле ротора уочљив је на дијаграму приказаном на слици 4.5. У разматраном домену промене угла нагиба стреле ротора вредности пете сопствене фреквенције крећу се у границама од 1,786 Hz до 1,878 Hz, док се релативна одступања крећу у границама од $\approx -3,3\%$ до $\approx 1,7\%$.



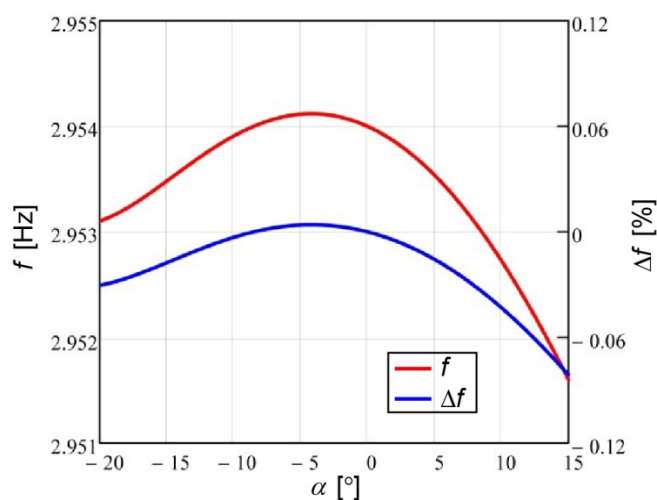
Слика 4.5 Пета сопствена фреквенција



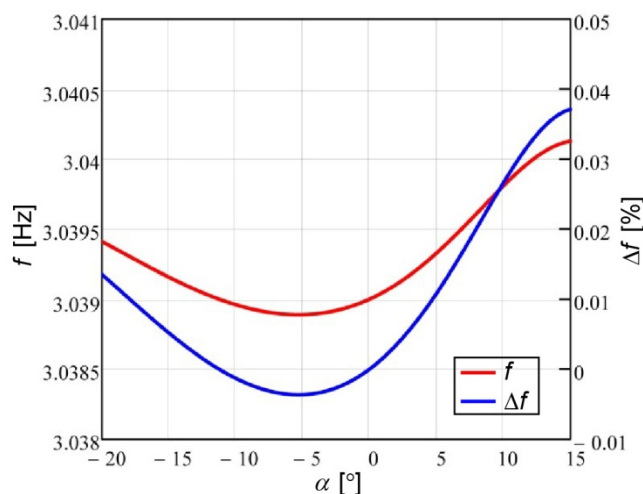
Слика 4.6 Шеста сопствена фреквенција

Вредности шесте сопствене фреквенције крећу се у границама од 2,585 Hz до 2,587 Hz, а релативна одступања у границама од $\approx \pm 0,04\%$, па се може закључити да промена угла нагиба стреле ротора практично не утиче на шесту сопствену фреквенцију система, слика 4.6.

Геометријска конфигурација горње градње разматране конструкције двопорталног роторног багера нема утицаја на седму и осму сопствену фреквенцију система (релативна одступања седме сопствене фреквенције крећу се у границама од $\approx \pm 0,07\%$, док је максимално релативно одступање осме сопствене фреквенције мање од 0,04%), слике 4.7 и 4.8.



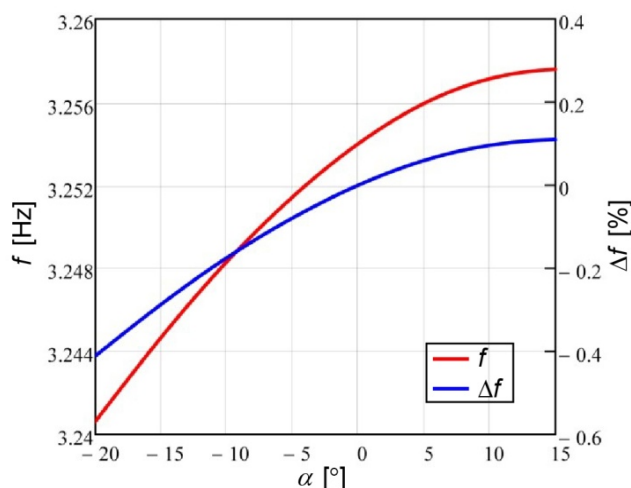
Слика 4.7 Седма сопствена фреквенција



Слика 4.8 Осма сопствена фреквенција

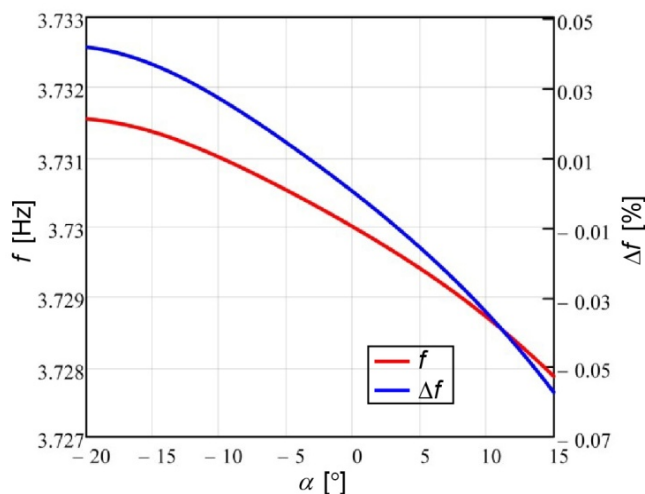
Девета сопствена фреквенција монотонно расте са порастом угла нагиба стреле ротора. За $\alpha = -19,52^\circ$, разматрана сопствена фреквенција износи 3,241 Hz,

док је при $\alpha=14,1^\circ$ њена вредност 3,258 Hz, слика 4.9. Релативна одступања девете сопствене фреквенције за наведене углове нагиба стреле ротора износе $\approx -0,4\%$ и $\approx 0,1\%$, па се може извести закључак да геометријска конфигурација горње градње нема значајан утицај на девету сопствену фреквенцију система.



Слика 4.9 Девета сопствена фреквенција

Релативна одступања десете сопствене фреквенције крећу се у дијапазону од $\approx -0,06\%$ до $\approx 0,04\%$, слика 4.10. Угао нагиба стреле ротора нема утицаја на десету сопствену фреквенцију система.



Слика 4.10 Десета сопствена фреквенција

Промена геометријске конфигурације горње градње разматраног двопорталног роторног багера не утиче на вредности шесте, седме, осме и десете сопствене фреквенције. Релативна одступања вредности друге, треће и девете сопствене фреквенције нижа су од једног процента. Угао нагиба стреле ротора

има одрђени утицај на прву, четврту и пету сопствену фреквенцију система, чија максимална релативна одступања износе 2,5%, 1,6% и 3,3% респективно. Како су наведена релативна одступања прихватљива са становишта инжењерске тачности, може се извести закључак да промена геометријске конфигурације нема значајнијег утицаја на модалне карактеристике система.

Наведени закључак није подложен уопштавању, већ важи искључиво за разматрану конструкцију двопорталног роторног багера. Занемаривање утицаја геометријске конфигурације на модалне карактеристике система може, приликом анализе динамичког понашања роторних багера, довести до грешке суштинске природе.

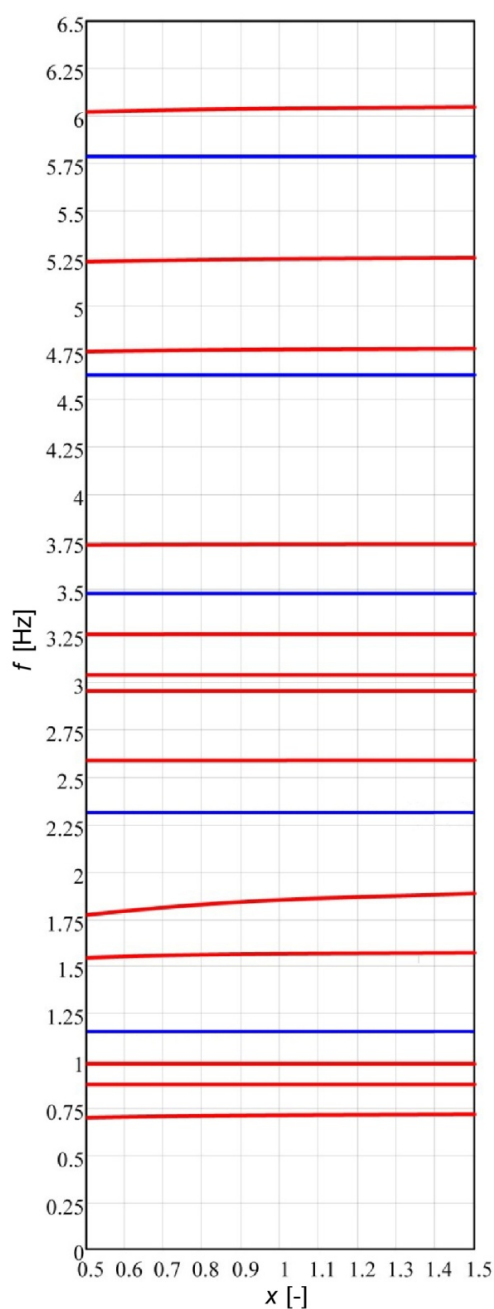
4.2 Утицај крутости ужади система за вешање стреле ротора

Резултати анализе указују на чињеницу да конфигурација горње градње не утиче значајно на вредности сопствених фреквенција, па је анализа утицаја крутости ужади система за вешање стреле ротора на динамичко понашање структуре изведена за хоризонтални положај стреле ротора.

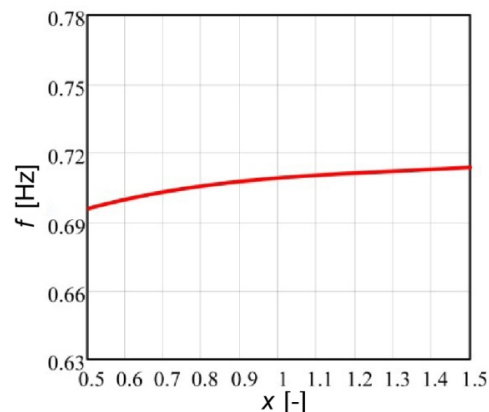
Анализа утицаја крутости ужади система за вешање стреле ротора спроведена је са циљем да се: (а) квантификује утицај промене крутости ужади на модалне карактеристике и динамички одзив разматране конструкције двопорталног роторног багера и (б) тестира полазна хипотеза да крутост ужади система за вешање стреле ротора утиче на њене торзионе осцилације, као и на осциловање горње градње у вертикалној равни.

Како је у претходном излагању показано да геометријска конфигурација нема значајног утицаја на модалне карактеристике система, хоризонтални положај стреле ротора одабран је као референтан у овој, али и у свим у наставку рада приказаним анализама утицаја конструкционих параметара и параметара побуде на динамичко понашање разматране конструкције.

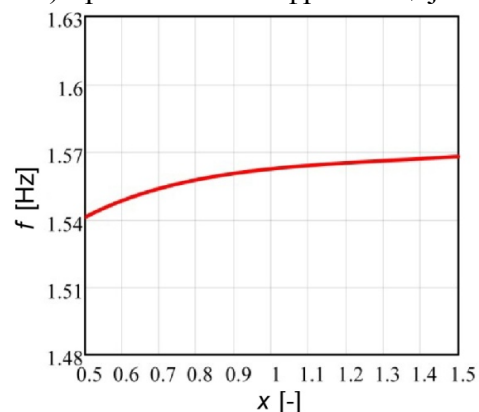
На слици 4.11а приказан је дијаграм зависности првих тринаест сопствених фреквенција од промене релативне крутости ужади ($x=c_u/c_{u,DES}$) система за промену угла нагиба стреле ротора. Сопствене фреквенције конструкције на слици 4.11а приказане су црвеном, док су побудне фреквенције приказане плавом бојом. Ради лакшег поређења, вредности ордината на сликама 4.11б,в,г дате су у опсегу од 0,15 Hz.



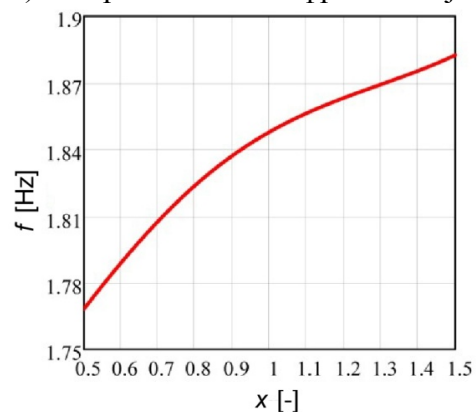
а) фреквентни дијаграм



б) прва сопствена фреквенција



в) четврта сопствена фреквенција



г) пета сопствена фреквенција

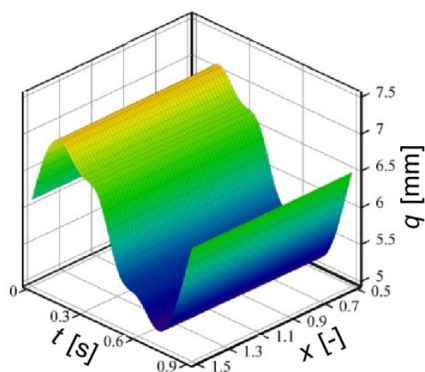
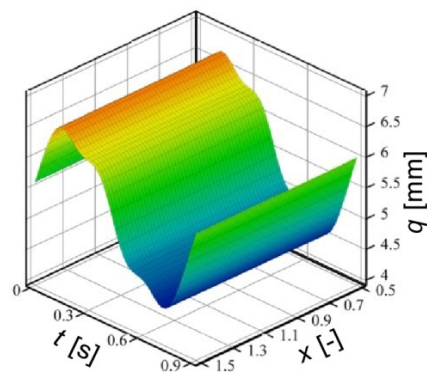
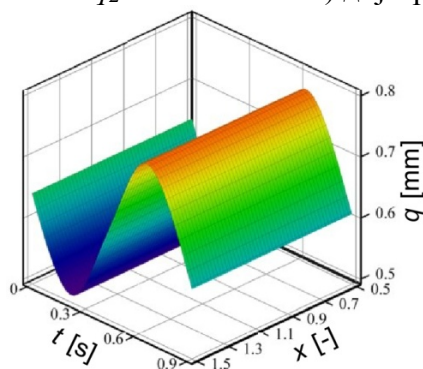
Слика 4.11 Дијаграми зависности сопствених фреквенција од крутости ужади

На основу резултата приказаних на слици 4.11а може се закључити да у целокупном анализираном дијапазону промене релативне крутости ужади система за промену угла нагиба стреле ($x = 0,5 \div 1,5$) не долази до појаве резонанције. Крутост ужади у извесној мери утиче на прву, четврту и пету сопствену фреквенцију, док је њен утицај на остале анализиране сопствене фреквенције система практично занемарљив, слика 4.11б,в,г и табела 4.1.

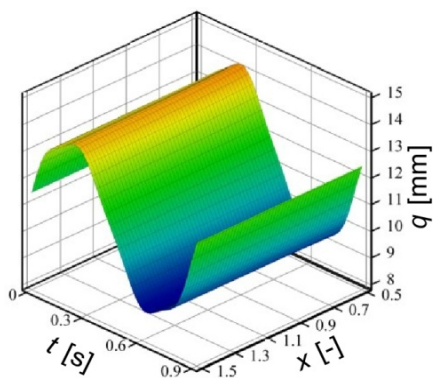
Табела 4.1

Сопствена фреквенција [Hz]	Пројектовано стање	$x = 0,5$		$x = 1,5$	
		$f_{i,x}$	$\frac{f_{i,x} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100 [\%]$	$f_{i,x}$	$\frac{f_{i,x} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100 [\%]$
f_1	0,709	0,695	-1,898	0,714	0,654
f_2	0,871	0,871	0,000	0,871	0,000
f_3	0,980	0,980	0,000	0,980	0,000
f_4	1,562	1,541	-1,375	1,568	0,351
f_5	1,847	1,768	-4,319	1,882	1,871
f_6	2,586	2,586	-0,003	2,586	0,001
f_7	2,954	2,953	-0,009	2,954	0,004
f_8	3,039	3,039	-0,001	3,039	0,001
f_9	3,254	3,254	-0,014	3,255	0,007
f_{10}	3,730	3,727	-0,079	3,731	0,033
f_{11}	4,761	4,750	-0,241	4,766	0,094
f_{12}	5,240	5,226	-0,282	5,247	0,115
f_{13}	6,037	6,019	-0,308	6,045	0,128

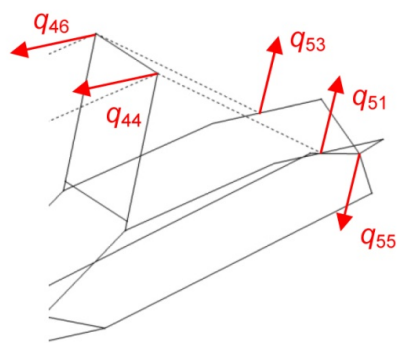
Крутост ужади система за промену угла нагиба стреле ротора нема утицаја на бочна померања ротора, погона ротора и противтега која су у моделу описана генералисаним координатама q_2 , q_{10} и q_{56} , слика 4.12, што је последица начина моделирања ужади.

а) дијаграм померања по q_2 б) дијаграм померања по q_{10} в) дијаграм померања по q_{56}

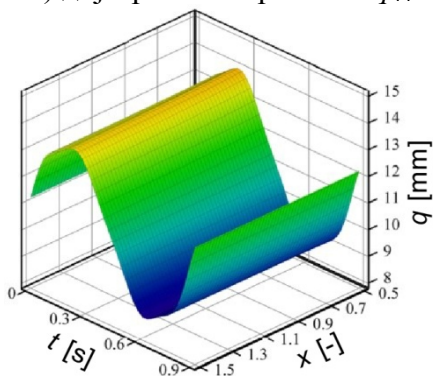
Слика 4.12 Утицај крутости ужади на бочна померања доминантних маса система



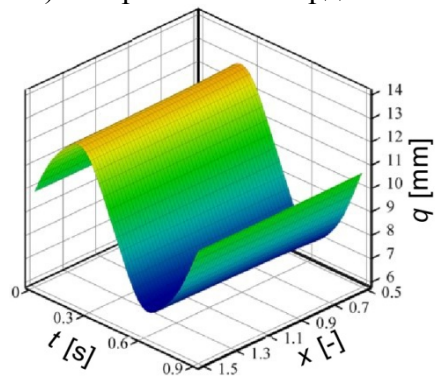
а) дијаграм померања по q_{44}



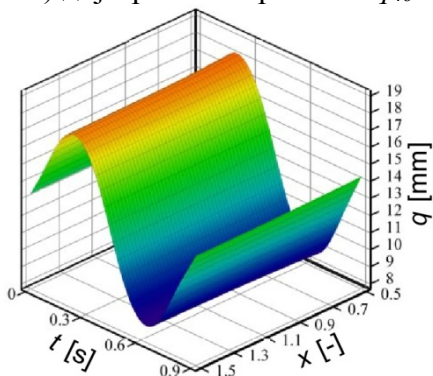
б) генерал исане координате



в) дијаграм померања по q_{46}

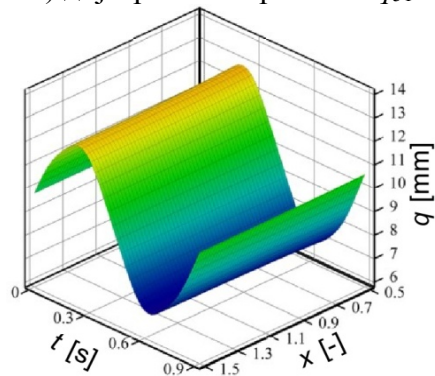


г) дијаграм померања по q_{51}



д) дијаграм померања по q_{55}^*

*померања по q_{55} приказана су са негативним предзнаком



ђ) дијаграм померања по q_{53}

Слика 4.13 Утицај крутости ужади на померања референтних тачака подструктуре 2

На слици 4.13 приказани су дијаграми померања по генералисаним координатама које описују вертикално померање тежишта противтега, вертикална померања ослонаца затега 3 и 4 на стрели противтега и подужна померања врхова појасева 7 и 8 задњег портала.

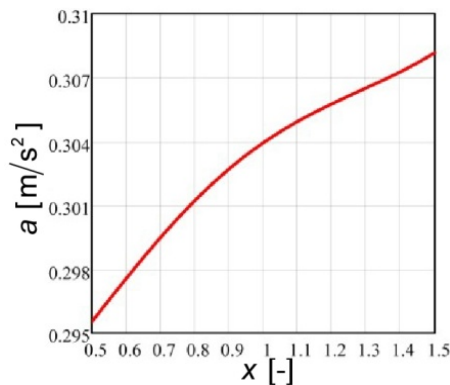
Померања референтних тачака подструктуре 2, слика 2.3, описана генералисаним координатама q_{44} , q_{46} , q_{51} , q_{53} и q_{55} практично су неосетљива на

промену крутости ужади система за промену угла нагиба стреле ротора, слика 4.13 и табела 4.2.

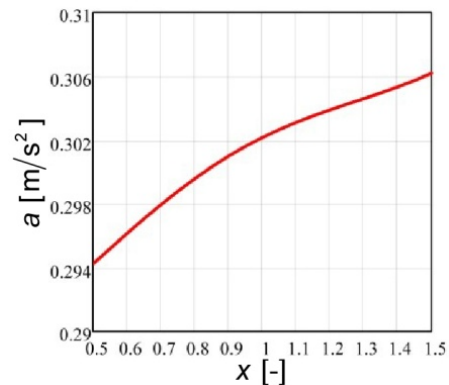
Табела 4.2

Генералисана координата	Пројектовано стање	$x = 0,5$		$x = 1,5$	
	$q_{i,DES}^{max}$ [mm]	$q_{i,x}^{max}$ [mm]	$\frac{q_{i,x}^{max} - q_{i,DES}^{max}}{q_{i,DES}^{max}} \cdot 100 [\%]$	$q_{i,x}^{max}$ [mm]	$\frac{q_{i,x}^{max} - q_{i,DES}^{max}}{q_{i,DES}^{max}} \cdot 100 [\%]$
q_{44}	14,03	14,17	0,97	13,98	-0,37
q_{46}	13,81	13,94	0,99	13,76	-0,37
q_{51}	12,79	12,90	0,90	12,75	-0,30
q_{53}	12,71	12,82	0,91	12,67	-0,30
q_{55}	17,94	18,11	0,93	17,89	-0,28

Дијаграми максималних генералисаних убрзања a_{44} , a_{46} , a_{51} , a_{53} и a_{55} референтних тачака система које описују осциловање подструктуре 2 у вертикалној равни приказани су на сликама 4.14, 4.15 и 4.16.

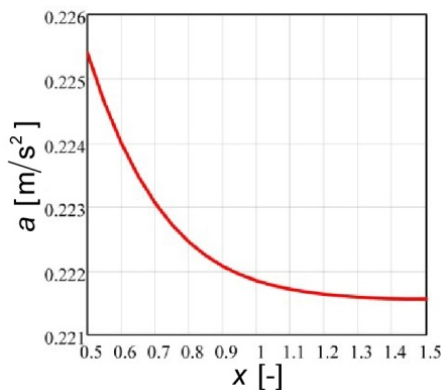


а) врх појаса 7

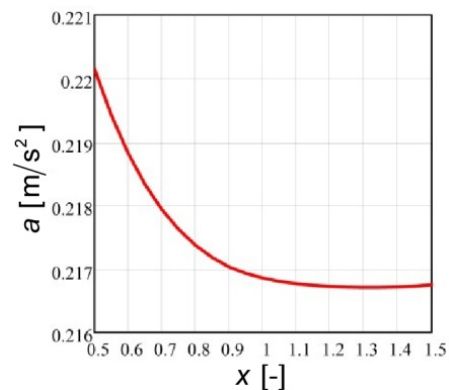


б) врх појаса 8

Слика 4.14 Максимална убрзања врхова појасева 7 и 8 задњег портала у подужном правцу

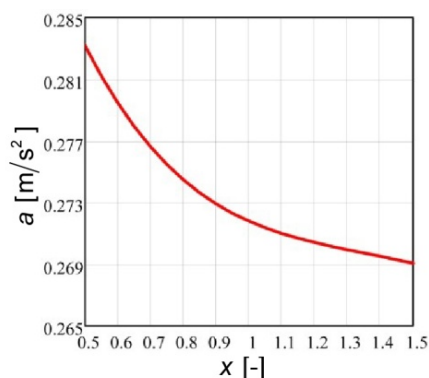


а) ослонац затеге 3



б) ослонац затеге 4

Слика 4.15 Максимална вертикална убрзања ослонаца затеге 3 и 4 на стрели противтега



Слика 4.16 Максимално вертикално убрзање тежишта противтега

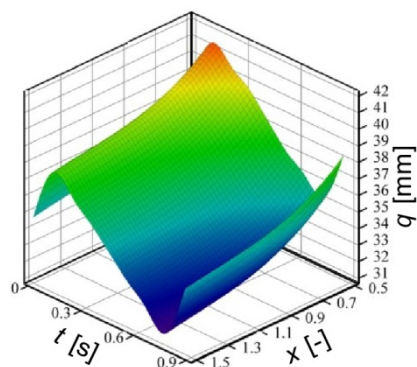
Подужна убрзања врхова појасева 7 и 8 задњег портала расту са порастом релативне крутости ужади, слика 4.14. Њихове максималне вредности на почетку интервала промене крутости ужади ниже су од пројектованих за 2,77% и 2,62%, док су на крају разматраног интервала 1,39% и 1,34% више, табела 4.3. Ограничења у подужним убрзањима разматраних референтних тачака система нису прописана стандардом DIN 22261-2.

Вертикална убрзања референтних тачака на стрели противтега опадају са порастом релативне крутости ужади, слике 4.15 и 4.16. При вредности релативне крутости ужади од $x=0,5$, разлика максималних и максималних пројектованих вертикалних убрзања ослонаца затега 3 и 4 на стрели противтега једнака је и износи $0,003\text{m/s}^2$, док су за $x=1,5$, разлике занемарљиве, табела 4.3. Максимална вредност вертикалног убрзања тежишта противтега за $x=0,5$, виша је од пројектоване за 4,2%, док је максимално вертикално убрзање тежишта противтега за $x=1,5$, 1,0% ниже од пројектованог, табела 4.3. У читавом разматраном дијапазону релативне крутости ужади система за промену угла нагиба стреле ротора, вертикална убрзања референтних тачака конструкције стреле противтега не прелазе стандардом DIN 22261-2 прописану граничну вредност.

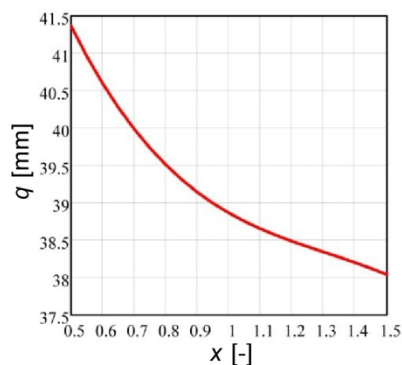
Табела 4.3

Генералисано убрзање	Пројектовано стање	$x = 0,5$		$x = 1,5$	
	$a_{i,DES}^{\max}$ [m/s ²]	$a_{i,x}^{\max}$ [m/s ²]	$\frac{a_{i,x}^{\max} - a_{i,DES}^{\max}}{a_{i,DES}^{\max}} \cdot 100[\%]$	$a_{i,x}^{\max}$ [m/s ²]	$\frac{a_{i,x}^{\max} - a_{i,DES}^{\max}}{a_{i,DES}^{\max}} \cdot 100[\%]$
a_{44}	0,304	0,296	-2,77	0,308	1,39
a_{46}	0,302	0,294	-2,62	0,306	1,34
a_{51}	0,222	0,225	1,61	0,222	-0,13
a_{53}	0,217	0,220	1,52	0,217	-0,05
a_{55}	0,272	0,283	4,20	0,269	-1,00

Вертикална померања центра ротора и тежишта редуктора погона ротора у моделу су описана генералисаним координатама q_1 и q_9 . Подужна померања врхова појасева 5 и 6 предњег портала описана су генералисаним координатама q_{39} и q_{42} . Померања референтних тачака подструктуре 1, слика 2.2, коју чине стрела ротора, предњи портал и затеге стреле ротора, по генералисаним координатама q_1 , q_9 , q_{39} и q_{42} приказана су на сликама 4.17-4.20.

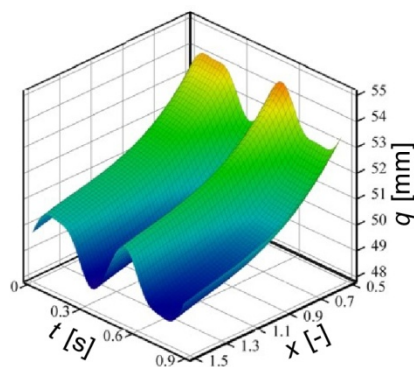


а) померања у временском домену

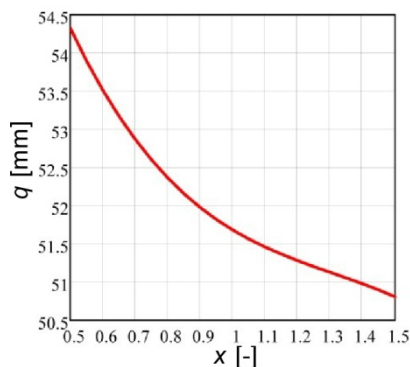


б) максимална померања

Слика 4.17 Вертикална померања центра ротора

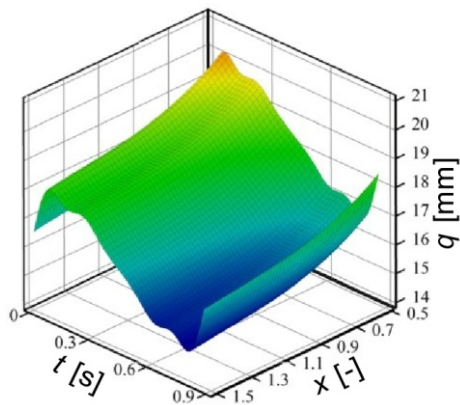


а) померања у временском домену

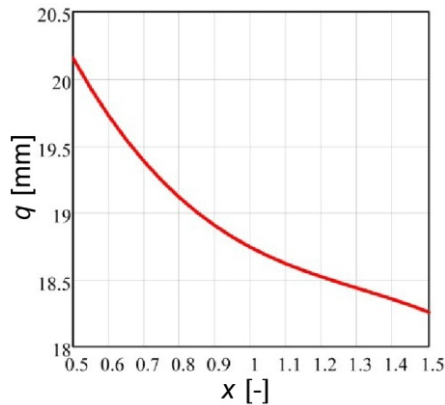


б) максимална померања

Слика 4.18 Вертикална померања тежишта редуктора погона ротора

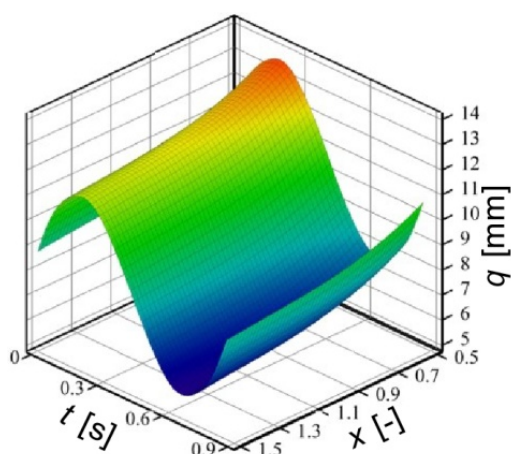


а) померања у временском домену

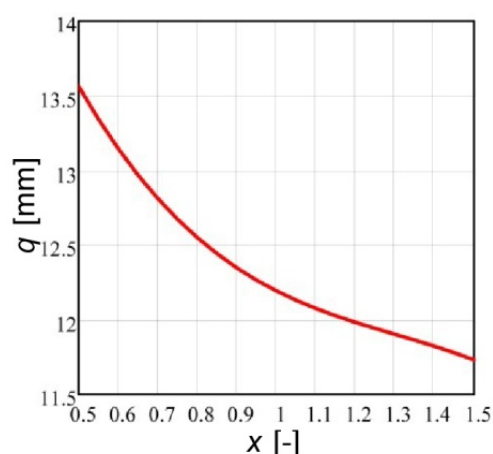


б) максимална померања

Слика 4.19 Подужна померања врха појаса 5 предњег портала



а) померања у временском домену



б) максимална померања

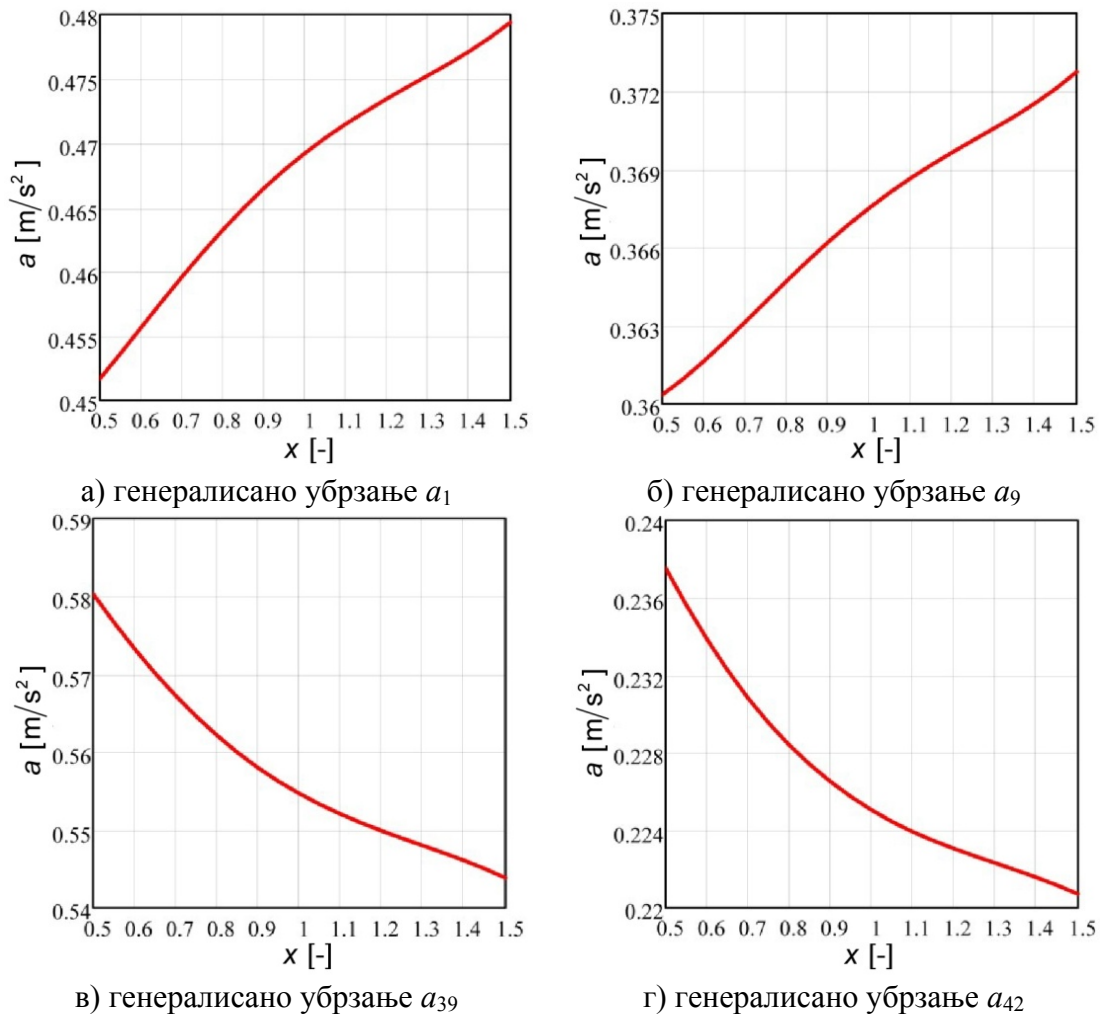
Слика 4.20 Подужна померања врха појаса 6 предњег портала

Табела 4.4

Генералисана координата	Пројектовано стање	$x = 0,5$		$x = 1,5$	
	$q_{i,DES}^{\max}$ [mm]	$q_{i,x}^{\max}$ [mm]	$\frac{q_{i,x}^{\max} - q_{i,DES}^{\max}}{q_{i,DES}^{\max}} \cdot 100[\%]$	$q_{i,x}^{\max}$ [mm]	$\frac{q_{i,x}^{\max} - q_{i,DES}^{\max}}{q_{i,DES}^{\max}} \cdot 100[\%]$
q_1	38,86	41,37	6,45	38,04	-2,12
q_9	51,68	54,33	5,12	50,81	-1,69
q_{39}	18,74	20,15	7,55	18,26	-2,58
q_{42}	12,19	13,56	11,23	11,73	-3,78

Максимална померања референтних генералисаних координата које описују осциловање подструктуре 1 у вертикалној равни опадају са порастом крутости ужади система за промену угла нагиба стреле ротора, слике 4.17б, 4.18б, 4.19б, 4.20б и табела 4.4. При релативној крутости ужади $x=0,5$, максимална вертикална померања центра ротора и тежишта редуктора погона ротора виша су за 6,45% и 5,12%, док су подужна померања врхова појасева 5 и 6 предњег портала виша за 7,55% и 11,23% од пројектованих. За вредност релативне крутости ужади $x=1,5$, максимална померања референтних тачака подструктуре предњег троугла у наведеним правцима нижа су за 2,12%, 1,69%, 2,58% и 3,78% респективно, табела 4.4.

На слици 4.21 приказани су дијаграми максималних генералисаних убрзања a_1 , a_9 , a_{39} и a_{42} за разматрани дијапазон промене релативне крутости ужади.



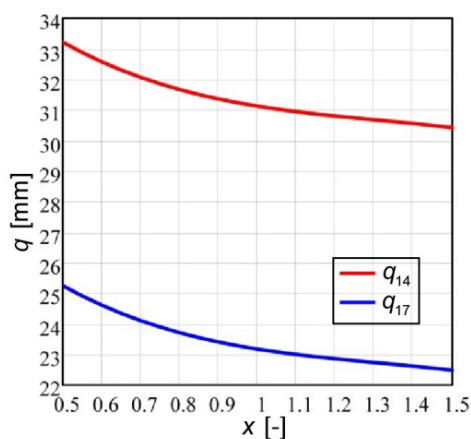
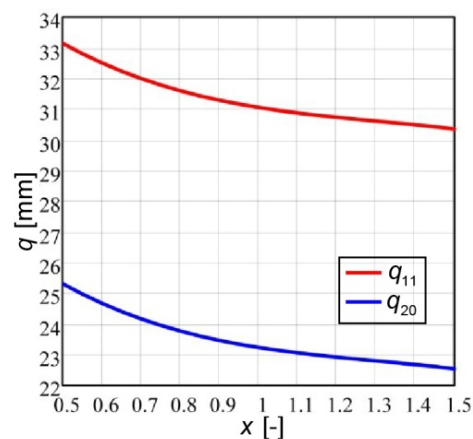
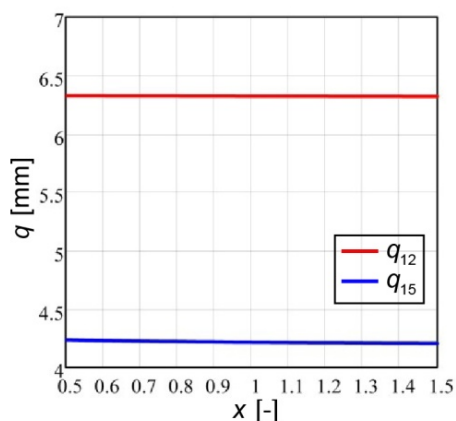
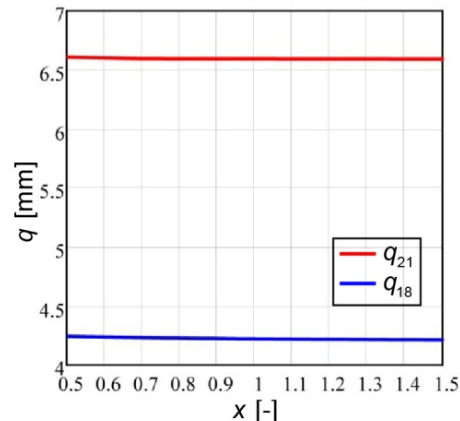
Слика 4.21 Дијаграми максималних генералисаних убрзања

Вертикална убрзања центра ротора и тежишта редуктора погона ротора расту са порастом релативне крутости ужади, слике 4.21а,б. За вредност релативне крутости ужади $x=0,5$, максимална генералисана убрзања нижа су за 3,74% и 1,96%, док су за $x=1,5$, 2,17% и 1,42% виша од пројектованих, табела 4.5. У читавом дијапазону промене крутости ужади, разматрана максимална убрзања не прелазе стандардом прописане граничне вредности.

Подужна убрзања врхова појасева 5 и 6 предњег портала опадају са порастом релативне крутости ужади, слика 4.21в,г. За вредност релативне крутости ужади $x=0,5$, максимална генералисана убрзања виша су за 4,62% и 5,56%, док су за $x=1,5$, 1,95% и 1,93% нижа од пројектованих, табела 4.5. Стандардом DIN 22261-2 нису прописана ограничења у подужним убрзањима разматраних референтних тачака система.

Табела 4.5

Генералисано убрзање	Пројектовано стање	$x = 0,5$		$x = 1,5$	
	$a_{i,DES}^{\max}$ [m/s ²]	$a_{i,x}^{\max}$ [m/s ²]	$\frac{a_{i,x}^{\max} - a_{i,DES}^{\max}}{a_{i,DES}^{\max}} \cdot 100[\%]$	$a_{i,x}^{\max}$ [m/s ²]	$\frac{a_{i,x}^{\max} - a_{i,DES}^{\max}}{a_{i,DES}^{\max}} \cdot 100[\%]$
a_1	0,469	0,452	-3,74	0,479	2,17
a_9	0,368	0,360	-1,96	0,373	1,42
a_{39}	0,555	0,580	4,62	0,544	-1,95
a_{42}	0,225	0,238	5,56	0,221	-1,93

а) максимална вертикална померања
врхова појасева 1 и 3б) максимална вертикална померања
врхова појасева 2 и 4в) максимална бочна померања врхова
појасева 1 и 2г) максимална бочна померања врхова
појасева 3 и 4

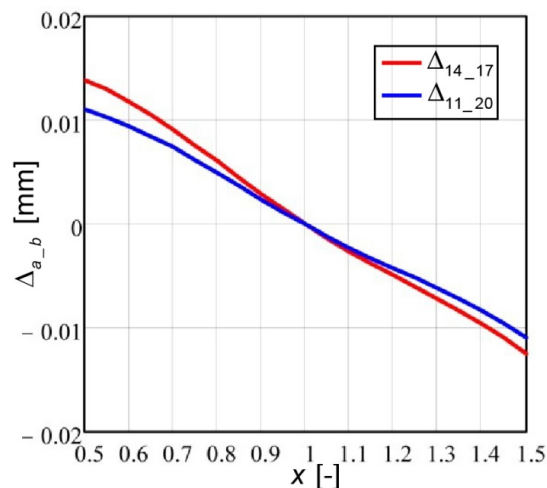
Слика 4.22 Вертикална и бочна померања врхова појасева стреле ротора

Вертикална померања врхова појасева 1, 2, 3 и 4 стреле ротора у моделу описана су генералисаним координатама q_{14} , q_{11} , q_{17} и q_{20} , док су њихова бочна померања описана генералисаним координатама q_{15} , q_{12} , q_{18} и q_{21} респективно. Максимална вертикална померања врхова појасева опадају са порастом релативне крутости ужади, слика 4.22а, што одговара тренду приказаном приликом анализе

вертикалних осцилација центра ротора и тежишта редуктора погона ротора. Максимална бочна померања врхова наведених појасева остају приближно константна у читавом дијапазону промене крутости ужади, слика 4.22б, што одговара тврдњи да промена крутости ужади нема утицаја на осциловање система у хоризонталној равни. Вредности максималних померања по разматраним генералисаним координатама, на почетку и крају интервала промене крутости ужади, као и релативна одступања добијених вредности од пројектованих приказана су у табели 4.6.

Табела 4.6

Генералисана координата	Пројектовано стање	$x = 0,5$		$x = 1,5$	
	$q_{i,DES}^{max}$ [mm]	$q_{i,x}^{max}$ [mm]	$\frac{q_{i,x}^{max} - q_{i,DES}^{max}}{q_{i,DES}^{max}} \cdot 100[\%]$	$q_{i,x}^{max}$ [mm]	$\frac{q_{i,x}^{max} - q_{i,DES}^{max}}{q_{i,DES}^{max}} \cdot 100[\%]$
q_{14}	31,13	33,22	6,74	30,42	-2,26
q_{17}	23,17	25,26	9,00	22,48	-2,98
q_{11}	31,06	33,15	6,75	30,35	-2,26
q_{20}	23,23	25,32	8,98	22,54	-2,97
q_{15}	4,22	4,24	0,48	4,21	-0,23
q_{12}	6,32	6,32	0,04	6,32	-0,04
q_{18}	4,22	4,24	0,48	4,21	-0,23
q_{21}	6,59	6,59	0,04	6,59	-0,04



Слика 4.23 Прираштај релативних вертикалних померања врхова појасева стреле ротора

На сликама 4.23 и 4.24 приказани су графици функција прираштаја релативних вертикалних и бочних померања одговарајућих врхова појасева стреле

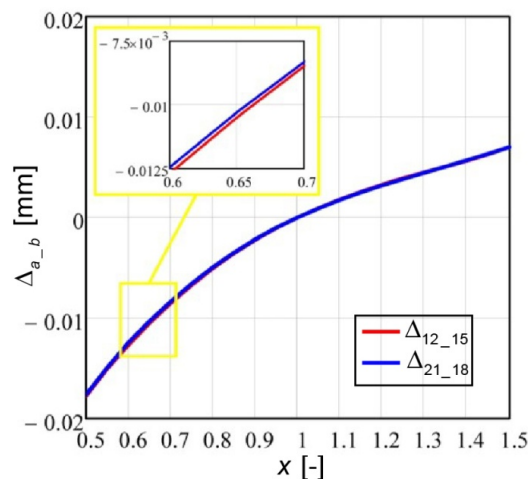
ротора са порастом крутости ужади система за промену угла нагиба стреле. Функције прираштаја одређене су према изразу,

$$\Delta_{a_b}(x) = [q_a^{\max}(x) - q_b^{\max}(x)] - (q_{a,DES}^{\max} - q_{b,DES}^{\max}) \quad (4.2)$$

где су: $\Delta_{a_b}(x)$ - функције прираштаја релативних померања одговарајућих врхова појасева стреле ротора, $q_a^{\max}(x)$ и $q_b^{\max}(x)$ - функције максималних померања, $q_{a,DES}^{\max}$ и $q_{b,DES}^{\max}$ - максимална пројектована померања и x - релативна крутост ужади. Одговарајуће комбинације генералисаних координата дате су у табели 4.7.

Табела 4.7

Комбинација генералисаних координата (a/b)			
14/17	11/20	12/15	21/18



Слика 4.24 Прираштај релативних бочних померања врхова појасева стреле ротора

Релативна вертикална и бочна померања врхова одговарајућих појасева стреле ротора остају приближно константна у читавом дијапазону промене крутости ужади система за вешање стреле ротора, слике 4.23 и 4.24, па се може извести закључак да промена крутости ужади нема значајнијег утицаја на торзионе осцилације стреле ротора.

4.3 Парцијални закључци

Промена угла нагиба стреле ротора доводи до промене дистрибуције маса у моделу, као и до промене дужине ужади система за вешање стреле ротора, а

тиме и њихове крутости. Уколико се као основа за упоређивање усвоје вредности фреквенција при хоризонталном положаја стреле ротора, онда се релативна процентуална одступања сопствених фреквенција на целокупном домену промене угла нагиба стреле ротора крећу у релативно уским границама. Максимална апсолутна вредност поменутог одступања износи 3,3% и јавља се код пете сопствене фреквенције при углу нагиба стреле ротора $\alpha = -19,52^\circ$. Осим тога, резултати истраживања показују да промена крутости ужади у релативно широком дијапазону не доводи до значајнијих промена сопствених фреквенција. При хоризонталном положају стреле ротора, апсолутна вредност разлике сопствених фреквенција не прелази 4,4%.

Анализом прираштаја релативних вертикалних и бочних померања врхова одговарајућих појасева стреле ротора показано је да крутост ужади система за вешање не утиче на торзионе осцилације стреле ротора. Вертикална померања врхова појасева опадају са порастом релативне крутости ужади. Међутим, њихова релативна померања остају готово константна у читавом дијапазону промене разматраног параметра. Крутост ужади не утиче на бочна померања референтних тачака система.

Утицај крутости ужади доминантан је на осциловање конструкције у вертикалној равни, о чему сведоче следеће чињенице:

- максимална вертикална убрзања референтних тачака конструкције стреле противтега опадају са порастом крутости ужади, док максимална вертикална убрзања референтних тачака конструкције стреле ротора са порастом крутости ужади расту;
- вертикална померања свих референтних тачака система опадају са порастом крутости ужади.

У анализама утицаја конструкционих параметара и параметара побуде на динамичко понашање разматране конструкције, приказаним у наставку излагања, хоризонтални положај стреле ротора одабран је као референтни, с обзиром на врло мала одступања вредности сопствених фреквенција при различитим угловима нагиба стреле ротора.

5.0 Утицај доминантних маса на динамичке карактеристике и одзив горње градње

Током развоја пројекта роторног багера, или његове реконструкције, јављају се знатне разлике у маси, односно њеној дистрибуцији по структури горње градње. Одступање положаја тежишта горње градње од пројектованог компензује се променом масе противтега (актуелна маса противтега базног модела ($m_{cw2} = 231,997 \text{ t}$) $\approx 15\%$ већа је од првобитно пројектоване).

Услед природе процеса ископа и карактеристика тла, током експлоатације неминовно долази до лепљења ископаног материјала. Према одредбама стандарда DIN 22261 маса коре материјала на ротору и залепљеног материјала у кашикама роторног багера SchRs 1600, чији су параметри коришћени приликом формирања базног модела, достиже 50% масе конструкције ротора. У пракси, услед неадекватне прилагођености машине условима експлоатације, дешавају се и случајеви да залепљени материјал испуњава готово 50% запремине кашике (максимална стандардом-прописана вредности износи 30%) [64].

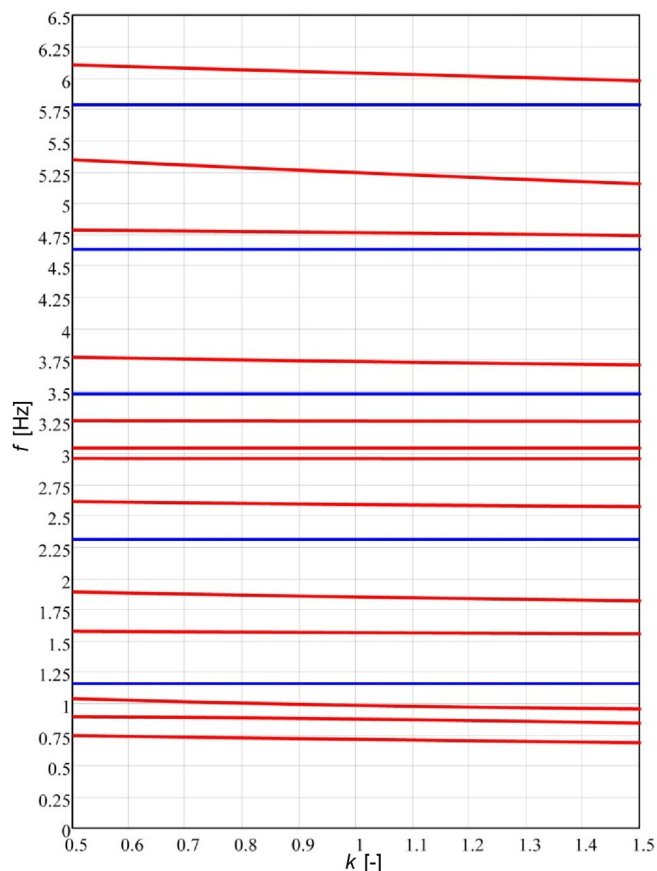
Поред пројектовања нових, модернизација застарелих машина за површинску експлоатацију тла готово је подједнако заступљена у савременој инжењерској пракси [65]. У литератури су присутни чак и примери модернизације фундаменталног подсистема роторног багера – ротора са погоном [56,66]. Промене броја кашика на ротору [56,66] и погона ротора [66], наведене су само како би се указало на могућност значајне промене доминантних маса система у току радног века багера. Утицај броја кашика на ротору на побудна оптерећења и одзив система у условима променљивих параметара побуде биће анализиран у шестом поглављу дисертације.

Наведени примери указују на чињеницу да су доминантне масе система променљиве величине у току експлоатације роторног багера. Њихов утицај на динамичко понашање конструкције мора се разматрати у континуалном, инжењерски рационалном домену, јер се усвајањем дискретних вредности параметара чини грешка суштинске природе.

5.1 Утицај масе ротора

Пројектована маса ротора је $m_{BW}=68248$ kg. У наставку је анализиран утицај промене релативне масе ротора ($k=m_{BW}/m_{BW,DES}$) на првих тринаест сопствених фреквенција и одзив система.

На слици 5.1 приказани су дијаграми зависности сопствених фреквенција од промене релативне масе ротора у дијапазону од $k=0,5 \div 1,5$ (графици функција зависности сопствених фреквенција од релативне масе ротора на слици 5.1 приказани су црвеном бојом, док су побудне фреквенције система приказане плавим хоризонталним линијама).



Слика 5.1 Дијаграми зависности сопствених фреквенција од релативне масе ротора

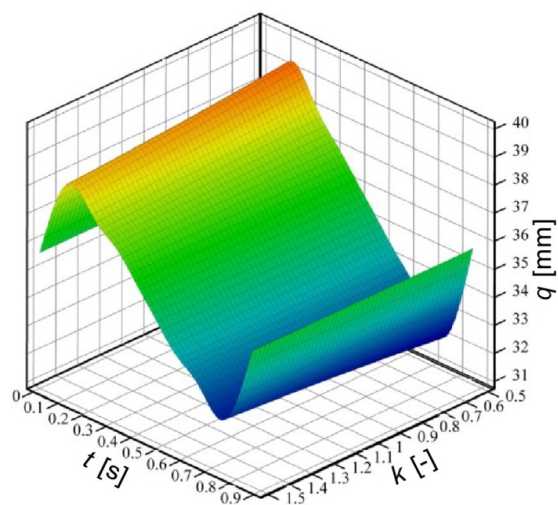
У анализираном опсегу промене релативне масе ротора нема појаве резонантних стања система, слика 5.1. Све разматране сопствене фреквенције опадају са порастом масе ротора. Маса ротора има одређен утицај на прву, другу, трећу, пету и дванаесту сопствену фреквенцију, слика 5.1 и табела 5.1. За вредност релативне масе ротора $k = 0,5$, прва, друга, трећа, пета и дванаеста сопствена фреквенција више су за 4,21%, 2,28%, 5,56%, 2,18% и 1,97% од пројектованих, док су при релативној маси ротора $k = 1,5$, разматране сопствене фреквенције 3,82%, 3,76%, 2,84%, 1,66% и 1,71% ниже од пројектованих респективно. Са променом масе ротора мењају се и четврта, шеста, десета, једанаеста и тринаеста сопствена фреквенција унутар граница од $\approx \pm 1\%$. Маса ротора практично не утиче на промену седме осме и девете сопствене фреквенције.

Табела 5.1

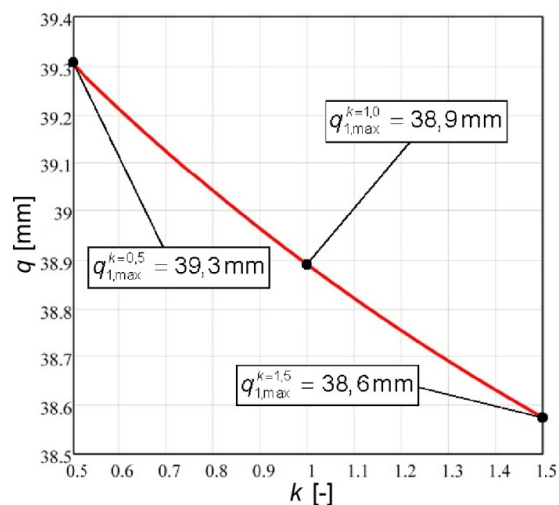
Сопствена фреквенција [Hz]	Пројектовано стање	$k = 0,5$		$k = 1,5$	
		$f_{i,k}$	$\frac{f_{i,k} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100 [\%]$	$f_{i,k}$	$\frac{f_{i,k} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100 [\%]$
f_1	0,709	0,739	4,213	0,682	-3,816
f_2	0,871	0,891	2,276	0,838	-3,757
f_3	0,980	1,034	5,560	0,952	-2,845
f_4	1,562	1,573	0,717	1,553	-0,609
f_5	1,847	1,887	2,185	1,816	-1,663
f_6	2,586	2,610	0,922	2,570	-0,655
f_7	2,954	2,955	0,035	2,953	-0,023
f_8	3,039	3,039	0,001	3,039	-0,001
f_9	3,254	3,258	0,101	3,252	-0,079
f_{10}	3,730	3,765	0,951	3,703	-0,725
f_{11}	4,761	4,781	0,416	4,737	-0,519
f_{12}	5,240	5,344	1,967	5,151	-1,710
f_{13}	6,037	6,102	1,078	5,974	-1,037

На просторном дијаграму вертикалног померања центра ротора, слика 5.2а, може се уочити да на одзив система по генералисаној координати q_1 , у разматраном опсегу промене масе ротора, резонантне области немају утицаја. Максимална померања центра ротора у вертикалном правцу опадају са порастом релативне масе ротора, слика 5.2б. За $k=0,5$ максимална вредност померања већа је 1,06% од пројектоване. Када је вредност релативне масе ротора $k=1,5$,

максимално померање по генералисаној координати q_1 мање је 0,81% од пројектованог.



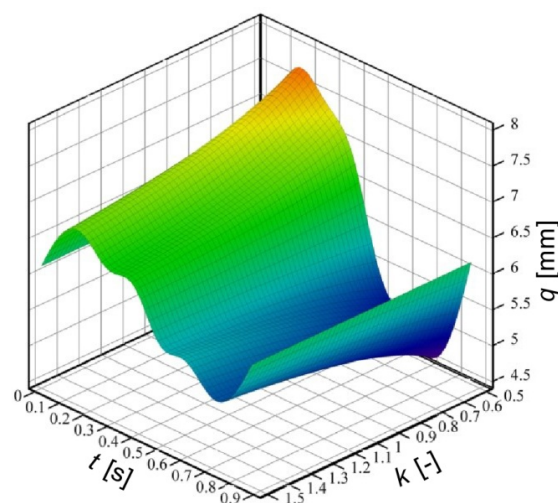
а) померања по генералисаној координати q_1



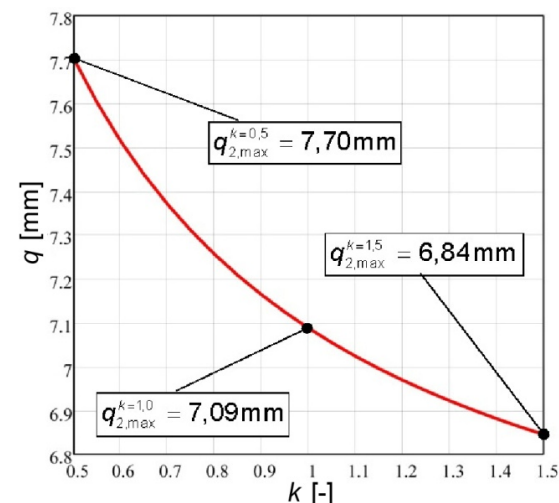
б) дијаграм максималних померања

Слика 5.2 Вертикална померања центра ротора

Резонантне области немају утицаја на бочна померања центра ротора, слика 5.3а. Тренд опадања максималних вредности бочних померања центра ротора са порастом релативне масе уочљив је на слици 5.3б. За $k=0,5$, максимална вредност померања већа је 8,68% од пројектоване. Када је вредност релативне масе ротора $k=1,5$, максимално померање у правцу генералисане координате q_2 мање је 3,42% од пројектованог.



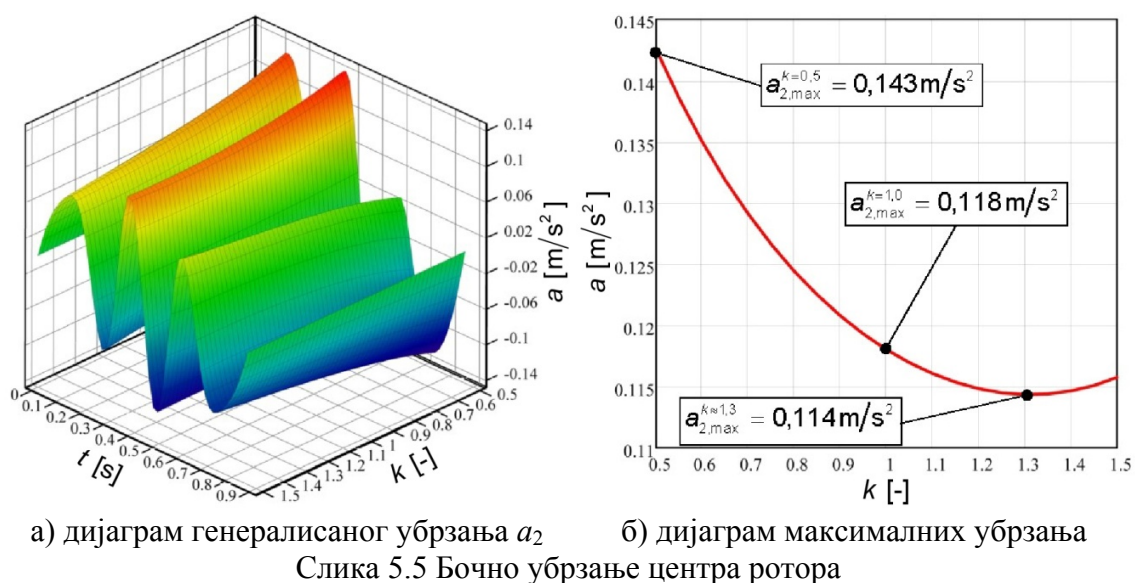
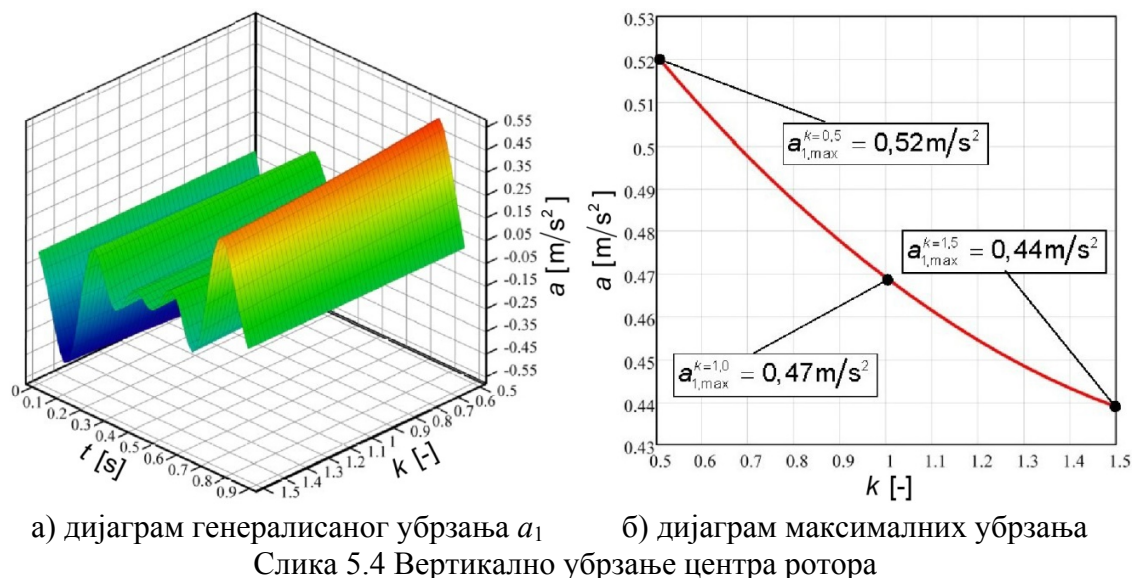
а) померања по генералисаној координати q_2



б) дијаграм максималних померања

Слика 5.3 Бочна померања центра ротора

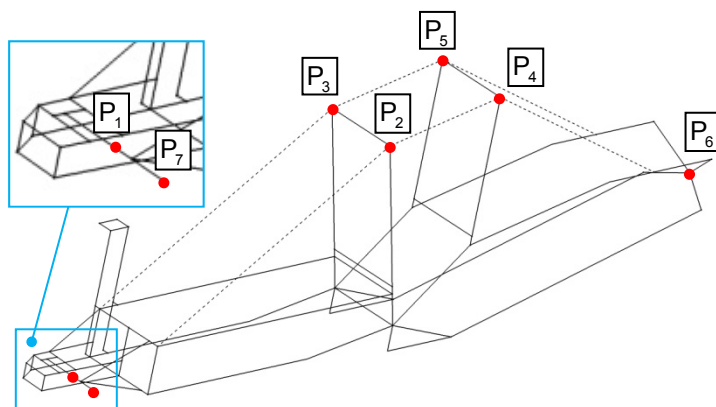
Вредности вертикалних убрзања центра ротора опадају са порастом релативне масе ротора, слика 5.4. За $k=0,5$, максимално вертикално убрзање центра ротора 11,0% веће је од пројектованог, док је при $k=1,5$, вредност 6,4% мања од пројектоване.



У разматраном дијапазону промене масе ротора, бочно убрзање центра ротора опада са порастом релативне масе ротора до вредности од $0,114 m/s^2$, слика 5.5. За ову вредност убрзања, релативна маса ротора износи $k \approx 1,3$. За вредности релативне масе ротора веће од наведене, бочно убрзање центра ротора расте. Максимално бочно убрзање центра ротора, у разматраном дијапазону масе

ротора, 5,2% веће је од пројектованог, док је минимална вредност, приказана на слици 5.5б, 3,1% мања од пројектоване вредности максималног убрзања.

Како је у претходном излагању показано да се у целокупном опсегу промене релативне масе ротора не јављају резонантна стања система, доказ да анализирана конструкција задовољава критеријуме стандарда у целокупном домену промене разматраног параметра може се извести одређивањем реципрочних вредности динамичких коефицијената референтних тачака структуре, слика 5.6, на почетку и крају разматраног интервала.



Слика 5.6 Референтне тачке структуре

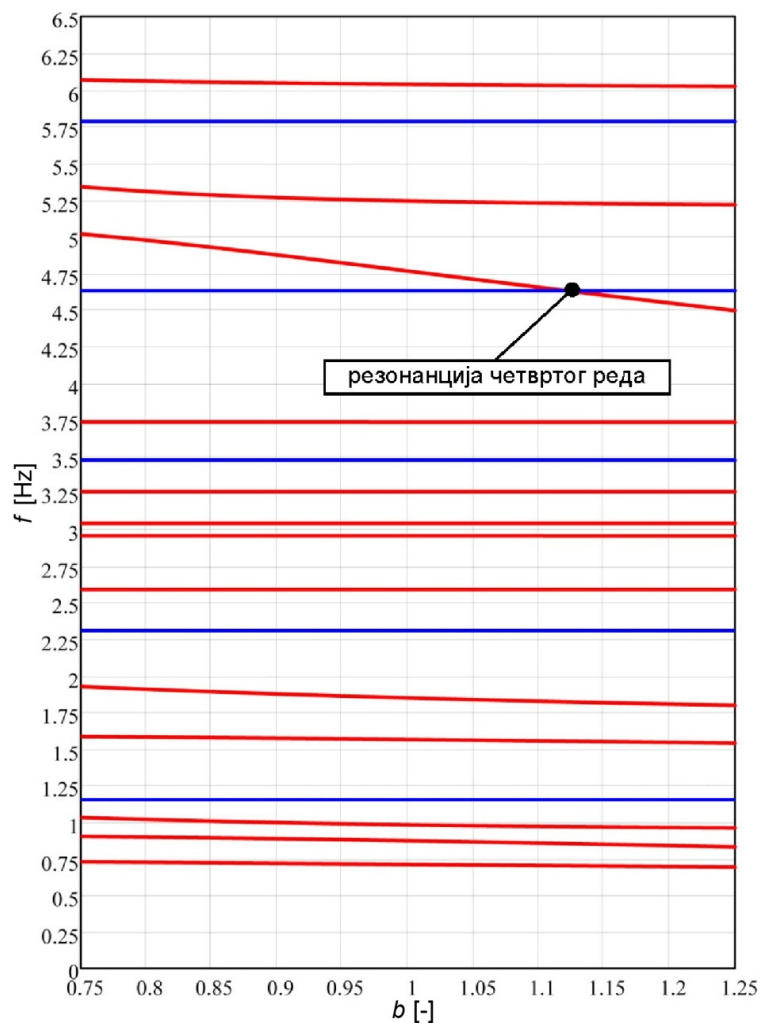
Табела 5.2

P	q	1/D		1/D _v	1/D _Q	P	q	1/D		1/D _v	1/D _Q
		k=0,5	k=1,5					k=0,5	k=1,5		
P ₁	q ₁	19,20	22,78	10		P ₃	q ₄₁	39,43	34,36		30
	q ₂	70,15	86,38		60	P ₄	q ₄₃	379,96	295,78	25	
P ₇	q ₉	26,22	26,19	10			q ₅₈	418,90	276,34		30
	q ₁₀	61,23	89,22		60	P ₅	q ₄₅	365,69	274,67	25	
P ₂	q ₃₇	90,75	77,40	25			q ₅₉	418,40	275,00		30
	q ₃₈	39,43	34,35		30	P ₆	q ₅₅	33,95	37,54	25	
P ₃	q ₄₀	96,71	88,16	25			q ₅₆	681,59	1299,34		30

Реципрочне вредности динамичких коефицијената референтних тачака система по правцима одговарајућих генералисаних координата, на почетку и крају разматраног домена промене релативне масе ротора, више су од стандардом DIN 22261-2 прописаних минималних, табела 5.2, па се може извести закључак да конструкција у читавом дијапазону промене разматраног параметра задовољава критеријуме стандарда.

5.2 Утицај масе противтега

Актуелна маса противтега је $m_{CW2} = 231997 \text{ kg}$. Утицај промене релативне масе противтега ($b = m_{CW}/m_{CW2}$) у дијапазону $b=0,75\div 1,25$ на првих тринаест сопствених фреквенција приказан је на слици 5.7. Дијаграми функција зависности сопствених фреквенција од релативне масе противтега на слици 5.7 приказани су црвеном бојом, док су побудне фреквенције система приказане плавим хоризонталним линијама. Све разматране сопствене фреквенције опадају са порастом масе противтега. Маса противтега има одређен утицај на првих пет, једанаесту и дванаесту сопствену фреквенцију, док је њен утицај на тринаесту сопствену фреквенцију унутар граница од $\pm 1\%$. Маса противтега практично не утиче на шесту, седму, осму, девету и десету сопствену фреквенцију, табела 5.3.

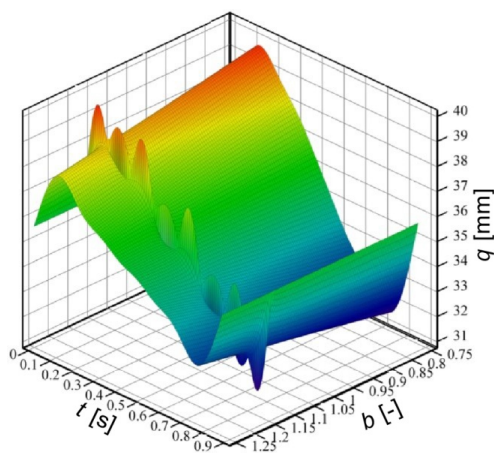
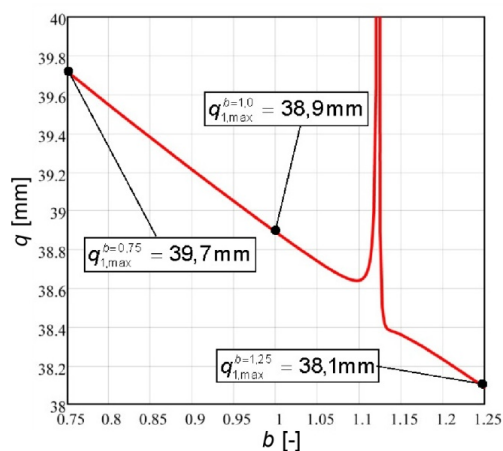


Слика 5.7 Дијаграми зависности сопствених фреквенција од релативне масе противтега

Табела 5.3

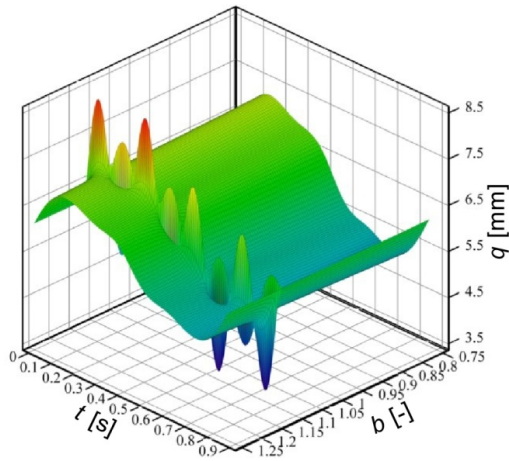
Сопствена фреквенција [Hz]	Пројектовано стање	$b = 0,75$		$b = 1,25$	
		$f_{i,b}$	$\frac{f_{i,b} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100 [\%]$	$f_{i,b}$	$\frac{f_{i,b} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100 [\%]$
f_1	0,709	0,727	2,577	0,691	-2,482
f_2	0,871	0,900	3,359	0,829	-4,841
f_3	0,980	1,030	5,134	0,959	-2,139
f_4	1,562	1,583	1,333	1,538	-1,573
f_5	1,847	1,924	4,187	1,796	-2,746
f_6	2,586	2,586	0,002	2,586	-0,001
f_7	2,954	2,954	0,007	2,954	-0,006
f_8	3,039	3,039	0,001	3,039	-0,001
f_9	3,254	3,255	0,004	3,254	-0,003
f_{10}	3,730	3,730	0,022	3,729	-0,023
f_{11}	4,761	5,015	5,317	4,492	-5,648
f_{12}	5,240	5,338	1,865	5,214	-0,498
f_{13}	6,037	6,068	0,506	6,022	-0,242

На просторном дијаграму вертикалног померања центра ротора, слика 5.8а, може се уочити да се у разматраном опсегу промене масе противтега, јавља једно резонантно стање система. У питању је резонанција четвртог реда до које долази када се поклопе једанаеста сопствена и четврта побудна фреквенција, слика 5.7. До ове појаве долази при релативној маси контра тега $b=1,1224$. Максимална померања центра ротора у вертикалном правцу, у ванрезонанцијској области, опадају са порастом релативне масе контра тега, слика 5.8б. За $b=0,75$ максимална вредност померања већа је за 2,13% од пројектоване. Када је вредност релативне масе контра тега $b=1,25$, максимално померање по генералисаној координати q_1 мање је за 2,06% од пројектованог.

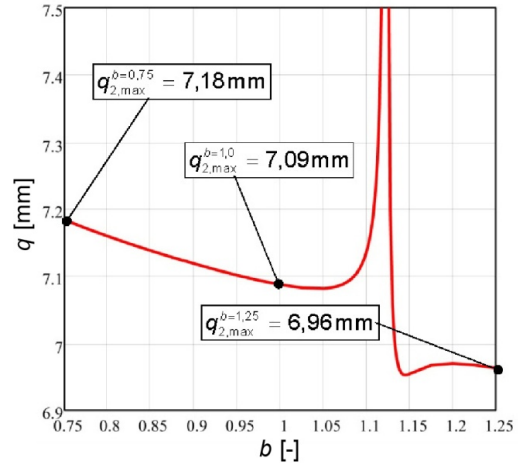
а) померања по q_1 

б) дијаграм максималних померања

Слика 5.8 Вертикална померања центра ротора



а) померања по генералисаној координати q_2

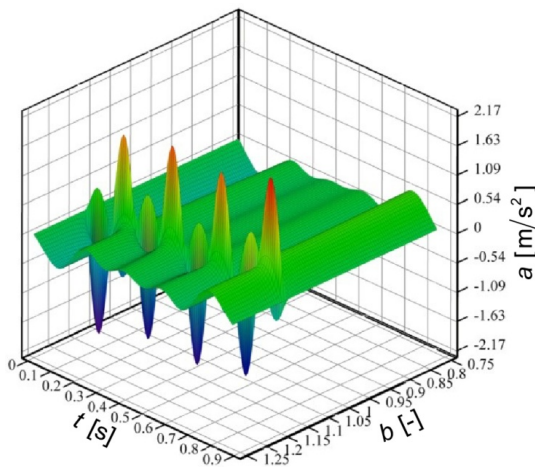


б) дијаграм максималних померања

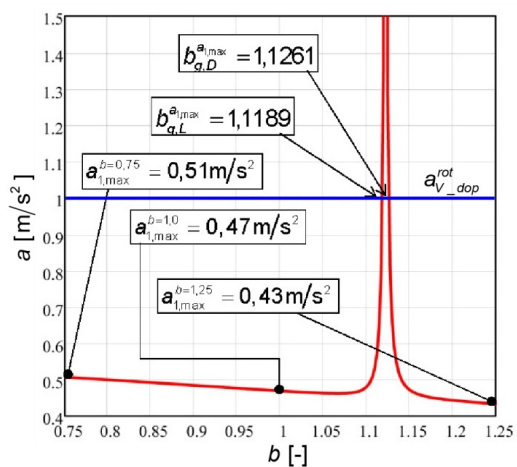
Слика 5.9 Бочна померања центра ротора

Утицај резонанце вишег реда на одзив система уочљив је и на дијаграмима бочног померања центра ротора, приказаним на слици 5.9. У ванрезонанцијској области, максимална померања центра ротора по генералисаној координати q_2 такође опадају са порастом релативне масе противтега. Тако је за $b=0,75$ максимална вредност померања 1,36% већа од пројектоване, док је за $b=1,25$ максимална вредност померања 1,75% мања од пројектоване.

Тренд опадања максималних вредности са порастом релативне масе противтега у ванрезонанцијској области могуће је уочити и на дијаграмима вертикалног убрзања центра ротора, приказаним на слици 5.10. За $b=0,75$, максимално вертикално убрзање центра ротора веће је за 8,15% од пројектованог, док је при $b=1,25$, 7,67% мање од пројектованог, слика 5.10б.



а) дијаграм генералисаног убрзања a_1



б) дијаграм максималних убрзања

Слика 5.10 Вертикално убрзање центра ротора

Са инжењерског аспекта, од интереса је одредити ширину критичне области и прописати дијапазон масе противтега унутар кога је рад конструкције (са аспекта динамике) угрожен. Као гранични критеријум уводи се стандардом прописано ограничење вертикалног убрзања центра ротора $a_{V_dop}^{rot} = 1 \text{ m/s}^2$. Максимално вертикално убрзање центра ротора једнако је граничном при релативним масама противтега од $b_{g,L}^{a_{1,max}} = 1,1189$, односно $b_{g,D}^{a_{1,max}} = 1,1261$, слика 5.106. Реципрочне вредности динамичких коефицијената добијених за одговарајуће карактеристичне генералисане координате система за израчунату леву и десну граничну вредност релативне масе противтега (леву и десну границу критичне области) приказане су у табели 5.4. Реципрочне вредности динамичких коефицијената ниже од стандардом прописаних, у табели 5.4 означене су жутом бојом.

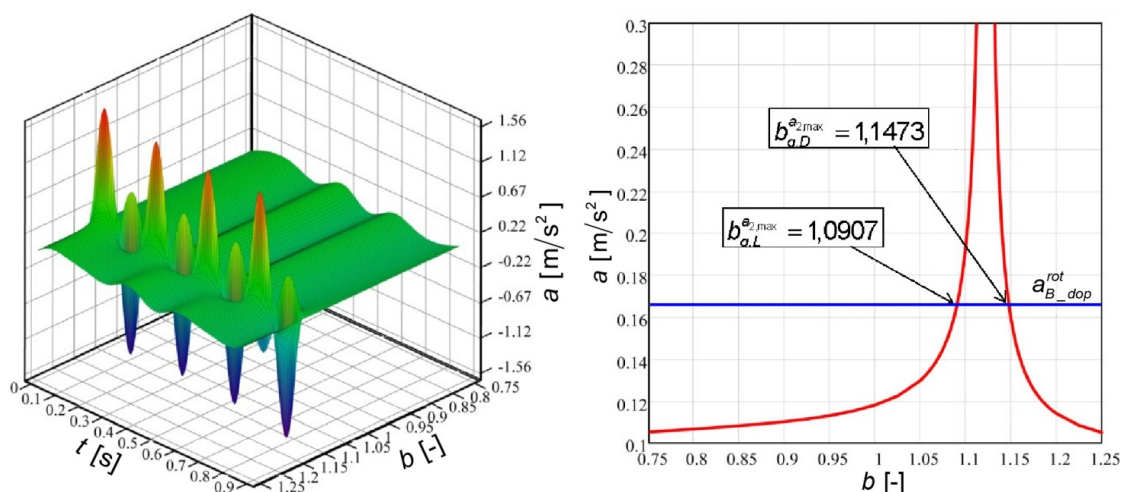
Табела 5.4

P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q	P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q
		$b_{g,L}^{a_{1,max}}$	$b_{g,D}^{a_{1,max}}$					$b_{g,L}^{a_{1,max}}$	$b_{g,D}^{a_{1,max}}$		
P1	q ₁	10,00	10,00	10		P4	q ₄₃	22,52	23,38	25	
	q ₂	14,41	15,82		60		q ₅₈	110,03	121,00		30
P2	q ₃₇	12,91	16,05	25		P5	q ₄₅	21,88	22,96	25	
	q ₃₈	34,39	37,31		30		q ₅₉	106,58	116,33		30
P3	q ₄₀	31,29	35,14	25		P6	q ₅₅	6,32	6,39	25	
	q ₄₁	34,51	37,49		30		q ₅₆	509,67	593,02		30

* референтне тачке система приказане су на слици 5.6

На основу приказаних резултата може се закључити да су границе критичне области добијене на основу ограничења вертикалног убрзања центра ротора сувише уске тако да овај критеријум, иако штити конструкцију од појаве резонанције, не представља довољну заштиту од осциловања конструкције у критичној области.

На слици 5.11 приказани су дијаграми промене бочног убрзања центра ротора са порастом релативне масе противтега. Максимално бочно убрзање центра ротора до појаве резонанције расте са порастом релативне масе противтега, да би затим опадало, слика 5.11б.



а) дијаграм генералисаног убрзања a_2 б) дијаграм максималних убрзања
Слика 5.11 Бочно убрзање центра ротора

Уколико се као критеријум за одређивање ширине критичне области уведе стандардом прописано ограничење у интензитету бочног убрзања центра ротора $a_{B_dop}^{rot} = 0,167 \text{ m/s}^2$, тада се за леву граничну вредност критичне области добија релативна маса противтега од $b_{g,D}^{a_2,max} = 1,1473$, док се за десну граничну вредност критичне области добија релативна маса противтега од $b_{g,D}^{a_2,max} = 1,1473$. За на овај начин усвојене граничне вредности критичне области, реципрочне вредности динамичких коефицијената по референтним генералисаним координатама приказане су у табели 5.5.

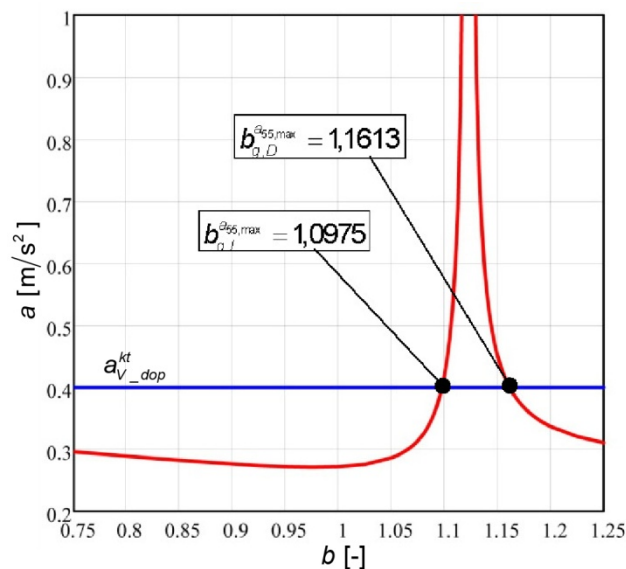
Табела 5.5

P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q	P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q
		$b_{g,L}^{a_2,max}$	$b_{g,D}^{a_2,max}$					$b_{g,L}^{a_2,max}$	$b_{g,D}^{a_2,max}$		
P1	q ₁	21,40	20,92	10		P4	q ₄₃	161,16	114,71	25	
	q ₂	60,00	60,00		60		q ₅₈	288,41	296,97		30
P2	q ₃₇	58,77	102,64	25		P5	q ₄₅	157,36	117,97	25	
	q ₃₈	36,18	36,70		30		q ₅₉	285,57	288,72		30
P3	q ₄₀	81,75	92,70	25		P6	q ₅₅	27,75	21,28	25	
	q ₄₁	36,20	36,67		30		q ₅₆	1125,44	1397,96		30

* референтне тачке система приказане су на слици 5.6

За израчунату десну граничну вредност критичне области, конструкција не задовољава стандардом прописано ограничење у вертикалном убрзању тежишта

противтега $a_{V_dop}^{kt} = 0,4 \text{ m/s}^2$, вредност приказана жутом бојом у табели 5.5. Када се као критеријум за одређивање ширине критичне зоне уведе наведено ограничење, лева гранична вредност релативне масе противтега износи $b_{g,L}^{a_{55},\max} = 1,0975$, док је десна $b_{g,D}^{a_{55},\max} = 1,1613$, слика 5.12. Како је на овај начин добијена лева гранична вредност виша од оне добијене применом ограничења бочног убрзања центра ротора, јасно је да ће бочно убрзање центра ротора бити веће од стандардом прописаног. Десна гранична вредност добијена применом ограничења вертикалног убрзања тежишта противтега виша је од оне добијене применом ограничења бочног убрзања центра ротора, дакле, бочно убрзање центра ротора биће мање од граничног.



Слика 5.12 Дијаграм максималних вертикалних убрзања тежишта контра тега

Табела 5.6

P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q	P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q
		$b_{g,L}^{a_{2},\max}$	$b_{g,D}^{a_{55},\max}$					$b_{g,L}^{a_{2},\max}$	$b_{g,D}^{a_{55},\max}$		
P1	q ₁	21,40	21,79	10		P4	q ₄₃	161,16	152,74	25	
	q ₂	60,00	72,34		60		q ₅₈	288,41	323,93		30
P2	q ₃₇	58,77	141,60	25		P5	q ₄₅	157,36	160,21	25	
	q ₃₈	36,18	36,57		30		q ₅₉	285,57	315,78		30
P3	q ₄₀	81,75	103,29	25		P6	q ₅₅	27,75	25,00	25	
	q ₄₁	36,20	36,55		30		q ₅₆	1125,44	1480,57		30

* референтне тачке система приказане су на слици 5.6

Реципрочне вредности динамичких коефицијената по свим референтним генералисаним координатама, добијене када се за леву граничну вредност критичне области усвоји она добијена према критеријуму ограничења бочног убрзања центра ротора, а за десну она која се добија применом ограничења вертикалног убрзања тежишта противтега, задовољавају стандардом прописане критеријуме, табела 5.6.

На основу претходне анализе може се закључити да ограничења у убрзањима прописана стандардом DIN 22261-2 представљају добру заштиту конструкције од појаве резонантних стања и гарантују да ће у случају да сва генералисана убрзања задовољавају прописане критеријуме, разматрана конструкција двопорталног роторног багера осциловати у области на коју резонанције немају утицаја.

Одзив центра ротора представља добар индикатор понашања разматране конструкције. Иако граничне вредности добијене применом критеријума о ограничењима убрзања центра ротора не гарантују задовољење осталих стандардом прописаних критеријума, оне представљају добар показатељ опсега релативних маса противтега при којима конструкција осцилује у критичној области.

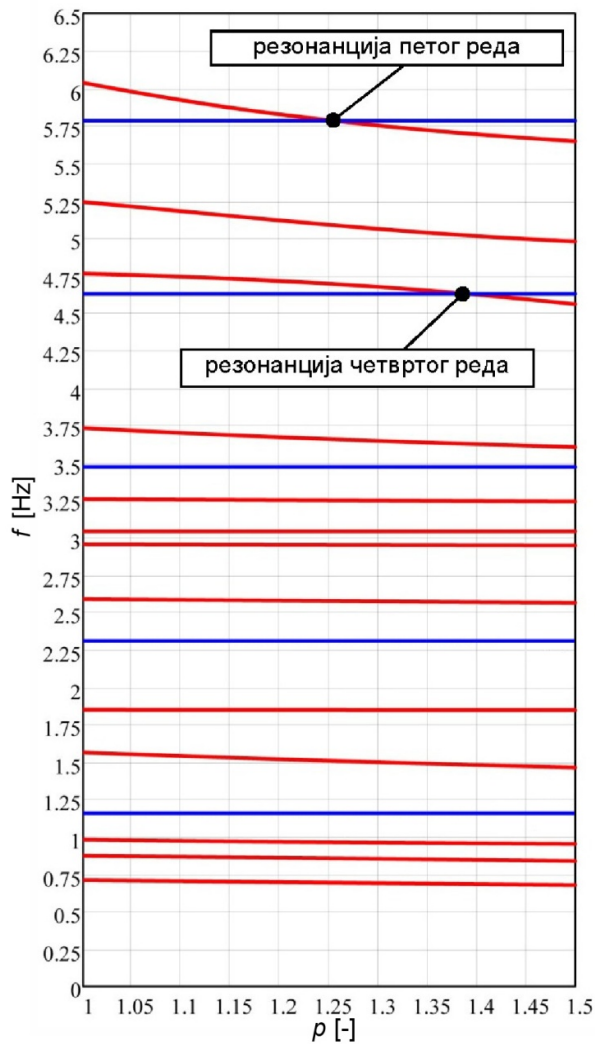
Приликом одређивања опсега маса противтега при којима конструкција осцилује у критичној области пре свега је потребно одредити граничне вредности релативних маса баласта на основу ограничења убрзања центра ротора, а затим, уколико се испостави да је неко од генералисаних убрзања референтних тачака система више од стандардом прописаног, границу критичне области кориговати на тај начин да задовољи стандардом прописани критеријум.

Масе противтега при којима разматрана конструкција осцилује у критичној области крећу се у дијапазону од 253,0 t до 269,4 t, па се може закључити да, иако је у питању резонанца четвртог реда, њен утицај на осциловање конструкције не сме бити занемарен.

5.3 Утицај масе погона ротора

У наставку ће бити анализиран утицај пораста релативне масе погона ротора ($p = m_{\text{BWD}}/m_{\text{BWD,DES}}$) на одзив конструкције двопорталног роторног багера.

Пројектована маса погона ротора износи $m_{\text{BWD}} = 70285 \text{ kg}$. Утицај промене релативне масе погона ротора на првих тринаест сопствених фреквенција система приказан је на слици 5.13, а процентуална одступања вредности сопствених фреквенција на крају анализираних интервала промене релативне масе погона ротора ($p=1,5$) дата су у табели 5.7.



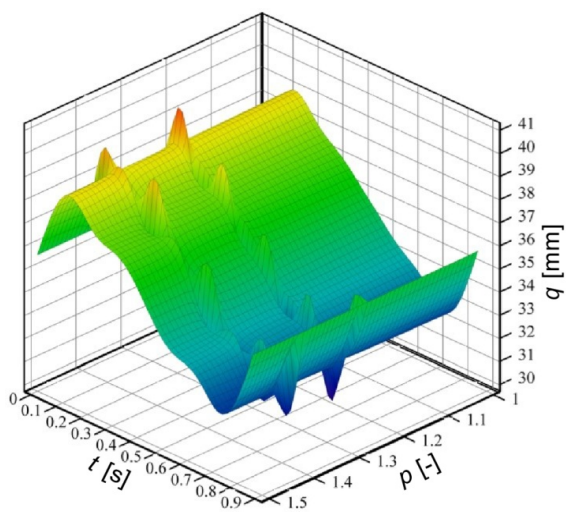
Слика 5.13 Фреквентни дијаграм

Све разматране сопствене фреквенције опадају са порастом масе погона ротора. Маса погона ротора практично не утиче на осму сопствену фреквенцију, док са порастом релативне масе погона ротора у анализираним дијапазону, вредности пете, шесте, седме и девете сопствене фреквенције бележе пад нижи од једног процента.

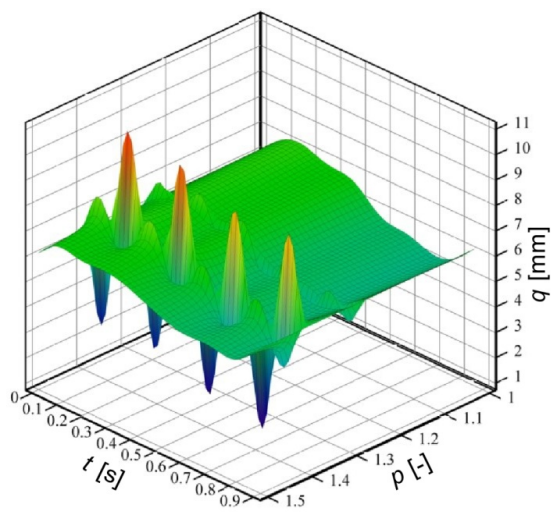
Табела 5.7

Сопствена фреквенција [Hz]	$f_{i,DES}$	$p = 1,5$	
		$f_{i,p}$	$\frac{f_{i,p} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100$ [%]
f_1	0,709	0,676	-4,642
f_2	0,871	0,836	-3,996
f_3	0,980	0,951	-2,949
f_4	1,562	1,461	-6,467
f_5	1,847	1,845	-0,108
f_6	2,586	2,562	-0,945
f_7	2,954	2,946	-0,257
f_8	3,039	3,039	-0,004
f_9	3,254	3,239	-0,476
f_{10}	3,730	3,602	-3,416
f_{11}	4,761	4,557	-4,286
f_{12}	5,240	4,976	-5,047
f_{13}	6,037	5,646	-6,476

Одзив на месту центра ротора, као што је већ наведено, представља добар индикатор понашања анализирани конструкције горње градње двопорталног роторног багера. На дијаграмима померања по генералисаним координатама q_1 и q_2 , приказаним на сликама 5.14 и 5.15, може се уочити појава два резонантна стања система. У питању су резонанције четвртог и петог реда до којих долази када се поклопе једанаеста сопствена и четврта побудна фреквенција ($p=1,3843$), односно тринаеста сопствена и пета побудна фреквенција ($p=1,258$), слика 5.13.

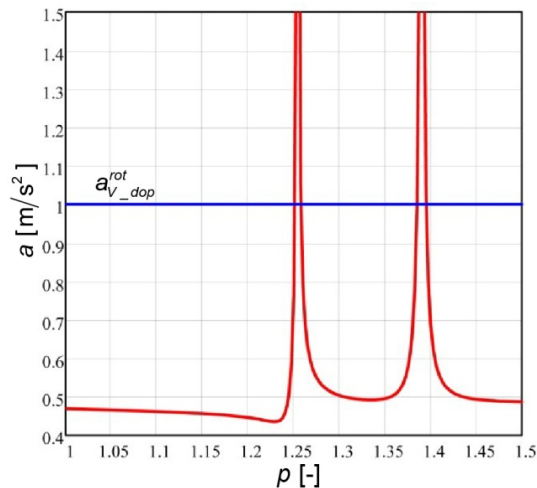


Слика 5.14 Вертикална померања центра ротора

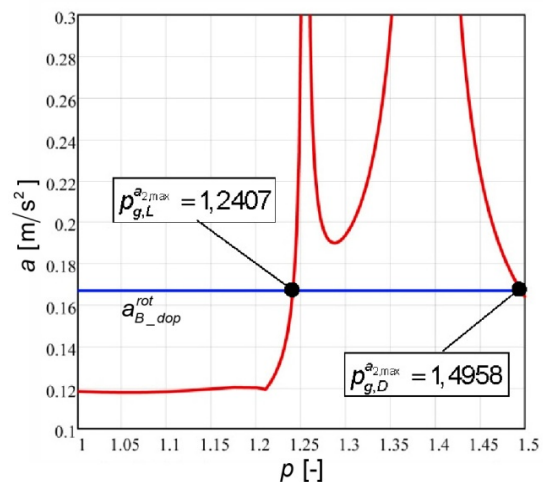


Слика 5.15 Бочна померања центра ротора

Да би се одредила ширине критичних области, а у складу са методом приказаном у оквиру анализе утицаја масе противтега на одзив конструкције двопорталног роторног багера, израчуната су максимална убрзања центра ротора за анализирани опсег релативне масе погона ротора, слике 5.16 и 5.17. Изједначавањем максималних убрзања центра ротора са стандардом прописаним граничним вредностима, добијају се границе критичних области. На основу података приказаних на сликама 5.16 и 5.17 може се закључити да су критичне области, добијене применом критеријума о ограничењу вертикалног убрзања центра ротора значајно уже од критичне области добијене применом критеријума о ограничењу бочног убрзања центра ротора. Дакле, границе критичне области биће дефинисане применом критеријума о ограничењу бочног убрзања центра ротора.



Слика 5.16 Дијаграм максималних вертикалних убрзања центра ротора



Слика 5.17 Дијаграм максималних бочних убрзања центра ротора

Применом наведеног критеријума за леву граничну вредност критичне области добија се релативна маса погона ротора од $p_{g,L}^{a_{2,max}} = 1,2407$, док се за десну граничну вредност критичне области добија релативна маса погона ротора од $p_{g,D}^{a_{2,max}} = 1,4958$. За на овај начин усвојене граничне вредности критичне области, реципрочне вредности динамичких коефицијената по свим референтним генералисаним координатама приказане су у табели 5.8.

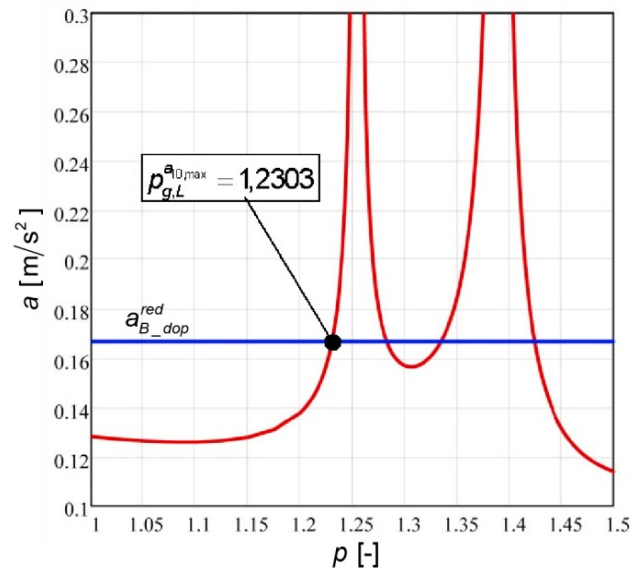
Реципрочна вредност динамичког коефицијента добијена по десетој генералисаној координати, поље означено жутом бојом у табели 5.8, нижа је од стандардом прописане вредности (бочно убрзање тежишта редуктора погона ротора више је од допуштеног), па је неопходно кориговати леву границу критичне области.

Табела 5.8

P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q	P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q
		$p_{g,L}^{a_{2,max}}$	$p_{g,D}^{a_{2,max}}$					$p_{g,L}^{a_{2,max}}$	$p_{g,D}^{a_{2,max}}$		
P ₁	q ₁	21,8	20,54	10		P ₃	q ₄₁	34,80	32,05		30
	q ₂	60,00	60,00		60	P ₄	q ₄₃	395,51	497,51	25	
P ₇	q ₉	32,87	24,04	10			q ₅₈	261,36	211,38		30
	q ₁₀	48,42	87,29		60	P ₅	q ₄₅	398,06	390,50	25	
P ₂	q ₃₇	75,05	128,81	25			q ₅₉	259,74	209,14		30
	q ₃₈	34,79	32,05		30	P ₆	q ₅₅	33,81	29,23	25	
P ₃	q ₄₀	89,54	83,99	25			q ₅₆	1057,62	1312,40		30

* референтне тачке система приказане су на слици 5.6

Када се као критеријум за одређивање леве граничне вредности критичне области уведе стандардом прописано ограничење у интензитету бочног убрзања тежишта редуктора погона ротора $a_{B_dop}^{red} = 0,167 \text{ m/s}^2$, тада се за леву граничну вредност критичне области добија релативна маса погона ротора од $p_{g,L}^{a_{10,max}} = 1,2303$, слика 5.18.



Слика 5.18 Дијаграм максималних бочних убрзања тежишта редуктора погона ротора

Реципрочне вредности динамичких коефицијената коригованих граница критичне области више су од стандардом прописаних, табела 5.9.

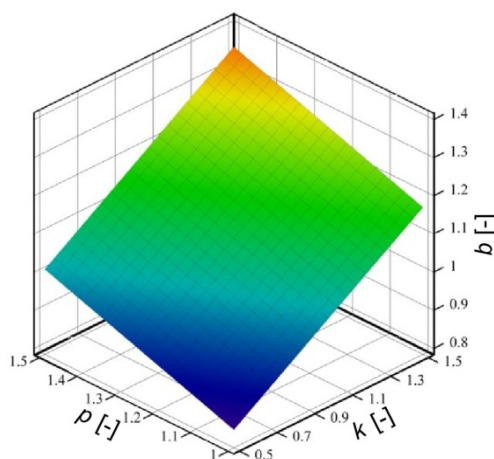
Табела 5.9

P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q	P*	q	1/D		1/D _V	1/D _Q
		$p_{g,L}^{a_{10,max}}$	$p_{g,D}^{a_{2,max}}$					$p_{g,L}^{a_{10,max}}$	$p_{g,D}^{a_{2,max}}$		
P ₁	q ₁	22,98	20,54	10		P ₃	q ₄₁	34,92	32,05		30
	q ₂	72,53	60,00		60	P ₄	q ₄₃	384,08	497,51	25	
P ₇	q ₉	32,08	24,04	10			q ₅₈	264,84	211,38		30
	q ₁₀	60,00	87,29		60	P ₅	q ₄₅	383,44	390,50	25	
P ₂	q ₃₇	75,93	128,81	25			q ₅₉	264,81	209,14		30
	q ₃₈	34,92	32,05		30	P ₆	q ₅₅	34,23	29,23	25	
P ₃	q ₄₀	90,49	83,99	25			q ₅₆	1096,97	1312,40		30

* референтне тачке система приказане су на слици 5.6

5.4 Вредности параметара које доводе до критичног стања конструкције

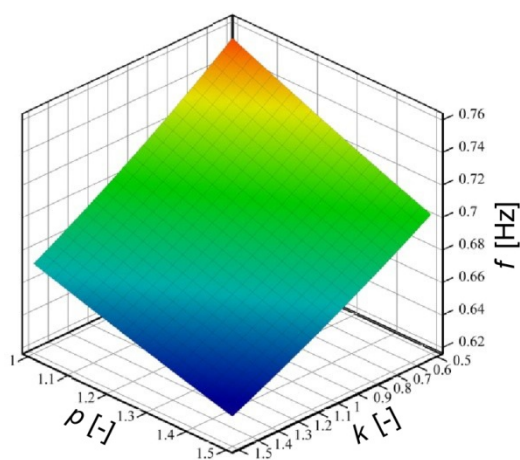
Утицај промене релативне масе ротора и погона ротора на одзив анализираних конструкција двопорталног роторног багера биће испитиван уз одржање положаја тежишта по подужној оси структуре. На слици 5.19 приказан је утицај пораста релативне масе ротора и погона ротора на прираштај релативне масе противтега.



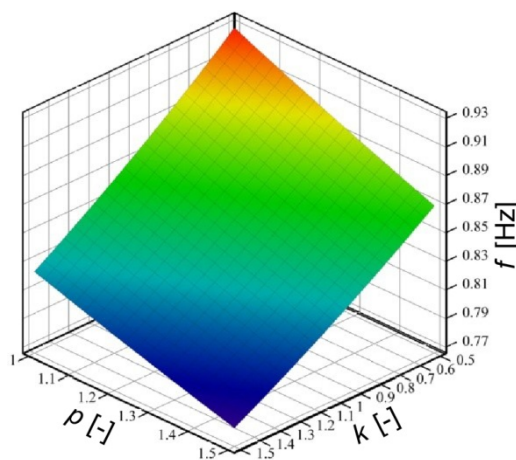
Слика 5.19 Прираштај релативне масе контра тега

При порасту релативне масе ротора у дијапазону од $k=0,5 \div 1,5$ и порасту релативне масе погона ротора у дијапазону од $p=1 \div 1,5$, релативна маса контра тега креће се у границама од $b=0,83$ до $b=1,34$, слика 5.19.

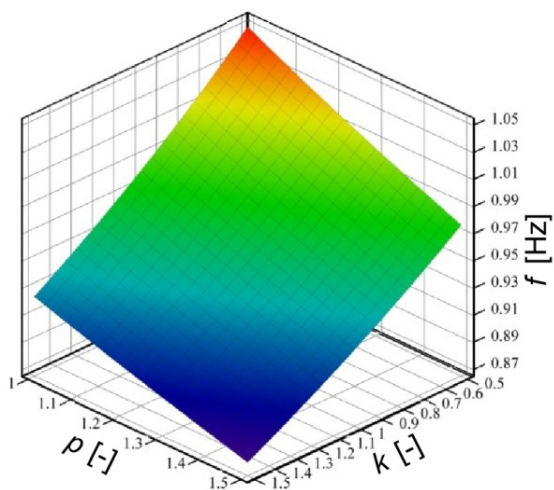
Утицај промене разматраних релативних маса на првих тринаест сопствених фреквенција приказан је на сликама 5.20-5.32.



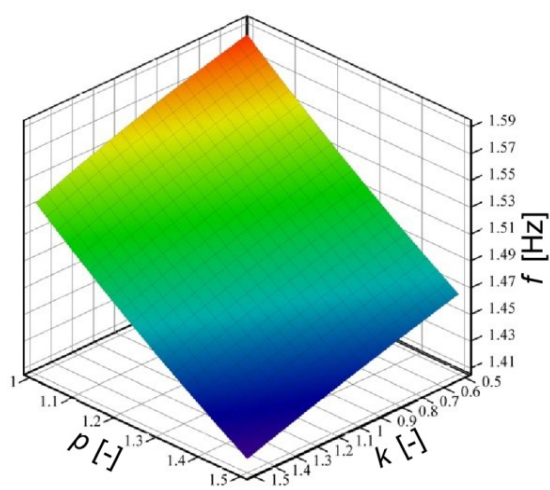
Слика 5.20 Прва сопствена фреквенција



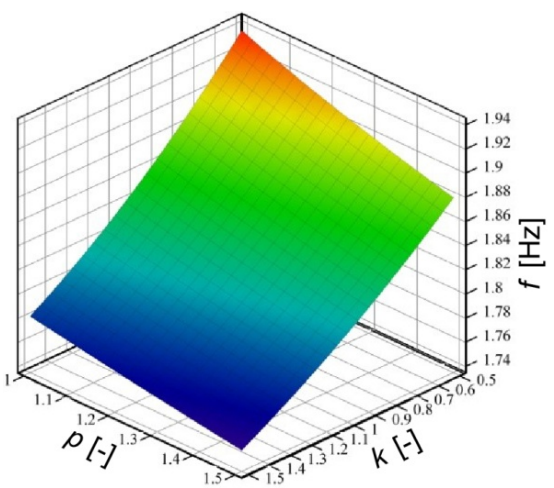
Слика 5.21 Друга сопствена фреквенција



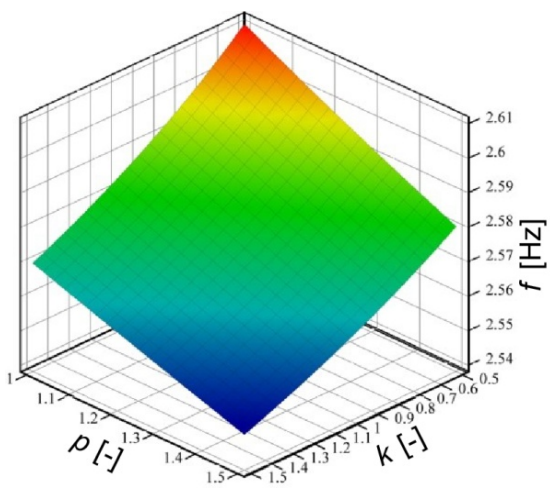
Слика 5.22 Трећа сопствена фреквенција



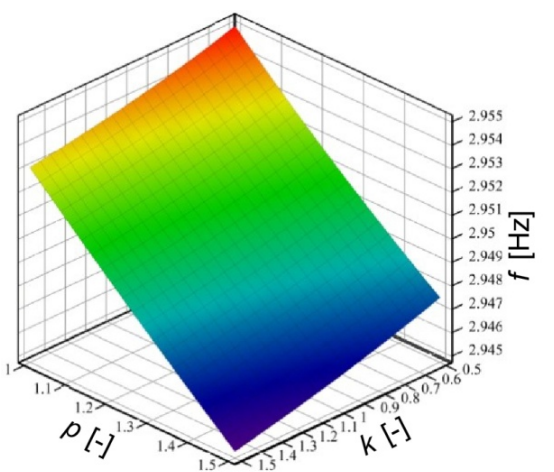
Слика 5.23 Четврта сопствена фреквенција



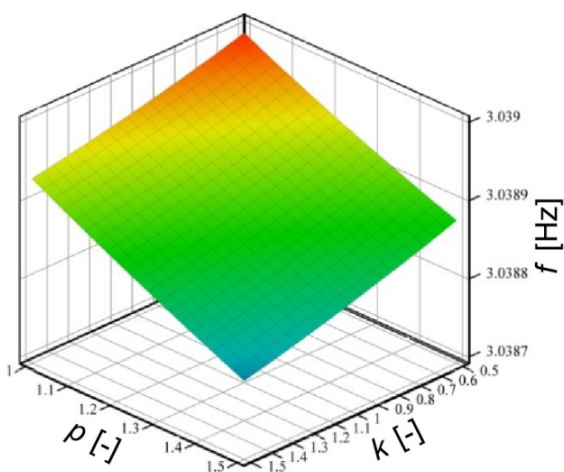
Слика 5.24 Пета сопствена фреквенција



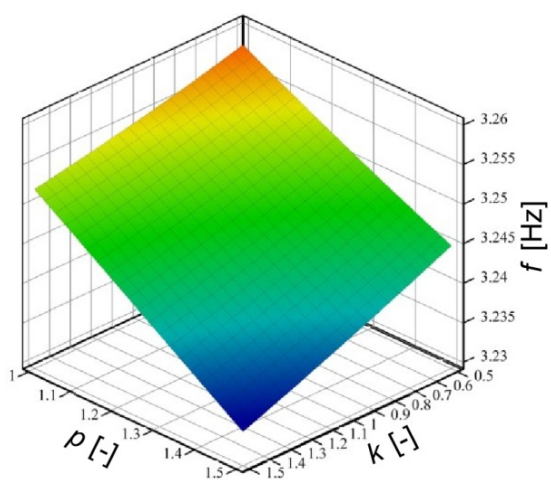
Слика 5.25 Шеста сопствена фреквенција



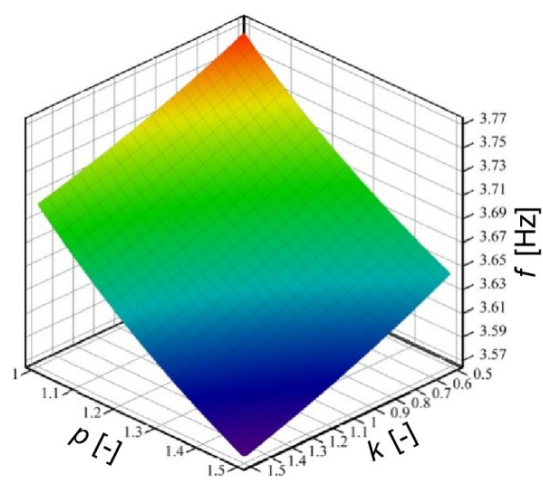
Слика 5.26 Седма сопствена фреквенција



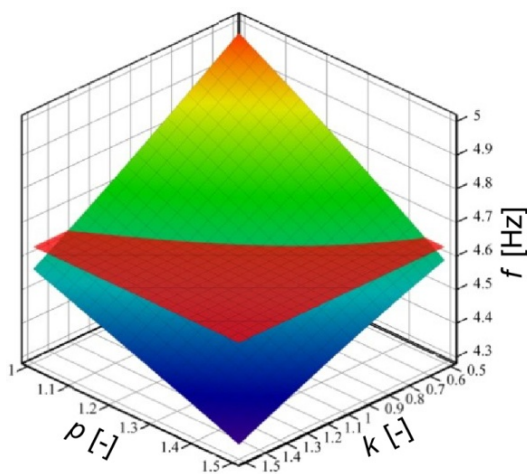
Слика 5.27 Осма сопствена фреквенција



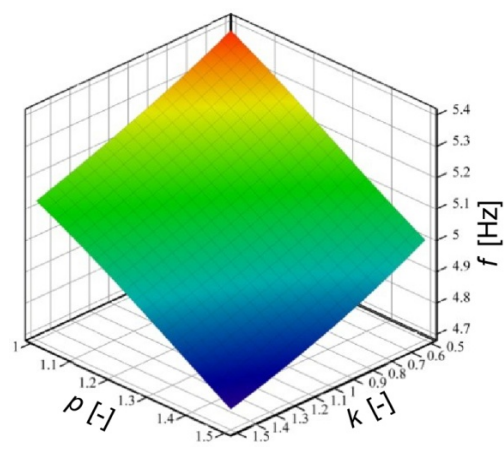
Слика 5.28 Девета сопствена
фреквенција



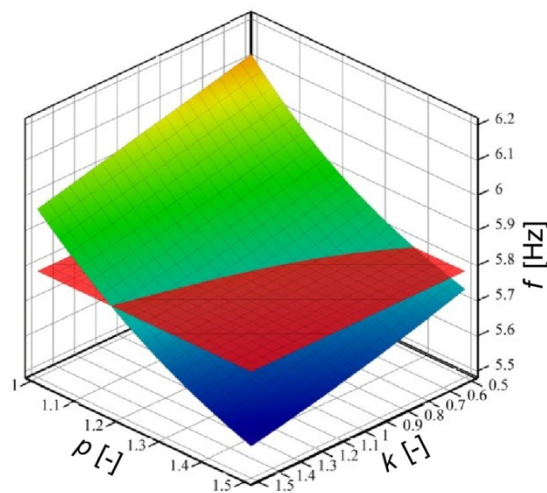
Слика 5.29 Десета сопствена
фреквенција



Слика 5.30 Једанаеста сопствена фреквенција
(равани црвене боје представљена је четврта
фреквенција побуде)



Слика 5.31 Дванаеста сопствена
фреквенција



Слика 5.32 Тринаеста сопствена фреквенција (равани црвене боје представљена је пета
фреквенција побуде)

Све сопствене фреквенције опадају са порастом разматраних релативних маса, слике 5.20-5.32. Разматране доминантне масе система практично немају утицаја на седму, осму и девету сопствену фреквенцију, табела 5.10. Овакав резултат је очекиван с обзиром на чињеницу да су у седмом, осмом и деветом моду доминантне торзионе осцилације носеће конструкције лифта и бочне осцилације портала.

Табела 5.10

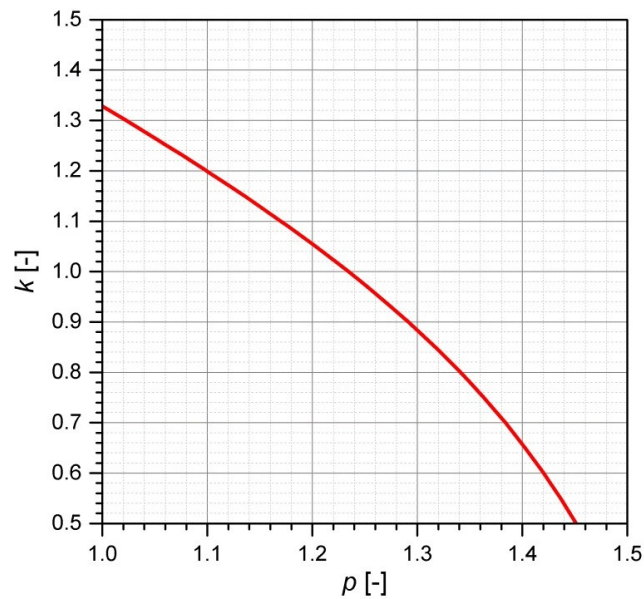
Сопствена фреквенција [Hz]	Пројектовано стање	$k = 0,5 \wedge p = 1$		$k = 1,5 \wedge p = 1,5$	
		$f_{i,k,p}$	$\frac{f_{i,k,p} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100 [\%]$	$f_{i,k,p}$	$\frac{f_{i,k,p} - f_{i,DES}}{f_{i,DES}} \cdot 100 [\%]$
f_1	0,709	0,753	6,246	0,635	-10,475
f_2	0,871	0,928	6,498	0,778	-10,645
f_3	0,980	1,049	7,065	0,875	-10,683
f_4	1,562	1,585	1,478	1,415	-9,400
f_5	1,847	1,936	4,835	1,752	-5,149
f_6	2,586	2,610	0,923	2,548	-1,475
f_7	2,954	2,955	0,040	2,945	-0,301
f_8	3,039	3,039	0,001	3,039	-0,005
f_9	3,254	3,258	0,104	3,233	-0,647
f_{10}	3,730	3,766	0,976	3,569	-4,304
f_{11}	4,761	4,977	4,526	4,324	-9,180
f_{12}	5,240	5,384	2,732	4,746	-9,438
f_{13}	6,037	6,114	1,281	5,571	-7,718

На сликама 5.30 и 5.32 може се уочити појава резонанци четвртог и петог реда до којих долази када се поклопе једанаеста сопствена и четврта побудна, односно тринаеста сопствена и пета побудна фреквенција. Комбинације вредности релативних маса ротора и погона ротора при којима долази до појаве резонантних стања система приказане су на слици 5.33. Маса противтега за одговарајуће комбинације релативних маса ротора и погона ротора могу се одредити према једначини

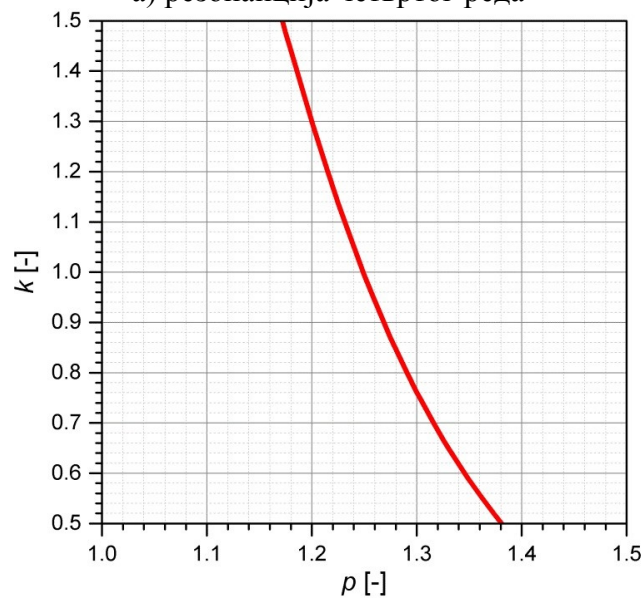
$$m_{CW}(k, p) = m_{BW,DES} \cdot (k-1) \cdot \frac{l_{BW}}{l_{CW}} + m_{BWD,DES} \cdot (p-1) \cdot \frac{l_{BWD}}{l_{CW}} + m_{CW2}, \quad (5.1)$$

у којој је $m_{BW,DES}$ - пројектована маса ротора, $m_{BWD,DES}$ - пројектована маса погона ротора, m_{CW2} - актуелна маса противтега, k - релативна маса ротора, p - релативна маса погона ротора, l_{BW} - растојање центра ротора, у који је редукована маса ротора, од осе обртања горње градње, l_{BWD} - растојање тежишта редуктора, у

које је редукована маса погона ротора, од осе обртања горње градње и l_{CW} - растојање тежишта противтега од осе обртања горње градње.



а) резонанција четвртог реда



б) резонанција петог реда

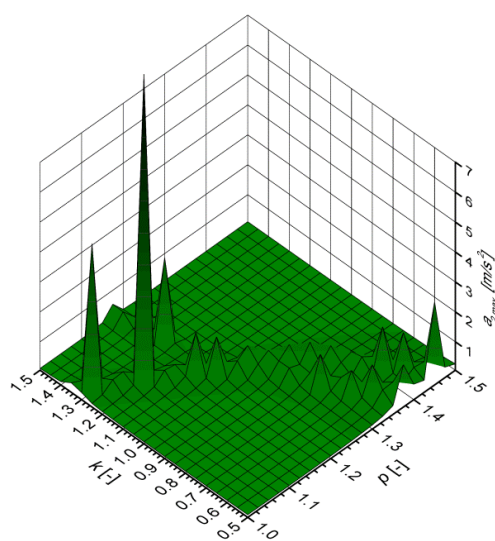
Слика 5.33 Комбинације параметара при којима систем улази у резонанцију

У претходном излагању показано је да се при варирању само релативне масе противтега у опсегу од $b=0,75 \div 1,25$ јавља једно резонантно стање система, док се при варирању само релативне масе погона ротора у дијапазону од $p=1 \div 1,5$ јављају два резонантна стања. У питању су управо резонанције четвртог и петог реда до којих долизи и при истовременом варирању сва три разматрана параметра.

Као критеријуми за одређивање критичних области биће коришћена стандардом прописана ограничења бочних убрзања центра ротора и тежишта редуктора погона ротора, односно вертикалног убрзања тежишта противтега, за које је у претходном излагању показано да имају највећу осетљивост на појаву разматраних резонантних стања.

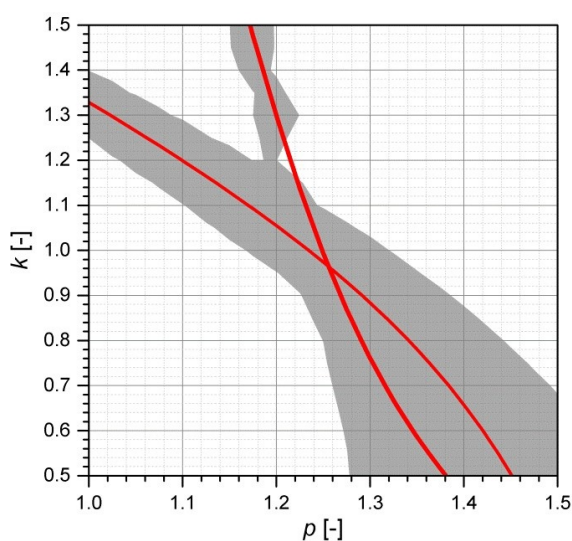
На сликама 5.34а, 5.35а и 5.36а приказани су дијаграми максималних генералисаних убрзања a_2 , a_{10} и a_{55} респективно. С обзиром на чињеницу да је коришћени математички модел линеаран и да занемарује пригушење система, максималне вредности генералисаних убрзања на приказаним дијаграмима треба третирати као индикаторе појаве резонантних стања, а не као егзактне вредности убрзања.

Дијаграми приказани на сликама 5.34б, 5.35б и 5.36б представљају поглед одозго на дијаграме максималних генералисаних убрзања (слике 5.34а, 5.35а и 5.36а), на којима су вредности апликата ограничене стандардом прописаним граничним убрзањима ($a_{B_dop}^{rot} = 0,167 \text{ m/s}^2$; $a_{B_dop}^{red} = 0,167 \text{ m/s}^2$; $a_{V_dop}^{kt} = 0,4 \text{ m/s}^2$). Бела поља на разматраним дијаграмима представљају комбинације параметара за које анализирана конструкција двопорталног роторног багера задовољава стандардом прописане критеријуме. Комбинације параметара које доводе до појаве резонанције четвртог односно петог реда на разматраним дијаграмима приказане су црвеним линијама.



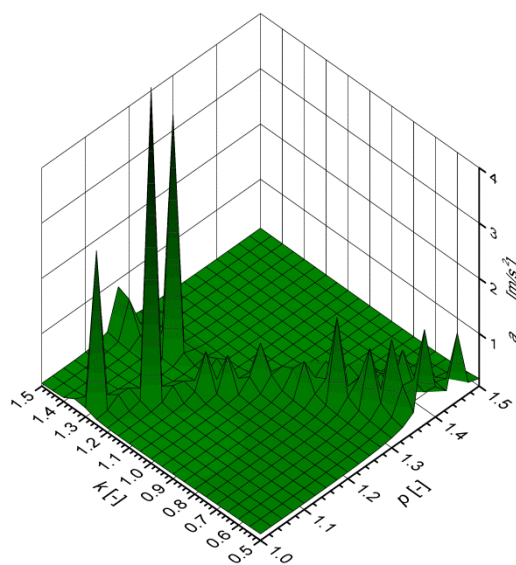
а) максимално генералисано убрзање

$a_{2,max}$



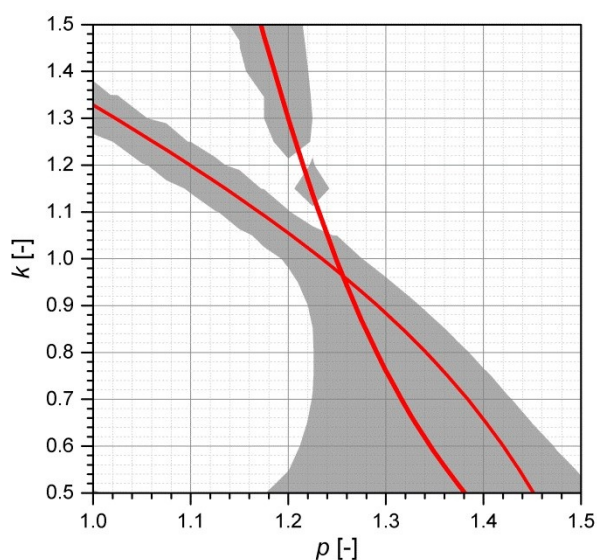
б) зоне убрзања центра ротора
(беле области: $a_{2,max} \leq 0,167 \text{ m/s}^2$)

Слика 5.34 Максимално бочно убрзање центра ротора



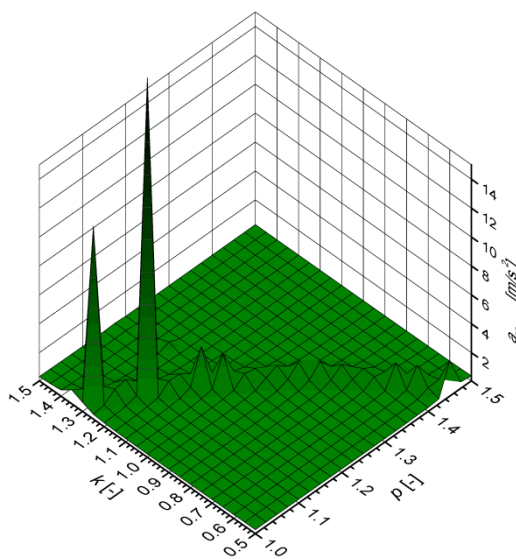
а) максимално генералисано убрзање

$a_{10,max}$



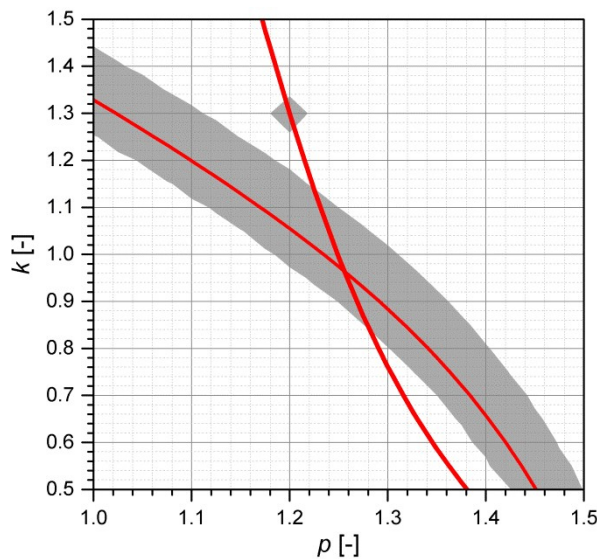
б) зоне убрзања тежишта редуктора
(беле области: $a_{10,max} \leq 0,167 \text{ m/s}^2$)

Слика 5.35 Максимално бочно убрзање тежишта редуктора погона ротора



а) максимално генералисано убрзање

$a_{55,max}$

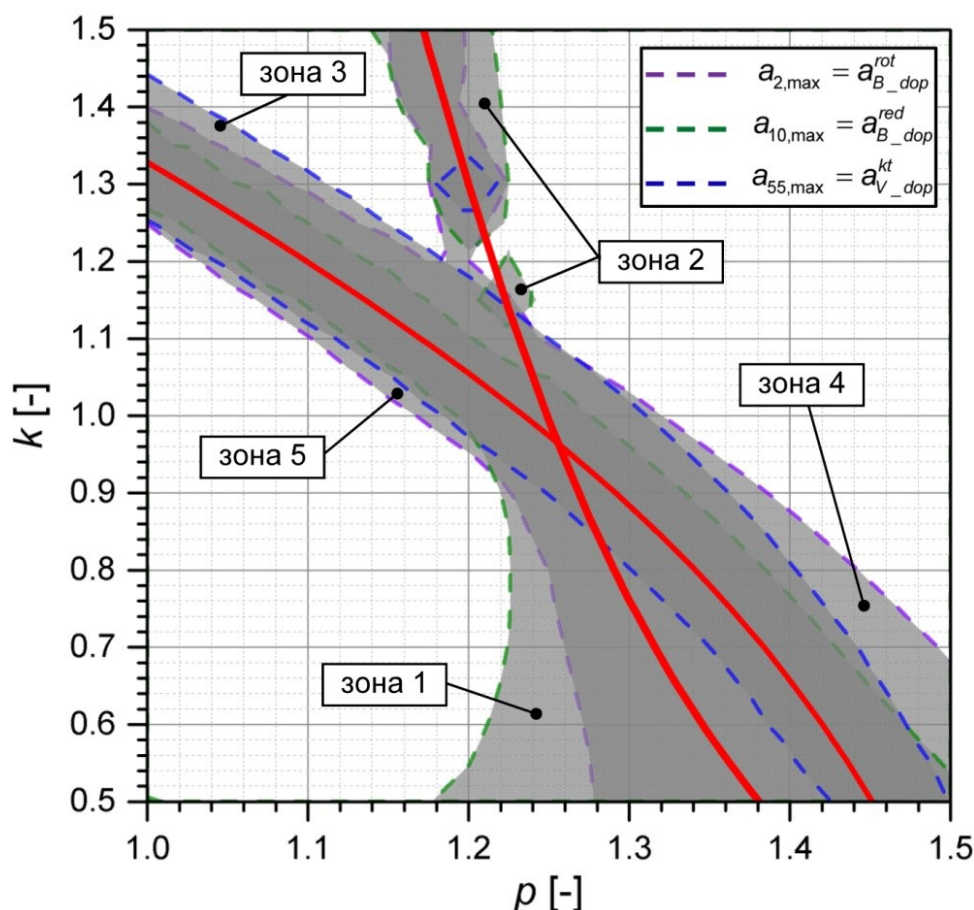


б) зоне убрзања тежишта противтега
(беле области: $a_{55,max} \leq 0,4 \text{ m/s}^2$)

Слика 5.36 Максимално вертикално убрзање тежишта противтега

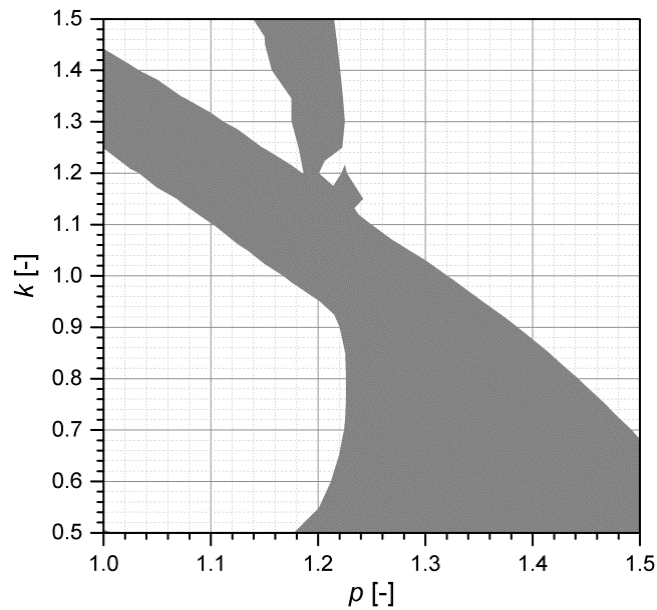
Највећу осетљивост на појаву разматраних резонантних стања има критеријум о ограничењу максималног бочног убрзања центра ротора (критеријум 1), слика 5.34б, међутим, као што је у претходном излагању наведено, границе критичне области није могуће утврдити без истовремене примене сва три разматрана критеријума. Критеријум максималног убрзања тежишта редуктора погона ротора (критеријум 2), слика 5.35б, у области у којој се релативна маса

ротора креће у границама од $k \approx 0,5 \div 1,92$, а релативна маса погона ротора у границама од $p \approx 1,18 \div 1,28$, зона 1 на слици 5.37, има већу осетљивост на појаву разматраних резонантних стања од критеријума 1. У области $k \approx 1,14 \div 1,5$ и $p \approx 1,2 \div 1,24$, критеријум 2 има већу осетљивост на појаву резонанције петог реда од критеријума 1, зона 2 на слици 5.37. Критеријум максималног вертикалног убрзања тежишта противтега, у даљем тексту критеријум 3, слика 5.36б, у области $k \approx 1,2 \div 1,44$ и $p \approx 1 \div 1,18$ има већу осетљивост на појаву резонанције четвртог реда од критеријума 1, зона 3 на слици 5.37. Комбинације разматраних параметара које се налазе унутар зона 4 и 5 приказаних на слици 5.37 не задовољавају само ограничење прописано критеријумом 1.



Слика 5.37 Критичне области добијене према разматраним критеријумима

Комбинације параметара при којима разматрана конструкција двопорталног роторног багера не задовољава одредбе стандарда DIN 22261-2, представљају унију критичних области дефинисаних применом критеријума 1, 2 и 3, слика 5.38.



Слика 5.38 Критична област

5.5 Дискусија резултата и парцијални закључци

У приказаном поглављу анализирана је осетљивост основног динамичког модела на промену маса ротора (параметар 1), погона ротора (параметар 2) и противтега (параметар 3), које представљају доминантне масе система.

На основу анализе утицаја појединачних параметара и њихове комбинације на модалне карактеристике система, закључује се следеће:

- на прве три основне фреквенције система сва три разматрана параметра имају утицај не већи од $\approx 6\%$;
- параметри 2 и 3 у одређеној мери ($< 7\%$) утичу на промену четврте и једанаесте сопствене фреквенције, док је утицај параметра 1 практично занемарљив;
- пета сопствена фреквенција готово да није осетљива на промену параметра 2;
- на промену шесте и дванаесте сопствене фреквенције одређени утицај имају параметри 1 и 2 (до 5%), док је утицај параметра 3 занемарљив;
- разматрани параметри немају утицаја на седму, осму и девету сопствену фреквенцију;
- десета и тринаеста сопствена фреквенција имају највећу осетљивост на промену параметра 2 ($< 7\%$).

Резултати анализе утицаја параметра 1 на динамичко понашање конструкције показују да:

- одзив центра ротора представља добар индикатор динамичког понашања анализираних конструкција двопорталног роторног багера;
- максимална померања центра ротора практично су неосетљива на промену масе ротора;
- убрзање центра ротора опада са порастом масе ротора; у разматраном дијапазону промене параметра 1, вертикално убрзање центра ротора креће се у границама од +11% до -6,4% од пројектованог, док се бочно убрзање наведене референтне тачке система креће у границама од +5,2% до -3,1%;
- на анализирани дијапазон промене параметра 1, резонантна стања система немају утицаја;
- сва убрзања референтних тачака пројектованог система задовољавају стандардом DIN 22261-2 прописане граничне критеријуме.

На основу анализе утицаја масе противтега на динамичко понашање конструкције могу се извести следећи закључци:

- у разматраном опсегу промене параметра 3 јавља се једно резонантно стање система; систем улази у резонанцију четвртог реда при маси противтега $\approx 12\%$ већој од пројектоване;
- област утицаја резонанције (критична област) одређена је применом стандардом прописаног ограничења бочног убрзања центра ротора ($a_{B_dop}^{rot} = 0,167 \text{ m/s}^2$); корекција ширине критичне области извршена је применом ограничења вертикалног убрзања тежишта противтега ($a_{V_dop}^{kt} = 0,4 \text{ m/s}^2$), чиме је десна граница критичне области проширена за $\approx 1\%$ актуелне масе противтега;
- разматрана конструкција у области у којој је маса противтега од $\approx 9\%$ до $\approx 16\%$ већа од пројектоване не задовољава одредбе стандарда, па без обзира на чињеницу да је разматрана резонанција четвртог реда, њен утицај на динамичко понашање конструкције не сме бити занемарен;
- ван критичне области, промена параметра 3 нема значајног утицаја на максимална померања центра ротора;

- са порастом масе противтега, вертикално убрзање центра ротора ван критичне области опада и креће се у опсегу од +8,2% до -7,7%;
- како бочно убрзање центра ротора има највећу осетљивост на појаву резонанције, може се коментарисати само тренд његовог раста до критичне области, односно пада након изласка из поменуте области.

Закључци изведени на основу анализе утицаја параметра 2 су:

- у разматраном опсегу промене параметра 2 јављају се два резонантна стања система. Систем улази у резонанцију петог реда при маси погона ротора $\approx 26\%$ већој од пројектоване, док се при маси погона ротора $\approx 38\%$ већој од пројектоване јавља резонанција четвртог реда;
- услед релативне блискости резонантних стања, посредством критеријума о ограничењу бочног убрзања центра ротора, формира се једна критична област. Када је маса погона ротора од $\approx 24\%$ до $\approx 50\%$ већа од пројектоване, конструкција не задовољава наведени критеријум;
- корекција ширине критичне области извршена је применом ограничења бочног убрзања тежишта редуктора ($a_{B_dop}^{red} = 0,167 \text{ m/s}^2$), чиме је лева граница критичне области проширена за $\approx 1\%$ пројектоване масе погона ротора;
- До негативних динамичких ефеката може доћи при масама погона ротора од $\approx 23\%$ до $\approx 50\%$ већим од пројектоване.

Анализа утицаја истовремене промене сва три разматрана параметра изведена је како би се: (а) доказало да маса ротора са погоном значајно утиче на одзив горње градње, чак и у условима одржавања положаја њеног средишта маса и (б) прописала процедура одређивања подскупа конструкционих параметара који могу да доведу до појаве негативних динамичких ефеката. На основу поменуте анализе закључује се следеће:

- приликом варирања масе ротора са погоном, у условима одржавања положаја средишта маса по подужној оси структуре, систем улази у резонанције четвртог и петог реда;
- на основу анализа утицаја свих разматраних параметара појединачно, дефинисани су критеријуми на које систем има највећу осетљивост;

- иако је показано да критеријум о ограничењу бочног убрзања центра ротора има највећу осетљивост на појаву резонантних стања, доказано је да се применом само овог критеријума занемарују одређене комбинације параметара које могу да доведу до појаве негативних динамичких ефеката;
- ограничења убрзања референтних тачака анализираних структуре, прописана стандардом DIN 22261-2, представљају добру заштиту од појаве резонанције.

Доминантне масе током експлоатације роторног багера представљају променљиве величине, па је при анализи динамичког понашања неопходно узети у обзир и варијабилност разматраних параметара у инжењерски-рационалном дијапазону. Приказана анализа омогућава дефинисање комбинација параметара при којима долази до појаве резонанција. Применом процедуре одређивања подскупа конструкционих параметара који могу да доведу до појаве негативних динамичких ефеката у фази пројектовања могуће је у значајној мери смањити опасност од појаве отказа и ломова подструктура роторних багера.

6.0 Утицај броја кашика на ротору на одзив система

Подсистем за ископ материјала представља фундаментални подсистем машина за површинску експлоатацију тла. Код роторних багера то је ротор са кашикама и одговарајућим погонским системом, чијем се пројектовању мора посветити посебна пажња јер он у потпуности одређује учинак и експлоатационо понашање машине. Целокупна конструкција роторног багера конципира се на основу усвојеног решења ротора са погоном, од кога директно зависе сви техничко-технолошки параметри, а пре свега капацитет.

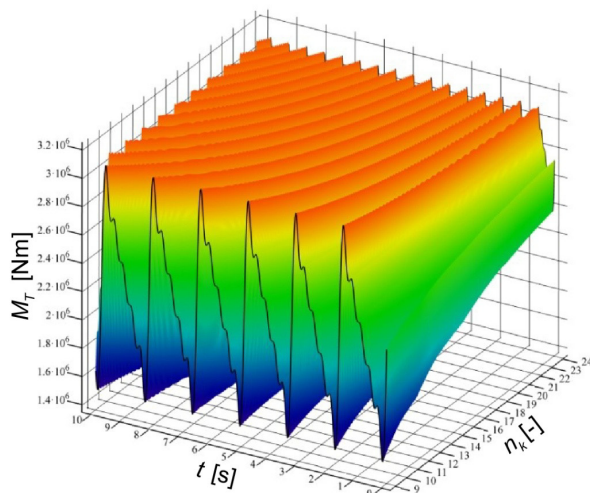
Дизајн разматраног подсистема роторног багера има највиши приоритет, па није препоручљиво правити пројектантске компромисе на уштрб захтева које намеће подсистем за ископ материјала. Грешке настале у фази усвајања техничког решења ротора са погоном изузетно је тешко отклонити након пуштања машине у експлоатацију [1]. Осим тога корекције наведених грешака захтевају изузетно велика материјална средства. Примери радикалних измена виталног дела багера – ротора са погоном ретки су у литератури [15,56,57,66].

У наставку излагања биће анализиран утицај броја кашика на ротору на одзив конструкције двопорталног роторног багера у ванрезонанцијској области, за усвојене параметре погона и константан теоријски капацитет. Број кашика на ротору биће вариран у дијапазону од 9 до 24, односно анализа одзива система биће извршена за случај када је максимални број кашика у захвату са тлом од 3 до 6 (за $\psi_k = \pi/2$).

6.1 Анализа побудног оптерећења

Зависности момента копања од броја кашика на ротору приказана је на слици 6.1. На приказаном дијаграму јасно се уочава да максималне вредности

оптерећења изазваних отпором копању остају константне, што је последица усвојених, непроменљивих параметара погона копања. Средње вредности оптерећења расту, док амплитудне вредности опадају са порастом броја кашика у захвату са тлом. Такође се уочава и пораст вредности прве, а самим тим и виших побудних фреквенција са порастом броја кашика на ротору, табела 6.1.



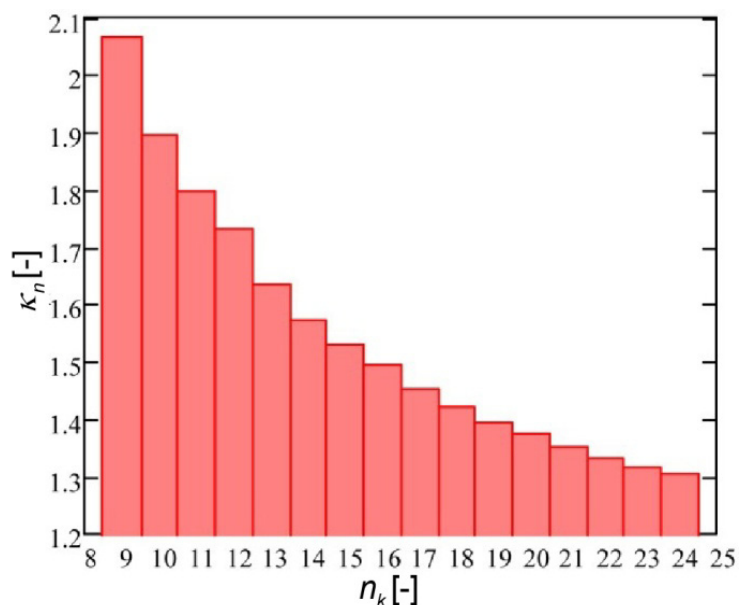
Слика 6.1 Момент копања

Табела 6.1

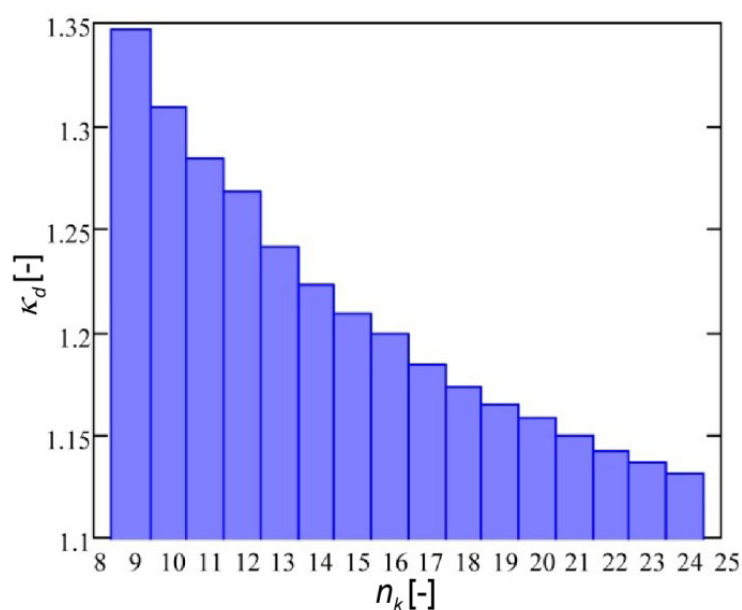
n_k	9	10	11	12	13	14	15	16
$M_{T,sr}$ [kNm]	2296,1	2363,2	2408,1	2439,8	2492,6	2530,4	2558,6	2580,3
$M_{T,a}$ [kNm]	797,4	730,3	685,4	653,7	600,9	563,1	534,9	513,2
f_{p1} [Hz]	0,612	0,68	0,748	0,816	0,885	0,953	1,021	1,089
f_{p2} [Hz]	1,225	1,361	1,497	1,633	1,769	1,905	2,041	2,177
f_{p3} [Hz]	1,837	2,041	2,245	2,449	2,654	2,858	3,062	3,266
f_{p4} [Hz]	2,449	2,722	2,994	3,266	3,538	3,810	4,082	4,355
f_{p5} [Hz]	3,062	3,402	3,742	4,082	4,423	4,763	5,103	5,443
n_k	17	18	19	20	21	22	23	24
$M_{T,sr}$ [kNm]	2611,6	2635,8	2655	2670,5	2691,3	2708,1	2722	2733,6
$M_{T,a}$ [kNm]	481,9	457,7	438,5	423	402,2	385,4	371,5	359,9
f_{p1} [Hz]	1,157	1,225	1,293	1,361	1,429	1,497	1,565	1,633
f_{p2} [Hz]	2,313	2,449	2,585	2,722	2,858	2,994	3,130	3,266
f_{p3} [Hz]	3,470	3,674	3,878	4,082	4,286	4,491	4,695	4,899
f_{p4} [Hz]	4,627	4,899	5,171	5,443	5,715	5,987	6,26	6,532
f_{p5} [Hz]	5,783	6,124	6,464	6,804	7,144	7,484	7,825	8,165

Ако се као основа за упоредну анализу резултата приказаних у табели 6.1 усвоји пројектовано стање багера (17 кашика на ротору), може се закључити да су средње вредности оптерећења изазваних отпором копању, када је на ротору распоређено 9 кашика, 12,1% ниже од пројектованих, док су вредности амплитуда оптерећења 65,5% више. За случај ротора са 24 кашике средње вредности оптерећења више су за 4,7%, а амплитудне ниже 25,3% од пројектованих, табела 6.2. Вредности принудних фреквенција крећу се у дијапазону од -47,1% до 41,2% пројектованих вредности.

Неравномерност оптерећења изазваних отпором копању изражавају се коефицијентом неравномерности [67], који представља однос максималне и минималне вредности оптерећења, слика 6.2, односно коефицијентом динамичности [21], који се добија као количник максималне и средње вредности оптерећења, слика 6.3. У литератури [68] изведен је закључак да повећање средњег броја кашика у захвату са тлом доводи до пораста нивоа оптерећења ротора, уз истовремено смањивање коефицијента неравномерности и коефицијента динамичности. Овај закључак треба схватити условно, јер за усвојене параметре погона, уз одржање теоријског капацитета, максимална оптерећења ротора остају константна без обзира на средњи број кашика у захвату са тлом па је могуће анализирати само пораст средњих оптерећења ротора.



Слика 6.2 Коефицијент неравномерности



Слика 6.3 Коефицијент динамичности

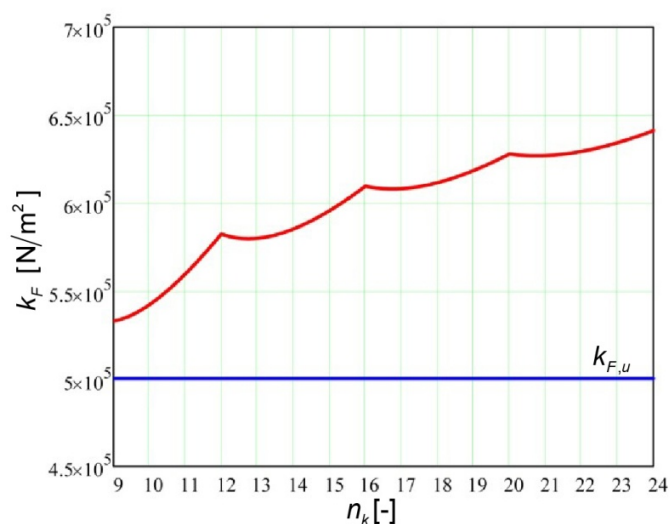
Табела 6.2

n_k	9	10	11	12	13	14	15	16
$\frac{M_{T,sr,i} - M_{T,sr,DES}}{M_{T,sr,DES}} \cdot 100[\%]$	-12,1	-9,5	-7,8	-6,6	-4,6	-3,1	-2,0	-1,2
$\frac{M_{T,a,i} - M_{T,a,DES}}{M_{T,a,DES}} \cdot 100[\%]$	65,5	51,5	42,2	35,6	24,7	16,8	11,0	6,5
$\frac{f_{p,j,i} - f_{p,DES,j}}{f_{p,DES,j}} \cdot 100[\%] *$	-47,1	-41,2	-35,3	-29,4	-23,5	-17,6	-11,8	-5,9
n_k	17	18	19	20	21	22	23	24
$\frac{M_{T,sr,i} - M_{T,sr,DES}}{M_{T,sr,DES}} \cdot 100[\%]$	0,0	0,9	1,7	2,3	3,1	3,7	4,2	4,7
$\frac{M_{T,a,i} - M_{T,a,DES}}{M_{T,a,DES}} \cdot 100[\%]$	0,0	-5,0	-9,0	-12,2	-16,5	-20,0	-22,9	-25,3
$\frac{f_{p,j,i} - f_{p,DES,j}}{f_{p,DES,j}} \cdot 100[\%] *$	0,0	5,9	11,8	17,6	23,5	29,4	35,3	41,2

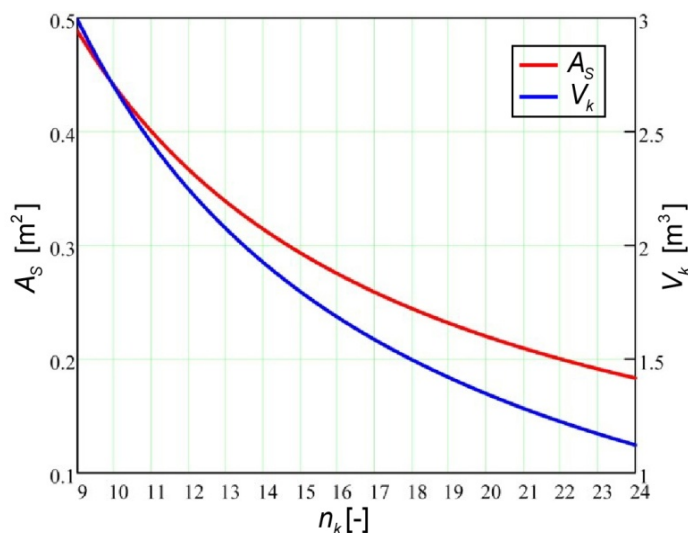
* $j = 1, 2 \dots 5$ - фреквенција побуде

На основу експериментално-аналитичких истраживања, спроведених од стране Рударског института Земун [69], карактеристике угља на површинским коповима у Србији највише одговарају тлу IV категорије. Према [69] специфични отпор копању сведен на површину резања (k_F) креће се у границама од 3,1 до 6,4

daN/cm². У радовима [31,32] се за симулацију оптерећења роторних багера три различите концепције, који су у експлоатацији на површинском копу „Колубара“, усваја вредност специфичног отпора копању $k_{F,u}=5,0\text{daN/cm}^2$. На основу представљених података може се закључити да се за цео анализирани дијапазон броја кашика на ротору може извршити ископ тла IV категорије, слика 6.4.



Слика 6.4 Специфични отпор копању



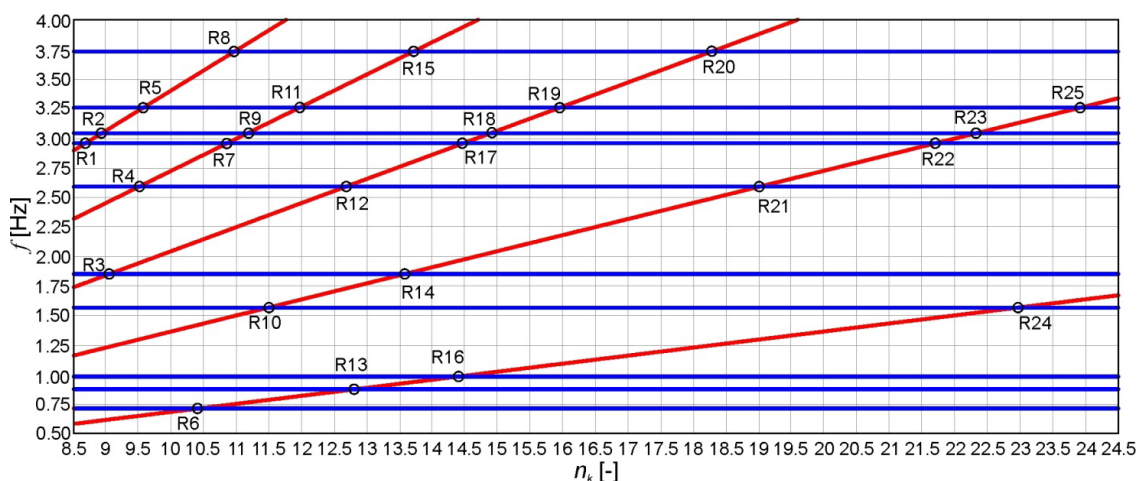
Слика 6.5 Површина одреска и запремина кашике

Површина одреска, а самим тим и запремина кашика, опада са порастом броја кашика на ротору, слика 6.5. Како би се остварио пројектовани теоријски капацитет, што представља основни услов анализе, приликом ископа тла са 9 односно 24 кашике на ротору запремина кашике морала би бити $\approx 89\%$ већа, односно $\approx 29\%$ мања од пројектоване. Са смањењем површине одреска расте

специфични отпор копању. Специфични отпор копању који систем за ископ материјала са 9 кашика распоређених на ротору може да савлада 12,4% је нижи, док је при коришћењу система са 24 кашике овај отпор 5,4% виши од пројектованог.

6.2 Анализа одзива система

На слици 6.6 дат је упоредни приказ првих десет сопствених и пет побудних фреквенција за дијапазон од условно 8,5 до 24,5 кашика на ротору. У разматраном интервалу броја кашика уочава се чак 25 резонантних стања, а бројеви кашика при којима долази до појаве резонанце приказани су у табели 6.3.



Слика 6.6 Упоредни приказ сопствених и побудних фреквенција у зависности од броја кашика на ротору

Табела 6.3

Резонанција	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13
n_k	8,68	8,93	9,05	9,51	9,57	10,42	10,86	10,96	11,16	11,48	11,96	12,68	12,81
Резонанција	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22	R23	R24	R25	
n_k	13,59	13,71	14,40	14,46	14,90	15,93	18,27	19,02	21,69	22,34	22,95	23,93	

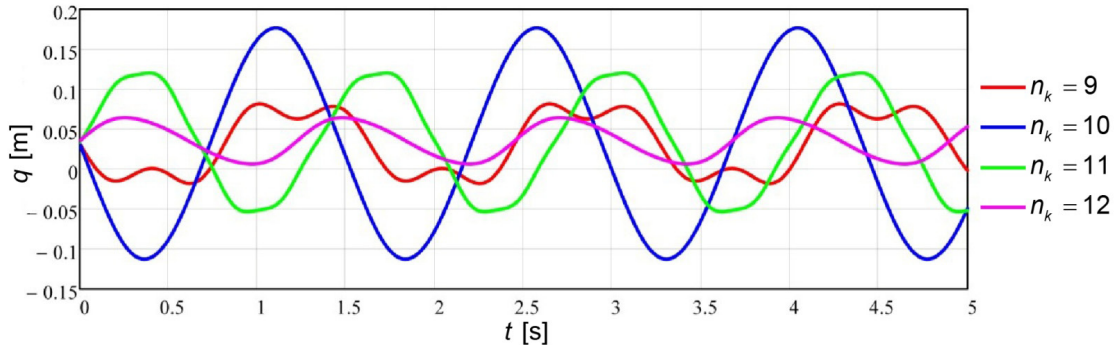
На основу података приказаних у табели 6.3 може се закључити да за разматрани број кашика на ротору ($n_k = 9, 10, \dots, 24$) не долази до појаве резонанције. Међутим, на основу приказаних података не може се коментарисати утицај блискости одређеним резонанцијским стањима на одзив система, нити се без анализе одзива, може донети закључак о ваљаности усвојеног конструкционог решења.

Као основа за приказ одзива система биће усвојене генералисане координате q_1 и q_2 . Координате q_1 и q_2 представљају вертикално, односно бочно померање центра ротора, која су доминантно изражена у прва три мода осциловања. Кретање ове тачке описано је у моделу трима генералисаним координатама, међутим, због велике аксијалне крутости стреле ротора, аксијално померање, описано генералисаном координатом q_3 , није од интереса за анализу одзива система.

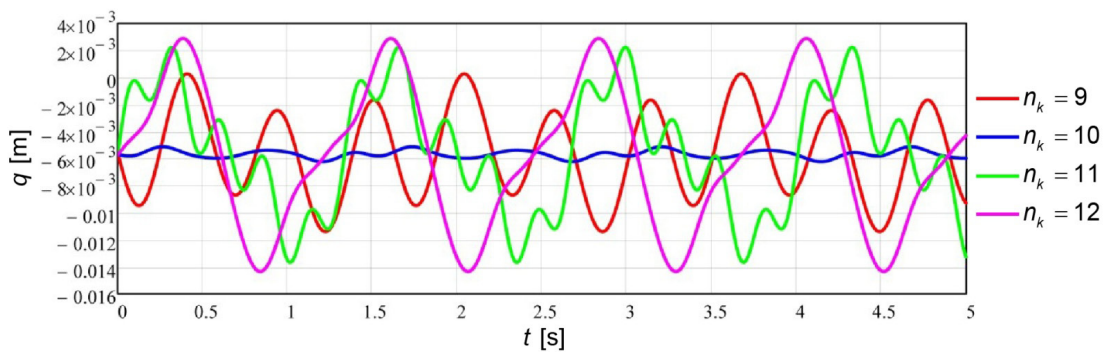
Ради лакше дискусије, резултати анализе утицаја промене броја кашика на ротору на померања референтних тачака горње градње двопорталног роторног багера подељени су, према максималном броју кашика у захвату са тлом, на четири групе.

6.2.1 Анализа одзива (померања) за $m_{k,max}=3$

На сликама 6.7 и 6.8 приказани су дијаграми вертикалног и бочног померања центра ротора при максималном броју кашика у захвату са тлом $m_{k,max} = 3$.



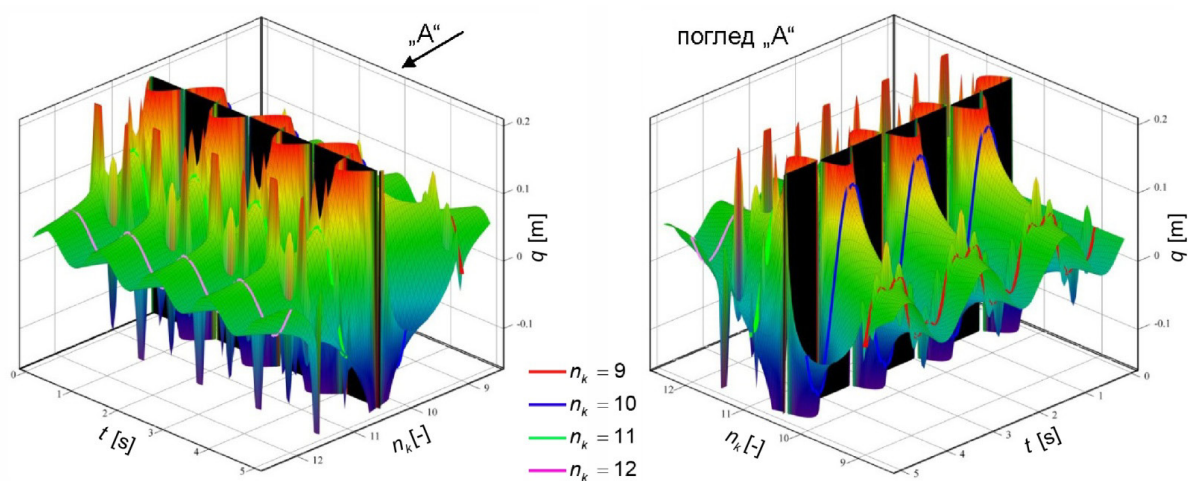
Слика 6.7 Одзив по генералисаној координати q_1 за $m_{k,max} = 3$



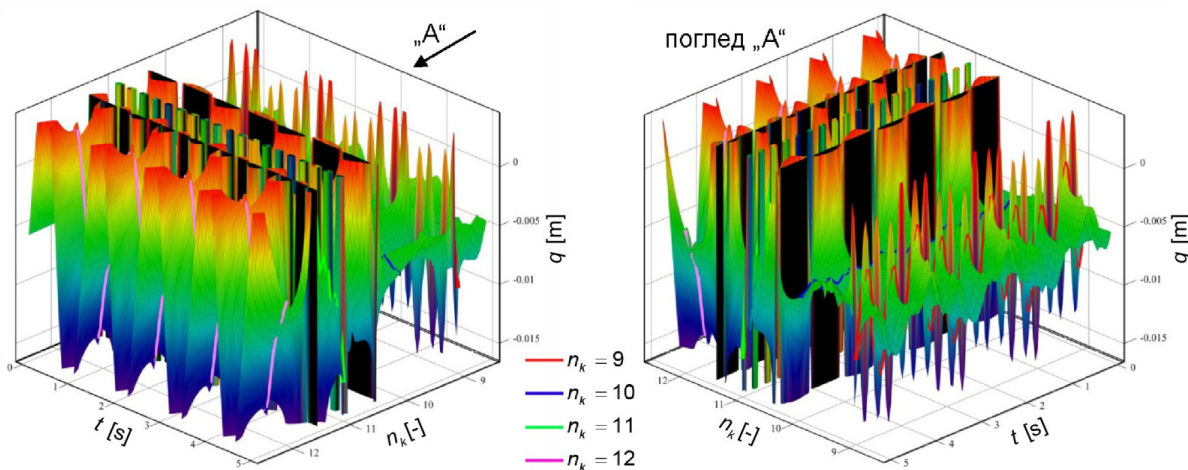
Слика 6.8 Одзив по генералисаној координати q_2 за $m_{k,max} = 3$

Анализу резултата приказаних на сликама 6.7 и 6.8 није могуће спровести без паралелног праћења фреквентног дијаграма приказаног на слици 6.6 и анализе одзива система за континуалну промену броја кашика на ротору, слике 6.9 и 6.10.

С обзиром на чињеницу да је коришћени математички модел линеаран и да занемарује пригушење система, максималне вредности генералисаних координата у резонантним областима на просторним дијаграмима померања треба третирати као индикаторе појаве критичних (резонантних) стања, а не као егзактне вредности померања.



Слика 6.9 Вертикално померање центра ротора за дијапазон од 8,5 до 12,5 кашика



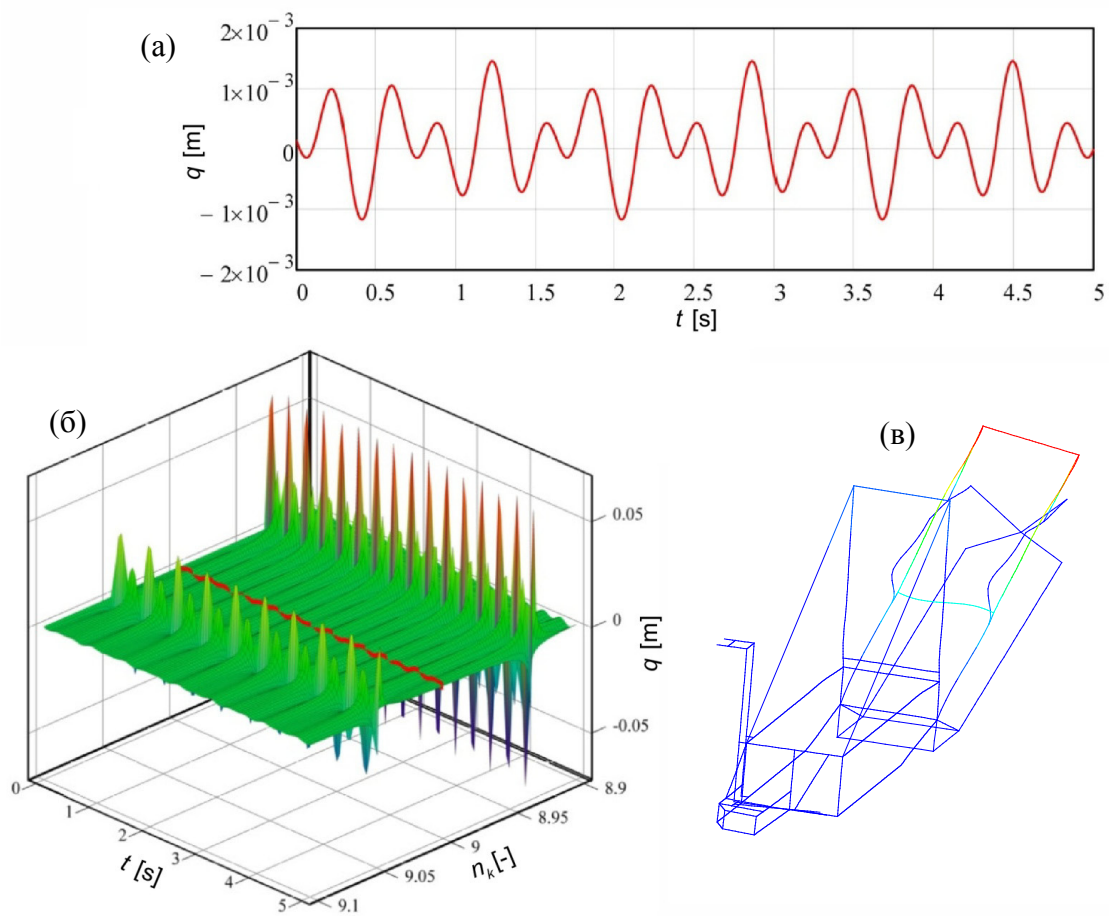
Слика 6.10 Бочно померање центра ротора за дијапазон од 8,5 до 12,5 кашика

На фреквентном дијаграму уочава се појава 11 резонантних стања за опсег од условно 8,5 до 12,5 кашика на ротору, слика 6.6 и табела 6.3.

Како би се омогућила дискусија одзива система по генералисаним координатама q_1 и q_2 , односно уочиле резонанце вишег реда и описао њихов утицај на вертикално и бочно померања центра ротора са 9, 10, 11 и 12 кашика, вредности вертикалних померања на слици 6.9 приказане су у опсегу од -150 mm до 200 mm, док су вредности бочних померања на слици 6.10 дате у опсегу од -16 mm до 4 mm.

Приликом ископа тла са 9 кашика распоређених на ротору могућа је појава два стања блиска резонантним. У област блиској резонанци R3, коефицијент поремећаја пете сопствене и треће побудне фреквенције износи $\lambda_{s,3}^9 = f_{p,3}^9 / f_{s,5} = 0,995$. Блискост овом резонантном стању има утицаја на облик функције вертикалног и бочног померања центра ротора, слике 6.9 и 6.10. У области блиској резонанци R2 коефицијент поремећаја осме сопствене и пете побудне фреквенције износи $\lambda_{s,5}^9 = f_{p,5}^9 / f_{s,8} = 1,008$. Утицај резонанце R2 на одзив конструкције горње градње није могуће коментарисати на основу померања центра ротора јер је у осмом моду осциловања доминантно бочно померање другог портала, слика 6.11в. На основу података приказаних на слици 6.11а,б, може се закључити да резонанца R2 нема доминантан утицај на максималне вредности померања генералисане координате q_{58} која описује бочно кретање врха појаса 7 другог портала. На померање центра ротора у вертикалном правцу значајан утицај има резонанца првог реда (R6), слика 6.9, иако је коефицијент поремећаја прве сопствене и прве побудне фреквенције релативно низак и износи $\lambda_{s,1}^9 = f_{p,1}^9 / f_{s,1} = 0,864$. У првом моду доминантно је осциловање конструкције у вертикалној равни па резонанца R6 нема утицаја на одзив система по генералисаној координати q_2 , слика 6.10.

У случају када је на ротору распоређено 10 кашика нема могућности појаве стања блиских резонантним, међутим облик дијаграма приказаног на слици 6.7 указује на постојање утицаја резонанце првог реда (R6) на вертикално померање центра ротора, слика 6.9. Генералисана координата q_2 практично је неосетљива на овај утицај, слике 6.8 и 6.10. Коефицијент поремећаја прве сопствене и прве побудне фреквенције износи $\lambda_{s,1}^{10} = f_{p,1}^{10} / f_{s,1} = 0,960$.

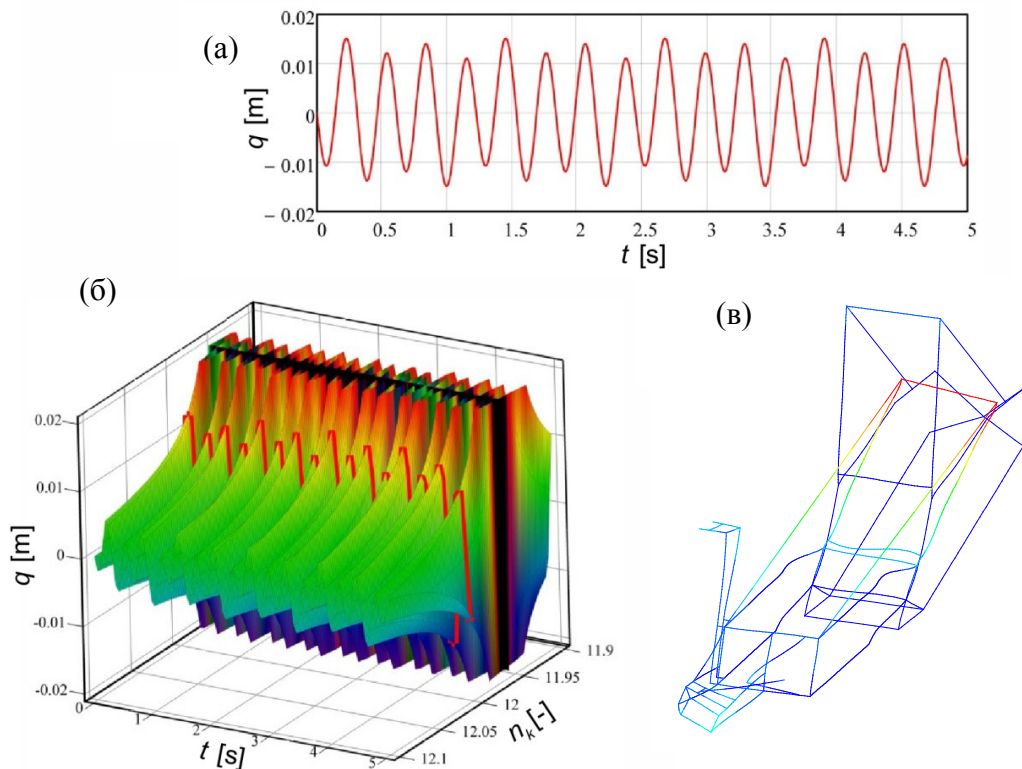


Слика 6.11 Одзив по генерализаној координати q_{58} : а) дијаграм померања за 9 кашика на ротору; б) одзив за дијапазон кашика од 8,9 до 9,1; в) осми мод осциловања

Приликом ископа тла са 11 кашика распоређених на ротору могућа је појава једног стања блиског резонантном. У области блиској резонанци R8 коефицијент поремећаја десете сопствене и пете побудне фреквенције износи $\lambda_{10,5}^{11} = f_{p,5}^{11} / f_{s,10} = 1,003$. Утицај овог резонантног стања доминантно је уочљив на дијаграму бочног померања центра ротора. Међутим, на облик и амплитудне вредности функције вертикалног померања центра ротора утиче резонанција првог реда, слике 6.7 и 6.9, а вредност коефицијента поремећаја износи $\lambda_{1,1}^{11} = f_{p,1}^{11} / f_{s,1} = 1,056$. На кретање ротора у бочном правцу ова резонанца нема утицаја.

Фреквентни дијаграм, слика 6.9, указује на могућност појаве стања блиског резонантном приликом примене конструкционог решења ротора са 12 кашика. У питању је област блиска резонанци R11 ($\lambda_{9,4}^{12} = f_{p,4}^{12} / f_{s,9} = 1,004$). Ову појаву није

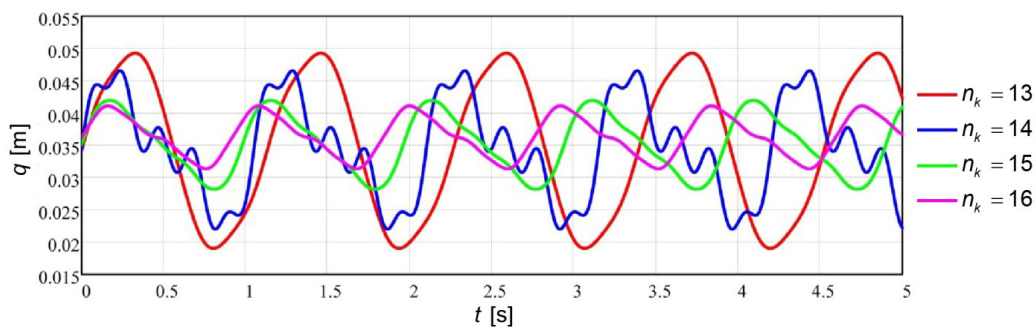
могуће анализирати на основу померања центра ротора, јер је у деветом моду осциловања доминантно бочно померање првог портала, слика 6.12в. На основу података приказаних на слици 6.12а,б може се закључити да резонанца R11 утиче на облик дијаграма и амплитудне вредности генералисане координате q_{38} која описује бочно померање врха појаса 5 првог портала. Доминантан утицај на одзив система има резонанца R13, слика 6.16, при којој вредност коефицијента поремећаја друге сопствене и прве побудне фреквенције износи $\lambda_{2,1}^{12} = f_{p,1}^{12} / f_{s,2} = 0,937$. Овај утицај очигледан је на дијаграму бочног померања центра ротора, слика 6.11.



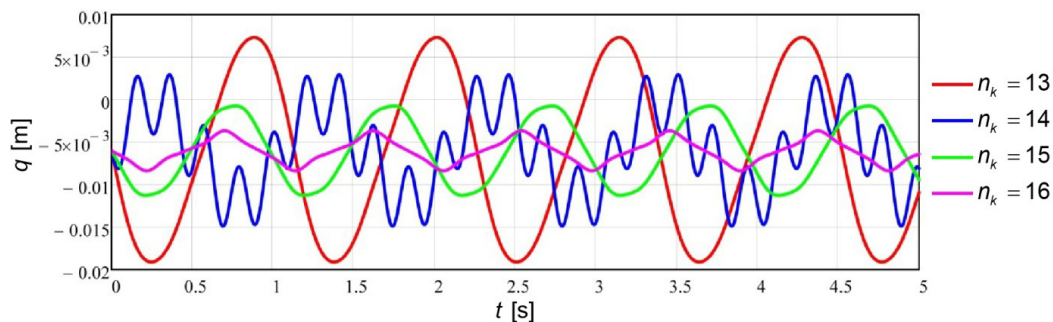
Слика 6.12 Одзив по генералисаној координати q_{38} : а) дијаграм померања за 12 кашика на ротору; б) одзив за дијапазон кашика од 11,9 до 12,1; в) девети мод осциловања

6.2.2 Анализа одзива (померања) за $m_{k,max}=4$

На сликама 6.13 и 6.14 приказани су дијаграми вертикалног и бочног померања центра ротора при максималном броју кашика у захвату са тлом $m_{k,max} = 4$.



Слика 6.13 Одзив по генералисаној координати q_1 за $m_{k,\max} = 4$

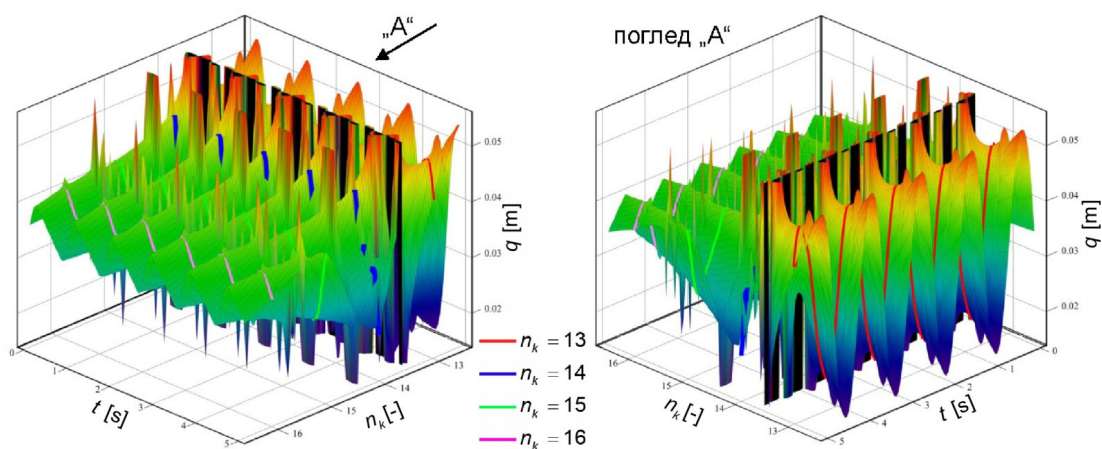


Слика 6.14 Одзив по генералисаној координати q_2 за $m_{k,\max} = 4$

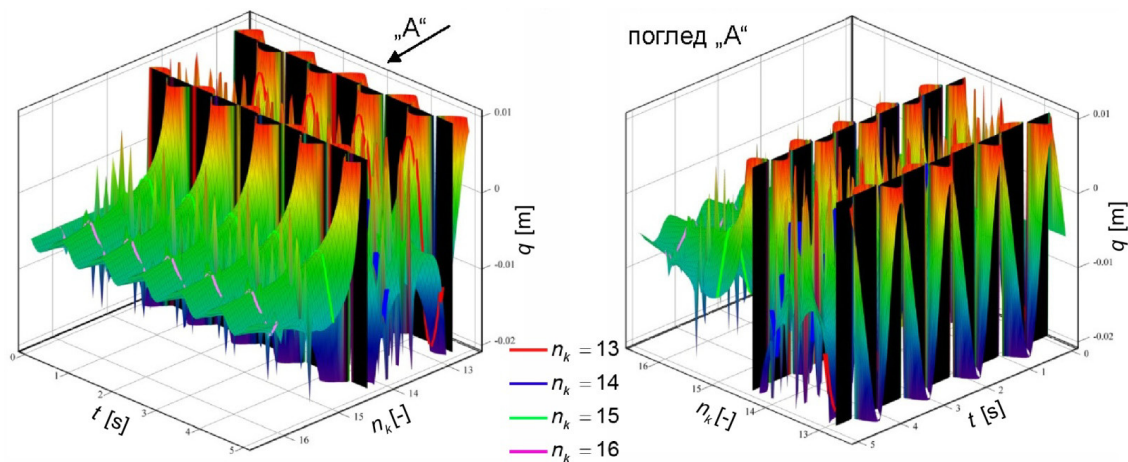
На фреквентном дијаграму приказаном на слици 6.6 може се уочити 8 резонантних стања система за опсег од условно 12,5 до 16,5 кашика на ротору.

На одзив система у разматраном дијапазону броја кашика на ротору доминантан утицај имају резонанце R13 и R16. У другом и трећем моду доминантан облик кретања је осциловање система у хоризонталној равни.

Ради лакше анализе, дијаграм одзива система по генералисаној координати q_1 за континуалну промену броја кашика на ротору од 12,5 до 16,5 приказан је у опсегу померања од 15 mm до 55 mm, слика 6.15. Вредности померања на слици 6.16 дате су у опсегу од -20 mm до 10 mm.



Слика 6.15 Вертикално померање центра ротора за дијапазон од 12,5 до 16,5 кашика



Слика 6.16 Бочно померање центра ротора за дијапазон од 12,5 до 16,5 кашика

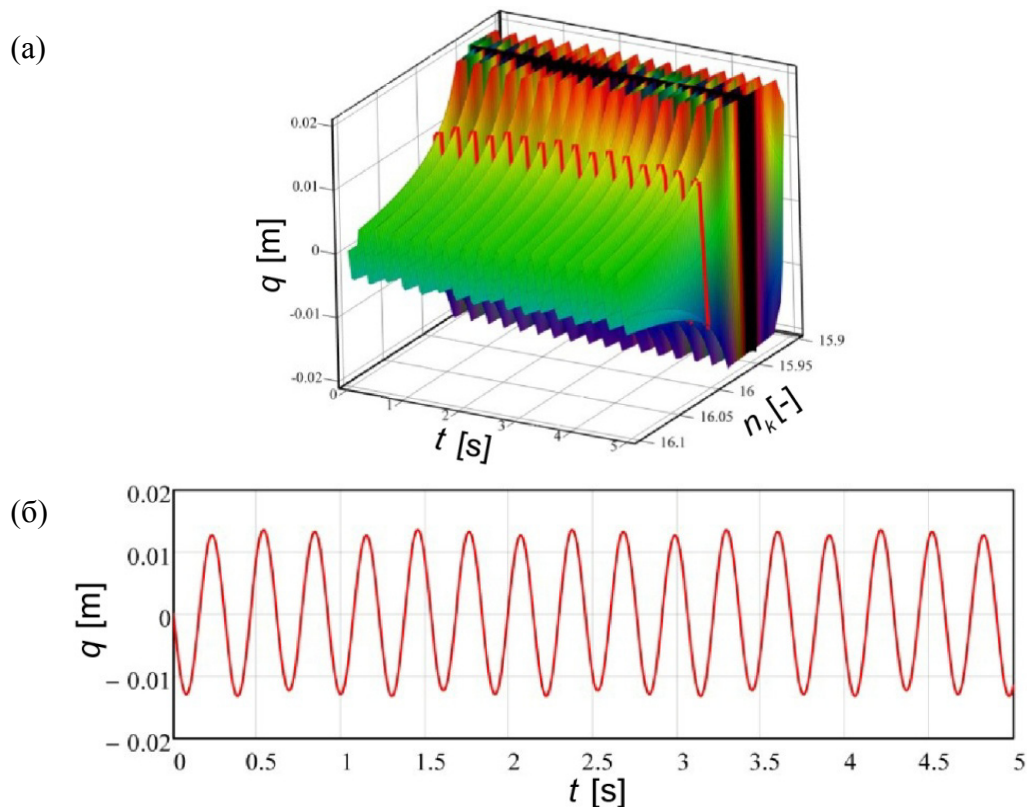
Приликом ископа тла са 13 кашика на ротору, доминантан утицај на одзив по генералисаној координати q_2 има блискост резонанци R13 за коју коефицијент поремећаја износи $\lambda_{2,1}^{13} = f_{p,1}^{13} / f_{s,2} = 1,015$, слика 6.16.

При ископу са 14 кашика на ротору на вредности амплитуда и облик дијаграма приказаног на слици 6.14, утичу два резонантна стања, R16, при чему коефицијент поремећаја треће сопствене и прве побудне фреквенције износи $\lambda_{3,1}^{14} = f_{p,1}^{14} / f_{s,3} = 0,972$ и резонанца вишег реда, коју је немогуће уочити на фреквентном дијаграму, слика 6.6. До овог резонантног стања долази при $n_k = 13,998$. Коефицијент поремећаја износи $\lambda_{11,5}^{14} = f_{p,5}^{14} / f_{s,11} = 1,00028$. Утицај овог резонантног стања лако је уочити и на дијаграмима вертикалног померања центра ротора, слике 6.13 и 6.15.

На одзив система по генералисаној координати q_2 , слике 6.14 и 6.16, при ископу тла са 15 кашика на ротору, доминантан утицај има резонанца R16 ($\lambda_{3,1}^{15} = f_{p,1}^{15} / f_{s,3} = 1,042$). На померање центра ротора у вертикалном правцу не утичу стања блиска резонантним, слика 6.15.

Иако је коефицијент поремећаја треће сопствене и прве побудне фреквенције приликом ископа тла са 16 кашика на ротору релативно висок, $\lambda_{3,1}^{16} = f_{p,1}^{16} / f_{s,3} = 1,111$, резонанца R16 и даље има значајан утицај на облик и амплитудне вредности дијаграма бочног померања центра ротора, слике 6.14 и 6.16. На одзив система по генералисаној координати q_2 утиче и резонанца R19, а

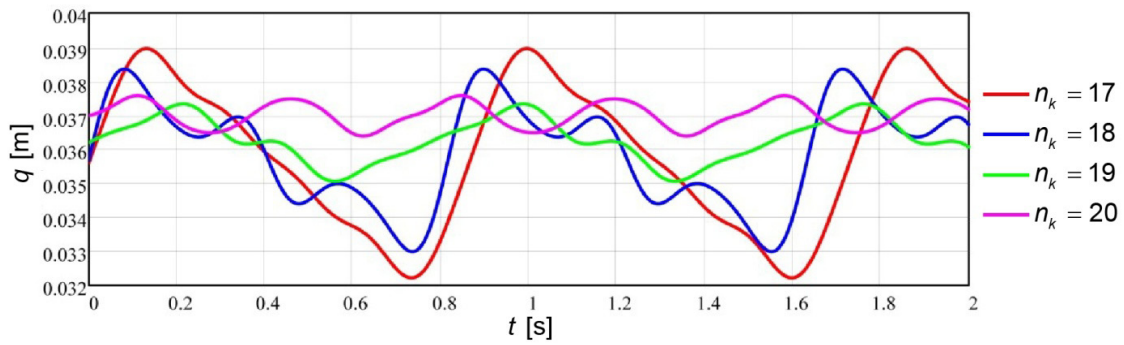
коэффициент поремећаја треће побудне и девете сопствене фреквенције износи $\lambda_{9,3}^{16} = f_{p,3}^{16} / f_{s,9} = 1,004$. Као што је већ наведено, у деветом моду осциловања доминантно је бочно померање првог портала, слика 6.12в, а одзив система по генералисаној координати q_{38} приказан је на слици 6.17. Утицај резонанце R19 изражен је на дијаграмима бочног померања врха појаса 5 првог портала, слика 6.17. На померање центра ротора у вертикалном правцу не утичу стања блиска резонантним, слика 6.15.



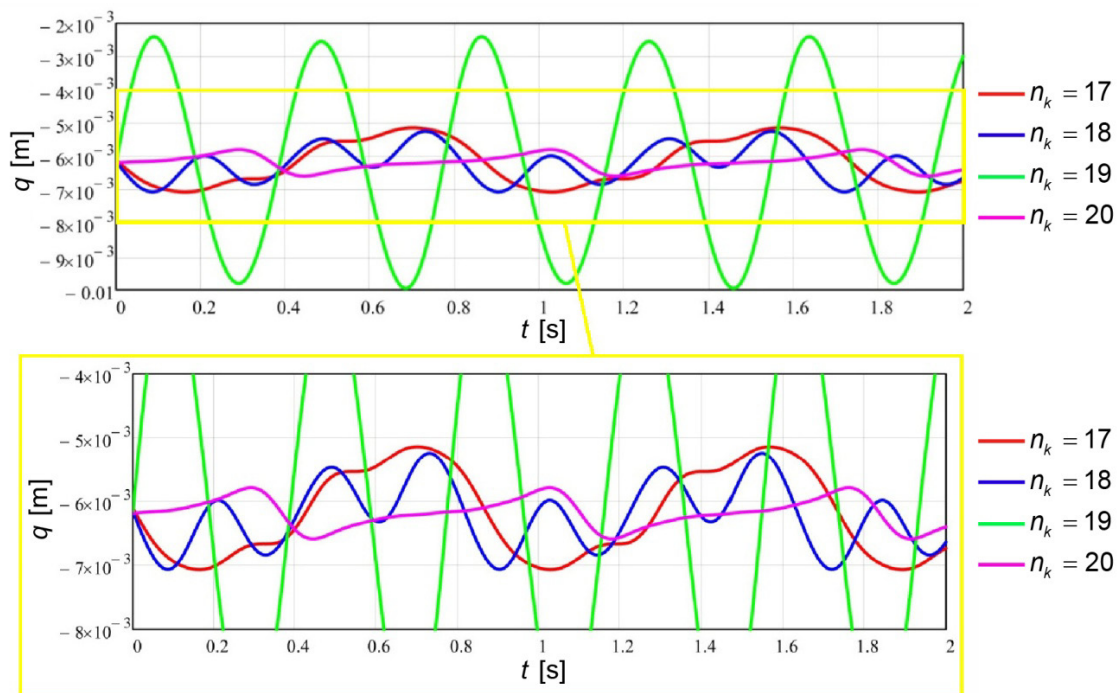
Слика 6.17 Одзив по генералисаној координати q_{38} : а) одзив за дијапазон кашика од 15,9 до 16,1; б) дијаграм померања за 16 кашика на ротору

6.2.3 Анализа одзива (померања) за $m_{k,max}=5$

Анализи одзива система са средњим бројем кашика у захвату са тлом од 4 до 5 посветиће се посебна пажња, јер је пројектовано стање багера управо у овом опсегу. На сликама 6.18 и 6.19 приказани су дијаграми вертикалног и бочног померања центра ротора при максималном броју кашика у захвату са тлом $m_{k,max} = 5$.



Слика 6.18 Одзив по генералисаној координати q_1 за $m_{k,\max} = 5$



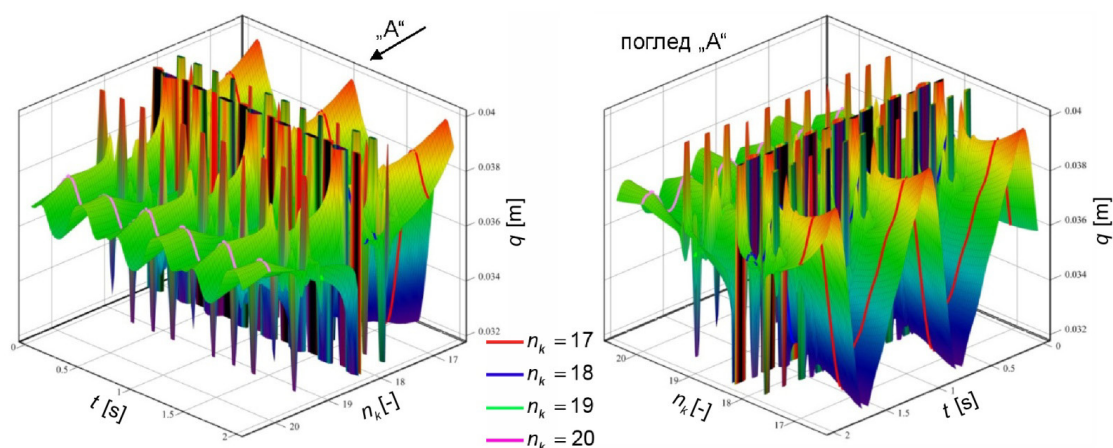
Слика 6.19 Одзив по генералисаној координати q_2 за $m_{k,\max} = 5$

На фреквентном дијаграму приказаном на слици 6.6 могу се уочити само 2 резонантна стања система за опсег од условно 16,5 до 20,5 кашика на ротору.

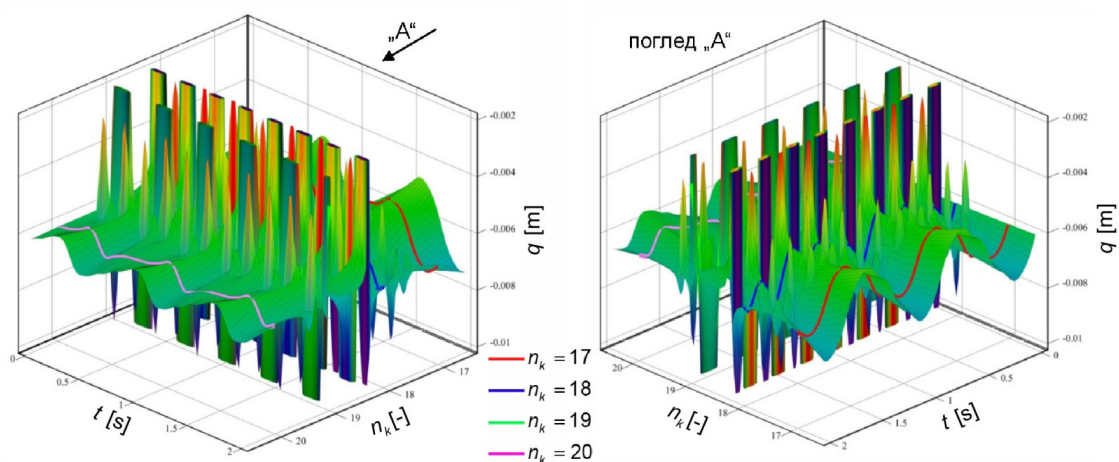
Ради лакше анализе, дијаграм одзива система по генералисаној координати q_1 за континуалну промену броја кашика на ротору од 16,5 до 20,5 приказан је у опсегу померања од 32 mm до 40 mm, слика 6.20. Вредности померања на слици 6.21 дате су у опсегу од -10 mm до -2 mm. На просторним дијаграмима уочљиве су и резонанце вишег реда, међутим њихов утицај на одзив система за разматрани број кашика на ротору ($n_k = 17, 18, \dots, 20$) је занемарљив.

Области блиске резонантним немају утицаја на вертикално померање центра ротора са 17, 19 и 20 кашика, слике 6.18 и 6.20. На облик одзива система

по генерализаној координати q_1 , када је на ротору распоређено 18 кашика значајан утицај има резонанца R20, а коефицијент поремећаја треће побудне и десете сопствене фреквенције износи $\lambda_{10,3}^{18} = f_{p,3}^{18} / f_{s,10} = 0,985$. Овај утицај очигледан је и на дијаграму бочног померања центра ротора приказаном на слици 6.19.



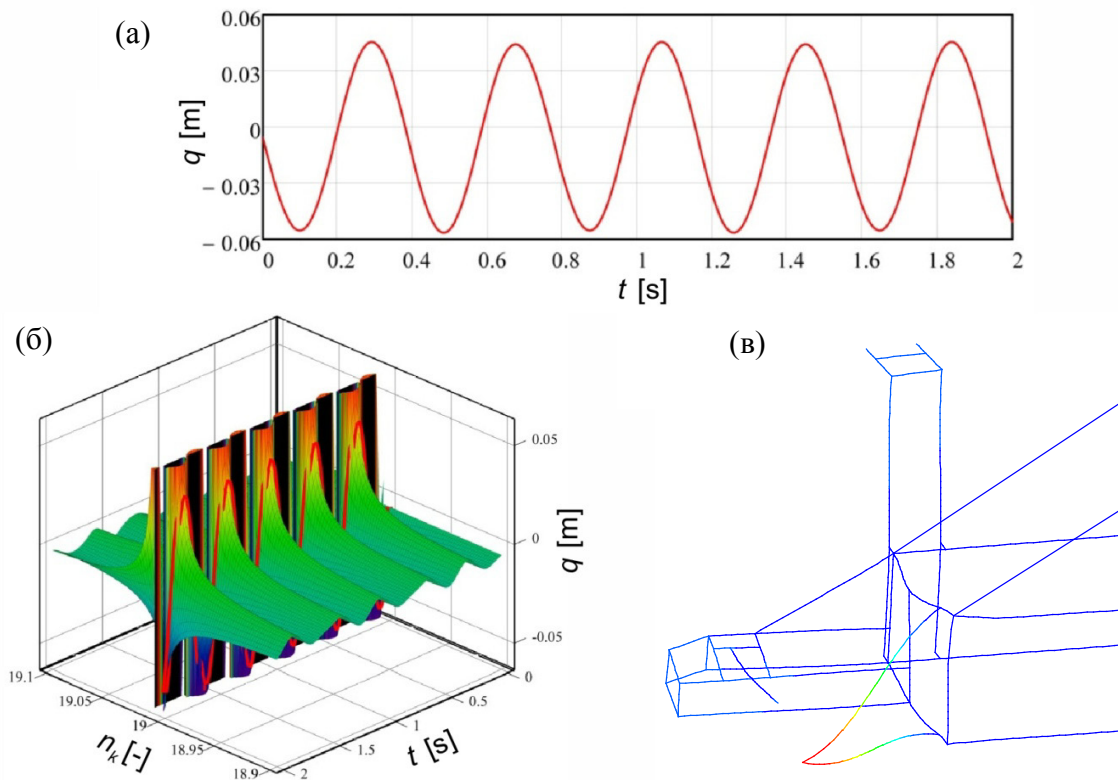
Слика 6.20 Вертикално померање центра ротора за дијапазон од 16,5 до 20,5 кашика



Слика 6.21 Бочно померање центра ротора за дијапазон од 16,5 до 20,5 кашика

На дијаграмима приказаним на сликама 6.19 и 6.21 одмах се може уочити појава стања система блиског резонантном приликом ископа тла са 19 кашика распоређених на ротору. Ову тврдњу недвосмислено потврђује и фреквентни дијаграм приказан на слици 6.6. Резонанца R21, до које долази када се покlope шеста сопствена и друга побудна фреквенција, јавља се при ископу са $n_k \approx 19$ кашика, о чему најбоље сведочи вредност коефицијента поремећаја, $\lambda_{6,2}^{19} = f_{p,2}^{19} / f_{s,6} = 0,99963$. Како је у шестом моду доминантно осциловање носача

радијалног улежиштења вратила ротора, слика 6.22в (генералисана координата која описује бочно померање наведеног ослоња вратила q_{64}), на дијаграмима приказаним на сликама 6.22а,б, високе вредности амплитуда потврђују осциловање система у области блиској резонанци R21.



Слика 6.22 Одзив по генералисаној координати q_{64} : а) дијаграм померања за 19 кашика на ротору; б) одзив за дијапазон кашика од 18,9 до 19,1; в) шести мод осциловања

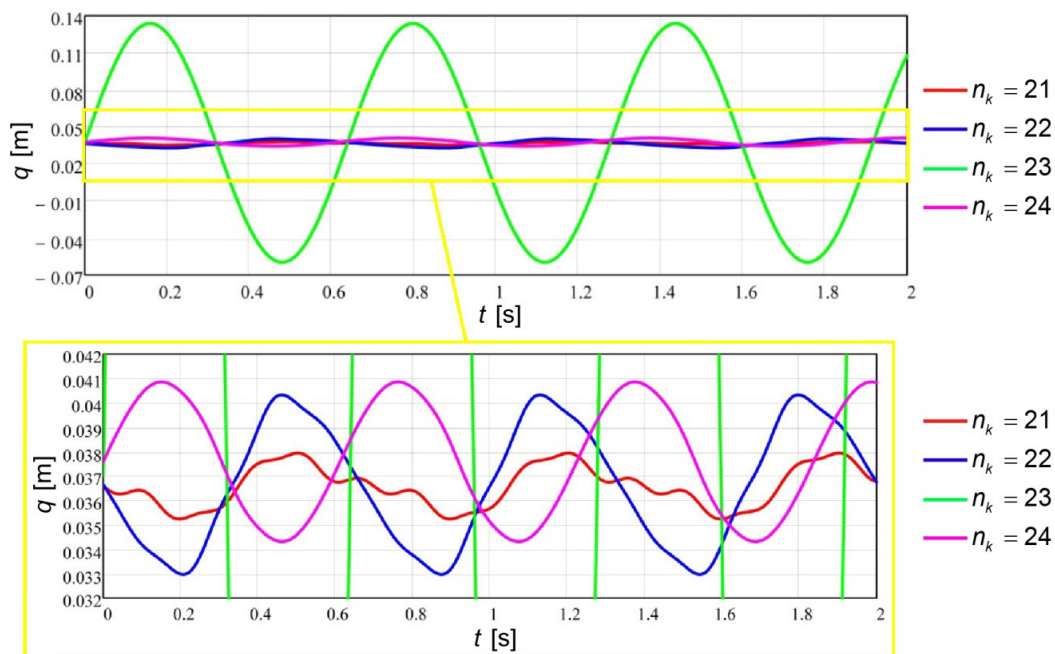
На одзив система са 17 односно 20 кашика распоређених на ротору по генералисаној координати q_2 резонантне области немају утицаја, слике 6.19 и 6.21.

6.2.4 Анализа одзива (померања) за $m_{k,max}=6$

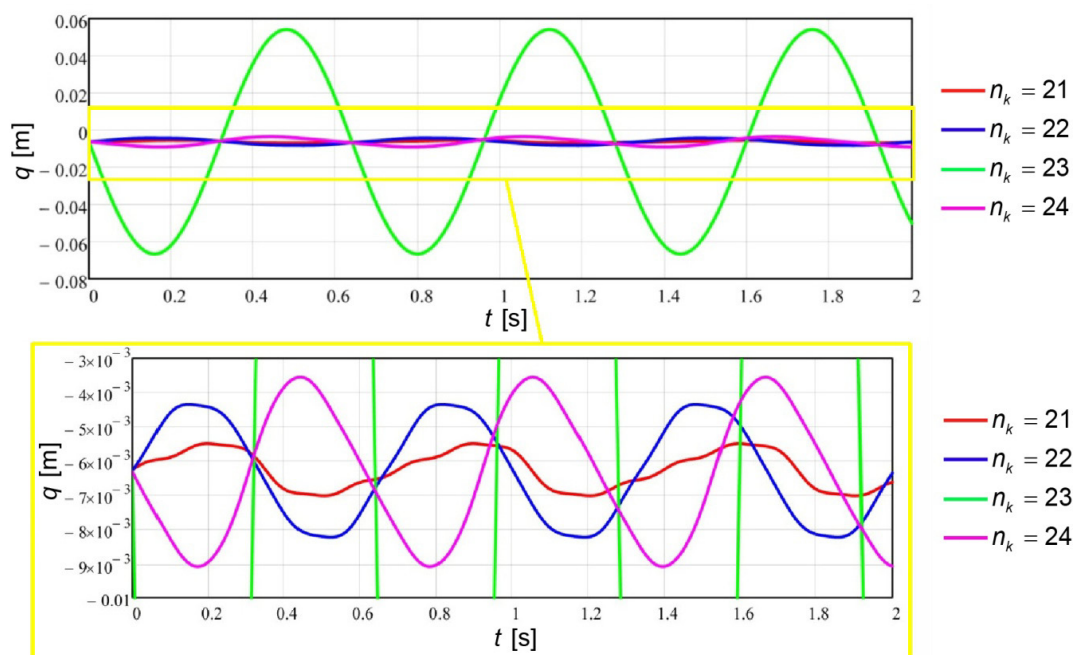
На фреквентном дијаграму приказаном на слици 6.6 могу се уочити 4 резонантна стања система за опсег од условно 21,5 до 24,5 кашика на ротору.

На дијаграмима вертикалног и бочног померања центра ротора приказаним на сликама 6.23 и 6.24 уочљиво је осциловање центра ротора са 23 кашике у области блиској резонанци R24, а вредност коефицијента поремећаја прве побудне и четврте сопствене фреквенције износи $\lambda_{4,1}^{23} = f_{p,1}^{23} / f_{s,4} = 1,002$. У четвртом моду доминантан облик осциловања је торзионо осциловање стреле

ротора. Високе вредности амплитуда одзива по генералисаним координатама q_1 и q_2 последица су ексцентричног положаја ротора у односу на вертикалну раван симетрије конструкције стреле ротора.



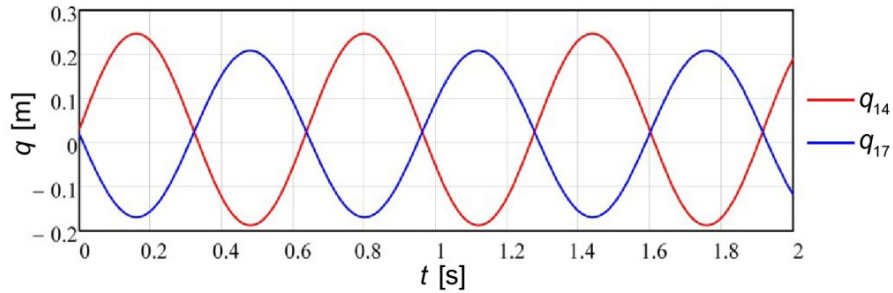
Слика 6.23 Одзив по генералисаној координати q_1 за $m_{k,\max} = 6$



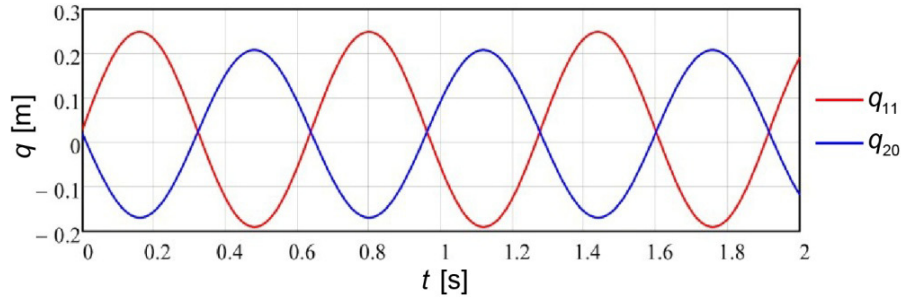
Слика 6.24 Одзив по генералисаној координати q_2 за $m_{k,\max} = 6$

Дијаграми одзива система по генералисаним координатама q_{14} и q_{17} , слика 6.25, које описују вертикално померање врхова појасева 1 и 3, односно q_{11} и q_{20} , слика 6.26, које описују вертикално померање врхова појасева 2 и 4 стреле ротора,

када су на ротору распоређене 23 кашике, недвосмислено потврђују торзионо осциловање конструкције стреле ротора у области блиској резонанци R24.

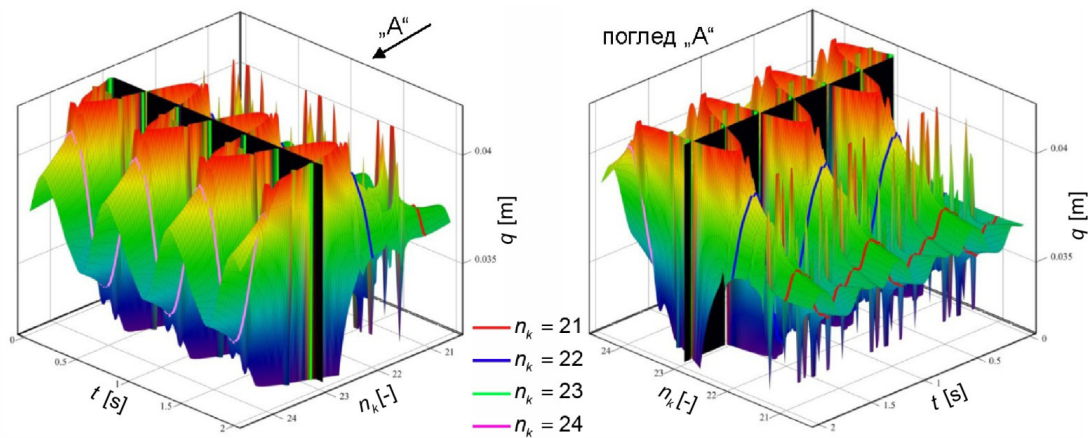


Слика 6.25 Одзив по генералисаним координатама q_{14} и q_{17} за 23 кашике на ротору

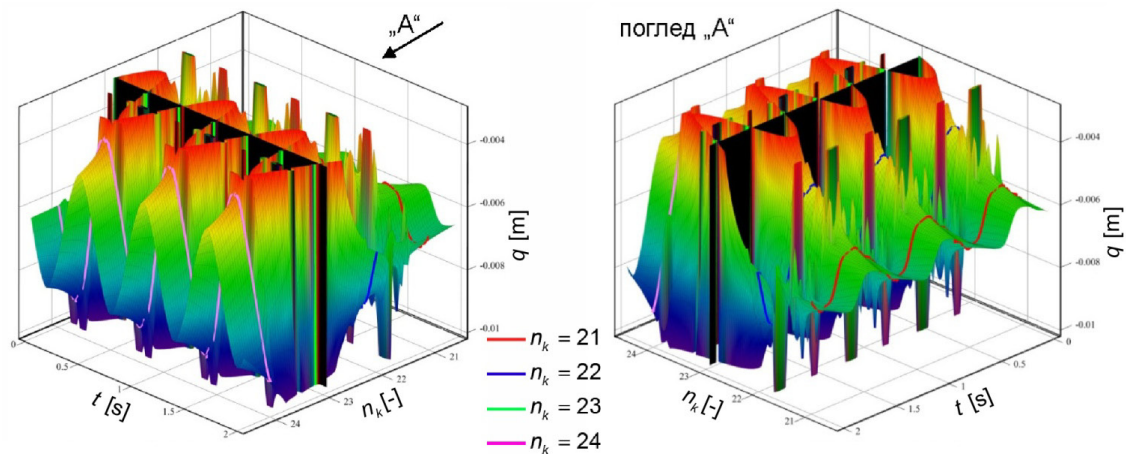


Слика 6.26 Одзив по генералисаним координатама q_{11} и q_{20} за 23 кашике на ротору
Резонанца R24 има утицаја и на вертикална и бочна померања центра

ротора на коме су распоређене 22, односно 24 кашике. Овај утицај може се уочити на просторним дијаграмима одзива система по генералисаним координатама q_1 и q_2 приказаним на сликама 6.27 и 6.28, на којима су ради лакше анализе, вредности померања дате у опсезима од 32 mm до 42 mm односно од -10 mm до -3 mm. Кофицијент поремећаја приликом ископа тла са 22 кашике на ротору износи $\lambda_{4,1}^{22} = f_{p,1}^{22} / f_{s,4} = 0,958$, док је коефицијент поремећаја за 24 кашике распоређене на ротору $\lambda_{4,1}^{24} = f_{p,1}^{24} / f_{s,4} = 1,045$.

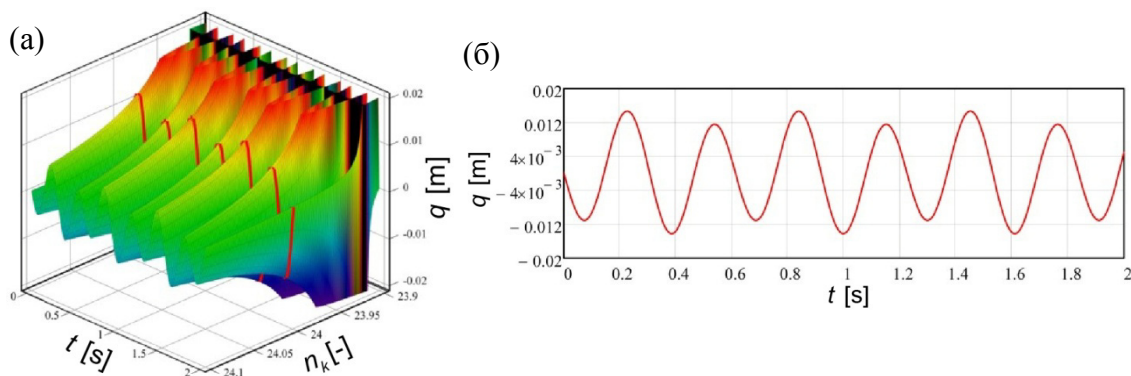


Слика 6.27 Вертикално померање центра ротора за дијапазон од 20,5 до 24,5
кашика



Слика 6.28 Боčno померање центра ротора за дијапазон од 20,5 до 24,5 кашика

Конструкција багера са 24 кашике распоређене на ротору осцилује у области блиској резонанци R25, за коју коефицијент поремећаја друге побудне и девете сопствене фреквенције износи $\lambda_{9,2}^{24} = f_{p,2}^{24} / f_{s,9} = 1,0035$. Утицај резонанце R25 није могуће уочити на дијаграмима приказаним на сликама 6.23 и 6.24, међутим присуство овог резонантног стања уочљиво је на просторним дијаграмима приказаним на сликама 6.27 и 6.28. Резонанца R25 има утицаја на одзив система, о чему најбоље сведоче дијаграми померања по генерализаној координати q_{38} , слика 6.29.



Слика 6.29 Одзив по генерализаној координати q_{38} : а) одзив за дијапазон кашика од 23,9 до 24,1; б) дијаграм померања за 24 кашике на ротору

На осциловање конструкције са 21 кашиком распоређеном на ротору области блиске резонантним немају значајнијег утицаја. На облик дијаграма приказаних на сликама 6.23 и 6.24 утиче резонанца вишег реда, чије је присуство могуће уочити на сликама 6.27 и 6.28, а за коју коефицијент поремећаја пете побудне и четрнаесте сопствене фреквенције износи $\lambda_{14,5}^{21} = f_{p,5}^{21} / f_{s,14} = 0,981$.

У табели 6.4 приказане су максималне, минималне и амплитудне вредности померања по генералисаним координатама q_1 и q_2 за целокупан анализирани опсег кашика, $n_k = 9, 10, \dots, 24$. Минималне вредности померања по q_2 , због усвојене оријентације генералисане координате, представљају максимална бочна померања центра ротора.

Ако се као основа за упоредну анализу добијених резултата усвоји пројектовани број кашика на ротору ($n_k = 17$), на основу приложених података може се закључити да само три конструкциона решења задовољавају критеријуме да максимална и амплитудна померања центра ротора у вертикалном и бочном правцу буду једнака или нижа од пројектованих. У питању су конструктивна решења са 18, 20 односно 21 кашиком распоређеном на ротору. Процентуална одступања максималних и амплитудних померања центра ротора од пројектованих дата су у табели 6.5.

Табела 6.4

n_k	q_1 [mm]			q_2 [mm]		
	max	min	amp	max	min	amp
9	81,6	-17,9	49,8	0,3	-11,4	5,8
10	176,7	-112,6	144,7	-5,1	-6,2	0,6
11	120,1	-53,2	86,7	2,2	-13,7	8,0
12	64,3	6,2	29,0	2,9	-14,3	8,6
13	49,3	19,0	15,2	7,3	-19,1	13,2
14	46,5	22,0	12,2	3,0	-14,9	9,0
15	42,0	28,2	6,9	-0,7	-11,2	5,3
16	41,1	31,3	4,9	-3,7	-8,4	2,4
17	39,0	32,2	3,4	-5,1	-7,1	1,0
18	38,4	33,0	2,7	-5,2	-7,1	1,0
19	37,3	35,0	1,2	-2,4	-10,0	3,8
20	37,6	36,4	0,6	-5,8	-6,6	0,4
21	37,9	35,2	1,4	-5,5	-7,0	0,8
22	40,3	33,0	3,7	-4,4	-8,2	1,9
23	133,7	-59,7	96,7	54,0	-66,7	60,4
24	40,8	34,3	3,3	-3,5	-9,1	2,8

Табела 6.5

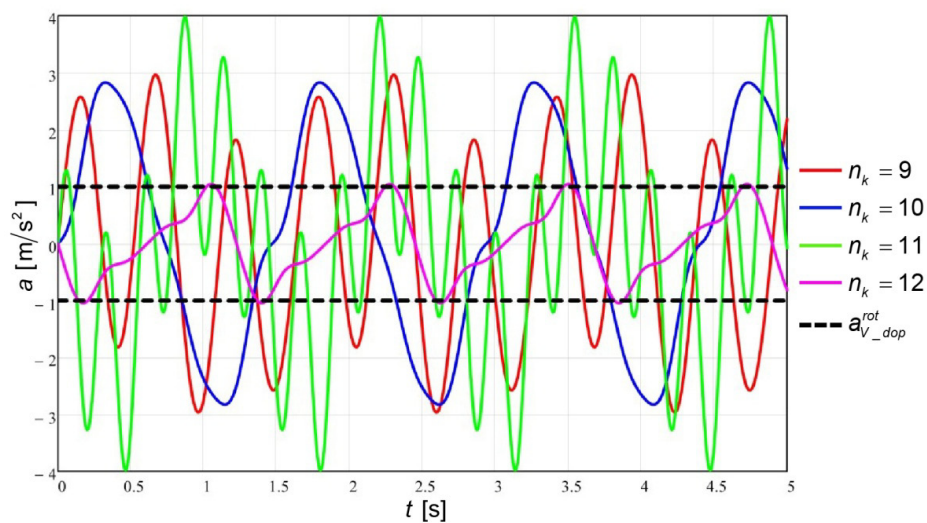
n_k	$\frac{q_{1,i} - q_{1,DES}}{q_{1,DES}} \cdot 100[\%]$		$\frac{q_{2,i} - q_{2,DES}}{q_{2,DES}} \cdot 100[\%]$	
	max	amp	max	amp
9	109,2	1364,7	60,6	480,0
10	353,1	4155,9	-12,7	-40,0
11	207,9	2450,0	93,0	700,0
12	64,9	752,9	101,4	760,0
13	26,4	347,1	169,0	1220,0
14	19,2	258,8	109,9	800,0
15	7,7	102,9	57,7	430,0
16	5,4	44,1	18,3	140,0
17	0,0	0,0	0,0	0,0
18	-1,5	-20,6	0,0	-5,0
19	-4,4	-64,7	40,8	280
20	-3,6	-82,4	-7,0	-60,0
21	-2,8	-58,8	-1,4	-20,0
22	3,3	8,8	15,5	90,0
23	242,8	2744,1	839,4	5940,0
24	4,6	-2,9	28,2	180,0

Како је у претходној анализи наведено да на осциловање система са 18 кашика распоређених на ротору значајан утицај има резонанца R20, а на облик дијаграма померања центра ротора са 21 кашиком утиче резонанца вишег реда, може се закључити да није довољно да одзив система задовољи критеријуме максималних и амплитудних померања центра ротора, односно, да се само на основу померања не може извести закључак о ваљаности конструктивног решења.

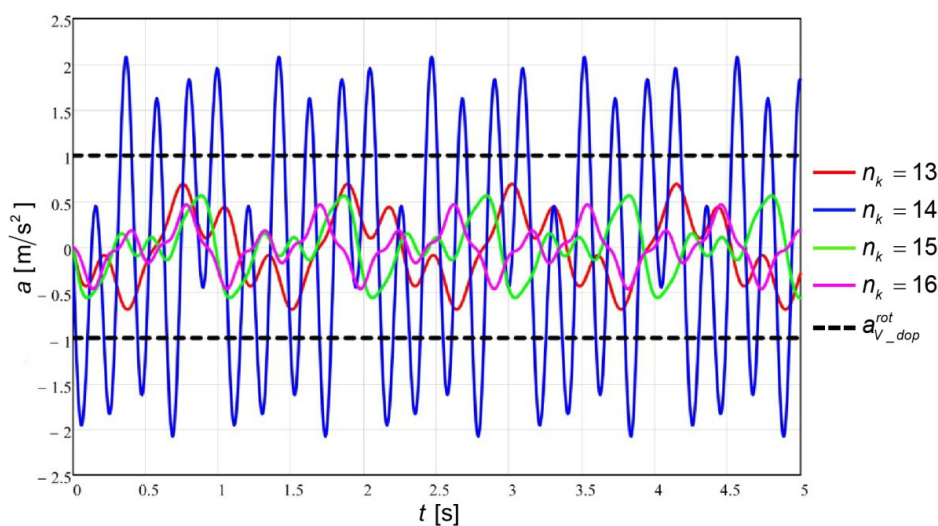
6.2.5 Убрзање центра ротора

Стандард DIN 22261 као граничне критеријуме при анализи динамичког понашања роторних багера прописује експериментално добијена ограничења у убрзањима карактеристичних тачака система. За конструкцију стреле ротора, ограничења убрзања у вертикалном, односно бочном правцу износе $a_{V_zul} = 1 \text{ m/s}^2$, односно $a_{B_zul} = 0,167 \text{ m/s}^2$. Убрзање у подужном правцу није ограничено.

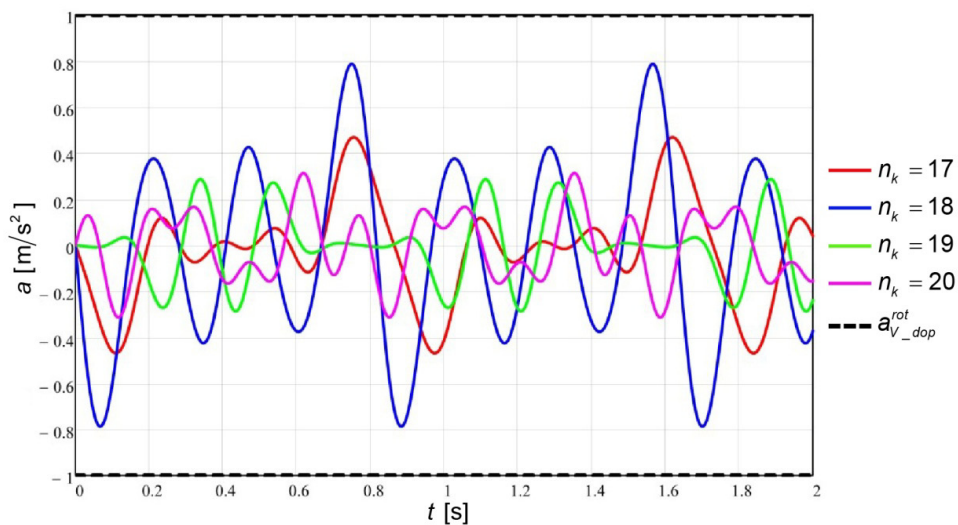
У наставку ће на сликама 6.30 до 6.33 бити приказани дијаграми вертикалних убрзања центра ротора за анализирани дијапазон броја кашика ($n_k = 9, 10, \dots, 24$).



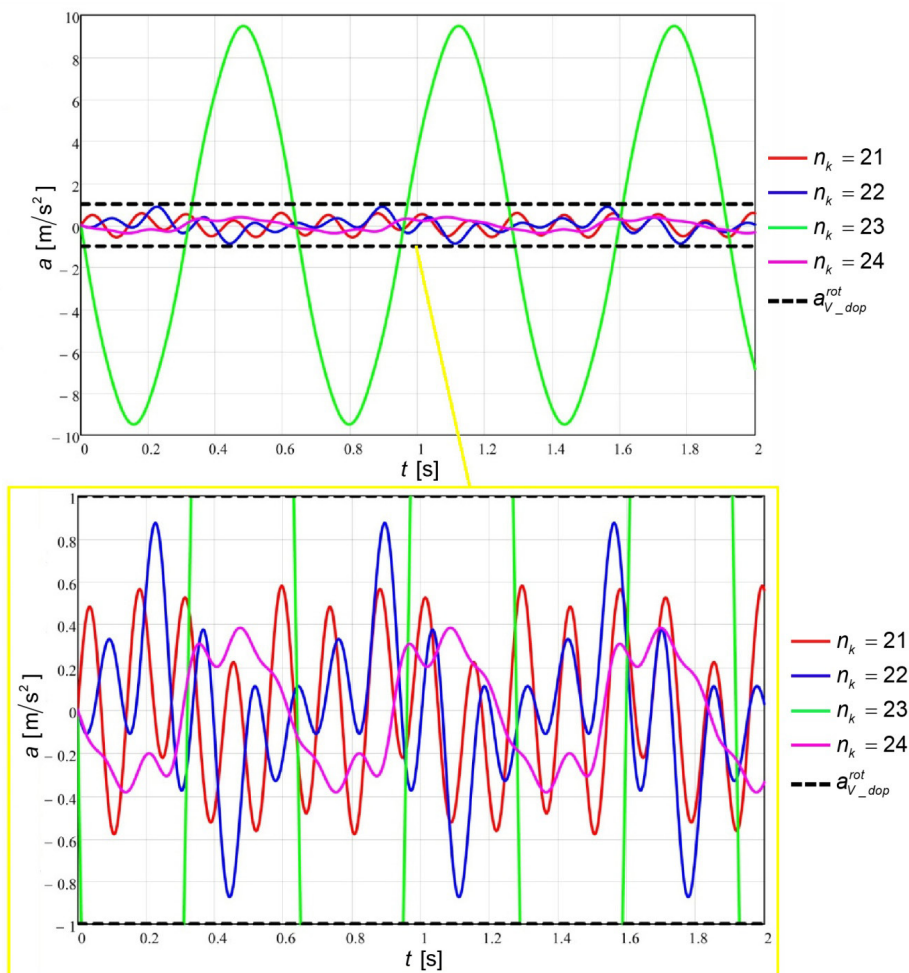
Слика 6.30 Дијаграм вертикалних убрзања центра ротора за $n_k = 9, 10, \dots, 12$



Слика 6.31 Дијаграм вертикалних убрзања центра ротора за $n_k = 13, 14, \dots, 16$



Слика 6.32 Дијаграм вертикалних убрзања центра ротора за $n_k = 17, 18, \dots, 20$



Слика 6.33 Дијаграм вертикалних убрзања центра ротора за $n_k = 21, 22, \dots, 24$

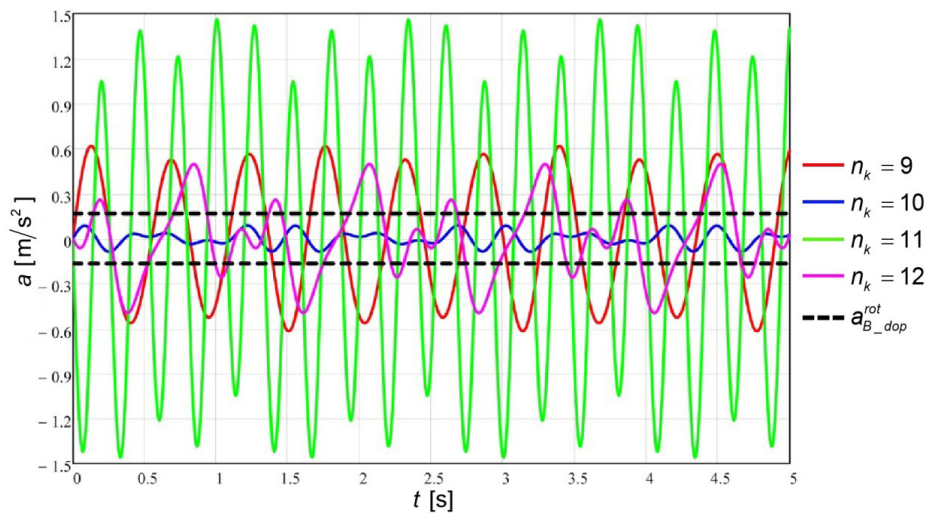
У табели 6.6 која приказује вредности амплитуда вертикалних убрзања центра ротора жутом бојом означена су она конструкциона решења која задовољавају стандардом прописани критеријум.

Табела 6.6

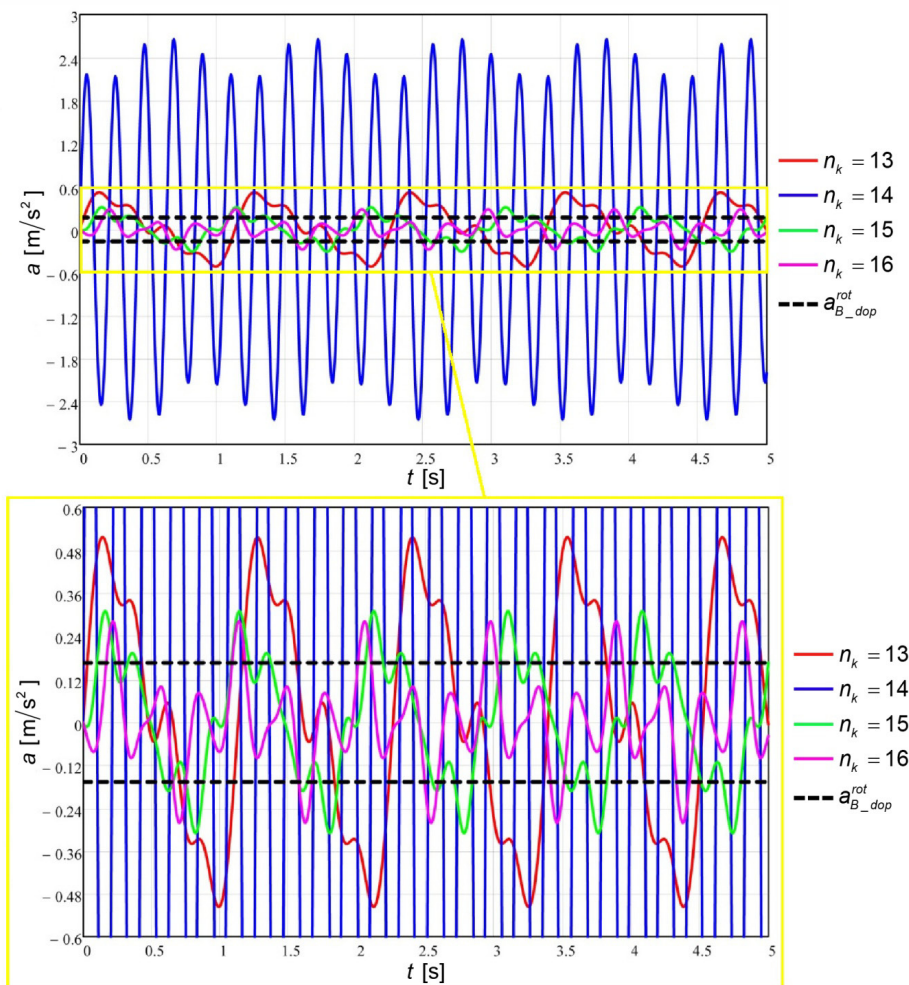
$n_k [-]$	9	10	11	12	13	14	15	16
$a_{1,amp} [m/s^2]$	2,96	2,82	3,98	1,05	0,69	2,08	0,56	0,46
$n_k [-]$	17	18	19	20	21	22	23	24
$a_{1,amp} [m/s^2]$	0,47	0,79	0,29	0,31	0,58	0,87	9,49	0,38

Анализом резултата приказаних на сликама 6.30 до 6.33 и у табели 6.6 може се извести закључак да 10 од 16 разматраних конструкционих решења задовољавају стандардом прописано ограничење у вертикалном убрзању центра ротора. Међу овим решењима налазе се како пројектовано, тако и сва три решења која су задовољила критеријум о максималним и амплитудним померањима центра ротора.

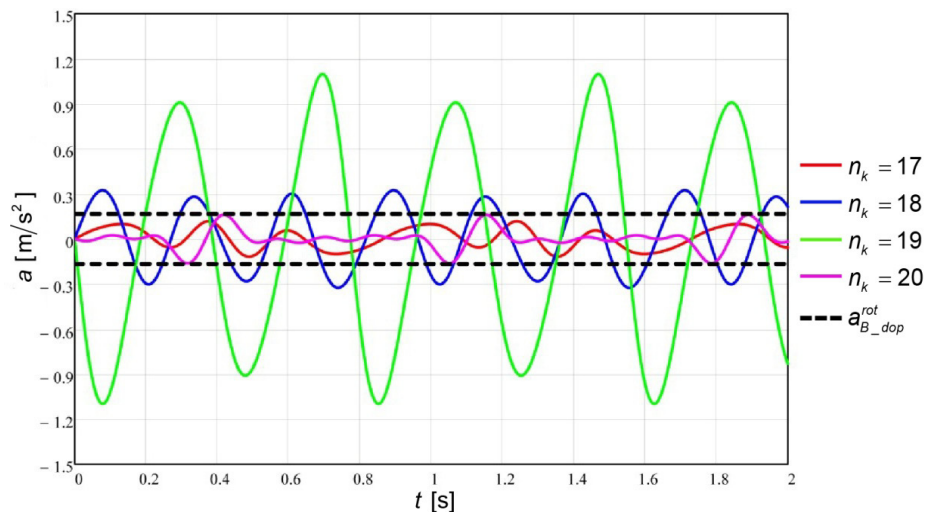
На сликама 6.34 до 6.37 приказани су дијаграми бочног убрзања центра ротора за анализирани дијапазон броја кашика ($n_k = 9, 10, \dots, 24$).



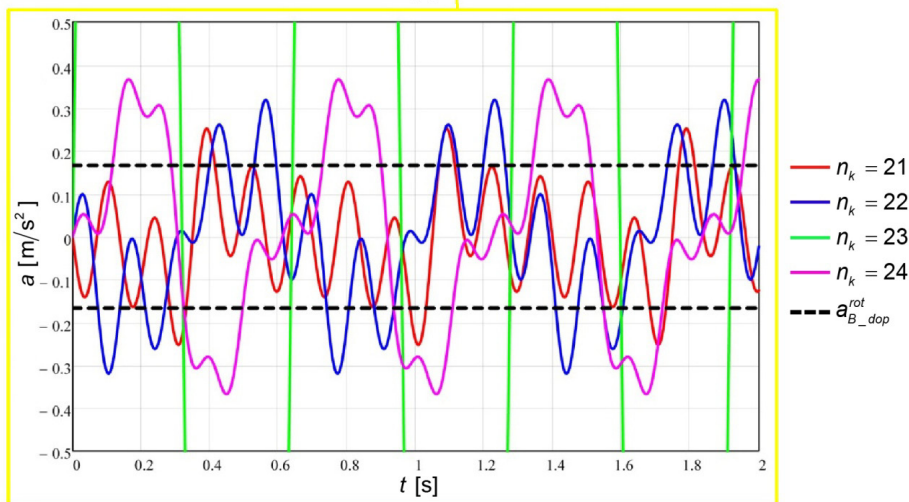
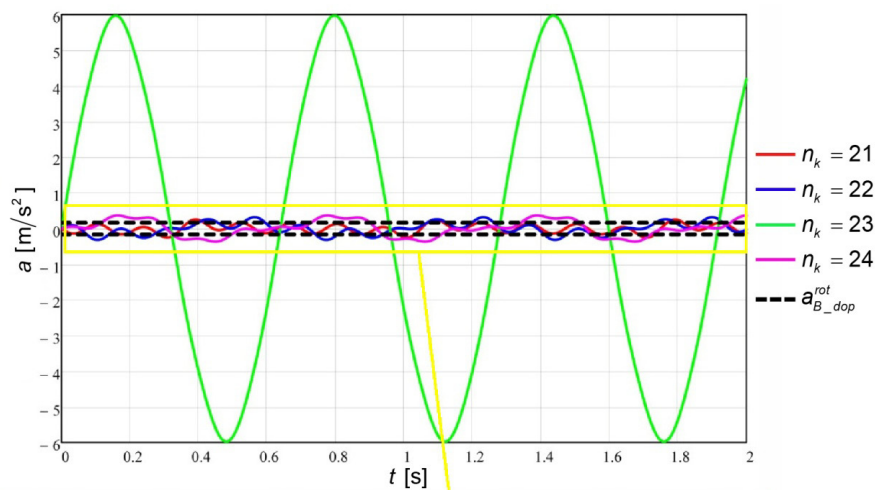
Слика 6.34 Дијаграм бочног убрзања центра ротора за $n_k = 9, 10, \dots, 12$



Слика 6.35 Дијаграм бочног убрзања центра ротора за $n_k = 13, 14, \dots, 16$



Слика 6.36 Дијаграм бочног убрзања центра ротора за $n_k = 17, 18, \dots, 20$



Слика 6.37 Дијаграм бочног убрзања центра ротора за $n_k = 21, 22, \dots, 24$

Табела 6.7 приказује вредности амплитуда бочних убрзања центра ротора. Жутом бојом означена су она конструкциона решења која задовољавају стандардом прописани критеријум.

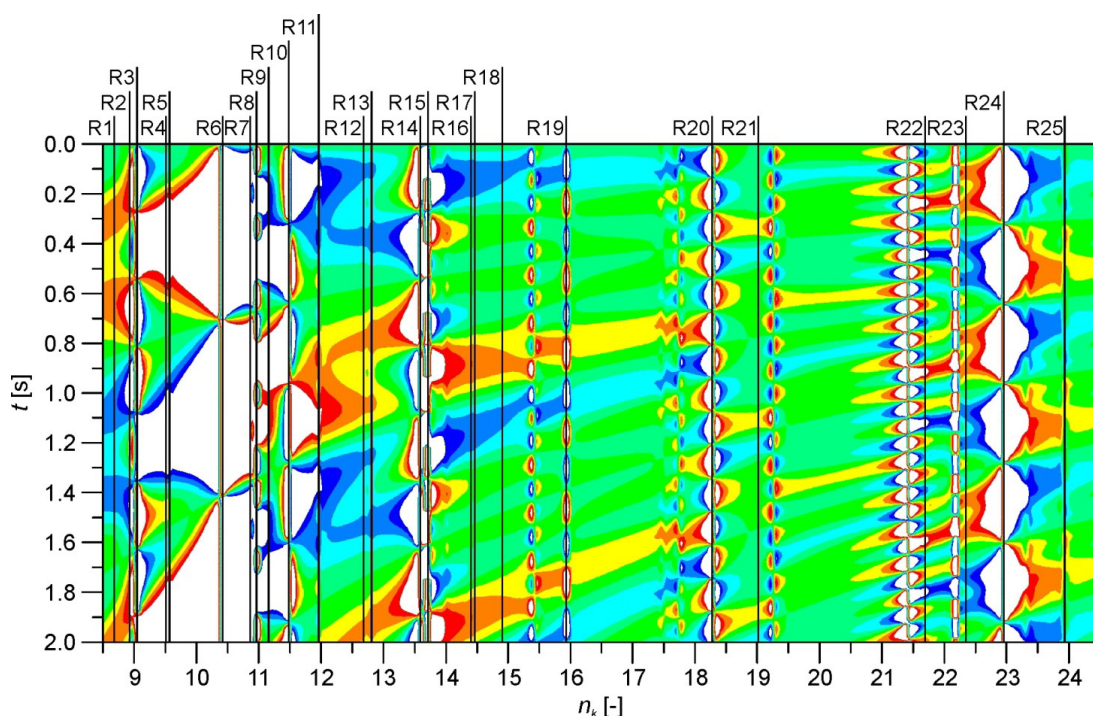
Табела 6.7

$n_k [-]$	9	10	11	12	13	14	15	16
$a_{2,amp} [m/s^2]$	0,62	0,08	1,46	0,49	0,52	2,65	0,31	0,28
$n_k [-]$	17	18	19	20	21	22	23	24
$a_{2,amp} [m/s^2]$	0,12	0,32	1,10	0,16	0,25	0,32	5,97	0,37

Поред пројектованог још два од укупно 16 анализираних конструкционих решења задовољавају критеријум прописан стандардом, слике 6.34 до 6.37 и табела 6.7.

Ограничење убрзања у бочном правцу елиминише конструкциона решења са 18 односно 21 кашиком распоређеном на ротору, која задовољавају критеријум о максималним и амплитудним померањима центра ротора.

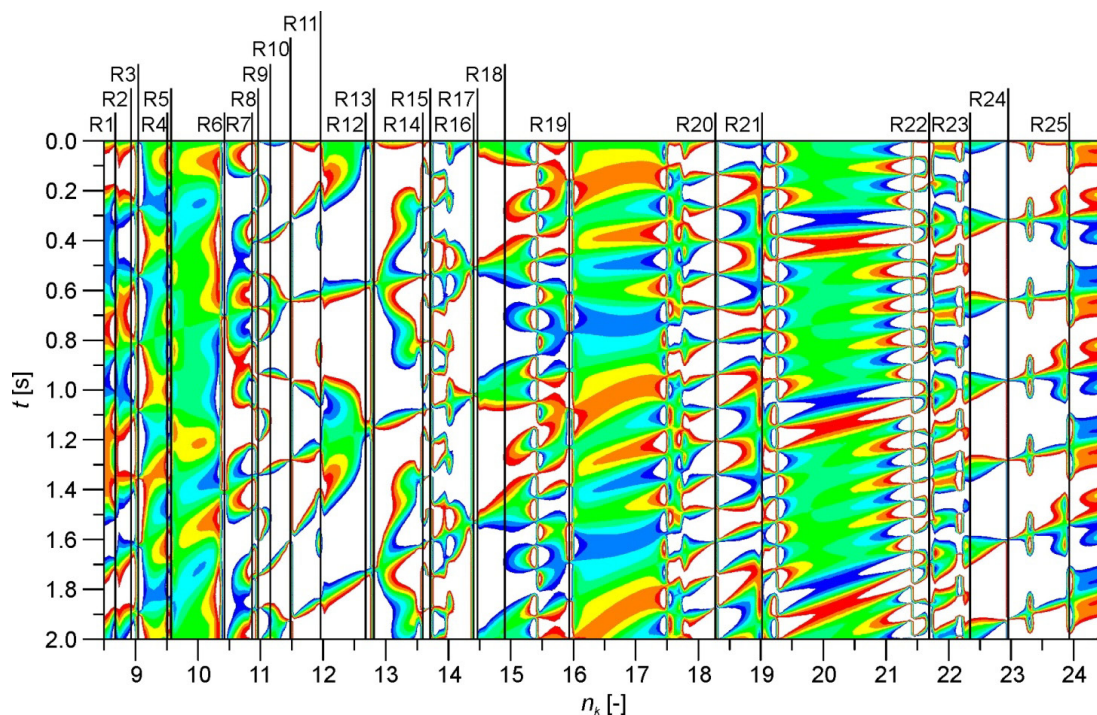
6.3 Дискусија резултата и парцијални закључци



Слика 6.38 Вертикална убрзања центра ротора за дијапазон од 8,5 до 24,5 кашика

Слике 6.38 и 6.39 представљају поглед одозго на просторне дијаграме вертикалног и бочног убрзања центра ротора за континуалну промену броја кашика на ротору од 8,5 до 24,5, на којима су вредности апликата, у складу са препорукама стандарда, ограничене на $a_{V_zul} = \pm 1 m/s^2$, односно

$a_{B_zul} = \pm 0,167 \text{ m/s}^2$. Бројеви кашика при којима долази до појаве резонанције приказани су вертикалним црним линијама, а ознаке резонанција преузете су из табеле 6.3. Бела поља на разматраним дијаграмима представљају зоне у којима су вредности убрзања веће од прописаних.



Слика 6.39 Бојна убрзања центра ротора за дијапазон од 8,5 до 24,5 кашика

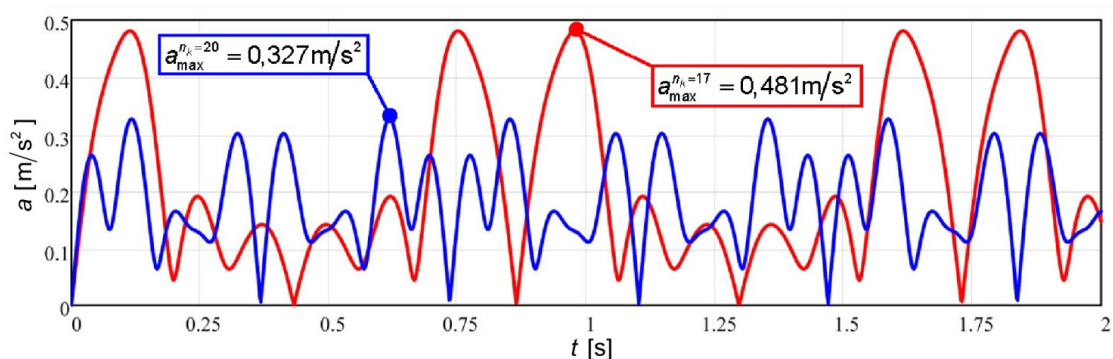
Ограничење убрзања центра ротора у вертикалном правцу не штити систем од појаве резонанција R1, R12, R13, R16, R17, R18, R21, R23 и R25, слика 6.38. Међу наведеним, налазе се и резонанције првог реда R13 и R16 које имају доминантан утицај на бојна померања центра ротора са 12, 13, 14, 15 и 16 кашика, како је у претходном излагању наведено.

На основу резултата приказаних на слици 6.39 закључује се да критеријум о ограничењу бојног убрзања центра ротора, прописан стандардом DIN 22261-2, елиминише сва анализирана резонантна стања система. Међутим, приликом избора оптималног броја кашика на ротору, овај критеријум није довољан, јер је у првом моду осциловања доминантно осциловање система у вертикалној равни, за које разматрани критеријум нема довољну осетљивост. У прилог овој чињеници најбоље говоре подаци приказани на сликама 6.7 и 6.9. Наиме, приликом ископа тла са 10 кашика распоређених на ротору, систем осцилује у области блиској

резонанцији првог реда (R6) која, како је наведено у претходном разматрању, има доминантан утицај на вертикална померања центра ротора.

Комбиновано, ограничења убрзања центра ротора штите систем од појаве резонантних стања. За конструкциона решења са 17 и 20 кашика распоређених на ротору, која задовољавају оба критеријума прописана стандардом, целокупна конструкција горње градње осцилује у области на коју блискости резонантним стањима немају утицаја.

На слици 6.40 приказани су дијаграми промене убрзања центра ротора за конструкциона решења која су задовољила стандардом прописане критеријуме.



Слика 6.40 Убрзања центра ротора са 17 и 20 кашиком

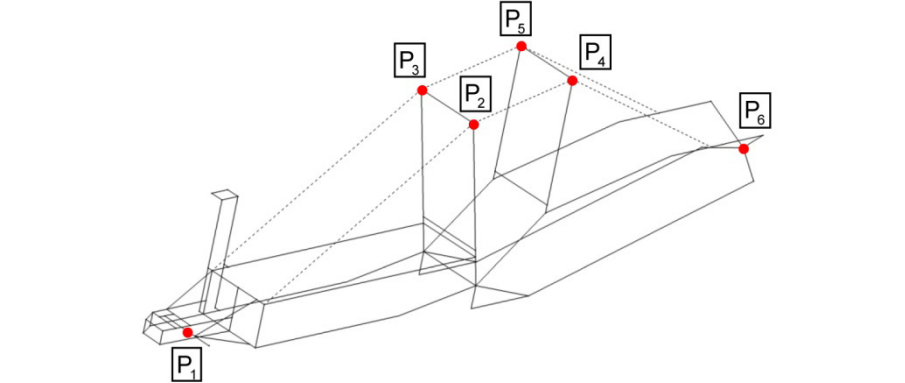
Приказана анализа указује да се избор оптималног броја кашика на ротору из групе техничких решења која су задовољила стандардом прописана ограничења може извршити увођењем критеријума минималног убрзања центра ротора. У прилог овој чињеници говоре следеће тезе:

- максимална оптерећења ротора остају константна без обзира на број кашика распоређених на ротору;
- коефицијенти неравномерности и динамичности спољашњег оптерећења конструкционог решења са 20 кашика распоређених на ротору нижи су за 5,2% и 2,2% од пројектованих, слике 6.2 и 6.3;
- основна фреквенција побуде виша је за 17,6% од пројектоване, табела 6.2;
- максимална и амплитудна померања центра ротора у вертикалном правцу нижа су за 3,6% односно 82,4% од пројектованих, табела 6.5;
- максимална и амплитудна померања центра ротора у бочном правцу нижа су за 7,0% односно 60,0% од пројектованих, табела 6.5.

Метода избора броја кашика на ротору, приказана у овом поглављу, елиминише могућност појаве резонантних стања у нискофреквентној области осциловања.

У прилог тврдњи да убрзање центра ротора представља добар индикатор понашања анализирани конструкције горње градње двопорталног роторног багера и да увођење критеријума минималног убрзања центра ротора доводи до избора оптималног броја кашика на ротору говоре подаци приказани у табели 6.8. Разлике у вредностима максималних померања карактеристичних тачака система мање су од 4%, па се са становишта инжењерске тачности могу занемарити. Када је реч о амплитудним померањима, на основу података приказаних у табели 6.8, може се закључити да су сва амплитудна померања референтних тачака система са 20 кашика распоређених на ротору нижа од пројектованих. Амплитудна померања центра ротора, који за добро геометријски обликовану конструкцију представља најбољи индикатор понашања, су за $\approx 83\%$ нижа од пројектованих.

Табела 6.8



Померања		$n_k=17$	$n_k=20$	Δ
P ₁	max	39,56	38,13	-3,62
	amp	3,40	0,58	-82,94
P ₂	max	19,51	19,05	-2,36
	amp	1,78	0,65	-63,48
P ₃	max	12,75	13,16	3,22
	amp	3,10	3,08	-0,64
P ₄	max	14,04	13,96	-2,49
	amp	2,58	2,04	-20,93
P ₅	max	13,81	13,70	-0,80
	amp	2,60	2,02	-22,31
P ₆	max	18,39	18,57	0,98
	amp	4,72	4,35	-7,84
[mm]				[%]

Реципрочне вредности динамичких коефицијената свих карактеристичних тачака система више су од стандардом прописаних, табела 6.9, што указује да је оригинална конструкција добро пројектована и потврђује ваљаност редукованог динамичког модела. Конструкционо решење са 20 кашика распоређених на ротору такође задовољава стандардом прописане критеријуме, што представља потврду приказане методе избора оптималног броја кашика на ротору.

Табела 6.9

P	q	1/D		1/D _V	1/D _Q	P	q	1/D		1/D _V	1/D _Q
		n _k =17	n _k =20					n _k =17	n _k =20		
P ₁	q ₁	21,28	32,26	10		P ₄	q ₄₃	344,83	312,50	25	
	q ₂	83,33	62,5		60		q ₅₈	333,33	526,32		30
P ₂	q ₃₇	86,96	68,03	25		P ₅	q ₄₅	333,33	370,37	25	
	q ₃₈	32,47	54,05		30		q ₅₉	333,33	526,32		30
P ₃	q ₄₀	95,24	131,58	25		P ₆	q ₅₅	36,37	29,85	25	
	q ₄₁	32,47	54,05		30		q ₅₆	1060,78	3135,78		30

Избор оптималног броја кашика на ротору могуће је извршити и применом методе коначних елемената. Овај приступ захтева постављање модела и прорачун свих разматраних варијантних решења. Након упоредне анализе великог броја добијених резултата могуће је одабрати најбоље од разматраних конструктивних решења, међутим није могуће изнети закључке о утицају параметара побуде на одзив конструкције, нити је могуће једноставном променом анализираних параметара отклонити евентуалне грешке настале у фази конципирања проблема.

Метода коначних елемената може да послужи као добра провера решења усвојеног приказаном методом јер омогућава рад са неупоредиво већим бројем степени слободе.

7. Закључак

Истраживања у оквиру докторске дисертације изведена су на оригиналном динамичком моделу горње градње двопорталног роторног багера SchRs 1600. Редуковани просторни динамички модел носеће конструкције обликован је на основу 3D модела машине, при чему је корекција маса извршена на основу експеримента – вагања горње градње багера. Валидација развијеног модела извршена је на основу коначноелементне анализе. Током развоја коначноелементног модела примењен је оригинални поступак моделирања система за вешање стреле ротора који омогућава одржање потенцијалне енергије ужета, уз изједначавање сила у његовим крацима. О значају развијеног просторног динамичког модела горње градње двопорталног роторног багера недвосмислено говоре следеће чињенице (а) недозвољене деформације, односно ломови подсистема роторних багера најчешће су последица пропуста у анализи стварних динамичких процеса и њима изазваних оптерећења; (б) у постојећој литератури не постоје математички модели двопорталних роторних багера који одржавају просторни карактер проблема.

7.1 Научни доприноси

Кључни научни доприноси презентираних истраживања су:

- развијен је поступак аналитичко-експерименталне идентификације параметара статичке стабилности горње градње роторних багера, који доминантно одређују њено динамичко понашање. Спрезањем резултата добијених на основу 3D модела горње градње са резултатима вагања извршеног непосредно након завршетка процеса монтаже, у потпуности је идентификована дистрибуција маса горње градње и формиран кориговани 3D модел који омогућава да се са довољном тачношћу одреди положај њеног тежишта, у целокупном домену промене угла нагиба стреле ротора;

- постављен је оригинални просторни динамички модел двопорталног роторног багера који омогућава модалну анализу и анализу одзива система при континуалној варијацији конструкционих параметара и параметара побуде;
- развијен је поступак за одређивање подскупова конструкционих параметара и параметара побуде при којима систем улази у стање резонанције;
- на основу критичке анализе граничних убрзања и динамичких коефицијената наведених у референтној литератури и техничкој регулативи (стандардима) закључено је да наведена гранична убрзања представљају добру заштиту система од појаве резонанције;
- развијен је поступак за одређивање критичних области појединих параметара система, у којима се могу јавити нежељени динамички ефекти;
- развијен је поступак избора оптималног броја кашика на ротору са аспекта динамичког понашања система, што представља важан искорак у дефинисању конструкционих параметара машине.

7.2 Критички осврт на полазне хипотезе

Тестирањем полазних хипотеза дошло се до следећих закључака:

- иако промена угла нагиба стреле ротора доводи до промене дистрибуције маса у моделу, као и до промене дужине ужади система за вешање стреле ротора, а тиме и њихове крутости, релативна процентуална одступања сопствених фреквенција, уколико се као основа за упоређивање усвоје вредности фреквенција при хоризонталном положаја стреле ротора, на целокупном домену промене угла нагиба стреле ротора крећу се у релативно уским границама (максимална апсолутна вредност поменутог одступања износи 3,3% и јавља се код пете сопствене фреквенције при углу нагиба стреле ротора $\alpha = -19,52^\circ$);
- ексцентрично постављене масе на стрели ротора неминовно изазивају торзију конструкције стреле ротора, али је конструкционим решењем предњег портала омогућено изједначавање сила у затегама стреле ротора, што уз једнакост сила у ужадима система за промену угла нагиба, доводи

до равномерног оптерећења задњег портала, а самим тим и изједначавања сила у затегама стреле противтега; на овај начин у потпуности је компензован утицај торзије стреле ротора; торзија стреле противтега, евентуално се може јавити услед несиметрије спољашњих маса које она носи;

- утицај крутости ужади доминантан је на осциловање конструкције у вертикалној равни, о чему сведоче следеће чињенице: (а) максимална вертикална убрзања референтних тачака конструкције стреле противтега опадају са порастом крутости ужади, док максимална вертикална убрзања референтних тачака конструкције стреле ротора са порастом крутости ужади расту; (б) вертикална померања свих референтних тачака система опадају са порастом крутости ужади; анализом прираштаја релативних вертикалних и бочних померања врхова одговарајућих појасева стреле ротора показано је да крутост ужади система за вешање не утиче на торзионе осцилације стреле ротора; релативна вертикална померања остају готово константна у читавом дијапазону промене разматраног параметра; крутост ужади не утиче на бочна померања референтних тачака система.
- приликом варирања масе ротора са погоном у инжењерски рационалном дијапазону, у условима одржавања положаја средишта маса по подужној оси структуре, (а) релативна процентуална одступања сопствених фреквенција, уколико се као основа за упоређивање усвоје вредности фреквенција базног модела, крећу се у релативно широким границама (максимална апсолутна вредност поменутог одступања износи $\approx 10,7\%$ и јавља се код треће сопствене фреквенције при релативној маси ротора са погоном $k=p=1,5$) и (б) систем улази у резонанције четвртог и петог реда;
- промена броја кашика распоређених на ротору за усвојене параметре погона ротора уз одржање теоријског капацитета роторног багера значајно утиче на вредности фреквенција побуде, неравномерност и динамичност оптерећења изазваних отпором копању као и средња оптерећења ротора, док максимална оптерећења ротора остају константна без обзира на средњи број кашика у захвату са тлом; приликом варирања броја кашика

на ротору од 9 до 24, у континуалном домену, у фреквентном опсегу до 4 Hz јавља се 25 резонанцијских стања система.

- резултати истраживања показали су да динамички коефицијенти прописани одговарајућом техничком регулативом (пре свега, стандард DIN 22261), односно из њих изведена гранична убрзања референтних тачака, представљају добру заштиту система од појаве резонанције; осим тога, доказано је да разматрана конструкција двопорталног роторног багера, код које су генералисана убрзања референтних тачака система нижа од граничних, осцилује у области довољно далекој од резонантних стања.

7.3 Применљивост и значај резултата истраживања

Применом модела двопорталног роторног багера развијеног у докторској дисертацији, уз увођење ограничења у убрзањима референтних тачака система, могуће је већ у фази пројектовања одредити критичне области и избећи појаву нежељених динамичких ефеката. Тиме се у значајној мери смањује ризик од појаве отказа и ломова подструктура разматране класе машина. Резултати истраживања у оквиру докторске дисертације представљају допринос у области анализе динамичког понашања роторних багера, пре свега имајући у виду чињеницу да се у инжењерској пракси и важећој техничкој регулативи недовољно познавање динамичких процеса решава применом квазистатичке методе. Презентиран поступак моделирања двопорталног роторног багера као изузетно комплексног просторног динамичког система, као и оригинални поступци одређивања комбинација вредности параметара које могу довести до нежељених динамичких ефеката, значајну улогу могу имати и у процесима реконструкције и модернизације разматране класе машина намењене за вишедеценијску експлоатацију у екстремно тешким радним условима.

7.4 Могући правци даљих истраживања

Параметри који доминантно дефинишу динамичко понашање променљивог су карактера не само у фази пројектовања, већ и током експлоатације роторних багера, што наглашава неопходност наставка истраживања у следећим могућим правцима:

- анализи утицаја геометријског обликовања конструкције на динамичко понашање двопорталног роторног багера;
- анализи утицаја увођења фреквентне регулације погона ротора са аспекта динамичког понашања система;
- утицај ужетног система за вешање стреле ротора на пригушење осцилација стреле противтега;
- анализа утицаја интеракције кашика и тла и отпора копању на модалне карактеристике и одзив система.

Литература

- [1] Durst W., Vogt W.: *Bucket wheel excavators*, Trans Tech Publications, Clausthal-Zellerfeld, 1988.
- [2] Bošnjak S., Simonović A., Petković Z., Zrnić N.: *Comparative analysis of strength for variant structural solutions of lower structure for bucket wheel excavator KRUPP–C-700 S*, - Journal of Applied Engineering Science – IIPP, No 14, 2006, pp. 19-28.
- [3] Bošnjak S., Petković Z., Đorđević M., Gnjatović N.: *Redesign of the Bucket Wheel Excavating Device*, - Proceedings of the 19th International Conference on Material Handling Constructions and Logistics MHCL 2009, Belgrade, 2009., pp. 123-128.
- [4] Bošnjak S., Pantelić M., Zrnić N., Gnjatović N., Đorđević M.: *Failure analysis and reconstruction design of the slewing platform mantle of the bucket wheel excavator O&K SchRs 630*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol 18, No 2, 2011, pp. 658-669. (IF=1,086)
- [5] Bošnjak S., Savićević S., Gnjatović N., Milenović I., Pantelić M.: *Disaster of the bucket wheel excavator caused by extreme environmental impact: Consequences, rescue and reconstruction*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol 56, 2015, pp. 360-374. (IF=1,028)
- [6] Savković M., Gašić M., Arsić M., Petrović R.: *Analysis of the axle fracture of the bucket wheel excavator*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol 18, No 1, 2011, pp. 433-441. (IF=1,086)
- [7] Savković M., Gašić M., Petrović D., Zdravković N., Pljakić R.: *Analysis of the drive shaft fracture of the bucket wheel excavator*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol 20, 2012, pp. 105-117. (IF=0,855)
- [8] Arsić M., Bošnjak S., Zrnić N., Sedmak A., Gnjatović N.: *Bucket Wheel Failure caused by residual Stresses in welded Joints*, Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol. 18, No 2, 2011, pp. 700-712. (IF=1,086)
- [9] Bošnjak S., Petković Z., Gnjatović N., Milenović I., Jerman B.: *Impact of the Track Wheel Axles on the Strength of the Bucket Wheel Excavator Two-Wheel Bogie*, - Tehnički Vjesnik-Technical Gazette, ISSN 1330-3651, Vol. 20, No 5, 2013, pp. 803-810. (IF=0,615)

- [10] Bošnjak S., Momčilović D., Petković Z., Pantelić M., Gnjatović N.: *Failure Investigation of the Bucket Wheel Excavator Crawler Chain Link*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol. 35, 2013, pp. 462-469. (IF=1,130)
- [11] Bošnjak S., Petković Z., Simonović A., Zrnić N., Gnjatović N.: 'Designing – in' Failures and Redesign of Bucket Wheel Excavator Undercarriage, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol. 35, 2013, pp. 95-103. (IF=1,130)
- [12] Rusiński E., Harnatkiewicz P., Kowalczyk M., Moczko P.: *Examination of the causes of a bucket wheel fracture in a bucket wheel excavator*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol 17, No 6, 2010, pp. 1300-1312. (IF=0,770)
- [13] Rusiński E., Czmochoński J., Pietrusiak D.: *Selected problems in designing and constructing surface mining machinery*, - FME Transactions, Vol 40, No 4, 2012, pp. 153–164.
- [14] Rusiński E., Czmochoński J., Iluk A., Kowalczyk M.: *An analysis of the causes of a BWE counterweight boom support fracture*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol 17, No 1, 2010, pp. 179-191. (IF=0,770)
- [15] Bošnjak S., Petković Z., Dunjić M., Gnjatović N., Đorđević M.: *Redesign of the vital subsystems as a way of extending the bucket wheel excavators life*, - Technics Technologies Education Management-TTEM, ISSN 1840-1503, Vol. 7, issue 4, 2012, pp. 1620-1629. (IF=0,414)
- [16] de Castro P. M. S. T., Fernandes A. A.: *Methodologies for failure analysis: a critical survey*, - Materials & Design, ISSN 0261-3069, Vol 25, No 2, 2005, pp. 117-123. (IF=0,785)
- [17] Bošnjak S., Arsić M., Zrnić N., Rakin M., Pantelić M.: *Bucket wheel excavator: Integrity assessment of the bucket wheel boom tie-rod welded joint*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol 18, No 1, 2011, pp. 212-222. (IF=1,086)
- [18] Bošnjak S., Zrnić N.: *Dynamics, failures, redesigning and environmentally friendly technologies in surface mining systems*, - Archives of Civil and Mechanical Engineering, ISSN 1644-9665, Vol 12, No 3, 2012, pp. 348-359. (IF=0,963)

- [19] Bošnjak S.: *Some of the problems on dynamics and strength of the high performance machines*, - Journal of Applied Engineering Science – IIPP, Vol 8, No 1, 2010, pp. 1-12.
- [20] Bošnjak S., Oguamanam D., Zrnić N.: *On the dynamic modeling of machines: Part I - Bucket wheel excavators*, - Proceedings of the 18th International Conference on Material Handling Constructions and Logistics MHCL 2006, Belgrade 2006., pp. 13-28.
- [21] Волков Д.П., Черкасов В.А.: *Динамика и прочность многоковшовых экскаваторов и отвалообразователей*, Машиностроение, Москва, 1969.
- [22] Панкратов С.А.: *Динамика машин для открытых горных и земляных работ*, Машиностроение, Москва, 1967.
- [23] Миловић Б., Ивковић С.: *Сопствене осцилације радног точка роторних багера у вертикалној равни*, - Зборник радова Рударско-геолошког факултета, бр. 18, Београд, 1975., стр. 297-306.
- [24] Петковић З.: *Прилог анализи динамичког понашања рото багера*, Докторска дисертација, Машински факултет, Београд, 1990.
- [25] Petković Z.: *Dinamičko modeliranje rotornih bagera sa dva jarbola – portala pri njegovom oscilovanju u vertikalnoj radnoj ravni*, Proceedings of the 2nd International Conference on Materials Handling, Belgrade 1992., pp. 174-179.
- [26] Bošnjak S., Oguamanam D., Zrnić N.: *On the dynamic modeling of bucket wheel excavators*, - FME Transactions Vol 34, No 4, 2006, pp. 221-226.
- [27] Obradović A., Bošnjak S., Zrnić N., Gašić V.: *Analysis of dynamic behavior of the bucket wheel excavator boom modeled as an elastic body*, Proceedings of the 2nd International Congress of Serbian Society of Mechanics, Palić 2009, pp. 1-9.
- [28] Luu Q. K.: *Stability-Oriented Dynamics and Control of Complex Rigid-Flexible Mechanical Systems Using the Example of a Bucket-Wheel Excavator*, PhD dissertation, University of Duisburg-Essen, Essen, 2014.
- [29] Бошњак, С.: *Динамика роторних багера са радијалним ископом у условима стохастичке побуде изазване отпором копању*, Докторска дисертација, Машински факултет, Београд, 1995.
- [30] Bošnjak S.M., Oguamanam D.C.D., Zrnić N.D.: *The influence of constructive parameters on response of bucket wheel excavator superstructure in the out-of-*

- resonance region*, - Archives of Civil and Mechanical Engineering, ISSN 1644-9665, Vol 15, No 4, 2015, pp. 977-985. (IF=1,793)
- [31] Јовковић М.: *Анализа утицаја конструктивних параметара и параметара режима рада на оптерећење и динамичко понашање роторних багера*, Магистарска теза, Машински факултет, Београд, 2002.
 - [32] Петрић С.: *Динамика ужетног механизма за дизање стреле ротора*, Магистарска теза, Машински факултет, Београд, 2006.
 - [33] Bošnjak S., Petković Z., Zrnić N., Petrić S.: *Mathematical modeling of dynamic processes of bucket wheel excavators*, - Proceedings of the 5th MATHMOD, ARGESIM REPORT, Vienna, 2006., pp. 4.1-4.10.
 - [34] Миловић, П.: *Прилог одређивању величина отпора копању материјала тла*, Докторска дисертација, Машински факултет, Београд, 1987.
 - [35] Бошњак, С.: *Прилог анализи динамичког оптерећења стреле роторног багера*, Магистарска теза, Машински факултет, Београд, 1991.
 - [36] Макаре М.: *Теорија багеровања роторним багерима*, Рударски институт, Београд, 1990.
 - [37] Pajer G., Pfeifer M., Kurth F.: *Tagebau grosgerate und Universalbagger*, Veb Verlag Technik, Berlin, 1971.
 - [38] Rasper L.: *Der Schaufelradbagger als Gewinnungsgerat*, Trans Tech Publications, Clausthal, 1973.
 - [39] Петковић З., Бошњак С.: *Утицај крутости носеће конструкције роторних багера на динамичку стабилност система*, - Зборник XX југословенског конгреса теоријске и примењене механике, Крагујевац, 1993., стр. 200-203.
 - [40] Петковић З., Бошњак С.: *Реолинеарне нискофреквентне осцилације носеће структуре роторног багера у вертикалној равни*, - Зборник I међународног скупа „Тешка машиноградња“, Краљево, 1993., стр. 31-36.
 - [41] Chudnovskii V.Yu.: *Horizontal vibrations of the excavating part of a rotary excavator and their suppression*, - Journal of Machinery Manufacture and Reliability, ISSN 1052-6188, Vol 36, No 3, 2007, pp. 224–228.
 - [42] Chudnovskii V.Yu.: *Vertical oscillations of the working unit of a bucket-wheel excavator in a pit face and their suppression*, - Journal of Machinery

- Manufacture and Reliability, ISSN 1052-6188, Vol 37, No 3, 2008, pp. 221–227.
- [43] Bošnjak S., Petković Z., Zrnić N., Simić G., Simonović A.: *Cracks, repair and reconstruction of bucket wheel excavator slewing platform*, - Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6307, Vol 16, No 5, 2009, pp. 1631-1642. (IF=0,945)
 - [44] Bošnjak S.: *Comments on "Determination and Analysis of the Theoretical Production of a Bucket Wheel Excavator"*, - Archives of Mining Sciences, ISSN 0860-7001, Vol 60, No 1, 2015, pp. 283-301. (IF=0,608)
 - [45] Che Z.X., Chen Y.L.: *Determination and analysis of the theoretical production of a bucket wheel excavator*, - Archives of Mining Sciences, ISSN 0860-7001, Vol 59, No 1, 2014, pp. 283-291. (IF=0,608)
 - [46] Gottvald J.: *Measuring and Comparison of Natural Frequencies of Bucket Wheel Excavators SchRs 1320 and K 2000*, GEMESD'11 - Proceedings of the 4th WSEAS international conference on Energy and development - environment - biomedicine, Corfu Island, 2011., pp. 335-340.
 - [47] Gottvald J.: *The calculation and measurement of the natural frequencies of the bucket wheel excavator SchRs 1320/4x30*, - Transport, ISSN 1648-4142, Vol 25, No 3, 2010, pp. 269–277. (IF=2,552)
 - [48] Pietrusiak D.: *Analiza modalna w ocenie dynamiki ustroju wielonaczyniowych koparek kołowych*, PhD dissertation, Politechnika Wrocławska, Wrocław, 2013.
 - [49] Rusiński E., Czmochoński J., Moczko P., Pietrusiak D.: *Assessment of the correlation between the numerical and experimental dynamic characteristics of the bucket wheel excavator in terms of the operational conditions*, - FME Transactions, Vol 41, No 4, 2013, pp. 298–304.
 - [50] Rusiński E., Moczko P., Pietrusiak D.: *Low frequency vibrations of the surface mining machines caused by operational loads and its impact on durability*, Proceedings of the ISMA2014 International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, 2014., pp. 683-694.
 - [51] Pietrusiak D., Moczko P., Czmochoński J.: *Field and numerical testing of the BWE SchRs4600.50 dynamic behavior*, Proceedings of the 31st International

- Modal Analysis Conference - Topics in Modal Analysis, Volume 7, California, USA, 2013, pp. 525-532.
- [52] Gottvald J.: *Analysis of vibrations of bucket wheel excavator SchRs 1320 during mining process*, - FME Transactions, Vol 40, No 4, 2012, pp. 165–170.
- [53] Jovančić P., Tanasijević M., Ignjatović D.: *Relation between numerical model and vibration: behavior diagnosis for bucket wheel drive assembly at the bucket wheel excavator*, - Journal of Vibroengineering, ISSN 1392-8716, Vol 12, No 4, 2010, pp. 500–513. (IF=0,323)
- [54] Brkić A., Maneski T., Ignjatović D., Jovančić P., Spasojević Brkić V.: *Diagnostics of bucket wheel excavator discharge boom dynamic performance and its reconstruction*, - Maintenance and Reliability, ISSN 1507-2711, Vol 16, No 2, 2014, pp. 188-197. (IF=0,983)
- [55] Rusiński E., Moczko P., Odyjas P., Pietrusiak D.: *Investigations of structural vibrations problems of high performance machines*, - FME Transactions, Vol 41, No 4, 2013, pp. 305–310.
- [56] Rusiński E., Dragan S., Moczko P., Pietrusiak D.: *Implementation of experimental method of determining modal characteristics of surface mining machinery in the modernization of the excavating unit*, - Archives of Civil and Mechanical Engineering, ISSN 1644-9665, Vol 12, No 4, 2012, pp. 471–476. (IF=0,963)
- [57] Rusiński E., Czmochowski J., Moczko P., Pietrusiak D.: *Evaluation of buckets number in purpose to avoid resonance*, Book of abstracts of the 28th Danubia-Adria-Symposium, Siófok, Hungary, 2011, pp. 1-2.
- [58] Rusiński E., Czmochowski J., Moczko P., Kowalczyk M., Pietrusiak D., Przybyłek G., Smolnicki T., Stańco M.: *Ocena stanu technicznego maszyn podstawowych górnictwa odkrywkowego*, Oficyna wydawnicza politechniki wrocławskiej, Wrocław, 2015.
- [59] Bošnjak S., Gnjatović N., Savićević S., Pantelić M., Milenović I.: *Basic parameters of the static stability, loads and strength of the vital parts of the bucket wheel excavator's slewing superstructure*, - Journal of Zhejiang University - SCIENCE A, Article in press (DOI: 10.1631/jzus.A1500037), 2015. (IF=0,882).

- [60] Nan N., Kovacs I., Popescu F.: *Balance Control by Weighting and Tensiometric Measurements of Bucket Wheel Excavators*, - WSEAS Transactions on Systems and Control, Vol 3, No 11, 2008, pp. 927–938.
- [61] Владимирев В. М., Шендеров А. И., Калашников Ю. Т., Хазанет Л. Л., Слизкий П. И., Середя Г. Л.: *Карьерные роторные экскаваторы*, Техника, Киев, 1968.
- [62] Вуковић Ј., Обрадовић А.: *Линеарне осцилације механичких система*, Машински факултет Универзитета у Београду, Београд, 2007.
- [63] Radosavljević Lj.: *Teorija oscilacija*, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1981.
- [64] Bošnjak S., Petković Z., Arsić M., Gnjatović N., Milenović, I.: *Buckets of the Bucket Wheel Excavators: Failures and Redesign*, - Proceedings of the 11th International Conference on Accomplishments in Electrical and Mechanical Engineering and Information Tehnology DEMI 2013, Banja Luka, 2013, pp. 243-248.
- [65] Rusiński E., Czmochoowski J., Moczko P., Pietrusiak D.: *Challenges and strategies of long-life operation and maintenance of technical objects*, - Proceedings of the 21th International Conference on Material Handling Constructions and Logistics MHCL 2015, Vienna 2015, pp. 23-32.
- [66] Bošnjak S., Petković Z., Đorđević M., Gnjatović N.: *Redesign of Bucket Wheel Excavating Device*, - Proceedings of the 19th International Conference on Material Handling Constructions and Logistics MHCL 2009, Belgrade 2009, pp. 123-128.
- [67] Гарбузов З. Е., Ильгисонис В. К., Мутушев Г. А., Нарет Г. Б., Подборский Л. Е., Успенский В. П.: *Землеройные машины непрерывного действия*, Машиностроение, Москва - Ленинград, 1965.
- [68] Bošnjak S.: *Rotorni rovokopači*, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 2001.
- [69] Јовановић Д.: *Истраживање оптерећења роторних багера на површинским коповима у зависности од услова одвијања процеса ископа материјала*, Докторска дисертација, Машински факултет, Београд, 1995.

Биографија

Небојша Гњатовић, дипл. инж. маш. рођен је 20. 05. 1982. године у Београду, где је завршио основну школу и гимназију. За постигнуте успехе током школовања награђен је дипломом „Вук Стефановић Караџић“. На Машински факултет Универзитета у Београду уписао се 2000. године. Дипломирао је 2006. године са просечном оценом 8,73 и оценом 10 за дипломски рад из предмета Рударске машине. Исте године уписао је докторске студије на Машинском факултету Универзитета у Београду и положио све испите са просечном оценом 9,90.

Радни однос на Машинском факултету Универзитета у Београду засновао је 2006. године у својству сарадника-истраживача. За асистента за ужу научну област механизација изабран је 2009. године, а реизабран 2013. године. Током 2010. године био је на одслужењу војног рока.

Коаутор је 25 научно-стручних радова, од чега је 10 радова публикувано у научним часописима међународног значаја (9 са SCI листе), 2 у часописима националног значаја, 13 радова саопштених на међународним скуповима и штампанх у целини, 4 техничка и развојна решења и 36 оригиналих стручних остварења за потребе привреде. Доминантни део научно-стручних остварења односи се на машине за површинску експлоатацију угља. Осим наведеног, учествовао је и у реализацији 3 научноистраживачка пројекта финансирана од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

За свој истраживачко-стручни рад, добио је следеће награде:

- Златну медаљу са ликом Николе Тесле у категорији нових технологија на Међународној изложби проналазака, нових технологија и индустријског дизајна, 2009. године;
- Годишње награде Привредне коморе Београда за техничко унапређење, 2010. и 2013. године;
- Годишњу награду Инжењерске коморе Србије у категорији остварења изузетних резултата на почетку стручне каријере, 2015. године.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Небојша Б. Ђатовић, дипл. инж. маш.

број индекса Д8/06

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

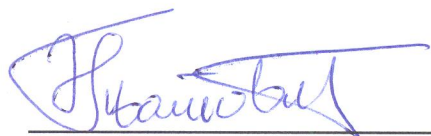
Утицај конструкционих параметара и параметара побуде на одзив двопорталног

роторног багера у ванрезонанцијској области

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 23.03.2016.



Прилог 2.

**Изјава о истоветности штампане и електронске
верзије докторског рада**

Име и презиме аутора Небојша Гњатовић

Број индекса Д8/06

Студијски програм _____

Наслов рада Утицај конструкционих параметара и параметара побуде на одзив
двопорталног роторног багера у ванрезонанцијској области

Ментор др Срђан Бошњак, редовни професор

Потписани/а Небојша Б. Гњатовић, дипл. инж. маш.

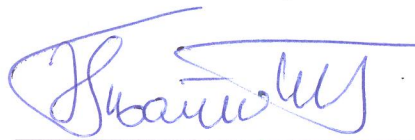
Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 23.03.2016.



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Утицај конструкционих параметара и параметара побуде на одзив двопорталног

роторног багера у ванрезонанцијској области

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

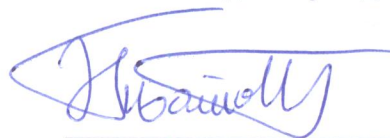
Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
- ☒ 3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

У Београду, 23.03.2016.

Потпис докторанда



1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.