

UNIVERZITET U BEOGRADU

MAŠINSKI FAKULTET

Nenad D. Vidanović

**AERODINAMIČKO–STRUKTURALNA
OPTIMIZACIJA UZGONSKIH
POVRŠINA LETELICA**

doktorska disertacija

Beograd, 2015.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Nenad D. Vidanović

**AERODYNAMIC–STRUCTURAL
OPTIMIZATION OF AIRCRAFT
LIFTING SURFACES**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015.

Podaci o mentoru i članovima komisije za pregled i odbranu:

Mentor:

prof. dr Boško Rašuo
redovni profesor, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

Članovi komisije:

prof. dr Boško Rašuo
redovni profesor, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

prof. dr Aleksandar Bengin
redovni profesor, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

prof. dr Mirko Dinulović
vanredni profesor, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

dr Aleksandar Grbović
docent, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

prof. dr Gordana Kastratović
vanredni profesor, Saobraćajni fakultet, Univerzitet u Beogradu

Datum odbrane:

Zahvalnica

Na prvom mestu bih želeo da se zahvalim svom mentoru, prof. dr Bošku Rašuo, na ukazanom poverenju, bezuslovno prihvativši da budem njegov doktorand. Svom mentoru dugujem neizmernu zahvalnost na iskrenoj, bezrezervnoj i svestranoj pomoći, na podršci, strpljenju i razumevanju, te na više nego korisnim profesionalnim i prijateljskim sugestijama, a koje su kvalitetno usmeravale moj naučni i istraživački rad.

Želim da iskažem najiskreniju zahvalnost članovima Komisije za pregled i odbranu, a u sastavu: prof. dr Aleksandar Bengin, prof. dr Mirko Dinulović, docent dr Aleksandar Grbović, od kojih je svako svojim nesebičnim angažovanjem imao udeo u izradi ove disertacije, dok bih u tom smislu posebnu zahvalnost uputio prof. dr Gordani Kastratović, bez čije pomoći bi izrada ove disertacije bila neuporedivo teža.

Posebnu zahvalnost bih uputio i poštovanim kolegama iz Vojnotehničkog instituta u Beogradu, prof. dr Stevanu Maksimoviću, naučnom savetniku i načelniku Odeljenja za čvrstoću, kao i dr Dušanu Ćurčiću, načelniku Sektora eksperimentalne aerodinamike i prototipova, kod kojih sam pohađao eksperimentalnu nastavu i koji su mi obezbedili neophodne eksperimentalne rezultate na kojima se u značajnoj meri ova disertacija zasniva, a bez kojih ista ne bi imala smisla. Takođe, želeo bih da se zahvalim gospodinu Francu Hudomalu, dr Zoranu Filipoviću, dr Mirjani Puharić i prof. dr Dragoslavu Kuzmanoviću, a koji su mi direktno ili indirektno obezbedili kontakte i saradnju sa gore pomenutim načelnicima Vojnotehničkog instituta.

Zahvalnost na iskrenoj podršci dugujem prof. dr Aleksandru Sedmaku, kao i dr Vukmanu Bakiću, na čiju svestranu i nesebičnu pomoć sam mogao u svakom trenutku da računam.

Srdačno sam zahvalan svom učitelju, vrhunskom majstoru Slobodanu Jovičiću, čija učenja me sigurnim koracima vode kroz život.

Hvala na razumevanju svim mojim prijateljima, a koji su mi sve vreme bili vetar u leđa.

Na kraju, kao vid posebne zahvalnosti na neizmernoj životnoj podršci, istu bih uputio svojim roditeljima Dragiši i Veri, kao i deki Jovanu, kojima ovu disertaciju posvećujem.

Aerodinamičko-strukturalna optimizacija uzgonskih površina letelica

Rezime

Istraživanjem tokom izrade ove disertacije sprovedena je multidisciplinarna studija kojom je izvršeno numeričko modeliranje interakcije fluid-struktura uzgonskih površina letelica. Numeričko modeliranje fenomena interakcije na relaciji fluid-struktura sprovedeno je posrednim sprežanjem aerodinamičkih i strukturalnih proračuna, a sa visokim stepenom pouzdanosti numeričkog predviđanja. Primenom predloženog algoritma postignuta je veća tačnost aerodinamičko-strukturalnih analiza u odnosu na postojeće postavke, dok je sama pouzdanost numeričkih proračuna utvrđena u odnosu na sprovedene aerodinamičke i strukturalne eksperimente.

U okviru definisanih karakterističnih (kritičnih) režima tokom procesa eksploatacije, izvršen je izbor optimalnog aerodinamičkog oblika koji ispunjava taktičko-tehničke zahteve projektovanja, kao i propisana ograničenja, a na osnovu čega su aerodinamičko-strukturalne karakteristike letelice unapređene. Postupak optimizacije je baziran na korišćenju aproksimativnog modela, koji je opisan statističkim metodima, dok je sam optimajzer evolucionog tipa. Predloženo modularno okruženje predstavlja osnovni metod multidisciplinarnе optimizacije opslužen od strane jedinstvenog optimajzera.

U okviru kreiranog monolitičkog okruženja sprovedena je optimizacija krila balističkog projektila kratkog dometa. Metodom meta-modeliranja prostora pretrage značajno je povećan broj mogućih optimalnih geometrija koje zadovoljavaju i ciljeve i ograničenja. Osnovni doprinos predstavlja aerodinamičko-strukturalno unapređivanje inicijalne geometrije analiziranog, realnog balističkog projektila. Optimizacijom su postojeće karakteristike i performanse projektila podignute na viši nivo, čime je u okviru realnih režima eksploatacije ostvareno povećanje finese, a time i dometa projektila, dok je sa aspekta sigurnosti pouzdanost samog projektila poboljšana. Ceo postupak je doprineo da troškovi razvojnog programa budu značajno umanjeni, a što se

posebno ogleda u uštedama na polju eksperimentalnih i numeričkih resursa. Ostvarenim rezultatima analizirane letelice postignuti su realni uslovi za potencijalni razvoj jednog takvog raketnog sistema, a sam razvojni program je u mnogome unapređen i može poslužiti za razvoj i drugih letelica. Kreiranje numeričkog okruženja koje omogućava ovakav vid analize predstavlja značajan naučni i praktični doprinos pri spregnutom modeliranju ponašanja strukture izložene dejstvu fluida.

Ključne reči:

Interakcija fluid-struktura (FSI), uzgonske površine letelica, multidisciplinarna optimizacija (MDO), meta-modeliranje, genetski algoritam, konačni elementi, konačne zapremine, eksperimentalna aerodinamika, eksperimentalna čvrstoća, balistički projektili

Naučna oblast:

Tehničke nauke

Uža naučna oblast:

Mašinstvo

UDK broj:

629.7.015.4:533.6.013.42(043.3)

Aerodynamic-structural optimization of aircraft lifting surfaces

Abstract

In this research a multidisciplinary study of numerical modeling of fluid-structure interaction phenomenon was carried out. Numerical modeling of fluid-structure interaction of lifting surfaces was accomplished thru closely coupled aerodynamic and structural computational domains, with high computational reliability and accuracy which were established regarding conducted aerodynamic and structural experiments. The proposed algorithm gives better numerical accuracy of aerodynamic-structural analysis compared to existing similar methods.

Multipoint and multidiscipline aerodynamic shape optimization, with respect to predefined objectives and constrains, was carried out in order to achieve the improvement of initial aerodynamic-structural performances of aircraft. The multidisciplinary feasible method proposed in this thesis, is a single level method driven by meta-modeling based evolutionary optimizer.

The proposed monolithic environment was used for optimization of a realistic short range ballistic missile fin. This kind of analysis enabled increased number of feasible optimal geometries of fin, while its special feature was the overall improvement of ballistic missile initial geometry. Within realistic multipoint regimes, the initial performances of missile were optimized and upgraded, especially the missile fitness, and therefore range. At the same time, the reliability of missile overall behavior was improved. The whole procedure significantly decreased the costs of developing program, especially in use of experimental and numerical resources. The achieved results, regarding the ballistic missile, provide real conditions for potential development of such and similar aircrafts, with upgraded developing program. The established multi-modular design optimization environment which enabled this kind of analysis presents significant scientific and practical contribution of fluid-structure interaction numerical modeling.

Keywords:

Fluid-structure interaction (FSI), aircraft lifting surfaces, multidisciplinary design optimization (MDO), meta-modeling, genetic algorithm, finite element method, finite volume method, experimental aerodynamics, experimental strength, ballistic missiles

Scientific field:

Technical sciences

Specific scientific field:

Mechanical engineering

UDC number:

629.7.015.4:533.6.013.42(043.3)

Sadržaj

1 Uvod	2
2 Pregled literature, motivacija, ciljevi teze	7
3 Evoluciona multikriterijumska optimizacija	26
3.1 Problem višeciljne optimizacije	27
3.2 Koncept dominacije i <i>Pareto</i> optimalnosti	28
3.3 Genetski algoritmi	32
3.3.1 Kodiranje realnim brojevima	34
3.3.2 Selekcija	35
3.3.3 Ukrštanje	38
3.3.4 Mutacija	39
3.4 NSGA, Strogo elitistički NSGA-II i NSGA-II sa kontrolisanim elitizmom	39
3.4.1 NSGA	39
3.4.2 Strogo elitistički NSGA-II	41
3.4.3 NSGA-II sa kontrolisanim elitizmom	43
3.5 Funkcije ograničenja kod višeciljnih optimizacionih algoritama	46
3.6 Tok MOGA optimizacionog metoda	47
3.6.1 Proces odlučivanja	48
3.7 Aproksimativni modeli i numerički eksperimenti	49
4 Aerodinamičko-strukturalna analiza	57
4.1 Aerodinamička analiza	57
4.2 Strukturalna analiza	82
4.3 Aerodinamičko-strukturalna interakcija	87
4.3.1 „Crna kutija” SYSTEM COUPLING	88
4.3.2 Osnovne postavke modula	89

4.3.3 Kontrola i sinhronizacija proračuna	91
4.3.4 Dinamičke mreže	96
5 Verifikacija, validacija i optimizacija numeričkih proračuna	99
5.1 Opis problema.....	99
5.2 Numerička i eksperimentalna aerodinamička analiza	104
5.2.1 Instalacija za eksperimentalnu aerodinamiku	105
5.2.2 Verifikacija i validacija nad standardnim AGARD-B modelom i optimizacija numeričkih proračuna strujanja.....	106
5.2.3 Verifikacija i validacija nad nestandardnim N1G modelom i optimizacija numeričkih proračuna strujanja.....	110
5.3 Numerička i eksperimentalna analiza čvrstoće, aerodinamičko-strukturalna analiza	119
5.3.1 Instalacija za eksperimentalnu čvrstoću.....	120
5.3.2 Verifikacija, optimizacija numeričkih proračuna strukture, interferencija krilo/trup.....	121
5.4 Verifikacija rezultata numeričke aeroelastičnosti nad modelom AGARD 445.6 krila	129
6 Formulacija aerodinamičko-strukturalne optimizacije krila.....	136
6.1 Definisane domena i optimizacionih postavki.....	141
6.2 Podešavanja optimizacionih postavki i procena kvaliteta predviđanja meta-modela.....	148
6.3 Rezultati aerodinamičke i aerodinamičko-strukturalne optimizacije	154
AERODINAMIČKA OPTIMIZACIJA	156
AERODINAMIČKO–STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – A.....	165
AERODINAMIČKO–STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – B	174
AERODINAMIČKO–STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – C	183
6.4 Analiza rezultata i finalna razmatranja.....	192
7 Zaključak i preporuke.....	202

Bibliografija.....	211
Prilog A	230

Slike

1.1. <i>Collar</i> -ova aeroelastična šema	4
3.1. Preslikavanje dopustivog rešenja iz prostora pretrge u kriterijumski prostor	28
3.2. Preslikavanje dopustivog rešenja iz prostora pretrge u deo kriterijumskog prostora koji ne pripada <i>Pareto</i> frontu	29
3.3. Prikaz dominacije i nedominacije u prostoru dve funkcije cilja sa različitim vrednostima	30
3.4. Sortiranje rešenja po nivoima dominacije	31
3.5. Šema jednog prostog genetskog algoritma	34
3.6. Prosta selekcija točkom ruleta	36
3.7. Kumulativna linija	37
3.8. Stohastička univerzalna selekcija točkom ruleta	37
3.9. Klasifikacija roditeljske populacije rešenja po frontovima za NSGA	40
3.10. Postupak sortiranja strogo elitističkog NSGA-II	42
3.11. Prikaz podužne i lateralne raznolikosti	44
3.12. Komparativni prikaz popunjavanja nove generacije metodom strogog i kontrolisanog elitizma za NSGA-II	45
3.13. Koraci u okviru MOGA optimizacionog metoda	47
3.14. Redosled kreiranja meta-modela	49
3.15. Kreiranje odziva na osnovu generisane distribucije uzoraka	50
3.16. Opisan, upisan i centriran po stranama CCD	52

4.1. Zavisnost bezdimenzionih koordinata u^+ i y^+ unutar graničnog sloja.....	65
4.2. Metod konačnih zapremina primenjen na nestrukturalnu mrežu	72
4.3. Trodimenzionalni tetraedarski element SOLID187 sa deset čvorova	87
4.4. Šema eksplicitnog <i>closely</i> sprezanja fluidnog i strukturalnog domena pri modeliranju statičke aeroelastičnosti.....	89
4.5. Dodeljivalja <i>source</i> elemenata <i>bucket</i> elementima - BS mapiranje	93
4.6. Prikaz kontakta između <i>source</i> i <i>target</i> domena - GGI mapiranje.....	95
5.1. Kritične faze pri penjanju projektila.....	103
5.2. Aerotunelska instalacija T38 u VTI-u u Beogradu.....	105
5.3. Aerotunelski model AGARD-B u radnom delu T38.....	106
5.4. Osnovne dimenzije AGARD-B modela	106
5.5. Dijagrami distribucije koeficijenta momenta u funkciji napadnog ugla za <i>Mach</i> -ove brojeve $M = 0.6$ i $M = 1.6$	108
5.6. Dijagrami distribucije koeficijenta uzgona u funkciji napadnog ugla za <i>Mach</i> -ove brojeve $M = 0.6$ i $M = 1.6$	108
5.7. Dijagrami distribucije koeficijenta otpora u funkciji napadnog ugla za <i>Mach</i> -ove brojeve $M = 0.6$ i $M = 1.6$	109
5.8. Konfiguracija aerotunelskog modela N1G.....	112
5.9. Kvalitativni prikaz odstupanja između eksperimentalnih vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i koeficijenata simuliranih DB solverom sa 9554702 elemenata	115
5.10. Kvalitativni prikaz odstupanja između eksperimentalnih vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i koeficijenata simuliranih PB solverom sa 2060325 elemenata	115
5.11. Eksperimentalna instalacija za ispitivanje statičke čvrstoće sa test modelom	120

5.12. Raspored davča pomeranja na eksperimentalnom modelu.....	122
5.13. Veza krilo/telo i njena aproksimacija	125
5.14. Optimalna mreža konačnih elemenata.....	125
5.15. Rezultat prenosa podataka	126
5.16. Rezultat sprovedene strukturalne analize	126
5.17. Distribucija koeficijenta pritiska na relativnom rastojanju 34 % duž polurazmaha	131
5.18. Distribucija koeficijenta pritiska na relativnom rastojanju 67 % duž polurazmaha	131
5.19. Konture deformacija za mod 1 (Savijanje 1).....	132
5.20. Konture deformacija za mod 2 (Uvijanje 1).....	132
5.21. Konture deformacija za mod 3 (Savijanje 2).....	133
5.22. Konture deformacija za mod 4 (Uvijanje 2).....	133
5.23. Konture deformacija za mod 5 (Savijanje sa uvijanjem)	133
5.24. Pomeranje AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila u y-pravcu duž polurazmaha prema [48].....	134
5.25. Pomeranje AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila u y-pravcu duž polurazmaha	134
6.1. Šematski prikaz „toka informacija” i redosleda aktivnosti u okviru kreiranog multimodularnog okruženja.....	140
6.2. Uticaj gornjih i donjih granica na silu uzgona u funkciji <i>Mach</i> -ovog broja.....	143
6.3. Uticaj gornjih i donjih granica na silu otpora u funkciji <i>Mach</i> -ovog broja	143
6.4. Uticaj gornjih i donjih granica na finesu i masu u funkciji <i>Mach</i> -ovog broja	144

6.5. MAPP kriterijum konvergencije (prikazan crvenom „punom” linijom) i istorija konvergencije (prikazan crvenom „isprekidanom” linijom) prikazana kroz broj generacija/iteracija za multidisciplinarnu postavku – C	150
6.6. Istorija za finesu projektila za <i>multipoint</i> režim pri <i>Mach</i> -ovom broju 1.4.....	151
6.7. Istorija za finesu projektila za <i>multipoint</i> režim pri <i>Mach</i> -ovom broju 2.3.....	151
6.8. Istorija za finesu projektila za <i>multipoint</i> režim pri <i>Mach</i> -ovom broju 4.0.....	152
6.9. Istorija za masu krila projektila za <i>multipoint</i> režim	152
6.10. Doprinosi nad finesama projektila za sve <i>multipoint</i> optimizacione postavke nad sva tri <i>Mach</i> -ova broja u odnosu na finesu inicijalne geometrije projektila	195
6.11. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 1.4$, $H = 5000 [m]$, $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija).....	196
6.12. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 2.3$, $H = 10200 [m]$, $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija).....	196
6.13. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 4.0$, $H = 17000 [m]$, $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija).....	197
6.14. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 1.4$, $H = 5000 [m]$, $M = 2.3$, $H = 10200 [m]$, $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)	197
6.15. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 1.4$, $H = 5000 [m]$, $M = 4.0$, $H = 17000 [m]$, $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)	197

6.16. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 2.3$, $H = 10200$ [m], $M = 4.0$, $H = 17000$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)	198
6.17. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 1.4$, $H = 5000$ [m], $M = 2.3$, $H = 10200$ [m], $M = 4.0$, $H = 17000$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)	198
6.18. Uporedni prikaz inicijalne geometrije krila (isprekidana linija) i geometrije krila kao rezultat aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne (b) <i>multipoint</i> optimizacije nad sva tri režima (puna linija)	199
6.19. <i>Pareto</i> frontovi u funkciji <i>Mach</i> -ovih brojeva za aerodinamičko-strukturalnu optimizaciju – C	201

Tabele

3.1. Broj generisanih uzoraka kao funkcija ulaznih parametara.....	51
5.1. Osnovne i referentne dimenzije modela	107
5.2. Osnovne i referentne dimenzije aerotunelskog modela.....	112
5.3. Odstupanja između eksperimentalnih vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i koeficijenata simuliranih DB solverom sa 9554702 elemenata	114
5.4. Odstupanja između eksperimentalnih vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i koeficijenata simuliranih PB solverom sa 2060325 elemenata	114
5.5. Vrednosti aerodinamičkih koeficijenata krila proračunatih DB solverom sa 9554702 elemenata, kao i odgovarajuće deformacije	117
5.6. Vrednosti aerodinamičkih koeficijenata krila proračunatih PB solverom sa 2060325 elemenata, kao i odgovarajuće deformacije	117
5.7. Procentualno odstupanje između vrednosti aerodinamičkih koeficijenata krila proračunatih DB solverom sa 9554702 elemenata i PB solverom sa 2060325 elemenata, kao i procentualno odstupanje između odgovarajućih vrednosti deformacija	118
5.8. Uporedni prikaz vrednosti aerodinamičkih sila generisanih pri različitim rezolucijama mreže konačnih zapremena	123
5.9. Uporedni prikaz izračunatih aerodinamičkih sila i deformacija za finu i grubu rezoluciju proračunske mreže strukturalnog domena	124
5.10. Vrednosti aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika (odziva) pri inicijalnoj geometriji krila	129
5.11. Mehanička svojstva strukture AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila	130
5.12. Uporedni prikaz frekvencija osnovnih oblika oscilovanja AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila	132

6.1. Inicijalne vrednosti i granice za ulazne parametre	141
6.2. Dostignuti kriterijumi konvergencije i zaustavljanja optimizacionih postavki za <i>singlepoint</i> i <i>multipoint</i> režime	149
6.3. Koeficijenti dobrote fitovanja meta-modela.....	154
6.4. Procentualni doprinosi aerodinamičke optimizacije u odnosu na inicijalnu geometriju.....	164
6.5. Procentualni doprinosi aerodinamičko-strukturalne optimizacije – A u odnosu na inicijalnu geometriju.....	173
6.6. Procentualni doprinosi aerodinamičko-strukturalne optimizacije – B u odnosu na inicijalnu geometriju.....	182
6.7. Procentualni doprinosi aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C u odnosu na inicijalnu geometriju.....	191
6.8. Upporedni prikaz procentualnih doprinosa <i>multipoint</i> optimizacionih postavki nad sva tri <i>Mach</i> -ova broja u odnosu na inicijalnu geometriju	192
6.9. Upporedni prikaz aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika balističkog projektila pri inicijalnoj i optimizovanoj/finalnoj geometriji krila	200

Glava 1

Uvod

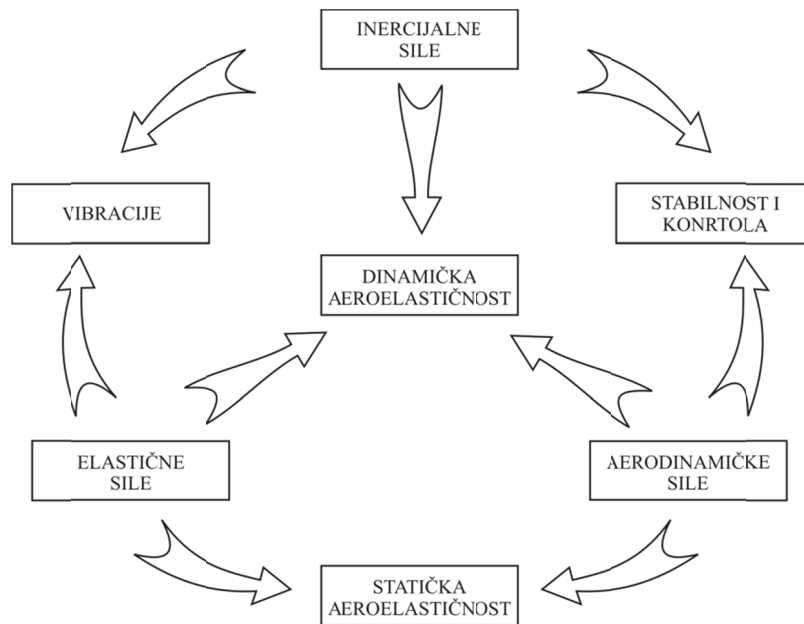
Rešavanje savremenih inženjerskih problema predstavlja traganje za kompromisom između različitih i, uglavnom, međusobno suprotstavljenih zahteva, a što podrazumeva interakciju više naučnih disciplina. Istraživanja koja su unapredila numeričke simulacije omogućila su upotrebu kompleksne multidisciplinarne i višeciljne optimizacije, a što je doprinelo njenoj sve većoj zastupljenosti u procesima razvoja, projektovanja, proizvodnje i održavanja. Razlog sve većoj zastupljenosti numeričke multidisciplinarne optimizacije sa multikriterijumskim postavkama motivisan je sve većim i rigoroznijim zahtevima kompleksnih inženjerskih problema. U cilju postizanja najboljeg mogućeg rešenja, međusobno suprotstavljeni zahtevi koje nameću aerodinamička i strukturalna analiza moraju biti ispunjeni, a višeciljni kriterijumi i ograničenja moraju biti zadovoljeni. Numeričkom optimizacijom je omogućeno efikasnije unapređivanje performansi, dok je paralelno zadovoljena potreba za racionalizacijom troškova eksperimentalnih i razvojnih ispitivanja.

Aeroelastičnost, kao fenomen, predstavlja dominantan faktor u procesima projektovanja i optimizacije letelica. Interakcija između elastične strukture i aerodinamičkog opterećenja, kao i rezultujuće ponašanje strukture, odnosno njen odziv tokom eksploatacije, predstavljaju suštinu aeroelastične analize. Konstantan razvoj i

unapređivanje metoda aerodinamičkih i strukturalnih simulacija omogućili su sprežanje numeričkih proračuna u okviru multidisciplinarnih analiza nad različitim fenomenima iz polja mašinstva [1-6]. Na taj način je omogućen verniji prikaz mehanizma generisanja aerodinamičkog opterećenja, kao i odziva elastične strukture naspram generisanog opterećenja, odnosno moguće je izvršiti modeliranje realnog ponašanja mašinskih konstrukcija izloženih dejstvu fluida. Aerodinamičke i strukturalne analize metodima numeričkih simulacija mogu predvideti i preduprediti različita kritična ponašanja letelica, koja mogu dovesti i do otkaza pojedinih komponenti, a ujedno pružaju i širok spektar informacija o poreklu opterećenja, kao i posledicama dejstva opterećenja koje se generiše kretanjem kroz fluidnu sredinu. Interakcija fluida i strukture može da dovede do povećanja statičke deformacije ili nestacionarnog ponašanja, kao i mogućeg otkaza, dok sa aspekta promene aerodinamičkog opterećenja može doći do povećanja ili smanjenja sile uzgona i sile otpora, zavisno od oblika deformacije uzgonske površine. Postupak se, kako je to već pomenuto, u osnovi, zasniva na sprežanju (kuplovanju) i analizi dve sredine, odnosno dve discipline - bidisciplinarna analiza. Sprežanje na relaciji fluid-struktura je mehanizam kojim se sa jedne strane generiše, odnosno strukturi „dodeljuje“ opterećenje usled strujanja, te analizira moguće ponašanje strukture, dok se sa druge strane može analizirati i ponašanje fluidne sredine usled dejstva deformisane strukture na istu, kao i uticaj prigušenja sredine.

Analiza uopšte podrazumeva različite pristupe u procesu modeliranja problema: analiza stacionarnosti ili nestacionarnosti, linearnosti ili nelinearnosti, kao i karakteristika materijala i stanja pod opterećenjem. Gore opisani mehanizam i priroda generisanja problema definišu način na koji će se modelirati kritično ponašanje, a koje će predstavljati okvir od interesa unutar kog će se sprovesti postupak, te i komparativno prikazati i tumačiti rezultati multidisciplinarnе optimizacije.

Odzivi na interakciju fluida i strukture predstavljaju funkcije parametara strujanja, odnosno uslova eksploatacije letelice, zatim karakteristike fluida i strukture, kao i aerodinamičkog oblika. Dakle, glavne komponente koje karakterišu problem aeroelastičnosti jesu aerodinamička, elastična i inercijalna opterećenja, a koja su funkcija karakteristika sredine i materijala, opstrujavanog oblika, kao i ubrzanja. Rezultujuća ponašanja koja su rezultat različitih kombinacija navedenih opterećenja mogu biti statičke, kvazistatičke ili dinamičke prirode (Slika 1).



Slika 1.1. Collar-ova aeroelastična šema

U zavisnosti od prirode problema, na osnovu slike 1, aerodinamičko-strukturalna analiza se kategorišekroz četiri moguća ponašanjastrukture [7-9]:

- **Analiza statičke i kvazistatičke aeroelastičnosti** - uzrokovane su interakcijom aerodinamičkih i elastičnih sila sa uticajem na performanse i stabilnost. Ovaj pristup uzima u obzir posledice distribucije i pojačanja aerodinamičkih sila, nestabilnosti usled divergencije, kao i smanjena efikasnosti komandi (revers);
- **Analiza strukturalnih vibracija** - nastale su kao posledica interakcije elastičnih i inercijalnih sila koje uzrokuju deformacije i ubrzanja, a gde se kao kritični problem može javiti rezonantno oscilovanje. Značajna pažnja se mora posvetiti modeliranju aeroelastičnog prigušenja koje predstavlja vid prevencije da ne dođe do otkaza konstrukcije;
- **Analiza dinamičke aeroelastičnosti** - uzrokovana je interakcijom strukturalnih vibracija i nestacionarnih aerodinamičkih sila. Ovde je reč o kritičnim pojavama kao što su flater, bafeting, udarna opterećenja, vibracije uzrokovane interakcijom sa turbulencijom i udrnim talasima, kao i oscilacije koje, za razliku od flatera, aeroelastični sistem priguši. Može se analizirati u vremenskom ili frekventnom domenu, odnosno modeliranje linearnog ili nelinearnog problema;

- **Stabilnost i kontrola (mehanika leta)** - koje su posledica aerodinamičkih i inercijalnih sila, i pri čemu su, sa sve kretanjem letelice, funkcija uslova eksploatacije (visina, brzina, težina), a imaju za cilj definisanje operacione anvelope leta sa svim ograničenjima po pitanju potiska, uzgona.

Multidisciplinarna analiza u ovom istraživanju će se bazirati na numeričkom modeliranju statičke aeroelastičnosti, kao fenomena koji se inicira u ustaljenim fazama leta, a u kojima se letelice najduže zadržavaju tokom procesa eksploatacije. Na osnovu definisanih karakterističnih (kritičnih) režima tokom eksploatacije, izvršiće se izborodgovarajućeg aerodinamičkog oblika, a koji ispunjava propisane taktičko-tehničke zahteve, kao i ograničenja. Delovi letelice će biti parametarski izmodelirani, a potom numeričkim metodima analizirani u okviru definisanih slučajeva leta. Određeni slučajevi leta će predstavljati režime u okviru kojih je moguća pojava kritičnog ponašanja strukture. Konačno, putem jedne multidisciplinarne studije, sprovešće se postupak optimizacije nad svim karakterističnim režimima tokom procesa eksploatacije letelice - svi oni slučajeva leta u okviru kojih se javljaju kritična ponašanja strukture ili koji su unapred definisani kao kritični. Celo istraživanje, a koje podrazumeva projektovanje primenom kompjutera (CAD/CAE - *computer-aided design/computer-aided engineering*), odnosno parametarsko modeliranje, numeričke aerodinamičke i strukturalne analize, kao i sam postupak optimizacije, biće ostvareno u okvirima projektovanog monolitičkog okruženja, koristeći se pojedinim modulima komercijalnog koda ANSYS.

Kao što je već delmično nagovešteno, za multidisciplinarnu analizu kroz predloženu tezu koristiće se alati i moduli za aerodinamičke, strukturalne, statističke i metaheurističke analize. Modul za aerodinamičku analizu je baziran na metodu konačnih zapremina, dok je modul za strukturalnu analizu baziran na metodu konačnih elemenata. Sprezanjem pojedinih modula, posredno i neposredno, zavisno od nivoa na kom bi trebalo sprovesti analizu, sprovešće se mehanizam interakcije na relaciji fluid-struktura. Pouzdanost numeričkog predviđanja aerodinamičkog i strukturalnog modula, kao i finalnog spregnutog aerodinamičko-strukturalnog okruženja, biće utvrđeno metodima verifikacije¹ i validacije² [10, 11]. Postupak optimizacije se zasniva na korišćenju aproksimativnih modela (meta-modela, surogat modela), opisanih statističkim metodima, dok je sam optimajzer evolucionog tipa (genetski algoritam) i

baziran je na *Darwin*-ovoj teoriji evolucije. Predloženo modularno okruženje predstavlja osnovni metod multidisciplinarne optimizacije, takozvani MDF (*multidisciplinary feasible*) metod, poznatiji kao *All-in-One* metod, a koji je opslužen od strane jedinstvenog optimajzera (*single level method*) [12].

¹ Pod verifikacijom će se podrazumevati utvrđivanje dobrote numeričkog predviđanja aerodinamike na relaciji dva solvera, ispitivanje osetljivosti rezultata naspram različitih rezolucija proračunskih mreža fluidnog i strukturalog domena, ispitivanje konvergencije, utvrđivanje dobrote numeričkog predviđanja spregnutih aerodinamičko-strukturalnih proračuna naspram *benchmark* modela, kao i utvrđivanje greške (procena dobrote) predviđanja meta-modela metodom numeričkih simulacija.

² Pod validacijom će se podrazumevati utvrđivanje dobrote numeričkog predviđanja turbulentnog modela naspram dostupnih eksperimentalnih (aerotunelskih) i analitičkih rezultata, kao i dobrote numeričkog predviđanja ponašanja strukture naspram dostupnih rezultata eksperimentalne čvrstoće.

Glava 2

Pregled literature, motivacija, ciljevi teze

Kao što je već pomenuto, aeroelastičnost figuriše kao dominantan faktor u procesima projektovanja i optimizacije letelica, a kao takva predstavlja veoma zahtevan i kompleksan problem za inženjere. Interakcija između elastične strukture i aerodinamičkog opterećenja, kao i rezultujuće ponašanje strukture, odnosno njen odziv tokom eksploatacije, predstavljaju suštinu aeroelastične analize. Postupak numeričkog modeliranja fenomena aeroelastičnosti se može definisati u vidu nekoliko pojedinačnih aktivnosti, kao što su:

- izbor grafičkog modelera za generisanje geometrije nad kojom se sprovede numeričke simulacije,
- izbor alata za generisanje proračunskih mreža aerodinamičkog i strukturalnog domena,
- izbor alata za modeliranje aerodinamičkih proračuna,
- izbor alata za modeliranje strukturalnih proračuna,
- izbor tehnika za modeliranje sprežavanja (mapiranje, interpolacija/ekstrapolacija) između dva proračunska domena,
- izbor metoda kojim bi se izvršila pomeranje/deformacija proračunske mreže fluidnog domena,

- izbor optimizacionih algoritama.

Numeričke metode koje se koriste u okviru multidisciplinarne optimizacije, a koje se poslednjih godina ubrzano razvijaju i unapređuju, postale su neophodan alat za rešavanje ovog tipa problema. Optimizacija, zajedno sa metodima projektovanja primenom računara, numeričkom aerodinamikom, numeričkom čvrstoćom, objedinjeni u numeričku aerodinamičko-strukturalnu optimizaciju, obezbeđuju sveobuhvatnu analizu na relaciji fluid-struktura i nude globalno optimalno rešenje.

Daljim tekstom opisane publikacije predstavljaju pregled različitih pristupa pri modeliranju algoritama za numeričku analizu i optimizaciju vazduhoplovnih konstrukcija. Obzirom na širinu problema, ovaj pregled literature, zajedno sa preglednim radovima [13-20], pregledom obrađenim tezom [8] i monografijom [21], delimično pokriva gore pobrojane aktivnosti pri numeričkom modeliranju aeroelastičnosti. Pored alata i tehnika za generisanje, simuliranje, sprezanje, interpoliranje i optimizaciju, u okviru pojedinih pregleda gde su bili navedeni, opisani su i računarski kapaciteti na kojima su sprovedene publikovane studije, kao i vremena neophodna za sprovođenje istih.

Inicijalni i najjednostavniji problem predstavlja **aerodinamička optimizacija**, opisana različitim metodima za modeliranje aerodinamike, kao i optimizacionim postupcima, takođe baziranim na različitim metodima, dok složenost postupka varira od pojedinačne do *multipoint* analize, kao i sa aspekta pojedinačnih ili višeciljnih postavki. Ovoj optimizaciji se neće pridavati poseban značaj, jer je ovom tezom prikazana kao postupak koji ne može da egzistira samostalno, osim u slučajevima unapred/iskustveno definisanih geometrijskih ograničenja (ograničenja primenjena na ulazne parametre), zatim u slučajevima aerodinamičkih optimizacionih studija oblika na koje se moraju nadovezati studije nad materijalom strukture za optimizovan oblik, kao i u slučajevima aerodinamičke optimizacije oblika aeroprofila, odnosno matematičkih krivih kojima su opisani oblici aeroprofila.

Među prvim pokušajima numeričke optimizacije aerodinamičkog oblika predstavlja rad autora Hicks M. R. i Henne A. P. [22] (1978. god.). Autori su predložili numeričko okruženje koje kombinuje aerodinamički kod baziran na potencijalnom neviskoznom strujanju sa konjugovano-gradijentnim optimizacionim algoritmom. Fluidni domen je diskretizovan sa 7200 i 57600 čvorova. Ovo aerodinamičko-

optimizaciono okruženje primenjeno je na rešavanje tri optimizaciona problema krila, a sa ciljem adekvatne procene predložene tehnike pri modeliranju krila podzvučnog i transoničnog aviona. Simulacije su sprovedene na CDC 7600 superkompjuteru, za to vreme najjačim hardverom. Za optimizacioni postupak je bilo neophodno približno 60 minuta za svaki uslov leta, pri čemu je svaki bio opisan sa 11 ulaznih promenljivih.

Aerodinamička *multipoint* optimizacija supersoničnog krila, pomoću višeciljnog ARMOGA (*adaptive range multiobjective genetic algorithm*) evolucionog algoritma, predstavljena je u radu autora Sasaki D. i ostalih [23] (2002. god.). Aerodinamika je modelirana kompresibilnim turbulentnim strujanjem *Navier-Stokes*-ovim jednačinama za transonični i supersonični režim eksploatacije. Paralelni postupak optimizacije je sproveden na SGI ORIGIN 2000 serverskoj platformi sa 640 procesorskih jedinica i 640 GB RAM. Postupak optimizacije je zahtevao 6 sati po generaciji sa alociranih 128 procesorskih jedinica, pri čemu su optimizacioni postupci opisani sa više desetina (66 i 72) ulaznih parametara.

Optimizacijom aerodinamičkog oblika aeroprofila bavila se i grupa autora na čelu sa Nemec M. (2004. god.) [24]. Oni su izvršili proširenje i evaluaciju na gradijentnoj metodi zasnovanog *Newton-Krylov*-og solvera. Ovaj solver je opisan *Navier-Stokes*-ovim jednačinama, a prvi put je prezentovan u radu [25]. Optimizacija je sprovedena za tri slučaja dvodimenzionalnog aerodinamičkog problema: a) optimizacija visokouzgonkih konfiguracija, b) višeciljna optimizacija i c) *multipoint* optimizacija. Rezultati optimizacije provereni su genetskim algoritmom publikovanim u [26]. 2D optimizacioni postupak je sproveden na stanici sa Alpha 21264 procesorom na 667 MHz.

Za pojedinačnu i *multipoint* optimizaciju trodimenzionalnog aerodinamičkog oblika ONERA M6 krila, autori Leung M. T. i Zingg W. D. [27] (2009. god.) su predložili paralelni *Newton-Krylov* algoritam, pri čemu je aproksimativni *Newton* metod korišćen za rešavanje *Euler*-ovih jednačina, diskretno adjungovani metod za računanje gradijenta i kvazi *Newton* optimajzer (BFGS) za pronalaženje optimuma. Deformacija aerodinamičke mreže je sprovedena FAGM (*fast algebraic grid movement*) metodom. Fluidni domen je diskretizovan strukturalnom mrežom sa 320292 do 431000 čvorova. Proračuni strujanja i optimizacioni proračuni sprovedeni su na klasteru sa Intel Itanium 2 procesorima sa ubrzanjem od 1.5 Ghz.

Jednim od radova novijeg datuma [28] (priložen 2013. god.), a koji je prethodio preglednom radu [29] (priložen 2014. god.) iste grupe autora na čelu sa Comis Da Ronco C., publikovana je optimizaciona studija nad aerodinamičkim oblikom kokpita i izdvojene gondole stajnog trapa ERICA (*enhanced rotorcraft innovative concept achievement*) letelice. Optimizacija je sprovedena nad jednim i više ciljeva evolucionim algoritmom GeDAE-II razvijenim na Univerzitetu u Padovi. Kompletan studija je podržana komercijalnim kodovima CATIA, ANSYS TGrid, ANSYS Fluent, Altair HyperMesh i Altair HyperMorf. Fluidni domen je diskretizovan sa 9.3 miliona elemenata, za proračun viskoznog strujanja selektovan je SST $k-\omega$ turbulentni model, dok su sva ostala podešavanja numerike veoma slična podešavanjima koja su izvršena u ovoj tezi (solver, šema/formulacija, prostorna diskretizacija, evaluacija fluksa, procena gradijenata). Celokupna optimizaciona analiza je sprovedena na radnoj stanici pod UNIX-om, sa 8 procesora i 24 GB RAM, za oko 14 dana.

Da bi modelirano aerodinamičko opterećenje i optimizovan aerodinamički oblik predstavljali realan i kompletan scenario neophodno je optimizacioni problem učiniti multidisciplinarnim, a ciljeve i ograničenja dodeliti i strukturi. Time se analiza podiže na viši nivo, dok je inicijalno neophodno izmodelirati **tehnike sprežanja aerodinamičkih i strukturalnih proračuna** (proračunskih domena) baziranih na različitim metodima (mapiranje, interpolacija, ekstrapolacija, pomeranje/deformacija proračunske mreže fluidnog domena), dok se sami proračuni sprovode u različitim kodovima. Kratkim pregledom koji sledi izložene su neke tehnike sprežanja proračunskih domena na različitim nivoima. (U nedostatku adekvatne terminologije na srpskom jeziku, engleski terminii za „jačinu” sprežanja, kao što su *loosely* - nevezano, labavo, *closely* - blisko i *fully* - potpuno, u daljem tekstu koristiće se kao takvi.)

Jedno od prvih *loosely* sprežanja je predstavljeno radovima [30-32] (1996., 1996., 2000. god.) autora Smith J. M. i ostalih. Radom [32] (2000. god.) je na različitim geometrijskim oblicima izvršena evaluacija nekoliko implementiranih metoda razmene podataka (deformacija, sila, pritisak, temperatura), baziranih na interpolacijama i ekstrapolacijama, između nelinearnih metoda aerodinamike i linearne reprezentacije strukturalnih jednačina, pri čemu se pojedini metodi danas koriste u kodovima, kao što su: MSC.NASTRAN, ASTROS i MPROC3D.

Publikovanom studijom [33] (1998. god.) grupa autora na čelu sa Siegel J. M. prezentovala je multidisciplinarno modularno okruženje MDICE (*multi-disciplinary computing environment*) koje omogućava komunikaciju i interakciju između razvijenih modula (kodova), u okviru pomenutog okruženja, na nivou *loosely* sprezanja. Performanse okruženja su testirane aerostukturalnim simulacijama nad AGARD 445.6 krilu sprezanjem CFD-FASTRAN i FEM-STRESS kodova. Spregnuti su proračuni stacionarnog strujanja i modalne analize, zatim nestacionarnog strujanja i modalne analize, kao i stacionarnog strujanja i analize konačnim elementima. Ovim okruženjem je još sprovedena analiza flatera i komparacija dostupnih tehnika povezivanja. U okviru MDICE okruženja sprovedeno je i publikovano nekoliko multidisciplinarnih studija, od kojih je radom [34] obrađen problem statičke aeroelastičnosti, dok je radom [35] (2012. god.), autora Zhao X. i ostalih, izvršeno modeliranje flatera.

Gore pomenutim radom [34] (2000. god.), grupa autora na čelu sa Love M., je za potrebe aerostukturalne analize aviona F-16 koristila modularno okruženje MDICE, a u okviru kog je razmena podataka izvršena povezivanjem kodova SPLITFLOW i MSC.NASTRAN. Aerodinamika je modelirana *Euler*-ovim jednačinama, dok je struktura modelirana konačnim elementima. Mreža konačnih zapremina je modelirana *Cartesian*-skom mrežom. Deformacija proračunske mreže je uspostavljena regeneracionim metodom osvežavanja mreže (*remeshing*). Aeroelastični proračun je sproveden na HP V2500 superkompjuteru sa 16 procesora, za oko tri do četiri dana.

Radom [36] (2003. god.), autora Prananta B. B. i ostalih, a kom je prethodila verifikaciona/validaciona studija [37] (2003. god.) autora Prananta B. B. i Meijer J. J., sprovedena je statička aeroelastična analiza aviona F-16 u uslovima transoničnog strujanja pri različitim faktorima opterećenja, a koja je modelirana *loosely* sprezanjem proračunskih domena, i to u okviru dva različita softverska okruženja. Prvo je statička aeroelastična analiza sprovedena u okviru MSC.NASTRAN komercijalnog koda, u okviru kog je linearna aerodinamička analiza modelirana panelnim DL (*double lattice*) metodom. Zatim je statička aeroelastična analiza sprovedena i NLR ENFLOW CAS (*computer areoelastic simulation*) *in-house* okruženjem, u okviru kog je nelinearna aerodinamička analiza modelirana *Euler*-ovim jednačinama baziranim na metodu konačnih zapremina, a za čije je rešavanje korišćen ENSOLV modul, pri čemu je fluidni domen diskretizovan sa 2.5 miliona elemenata. Interakcija sa strukturom je ostvarena

FSI (*fluid-structure interaction*) modulom i modulom kojim se modelira deformacija mreže fluidnog domena, a koji su deo ENSOLV-a. Pomeranje/deformacija mreže je zasnovana na kombinaciji VS (*volume spline*)tehnicii TFI (*transfinite interpolation*) metodu. Što se podataka strukturalne analize tiče, oni se preuzimaju iz softvera koji je baziran na metodi konačnih elemenata, što je u ovom slučaju bio NASTRAN, pri čemu je struktura modelirana CQUAD4, CBEAM i CBAR elementima (ljuske/ploče, grede i linijski elementi). Prenos podataka je ostvaren interpolacijom zapreminskim ili površinskim splajnovima. Proračuni su sprovedeni na NLR NEC SX/8B kompjuteru, a za svaku aeroelastičnu simulaciju obično je bilo potrebno oko 20 minuta na 4 procesora.

Statička aeroelastičnost *loosely* sprezanjem je publikovana od strane autora Sümer B. i ostalih radom [38] (2005. god.). Modeliranje problema je ostvareno sprezanjem SET3D (*SAGE Euler tetrahedron 3-Dimensional*) koda za simuliranje strujanja *Euler*-ovim jednačinama i komercijalnog koda ANSYS za proračun strukture konačnim elementima. Razmena podataka i pomeranje/deformacija domena je ostvarena *in-house* kodom, obzirom da SET3D ne poseduje algoritam za deformaciju mreže, pri čemu je aerodinamička mreža modelirana kao izotropna elastična sredina, a sama procedura tetra mrežu konačnih zapremina tretira (vidi) kao konačne elemente. Takođe, ostvareno je preklapanje proračunskih mreža po čvorovima, odnosno broj elemenata na fluid-struktura površi je identičan za oba domena. Fluidni domen je diskretizovan sa 615628 ćelija, a struktura sa 22870 SOLID elemenata.

Radom [39] (1990. god.), autora Schuster M. D. i ostalih, sprovedena je statička aeroelastična analiza borbenog aviona modelirana *closely* sprezanjem proračunskih domena. Aerodinamika je simulirana u *Lockheed*-ovom ENS3D *Euler/Navier-Stokes* kodu, pri čemu je korišćen algebarski *Baldwin-Lomax* turbulentni model, dok je strukturalna analiza sprovedena linearnim proračunima. Proračunska mreža je generisana CAMP (*complete aircraft mesh program*) metodom, odnosno ZGG (*zonal grid generation*) metodom, koji koristi hibridnu algebarsku/paraboličku/eliptičku šemu za generisanje 2D mreže i algebarski ekstruder 3D mreže. Aerodinamički solver je spregnut sa linearnim strukturalnim modelom i zajedno sa SAS (*simple algebraic shearing*) tehnikom za pomeranje/deformaciju aerodinamičke mreže simulira aeroelastično ponašanja strukture letelice. Fluidni domen je diskretizovan mrežom sa

približno 318000 čvorova. Simulacije su sprovedene na Cray X/MP-24 superkompjuteru, a za koje je bilo neophodno 8 CPU sati.

Robinson A. B. i ostali su publikovanim studijom [40] (1991. god.) sprovedeli aeroelastičnu analizu, čime su demonstrirali kapacitete CFL3D *Euler/Navier-Stokes* koda sa implementiranim algoritmom za deformaciju strukturalne „hexa” mreže fluidnog domena, baziranog na oponašanju mehanike opruge [dm], dok je proračun strukture baziran na modalnoj analizi. Fluidni domen je diskretizovan mrežom od 261129 čvorova. CFL3D kod sa *spring* analogijom su, za predviđanje flatera na AGARD 445.6 krilu, testirali i publikovali autori Lee-Rausch M. E. i Batina T. J. radom [41] (1993. god.), kao i sličnim radovima [42, 43] (1995. god., 1996. god.), dok sami radovi predstavljaju studije kojima je opisan mehanizam *closely* sprezanja.

Pojedini istraživači u poslednje vreme sve više pridaju značaj komercijalnim kodovima za sprovođenje aerodinamičke i strukturalne analize, te uvode originalne kodove za sprezanje (i optimizaciju), čime kreiraju sopstvena integrisana i automatizovana modularna okruženja za postupke aerostrukturnih simulacija (kao i optimizacije). Tako su Kuntz M. i Menter R. F. [44] (2004. god.) za simulaciju interakcije fluid-struktura, na primeru AGARD 445.6 krila, izvršili razmenu podataka povezivanjem komercijalnih kodova CFX-5 i ANSYS paralelnim MpCCI interfejsom koji omogućava sve nivoe sprezanja. Deformacija proračunske mreže je uspostavljena regeneracionim metodom osvežavanja i „peglanja” (*smoothing*) mreže, a kojim je unapređen metod baziran na rešavanju *Laplacian* jednačina za pomeranje/deformaciju mreže. Jedan od testiranih slučajeva bio je model krila AGARD 445.6, pri čemu je struktura diskretizovana sa 6300 čvorova, a fluidni domen sa oko 300000 čvorova.

Za potrebe numeričke aeroelastične analize AGARD 445.6 krila, povezivanje između FLUENT i MSC.NASTRAN solvera, koje su sprovedi Cavagna L. i ostali u [45] (2005. god.), bazirano je na metodu pomeranja najmanjih kvadrata. Pomeranje/deformacija domena u FLUENT-u je kodirana implementacijom UDF-a (*user defined function*), kao i šeme za aerodinamički proračun bazirane na *Crank-Nicolson*-ovom algoritmu.

Jedna od retkih studija kojom je komercijalnim kodovima modeliran fenomen statičke aeroelastičnosti vitkog projektila publikovana je radom [46] (2011. god.) autora Baškut E. i Akgül A. Aerodinamika je modelirana *Euler*-ovim jednačinama u FLUENT-

u, proračunska mreža konačnih zapremina je kreirana u GAMBIT-u, dok je struktura modelirana linearnim *shell* konačnim elementima (CQUAD4) u MSC.NASTRAN-u. Fluidni domen je diskretizovan sa 2291346 ćelija. Sprezanje, odnosno razmena podataka između dve proračunske mreže omogućena je interfejsom razvijenim u FORTRAN-u, baziranim na ADT (*alternating digital tree*) algoritmu i linearnoj interpolaciji. Deformacija aerodinamičke mreže je bazirana na modelu mehanike opruge u okviru FLUENT-a, metodama lokalnog osvežavanja i „peglanja” mreže. Proračuni su sprovedeni u paralelnom okruženju opsluženo od strane većeg broja procesora. Opisano okruženje predstavlja *closely* nivo sprezanja proračunskih domena.

Pionirske studije kojima je sprovedeno *fully* sprezanje proračunskih domena delo je autora Guruswamy P. G. i Byun C. [47] (1995. god.). Analiza je sprovedena na 2D primeru aeroprofila, pri čemu je aerodinamika modelirana konačnim razlikama, dok je struktura modelirana modalnim jednačinama. Direktno sprezanje je ostvreno između *Euler*-ovih jednačina za fluid u ENSAERO kodu i ANS4 konačnih elemenata (ljuske/ploče) kojima je diskretizovana struktura. Fluidni domen je diskretizovan strukturalnom mrežom koju čini 158550 čvorova. Razmena podataka između proračunskih domena je ostvareno SLL (*simple lumped load*) pristupom, bilinearnom interpolacijom i VS (*virtual surface*) pristupom.

Još jedan rad [48] (2001. god.) kojim je publikovana statička aeroelastičnost AGARD 445.6 krila delo je grupe autora Cai J. i ostalih. Problem aerodinamike je modeliran konačnih zapremina u *Euler/Navier-Stokes* NSAERO kodu [49]. Strujno polje je diskretizovano strukturalnom mrežom koju čine 32 bloka. Strukturalna pomeranja su proračunata modalnim jednačinama koje su simultano rešavane sa *Navier-Stokes* jednačinama, čime je modelirano *fully* sprezanje aerodinamičkog i strukturalnog proračunskog domena. Dinamičko pomeranje/deformacija aerodinamičke mreže je sprovedeno AIM3D kodom baziranim na ALBTFI (*arc-length-based transfinite interpolation*) metodu i metodu oponašanja mehanike opruge, podržan tehnikama osvežavanja i „peglanja” mreže fluidnog domena, dok je metodom splajn matrica izvršena interpolacija između aerodinamičkog i strukturalnog proračunskog domena. Proračuni su sprovedeni u paralelnom okruženju na PC klasteru sa 32 procesora. Ista grupa autora je radom [50] (2001. god.) sprovela predviđanje i simuliranje flatera na 2D modelu krila i AGARD 445.6 krilu. Ova studija je sprovedena istim numeričkim

okruženjem opisanim prethodnim radom, osim što je za ekstrakciju modova za strukturalni solver korišćen komercijalni kod NASTRAN. Najzahtevniji proračun strujanja je sproveden pri strukturalnoj mreži koju čini 164601 čvorova. Isti pristup, sa sličnim alatima i tehnikama, u cilju numeričkog predviđanja flatera nad 3D modelom AGARD 445.6 krila, sprovela je grupa autora na čelu sa Chen X. radom [51] (2007. god.). Radom je detaljno izložena procedura *fully* sprežanja numeričke aerodinamike i modalnih jednačina kojima je opisano pomeranje strukture. Neviskozno strujanje je modelirano *Baldwin-Lomax*-ovim turbulentnim modelom, preciznost modalnog pristupa je verifikovana konačnim elementima u ANSYS-u, dok je deformacija domena modelirana algebarskim metodom.

Nakon modeliranja sprežanja između dve discipline, ceo problem se sada može zaokružiti optimizacionim postupkom i na taj način kreirati različiti pristupi kojima se može sprovesti **multidisciplinarna optimizacija**. Daljim tekstom se nastavlja sa pregledom tehnika sprežanja različitih kodova i metoda pomeranja/deformisanja mreže fluidnog domena, od kojih su neke već prezentovane, kao i pregledom različitih izvedbi multidisciplinarnе optimizacije bazirane na različitim metodima, nivoima i modelima. Pojedini optimizacioni algoritmi, takođe predstavljaju naširoko dostupne optimizacione alate i metode.

Paralelno sa razvojem kompjuterske tehnologije rastao je i broj istraživanja na polju multidisciplinarnе optimizacije. Ova istraživanja su rezultirala razvojem velikog broja multidisciplinarnih optimizacionih pristupa i softverskih paketa, čime je omogućena integracija kodova, korisničkog interfejsa, kao i prenos i mapiranje podataka. Detaljan pregled i primena ovih metoda i pristupa publikovani su u [52-56] (1994., 1996., 1998., 2000., 2001. god.).

U radu autora Maute K. i ostalih [57] (2001. god.), kao i tezi Nikbay M. [58] (2002. god.), predstavljena je metodologija za višeciljnu optimizaciju realnog aeroelastičnog sistema, bazirana na gradijentnoj metodi sa spregnutim, analitički određenim osetljivostima. U ovoj multidisciplinarnoj analizi sprovedena su tri postupka koji se razlikuju po složenosti numeričkog modeliranja strukture i fluidne sredine. Struktura je konačnim elementima postepeno modelirana sa 768 tročvornih ljuski, zatim sa 432 tročvorne kompozitne ljuske, dok je kao najsloženiji model predstavljalo kompozitno krilo sa elementima oplata, rebara, ramenjači, kontrolnih površi i šarnira.

Aerodinamika je aproksimirana *Euler*-ovim jednačinama metodom konačnih zapremina, a najslabija diskretizacija je predstavljena nestrukturnom mrežom koju čini 87827 čvorova. Simulacije su sprovedene u GMRES-u na 12-procesorskoj platformi Origin 2000. Ovo istraživanje je od strane iste grupe autora prošireno kroz rad [59] (2003. god.), na osnovu [58], gde je analiza osetljivosti sprovedena adjungovanim pristupom. Razmena podataka između dva proračunska domena ostvarena je nepreklapajućom šemom drugog reda (*second order staggered algorithm*), dok je pomeranje/deformacija proračunske mreže ostvarena PCG (*preconditioned conjugated gradient*) metodom.

Analiza osetljivosti bazirana na adjungovanom pristupu sprovedena je od strane autora Martins R. R. A. J. i ostalih u radu [60] (2004. god.), u kom su autori predstavili multidisciplinarno optimizaciono okruženje, zasnovano na radovima [57, 59], primenjeno na supersoničnu letelicu za jedan slučaj leta, pri čemu je optimizacioni postupak definisan sa jednim ciljem. U ovoj multidisciplinarnoj analizi struktura je modelirana sa 640 linearnih konačnih elemenata u FESMEH kodu, a aerodinamika u SYN107-MB kodu *Euler*-ovim solverom sa diskretizacijom koja broji 312081 čvor strukturalne mreže, pri čemu je komunikacija ostvarena ekstrapolacijom pomeranja i bilinearnom interpolacijom opterećenja, kao što je to bio slučaj u [61]. Deformacija domena je uspostavljena implicitnom perturbacijom WARPMB algoritmom [62]. Optimizacioni postupak je sproveden u NPSOL akademskom kodu baziranom na nelinearnom programiranju. Ova multidisciplinarna analiza je sprovedena na 18-procesorskom sistemu SGI ORIGIN 3000, a za istu je bilo potrebno 20 časova.

Višeciljna *multipoint* optimizacija krila supersoničnog trenožnog lovca u radu [63] (2006. god.), autora Kim Y. i ostalih, izvršena je metodom odzivne površi. Ovom multidisciplinarnom studijom transonični i supersonični režimi eksploatacije su modelirani *Euler*-ovim jednačinama u namenski razvijenom kodu, dok je struktura modelirana *shell*-konačnim elementom sa 9 čvorova. Transformisanje aerodinamičkih sila u strukturalne sile ostvareno je VMT (V-smicanje, M-savijanje, T-uvijanje) metodom. Pomeranje/deformacija proračunske mreže je uspostavljena regeneracionom metodom osvežavanja mreže za postupke *loose* i *tight* sprežavanja. Autori su predložili genetski algoritam kojim su kontrolisali težine funkcija cilja, dok su gradijentnim metodom sprovodili višeciljnu optimizaciju krila.

U radu autora Fazzolari A. i ostalih [64] (2007. god.) izvršena je gradijentna multidisciplinarna optimizacija aerodinamičkog oblika. U radu je korišćen metod adjungovanja aero-strukturalnih jednačina za procenu osetljivosti sa ciljem izračunavanja gradijenata aerodinamičkih koeficijenata za aero-strukturalni optimizacioni problem. Za aerodinamičku analizu *Euler*-ovim jednačinama korišćen je FLOWer kod, razvijen za potrebe DLR (*German aerospace center*) centra, dok je strukturalna analiza sprovedena u MSC.NASTRAN komercijalnom kodu. Struktura je modelirana linearnim elementima koje čine 422 trougaone i četvorougaoone ljske i 198 grednih elemenata. Fluidni domen je modeliran strukturalnom mrežom kroz dva bloka, a koju čini 140000 čvorova. Prenos podataka je ostvaren u okviru modula razvijenog za potrebe DLR-a, a koji je baziran na zapreminskoj interpolaciji B-splajnovima. Analiza je sprovedena na Linux/Intel Pentium 4 platformi, pri čemu je za istu bilo nepohodno oko 6 dana.

Optimizacioni postupak u [65] (2008. god.), autora Barcelos M. i Maute K., sproveden je gradijentnim metodom NLPQL (*nonlinear programming by quadratic lagrangian*), baziranim na SQP (*sequential quadratic programming*) za iterativno rešavanje nelinearnih optimizacionih problema, pri čemu su osetljivosti određene analitički. Aerodinamika je modelirana turbulentnim strujanjem *Navier-Stokes*-ovim jednačinama (*Spalart-Allmaras* turbulentnim modelom), a struktura nelinearnim konačnim elementima. Radom je testirano nekoliko geometrija krila, a konačni proračuni nad ARW2 krilom su sprovedeni sa diskretizacijom fluidnog domena nestrukturalnom mrežom koju čini 149826 čvorova. Prenos podataka na relaciji fluid-struktura je ostvaren po ugledu na [66], dok je pomeranje/deformacija proračunske mreže ostvarena PCG metodom. Optimizacija je sprovedena za jedan slučaj leta, sa definisanim jednim ciljem i sa ograničenjima primenjenim na deformaciju, napon i odnos masa-uzgon. Analiza je sprovedena na Unix/Linux klasteru sa 40 do 128 procesora.

U radu autora Jing C. i Shuo T. [67] (2008. god.) publikovan je postupak optimizacije hipersonične letelice, pri čemu je kao optimizacioni metod korišćen razvijeni višeciljni genetski algoritam zasnovan na unapređivanju algoritma iz [68]. Ovaj multidisciplinarni optimizacioni postupak je definisan ograničenjima i višeciljnom postavkom primenjenim na aerodinamiku, aerodinamičko zagrevanje, performanse

nabojno-mlaznog motora i osetljivost na radar, pri čemu je u analizu hipersoničnog strujanja uključena tranzicija graničnog sloja, a što je sprovedeno i u ovoj disertaciji.

Nikbay M. i ostali autori radova [69, 70] (2008., 2009. god.) otišli su korak dalje u primeni komercijalnih kodova za kreiranje multidisciplinarnog optimizacionog okruženja. Pomenuti autori su izvršili povezivanje FLUENT i ABAQUS kodova već pomenutim MpCCI interfejsom za razmenu podataka, a za ostvarivanje statičke aeroelastične analize AGARD 445.6 krila, kasnije i analize kompozitnog ARW2 krila bazirane na rezultatima iz već opisanog rada [57]. Kao komercijalni optimajzer korišćen modeFRONTIER, u okviru kog je primenjen NSGA II genetski algoritam. Optimizacija je izvršena direktnim metodom. U modularno okruženje za multidisciplinarnu optimizaciju integrisan je Gambit kao mešer i CATIA kao parametarski geometrijski modeler. Trebalo bi istaći da je ovim radom obuhvaćen samo jedan slučaj leta, tj. eksploatacije, pri čemu je aerodinamika modelirana *Euler*-ovim jednačinama, a struktura linearnim konačnim elementima. Fluidni domen je diskretizovan nestrukturalnom mržom koju čini 691000 tetra elemenata, dok je struktura diskretizovana sa 19610 linearnim hexa elementima. Proračun je sproveden na kompjuteru sa Core2Duo procesoru na 2.66 GHz i 2 GB RAM, a neophodna vremena za sprovođenje postupka direktne optimizacije su oko 24 časa za AGARD 445.6 krilo, odnosno 188 časova za ARW2 krilo.

Komercijalni optimajzer modeFRONTIER ponovo je korišćen od strane autora Nikbay M. i Acar P. u radu [71] (2011. god.) za višeciljnu optimizaciju aeroelastičnih nestabilnosti AGARD 445.6 krila (flater, divergencija i revers komandi). Modeliranje aeroelastičnih nestabilnosti izvedeno je *Lagrange*-vim jednačinama za 2D i 3D krila. Optimizacija je sprovedena MOGA II i NSGA II postupcima.

Mastroddi F. i ostali su radom [72] (2011. god.), u okviru kog je izvršena optimizacija krila, predložili multidisciplinarni optimizacioni algoritam baziran na gradijentnom metodu, u okviru kog su povezivanja kodova, kao i pojedini ulazni i izlazni moduli, kreirani u FORTRAN-u 90. Optimizacioni postupak je sproveden implementiranim SNOPT 6 optimajzerom, baziranom na SQP algoritmu, dok je aeroelastična analiza sprovedena MSC.NASTRAN komercijalnim kodom, a u okviru kog je aerodinamička analiza modelirana panelnom DL (*double lattice*) metodom. Prostorna diskretizacija usled pomeranja/deformacije mreže je ostvarena u okviru

kreiranog DMG (*dynamic mesh generator*) modula baziranog na dinamičkim mrežama. Autori Mastroddi F. i Gemma S., sada na složenijoj konfiguraciji [73] (2013. god.), sproveli su višeciljnu optimizaciju, pri čemu su posebnu pažnju posvetili razvijanju aproksimativne funkcije za kreiranje *Pareto* fronta. Geometrije krila i trupa, kao i aerodinamička i strukturalna mreža, kreirani su u FEMWING-FEMFUS *home-made* kodu, dok su sami proračuni sprovedeni u raznim modulima NASTRAN-a.

Još jedno multidisciplinarno optimizaciono okruženje, koje je predloženo od strane autora Ghazlane I. i ostalih [74] (2011. god.), zasnivano je na sprezanju nekoliko modula. Gradijentna optimizacija krila je definisana višeciljnom i *multipoint* postavkom, sprovedena CFSQP algoritmom baziranim na SQP-u u okviru DAKOTA optimajzera. Aerodinamika je modelirana konačnim zapreminama (RANS jednačinama) u elsA kodu, a struktura je modelirana *Euler-Bernoulli*-jevom teorijom savijanja sprovedenom u NASTRAN-u. Srce ovog okruženja predstavlja InAirSsi (*internal aircraft structural sizing*) ulazno/izlazni modul, koji obezbeđuje da se aerodinamički ulaz transformiše u strukturalni izlaz. Analiza je sprovedena na dva četvorojezgrena XEON 5570 procesora na 2.93 GHz.

Jedan od poslednjih radova na temu multimodularnog okruženja, kreiranog za potrebe multidisciplinarne optimizacije, opisano je radom [75] (2015. god.) od strane Wonderlich F. T. Ovim radom je sprovedena multidisciplinarna analiza krila komercijalne letelice. Algoritam Subplex, baziran na Simplex algoritmu, čiji su tvorci *Nelder* i *Mead* [76], korišćen je kao optimizacioni metod, definisan sa nekoliko jednociljnih postavki, a za jedan režim eksploatacije. Aerodinamički oblik krila je parametarski izmodeliran u CATIA V5, aerodinamička proračunska mreža je kreirana u MegaCads softveru, transonično viskozno strujanje je modelirano RANS jednačinama i *Spalart-Allmaras* turbulentnim modelom u okviru TAU (DLR) koda, dok je strukturalna proračunska mreža modelirana u PARA-MAM (DLR) kodu. Fluidni domen je diskretizovan strukturalnom mrežom koju čini 570000 čvorova. Pomenuti softveri su iskorišćeni u svrhu kreiranja ulaznog fajla za ANSYS 11 preprocesor, baziran na konačnim elementima, u okviru kog je izvršena strukturalna analiza, kao i dimenzionisanje koje je kodirano u APDL (*ansys parametric design language*) jeziku. Komunikacija između dva proračunska domena je ostvarena kroz MESH2MESH interpolacioni kod (DLR), pri čemu je prenos podataka sa aerodinamičke na

strukturalnu mrežu modeliran NNS (*nearest neighbor search*) metodom, dok je prenos podataka sa strukturalne na aerodinamičku mrežu modeliran VSI (*volume-spline interpolation*) metodom. Pomeranje/deformacija aerodinamičke mreže ostvarena je u posebnom modulu u okviru TAU koda. Ovaj postupak nije u potpunosti automatizovan. Aerodinamička analiza je sprovedena na 6 AMD Opteron 2384 procesora na 2.70 GHz (48 jezgara), dok su ostale analize sprovedene na 4-jezgrenom XEON E5520 na 2.27 GHz.

Multidisciplinarna optimizacija bazirana na aproksimativnim metodima predstavlja pristup na kom se, između ostalog, ova optimizaciona studija zasniva. Aproksimativnih metoda kojima se kreiraju prostori pretrage je mnogo, a neki modeli su izloženi narednim pregledom. Interakcije između domena su, kao i do sada, sprovedene sprežanjem, uglavnom komercijalnih kodova, a optimizacioni postupci su sprovedeni, uglavnom dostupnim optimajzerima.

Grupa autora na čelu sa Hosder S., preglednim radom [77] (2002. god.), ističe uspešnu upotrebu polinomskog aproksimativnog metoda za kreiranje odzivnih površi, kao i naglašavanje određenih, ali suštinskih prednosti nad tradicionalnim optimizacionim tehnikama, kao što su gradijentni metodi ili direktna optimizacija. Osnovne prednosti se ogledaju u poboljšanju upravljivosti između integrisanih multidisciplinarnih kodova i optimizacionih kodova, jednostavnoj detekciji i korekciji podataka nezadovoljavajućeg kvaliteta, te i same procene greške u podacima, kao i dostupnost same globalne optimizacije i otvaranja mogućnosti da se izvrši uporedno poređenje nekoliko globalnih optimizacionih algoritama.

Primer jedne *multi-level* dekompozicije, bazirane na meta-modeliranju, predstavljena je radom [78] (2008. god.) autora Coelho F. R. i ostalih, odnosno radom [79] (2009. god.). Dakle, ovom studijom je sprovedena *be-level* multidisciplinarna optimizacija bazirana na aproksimativnom metodu, definisana sa jednim ciljem i za jedan slučaj leta (eksploatacije). Redukcija rezultata numeričkih eksperimenata je izvršena POD (*proper orthogonal decomposition*) metodom, a aproksimativnim MLS (*moving least squares*) modelom su procenjeni POD koeficijenti. Aerodinamika je modelirana u FLUENT-u Navier-Stokes-ovim jednačinama za kompresibilno strujanje, a za koje je proračunska mreža kreirana u Gambit-u. Fluidni domen je diskretizovan nestrukturalnom mrežom koju čini 501621 ćelija (123837 čvorova). Strukturalna analiza

je sprovedena u Code-Aster kodu baziranom na modeliranju konačnim elementima, dok je optimizacija krila sprovedena COBYLA (*constrained optimization by linear approximation*) algoritmom. Struktura je diskretizovana sa 978 trougaonih linearnih ljuski.

Kada je optimizacija u pitanju, Park C. i ostali autori rada [80] (2009. god.) kreirali su optimizaciono okruženje koje je u potpunosti bazirano na komercijalnim kodovima uključujući i optimizacioni kod. FLUENT i ABAQUS su korišćeni za aeroelastičnu anлізу. Gridgen skript fajl, sa informacijama o strukturalnoj mreži, korišćen je za kreiranje ulaznog fajla za FLUENT, dok je PCL (PATRAN *computer language script*) korišćen za kreiranje ulaznog fajla za ABAQUS. Izlazni rezultati aeroelastične analize i njihova komunikacija sa optimajzerom je automatizovana pomoću koda kreiranog u FORTRAN-u. Metod odzivne površi (RSM) je korišćen za kreiranje numeričkih eksperimenata, kao i za kreiranje meta-modela, dok je DOT korišćen kao optimajzer nad kreiranom odzivnom površi cilja i ograničenja. Prenos podataka između proračunskih domena modeliran je 3D interpolatorima, odnosno zapreminskim splajn metodom.

U radu [81] (2009. god.), autora Tianyuan Hu i Ziongqing Yu, izvršena je višeciljna multidisciplinarna optimizacija bespilotne letelice, bazirana na modeliranju prostora pretrage aproksimativnim modelima. Optimizaciona strategija je sprovedena na dva nivoa: na aerodinamičku/RCS (*radar cross section*) optimizaciju i strukturalnu optimizaciju. Parametarski model letelice je kreiran u CATIA, transonično potencijalno strujanje je modelirano u FLO22, dok je RCS analiza sprovedena u RCS-panel kodu napisanom u FORTRAN-u. Struktura je modelirana konačnim elementima i analizirana u MSC.NASTRAN-u. Višeciljna optimizacija je, na osnovu prethodno izvršenih lokalnih pretraga, sprovedena NSGA-II genetskim algoritmom. Svi kodovi su integrisani u iSIGHT sofveru, u okviru koga je celokupna analiza automatizovana. Za aero/RCS modeliranje prostora pretrage je korišćen *Kriging* model, dok je za modeliranje strukture korišćen polinomski model drugog reda.

Pored ostalih primenjenih aproksimativnih metoda, u radu [82] (2010. god.) autora Khodaparast H. H. i ostalih, za modeliranje aeroelastičnog odziva (flatera i osetljivosti, odnosno, sopstvenih vrednosti i brzine flatera), a kasnije i za postupak optimizacije, kao i procenu gradijenata i *Hess*-iana, korišćen je metod odzivnih površi.

Analiza flatera je sprovedena u aerodinamičkom modulu MSC.NASTRAN koda, već pomenutim DL metodom podzvučnih uzgonskih površina. Raspodela uzoraka na osnovu kojih je kreiran aproksimativni model je izvršen CCD (*central composite design*) metodom (frakciona ili potpuna faktorijel raspodela sa dva nivoa). Sam metod se pokazao kao zadovoljavajući za primenu na ovakav vid analize, ne samo sa aspekta numeričke uštede, već i sa aspekta tačnosti.

Jednim od savremenijih itraživanja [83] (2012. god.), čiji su autori Liem P. R. i ostali, obuhvaćena je masivna *multipoint* optimizacija CRM (*common research model*) letelice, slične Boeing 777-200ER, bazirana na *Kriging* meta-modelu. U okviru ove multidisciplinarne optimizacije, aerodinamika je modelirana *Euler*-ovim jednačinama u Sumb kodu, a struktura konačnim elementima u TACS (*toolkit for the analysis of composite structures*) kodu. Fluidni domen je opisan strukturalnom mrežom konačnih zapremina. Optimizacija je bazirana na gradijentnom metodu u okviru SNOPT nelinearnog optimajzera, pri čemu je za proračun gradijenata multidisciplinarnih funkcija od interesa korišćena spregnuta adjungovana tehnika. Postupak je sproveden na superkompjuteru, što je omogućilo razmatranje hiljade misija u okviru operativne anvelope leta.

Obzirom na to da je tema ove studije **multidisciplinarna optimizacija projektila**, što predstavlja slabije publikovanu materiju, pogotovo sa aspekta numeričke analize, sledi pregled nekoliko sprovedenih studija na temu aerodinamičke i aerodinamičko-strukturalne optimizacije projektila.

U radu [84] (1998. god.), autora Lesieutre D. i ostalih, predstavljeno je softversko okruženje koje je namenski razvijeno za optimizaciju fina projektila (šarnirnog momenta u korenu). Naime, numeričko optimizaciono okruženje spregnuto je sa programima za predviđanje aerodinamičkog ponašanja i sa kodom za strukturalnu analizu koji je baziran na metodi konačnih elemenata. Optimizacioni algoritam primenjen u OPTIMIS softveru je algoritam razvijen na osnovu PCD (*Powell's Conjugate Directions*) metoda [85], a koji predstavlja direktan metod pretrage. Kao moduli za predviđanje podzvučne i nadzvučne aerodinamike korišćeni su SUBDL i SUPDL kodovi, razvijeni u NEAR (*The Nielsen Engineering & Research*) kompaniji, koji su bazirani na odgovarajućim panel metodima, a koji uključuju nelinearne vrtložne efekte koji potiču od velikih napadnih uglova. U okviru njih je, takođe, primenjena i

VTXCHN metodologija za predviđanje aerodinamičkih opterećenja koja uzimaju u obzir širenje vrtloga sa vrha i tela projektila. Struktura je analizirana CNEVAL-FEMODS modulom koji uključuje automatsko kreiranje mreže konačnih elemenata sa ciljem određivanja deformacija, napona, težine fina, kao i osnovnih modova oscilovanja. Sama optimizacija u okviru pomenutog OPTIMIS softvera vrši se minimizacijom „indeksa izvršenja”, a koji predstavlja funkciju koja sadrži sve ciljeve i ograničenja. Optimizacija je izvedena u cilju minimizacije aksijalnog pomeranja centra pritiska od podzvučnog ka nadzvučnom strujanju, pri čemu su optimizacioni parametri bili *Chebyshev*-ljevi polinomi trećeg reda kojima se definišu oblici napadnih i izlaznih ivica.

Rad [86] (2009. god.), koji predstavlja istraživanje grupe autora Zeeshan Q. i ostalih, zasnovan je na aproksimativnom modeliranju prostora pretrage i predstavlja multidisciplinarnu studiju sprovedenu nad projektilom zemlja-vazduh („presretač”). Sam rad nije zasnovan na aerodinamikim i strukturalnim proračunima baziranim ne metodima konačnih zapremina i konačnih elemenata, a šta je ovom tezom akcentovano. Sprovedena multidisciplinarna studija obuhvatala je analizu mase (uglavnom empirijskim relacijama), analizu propulzora, analizu trajektorije presretanja, kao i razmatranje optimizacionih tehnika za optimizaciju konfiguracije zarad maksimizacije performansi, naspram većeg broja ograničenja. Rad je interesantan iz razloga što predstavlja još jednu optimizacionu studiju koja je vođena genetskim algoritmom baziranom na meta-modeliranju odziva (*least square - support vector machine*), a podrazumeva prethodno planiranje eksperimenata (*latin hypercube sampling*).

U radu [87] (2009. god.), autora Tanıl Ç. i ostalih, je u MATLAB-u razvijen softverski alat EXCON koji omogućava konceptualno projektovanje podzvučnih projektila, u okviru koga je svrha višeciljne optimizacije pronalaženje takvih geometrijskih parametara projektila kojima će se maksimalno poboljšati njegove performanse, smanjiti težina ili troškovi, pri čemu mora biti zadovoljen set projektnih i operativnih zahteva, odnosno ograničenja. Pomenuti EXCON u sebi sadrži tri modula: korisnički interfejs, optimizacioni modul i simulator leta, a kojim se obezbeđuju performanse kao što su dolet, brzina, manevarbilnost i efikasnost kontrole, a u okviru kog je za predviđanje aerodinamičkog ponašanja korišćen Missile DATCOM. Missile DATCOM je semi-empirijski kod, pisan u FORTRANU, kojim se za različite

geometrijske konfiguracije konvencionalnih projektila određuju svi neophodni aerodinamički parametri u funkciji napadnog ugla. Kao optimizacioni modul korišćen je MATLAB-ov *Genetic Algorithm Toolbox*, u okviru kog je, kao poseban oblik funkcije cilja, korišćena normalizovana kaznena funkcija prilagođenosti, kojom su uzeti u obzir ciljevi i ograničenja sa odgovarajućim težinskim koeficijentima, čime je višeciljna min/max optimizacija svedena na jednociljnu optimizaciju koja se samo minimizuje.

Radom [88] (2010. god.), autora Yang Y. R., sproveden je postupak samo aerodinamičke optimizacije oblika, koja je imala za cilj maksimizaciju dometa projektila, što podrazumeva smanjenje otpora u fazi penjanja, kao i povećanje finese u silaznoj putanji, odnosno u fazi planiranja. Za generisanje neophodnih aerodinamičkih koeficijenata ponovo je korišćen Missile DATCOM, koji je povezan sa ARGGA (*adaptive range genetic algorithm*) optimajzerom baziranim na realnom kodiranju. Ovom studijom su optimizovane uzgonske/upravljačke površine kanardi i repovi/stabilizatori (finovi).

Višeciljna optimizacija supersoničnog projektila angažovanjem NSGA-II algoritma, takođe korišćenog u ovoj tezi, sprovedena je radom [89] (2010. god.) autora Lisk D. i ostalih. Radom su optimizovane aerodinamičke površine kanarda, krila i stabilizatora, zarad poboljšanja manevarbilnosti i stabilnosti, kao i povećanje dometa uz skraćanje vremena dostizanja mete. Za procenu aerodinamičkih karakteristika korišćeni su numerički kod CART3D i semi-empirijski kod NEAR MISL3, a koje su korišćene za kreiranje suragat modela korišćenjem interpolacione tehnike *Kriging*.

Radovima [90] (2012. god.) i [91] (2013. god.), grupe autora na čelu sa Hartfield R. J., publikovane su evolucione optimizacione studije nad projektilima, bazirane na populacionim tehnikama genetika (IMPROVE - *Implicit Multi-objective PaRameter Optimization Via Evolution* optimajzer) i rojeva (modifikovani RPSO - *repulsive particle swarm optimizer* optimajzer), redosledno, a kojima su demonstrirani kapaciteti ova dva pristupa pri multikriterijumskim postavkama. Zarad zadovoljavanja propisanih ciljeva koji se odnose na domet, potrošnju, masu na poletanju, vreme leta, optimizovane su između ostalog i geometrije uzgonskih površina. Optimajzeri su spregnuti sa kodovima za preliminarno predviđanje karakteristika propulzora, mase, aerodinamike (AERODSN, kod za nelinearno i neviskozno modeliranje aerodinamike, baziran na izvornom Missile DATCOM semi-empirijskom kodu), kao i sa simulatorom sa 6

stepeni slobode, a na osnovu unapred definisanih fizičkih, geometrijskih i mehaničkih karakteristika, čineći tako „*missile system preliminary design tool*” okruženje [92-94].

Pored toga što su, između ostalog, opisane publikacije istaknute kao motivacione, trebalo bi naglasiti da pomenuta istraživanja predstavljaju značajan naučni doprinos, ali i da praktična primena nekih od publikovanih postupaka u realnim procesima projektovanja i proizvodnje može biti problematična, iz razloga što su predložena multidisciplinarna ili optimizaciona okruženja bazirana na akademskim, *in-house*, ili na kodovima razvijenim za specifičnu primenu, a što ih generalno čini teško dostupnim. Čak i u slučajevima kada su optimizaciona okruženja bazirana na komercijalnim kodovima, broj korišćenih kodova je četiri ili više, a što doprinosi dodatnim komplikacijama koje se odnose na tehnike međusobnog povezivanja kodova, obuku korisnika, kao i ukupne troškove realizacije. Takođe, iz razloga nedostupnosti, broj korisnika se u mnogim situacijama svodi na uži krug naučnih saradnika, promotera kodova ili programera koji su razvili određeno okruženje ili kod. Iz navedenih opravdanih razloga, ovim istraživanjem je, pre svega, predstavljeno monolitičko multidisciplinarno/optimizaciono okruženje, vođeno genetskim algoritmom, koje je u potpunosti automatizovano i bazirano na samo jednom multimodularnom komercijalnom softverskom paketu, koji je dostupan i na široko korišćen, a u cilju poboljšanja i ubrzanja celokupnog procesa projektovanja, kako za naučno-istraživačku, tako i za praktičnu upotrebu u privredi, odnosno u cilju podizanja nivoa inženjerske prakse uopšte. Dakle, osnovni cilj istraživačkog rada u okviru ove doktorske teze predstavlja kreiranje, verifikacija, validacija, kao i utvrđivanje numeričke efikasnosti monolitičkog, potpuno automatizovanog okruženja, kojim bi se sprovelo numeričko modeliranje, analiza i multidisciplinarna/surogat optimizacija nad fenomenom statičke aeroelastičnosti, definisana multikriterijumskim postavkama, a u svrhu razvijanja pouzdanog, fleksibilnog i preciznog algoritma baziranog na komercijalnom kodu, kojim će se postići globalno optimalna struktura, koja bi sa aspekta sigurnosti tokom *multipoint* kritičnih režima eksploatacije bila veoma pouzdana, unapređenih performansi i sa minimiziranim troškovima razvojnog programa i logistike, kao i projektovanja uopšte.

Glava 3

Evolucionarna multikriterijumska optimizacija

Optimizacija predstavlja postupak postizanja jednog ili više rešenja koja bi mogla predstavljati ekstremne vrednosti jednog ili više ciljeva. To je direktna posledica praktične težnje da se zadovolje ekstremni zahtevi na polju teorijske, primenjene i eksperimentalne nauke. Optimizacija je proces u okviru koga se vrši simultano pretraživanje i poređenje mogućih rešenja, a sve do trenutka kada su zadovoljeni uslovi konvergencije, ili je dostignut unapred zadat maksimalan broj iteracija (generacija), ili je bolje rešenje, jednostavno, nemoguće postići. Shodno stepenu postizanja funkcije cilja, rešenja se mogu svrstati u dve kategorije - dobra ili loša. Kada je optimizacijom nekog fizičkog sistema potrebno zadovoljiti jednu funkciju cilja, taj postupak se definiše kao jednociljna optimizacija, a postupak se odvija u jednom prostoru pretrage. Realni problemi, sa aspekta zadovoljavanja funkcija cilja, predstavljaju višeciljne postavke sa međusobno suprotstavljenim zahtevima, a postupak se odvija u dva prostora pretrage. Kako je neophodno zadovoljiti međusobno suprotstavljene zahteve, priroda višeciljne optimizacije kao moguće rešenje, zapravo, nameće set mogućih kompromisnih rešenja, tzv. *trade-off* optimalna rešenja, a evolucionarni algoritmi (*evolutionary algorithms*) bazirani na populacionom pristupu, odnosno oponašanju prirodne evolucije, mogu kao rezultat ponuditi više optimalnih, odnosno kompromisnih rešenja u okviru jednog

optimizacionog prolaza. Dakle, evolucioni algoritmi su u stanju da u jednom optimizacionom prolazu ponude širok dijapazon kompromisnih (optimalnih) rešenja. Drugim rečima, evolucioni algoritmi nude nivoe sortiranih rešenja nad kojima ne dominiraju neka druga moguća (dopustiva) rešenja (*non-dominated front*). Ova osobina pretraživanja i održavanja višestrukih rešenja, zapravo, i jeste glavna osobina evolucionih tehnika. Posebnu grupu evolucionih algoritama predstavlja genetski algoritam, a čija je jedna od izvedbi korišćena u ovoj disertaciji.

3.1 Problem višeciljne optimizacije

Problem višeciljnih optimizacionih postupaka biće definisan kao što je to učinio *Deb* u [95]. Problem višeciljnih optimizacionih postupaka zasniva se na minimizaciji ili maksimizaciji više matematičkih funkcija, a koje su definisane kao funkcije cilja (*objective functions*). Sva dopustiva (*feasible solutions*) i optimalna rešenja moraju zadovoljiti unapred zadate jednakosti i nejednakosti koja predstavljaju odgovarajuća ograničenja. Opšti zapis višeciljne optimizacione postavke sa definisanim ograničenjima može imati oblik:

$$\min/\max \quad f_m(\mathbf{x}), \quad m = 1, 2, \dots, M; \quad (3.1)$$

$$\text{u odnosu na:} \quad g_j(\mathbf{x}) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, J; \quad (3.2)$$

$$h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K; \quad (3.3)$$

$$x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.4)$$

i gde je $\mathbf{x}$ vektor on n dopustivih rešenja, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$.

Iz priloženog se može zaključiti da zapis, na prvom mestu, čini broj od M funkcija cilja $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})]^T$ za koje se, u zavisnosti od zahteva i prirode problema, vrši minimizacija ili maksimizacija funkcije.

Zapis, dalje, čini broj od J nejednakosti i K jednakosti. Nejednakosti $g(x)$ i jednakosti $h(x)$ predstavljaju funkcije ograničenja (*constraint functions*).

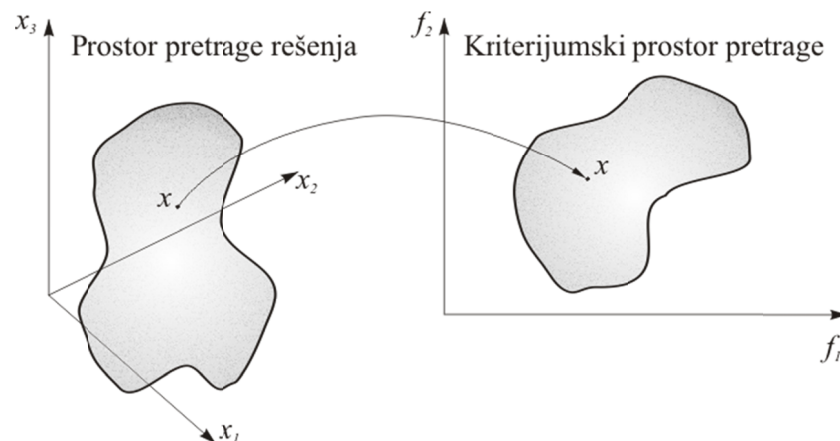
Poslednji set u nizu predstavlja ograničenje primenjeno na ulazne promenljive, odnosno na vrednosti ulaznih parametara, čime se definiše restriktivni prostor za pretragu između donjeg i gornjeg ograničenja, odnosno gornje i donje granice (*lower/upper bound*). Ovaj restriktivni prostor se može definisati kao prostor pretrage

promenljivih (*decision variable space*), ili samo prostor pretrage, odnosno - prostor rešenja D .

Sva ona rešenja koja zadovoljavaju svih $J + K$ funkcija ograničenja, kao i svih $2n$ granica promenljivih, nazivaju se dopustiva rešenja. Sva ona rešenja koja nezadovoljavaju svih $J + K$ funkcija ograničenja, kao i svih $2n$ granica promenljivih nazivaju se nedopustiva rešenja (*infeasible solutions*). Dopustiva rešenja čine podskup prostora pretrage D , a koji je definisan funkcijama ograničenja. Ovaj podskup se naziva region dopustivih rešenja S (*feasible region*).

Svakom dopustivom rešenju iz prostora pretrage može se pridružiti odgovarajuća funkcija cilja $f(\mathbf{x}) = \mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_M]^T$. Ovaj prostor za slučaj višeciljnih optimizacija predstavlja višedimenzioni prostor i naziva se prostor funkcija cilja ili kriterijumski prostor pretrage Z (*objective space*).

Slikom 3.1 su predstavljeni prostor rešenja D^3 i kriterijumski prostor Z^2 .



Slika 3.1. Preslikavanje dopustivog rešenja iz prostora pretrage u kriterijumski prostor

[95]

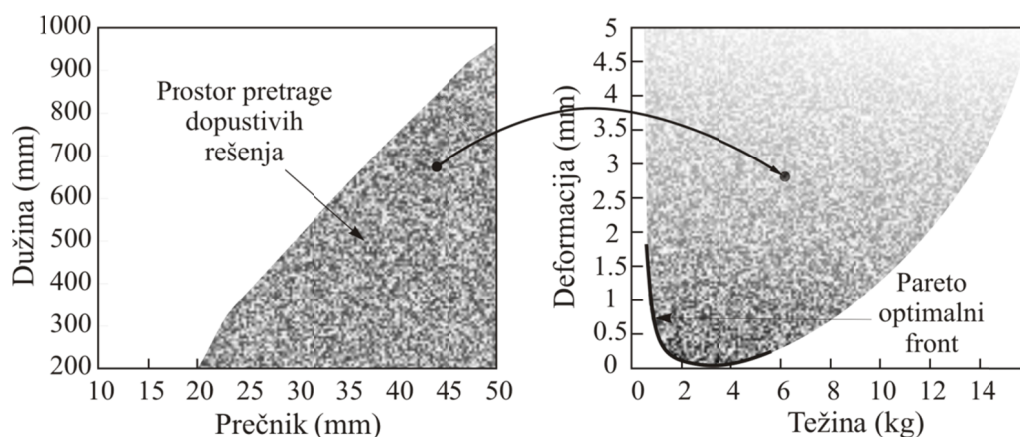
3.2 Koncept dominacije i *Pareto* optimalnosti

Kako *Deb* u [95] navodi, osnovne tendencije u višeciljnim optimizacionim metodama su:

1. Iznažanje seta rešenja čija bi raspodela trebalo da bude što bliža *Pareto* optimalnom frontu rešenja.

2. Isti taj set rešenja bi trebalo da zadovolji uslov što je moguće veće međusobne različitosti (raznovrsnosti, nejednakosti).

Sva dopustiva rešenja iz prostora pretrage čine i *Pareto* optimalna rešenja i ona rešenja koja nisu optimalna (Slika 3.2). Drugi deo ovog prostora čine nedopustiva rešenja, a koja su u koliziji sa jednom ili više funkcija ograničenja. Za sva rešenja iz *Pareto* optimalnog fronta kaže se da su dominantna nad ostalim neoptimalnim rešenjima iz prostora dopustivih rešenja. Rešenja pripadaju *Pareto* optimalnom frontu ako između sebe ne dominiraju. Nad svim ostalim dopustivim rešenjima *Pareto* rešenja dominiraju i ta rešenja ne pripadaju *Pareto* optimalnom frontu. Međutim, postoje i izuzeci koji se mogu javiti pri definisanju rešenja nekog algoritama, a kod kojih formirani set dominantnih rešenja obuhvata i *Pareto* optimalna i *Pareto* neoptimalna rešenja, te taj set ne predstavlja stvarna *Pareto* optimalna rešenja.



Slika 3.2. Preslikavanje dopustivog rešenja iz prostora pretrage u deo kriterijumskog prostora koji ne pripada *Pareto* frontu [95]

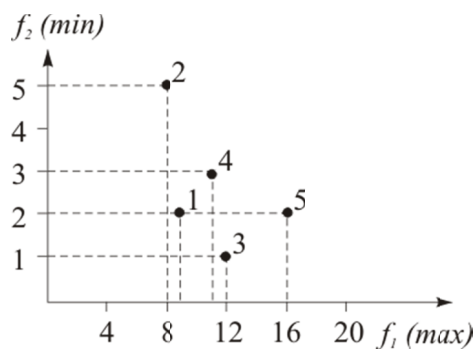
Definicija 1 Za rešenje $x^{(1)}$ se može reći da dominira nad rešenjem $x^{(2)}$ ako su ispunjena sledeća dva uslova:

1. Rešenje $x^{(1)}$ nije lošije od rešenja $x^{(2)}$ za sve funkcije cilja M .
2. Rešenje $x^{(1)}$ je strogo bolje od rešenja $x^{(2)}$ za barem jednu funkciju cilja M .

Ukoliko jedan od navedenih uslova nije ispunjen, rešenje $x^{(1)}$ ne dominira nad rešenjem $x^{(2)}$.

Koncept dominacije i *Pareto* set rešenja se može objasniti na primeru koji je predstavljen slikom 3.3. Slika 3.3 ilustruje rešenja sa različitim vrednostima funkcija

cilja u prostoru dve funkcije cilja, od kojih je na jednu (f_1) primenjen kriterijum maximizacije, dok je na drugu (f_2) primenjen kriterijum minimizacije. Na osnovu definicije o dominaciji, analizirajući rešenja 1 i 2, lako se može zaključiti da rešenje 1 dominira nad rešenjem 2, odnosno da je rešenje 1 bolje od rešenja 2 sa aspekta zadovoljavanja kriterijuma obe funkcije cilja. Analizirajući rešenja 1 i 5 možemo da zaključimo da je, za slučaj zadovoljavanja *max* kriterijuma funkcije f_1 , rešenje 5 bolje od rešenja 1, dok se za slučaj funkcije f_2 može zaključiti da su oba rešenja podjednako dobra - imaju istu vrednos funkcije cilja. Za ovakav slučaj rešenja ispunjena su oba uslova dominacije, pa se može tvrditi da je rešenje 5 dominantno u odnosu na rešenje 1. Ako sada posmatramo rešenja 3 i 5, možemo primetiti da je rešenje 5 bolje od rešenja 3 za slučaj zadovoljavanja *max* kriterijuma funkcije f_1 , dok je rešenje 3 bolje od rešenja 5 za slučaj zadovoljavanja *min* kriterijuma funkcije f_2 . U ovom slučaju nije zadovoljen prvi uslov dominacije, a tada možemo reći da ova dva rešenja nemaju dominaciju jedno nad drugim i da se ne može reći koje je rešenje bolje, obzirom da su obe funkcije cilja prioriteti. Takođe, za ovaj set (par) rešenja se može tvrditi da je dominantan u odnosu na sva ostala rešenja koja ne pripadaju ovom setu. Drugim rečima, nad ovim setom rešenja ne dominira (*non-dominated set*) ni jedno od preostalih rešenja koja ne pripadaju ovom setu.



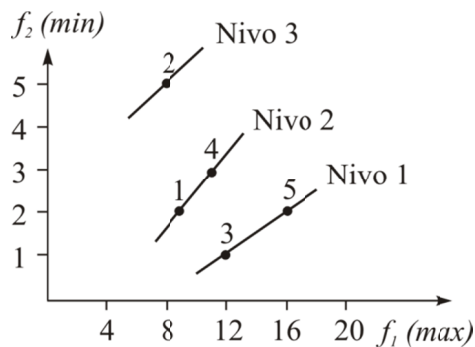
Slika 3.3. Prikaz dominacije i nedominacije u prostoru dve funkcije cilja sa različitim vrednostima [95]

Definicija 2 (Princip dominacije) Među rešenjima iz seta rešenja P postoji set rešenja P^* nad kojim ne dominira ni jedno rešenje iz seta rešenja P .

Ukoliko set rešenja P predstavlja set dopustivih rešenja S ($P = S$), tada set rešenja P^* nazivami *Pareto optimalni set rešenja* (*Pareto-optimal set*) i skiciran je punom linijom na slici 3.2 u kriterijumskom prostoru Težina-Deformacija.

Definicija 3 (Globalni Pareto optimalni set rešenja) *Set rešenja koji dominira nad svim ostalim rešenjima i pripada kompletnom prostoru pretrage dopustivih rešenja S predstavlja globalni Pareto optimalni set.*

Među postojećim evolucionim algoritmima ima onih koji kao rešenje nude (prikazuju) samo front dominantnih rešenja u okviru populacije, dok ostatak populacije predstavljaju nedominantna rešenja. Time je populacija grubo podeljena na dominantna i nedominantna rešenja. Takođe, postoje evolucioni algoritmi koji klasifikuju čitavu populaciju po nivoima dominacije, sortirajući tako nivoe rešenja po opadajućem kriterijumu (Slika 3.4). Tako, prvom nivou pripadaju najbolja dominantna rešenja. U sledećem koraku računarska složenost je smanjena jer se prvi nivo rešenja više ne razmatra, a preostali članovi populacije se sortiraju u sledeći, slabiji (lošiji) nivo dominacije. Ova procedura se ponavlja sve do trenutka dok se cela populacija ne sortira po nivoima dominacije. U proseku, broj nivoe dominacije je uglavnom mnogo manji od veličine cele populacije, a računarska složenost se može proceniti na osnovu složenosti slaganja prvog nivoe dominantnih rešenja, a za koji je složenost najveća i iznosi $O(MN^2)$, gde je M - broj funkcija cilja i N - veličina populacije (broj članova populacije ili broj rešenja).



Slika 3.4. Sortiranje rešenja po nivoima dominacije [95]

3.3 Genetski algoritmi

Genetski algoritmi predstavljaju metaheuristički metod optimizacije i spadaju u grupu evolucionih algoritama koji su inspirisani prirodnim procesima evolucije, odnosno baziraju se na *Darwin*-ovoj teoriji evolucije - prirodnoj selekciji i preživljavanju. Simulirajući prirodnu evoluciju genetski algoritmi pretarživanjem i sortiranjem u okviru populacije izdvajaju one članove populacije (jedinke) koji su „najjači”. Najznačajnije rezultate na polju genetskih algoritama su publikovali *Holland* [96] i *Goldberg* [97]. Veoma kvalitetan materijal na temu genetskih algoritama koji je konsultovan prilikom izrade ove disertacije, te na kom se ista uglavnom i zasniva, publikovan kroz monografije, teze i radove, predstavlja sledeću referentnu literaturu [12, 95, 98-108].

Suština postupka se zasniva na odabiru najotpornijih jedinki neke populacije, odnosno na preživljavanju najbolje adaptiranih na uslove života, tj. „najprilagođenijih”. Ove jedinke su se pokazale kao najuspešnije u borbi za lični opstanak, a time i opstanak i produžetak vrste. Ove jedinke poseduju najkvalitetniji genetski materijal i kao takve u procesu evolucije imaju najveće šanse da prežive i nastave vrstu. Ukrštanjem najkvalitetnijih (najotpornijih) jedinki stvaraju se kvalitetniji potomci i generacije. Loše jedinke tokom evolucije stvaraju loše potomke koji u jednom trenutku potpuno nestaju - izumiru.

Genetski algoritmi „deluju” nad svim jedinkama generisane populacije, a koja predstavljaju moguća rešenja pri svakoj iteraciji, ispitujući tako kvalitet svake jedinke. Svaka iteracija predstavlja generaciju kojoj pripada određeni broj jedinki koje čine populaciju. Zapravo, postupak pretrage se vrši nad nizom kodiranih parametara - hromozomima jedinki. Hromozome čine nizovi gena koji predstavljaju kodirane parametre, binarne ili realne, kojima se definišu jedinke. Ovako organizovani nizovi gena (hromozomi) predstavljaju genotipe i poseduju osnovne informacije o finalnom proizvodu - fenotipu.

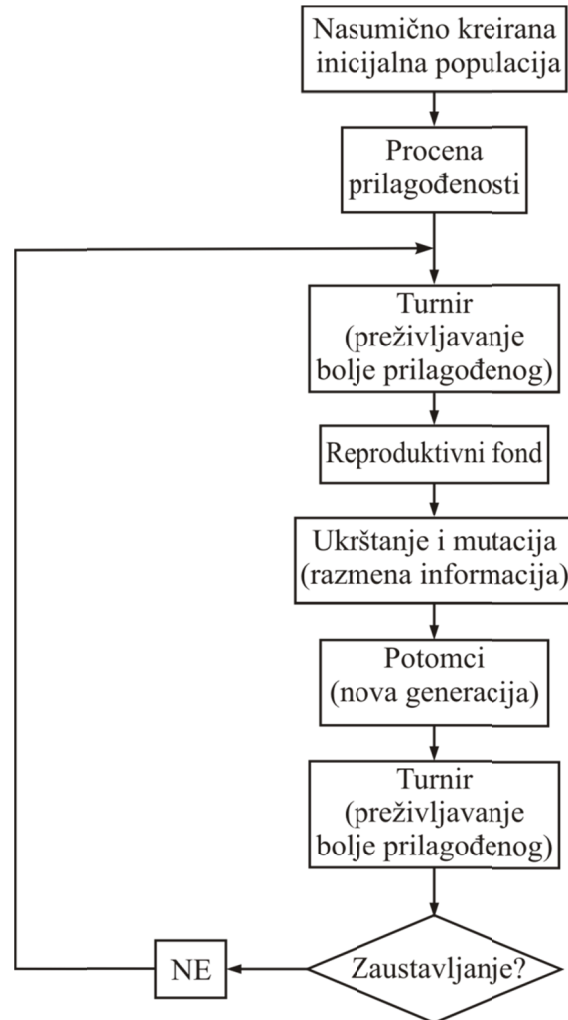
Postupak započinje kreiranjem hromozoma jedinki inicijalne populacije. Nad inicijalnom populacijom se vrši procena kvaliteta jedinki i njihova selekcija. Merilo kvaliteta svake jedinke se predstavlja merom prilagođenosti, dodeljujući tako svakoj jedinki odgovarajuću funkciju prilagođenosti (*fitness function*). Funkcija prilagođenosti

se definiše na osnovu funkcija ograničenja i funkcija cilja. U zavisnosti od stepena prilagođenosti, primenom operatora selekcije, vrši se odabir jedinki čiji će se hromozomi rekombinovati i koje će se kao roditelji ukrštati (*crossover*) zarad reprodukcije (*reproduction*), a na taj način, uz moguću mutaciju (*mutation*), stvarati nove generacije. Selekcijom nad populacijom nove generacije vrši se odabir najboljih jedinki koje će činiti novu, međugeneracijsku populaciju mogućih rešenja (roditelja). Selekcijom takvih jedinki, koje predstavljaju potencijalne roditelje, formira se reproduktivni fond (*mating pool*) nad kojim se primenjuju genetski operatori ukrštanje i mutacija. Kao suština procesa pretraživanja, genetski operatori se primenjuju nad odabranim rešenjima zarad stvaranja novih, boljih rešenja. Ukrštanje je genetski operator koji se primenjuje sa velikom verovatnoćom i kojim se vrši odgovarajuća zamena i razmena gena (genetskog materijala) između dva „roditeljska” hromozoma, stvarajući na taj način nove i bolje hromosome - potomke (*offspring*). Takođe, postoji i manja verovatnoća da do ukrštanja ne dođe, a ti se hromozomi direktno kopiraju u novu generaciju i kao takvi predstavljaju klonove. Mutacija je genetski operator koji se primenjuje sa malom verovatnoćom i osnovna uloga mu je da obezbedi raznolikost (različitost, nejednakost) među jedinkama nove generacije. Mutacijom se, zapravo, unosi osvežen genetski materijal među jedinke, slučajnim i balgim promenama nad pojedinim genima hromozoma i na taj način širi prostor pretrage.

Nakon formiranja nove populacije jedinki, a po dejstvu ukrštanja i mutacije, ponovnim sparivanjem najbolje adaptiranih obezbeđuju se najbolje osobine, odnosno genetski materijal, za prenos na nove generacije, a time i na sve naredne populacije koje pripadaju novim generacijama, čime se podiže nivo prilagođenosti novih jedinki - potomaka. Postupak se odvija sve do trenutka dostizanja najboljih rešenja, ili dostizanja zadatog broja iteracija (generacija), ili dostizanja određenog, unapred zadatog uslova konvergencije. Dakle, populacije se iterativno kroz generacije smanjuju, ali se postiže veća prilagođenost jedinki - bolja rešenja.

Nakon što su u prethodnim poglavljima izvršeni pregled i definisanje pojedinih opštih i osnovnih pojmova, kao i opis samog toka optimizacije genetskim algoritmom, u daljem tekstu će se detaljnije opisati samo tehnike i operatori koji opslužuju korišćeni optimajzer NSGA-II [103-105, 107, 108]. Takođe, narednom slikom (Slika 3.5) je

prikazan jedan prost genetski algoritam koji dočarava prethodno opisane faze kroz koje prolaze jedinke.



Slika 3.5. Šema jednog prostog genetskog algoritma [12]

3.3.1 Kodiranje realnim brojevima

Za razliku od binarno kodiranog hromozoma, niz gena koji čine realno kodiran hromozom predstavljen je realnim brojevima. Za razliku od binarnog kodiranja, ukrštanje i mutacija se mogu primeniti direktno na realne parametre, kao i bez prethodnog kodiranja, jer za istim nema potrebe. Ovo čini realno kodirane probleme lakšim i bržim za izvršavanje, ali se poteškoće javljaju primenom operatora pretrage.

Takođe, jedinke koje predstavljaju rešenja mogu se direktno iskoristiti za proračun prilagođenosti, a pošto se operatori selekcije baziraju na vrednosti prilagođenosti mogu se koristiti isti operatori selekcije korišćeni u slučajevima binarnog kodiranja.

Kako ova disertacija obrađuje problem aerodinamičko-strukturalne optimizacije, gde su svi parametri koji opisuju geometriju i fenomene realni brojevi, jasan je odabir opcije u okviru genetskog algoritma kojom se sugerije na rad sa realnim (kontinualnim) vrednostima parametara.

3.3.2 Selekcija

Osnovni cilj reprodukcije jeste umnožavanje dobrih i eliminacija loših rešenja u okviru populacije, održavajući u isto vreme veličinu populacije nepromenjenom. Dakle, suština je u favorizovanju jedinki (hromozoma) sa dobrim genima da bi se u narednu generaciju preneo što bolji genetski materijal. Kako ističe *Deb* u [95], da bi se ovo ostvarilo, neophodno je zadovoljiti sledeće korake:

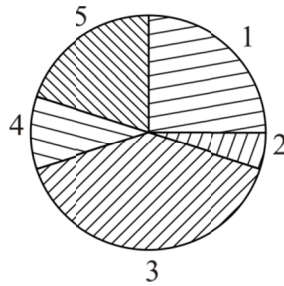
1. Uočiti dobra rešenja u okviru populacije.
2. Umnožiti uočena dobra rešenja.
3. Eliminirati loša rešenja iz populacije da bi se umesto njih u populaciju uvela umnožena dobra rešenja.

Da bi se navedena tri uslova ispunila, operatori selekcije koji se u praksi uglavnom koriste su: turnirska selekcija (*tournament selection*), prosta selekcija (*proportionate selection*) i selekcija bazirana na rangu (*ranking selection*).

Turnirska selekcija se ostvaruje, uglavnom, između dva rešenja. Bolje rešenje je pobednik turnira i ostvaruje prođu u reproduktivni fond. Na taj način se vrši popunjavanje reproduktivnog fonda najbolje prilagođenim rešenjima, tj. jedinkama. Operator turnirske selekcije je najčešće korišćen zbog svoje jednostavne primene, bolje konvergencije i brzine procesiranja. Ovaj operator, ali u proširenom obliku, koristi se za postupak selekcije u NSGA-II algoritmu da bi se izbeglo „prsto” odbacivanje umesto odabira jedinki iz poslednjeg fronta, kao i u slučaju selekcije kod višeciljnih optimizacionih postupaka sa funkcijama ograničenja, a što će kasnije biti detaljno izloženo.

Prostom selekcijom se izvršava odabir jedinki proporcionalno njihovoj vrednosti prilagođenosti. Implementacija ovog operatora selekcije se može ostvariti mehanizmom točka ruleta (*roulette-wheel selection* - RWS). Točak je podeljen na N isečaka, koji odgovara broju jedinki u populaciji, pri čemu je veličina svakog isečka proporcionalna vrednosti prilagođenosti svake jedinke (Slika 3.6), a što direktno utiče na verovatnoću odabira. Točak se potom zavrti onoliko puta koliko je rešenja potrebno. Koristeći vrednost prilagođenosti jedinke, verovatnoća selekcije i -te jedinke se izračunava kao količnik vrednosti prilagođenosti te jedinke i sume vrednosti prilagođenosti svih jedinki populacije:

$$p_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^N F_j} . \quad (3.5)$$



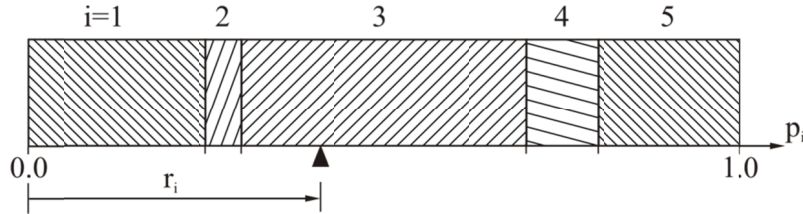
Slika 3.6. Prosta selekcija točkom ruleta [95]

Potom se izračunava kumulativna verovatnoća svake jedinke:

$$P_i = \sum_{j=1}^i p_j , \quad (3.6)$$

a poslednja jedinka u nizu ima vrednost (P_N) 1. To je vrednost kojom se niz završava. Prva jedinka ima vrednost od 0 do P_1 , druga od P_1 do P_2 itd. Kumulativna linija od vrednosti 0 do 1 je podeljna proporcionalno vrednostima kumulativne verovatnoće (Slika 3.7), dok je proizvoljan broj pokušaja prikazan sa r_i . Domeni rešenja (isečci) na slici 3.7 odgovaraju domenima rešenja (isečcima) na slici 3.6. Rešenja koja imaju bolju prilagođenost imaju veće isečke, kako na točku tako i na liniji. Sa slike 3.6 i slike 3.7 se može primetiti da je u oba slučaja odabrana jedinka 3, sa stringom najveće prilagođenosti, a koja će biti kopirana u reproduktivni fond. Očekivani broj kopija se može proračunati proizvodom verovatnoće selekcije i broja jedinki u populaciji ($p_i \cdot N$). U poređenju sa operatorom turnirske selekcije, operatori koji se baziraju na proračunu

prosečne vrednosti prilagođenosti su značajno sporiji jer zahtevaju proračun prilagođenosti svih jedinki populacije.

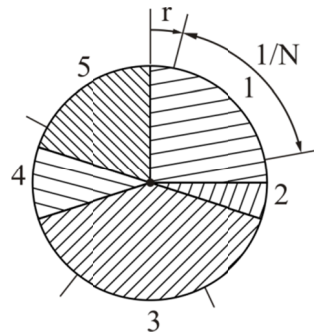


Slika 3.7. Kumulativna linija [95]

Operator RWS se pokazao kao neprecizan i sa velikim odstupanjima pri realizaciji. Napredniji metod je izveden na osnovu postojećeg RWS i predstavlja njegovu determinističku varijantu - SRWS (*stochastic roulette-wheel selection*), a sam metod predstavlja stohastički univerzalni odabir (*stochastic universal sampling*). Za razliku od broja pokušaja na kojima se bazira RWS, u SRWS se bira samo jedan proizvoljan broj koji važi za celu populaciju i računa se kao količnik I/N . Kako je N broj rešenja koja bi trebalo odabrati, proračun N podjednako raspoređenih „pokazivača” se proračunava na sledeći način:

$$R = \left\{ r, r + \frac{I}{N}, r + \frac{2}{N}, \dots, r + \frac{(N-I)}{N} \right\}. \quad (3.7)$$

Slično kao kod RWS, jedinki kojoj odgovara vrednost R biće selektovana na kumulativnoj liniji, dok se za slučaj točka ostvaruje jedna rotacija istog, a što je predstavljeno slikom 3.8.



Slika 3.8. Stohastička univerzalna selekcija točkom ruleta [95]

Ozirom da se prosta selekcija bazira na proračunu stvarnih (apsolutnih) vrednosti prilagođenosti, to može dovesti do forsiranja „super-rešenja” (jedinke) sa verovatnoćom odabira približno 1, te će ista ta jedinka biti forsirana pri kopiranju u reproduktivni fond. Takođe, problem može predstavljati veći broj rešenja sa sličnom vrednošću prilagođenosti, što dovodi do slične vrednosti verovatnoće odabira. Problem razmere se može lako prevazići selekcijom baziranom na rangu. Rešenja se sortiraju shodno njihovoj prilagođenosti, od najlošije (vrednost ranga iznosi 1) do najbolje (vrednost ranga iznosi N). Na taj način operator verovatnoće odabira se ne dodeljuje na osnovu apsolutne vrednosti prilagođenosti, već na osnovu njenog ranga.

3.3.3 Ukrštanje

Deb je u svojoj monografiji [95] izneo kvalitetan pregled operatora ukrštanja. Grubo se mogu podeliti na prilagođene binarno kodiranim i realno kodiranim genetskim algoritmima.

Binarno kodirane razlikujemo po mestu ukrštanja bitova. Dele se na jednopozicione, dvopozicione i višepozicione (uniformne). Realno kodirani mogu koristiti analogiju binarno kodiranih (poziciono ukrštanje), ali se u okviru hromozoma umesto razmene bitova razmenjuju realni brojevi - celi geni. Druga grupa predstavlja operatore ukrštanja razvijene samo za realno kodirane genetske algoritme. Neki od ovih operatora su: linearno ukrštanje (*linear crossover*), prosto ukrštanje (*naive crossover*), BLX (*blend crossover*), SBX (*simulated binary crossover*), FR (*fuzzy recombination*), simplex ukrštanje (*simplex crossover*), FCX (*fuzzy connectives based crossover*), nelojalno (pristrasno) ukrštanje (*unfair average crossover*), kao i neki, skorije razvijeni operatori ukrštanja. Poslednje navedeni operator je jednim svojim delom operator aritmetičkog ukrštalja, implementiran u MOGA (NSGA-II) u okviru ANSYS-a. Ovaj operator se bazira na težinskom faktoru α , a bira se na intervalu $[0, 1]$, kako ističu neki autori, ili $[0, 0.5]$, kako je definisano u [95, 109]. Međutim, u praksi se uglavnom bira vrednost 0.5, koja je postala ustaljena. Ovaj operator se u okviru selektovanog optimajzera koristi u vidu potpuno aritmetičkog ukrštanja, po obrascu linearne kombinacije dva roditeljska hromozoma zarad stvaranja dva nova potomka:

$$\begin{aligned} \text{potomak_1} &= \alpha \cdot \text{roditelj_1} + (1 - \alpha) \cdot \text{roditelj_2} \\ \text{potomak_2} &= \alpha \cdot \text{roditelj_2} + (1 - \alpha) \cdot \text{roditelj_1} \end{aligned}$$

3.3.4 Mutacija

Deb u svojoj monografiji [95] navodi i nekoliko operatora mutacije: operator slučajne mutacije (*random mutation*), neuniformne mutacije (*non-uniform mutation*), *Gauss*-ovske distribucije verovatnoće (*normally distributed mutation*) i operator polinomske mutacije (*polynomial mutation*), koji je implementiran u selektovani optimajzer. Mutacija se na osnovu operatora polinomske mutacije izvršava po obrascu:

$$\text{potomak} = \text{roditelj} + (\text{gornja granica} - \text{donja granica}) \cdot \delta,$$

pri čemu se δ proračunava iz polinomske distribucije verovatnoće, po obrascu [95, 109]:

$$\delta = \begin{cases} (2 \cdot r_i)^{1/(\eta_m + 1)} - 1, & r_i < 0.5, \\ 1 - [2 \cdot (1 - r_i)]^{1/(\eta_m + 1)}, & r_i \geq 0.5, \end{cases} \quad (3.8)$$

i pri čemu je r proizvoljan broj iz domena $[0, 1]$, a η_m indeks za polinomsku mutaciju.

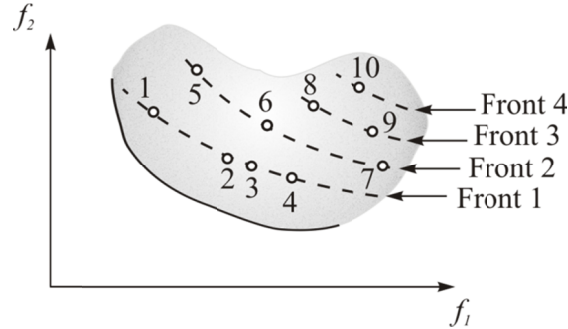
3.4 NSGA, Strogo elitistički NSGA-II i NSGA-II sa kontrolisanim elitizmom

Da bi se uvođenje kontrolisanog elitizma [107] u ovaj algoritam opisalo, potrebno je osvrnuti se na njegovu „evoluciju”, od početnog NSGA, čije je osnove i ideju o nedominantnom konceptu sortiranja postavio *Golberg* u [97], a kasnije ga konkretizovali *Srinivas* i *Deb* u [108], preko strogo elitističkog NSGA-II, a koji su u svom radu predložili *Deb* i ostali [103].

3.4.1 NSGA

NSGA [108] funkcioniše na principu nedominantnog sortiranja roditeljske populacije rešenja (P) po frontovima, baziranog na dodeli prilagođenosti, kao i obezbeđivanju raznolikosti rešenja duž svakog fonta koristeći strategiju preraspodele.

Klasifikacija roditeljske populacije rešenja po frontovima, o čemu je ranije bilo reči, može se ilustrovati primerom na slici 3.9.



Slika 3.9. Klasifikacija roditeljske populacije rešenja po frontovima za NSGA [95]

Sa slike se jasno ućava da frontu 1 (P_1) pripadaju najbolja nedominantna rešenja - rešenja 1, 2, 3, 4. Druga po kvalitetu rešenja prpadaju frontu 2 (P_2) - rešenja 5, 6, 7, itd. Najslabija nedominantna rešenja pripadaju poslednjem frontu. Najboljoj raspodeli rešenja (front 1), shodno blizini stvarnom *Pareto* optimalnom frontu, dodeljuje se najveća vrednost prilagođenosti. Prilagođenost ističe podjednaku važnost rešenja koja pripadaju istom frontu. Svakom rešenju i se dodeljuje prilagođenost $F_i = N$, gde je N broj rešenja u populaciji. Po ovom ključu, najveća vrednost prilagođenosti se dodeljuje prvom frontu ($F_1 = 10$), frontu koji je najbliži *Pareto* optimalnoj raspodeli rešenja. Daljim povećanjem prilagođenosti se postiže i usmeravanje selekcije prema *Pareto* optimalnom frontu. Održavanje raznolikosti među rešenjima fronta se ostvaruje degradacijom dodeljene prilagođenosti, na osnovu broja rešenja koja su u okruženju posmatranog rešenja. Na ovaj način se obezbeđuje mogućnost ravnopravnog kopiranja u reproduktivni fond, onih rešenja koja se nalaze u oblasti fronta sa manjom gustinom preraspodele rešenja, a što i jeste suština mehanizma obezbeđivanja raznolikosti rešenja. Da bi se ovo ostvarilo, NSGA koristi metod funkcije preraspodele (*sharing function model*). Ovaj metod se primenjuje na rešenja raspoređena duž fronta. Dakle, rastojanje d_{ij} , između rešenja i i j nekog (k -tog) fronta, izračunava se po obrascu:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^{|P_l|} \left(\frac{x_k^{(i)} - x_k^{(j)}}{x_k^{\max} - x_k^{\min}} \right)^2}. \quad (3.9)$$

Nakon što se izračunaju ova rastojanja, za vrednost parametra $\alpha = 2$, vrši se proračun vrednosti funkcije preraspodele po obrascu:

$$Sh(d) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{d}{\sigma_{share}} \right)^\alpha, & d \leq \sigma_{share}, \\ 0, & d > \sigma_{share}, \end{cases} \quad (3.10)$$

U zavisnosti od rastojanja d_{ij} , funkcija preraspodele može imati vrednosti između 0 i 1. Pošto se izračunaju sve vrednosti funkcije preraspodele u okviru određenog fronta, izračunava se vrednost nc_i (*niche count*) i -tog rešenja, koja sumira vrednosti funkcije preraspodele:

$$nc_i = \sum_{j=1}^N Sh(d_{ij}). \quad (3.11)$$

Ovaj parametar izračunava broj rešenja koja okružuju posmatrano i -to rešenje, uključujući i njega samog. Ukoliko u okolini nekog rešenja, u domenu rajusa parametra σ_{share} , nema ni jednog rešenja, vrednost nc_i iznosi 1. Takođe, ukoliko su neka rešenja u okviru istog fronta blisko raspoređena, vrednost nc_i približno je jednak broju rešenja u okviru fronta. Dakle, manjoj vrednosti nc_i odgovara manja gustina preraspodele rešenja, većoj vrednosti nc_i odgovara veća gustina preraspodele rešenja. Konačno, degradacija prilagođenosti, odnosno vrednost funkcije preraspodele se proračunava prema obrascu:

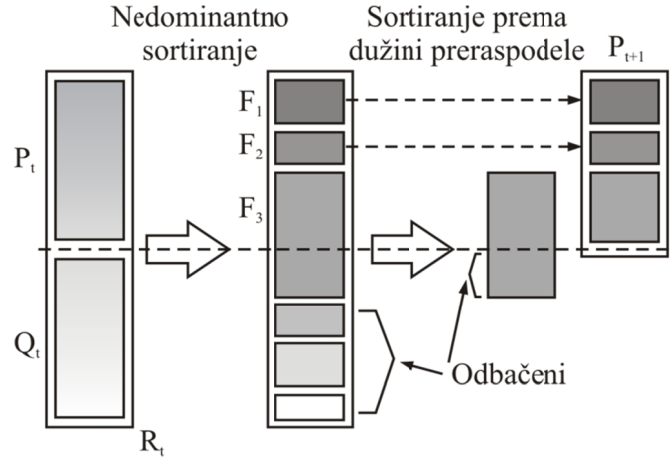
$$F'_i = \frac{F_i}{nc_i}. \quad (3.12)$$

Veća gustina rešenja u nekoj oblasti fronta (rešenja 2, 3, 4) dovodi do veće degradacije prilagođenosti tih rešenja, a time i dodeljivanje manje vrednosti funkcije preraspodele. Oblast fronta sa manjom gustinom rešenja (rešenje 1) dovodi do manje degradacije prilagođenosti, a time i do dodeljivanja veće vrednosti funkcije preraspodele, a što povećava verovatnoću kopiranja takvih rešenja u reproduktivni fond (Slika 8). Za razliku od funkcije preraspodele, koja radi sa operatorom proste selekcije, NSGA koristi SRWS operator.

3.4.2 Strogo elitistički NSGA-II

Uvođenje (strogo) elitističkog NSGA-II [103] se zasnivalo na unapređenju postojećeg NSGA. NSGA je najviše kritikovan zbog neelitističkog pristupa i potrebe za

definisanjem parametra preraspodele σ_{share} . Postupak NSGA-II je ilustrovan slikom 3.10.



Slika 3.10. Postupak sortiranja strogo elitističkog NSGA-II [95]

Postupak započinje kreiranjem proizvoljne roditeljske populacije rešenja P_t . Na osnovu roditeljske populacije P_t , binarnom selekcijom, baziranom na primeni turnirskog operatora preraspodele rešenja (*crowded tournament selection operator*), zatim rekombinacijom i mutacijom, kreira se populacija rešenja potomaka Q_t . Tada se započinje sa nedominantnim sortiranjem čitave inicijalne populacije R_t , veličine $2N$, koju u ovom slučaju čine roditeljska populacija P_t , veličine N , i populacija potomaka Q_t , takođe, veličine N . Nakon izvršenog sortiranja populacije R_t po nedominantnim frontovima, popunjavanje nove populacije započinje kopiranjem rešenja iz najboljeg fronta rešenja, a nastavlja se kopiranjem iz postepeno lošijih, forsirajući na taj način koncept strogog elitizma. Obzirom da je kapacitet nove populacije N , suvišni frontovi se, jednostavno, brišu, dok se na poslednji mogući front, koji u novu populaciju ne može biti kopiran u celosti, primenjuje sortiranje bazirano na metričkoj dužini preraspodele rešenja (*crowding distance metric*). Poenta selekcije u okviru poslednjeg mogućeg fronta, slično kao kod postupka NSGA, jeste traganje za rešenjima koja su u domenu fronta smeštena u oblastima manje gustine preraspodele rešenja, koristeći se *niching* strategijom za proračun metričke dužine preraspodele, a što obezbeđuje raznolikost među rešenjima. Nakon kreiranja populacije P_{t+1} , koristeći turnirski operator

preraspodele rešenja, zatim, ukrštanjem i mutacijom, kreira se populacija potomaka Q_{t+1} .

Definicija 4 *Turnirski operator selekcije baziran na preraspodeli: Rešenje $x^{(i)}$ je pobednik turnira nad drugim rešenjem $x^{(j)}$, ako je neki od uslova istinit:*

1. *Ako rešenje $x^{(i)}$ ima bolji rang, $r_i < r_j$.*
2. *Ako oba rešenja imaju isti rang, ali rešenje $x^{(i)}$ ima bolju dužinu preraspodele nego rešenje $x^{(j)}$, $r_i = r_j$ i $d_i > d_j$.*

Prvi uslov garantuje da izabrano rešenje leži na boljem nedominantnom frontu. Drugim uslovom se vrši odabir između dva rešenja koja pripadaju istom nedominantnom frontu. Pobeđuje ono rešenje koje se nalazi u razređenoj oblasti rešenja, odnosno sa većom vrednošću d_i . Zapravo, mera dužine preraspodele d_i predstavlja meru prostora pretrage oko rešenja i koje nije okruženo nekim drugim rešenjima iz populacije.

Izračunavanje dužine preraspodele zahteva prethodno dodeljivanje vrednosti funkcije cilja svakom od rešenja, kao i sortiranje na osnovu iste (I^m). Dalje se, za svaka dva susedna rešenja izračunava apsolutna normalizovana razlika vrednosti njihovih funkcija cilja. Ukupna vrednost dužine preraspodele predstavlja sumu pojedinačnih vrednosti za svaku funkciju cilja iz nedominantnog seta (I). Proračun preraspodele se predstavlja izrazom:

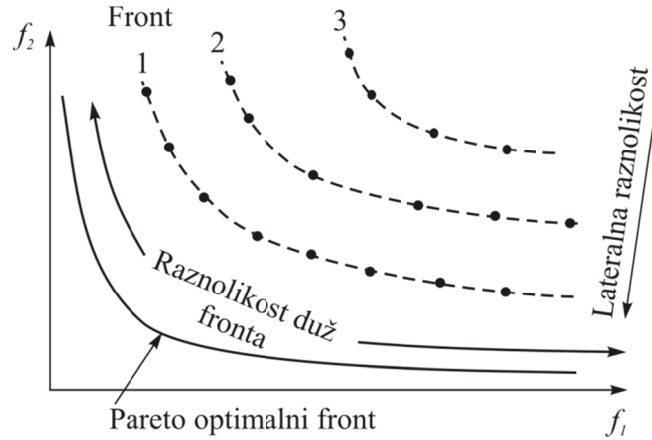
$$d_{I_j^m} = d_{I_j^m} + \frac{f_m^{(I_{j+1}^m)} - f_m^{(I_{j-1}^m)}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}}, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (3.13)$$

pri čemu su $f_m^{\max}$ i $f_m^{\min}$ maksimum i minimum iz populacije za m -tu funkciju cilja.

3.4.3 NSGA-II sa kontrolisanim elitizmom

Glavni nedostatak strogog elitističkog pristupa jeste „dubinsko” ostvarivanje raznolikosti rešenja u prostoru pretrage. Naime, suština je u načinu selekcije, a koja se kod elitističkog modela sprovodi, prevashodno, duž najbolje rangiranog nedominantnog fronta, zapostavljajući tako ostale frontove nižeg ranga dominacije. Ovo može dovesti do gubitka raznolikosti, što dovodi do neizbežnog usporenja pretrage ili prevremene konvergencije. Takođe, strog elitizam može onemogućiti algoritam da ostvari stvarni *Pareto* optimalni front rešenja. Uzrok problema predstavlja izostanak lateralne

raznolikosti (Slika 3.11), a koja se mora obezbediti i na taj način uspostaviti raznolikost u oba smera, duž fronta, kao i lateralno. Postoje razni predlozi za uspostavljanje ovog mehanizma, a predloženi algoritam je baziran na postupku adekvatnog kopiranja rešenja iz nedominantnih frontova.



Slika 3.11. Prikaz podužne i lateralne raznolikosti [95]

Omogućavanje rešinjima iz različitih nedominantnih frontova da učestvuju u formiranju nove populacije postignuto je adaptivnom restrikcijom kopiranja rešenja iz najboljeg nedominantnog fronta. Postupak se zasniva na početnom zadavanju mogućeg broja rešenja po frontu, odgovarajućom geometrijskom distribucijom:

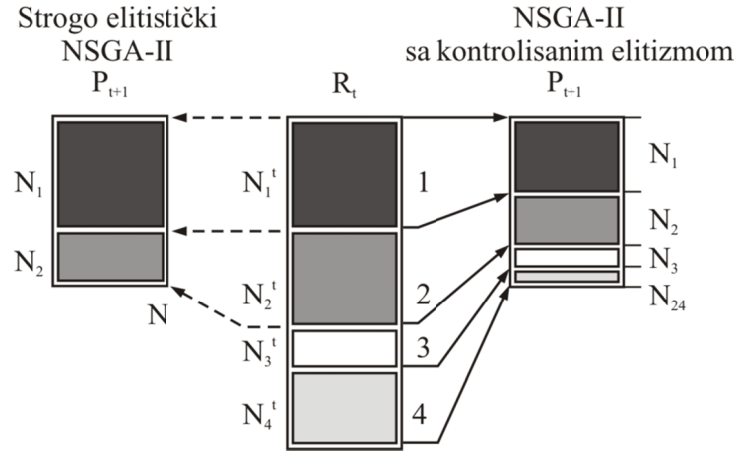
$$N_i = r \cdot N_{i-1}, \quad (3.14)$$

gde je N_i maksimalan broj mogućih rešenja u i -tom frontu, a r ($r < 1$) predstavlja redukcionni faktor.

Postupak započinje nedominantnim sortiranjem mešovite populacije R_t (veličine $2N$), koju čine roditelji P_t i potomci Q_t , u K broj frontova. Shodno geometrijskoj distribuciji, maksimalan broj mogućih rešenja u i -tom frontu ($i = 1, 2, \dots, K$), populacije veličine N , sledi iz izraza:

$$N_i = N \frac{1-r}{1-r^K} r^{i-1}. \quad (3.15)$$

Iz prethodnog izraza se jasno vidi da se prvom frontu dodeljuje najveći broj rešenja, a svakom sledećem frontu se dodeljuje eksponencijalno manji broj rešenja. Komparativni prikaz popunjavanja nove generacije metodom strogog i kontrolisanog elitizma, prikazan je slikom 3.12.



Slika 3.12. Komparativni prikaz popunjavanja nove generacije metodom strogog i kontrolisanog elitizma za NSGA-II [95]

Shodno unapred određenom kapacitetu frontova mogu se javiti dva različita scenarija. Prvi scenario odgovara situaciji u kojoj je broj rešenja N_I^t veći od kapaciteta fronta N_I . U tom slučaju se primenjuje operator selekcije baziran na primeni turnirske preraspodele rešenja i kopiraju se N_I broj rešenja iz razređene oblasti fronta. Drugi scenario odgovara situaciji u kojoj je broj rešenja N_I^t manji ili jednak kapacitetu fronta N_I . U tom slučaju se kopiraju svih N_I^t broj rešenja, te se izvrši i prost proračun $\rho_I = N_I - N_I^t$ preostalog slobodnog kapaciteta za kopiranje u novi front $N_2 + \rho_I$. Postupak se ponavlja sve dok se populacija R_t , kapaciteta $2N$, ne redukuje na populaciju P_{t+1} kapaciteta N (Slika 3.12). Sa slike se jasno vidi prednost kontrolisanog elitizma nad strogim, a kada je potrebno obezbediti raznolikost rešenja. Rešenja sva četiri fronta populacije R_t su kopirana u nova četiri fronta populacije P_{t+1} . Na ovaj način, održavanjem rešenja iz većine nedominantnih frontova populacije omogućava operatoru rekombinacije da kreira što raznovrsnija rešenja.

Na kraju bi trebalo još istaći da distribucija može imati proizvoljan oblik (aritmetički, harmonijski...). Takođe, važi i generalno pravilo, da je veoma bitno uspostaviti ravnotežu između operatora ukrštanja i mutacije, sa jedne strane (*exploration*), naspram operatora selekcije, sa druge strane (*exploitation*), [95].

3.5 Funkcije ograničenja kod višeciljnih optimizacionih algoritama

Standardni zapis višeciljne optimizacije sa funkcijama ograničenja je izložen u poglavlju 3.1, jednačinama (3.1)-(3.4), gde se jasno vidi da se ista mogu definisati jednakostima K i nejednakostima J . Kako je i tada naglašeno, ova ograničenja dele prostor pretrage rešenja na dopustiv i nedopustiv prostor. Ograničenja mogu biti stroga (*strict/hard*) ili relaksirana (*relax/soft*).

U literaturi [95, 103, 105] se navodi nekoliko pristupa za manipulisanje ograničenjima: ignorisanje nedopustivih rešenja (*ignoring infeasible solutions*), kaznene funkcije (*penalty function approach*), metod *Jiménaz-Verdegay-Goméz-Skarmeta*, metod *Ray-Tai-Seow*, kao i turnirski metod (*constrained tournament method*), metod koji je implementiran u selektovani NSGA-II optimajzer i koji će biti izložen. *Deb* i ostali su u radu [103] demonstrirali sav kvalitet ovog metoda. Ovaj metod se bazira na modifikovanoj definiciji dominacije, za bilo koja dva rešenja, za slučaj višeciljne optimizacije sa funkcijama ograničenja (*constrain-domination*).

Definicija 5 Za rešenje $x^{(i)}$ se kaže da dominira nad rešenjem $x^{(j)}$, ako je jedan od uslova ispunjen:

1. Rešenje $x^{(i)}$ je dopustivo i rešenje $x^{(j)}$ nije.
2. Oba rešenja $x^{(i)}$ i $x^{(j)}$ su nedopustiva, ali rešenje $x^{(i)}$ ima manju sveukupnu vrednost povrede ograničenja.
3. Oba rešenja $x^{(i)}$ i $x^{(j)}$ su dopustiva, ali rešenje $x^{(i)}$ u klasičnom smislu (Definicija 1) dominira nad rešenjem $x^{(j)}$.

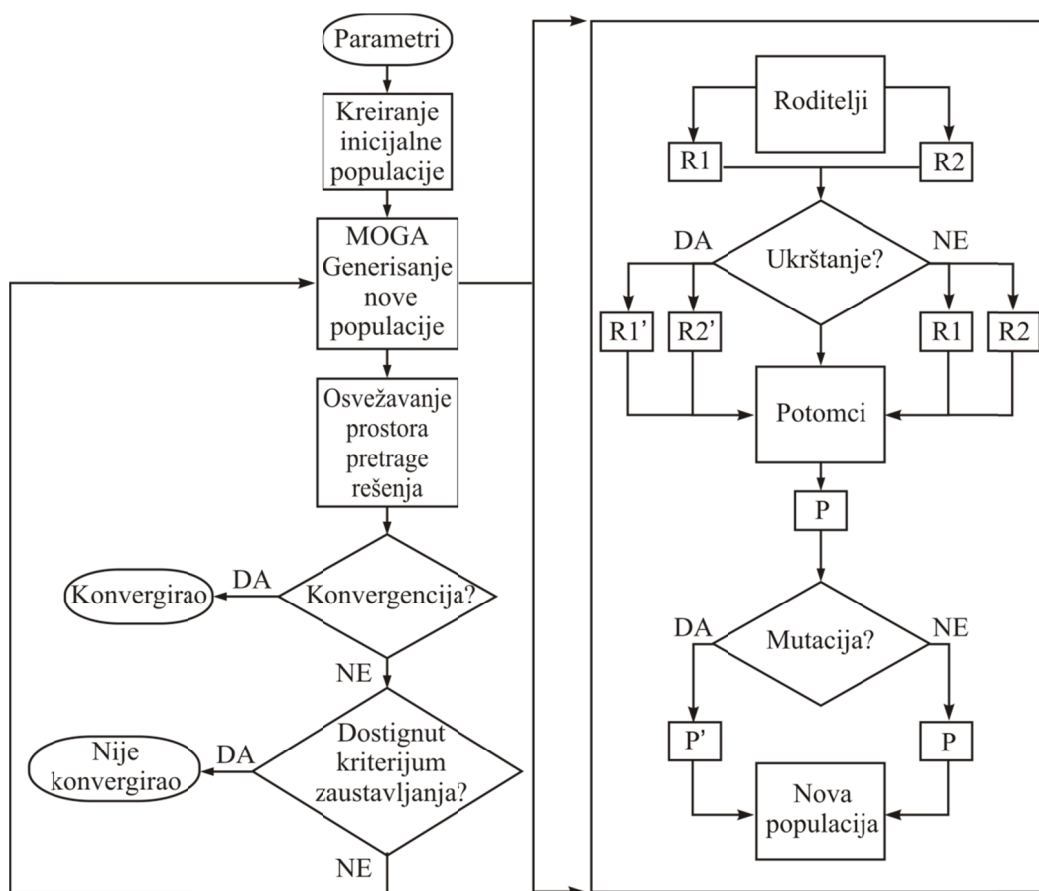
Služeći se izloženom definicijom o dominaciji pod ograničenjima, može se izvesti operator turnirske selekcije za slučaj optimizacije pod ograničenjima.

Definicija 6 Između rešenja $x^{(i)}$ i $x^{(j)}$, bira se rešenje $x^{(i)}$ ako je jedan od navedenih uslova istinit:

1. Rešenje $x^{(i)}$ pripada boljem setu rešenja, setu rešenja nad kojim ne dominiraju druga rešenja pod dejstvom ograničenja.
2. Rešenja $x^{(i)}$ i $x^{(j)}$ pripadaju istom setu rešenja, setu rešenja nad kojim ne dominiraju druga rešenja pod dejstvom ograničenja, ali je rešenje $x^{(i)}$ smešteno u razređenom delu seta na osnovu „niche” kriterijuma.

3.6 Tok MOGA optimizacionog metoda

Tok MOGA optimizacionog metoda, implementiran u ANSYS-ov DESIGN EXPLORATION centar [109], predstavljen je šemom na slici 3.13. Obzirom na činjenicu da su koraci generisanja nove populacije i sortiranje već objašnjeni poglavljima 3.3 i 3.4, potrebno je još definisati konvergenciju i dostizanje kriterijuma zaustavljanja. Uslovi konvergencije se mogu zadati dvojako, procentualnim vrednostima MAPP (*maximum allowable Pareto percentage*) i CSP (*convergence stability percentage*) kriterijuma. Ukoliko se zadovolje unapred zadati kriterijumi, konvergencija je postignuta, dok u suprotnom, kriterijum zaustavljanja mora biti postignut. Kriterijum zaustavljanja se postiže prostim dostizanjem unapred zadatog broja iteracija, odnosno dostizanjem unapred zadatog broja generacija.



Slika 3.13. Koraci u okviru MOGA optimizacionog metoda [109]

3.6.1 Proces odlučivanja

Rangiranje rešenja je zasnovano na zadovoljavanju ciljeva, na agregaciji i otežavanju, a ove tehnike predstavljaju finalni korak u procesu optimizacije. Sortiranje nad kreiranim setom kandidata se vrši dodelom prioriteta ciljevima i ograničenjima (*higher, default, lower*), kao i rukovođenjem ograničenjima, u smislu prikazivanja samo dopustivih rešenja (*strict*), ili i dopustivih i nedopustivih rešenja (*relaxed*). Grupisanje ciljeva je iskombinovano u jedinstvenu i otežanu funkciju cilja Φ , a koja je uzorkovana direktnim *Monte Carlo* metodom baziranim na uniformnoj distribuciji. Za n ulaznih parametara, m izlaznih parametara, kao i njihove „targetirane” vrednosti, funkcija Φ za kontinualne ulazne parametre ima oblik [109]:

$$\Phi \equiv \sum_{i=1}^n w_i N_i + \sum_{j=1}^m w_j M_j, \quad (3.16)$$

gde su w_i i w_j težine, definisane vrednostima [109]:

$$w_i = w_j = \begin{cases} 1.000, & \text{ako je dodeljen prioritet } higher \\ 0.666, & \text{ako je dodeljen prioritet } default, \\ 0.333, & \text{ako je dodeljen prioritet } lower \end{cases}$$

dok su N_i i M_j normalizovani ciljevi za ulazne i izlazne parametre, redosledno, definisani izrazima [109]:

$$N_i = \left(\frac{|x_t - x|}{x_u - x_l} \right)_i \text{ i } M_j = \left(\frac{|y_t - y|}{y_{\max} - y_{\min}} \right)_j, \quad (3.17)$$

pri čemu su:

x - trenutna vrednost ulaznog parametra,

x_t i y_t - odgovarajuće „targetirane” vrednosti,

y - trenutna vrednost izlaznog parametra,

x_l i x_u - odgovarajuća donja i gornja granica ulaznog parametra,

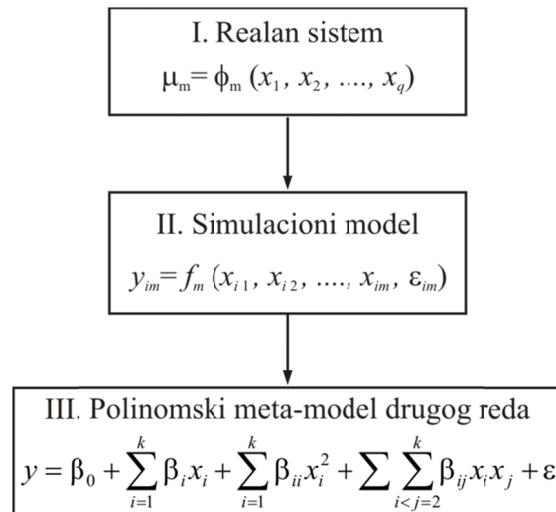
$y_{\min}$ i $y_{\max}$ - odgovarajuća donja i gornja vrednost izlaznog parametra,

a ulaznim i izlaznim parametrima, u zavisnosti od toga da li se tretiraju u vidu ciljeva ili ograničenja, može se rukovoditi sledećim tipovima:

no objective, minimize, maximize, seek target, $\leq, \geq$, kao i $\dots \leq \dots \leq \dots$

3.7 Aproksimativni modeli i numerički eksperimenti

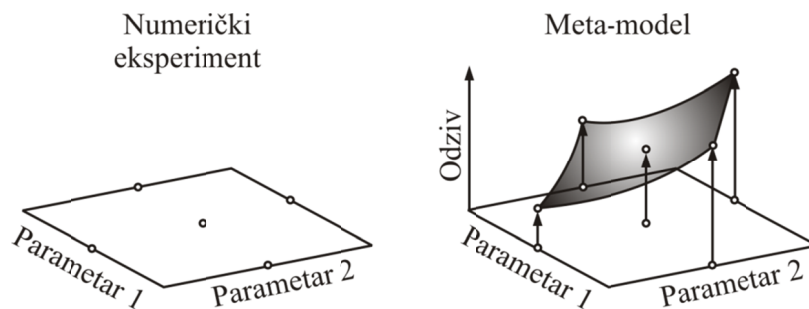
Genetski orijentisani optimizacioni postupak, kreiran za numeričko aerodinamičko-strukturalno unapređivanje uzgonskih površina letelica, baziran je na aproksimativnom modeliranju prostora pretrage, jer iako pojednostavljen, simulirani realni scenario je i dalje numerički veom zahtevan. Kako se navodi u [110], za slučaj numeričkog simuliranja uopšte, aproksimativni model (meta-model, surogat), zapravo predstavlja matematičku aproksimaciju simuliranog realnog sistema, a koji je interpretiran, vremenski i hardverski, veoma zahtevnim kompjuterskim simulacijama. (Ovom monografijom su opisani pojmovi, postupci i termini zastupljeni u fazama modeliranja, simuliranja i aproksimacije). Da bi se ovakv model učinio pristupačnijim za analizu poterbno je ostvariti njegov meta-model. Šema na slici 3.14 predstavlja redosled ostvarivanja meta-modela. Drugim rečima, kako se popularno navodi, meta-model predstavlja „model modela”.



Slika 3.14. Redosled kreiranja meta-modela [110]

Meta-modelima se uz minimalna angažovanja hardvera i značajnom vremenskom uštedom, za razliku od direktne metode (mada se i ona može inicirati meta-modelima), kreiraju aproksimativni modeli na osnovu unapred definisanih (planiranih) numeričkih ili laboratorijskih eksperimenata (*design of experiments* - DOE) [109, 111]. Naime, postupku ostvarivanja jednog meta-modela prethodi postupak

kreiranja numeričkih eksperimenata, unapred definisanom distribucijom uzoraka (*samples*), dok samo generisanje numeričkih eksperimenata zahteva značajna ulaganja u kompjuterske resurse, a što samo po sebi zavisi od nivoa aproksimacije realnog sistema pri kreiranju simulacionog modela. Distribuciju uzoraka, a koji su funkcija ulaznih parametara, moguće je ostvariti brojnim metodama i algoritmima [109, 111, 112], a suština im je zajednička - da na osnovu adekvatnog prostornog lociranja kreiraju što kvalitetniji odziv (relaciju) kojim se opisuje prostor pretrage ulaznih i izlaznih parametara, kao i da se sa što je moguće manjim brojem uzoraka ostvari kvalitetan odziv. Dakle, da bi jedan aproksimativni model predstavljao vernu interpretaciju realnog stanja, neophodno je ostvariti kvalitetnu distribuciju uzoraka u unapred definisanim domenima, a na osnovu kojih se kreiraju meta-modeli. Matematička aproksimacija koja objedinjava sve odzive, pothranjena uzorcima, kao interpretaciju nudi odzivnu površ (*response surface*) u N -dimenzionom prostoru i predstavlja funkcionalnu zavisnost ulaznih i izlaznih parametara. Slikom 3.15 je prikazan postupak ostvarivanja odziva na osnovu generisane distribucije uzoraka. Aproksimacija stvarnog stanja, zapravo, predstavlja surogat jednog takvog numeričkog scenarija i kao takva predstavlja deterministički tip metode odzivnih površi (*response surface method* - RSM). Konačno, ukoliko se optimizacioni postupak zasniva upravo na metodama aproksimativnih funkcija (meta-modelima), nad određenim brojem (globalno) optimalnih rešenja sprovodi se postupak verifikacije. Postupak verifikacije se zasniva na numeričkim aerodinamičkim i strukturalnim simulacijama, odnosno na njihovom sprezanju u okviru multidisciplinarnih analiza, isto kao što je to bio slučaj pri postupku kreiranja numeričkih eksperimenata.



Slika 3.15. Kreiranje odziva na osnovu generisane distribucije uzoraka

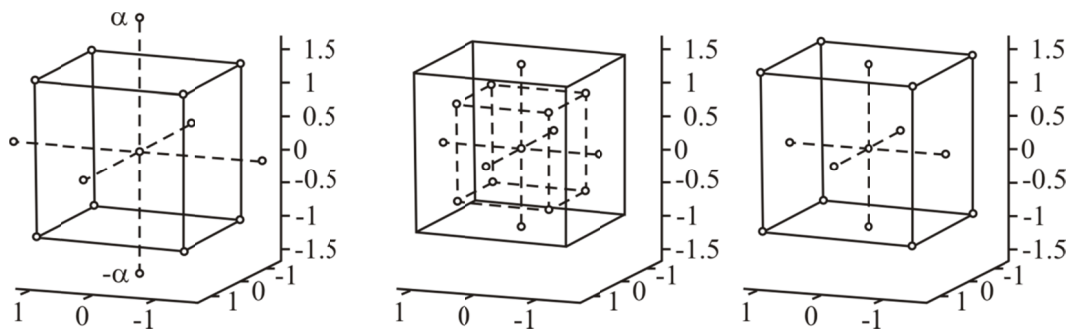
Odzivne površi drugog reda se mogu kalibrisati korišćenjem potpunog faktoriyel koncepta (*full factorial design*), sa tri ili više nivoa po parametru i sa svim kombinacijama po nivoima, međutim, zbog svoje kompleksnosti, češće je u upotrebi efikasniji koncept numeričkih eksperimenata koji koristi tri ili pet nivoa za svaki parametar, ali ne i sa svim kombinacijama po nivoima. Ovaj koncept je poznat kao frakcioni faktoriyel koncept (*fractional factorial design*), a najpopularnije varijante su CCD (*central composite design*) i *Box-Behnken* koncepti [109, 113, 114]. Potpuni i frakcioni faktoriyel koncepti se predstavljaju kao l^k i l^{k-r} evaluacija (kombinacija), respektivno, gde je l broj nivoa distribucije svakog parametra, a k broj ulaznih promenljivih (parametara), odnosno faktora, dok se fraktal r može praktično predstaviti preporukom u vidu tabele 1.

Tabela 3.1. Broj generisanih uzoraka kao funkcija ulaznih parametara [109]

Broj ulaznih parametara	Vrednost fraktala - r	Broj uzoraka
1	0	5
2	0	9
3	0	15
4	0	25
5	1	27
6	1	45
7	1	79
8	2	81
9	2	147
10	3	149
11	4	151
12	4	281
13	5	283
14	6	285
15	7	287
16	8	289
17	9	291
18	9	549
19	10	551
20	11	553

Svi koncepti uređenja prostora parametara se zasnivaju na adekvatnom popunjavanju parametarski definisanih lokacija k -dimenzionog prostora hiper-kocke

(*hypercube*). Fleksibilnost popunjavanja prostora hiper-kocke zavisi od koordinate (α) koja se zadaje duž svake od osa za kodirane parametre, a kojom se, pored fizičkih, definišu dodatne granice ulaznih parametara po osama, zavisno od svojstava i broja faktora, kao i broja centralnih (nominalnih) tačaka (n_c). Među dostupnim konceptima numeričkih eksperimenata kojima raspolaže modul GDO [109], selektovan je metod CCD, koji predstavlja najbitniju i najpopularniju klasu za modeliranje odzivnih površi drugog reda, odnosno njihovo fitovanje. CCD je faktoriyel koncept sa dva nivoa (2^k ili 2^{k-r}). Prednost CCD preraspodele u prostoru hiper-kocke jeste, zapravo, postupak preraspodele koji se vrši u dva bloka. Prvi blok se kreira sa po 2^k faktorijel tačaka u temenima i mogućim centralnim tačkama, a drugi sa po $2 \cdot k$ tačaka duž osa na rastojanju α i mogućim centralnim tačkama. Na osnovu svega izloženog, razlikujemo tri tipa CCD koncepta: sferične, opisani (*circumscribed*) i upisani (*inscribed*), i centriran po stranama (*face-centered*), a koji su prikazani slikom 3.16. Takođe, CCD koncept koji je selektovan u okviru ovog istraživanja, bazira se na *face-centered* tipu preraspodele, a sa mogućnošću odabira standardne (*standard*) i napredne (*enhanced*) opcije. Pored CCD koncepta, GDO nudi još i OSF (*optimal space-filling design*), LHS (*latin hypercube sampling design*), koncept *Box-Behnken*, SGI (*sparse grid initialization*), kao i proizvoljnim konceptom dizajniran prostor hiper-kocke.



Slika 3.16. Opisan, upisan i centriran po stranama CCD

Detalji o metodologiji i sferama primene odzivnih površi su detaljno publikovani u [112-114], gde se ističe zasnovanost ovih metoda na matematičkim tehnikama, eksperimentalnim strategijama (zarad pretrage prostora nezavisnih promenljivih), empirijskim statističkim modelima (zarad razvijanja odgovarajućih aproksimativnih relacija između promenljivih i rezultata), kao i na optimizacionim

metodima (zarad pronalaženja vrednosti promenljivih kojima se izračunavaju potrebne vrednosti odziva). Upotreba odzivnih površi je veoma raznovrsna i zastupljena u fazama razvoja, predviđanja, odlučivanja, prevazilaženja diskontinuiteta, interpolacije i ekstrapolacije, kao i kalibracije. U postupaku numeričke multidisciplinarne analize i optimizacije, uloga meta-modela, uglavnom, predstavlja konglomerat svega navedenog. Pre svega, problem multidisciplinarne optimizacije podrazumeva anлізу u kojoj figuriše veliki broj parametara. Što je numerički problem kompleksniji, kompleksniji je i postupak traganja za setom optimalnih rešenja koja moraju zadovoljiti i brojne kriterijume. Drugim rečima, veći broj ulaznih parametara uslovljava i veći broj numerički zahtevnih simulacija zarad postupka formiranja prostora pretrage (Tabela 3.1). U ovakvim situacijama, uspostavljeni aproksimativni model predstavlja značajnu zamenu za veliki broj, vremenski i hardverski, veoma kompleksnih numeričkih simulacija. Kada se za postupak multidisciplinarne analize aproksimativni model uspešno kreira, kao takav se može koristiti i parcijalno, u okviru bilo koje oblasti na kojima je model zasnovan, a od strane stručnjaka iz istih tih oblasti na kojima je model zasnovan. Meta-model je uspešno kreiran kada zadovolji propisane kriterijume (*goodness of fit criteria*) u odnosu na koje se procenjuje kvalitet, a potom se numeričkim simulacijama izvrši verifikacija i procena greške izabranog optimalnog seta parametara.

Od meta-modela kojima raspolaže modul GDO, selektovan je polinomski regresioni model (*standard response surface - full 2nd-order polynomial*), a koji je često korišćen u inženjerskim postupcima multidisciplinarne optimizacije za kreiranje odzivnih površi. Opravdanje za čestu primenu ovog modela leži u činjenici da nudi jednostavnost, praktičnost, fleksibilnost i stabilnost u sveukupnoj primeni, eksplicitnu vezu između ulaznih promenljivih i odziva izlaznih veličina, kao i jednostavnost metoda najmanjeg kvadrata kojom se izračunavaju regresioni koeficijenti. Prema [113], aproksimacija drugog reda se predstavlja funkcijom $y = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon$, u kojoj figuriše x_i promenljivih (prirodne - realne, ili kodirane - bezdimenzione), β_i regresionih koeficijenata, čiji se broj određuje na osnovu faktora k prema obrascu $(k+2)(k+1)/2$, ε_i grešaka (ili statistička greška) i y_i odziva, odnosno:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j=2}^k \sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon, \quad (3.18)$$

ili u matričnoj notaciji:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3.19)$$

gde su:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{k1} & x_{11}x_{21} & \cdots & x_{(k-1)1}x_{k1} & x_{11}^2 & \cdots & x_{k1}^2 & \cdots \\ 1 & x_{12} & \cdots & x_{k2} & x_{12}x_{22} & \cdots & x_{(k-1)2}x_{k2} & x_{12}^2 & \cdots & x_{k2}^2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \cdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{kn} & x_{1n}x_{2n} & \cdots & x_{(k-1)n}x_{kn} & x_{1n}^2 & \cdots & x_{kn}^2 & \cdots \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{kk} \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{(k-1)k} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Generalno, $\mathbf{y}$ je $n \times 1$ vektor, $\mathbf{x}$ je $n \times p$ matrica modela ($p = k + 1$), $\boldsymbol{\beta}$ je $p \times 1$ vektor koeficijenata regresije i $\boldsymbol{\varepsilon}$ je $n \times 1$ vektor grške [113]. Vrednosti koeficijenta β_i određuju se iz matrične forme:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{-1} \mathbf{x}^T \mathbf{y}, \quad (3.22)$$

a pošto se odrede koeficijenti β_i , fitovani regresioni model drugog reda u matričnoj notaciji, prema [113], ima sledeću formu:

$$\hat{\mathbf{y}} = b_0 + \mathbf{x}^T \mathbf{b} + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x}, \quad (3.23)$$

gde su b_0 , $\mathbf{b}$ i $\hat{\mathbf{B}}$ koeficijenti nultog (presečni), prvog i drugog reda, i:

$$\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_k], \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}/2 & \cdots & b_{1k}/2 \\ & b_{22}/2 & \cdots & b_{2k}/2 \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & b_{(k-1)k}/2 \\ & & & & b_{kk}/2 \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Pored *standard response surface - full 2nd-order polynomial*, dostupni meta-modeli kojima se mogu kreirati odzivne površi u okviru GDO još su [109]: *Kriging*, *Non-Parametric Regression*, *Neural Network*, *Sparse Grid*.

Koeficijenti kojima se utvrđuje kvalitet fitovanog regresionog modela, od kojih su neki korišćeni u ovoj studiji, kao i izrazi iz kojih se izračunavaju su [109, 113, 115, 116]:

- koeficijent determinacije (*coefficient of determination*), koji predstavlja meru smanjenja odstupanja funkcije y za vrđnosti regresionih promenljivih x_i :

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}, \quad (3.25)$$

- svedeni koeficijent determinacije (*adjusted coefficient of determination*), koji uzima u obzir broj promenljivih pri proračunu R^2 :

$$R_{adj}^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E / (n - p)}{SS_T / (n - 1)} = 1 - \frac{n - 1}{n - p} (1 - R^2), \quad (3.26)$$

- maksimalni relativni rezidual (*maximum relative residual*), koji predstavlja maksimalno odstupanje pojedinačnih odziva od sveukupnog odziva:

$$MRR = \max_{i=1, \dots, n} \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{\bar{y}} \right|,$$

- koren srednjeg kvadrata greške (*root mean square error*) ili standardna greška:

$$KSKG = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - p)},$$

- relativni koren srednjeg kvadrata greške (*relative root mean square error*):

$$RKSKG = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2 / (n - p)}, \quad (3.27)$$

- relativna maksimalna apsolutna greška (*relative maximum absolute error*), apsolutna maksimalna vrednost reziduala u odnosu na standardnu devijaciju stvarnih odziva:

$$RMAG = \frac{1}{\sigma} \max_{i=1, \dots, n} |y_i - \hat{y}_i|,$$

- relativna prosečna apsolutna greška (*relative average absolute error*), osrednjen rezidual u odnosu na standardnu devijaciju stvarnih odziva:

$$RPAG = \frac{I}{\sigma} \frac{I}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|,$$

pri čemu su:

SS_T - ukupna suma kvadrata $(= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)$,

SS_R - suma kvadrata regresionog modela $(= SS_T - SS_E)$,

SS_E - suma kvadrata reziduala $(= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2)$,

y_i - vrednosti odziva stvarnog modela,

$\hat{y}_i$ - vrednosti odziva fitovanog regresionog modela,

$\bar{y}$ - aritmetička sredina vrednosti odziva y_i $(= \frac{I}{n} \sum_{i=1}^n y_i)$,

σ - standardna devijacija vrednosti odziva y_i $(= \sqrt{\frac{I}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2})$.

Za detaljniju analizu metodologije kreiranja odzivnih površi drugog reda, kao i koncepta modeliranja numeričkih eksperimenata za iste, može se konsultovati referenca [113].

Glava 4

Aerodinamičko-strukturalna analiza

U okviru glave 4 pažnja će se posvetiti opisu alata, metoda, tehnika i mehanizama kojima je izvršeno modeliranje kompjuterske (numeričke) aerodinamičko-strukturalne analize. Naime, kroz naredna poglavlja biće ostvaren pregled, kao i detaljan opis solvera komercijalnih kodova za aerodinamičke (FLUENT) i strukturalne proračune (ANSYS), numeričke metode na kojima su zasnovani (metodi konačnih zapremina i konačnih elemenata), opis modula i, u okviru njega, tehnika kojima je ostvarena interakcija i komunikacija između domena (SYSTEM COUPLING), kao i mehanizam kojim je ostvarena promena oblika fluidnog domena, odnosno uspostavljanje pomeranja/deformacije proračunske mreže fluidnog domena (*dynamic mesh*).

4.1 Aerodinamička analiza

Aerodinamički proračuni uzgonskih površina letelica, analiziranih ovom multidisciplinarnom studijom, ostvareni su u FLUENT komercijalnom kodu. Sa aspekta

numeričke analize, ovaj kod je baziran na metodi konačnih zapremina (kontrolna zapremina). Ovim numeričkim algoritmom vrši se integracija transportnih jednačina u okviru kontrolne zapremine, njihova diskretizacija, a potom rešavanje formiranog sistema linearizovanih algebarskih jednačina odgovarajućim iterativnim postupkom. Drugačije zapisano, vrši se konvertovanje osnovnih transportnih jednačina, koje predstavljaju zakone održanja fizičkih veličina u okviru kontrolnih zapremina, u algebarske, numerički rešive oblike jednačina [117, 118].

Osnovne jednačine strujnog toka trpe različite interpretacije od strane različitih autora, a u zavisnosti od konvencije ili pogodnosti određenog zapisa za dalju primenu. U ovom poglavlju su po potrebi korišćeni zapisi različitih autora, u zavisnosti od problema ili fenomena koji se želi opisati, a da bi se što jasnije istakla njihova struktura ili fizičko tumačenje.

Konzervativna forma opšte transportne jednačine za neku veličinu ϕ , na osnovu koje (nakon adekvatnog pregrupisanja određenih članova i primenom algebarske manipulacije) većina autora [117, 119, 120] definiše osnovne jednačine strujnog toka, ima formu:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) = \nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi) + S_\phi, \quad (4.1)$$

ili prema [119] u *Cartesian*-skim koordinatama i tenzorskoj notaciji, formi koja će biti pogodna za modeliranje turbulentnih jednačina:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \phi)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi. \quad (4.2)$$

Ovom transportnom jednačinom istaknuti su različiti transportni procesi, i to: lokalni, konvektivni, difuzni i izvorni članovi transporta, respektivno. Transportna jednačina (4.1) u prikazanoj formi predstavlja početni i pogodan oblik za primenu metode konačnih zapremina. Naredni korak u postupku predstavlja integraljenje transportne jednačine nad celom kontrolnom zapreminom (KZ) [117]:

$$\int_{KZ} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{KZ} \nabla \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) dV = \int_{KZ} \nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi) dV + \int_{KZ} S_\phi dV. \quad (4.3)$$

Primenom *Gauss*-ove transformacije na konvektivni i difuzni član, prethodna jednačina dobija oblik:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{KZ} \rho \phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA + \int_{KZ} S_\phi dV, \quad (4.4)$$

dok integralna forma jednačine za stacionarni transport sada ima oblik:

$$\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA + \int_{KZ} S_\phi dV. \quad (4.5)$$

Integraljene parcijalne diferencijalne jednačine (4.4) i (4.5) predstavljaju zakone konzervacije veličina koje karakterišu fluid na makroskopskom nivou u okviru kontrolne zapremine.

Osnovne jednačine strujnog toka predstavljaju matematičke zapise zakona održanja fizičkih veličina [117]:

- Konzervacija mase (jednačina kontinuiteta),
- Promena količine kretanja - jednaka je sumi svih sila koje deluju na fluidni deo (II Njutnov zakon),
- Promena energije - jednaka je sumi dovedene toplote i utrošenog rada nad fluidnim delićem (I zakon termodinamike).

Konzervativna forma osnovnih jednačina, za trodimenzionalno nestacionarno kompresibilno strujanje Njutnovskog fluida, predstavljena je sledećim izrazima:

Jednačina kontinuiteta [119]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (4.6)$$

Promena količine kretanja [119]:

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{b}, \quad (4.7)$$

Energetska jednačina [120]:

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho H \mathbf{u}) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{T} \mathbf{u}) + \rho \mathbf{b} \cdot \mathbf{u}, \quad (4.8)$$

Jednačina stanja idealnog gasa [120]:

$$p = \rho R T. \quad (4.9)$$

U navedenim jednačinama figurišu: vreme (t), gustina (ρ), vektor brzine ($\mathbf{u}$), vektor zapreminske sile ($\mathbf{b}$), totalna energija (E), termička provodljivost (k), temperatura (T), konstitutivna jednačina tenzora napona ($\mathbf{T}$):

$$\mathbf{T} = - \left(p + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \mathbf{I} + 2 \mu \mathbf{D}, \quad (4.10)$$

koeficijent dinamičke viskoznosti (μ), jedinični tenzor ($\mathbf{I}$), tenzor deformacije ($\mathbf{D}$):

$$\mathbf{D} = \frac{I}{2} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T], \quad (4.11)$$

totalna entalpija (H):

$$H = E + \frac{p}{\rho} = h + \frac{|\mathbf{u}|^2}{2}, \quad (4.12)$$

specifična entalpija (h), konstitutivna jednačina *Fourier*-ovog zakona provođenja toplote:

$$\dot{\mathbf{q}} = -k \nabla T, \quad (4.13)$$

univerzalna gasna konstanta (R):

$$R = c_p - c_v, \quad (4.14)$$

specifični toplotni kapacitet pri $p = \text{const}$ (c_p) i $V = \text{const}$ (c_v). Ovim jednačinama bi još trebalo pridružiti i jednačine za kompresibilno strujanje, a koje su izvedene za slučaj izentropskog strujanja za idealan gas, u funkciji *Mach*-ovog broja (M) i za $c_p = \text{const}$ [121]:

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, \quad \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2, \quad (4.15)$$

$$M = \frac{u}{c}, \quad c = \sqrt{\gamma R T}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$$

u kojima figurišu: totalni (P_0) i statički (P) pritisak, totalna (T_0) i statička (T) temperatura i lokalna brzina zvuka u gasu (c). Trebalo bi još istaći, da je zakon kojim je definisana viskoznost, kao funkcija temperature, baziran na kinetičkoj teoriji *Sutherland*-a sa tri koeficijenta, a ima formu [122]:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + S}{T + S}, \quad (4.16)$$

sa vrednostima koeficijenata: $\mu_0 = 1.716 \cdot 10^{-5} [\text{kg/ms}]$, $T_0 = 273.11 [\text{K}]$ i $S = 110.56 [\text{K}]$.

Dekompozicija osnovnih jednačina strujnog toka je posledica prirode strujanja kom su uzgonske površine izložene, te je iste neophodno osrednjiti po *Favre* i *Reynolds* dekompoziciji (FRANS - *Favre-Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) [120]. Za kompresibilna strujanja ($\rho \neq \text{const}$) poželjna je primena *Favre* dekompozicije, a gde se sa ($\sim$) predstavlja osrednjena komponenta, dok se sa ($''$) predstavlja fluktuaciona

komponenta neke veličine. Za veličine na koje je primenjena *Reynolds* dekompozicija, osrednjene komponente su predstavljene sa ($\bar{}$), dok su fluktuacione predstavljene sa ($\tilde{}$). Primena *Favre* i *Reynolds* dekompozicije na veličine koje figurišu u osnovnim jednačinama rezultira izrazima:

$$u_i = \tilde{u}_i + u_i'', \tau_{ij} = \tilde{\tau}_{ij} + \tau_{ij}'', E = \tilde{E} + E'', H = \tilde{H} + H'', T = \tilde{T} + T'', h = \tilde{h} + h'', \quad (4.17)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \rho', p = \bar{p} + p'. \quad (4.18)$$

Pogodnija forma za modeliranje turbulencije definisana izrazom (4.2), primenjena na sistem jednačina (4.6), (4.7) i (4.8), rezultira sistemom u *Cartesian*-skim koordinatama i tenzorskoj notaciji, a iz kog su izostavljeni izvorni članovi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0, \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho H u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i \tau_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right), \quad (4.21)$$

dok FRANS sistem jednačina sada ima oblik:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0, \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tilde{\tau}_{ij} - \bar{\rho} \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \right), \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{E})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \tilde{H} \tilde{u}_j) = \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} - \bar{\rho} \tilde{u}_j'' \tilde{h}'' + \tilde{\tau}_{ij} \tilde{u}_i'' - \bar{\rho} \tilde{u}_j'' K \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\tilde{u}_i \left(\tilde{\tau}_{ij} - \bar{\rho} \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \right) \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

Postupak osrednjavanja rezultira formiranjem dodatnih nepozntih članova u jednačinama - šest komponenti tzv. *Favre* osrednjenog tenzora *Reynolds*-ovih (turbulentnih) napona, kao i tri komponente vektora turbulentnih temperaturskih flukseva. *Favre* osrednjeni tenzor *Reynolds*-ovih napona je definisan izrazom:

$$\tau_{ij}^F = -\bar{\rho} \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'', \quad (4.25)$$

dok je *Favre* osrednjena turbulentna kinetička energija definisana izrazom:

$$\bar{\rho}\tilde{K} = \frac{1}{2}\bar{\rho}\widetilde{u_i''u_i''}. \quad (4.26)$$

Članovi koji figurišu u sistemu jednačina (4.22), (4.23) i (4.24) predstavljaju [120]:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) \quad - \text{molekularnu difuziju toplote,}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \widetilde{u_j''h''} \right) \quad - \text{turbulentni transport toplote,}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\widetilde{\tau_{ij}u_i''} \right) \quad - \text{molekularnu difuziju } \tilde{K},$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \widetilde{u_j''K} \right) \quad - \text{turbulentni transport } \tilde{K},$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\widetilde{u_i \tau_{ij}} \right) \quad - \text{izvršen rad od molekularnih napona,}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\widetilde{u_i \tau_{ij}^F} \right) \quad - \text{izvršen rad od Favre osrednjenih Reynolds-ovih napona,}$$

pri čemu se molekularna difuzija i turbulentni transport $\tilde{K}$ često mogu zanemariti, pogotovo za slučajeve supersoničnog strujanja.

Da bi problem bio jednoznačno definisan, novonastali članovi u jednačinama (šest komponenti Favre osrednjenog tenzora Reynolds-ovih napona, kao i tri komponente vektora turbulentnih temperaturskih flukseva) se modeliraju uspostavljanjem dodatnih jednačina koje su opisane turbulentnim modelima. Obzirom na to da je selektovani model za modeliranje turbulencije dvojednačinski Menter-ov SST (*Shear-Stress Transport*) k - ω turbulentni model [123-127], modeliranje turbulentnih napona će se bazirati na Boussinesq hipotezi, koja turbulentnu viskoznost, kao koeficijent proporcionalnosti u jednačini (4.27), tretira kao izotropnu skalarnu veličinu, funkciju k i ω , a Reynolds-ove napone kao lokalno svojstvo usrednjenog toka. Boussinesq hipoteza (hipoteza vrtložne viskoznosti), kao konstitutivna jednačina zavisnosti napona i deformacije, za FRANS sistem jednačina ima oblik:

$$\tau_{ij}^F = -\bar{\rho} \widetilde{u_i''u_j''} = 2\mu_T \tilde{D}_{ij} - \left(\frac{2\mu_T}{3} \right) \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{K} \delta_{ij}, \quad (4.27)$$

u kojoj su $\tilde{D}_{ij}$ i $\tilde{K}$ Favre-osrednjeni tenzor deformacije i turbulentna kinetička energija. Modeliranje vektora turbulentnog temperaturskog fluksa se predstavlja izrazom:

$$\bar{\rho} \tilde{u_j'' h''} = -k_T \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}, \quad (4.28)$$

pri čemu je turbulentna termička provodljivost definisana izrazom:

$$k_T = c_p \frac{\mu_T}{Pr_T}, \quad (4.29)$$

u kom figuriše *Prandtl*-ov turbulentni broj, koji se generalno može smatrati konstantnim duž strujnog toka ($Pr_T = 0.9$ za vazduh) [120]. Takođe, koeficijent dinamičke viskoznosti, koji figuriše u tenzoru viskoznih napona, može se predstaviti sumom laminarne i turbulentne komponente ($\mu = \mu_L + \mu_T$).

Modeliranje turbulentnog strujanja u blizini čvrste granice predstavlja neophodnu, bitnu i veoma osetljivu praksu da bi problem numeričke viskozne aerodinamike bio u potpunosti zaokružen i precizno definisan. U zavisnosti od brzine strujanja, potrebno je na odgovarajući način tretirati strujanje u blizini čvrste granice (uzgonskih površina) koja se opstrujava, a koje predstavlja deo turbulentnog toka u kom je smicajno naprezanje povezano sa velikim poprečnim gradijentima podužne brzine [128]. Tretiranjem strujanja u blizini čvrste granice (zida) se bavi teorija graničnog sloja [129]. Granični sloj se može opisati kao pojas u fluidnom toku u kom je dejstvo viskoznih sila veoma izraženo i u okviru kog vlada „dominantan” pravac strujanja sa smičućim naponima, kao i toplotnim i masenim difuznim fluksevima, značajnim samo u pravcu normalnom na „dominantan” pravac strujanja [128]. Drugim rečima, u ovom tankom sloju fluida, u neposrednoj blizini zida, vladaju gradijenti strujnih veličina u pravcu normale na zid značajno veći od gradijenata istih tih veličina u tangencijalnom pravcu, tj. $\partial/\partial y \gg \partial/\partial x$ [130]. Suština modeliranja strujanja u blizini zida se zasniva na preciznom određivanju veličina koje vladaju na zidu (smičući naponi) i značajanog uticaja na predviđanje razvoja graničnog sloja, ili preciznije, na uspostavljanju veze između uslova koji vladaju na zidu i zavisnih promenljivih iz razvijenog turbulentnog regiona graničnog sloja, odnosno predviđanje naglih varijacija promenljivih, a u zavisnosti od primenjenog metoda, čemu će kasnije biti posvećena posebna pažnja.

Brzina usrednjenog toka u blizini čvrste granice, unutar razvijenog turbulentnog graničnog sloja, predstavlja se kao funkcija rastojanja od granice (y), gustine (ρ) i

viskoznosti (μ) fluida, kao i smičućeg napona (τ_w) na granici, $u = f(y, \rho, \mu, \tau_w)$. Dimenzionom analizom se dolazi do funkcionalne zavisnosti [m]:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = f(y^+) = f\left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu}\right), \quad (4.30)$$

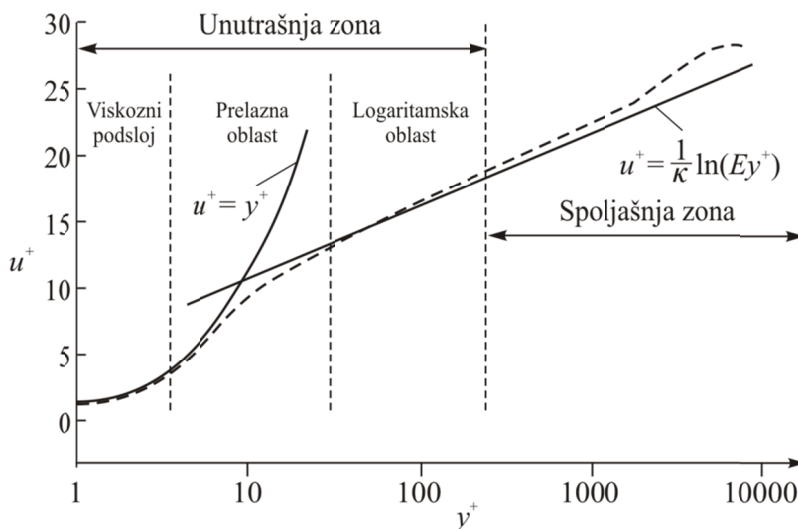
koja se definiše kao „zakon zida”, a u kojoj figurišu lokalni *Reynolds*-ov broj (y^+) i brzina smicanja (u_τ) data izrazom:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}. \quad (4.31)$$

Struktura graničnog sloja se može definisati na osnovu vrednosti bezdimenzionalne koordinate y^+ , a podela je izvršena na viskozni podsloj ($0 < y^+ < 5$), prelaznu oblast ($5 < y^+ < 30$) i zonu zidne turbulencije ($30 < y^+ < 400$), dok se za praktične proračune kao dobra aproksimacija pokazala podela na viskozni podsloj ($y^+ < 11,63$) i inercijalnu oblast, odnosno zonu zidne turbulencije ($y^+ > 11,63$), opisane zakonima:

$$u^+ = \begin{cases} y^+ & (y^+ < 11,63) \\ \frac{1}{\kappa} \ln(E y^+) & (y^+ > 11,63) \end{cases}, \quad (4.32)$$

gde figurišu *von Karmen*-ova konstanta ($\kappa = 0,42$) i integraciona konstanta (E), koja predstavlja eksperimentalnu veličinu u funkciji hrapavosti zida. Zavisnost na relaciji bezdimenzionalnih koordinata u^+ i y^+ može se predstaviti dijagramom (Slika 4.1), kojim je prikazana distribucija brzine u blizini zida, unutar turbulentnog graničnog sloja, sa prikazanim zonama i oblastima, kao i zakonima koji vladaju u istim. U okviru unutrašnje zone, linearni region (viskozni podsloj) predstavlja oblast u okviru koje dominiraju viskozni naponi, dok prelazni region predstavlja oblast u okviru koje su viskozni i turbulentni naponi istog reda veličine, a sama zona se završava logarimskom oblasti u kojoj dominiraju turbulentni (*Reynolds*-ovi) naponi.



Slika 4.1. Zavisnost bezdimenzionih koordinata u^+ i y^+ unutar graničnog sloja [128]

Iako se ovo istraživanje bavi problemom supersoničnog strujanja, što znači da je moguće aproksimativno uspostaviti neviskozni model aerodinamičke simulacije, a što je veoma česta praksa koja ne zahteva visoku rezoluciju proračunske mreže u oblasti čvrste granice, modeliranje istog biće ostvareno uspostavljanjem zahtevnijeg, odnosno realnijeg tretmana eksternog aerodinamičkog toka, što je ostvareno viskozim modeliranjem supersoničnog strujanja. Numeričko modeliranje turbulentnog strujanja u blizini zida moguće je ostvariti dvojako - metodom zidnih funkcija ili visokom rezolucijom mreže pri zidu (metod malih *Reynolds*-ovih brojeva, *low-Re* tretman). Metod zidnih funkcija predstavlja semi-empirijske formule kojima se, „premošćavanjem” viskoznog regiona, uspostavlja veza između zida i potpuno razvijenog turbulentnog regiona, a čija upotreba ne zahteva modifikaciju turbulentnog modela na račun prisustva zida [118, 122, 127]. Druga opcija, odnosno metod malih *Reynolds*-ovih brojeva (*low-Re*), zahteva prisustvo mreže visoke rezolucije pri zidu ($y^+ \approx 1$), da bi se viskozni region, zajedno sa viskozim podslojem, precizno obuhvatio turbulentnim modelom, a što u ovom slučaju zahteva njegovu modifikaciju [118, 127]. Izbor metoda za modeliranje graničnih uslova na zidu zavisi od izbora turbulentnog modela, a više detalja o tretmanu strujanja u blizini zida biće izloženo u okviru opisa selektovanog, u tom smislu veoma fleksibilnog, SST $k-\omega$ turbulentnog modela. Takođe, bitan momenat predstavlja uticaj tehnike modeliranja turbulentnog strujanja (graničnog sloja) u blizini zida na vreme izvršavanja simulacije. U tom smislu, zidnim funkcijama

se ubrzava izvršavanje simulacije strujanja, dok se tehnikom visoke rezolucije mreže pri zidu ($y^+ \approx 1$) utiče na sporije izvršavanje simulacije.

SST $k-\omega$ [123, 124] predstavlja visoko preporučeno [117], često kalibrisano i testirano [125, 126] turbulentni model visokih performansi za eksternu aerodinamiku [131], kao i opštu upotrebu. Uspostavljen je objedinjavanjem standardnog, *Wilcox*-ovog $k-\omega$ turbulentnog modela [132, 133], za precizno modeliranje strujanja u blizini zida u okviru graničnog sloja, i transformisanog $k-\varepsilon$ turbulentnog modela, interpretiran na osnovu $k-\omega$ formulacije, za modeliranje slobodnog strujanja „daleko” od zida, u spoljašnjem regionu graničnog sloja, a koje karakterišu velike vrednosti *Reynolds*-ovih brojeva. Suština se ogleda u objedinjavanju pozitivnih karakteristika ova dva modela, pri čemu $k-\omega$ model ne zahteva uvođenje prigušnih funkcija (*damping function*) u viskoznom podsloju, numerički je stabilan u nižim slojevima graničnog sloja i logaritamskoj oblasti, pogodan za primenu na kompresibilna strujanja, pojavu snažnih nepovoljnih gradijenata pritiska, a koji uzrokuju povratna strujanja i separaciju graničnog sloja [120, 123, 134]. Transportne jednačine za turbulentnu kinetičku energiju (k) i specifičnu brzinu disipacije - turbulentnu frekvenciju (ω), formirane su množenjem originalnog *Wilcox*-ovog $k-\omega$ modela funkcijom F_1 , te njegovim objedinjavanjem sa transformisanim $k-\varepsilon$ modelom, množenim funkcijom $(1 - F_1)$ [123]. Na taj način, u opštem slučaju, sve konstante koje figurišu u rezultujućem modelu (ϕ), izvedene su na osnovu izraza:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2, \quad (4.33)$$

u kom su konstante iz originalnog modela predstavljene sa ϕ_1 , a konstante iz transformisanog modela sa ϕ_2 . Ove mešovite (prelazne) funkcije (*blending function*) omogućavaju aktiviranje $k-\omega$ modela u blizini zida, kada se funkciji F_1 dodeljuje vrednost jedan, i transformisanog $k-\varepsilon$ modela za modeliranje slobodnog strujanja „daleko” od zida, a kada se funkciji F_1 dodeljuje vrednost nula. Poseban doprinos i istaknuto svojstvo predstavlja modeliranje transportne jednačine za turbulentne smičuće napone, koje se bazira na *Bradshaw*-oj pretpostavci da su smičući naponi u graničnom sloju proporcionalni turbulentnoj kinetičkoj energiji [123-126], a što dalje zahteva odgovarajuće modeliranje koeficijenta turbulentne viskoznosti [125, 126], uvođenjem nove prelazne funkcije F_2 , kojoj se dodeljuje vrednost jedan, za strujanje u graničnom sloju, kao i vrednost nula, za strujanje izvan graničnog sloja. Transportne jednačine za

turbulentnu kinetičku energiju (k) i specifičnu disipaciju turbulencije (ω), kao i članovi i koeficijenti koji figurišu u istim, izvedeni su na osnovu nekoliko publikacija [117, 118, 120, 123-126]. Opšta forma transportnih jednačina za k i ω , bez izvornih članova [117, 118, 120]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij}^F D_{ij} - \beta^* \rho \omega k, \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\alpha \rho}{\mu_T} \tau_{ij}^F D_{ij} - \beta \rho \omega^2 + \\ & + 2(I - F_l) \rho \frac{1}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Članovi sa desne strane znaka jednakosti predstavljaju difuziju, produkciju i disipaciju, respektivno, dok poslednji član u drugoj jednačini predstavlja unakrsnu difuziju, a koja je posledica objedinjavanja k - ω modela i transformisanog k - ε modela. Formulacija koeficijenta turbulentne viskoznosti [118]:

$$\mu_T = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{DF_2}{a_l \omega} \right]}, \quad (4.36)$$

garantuje da će u okviru graničnog sloja, unutar koga vladaju nepovoljni gradijenti pritiska, gde je produkcija k veća od njene disipacije ω , biti održiva *Bradshaw*-ova pretpostavka o proporcionalnosti smičućih napona i turbulentne kinetičke energije [123, 124]:

$$\tau = \rho \alpha_l k, \quad (4.37)$$

pri čemu je intenzitet brzine deformacije [126]:

$$D = \sqrt{2 D_{ij} D_{ij}}. \quad (4.38)$$

Turbulentni *Prandtl*-ovi brojevi za k i ω su definisani izrazima [118]:

$$\sigma_k = \frac{1}{F_l \sigma_{k,l} + (1 - F_l) \sigma_{k,2}}, \quad \sigma_\omega = \frac{1}{F_l \sigma_{\omega,l} + (1 - F_l) \sigma_{\omega,2}}. \quad (4.39)$$

Prelazne funkcije F_l i F_2 , koje figurišu u izrazima (4.36) i (4.39), definisane su izrazima [118, 125, 126]:

$$F_l = \tanh \left(\Phi_l^4 \right), \quad (4.40)$$

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu_L}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_{\omega}^+ y^2} \right], \quad (4.41)$$

$$F_2 = \tanh \left(\Phi_2^2 \right), \quad (4.42)$$

$$\Phi_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu_L}{\rho y^2 \omega} \right), \quad (4.43)$$

u kojima je rastojanje od čvrste granice predstavljeno simbolom y , a pozitivni doprinos unakrsne difuzije iz jednačine (4.41), definisan izrazom [118, 125, 126]:

$$D_{\omega}^+ = \max \left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right]. \quad (4.44)$$

Koeficijenti koji figurišu u sistemu (4.35), izračunati su na osnovu izraza (4.33) [135]:

$$\alpha = F_1 \alpha_1 + (1 - F_1) \alpha_2, \quad \beta = F_1 \beta_1 + (1 - F_1) \beta_2, \quad (4.45)$$

kao i koeficijenti [118]:

$$\alpha_1 = \frac{\beta_1}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1} \sqrt{\beta_{\infty}^*}}, \quad \alpha_2 = \frac{\beta_2}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2} \sqrt{\beta_{\infty}^*}}. \quad (4.46)$$

Svim konstantama koje figurišu u prethodnim izrazima, kojima je opisan turbulentni model, dodeljene su odgovarajuće vrednosti, kalibrisane za pothranjivanje modela u okviru FLUENT koda [118]:

$$\begin{aligned} \alpha^* &= 1, \quad \beta^* = \beta_{\infty}^* = 0.09, \quad \beta_1 = 0.075, \quad \beta_2 = 0.0828, \\ \kappa &= 0.41, \quad a_1 = 0.31, \quad \sigma_{k,1} = 1.176, \quad \sigma_{k,2} = 1, \quad \sigma_{\omega,1} = 2, \quad \sigma_{\omega,2} = 1.168. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Modeliranje graničnih uslova na zidu, korišćenjem SST k - ω turbulentnog modela, zasnovano je na prelaznoj funkciji, koja povezuje dve formulacije (viskozni podsloj i logaritamska oblast) i predstavlja automatski tretman strujanja u blizini zida (*automatic near-wall treatment*) [127], a svodi se na automatsko aktiviranje zidne funkcije ili *low-Re* tretmana na osnovu rezolucije mreže pri zidu. Ovakvim tretmanom se ostvaruje nezavisnost modeliranja turbulencije u blizini zida od rezolucije mreže u blizini zida, odnosno od vrednosti y^+ . To, zapravo, znači da će se zidna funkcija aktivirati ako je pri zidu ostvarena mreža niske rezolucije, a što direktno utiče na značajne uštede u kompjuterskim resursima, dok će se *low-Re* tretman aktivirati ako je pri zidu ostvarena mreža visoke rezolucije, a što, sa druge strane, utiče na značajnije angažovanje kompjuterskih resursa [118]. Zidna funkcija kojom se u SST k - ω modelu

tretira strujanje u blizini zida predstavlja „unapređenu” zidnu funkciju (EWT - *enhanced wall treatment*), kojom se vrši prelaz (povezivanje) između formulacije viskoznog podsloja i logaritamske formulacije (na osnovu vrednosti y^+), a koja predstavlja osnovnu postavku za sve modele bazirane na ω jednačini [118]. U opštem slučaju, EWT formulacija „insistira” na niskoj rezoluciji mreže pri zidu, dok će se u suprotnom ostvariti loše modeliranje i predviđanje turbulencije u blizini zida, sa lošim vrednostima veličina koje zavise od graničnih uslova pri zidu [125]. Osnovna postavka za sve modele bazirane na ω jednačini predstavlja karakteristična prelazna funkcija izražena u funkciji y^+ [127]:

$$\omega_l(y^+) = \sqrt{\omega_{vis}^2(y^+) + \omega_{log}^2(y^+)}, \quad (4.48)$$

pri čemu su rešenja za ω u linearnoj i logaritamskoj oblasti:

$$\omega_{vis} = \frac{6\mu}{0.075\rho y^2}, \quad \omega_{log} = \frac{l}{0.3\kappa} \frac{u_\tau}{y}. \quad (4.49)$$

Granična vrednost na zidu za veličinu k iznosi nula ($k = 0$) [133].

Solveri koji opslužuju FLUENT predstavljaju dva numerička metoda [118, 122]:

- **solver baziran na pritisku** (*pressure-based*) i
- **solver baziran na gustini** (*density-based*).

Ovi solveri su inicijalno razvijani za rešavanje problema potpuno različite prirode. Naime, *pressure-based* (PB) solver je razvijen za rešavanje problema nekompresibilnog strujanja malim brzinama, dok je *density-based* (DB) solver, u osnovi, razvijen za rešavanje problema kompresibilnog strujanja velikim brzinama. Vremenom, solveri su prošireni i prilagođeni da uspešno rešavaju širok dijapazon zajedničkih problema, čak su se po pitanju performansi, pri rešavanju pojedinih problema, međusobno prevazišli i postali superiorniji jedan u odnosu na drugi, dok se razlike mogu evaluirati u okviru pojedinačnih problema koji se simuliraju (vizuelizacija, brzina proračuna, hardverska konzumacija resursa, nivo greške, ili ukratko - numerička efikasnost).

Zajedničko za oba metoda je proračun polja brzina, a koje se izračunava iz jednačine za promenu količine kretanja. Međutim, dok se DB solver bazira na proračunu polja gustine iz jednačine kontinuiteta, a zatim polja pritiska iz jednačine stanja, PB solver proračunava polje pritiska rešavanjem jednačine, ili za pritisak

(*coupled* algoritam), ili za korekciju pritiska (*segregated* algoritam), izvedene istovremenom manipulacijom (sprezanjem) nad jednačinama kontinuiteta i promene količine kretanja (*pressure-velocity coupling*), ali tako da polje brzina, korigovano pritiskom, zadovolji jednačinu kontinuiteta. U oba slučaja postupak se svodi na rešavanje integralnih formi osnovnih jednačina (oblika 4.3, 4.4, 4.5) za održanje mase, promene količine kretanja i energije, kao i skalarnih veličina kojima se opisuje turbulencija. Postupak rešavanja problema (metod konačnih zapremina) započinje genrisanjem proračunske mreže konačnih zapremina strujnog polja, zatim integraljenje osnovnih jednačina na nivou pojedinačnih konačnih zapremina, da bi se formirale algebarske jednačine diskretizovanih zavisnih promenljivih, i na kraju, linearizacija diskretizovanih jednačina i rešavanje formiranog sistema linearnih jednačina, da bi se pri svakoj novoj iteraciji korigovale vrednosti zavisnih promenljivih strujnog polja. Oba metoda su, kao je već naglašeno, a što se tiče postupka diskretizacije, bazirana na metodi konačnih zapremina, međutim postupak linearizacije i rešavanja jednačina se razlikuju za ova dva solvera. Takođe, obzirom da su jednačine nelinearne i spregnute, a kako je već naglašeno, oba postupka su iterativna, ciklusi se ponavljaju sve dok se ne postigne konvergencija rešenja.

PB solver baziran na *coupled* algoritmu (nasuprot *segregated* algoritmu, koji kao druga opcija nije korišćen u ovom istaživanju i neće biti izložen) rešava spregnut sistem jednačina kojim su obuhvaćene jednačine promene količine kretanja i jednačine kontinuiteta bazirane na pritisku, dok se ostale jednačine rešavaju zasebno, u nespregnutom obliku. Rešavanje spregnutog sistema značajno ubrzava konvergenciju, međutim utiče na povećanu konzumaciju memorije iz razloga skladištenja diskretizovanog sistema svih jednačina promene količine kretanja i kontinuiteta pri izračunavanju polja brzina i pritiska.

DB solver istovremeno (spezanjem) rešava osnovne jednačine za kontinuitet, promenu količine kretanja i energiju, eksplicitnom ili implicitnom formulacijom (u ovom istaživanju je selektovana implicitna formulacija), dok će se transportne jednačine za ostale skalarne veličine rešavati nakon rešavanja spregnutog sistema, pojedinačno i odvojeno. Izbor formulacije se svodi na izbor postupka linearizacije, isključivo osnovnih jednačina u spregnutom obliku. Implicitnom formulacijom se nepoznate vrednosti promenljivih za svaku ćeliju izračunavaju na osnovu poznatih i

nepoznatih vrednosti promenljivih iz susednih ćelija. Na taj način se svaka nepoznata pojavljuje u više od jedne jednačine u sistemu, a ove jednačine se moraju rešavati istovremeno da bi se odredile nepoznate veličine. Ovim postupkom se formirao sistem od N linearnih jednačina za svaku ćeliju u okviru domena - blok sistem jednačina, a gde je N broj spregnutih jednačina. Dakle, spregnutim implicitnim postupkom izračunavaju se sve promenljive, u svim ćelijama istovremeno.

EksPLICITNOM formulacijom se vrši proračun nepoznatih samo na osnovu poznatih iz susednih ćelija, a svaka nepoznata se javlja samo u jednoj jednačini sistema i istovremeno se izračunava, odnosno eksPLICITNIM postupkom se izračunavaju sve promenljive, ali jednom i u okviru pojedinačne ćelije.

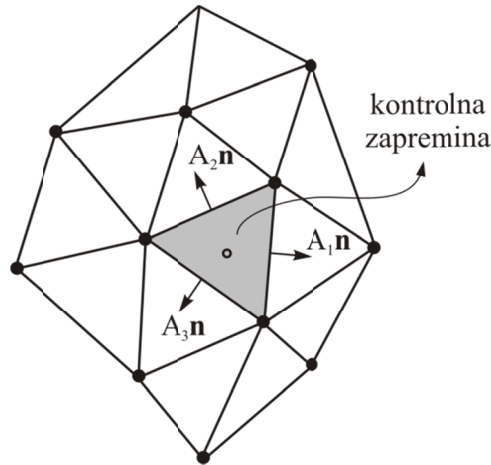
Kao što je na početku ove glave istaknuto, metodom konačnih zapremina, vrši se integracija transportnih jednačina u okviru kontrolne zapremine, njihova diskretizacija, a potom rešavanje formiranog sistema linearizovanih algebarskih jednačina, koje predstavljaju zakone održanja fizičkih veličina u okviru kontrolnih zapremina, odgovarajućim iterativnim postupkom, odnosno vrši se konvertovanje osnovnih transportnih jednačina u algebarske, numerički rešive oblike jednačina. Diskretizacija jednačine:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{KZ} \rho \phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA + \int_{KZ} S_\phi dV, \quad (4.50)$$

koja važi za svaku kontrolnu zapreminu (ćeliju) proračunskog domena strujnog polja, sada ima oblik:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_{i=1}^{N_f} \mathbf{n}_i \cdot (\rho_i \phi_i \mathbf{u}_i) A_i = \sum_{i=1}^{N_f} \mathbf{n}_i \cdot (\Gamma \nabla \phi_i) A_i + S_\phi V, \quad (4.51)$$

u kojoj figurišu: zapremina ćelije (V), površina stranice ćelije (A_i), broj strnica ćelije (N_f), vrednost konvektovane skalarne veličine ϕ kroz stranicu ćelije (ϕ_i), maseni fluks kroz stranicu ćelije ($\mathbf{n}_i \rho_i \mathbf{u}_i A_i$) i gradijent skalarne veličine ϕ na stranici ćelije ($\nabla \phi_i$). Ilustrativni prikaz dvodimenzionalne nestrukturalne mreže konačnih zapremina, za svrhu diskretizacije parcijalnih diferencijalnih jednačina, prikazan je slikom 4.2 (punim simbolima su označena temena elemenata - ćelija, dok prazan simbol u centru elementa predstavlja proračunski čvor).



Slika 4.2. Metod konačnih zapremina primenjen na nestrukturalnu mrežu [136]

Linearizovana forma diskretizovane transportne jednačine (4.51), u proizvoljnom čvoru (P), ima oblik [117]:

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_u, \quad (4.52)$$

u kojoj je sa $\sum$ definisano sumiranje nad svim susednim čvorovima (nb), a u kojoj figurišu linearizovani koeficijenti u susednim i proizvoljnom čvoru (a_{nb}) i (a_P), skalarna veličina u susednim i proizvoljnom čvoru (ϕ_{nb}) i (ϕ_P) i linearizovani izvorni član (S_u), kao i (S_P), a pri čemu uvek važi relacija za koeficijente oko tačke P [117]:

$$a_P = \sum a_{nb} - S_P. \quad (4.53)$$

Numeričko rešavanje sistema diskretizovanih jednačina zahteva adekvatno definisanje kontrolne zapremine i, u okviru iste, lociranje promenljivih u odnosu na stranice i temena generisane proračunske mreže (ćelije - elementa). FLUENT diskretizovane vrednosti ϕ „skladišti” u centar ćelije, odnosno, bazira se na *cell-centred* šemi, a to znači da se generisana kontrolna zapremina identički poklapa sa generisanom mrežnom ćelijom i da su sve promenljive strujnog polja „skladištene” na istoj lokaciji - kolokaciona šema (Slika 4.2) [118, 120]. Da bi se na stranicama ćelije odredile vrednosti ϕ_i iz konvektivnog člana jednačine, odabrana je uzvodna šema drugog reda tačnosti (*second-order upwind*) za interpolaciju vrednosti na stranici ćelije [118, 122, 137, 138], bazirana na *Taylor*-ovom razvoju [119, 139] rešenja u okolini centra ćelije:

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \mathbf{r}, \quad (4.54)$$

u kojoj figurišu: vrednost na stranici ćelije (ϕ_f), vrednost u centru ćelije (ϕ) i njen gradijent ($\nabla\phi$), kao i vektor promene položaja od centra ćelije do centra strnice ćelije ($\mathbf{r}$).

Određivanje gradijenata je neophodno sprovesti, kako zbog izračunavanja vrednosti skalarnih veličina u centru ćelije, tako i zbog određivanja gradijenata brzina i temperatura neophodnih za izračunavanja viskoznih flukseva, odnosno za diskretizaciju konvektivnih i difuznih članova. Selektovani metod je baziran na principu najmanjih kvadrata (*least squares cell-based*) [118, 120, 122, 137] i predstavlja promenu vrednosti ϕ između ćelija duž vektora $\mathbf{r}_{ij}$, ($\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$):

$$(\nabla\phi_i) \cdot \mathbf{r}_{ij} = \phi_j - \phi_i. \quad (4.55)$$

Ispisivanje svih jednačina za sve okolne ćelije u odnosu na čvor i , rezultira predimenzionisanim sistemom linearnih jednačina [120, 137]:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{i1} & \Delta y_{i1} & \Delta z_{i1} \\ \Delta x_{i2} & \Delta y_{i2} & \Delta z_{i2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_{ij} & \Delta y_{ij} & \Delta z_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial x} \\ \frac{\partial\phi}{\partial y} \\ \frac{\partial\phi}{\partial z} \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \phi_1 - \phi_i \\ \phi_2 - \phi_i \\ \vdots \\ \phi_j - \phi_i \end{bmatrix}, \quad (4.56)$$

koji pri postupku rešavanja zahteva dekompoziciju matrice koeficijenata korišćenjem *Gram-Schmidt* procedure [137], što dalje vodi do uvođenja matrice težina kojom se množi matrica razlika ($\phi_j - \phi_i$), a više detalja oko postupka rešavanja je izloženo u [120, 137].

Veličine kojima se množe gradijenti u uzvodnoj šemi drugog reda predstavljaju gradijentne limitere, a kojima se obezbeđuje stabilizacija gradijenata i prevencija u slučaju pojave naglih diskontinuiteta u strujnom polju. Limiterima se obezbeđuje monotonost šeme, održavanjem postojećih minimuma i maksimuma, kao i sprečavanje pojave novih lokalnih ekstremnih vrednosti u strujnom polju [120] (nediferencijabilni limiteri). Za nestrukturalne mreže, uloga limitera je u redukciji gradijenta korišćenog za rekonstrukciju stanja na stranici ćelije sa obe strane. Limiter mora imati vrednost nula pri strogim diskontinuitetima, da bi se održao prvi red tačnosti i obezbedila monotonost, dok se originalna neograničena rekonstrukcija (vrednost jedan) održava u neporemećenim strujnim regionima. Limiter (ψ) se u izraz za uzvodnu šemu drugog reda, definisanu jednačinom (4.54), uvodi njegovim množenjem gradijenta veličine ϕ :

$$\phi_f = \phi + \psi \nabla \phi \cdot \mathbf{r} . \quad (4.57)$$

Osnovna (inicijalna) postavka u FLUENT-u predstavlja standardni limiter prilagođen nestrukturalnim mrežama [138, 120], koji sa multidimenzionim, kao opcijom [140], predstavlja nediferencijabilni limiter, dok je kao druga opcija u odnosu na pomenuti multidimenzioni - diferencijabilni limiter, a koji predstavlja modifikaciju originalnog *Venkatakrishnan*-ovog limitera sa superiornim svojstvima konvergencije [120, 141, 142].

Diskretizacija jednačine za promenu količine kretanja, za slučaj simulacije stacionarnog strujanja u PB solveru, identična je opisanoj šemi za diskretizaciju skalarnog transporta definisana jednačinom (4.52) (u x -pravcu), slično kao u [139]:

$$a_P u_P = \sum a_{nb} u_{nb} + \sum p_f A + S_u , \quad (4.58)$$

pri čemu je uspostavljena rekonstrukciona šema drugog reda za pritisak na stranici ćelije (p_f), koristeći se centralnom diferentnom šemom [118, 119]:

$$p_{f,CD} = \frac{1}{2}(p_i + p_j) + \frac{1}{2}(\nabla p_i \cdot \mathbf{r}_i + \nabla p_j \cdot \mathbf{r}_j), \quad (4.59)$$

u kojoj figurišu veličine u čvorovima ćelija (p_i) i (p_j) sa zajedničkom kontaktnom stranicom, njihovi rekonstruisani grdijenti (∇p_i) i (∇p_j), kao i vektori položaja centra kontaktne stranice ćelija u odnosu na centralne čvorove ćelija ($\mathbf{r}_i$) i ($\mathbf{r}_j$), te koja se uglavnom koriguje da bi se obezbedila stabilnost šeme, a na osnovu sledećeg izraza [143]:

$$\phi_f = \phi_f^{UDS} + \alpha_\phi (\phi_f^{CDS} - \phi_f^{UDS}), \quad (4.60)$$

u kom je član (ϕ_f^{UDS}) tretiran implicitno i predstavlja uzvodnu diferentnu šemu (UDS), dok je ceo član u zagradi tretiran eksplicitno, a u kojoj član (ϕ_f^{CDS}) predstavlja centralnu diferentnu šemu (CDS), i konačno član (α_ϕ) koji predstavlja prelazni faktor između dve šeme sa vrednostima nula i jedan ($0 = UDS$, $1 = CDS$).

Integraljenje jednačine kontinuiteta nad kontrolnom zapreminom:

$$\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \mathbf{u}) dA = 0 , \quad (4.61)$$

rezultira diskretizovanom jednačinom kontinuiteta [144, 145]:

$$\sum_f J_f = 0 . \quad (4.61)$$

Međutim, da bi se izbegla pogrešna procena pritiska (*checkerboarding*), zbog linearne interpolacije brzine iz centra ćelije na stranicu ćelije, koja više nije linearno interpolirana i sličnog je oblika kao u [119, 143], neophodno je sprovesti sličnu proceduru kao u [146]. Koristeći se smernicama i šemama iz [119, 143-145, 147], kao i jednačinom (4.58), izveden je oblik masenog fluksa kroz stranicu ćelije [118], slično kao u [144, 145]:

$$J_f = \rho_f \frac{a_{p,i} u_{n,i} + a_{p,j} u_{n,j}}{a_{p,i} + a_{p,j}} A_f + d_f [(p_i + \nabla p_i \cdot \mathbf{r}_i) - (p_j + \nabla p_j \cdot \mathbf{r}_j)] A_f, \quad (4.62)$$

u kom veličine $u_{n,i}$ i $u_{n,j}$ predstavljaju brzine u susednim ćelijama, a veličina d_f funkciju osrednjenog koeficijenta a_p , iz izraza za promenu količine kretanja, na zajedničkoj stranici susednih ćelija.

Za slučajeve supersoničnog strujanja, kada je neophodno izvršiti interpolaciju gustine, preporučljivo je istu sprovesti uzvodnom šemom drugog reda, kojom se obezbeđuje stabilnost i bolje predviđanje diskontinuiteta [118].

Sprezanje pritiska i brzine jednim delom je ostvareno diskretizovanom jednačinom kontinuiteta (4.62), koja predstavlja dodatni uslov za izračunavanje pritiska, a probleme strujanja PB *coupled* algoritam rešava implicitnim sprezanjem nad pomenutom diskretizovanom jednačinom kontinuiteta i jednačinom za promenu količine kretanja. Nakon izložene procedure kojom je u okviru FLUENT-a ostvareno sprezanje [118], rezultujući sistem jednačina ima oblik:

$$\sum_f [A]_{ij} \mathbf{X}_j = \mathbf{b}_i, \quad (4.63)$$

pri čemu matrica koeficijenata uticaja i -te ćelije na j -tu ćeliju, kao i vektori nepoznatih i reziduala, imaju oblike:

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{ij}^{pp} & a_{ij}^{pu} & a_{ij}^{pv} & a_{ij}^{pw} \\ a_{ij}^{up} & a_{ij}^{uu} & a_{ij}^{uv} & a_{ij}^{uw} \\ a_{ij}^{vp} & a_{ij}^{vu} & a_{ij}^{vv} & a_{ij}^{vw} \\ a_{ij}^{wp} & a_{ij}^{wu} & a_{ij}^{wv} & a_{ij}^{ww} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_j = \begin{bmatrix} p'_j \\ u'_j \\ v'_j \\ w'_j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} -r_i^p \\ -r_i^u \\ -r_i^v \\ -r_i^w \end{bmatrix}, \quad (4.64)$$

dok će metod (solver i tehnike) za rešavanje spregnutog sistema linernih jednačina biti izložen na kraju prezentacije PB i DB solvera.

Podrelaksacije pojedinih promenljivih, kao i eksplicitne relaksacije za promenu količine kretanja i pritisak, koriste se zbog kontrole (redukcije) promene veličina kroz svaku iteraciju da bi se sprečila sklonost prema divergenciji rešenja [117, 118]:

$$\phi = \phi_{old} + \alpha \Delta \phi, \quad (4.65)$$

čime je definisana nova vrednost promenljive u okviru ćelije (ϕ), u odnosu na staru vrednost (ϕ_{old}), pri čemu je proračunata promena ($\Delta \phi$) korigovana podrelaksacionim faktorom (α). Implicitna relaksacija (podrelaksacija jednačina) se u PB solveru koristi da bi se obezbedila stabilnost konvergencije spoljašnjih iteracija uvođenjem selektivne veličine ϕ u sistem diskretizovanih jednačina [117, 118]:

$$\frac{a_P \phi}{\alpha} = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b + \frac{1-\alpha}{\alpha} a_P \phi_{old} = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b + \frac{1}{CFL} a_P \phi_{old}, \quad (4.66)$$

u kom figuriše *CFL* (*Courant-Friedrichs-Lewy*) broj, takođe, kao stabilizujući faktor.

U okviru DB solvera [118], preporučljiva šema za evaluaciju neviskoznog fluksa [120]:

$$\mathbf{F}_c = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \\ \rho v V + p \\ \rho w V + p \\ \rho H V \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ p \\ p \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.67)$$

($V = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ - kontravarijantna brzina) u većini aerodinamičkih proračuna predstavlja AUSM (*advection upstream splitting method*) šema [148], koja kao alternativa RFDS (*Roe flux-difference splitting*) šemi poseduje odlična svojstva prepoznavanja i „hvatanja” udarnih diskontinuiteta, stabilnost pri pojavi istih, kao i visoku tačnost za najrazličitije vidove problema [149]. Njena napredna verzija AUSM+ prezentovana je u [148] i testirana u [149]. Glavna ideja se zasniva na analizi člana definisanog jednačinom (4.67), kog čine dve fizički različite komponente - konvektivna i pritiska. Naime, prva komponenta jednačine predstavlja skalarnu veličinu konvektovanu kontravarijantnom brzinom V na stranici dve ćelije. Nasuprot prvom, druga komponenta jednačine je određena akustičnom talasnom brzinom. Dakle, suštinski, neophodno je izvršiti zasebno diskretizaciju ove dve komponente jednačine. Uvođenjem advektivnog *Mach*-ovog broja, definisanog u [148], konvektivni član na stranici dve ćelije ($L < 1/2 < R$) se može rearanžirati na osnovu [120, 148], u okviru osnovne AUSM šeme:

$$(\mathbf{F}_c)_{I/2} = M_{I/2} \begin{bmatrix} \rho c \\ \rho cu \\ \rho cv \\ \rho cw \\ \rho cH \end{bmatrix}_{L/R} + \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ p \\ p \\ 0 \end{bmatrix}_{I/2}, \quad (4.68)$$

pri čemu važi:

$$(\bullet)_{L/R} = \begin{cases} (\bullet)_L & \text{ako je } M_{I/2} \geq 0 \\ (\bullet)_R & \text{ostalo} \end{cases}, \quad (4.69)$$

dok se pritisak na strnici ćelije zapisuje na osnovu [120, 148]:

$$p_{I/2} = p_L^+ + p_R^-, \quad (4.70)$$

pri čemu su [120]:

$$p_L^+ = \begin{cases} p_L & \text{ako je } M_L \geq +I \\ \frac{p_L}{4}(M_L + I)^2(2 - M_L) & \text{ako je } |M_L| < I \\ 0 & \text{ako je } M_L \leq -I \end{cases} \quad (4.71)$$

i

$$p_R^- = \begin{cases} 0 & \text{ako je } M_R \geq +I \\ \frac{p_R}{4}(M_R - I)^2(2 + M_R) & \text{ako je } |M_R| < I \\ p_R & \text{ako je } M_R \leq -I \end{cases}, \quad (4.72)$$

te se AUSM šema može prikazati u formi [120]:

$$(\mathbf{F}_c)_{I/2} = \frac{I}{2} M_{I/2} \left\{ \begin{bmatrix} \rho c \\ \rho cu \\ \rho cv \\ \rho cw \\ \rho cH \end{bmatrix}_L + \begin{bmatrix} \rho c \\ \rho cu \\ \rho cv \\ \rho cw \\ \rho cH \end{bmatrix}_R \right\} - \frac{I}{2} |M_{I/2}| \left\{ \begin{bmatrix} \rho c \\ \rho cu \\ \rho cv \\ \rho cw \\ \rho cH \end{bmatrix}_R - \begin{bmatrix} \rho c \\ \rho cu \\ \rho cv \\ \rho cw \\ \rho cH \end{bmatrix}_L \right\} + \begin{bmatrix} 0 \\ p_L^+ + p_R^- \\ p_L^+ + p_R^- \\ p_L^+ + p_R^- \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.73)$$

Za detaljnu analizu osnovne AUSM i unapređene AUSM+ šeme, kao i članova koji u njima figurišu, konsultovati literaturu [120, 148-150].

Spregnut sistem osnovnih jednačina, DB solver diskretizuje u vremenu, bez obzira da li je stujanje stacionarno ili nestacionarno. Za slučaj stacionarne analize, podrazumeva se da vremensko napredovanje simulacije traje sve dok se ne postigne stacionarno stanje veličina, a dok se sama vremenska diskretizacija vrši eksplicitnom ili, kao što je ostvareno kroz ovo istraživanje, implicitnom formulacijom. Implicitna formulacija je bazirana na linearizovanoj *Euler*-ovoj vremenski diferentnoj šemi, koja rešava sistem linearnih jednačina u svakom koraku [137]:

$$[\mathbf{A}]^n \{\Delta \mathbf{Q}\}^n = \{\mathbf{R}\}^n, \quad (4.74)$$

pri čemu je u opštem slučaju [137]:

$$[\mathbf{A}]^n = \frac{V}{\Delta t} I + \frac{\partial \mathbf{R}^n}{\partial \mathbf{Q}}, \quad (4.75)$$

i koja je prvobitno definisana kao linearna kombinacija dve matrice koje predstavljaju dijagonalne $[\mathbf{D}]$ i nedijagonalne $[\mathbf{O}]$ članove:

$$[\mathbf{A}]^n = [\mathbf{D}]^n + [\mathbf{O}]^n. \quad (4.76)$$

Rešenje sistema jednačina (4.74) se ostvaruje relaksacionom šemom kojom se $\{\Delta \mathbf{Q}\}^n$ postiže kroz postepene iteracije, $\{\Delta \mathbf{Q}\}^i$, a kroz koje konvergira do $\{\Delta \mathbf{Q}\}^n$ [137]. Nakon opšte, konkretna formulacija implicitne šeme ima oblik [120, 151]:

$$\left(\Gamma \frac{V}{\Delta t} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Q}} \right) \Delta \mathbf{Q}^n = -\mathbf{R}^n, \quad (4.77)$$

u kojoj figurišu: zapremina kontrolne zapremine (V), rezidual ($\mathbf{R}$) [118], a koji je nelinearna funkcija konzervativnih promenljivih ($\mathbf{Q}$), kao i matrica (Γ) definisana u [120, 152], a slično se može primeniti i na matricu (I) u jednačini (4.75). Takođe, FLUNT omogućava poboljšanje konvergencije eksplicitnom relaksacijom u okviru stacionarne implicitne formulacije, zadavanjem odgovarajuće vrednosti faktoru (α) kojim se kontroliše promena vektora rešenja između iteracija na kraju svakog ciklusa [118, 122]:

$$Q_{new} = Q_{old} + \alpha \Delta Q. \quad (4.78)$$

Metod višestrukih mreža (*multigrid method*) predstavlja tehniku kojom je uspostavljena nezavisnost između veličine mreže (broja elemenata ili čvorova) i broja iteracija. Ovim metodom se postiže visoka efikasnost rešavanja *Navier-Stokes*-ovih jednačina, kao i značajna ušteda vremena proračuna, u smislu smanjenja broja iteracija,

kao i poboljšanja uslova konvergencije [119]. Višestruke mreže predstavljaju metod kom se posvećuje značajna pažnja od strane mnogih autora [117, 119, 120, 136, 153]. FLUENT koristi dva različita metoda višestukih mreža - geometrijski (FAS - *full-approximation storage*) i algebarski (AMG - *algebraic multigrid*). FAS je metod koji se bazira na aglomeraciji fine mreže, čime se ostvarena gruba mreža koristi za ubrzano postizanje rešenja na finoj mreži, prvenstveno zbog mogućnosti uvećanja vremenskog koraka primenjenog na grubljoj mreži, a sve do dostizanja stacionarnog stanja. Na taj način se ubrzava konvergencija, kao i „prebacivanje” sa problema globalne greške na finoj mreži na problem lokalne greške na gruboj mreži, što dalje vodi njenoj uspešnoj amortizaciji pri iterativnim postupcima i veoma brzom redukciji ukupne greške, a što takođe ubrzava konvergenciju [120]. FAS predstavlja metod koji je korišćen tokom ovog istraživanja za inicijalizaciju svih simulacija sprovedenih DB solverom (objašnjeno na strani 81). AMG predstavlja osnovnu postavku u FLUENT-u za oba solvera [118]. Ova tehnika je razvijena za implicitne šeme, koja se izvršava direktno nad matricom sistema, sa osnovnom idejom da se postigne redukovani sistem jednačina koji predstavlja grub nivo, iz čijeg rešavanja kao rezultat proizilazi korekcija za fin nivo rešenja [120]. Prednost AMG-a je naročito uočljiva primenom nad nestrukturalnim mrežama, jer metod niti izvršava fizičko formiranje grube mreže, čime se izbegava rediskretizacija grubljeg nivoa i evaluacija flukseva i izvornih članova na tom nivou, niti mora da skladišti novu grublju mrežu u memoriju [120, 152]. AMG predstavlja metod koji je korišćen tokom ovog istraživanja za sve simulacije sprovedene PB solverom. Za više detalja o potrebama, osnovnom konceptu, ciklusima, operatorima prolongacije i restrikcije, kao i nivoima višestrukih mreža potrebno je konsultovati citiranu literaturu.

AMG kontrola u okviru FLUENT-a je organizovana na sledeći način [118]. Skalarni AMG solver se koristi za rešavanje linearnog sistema dobijenog diskretizacijom transportnih jednačina. Spregnuti AMG solver se koristi za rešavanje linearnih transportnih jednačina kosisteći se implicitnom diskretizacijom spregnutog sistema. Oba solvera koriste, ili *Gauss-Seidel*, ili ILU (*incomplete lower upper*) iterativni metod. Za rešavanje skalarnog sistema jednačina koristi se metod u tački (*Gauss-Seidel* ili ILU, opciono), dok se za rešavanje spregnutog sistema jednačina koristi blok metod (*Gauss-Seidel* ili ILU, takođe opciono).

Gauss-Seidel iterativni metod rešava skalarni sistem jednačina:

$$a_{ij}x_j = b_i, \quad (4.79)$$

na sledeći način [117]:

$$x_i^{(k)} = \sum_j^{i-1} \left(\frac{-a_{ij}}{a_{ii}} \right) x_j^{(k)} + \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{-a_{ij}}{a_{ii}} \right) x_j^{(k-1)} + \frac{b_i}{a_{ii}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (4.80)$$

gde je broj nepoznatih predstavljen sa (n) , ili u matričnoj formi:

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{T}_1 \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{T}_2 \mathbf{x}^{(k-1)} + \mathbf{c}, \quad (4.81)$$

a matrice koeficijenata su definisane na sledeći način:

$$(T_1)_{ij} = \begin{cases} -\frac{a_{ij}}{a_{ii}} & \text{ako je } i > j \\ 0 & \text{ako je } i \leq j \end{cases} \quad (T_2)_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{ako je } i \geq j \\ -\frac{a_{ij}}{a_{ii}} & \text{ako je } i < j \end{cases}, \quad (4.82)$$

kao i elementi konstantnog vektora:

$$c_i = \frac{b_i}{a_{ii}}. \quad (4.83)$$

ILU dekompozicija predstavlja efektivniji iterativni AMG metod, a razvijen je za rešavanje velikih sistema algebarskih jednačina koje su formirane aproksimativnim rešavanjem višedimenzionih parcijalnih diferencijalnih jednačina implicitnim numeričkim tehnikama [154]. Uopšteno, sistem jednačina u matričnoj notaciji se može prikazati kao [118, 154]:

$$A\mathbf{X} = \mathbf{b}, \quad (4.84)$$

pri čemu, za postupak iterativne metode, kvadratna matrica M predstavlja dobru aproksimaciju matrice A , dimenzije $(J + 1)(K + 1)$, a može se predstaviti u vidu proizvoda dve trougaone matrice - donje (L) i gornje (U), [119, 154]:

$$M = LU = A + N, \quad (4.85)$$

pri čemu je matrica M prikazana u izmenjenom obliku $(A + N)$ zbog lakšeg dostizanja rešenja i bolje konvergencije, gde je N malo. Detaljnim postupkom izloženim u [154], formirana je opšta postavka za iterativni postupak:

$$(A + N)\mathbf{X}^{n+1} = (A + N)\mathbf{X}^n - (A\mathbf{X}^n - \mathbf{b}), \quad (4.86)$$

a što se zbog zaokruživanja greške može predstaviti novim vektorima δ^{n+1} i $\mathbf{R}^n$:

$$\begin{aligned}
\delta^{n+1} &= \mathbf{X}^{n+1} - \mathbf{X}^n, \mathbf{R}^n = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{X}^n \Rightarrow \\
\Rightarrow (M + N)\delta^{n+1} &= \mathbf{LU}\delta^{n+1} = \mathbf{LV} = \mathbf{R}^n \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbf{U}\delta^{n+1} &= \mathbf{V}
\end{aligned} \tag{4.87}$$

pri čemu se iz poslednje jednačine proračunava δ^{n+1} na osnovu $\mathbf{V}$. Ovo preliminarno izlaganje ILU dekompozicije je neophodno potkrepiti navedenom literaturom [119, 154].

Proizvoljna i neravnomerna raspodela elemenata u matrici sistema različitih od nula, a što je karakteristika nestrukturnih mreža, mogu nepovoljno uticati na efikasnost i brzinu konvergencije *Gauss-Seidel* i ILU šeme. Da bi se rešavanje sistema unapredilo primenjena je strategija dekompozicije domena, odnosno redukcija opsega matrice sistema pregrupisavanjem elemenata različitih od nula u okolini glavne dijagonale [120]. Najefikasniji metod za renumeraciju, implementiran u FLUENT [122] u vidu operacije nad mrežom, predstavlja RCM (*reverse Cuthill-McKee*) algoritam [155, 156], primenjen na zone, ćelije i stranice ćelija na površima.

Inicijalizacija simulacije hibridnim metodom (*hybrid initialization*) predstavlja skup preporuka i interpolacionih metoda za granične uslove, koja rešavanjem *Laplace*-ove jednačine proračunava polje brzina prilagođeno kompleksnim geometrijama, kao i polje pritiska sa glatkim prelazima između velikih i malih vrednosti u okviru proračunskog domena, a da bi se sve ostale promenljive (temperatura, turbulencija...) evaluirale na osnovu domena osrednjenih vrednosti ili unapred definisanih preporuka [118, 122]. Modeliranje kvalitetnih inicijalnih uslova u okviru PB i DB solvera, koji su preduslov za ubrzavanje konvergencije, postiže se i FMG (*full multigrid*) inicijalizacijom - tehnologijom baziranom na FAS metodu višestrukih mreža, kojim se vrši postepena interpolacija uniformnih vrednosti sa grube na finu mrežu, privremenom aktivacijom eksplicitnog DB solvera, a u zavisnosti od zadatog broja koraka ili propisane tačnosti [118, 122]. Takođe, strategija postepenog rukovođenja rešenjem (*solution steering*), pri simulaciji stacionarnog strujanja u okviru implicitnog DB solvera, predstavlja ekspertski sistem kojim se vrši „upravljanje” rešenjem kroz dva nivoa stabilizacije konvergencije, u funkciji *Courant*-ovog broja, od inicijalnih uslova, sve do rešenja koje stabilno konvergira. Ova strategija se uspostavlja kroz karakterizaciju strujanja, na osnovu *Mach*-ovog broja strujanja, kroz interval i broj

iteracija osvežavanja *Courant*-ovog broja, eksplicitnim podrelaksacionim faktorom, kao i mogućom aktivacijom FMG inicijalizacije simulacije.

4.2 Strukturalna analiza

Proračuni strukture letelica, analizirane ovom multidisciplinarnom studijom, ostvareni su u ANSYS komercijalnom kodu. Sa aspekta numeričke analize, ovaj kod je baziran na metodu konačnih elemenata pomoću kog se vrši diskretizacija kontinualnih problema.

Konstitutivna jednačina linearno elastičnog izotropnog tela izražena *Hooke*-ovim zakonom - odnos napon (σ)-deformacija/dilatacija (ϵ), ima oblik [157]:

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} = [C]\sigma + \epsilon_0 = [C] \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx_0} \\ \epsilon_{yy_0} \\ \epsilon_{zz_0} \\ \epsilon_{xy_0} \\ \epsilon_{yz_0} \\ \epsilon_{zx_0} \end{Bmatrix}, \quad (4.88)$$

pri čemu je vektor inicijalne dilatacije:

$$\epsilon_0 = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx_0} \\ \epsilon_{yy_0} \\ \epsilon_{zz_0} \\ \epsilon_{xy_0} \\ \epsilon_{yz_0} \\ \epsilon_{zx_0} \end{Bmatrix} = \alpha T \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (4.89)$$

u kom figurišu koeficijent termičkog širenja (α) i temperatura (T), kao i matrica elastičnosti materijala:

$$[C] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix}, \quad (4.90)$$

u kojoj figurišu *Young*-ov modul elastičnosti (E) i *Poisson*-ov koeficijent (ν), ili u često pogodnijem obliku:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = [D](\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_0) = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} - \frac{E\alpha T}{1-2\nu} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (4.91)$$

kao i matrica:

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.92)$$

Takođe, dilatacija se može izraziti na osnovu komponenti deformacija u , v , w , u pravcima x , y , i z osa, respektivno [157]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \varepsilon_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.93)$$

pri čemu su prve tri komponente dilatacije u normalnim prevcima, a druge tri u tangencijalnim. Takođe, ovim jednačinama bi trebalo pridodati i uslove kompatibilnosti, opisane jednačinama kompatibilnosti definisane u [157, 158], kojima se u elastičnosti definiše uslov kontinualnosti tela pre i posle deformacije.

Osnovni koncept je baziran na varijacionoj formulaciji, odnosno na principu minimuma potencijalne energije elastičnog tela [157]:

$$\pi_P = \pi - W_P, \quad (4.94)$$

pri čemu je energija deformacije predstavljena sa (π) , a rad spoljašnjih sila sa (W_P) . Izražen u funkciji deformacija, princip minimuma potencijalne energije u stanju ravnoteže ima oblik:

$$\delta\pi_p(u, v, w) = \delta\pi(u, v, w) - \delta W_p(u, v, w) = 0. \quad (4.95)$$

Na osnovu već definisanih veličina, uvođenjem izraza za energiju deformacije (prvi član) i rada spoljašnjih sila - zapreminskih (drugi član) i površinskih (treći član), izraz za potencijalnu energiju se može predstaviti na sledeći način [157]:

$$\pi_p(u, v, w) = \frac{1}{2} \iiint_V \boldsymbol{\varepsilon}^T [D] (\boldsymbol{\varepsilon} - 2\boldsymbol{\varepsilon}_0) dV - \iiint_V \boldsymbol{\phi} \mathbf{U}^T \cdot dV - \iint_S \boldsymbol{\Phi} \mathbf{U}^T \cdot dS, \quad (4.96)$$

a u kom figurišu vektori zapreminskih sila, površinskih sila i vektor pomeranja, respektivno:

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{Bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \end{Bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi} = \begin{Bmatrix} \Phi_x \\ \Phi_y \\ \Phi_z \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}. \quad (4.97)$$

Formulacija statičke analize konačnim elementima baziraće se na principu minimuma potencijalne energije, a iz kog se izvodi ravnotežna jednačina za trodimenzionalni problem: „*parcijalni izvod potencijalne energije po pomeranju iznosi nula*” [158]. Prvi korak ka formiranju ravnotežne jednačine predstavlja podela (diskretizacija) domena na konačan broj elemenata (E), a model pomeranja konačnog elementa se predstavlja kao [157]:

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} = [N] \mathbf{Q}^{(e)}, \quad (4.98)$$

gde je broj stepeni slobode pomeranja čvora elementa definisan sa ($\mathbf{Q}^{(e)}$), a matrica (funkcija) oblika pomeranja čvorova konačnog elementa sa ($[N]$). Dalje, vektor dilatacije (4.88) se može izraziti u funkciji vektora pomeranja čvorova:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [B] \mathbf{Q}^{(e)}, \quad (4.99)$$

pri čemu je matrica veze deformacija i pomeranja čvorova elemenata:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} [N], \quad (4.100)$$

pa se jednačina (4.91) sada može izraziti kao:

$$\boldsymbol{\sigma} = [D](\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) = [D][B]\mathbf{Q}^{(e)} - [D]\boldsymbol{\varepsilon}_0, \quad (4.101)$$

te se svrstavanjem jednačina (4.98) i (4.99) u jednačinu (4.96) može definisati izraz za potencijalnu energiju elementa, kao i izraz za ukupnu potencijalnu energiju strukture sumiranjem potencijalne energije elementa nad svim konačnim elementima [157]:

$$\begin{aligned} \pi_P = \sum_{e=1}^E \pi_P^{(e)} - \tilde{\mathbf{Q}}^T \tilde{\mathbf{P}}_c = \frac{I}{2} \tilde{\mathbf{Q}}^T \left[\sum_{e=1}^E \iiint_{V^{(e)}} [B]^T [D][B] dV \right] \tilde{\mathbf{Q}} - \\ - \tilde{\mathbf{Q}}^T \sum_{e=1}^E \left(\iiint_{V^{(e)}} [B]^T [D]\boldsymbol{\varepsilon}_0 dV + \iint_{S^{(e)}} [N]^T \boldsymbol{\Phi} dS + \iiint_{V^{(e)}} [N]^T \boldsymbol{\phi} dV \right) - \tilde{\mathbf{Q}}^T \tilde{\mathbf{P}}_c \end{aligned}, \quad (4.102)$$

a u kom figurišu vektor koncentrisanih sila u čvorovima, definisan sa ($\tilde{\mathbf{P}}_c$), koje deluju u pravcima pomeranja čvorova strukture, definisani vektorom ($\tilde{\mathbf{Q}}$). Statički uslov ravnoteže strukture sledi iz izraza za minimum potencijalne energije:

$$\frac{\partial \pi_p}{\partial \tilde{\mathbf{Q}}} = 0, \quad (4.103)$$

iz kog sledi izraz [157]:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{e=1}^E \iiint_{V^{(e)}} [B]^T [D] [B] dV \right) \tilde{\mathbf{Q}} = \\ & = \tilde{\mathbf{P}}_c + \sum_{e=1}^E \left(\iiint_{V^{(e)}} [B]^T [D] \mathbf{\epsilon}_0 dV + \iint_{S^{(e)}} [N]^T \mathbf{\Phi} dS + \iiint_{V^{(e)}} [N]^T \mathbf{\phi} dV \right), \end{aligned} \quad (4.104)$$

odnosno:

$$\left(\sum_{e=1}^E [K^{(e)}] \right) \tilde{\mathbf{Q}} = \tilde{\mathbf{P}}_c + \sum_{e=1}^E (\mathbf{P}_i^{(e)} + \mathbf{P}_s^{(e)} + \mathbf{P}_b^{(e)}) = \tilde{\mathbf{P}}, \quad (4.105)$$

a gde figurišu: matrica krutosti elementa ($[K^{(e)}]$), vektor inicijalnog opterećenja elementa ($\mathbf{P}_i^{(e)}$), vektor površinskih sila koje deluju na element ($\mathbf{P}_s^{(e)}$) i vektor zapreminskih sila koje deluju na element ($\mathbf{P}_b^{(e)}$), dok je ukupan vektor opterećenja na čvorovima ($\tilde{\mathbf{P}}$), kao i tražena jednačina ravnoteže cele strukture, odnosno osnovna statička jednačina u matričnoj notaciji:

$$[K] \tilde{\mathbf{Q}} = \tilde{\mathbf{P}}, \quad (4.106)$$

pri čemu je ukupna matrica krutosti predstajena sa ($[K]$), a tražena pomeranja čvorova i naponi na elementima se izračunavaju rešavanjem jednačine (4.106).

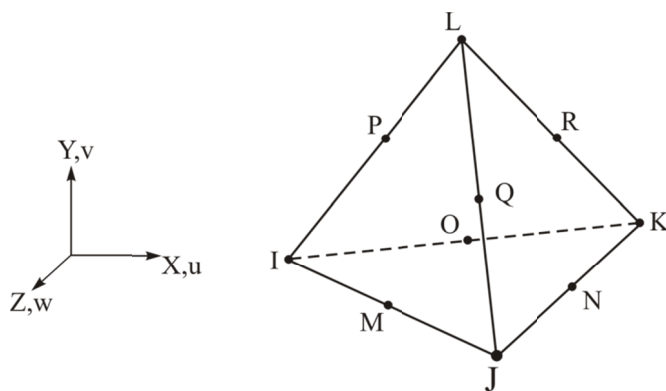
Za rešavanje sistema linearnih jednačina, generisan diskretizacijom konačnim elementima, selektovan je direktan metod (*sparse direct solver*), koji je primarno *Gauss*-ov eliminacioni metod [157] kojim se ostvaruje proračun vektora nepoznatih $\tilde{\mathbf{Q}}$, sa eliminacionim metodom unapred i metodom rešavanja unazad, pri čemu je u sam direktan eliminacioni metod implementirana *Cholesky* dekompozicija [157, 152] kvadratne matrice $[K]$, na donju i gornju trougaonu matricu, jer se *sparse direct solver* rukovodi samo unosima različitih od nula u okviru matrice [159]. Na taj način se u matrici $[L]$, ili po potrebi $[L]^{-1}$, kreiraju koeficijenti različiti od nula, a na mestima nula-koeficijenata u okviru matrice $[K]$. Takođe, da bi se performanse metode direktnog rešavanja optimizovale, potrebno je pre postupka dekompozicije sprovesti neki od

metoda pregrupisavnja (preurđivanja) matrice $[K]$, od kojih se u okviru ANSYS-a po automatizmu aktiviraju, ili MDO (*minimum degree ordering*) [152], ili METIS tehnika. Sama *Cholesky* dekompozicija se, kao direktni metod za rešavanje linearnih sistema, bazira na svojstvu da se svaka kvadratna matrica može interpretirati kao proizvod gornje i donje trougaone matrice [157]:

$$\begin{aligned} [A]\mathbf{X} &= [L][U]\mathbf{X} = \mathbf{b} \Rightarrow \\ \Rightarrow [U]\mathbf{X} &= \mathbf{Z} \Rightarrow \quad , \\ \Rightarrow [L]\mathbf{Z} &= \mathbf{b} \end{aligned} \quad (4.107)$$

gde se iz treće matrične jednačine (sistema jednačina) izračunavaju članovi vektora $\mathbf{Z}$, a nakon čega se, kao u Gauss-ovom eliminacionom postuku, metodom unazad, iz druge matrične jednačine (sistema jednačina) izračunavaju članovi vektora $\mathbf{X}$.

Diskretizacija domena je izvršena trodimenzionalnim elementom tetraedra - SOLID187, sa deset čvorova [159, 160]. Ovaj element je prikazana na slici 4.3, u odnosu na globalni koordinatni sistem, pri čemu je izvođenje ovog elemenata, kao i njegove funkcije oblika i matrice krutosti, detaljno izloženi u literaturi [157-160].



Slika 4.3. Trodimenzionalni tetraedarski element SOLID187 sa deset čvorova

4.3 Aerodinamičko-stukturalna interakcija

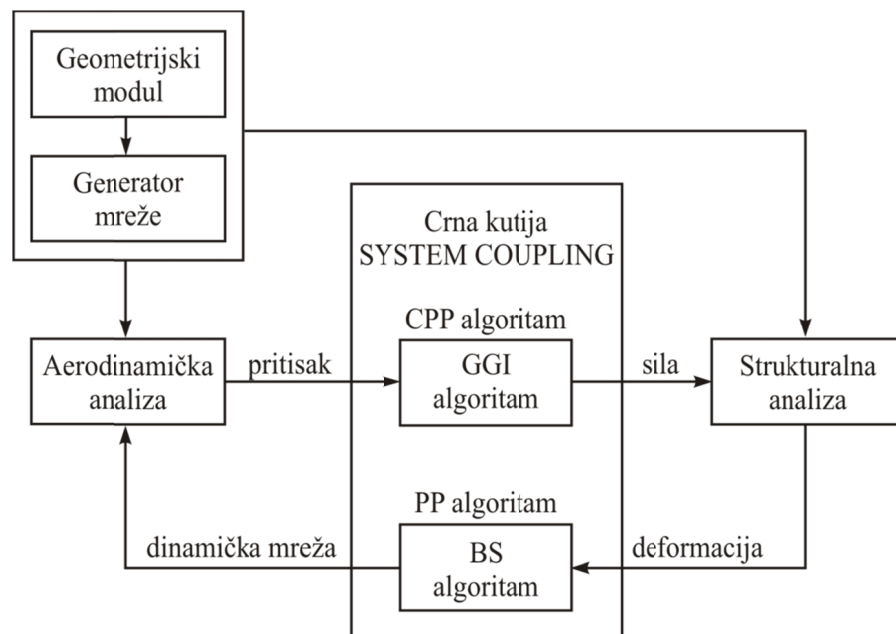
Osnovna podela se može definisati u odnosu na međusobnu komunikaciju između kodova (modula), preciznije - da li se komunikacija odvija u jednom smeru (*1-way*) ili u oba smera (*2-way*). Jednosmerna tehnika se svodi na automatsku „isporuku” iskonvergirano rešenja jednog proračunskog domena, drugom proračunskom domenu, ali u vidu graničnog uslova ili spoljašnjeg opterećenja ili deformacije, te se uglavnom ne

tretira kao vid sprežanja između solvera [161]. Dakle, komunikacija je ostvarena direktno, splajnovima ili interpolatorima, bez posredovanja modula koji bi iterativno kontrolisao „razmenu informacija” između solvera (kodova). Tehnika dvosmernog sprežanja se ostvaruje posredstvom modula koji iterativno kontroliše komunikaciju između proračunskih domena - implicitni/eksplicitni iterativni model, ili se može ostvariti monolitičkim sprežanjem [161]. Monolitičko sprežanje (*fully coupled model*) predstavlja simultano rešavanje i integraciju parcijalnih diferencijalnih jednačina za fluid i strukturu, odnosno dva domena su modelirana kao kontinuum sa jednim sistemom parcijalnih diferencijalnih jednačina [162], dok samo monolitičko sprežanje predstavlja prirodno implicitni model. Implicitni i eksplicitni iterativni model (*closely coupled model*) se odnose na to da li su iteracije ostvarene u vremenskom koraku ili samo između modula, a što, naravno, zavisi od prirode fenomena koji se modelira (stacionarna ili nestacionarna priroda). Implicitnim modelom se, dakle, iterativni postupak sprovodi u okviru petlje analiziranog domena, petlje sprežanja modula i vremenske petlje, dok se eksplicitnim modelom iterativni postupak sprovodi samo u okviru petlje analiziranog domena i petlje sprežanja modula. U okviru ovog modela, jednačine kojima se opisuju fluid i struktura se rešavaju zasebno, u okviru pojedinačnih kodova, ali su spregnute u jedinstveni modul koji kontroliše „razmenu informacija”, čineći celokupni CAE postupak realno modeliranim u odnosu na fenomen koji se simulira [162]. Takođe, svako ono iterativno sprežanje u okviru kog nije potrebno da jedan od modula postigne konvergenciju da bi se prenos podataka izvršio predstavlja nivo *closely* sprežanja. Nasuprot prethodnoj tvrdnji, svako ono iterativno sprežanje u okviru kog je potrebno da moduli postignu propisanu konvergenciju da bi se prenos podataka izvršio predstavlja nivo *loosely* sprežanja.

4.3.1 „Crna kutija” SYSTEM COUPLING

Modul SYSTEM COUPLING [163] je komponenta multimodularnog okruženja koja objedinjuje, kontroliše i sinhronizuje selektovane solvere (module) sa ciljem ostvarivanja njihove spregnute analize, čime je omogućeno simuliranje fenomena zasnovanih na interakciji fluid-struktura - *multifield* problemi. Drugim rečima, ovaj modul, na osnovu kuplovanja selektovanih solvera iz različitih oblasti, posreduje u

razmeni svojstava i ponašanja dve sredine koje su u interakciji, omogućavajući na taj način simulaciju multidisciplinarnog fenomena od interesa (Slika 4.4 - problem statičke aeroelastičnosti). Ova infrastruktura omogućava razmenu svojstava i ponašanja analiziranih sredina u oba smera, simulirajući na taj način, tzv. *1-way* (razmena podataka između solvera bez povratne sprege, odnosno bez odziva) ili *2-way* (razmena podataka sa odzivom) interakciju na relaciji fluid-struktura. U zavisnosti od prirode fenomena koji bi trebalo modelirati, posrednim kuplovanjem određenih modula, kroz SYSTEM COUPLING modul, moguće je simulirati stacionarna/statička i nestacionarna/dinamička ponašanja bazirana na termičkim, akustičnim, strukturalnim ili aerodinamičkim proračunima.



Slika 4.4. Šema eksplicitnog *closely* spreznjanja fluidnog i strukturalnog domena pri modeliranju statičke aeroelastičnosti

4.3.2 Osnovne postavke modula

Kreiranje multidisciplinarne analize kroz SYSTEM COUPLING svodi se na definisanje potrebnih koraka koji predstavljaju rutine koje je neophodno sprovesti da bi se jedna simulacija mogla inicirati. U zavisnosti od prirode fenomena koji se simulira, tip analize se može kategorisati dvojako, u vidu stacionarne ili statičke (*general*)

analize, odnosno nestacionarne (*transient*) analize. U zavisnosti od tipa analize, trajanje iste se može definisati neophodnim vremenom za izvršavanje simulacije, odnosno neophodnim brojem koraka za izvršavanje iste. Za oba vida simulacije potrebno je definisati, ili vremensko trajanje koraka, ili broj koraka potreban za izvršavanje simulacije. Ukoliko je trajanje simulacije vremenski definisano, vremenski se definiše i dužina koraka, dok se kod stacionarnih ili statičkih simulacija definiše broj koraka potreban za izvršavanje simulacije. Nezavisno od opcije kojom će se odrediti trajanje simulacije, kontrolu koraka potrebno je još definisati kroz neophodni broj iteracija, a kroz koje se vrši prenos podataka i osvežavanje mreže domena, odnosno kroz koje se izvršava komunikacija između solvera u oba smera. Dakle, simulacija je definisana koracima, dok su koraci definisani iteracijama, a kompletan prenos podataka se izvršava poslednjom iteracijom na kraju svakog koraka. U zavisnosti od prirode fenomena koji se simulira, iterativni postupak se može definisati eksplicitno ili implicitno, odnosno kroz jednu ili više iteracija, a da pri tome razmena podataka bude na *2-way* nivou, što i jeste statička aeroelastičnost, a kojoj je ovim istraživanjem posvećena pažnja.

Nakon definisanja načina na koji se izvršava simulacija, kao i vremenskog trajanja simulacije, neophodno je povezati solveere koji se kupluju, prepoznati regione koji su u interakciji i u okviru njih definisati veličine koje se razmenjuju, kao i redosled kojim se izvršavaju proračuni i vrši razmena podataka. Regionima kojima se vrši prenos podataka - tačke, linije, površi ili zapremine, predstavljaju oblasti geometrija koje su u interakciji, a koji su prethodno definisani u svakom od solvera odgovarajućim graničnim uslovima. Pošto se ostvari komunikacija između regiona, u zavisnosti od fenomena koji se simulira, definišu se ulazne i izlazne veličine (sila, pomeranje, temperatura sredine, toplotni tokovi, koeficijent prelaza toplote, temperatura fluida u blizini zida) koje se razmenjuju posredno i u oba smera, dok solveri koji izvršavaju proračune mogu delovati simultano ili pojedinačno, unapred zadatim redosledom. Smerovi u kojima se vrši razmena podataka se definišu na osnovu kategorizacije koja se dodeljuje regionima. Kada se regionu nekog domena dodeli kategorija izvora (*source*), on, nakon izvršenog proračuna, izvozi podatke regionu drugog domena, a kome je dodeljena kategorija cilja (*target*), koji iste te podatke uvozi, osvežava mrežu i započinje proračun novonastalog stanja sistema. Da bi nivo kuplovanja bio na *2-way* nivou potrebno je obezbediti povratnu spregu, a regionima dodeliti dvojaku kategoriju -

source/target, čime je ostvarena razmena podataka između solvera u oba smera (sa odzivima).

Obzirom da je tema ovog istraživanja *2-way* nivo aerodinamičko-strukturalne analize (statička aeroelastičnost), neophodno je bilo ostvariti kuplovanje između FLUENT i STATIC STRUCTURAL modula, a veličine koje se razmenjuju kroz definisane regione i koji odgovaraju graničnim uslovima *wall* (domen fluida) i *Fluid Solid Interface* (domen strukture), jesu inkrement deformacije i aerodinamičke sile. Prenos podataka je ostvaren eksplicitnim iterativnim postupkom sa više uzastopnih koraka kroz koje je ostvarena konvergencija sprežanja. Podaci koje aerodinamički solver isporučuje strukturalnom jesu aerodinamičke sile, dok strukturalni solver na osnovu uvezenog aerodinamičkog opterećenja izračunava deformaciju i istu isporučuje aerodinamičkom solveru. Kako je već objašnjeno, ovaj mehanizam se, u okviru definisanja regiona, ostvaruje adekvatnom *source/target* kategorizacijom u oba smera. Upravo zbog svega navedenog, neophodno je u okviru FLUENT aerodinamičkog koda obezbediti osvežavanje mreže fluidnog domena u trenutku isporučivanja proračunate deformacije od strane strukturalnog solvera. Da bi se navedeni uslov ispunio potrebno je u *2-way* analizu uvesti tehniku pomeranja/deformacije proračunske mreže fluidnog domena. Ova tehnika dinamičkih mreža je zasnovana na „peglanju” proračunske mreže fluidnog domena kojom se vrši oponašanje mehanike opruge (*spring-based smoothing*).

4.3.3 Kontrola i sinhronizacija proračuna

Dve osnovne funkcije modula SYSTEM COUPLING su kontrola povezivanja solvera i mapiranje prenosa podataka. Postupak kontrole povezivanja se ostvaruje kroz tri koraka, a koji se mogu definisati kao međuprocena komunikacija, sinhronizacija i tok analize, kao i kontrola konvergencije.

Obzirom da se u okviru ovog modula povezuju različiti solveri, koji se izvršavaju kao nezavisni procesi, neophodno je uspostaviti međuprocenu kontrolu, odnosno komunikaciju između istih. Ova komunikacija se ostvaruje preko mrežne računarske komunikacije, tj. preko TCP/IP (*transmission communication protocol/internet protocol*) protokola.

U okviru međusobne komunikacije neophodno je uspostaviti sinhronizaciju između solvera i procesa kojima se na više nivoa obezbeđuje razmena informacija, kao i redosled razmene informacija u okviru modula.

Konvergenција prenosa podataka za *source* i *target* lokacije se, u vidu osnovne postavke modula, procenjuje metodom korena srednjeg kvadrata, u okviru svakog koraka kuplovanja, a na kraju svake iteracije u okviru koraka. Promena u razmeni vrednosti podataka između uzastopnih iteracija se svodi na normalizovanu vrednost, a ako je normalizovana vrednost uzastopnih iteracija ispod propisanog kriterijuma konvergencije, prenos podataka zadovoljava uslove konvergencije, odnosno konvergira. Konvergenција u okviru svakog koraka zahteva da se, ili dostigne propisani kriterijum, ili da se dostigne minimalni zadati broj iteracija. Osnovni kriterijum za određivanje konvergencije predstavlja meru korena srednjeg kvadrata (RMS - *root mean square*):

$$RMS = \sqrt{(\hat{\Delta}_l)^2}, \quad (4.108)$$

pri čemu se normalizovana promena u razmeni podataka između uzastopnih iteracija, a u okviru datog koraka kuplovanja, meri kao:

$$\hat{\Delta}_l = \frac{\frac{1}{\omega}(\varphi_l^{curr} - \varphi_l^{pre})}{0.5((\max|\varphi| - \min|\varphi|) + |\overline{\varphi}|)}, \quad (4.109)$$

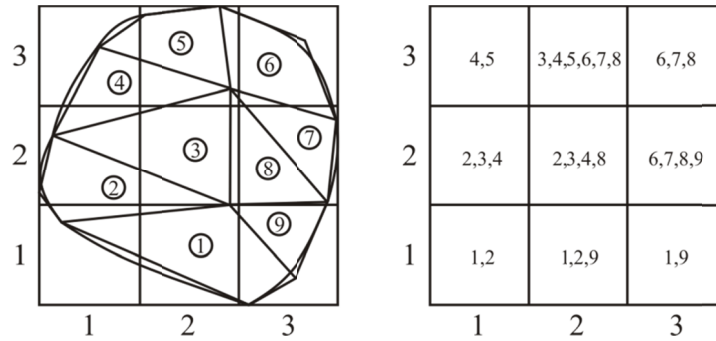
gde je podrelaksacioni faktor primenjen na formiranje konačne vrednosti u okviru tekuće iteracije označen sa (ω), tekuća i prethodna vrednost podataka koji se razmenjuju su označeni sa (φ_l^{curr}) i (φ_l^{pre}), respektivno, dok je lokacija na kontaktnoj površi dva domena, na kojoj se vrši razmena podataka, označena sa (l).

Prenos podataka je moguće ostvariti PP (*profile preserving*) algoritmom, za slučaj prenosa podataka nekonzervativnih veličina (pomeranje, temperatura), ili CPP (*conservative profile preserving*) algoritmom, za slučaj prenosa podataka konzervativnih veličina (masa, količina kretanja, sila). Oba algoritma se izvršavaju u četiri koraka, od kojih svaki od koraka predstavlja algoritam za sebe.

Algoritmom kojim se obezbeđuje priprema podataka za mapiranje i interpolaciju, u zavisnosti od prirode generisanih podataka na mreži, vrši se transformacija čvor-podataka na element-podatke, kao i element-podataka na čvor-podatke.

Mapiranje podataka se u okviru PP algoritama zasniva na **Bucket Surface** algoritmu (BS) [164], dok se u okviru CPP algoritma mapiranje zasniva na **General Grid Interface** algoritmu (GGI) [165].

Bucket Surface algoritam je projekcioni metod, baziran na intrpolacionim svojstvima konačnih elemenata, koji izvršava projektovanje rešenja sa jedne diskretizacije konačnih elemenata na drugu. BS algoritam omogućava dva tipa projektovanja - metod nodalne (čvorne) interpolacije i L_2 metod [164], od kojih je prvi metod implementiran u SYSTEM COUPLING modul [163]. Nodalnom interpolacijom se obezbeđuje rešenje u novom čvoru na osnovu prednosti prostorne funkcije stare diskretizacije, a što dalje garantuje da rešenje u nekoj tački zavisi isključivo od rešenja u čvoru elementa u kome tačka leži. Zbog toga je neophodno za svaki čvor nove mreže, na osnovu stare diskretizacije, odrediti element koji sadrži ovu tačku. Zapravo, BS algoritmom se mreža *source* elemenata (nestrukturnalna mreža na slici 4.5), najpre, podeli na imaginarnu, relativno grubu strukturalnu mrežu koju čine *bucket* polja (strukturnalna mreža na slici 4.5). Zatim, svaki čvor *target* mreže se inicijalno povezuje sa *bucket* poljem. Ukoliko je u okviru *bucket* polja lociran *target* čvor, algoritam pokušava da poveže taj čvor sa jednim ili više *source* elemenata u okviru *bucket* polja. Mehanizam dodeljivanja *source* elemenata, ostvarene diskretizacije, *bucket* elementima u okviru kojih je lociran *target* čvor, prikazan je slikom 4.6.



Slika 4.5. Dodeljivanje *source* elemenata *bucket* elementima - BS mapiranje [164]

To povezivanje se ostvaruje izračunavanjem lokalnih koordinata elemenata ξ_i (kojima odgovaraju globalne koordinate *target* čvora, x_i^{new}). Izračunavanje se vrši rešavanjem sistema nelinearnih jednačina [164]:

$$x_i^{new} = \sum_{a=1}^{n_{en}} N_a^e(\xi_i) x_a^e, \quad (4.110)$$

gde je težina $N_a^e(\xi_i)$ funkcija oblika čvora a lokalnog *source* elementa e , (x_a^e) globalna koordinata čvora a lokalnog elementa e i (n_{en}) broj čvorova elementa e . Potom se, nakon izračunavanja vrednosti za (ξ_i) , formira interpolirano rešenje (4.111), koje odgovara opštem obliku definisanog jednačinom (4.110):

$$v_i^h = \sum_{a=1}^{n_{en}} N_a^e(\xi_i) u_a^e, \quad (4.111)$$

gde je (u_a^e) rešenje koje pripada staroj diskretizaciji u čvoru a elementa e . Ukoliko izračunate lokalne koordinate *target* čvora nisu u okviru *source* elementa, iste moraju da zadovolje sledeće uslove [163]:

za četvorougaoone elemente sa četiri čvora:

$$\begin{aligned} |v_1| &\leq I + \varepsilon \\ |v_2| &\leq I + \varepsilon', \end{aligned} \quad (4.112)$$

i za trougaone elemente sa tri čvora:

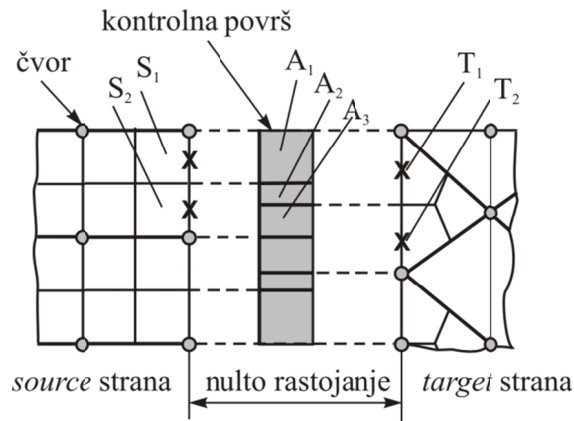
$$\begin{aligned} v_1 &\leq \varepsilon \\ v_2 &\leq \varepsilon \\ I - v_1 - v_2 &\leq \varepsilon \end{aligned}, \quad (4.113)$$

gde su v_1 i v_2 komponente lokalnih koordinata ξ_i , a ε tolerancija ivice elementa. Ukoliko izračunate lokalne koordinate *target* čvora jesu u okviru *source* elementa, važe iste nejednakosti (4.112) i (4.113), ali za vrednost $\varepsilon = 0$. Na osnovu navedenih uslova, interpolacija zahteva da svaki *target* čvor bude uparen sa samo jednim *source* elementom, iako je moguće da se *target* čvor javi u domenima više *source* elemenata. Ovo uparivanje zahteva da najkraće rastojanje između *target* čvora i odgovarajućeg *source* elementa bude minimalno. Više detalja o ovoj metodi je izloženo u izvornom radu K. Jansen-a i ostalih [164].

General Grid Interface algoritmom se vrši početna podela kontaktnih strana elemenata *source* i *target* domena na n (pod)stranica, od kojih svaka ima svoju integracionu tačku, gde je n broj čvorova na svakoj kontaktnoj stranici elementa (Slika 4.6). Trodimenzionalne integracione tačke (podstranice) se, zatim, konvertuju u dvodimenzionalne četvorougaoone poligone sastavljene od redova i kolona piksela. Pikseli konvertovanih poligona sa *source* i *target* domena se presecaju, čineći tako

preklopne površine koje se nazivaju „kontrolnim površima”. Doprinosi mapiranih težina se procenju za svaku kontrolnu površ, a na osnovu preseka dodeljenih površi kontaktnih stranica *source* i *target* elemenata i piksela. Konačne težine za svaki od *target* (ili *source*) čvorova se procenjuju akumuliranjem ovih doprinosa kontrolnih površi. Ukoliko, međutim, nijedna kontrolna površ nije kreirana (kada, npr. ne postoje poligonalni preseki između *source* i *target* domena), tada su mapirane težine identički jednake nuli, a čvorovii elementi na *target* (ili *source*) kontaktnoj stranici se prijavljuju kao nemapirani. Pomenutom slikom 4.6 [163] ostvaren je jedan tipičan prikaz kontakta između *source* i *target* domena. Kontrolne površi su kreirane presecima elemenata domena sa pripadajućim integracionim tačkama. Tako, elementi *source* domena S_1 i S_2 u preseku sa elementima *target* domena T_1 i T_2 čine poligone A_1 , A_2 i A_3 na kontrolnoj površi. Na osnovu kreiranih poligona, vrši se procena mapiranih težina *target* elementa T_1 (i pripadajućeg *target* čvora) na osnovu odgovarajućih *source* elemenata S_1 i S_2 (i pripadajućih *source* čvorova), po modelu:

$$w_1 = \frac{A_1}{A_1} \text{ i } w_2 = \frac{A_2}{A_2 + A_3}. \quad (4.114)$$



Slika 4.6. Prikaz kontakta između *source* i *target* domena - GGI mapiranje [163]

Više detalja o ovoj metodi je izloženo u izvornom radu *P.F. Galpin*-a i ostalih [165].

Algoritmima za mapiranje se procenjuju težinski koeficijenti, odnosno težine mapiranja, koje koriste interpolacioni algoritmi za razvijanje interpolacione funkcije. Težine mapiranja figurišu u jednačini:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n w_i \varphi_i, \quad (4.115)$$

za procenu (φ), koja predstavlja *target* čvor, odnosno integracionu tačku, pri čemu je (φ_i) vrednost u i -tom *source* čvoru, a (w_i) odgovarajuća težina [163]. Za težine dobijene BS algoritmom, (n) predstavlja broj čvorova u *source* elementu, dok za težine dobijene GGI algoritmom, (n) predstavlja broj površina dobijen presekom pošiljalac/primalac (*source/target*) elemenata domena na kontrolnoj površini, a orijentisane su ka *target* strani.

Finalnom prenosu podataka prethodi *post-processing* interpoliranih podataka, a koji ima za cilj poboljšanje konvergencije celokupne analize [163].

4.3.4 Dinamičke mreže

Model dinamičkih mreža [166, 167], koji je implementiran u FLUENT [118], koristi se za simulacije kojima se utiče na promenu oblika fluidnog domena, uzrokovana kretanjem granica nekog drugog (strukturnog) domena sa kojim je u interakciji, a sam model može se primeniti i u okviru stacione i u okviru nestacionarne analize, u zavisnosti od prirode problema (fenomena) koji se simulira. Kretanje može biti propisano ili, kao što je slučaj u okviru tekućeg istraživanja, uzrokovano interakcijom dva solvera koji međusobno razmenjuju informacije o deformacijama domena, a što je opisano poglavljima 4.3.1, 4.3.2 i 4.3.3. Osvežavanjem mreže se rukovodi po automatizmu, svakim vremenskim korakom ili iteracijom, ali kroz zadate korake kuplovanja u okviru naprednog modula SYSTEM COUPLING, ukoliko se istim želi postići simulacija interakcije fluid-struktura.

Ukoliko je simulacija bazirana na modelu dinamičkih mreža, integralna forma opšte transportne jednačine konzervacije za neku veličinu ϕ , u okviru kontrolne zapremine čije se granice kreću, može se izvesti na osnovu jednačine (4.4) [118, 119]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{KZ} \rho \phi dV \right) + \int_A \rho \phi (\mathbf{u} - \mathbf{u}_g) \cdot \mathbf{n} dA = \int_A (\Gamma \nabla \phi) \cdot \mathbf{n} dA + \int_{KZ} S_\phi dV, \quad (4.115)$$

u kojoj figuriše brzina kretanja mreže ($\mathbf{u}_g$), dok razlika brzina ($\mathbf{u} - \mathbf{u}_g$), koja figuriše u konvektivnom članu, predstavlja relativnu brzinu. Pored konzervacije mase, količine kretanja i energije, neophodno je zadovoljiti i geometrijsku konzervaciju, kojom se

izbegavaju greške usled deformacije kontrolne zapremine, čija je integralna forma predstavljena jednačinom [168]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{KZ} dV = \int_A \mathbf{u}_g \cdot \mathbf{n} dA, \quad (4.115)$$

i čija se neophodnost ogleda u održavanju uniformnosti strujanja, nezavisno od deformacije mreže, a pri proračunavanju kontrolne zapremine ili brzine mreže [168].

Algoritam dinamičkih mreža je inicijalno zasnovan na modeliranju stranica u vidu opruga (*spring-based smoothing*), kojima je ostvarena veza sa čvorovima, a što je uspostavljeno i kroz tekuće istrživanje. (Naime, svi ostali dostupni metodi u okviru FLUENT-a ne podržavaju modeliranje graničnog sloja na granicama koje se pomeraju/deformišu.) Metod je baziran na *Hook*-ovom zakonu, gde pomeranje čvora na deformabilnoj granici generiše silu proporcionalnu pomeranju duž svih opruga kojima je ostvarena veza sa čvorom. Koeficijent proporcionalnosti, odnosno krutost opruge za stranicu i - j je obrnuto proporcionalna dužini stranice, te kombinacijom izraza iz [122], [166] i [169], sledi:

$$k_{ij} = \frac{k}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}}, \quad (4.116)$$

pri čemu (k) predstavlja faktor koeficijenta opruge koji se zadaje između vrednosti 0 i 1, a čime se utiče na nivo apsorpcije deformacije od strane okolne mreže. Iz uslova ravnoteže, suma svih elastičnih sila za svaki čvor mora biti nula, a ovaj uslov, izražen iterativnom jednačinom, ima formu [169]:

$$\Delta x_i^{n+1} = \frac{\sum_{j=1}^m k_{ij} \Delta x_j^n}{\sum_{j=1}^m k_{ij}}, \quad \Delta y_i^{n+1} = \frac{\sum_{j=1}^m k_{ij} \Delta y_j^n}{\sum_{j=1}^m k_{ij}}, \quad \Delta z_i^{n+1} = \frac{\sum_{j=1}^m k_{ij} \Delta z_j^n}{\sum_{j=1}^m k_{ij}}, \quad (4.117)$$

gde je broj iteracija predstavljen sa (n), a broj čvorova povezan sa čvorom i sa (m), dok će nove lokacije čvorova biti određene izrazima [166]:

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \Delta x_i^{n+1}, \quad y_i^{n+1} = y_i^n + \Delta y_i^{n+1}, \quad z_i^{n+1} = z_i^n + \Delta z_i^{n+1}. \quad (4.118)$$

Takođe, *spring-based smoothing* metod je podržan metodom lokalnog osvežavanja mreže (*local remeshing method*), na osnovu unapred zadatih kriterijuma kvaliteta stranica i ćelija mreže, da bi se, u slučaju većih deformacija i uvijanja poprečnog preseka krila, izbegle degeneracije mreže u graničnom sloju i blizini granice koja se

deformiše. Na osnovu unapred zadatih kriterijuma, metod lokalnog osvežavanja mreže, uspostavljen kroz tekuće istraživanje, baziran je na kontroli kvaliteta lokalnih ćelija i lokalnih stranica [122].

Glava 5

Verifikacija, validacija i optimizacija numeričkih proračuna

5.1 Opis problema

Ovim istraživanjem je sprovedena numerička aerodinamičko-strukturalna optimizacija krila (fina, stabilaizatora, horizontalnih/vertikalnih repnih površina) projektila, čime je izvršena demonstracija kapaciteta predloženog algoritma sa multidisciplinarnim postavkama. Optimizacija je imala za cilj globalno unapređivanje performansi letelice, do nivoa kojim se ne remeti ili, moguće, povećava sigurnost u fazi penjenja, dok su posredno ostvarene uštede na ekonomskom nivou, a što se ogleda u uštedama eksperimentalnih i numeričkih (hardverskih i vremenskih) resursa.

Projektil je teorijski definisan kao balistički, kratkog dometa (SRBM - *short-range ballistic missile*), razvijen u naučno-istraživačke svrhe i za interne potrebe aerodinamičkog i strukturalnog eksperimentalnog ispitivanja. Model je povremeno korišćen i u svrhu kalibracije eksperimentalne instalacije Vojnotehničkog instituta (VTI) u Beogradu. Kao najbitnija definicija kojom je potkrepljeno ovo istraživanje, ovaj model, u potencijalu, predstavlja platformu za razvijanje konvencionalnog naoružanja

kratkog dometa za dejstva u radijusu do $1000 [km]$. Ova činjenica je iskorišćena da se istraživanje sprovede nad projektilom realnih dimenzija, pri definisanim realnim uslovima eksploatacije, čime bi se postigli inicijalni uslovi za potencijalni razvoj jednog takvog sistema, a sam razvojni program bi se bitno unapredio. Takođe, potencijalno navođenje bi se baziralo na inercijalnom principu, čime bi se kontrola i korekcija putanje kontrolisala akcelerometrima ugrađenim na žiroskopskoj platformi, dok bi sama krila imala funkciju (fiksni krila) stabilizatora.

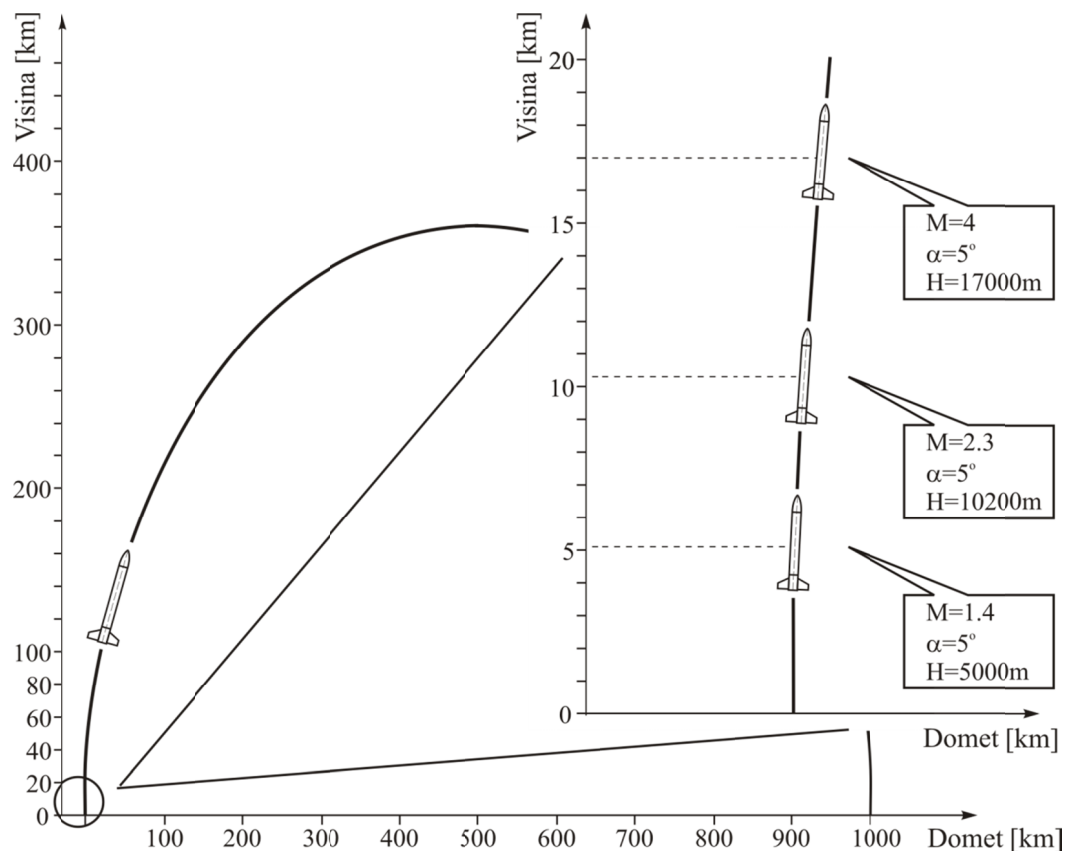
Deo konceptualnog programa predstavljaju raspoloživa, nezavisno sprovedena, aerodinamička i strukturalna eksperimentalna ispitivanja. Ova ispitivanja su realizovana na eksperimentalnim modelima različitih razmera. Razlike u razmerama ispitivanih modela su opravdane ograničenim kapacitetima raspoloživih eksperimentalnih instalacija. Za potrebe aerotunelskih ispitivanja razvijen je model projektila čije su dimenzije prilagođene dimenzijama radnog dela aerotunela, dok je za potrebe statičke eksperimentalne čvrstoće razvijen model krila realnih dimenzija. Postojanje jednog ovakvog sistema eksperimentalnih modela, nad kojima su sprovedena i aerodinamička i strukturalna ispitivanja, predstavlja potreban i dovoljan uslov da bi se započelo sa kreiranjem verifikovanog proračunskog okruženja za aerodinamičko-strukturalne simulacije, kasnije i optimizaciju, a koje bi u numeričkom smislu objedinilo ove dve analize na osnovu prethodno sprovedenih korelacija ostvarenih na različitim nivoima. Dakle, kako aerotunelska instalacija nije opremljena uređajima za monitoring aeroelastičnog ponašanja strukture, niti je u tom smislu integrisana, ni za takav vid ispitivanja predviđena, kreiranje numeričkog okruženja koje bi omogućilo ovakav vid analize bi predstavljalo značajan doprinos pri spregnutom modeliranju ponašanja strukture izložene dejstvu fluida, a samo okruženje bi moralo biti verifikovano i validifikovano na osnovu postojećih aerodinamičkih (Poglavlje 5.2) i strukturalnih eksperimenata (Poglavlje 5.3) sprovedenih nad pomenutim geometrijama, kao i na osnovu *benchmark* modela [48] (Poglavlje 5.4). Jedno takvo multidisciplinarno okruženje bi po definiciji bilo monolitičko, paralelno i u potpunosti automatizovano, za šta bi se iskoristili kapaciteti modularno orijentisanog komercijalnog koda ANSYS. Da bi se ovi uslovi ispunili, potrebno je u okviru pomenutog koda izvršiti sprezanje modula za geometrijsko, numeričko, statističko i optimizaciono modeliranje sistema. Rezultati nekoliko sprovedenih studija i uspostavljenih korelacija, izvedenih na osnovu

laboratorijskih i numeričkih analiza, sugerišu da postoje veoma kvalitetne osnove za integraciju aerodinamičke i strukturalne numeričke analize nad projektilom realnih dimenzija. Time je ostvaren značajan doprinos u procesu razvoja realnog sistema, sa akcentom na sveukupnim i značajnim uštedama na svim nivoima.

Kako su raspoloživi eksperimentalni modeli razvijani i ispitvani u različitim fazama, često aerodinamički uslovi na kojima se bazira strukturalni eksperiment krila nisu podržani aerodinamičkim eksperimentom nad modelom projektila. Takođe, kako su raspoloživi eksperimentalni modeli razvijani i ispitvani u različitim fazama, kao i sa različitim kombinacijama oblika segmenata nos/telo/krilo, često nezadovoljavaju propisan granični uslov pri aerodinamičko-strukturalnoj analizi projektila. Preciznije, to znači da pri pojedinim kombinacijama segmenata propisani granični uslovi za krilo bivaju prekoračeni, međutim, svakako zadovoljavaju projektovane kritične uslove eksploatacije, definisane odgovarajućim vrednostima faktora opterećenja. Pojedini granični uslovi, opisani Mach-ovim brojem i napadnim uglom, pod kojima je, sa aspekta statičke čvrstoće, ispitivana predložena geometrija krila, nisu podržani od strane aerotunelskih ispitivanja, ali će sa aspekta sigurnosti letelice u fazi penjanja predstavljati uslove koji moraju biti zadovoljeni i kao takvi će biti obuhvaćeni analizom. Da bi propisani granični uslovi u procesu eksploatacije bili zadovoljeni, raspoložive geometrije tela i krila projektila bi se u tom smislu morale prilagoditi u odnosu na propisana ograničenja. Predlog i osnovna ideja, na osnovu koje bi se realnom objektu dodelila propisana ograničenja, predstavlja sprovođenje postupka optimizacije predložene geometrije krila, odnosno prilagođavanje predložene geometrije krila graničnim uslovima, a što bi se sprovedo numeričkom multidisciplinarnom studijom baziranoj na optimizaciji, sa multikriterijumskim postavkama i rukovođenom propisanim ograničenjima. Predloženim postupkom bi se doprinelo značajnom smanjenju broja eksperimentalnih ispitivanja, kao i analitičkih studija, odnosno značajno bi se podigao broj mogućih optimalnih geometrija koje zadovoljavaju i ciljeve i ograničenja, a sa druge strane bi se, kao poseban doprinos, ostvarilo aerodinamičko-strukturalno unapređivanje postojeće geometrije projektila, čime bi se postojeće performanse podigle na viši nivo, a troškovi razvojnog programa značajno umanjili. Na taj način bi se sprovedeni ekperimenti primarno iskoristili za postupke verifikacije i validacije numeričkih proračuna i modela, čime bi se uspostavilo okruženje visoke

pouzdanosti, a u okviru kog bi se izvršilo sprezanje aerodinamičke i strukturalne analize nad projektilom realnih dimenzija.

Formulisan je zahtev, odnosno granični uslov za generisanu silu na krilu, koji je eksperimentalno realizovan i kom odgovara slučaj opterećenja $j = 1$. Ovaj slučaj eksploatacije je definisan *Mach*-ovim brojem $M = 2.3$, napadnim uglom $\alpha = 5^\circ$, visinom $H = 10200$ [m], kao i inercijalnim opterećenjima u normalnom i longitudinalnom pravcu, koja su posledica ubrzanja, rotacije projektila, pasivnog komandovanja, a razmatran je i uticaj gravitacije. Sila uzgona koja se pri tom uslovu eksploatacije generiše na krilu projektila trebalo bi da iznosi oko 3508 [N]. Naime, opstrujavanje geometrije krila mora biti takvo da kumulativni efekti trenutnih i elastičnih deformacija, pri ispitivanom slučaju leta, ne bi smeli da ometaju i degradiraju operativnost sklopa, odnosno ne bi smeli da narušavaju aerodinamiku kojom su zagarantovane performanse i letne karakteristike. Za isti slučaj opterećenja definisana su još dva moguća scenarija u fazi penjanja, međutim, oni nisu eksperimentalno testirani. Prvi je definisan *Mach*-ovim brojem $M = 1.4$, napadnim uglom $\alpha = 5^\circ$, visinom $H = 5000$ [m], kao i inercijalnim opterećenjima u normalnom i longitudinalnom pravcu, dok je drugi definisan *Mach*-ovim brojem $M = 4$, napadnim uglom $\alpha = 5^\circ$, visinom $H = 17000$ [m] i, takođe, inercijalnim opterećenjima u normalnom i longitudinalnom pravcu. Poslednja dva uslova, koja nisu eksperimentalno testirana, modelirana su numerički, nakon postupaka verifikacija i validacija u okviru modula kojima se sprovode analize. Ova tri kritična *multipoint* slučaja u fazi penjanja prikazani su narednom slikom 5.1.



Slika 5.1. Kritične faze pri penjanju projektila

Numerički proračuni konačnim elementima i konačnim zapreminama su sprovedeni na radnoj stanici Asus Workstation sa dva osmojezgrema Intel Xeon E5-2650 procesora na 2.00 MHz i sa 64 GB RAM. Na taj način, raspoloživi kapaciteti se svode na 16 fizičkih jezgara, odnosno 32 logička jezgra, a što se svodi na 32 procesa. Svako pojedinačnoj numeričkoj simulaciji je u okviru ANSYS-a dodeljeno po 8 procesa, čime je ostvarena paralelizacija i ubrzanje proračuna, odnosno maksimalno iskorišćavanje raspoloživih hardverskih/softverskih kapaciteta. Paralelizacija proračuna je pored raspoloživih jezgara ograničena i konzumacijom memorije po simulaciji, a koja je diktirana „veličinom” proračunske mreže konačnih elemenata ili zapremina. Preciznije, konzumacija memorije direktno zavisi od numeričke složenosti proračuna, odnosno veličine sistema linearizovanih jednačina koje je potrebno skladištiti.

5.2 Numerička i eksperimentalna aerodinamička analiza

Verifikacija i validacija numeričke aerodinamike, naspram eksperimentalne, sprovedena je dvema nezavisnim studijama. Prva studija je imala za cilj validaciju SST $k-\omega$ turbulentnog modela, kojim bi se izvršilo modeliranje svih aerodinamičkih proračuna koje je bilo neophodno sprovesti ovim istraživanjem. Ovom studijom validacija SST $k-\omega$ turbulentnog modela je ostvarena nad standardnim i naširoko publikovanim AGARD-B aerotunelskim modelom. Proračuni strujanja, modelirani SST $k-\omega$ turbulentnim modelom, sprovedeni su simulacijama u oba dostupna solvera (jednog baziranog na pritisku - PB, a drugog na gustini - DB), a pri istoj (finoj) rezoluciji mreže konačnih zapremina. Na ovaj način su, pri jedinstvenoj mreži, različitim solverima direktno modelirana i različita vremena izvršavanja simulacija. Razlog za različite brzine izvršavanja proračuna bi trebalo tražiti u načinu implementacije svakog od solvera, odnosno broju spregnutih jednačina koje se istovremeno rešavaju u okviru svakog od solvera, a kojima su opisani zakoni na osnovu kojih se vrše numerički proračuni strujanja (konsultovati glavu 4, poglavlje 4.1). Zbog sveukupne složenosti, DB solveru je neophodno obezbediti stabilnost numeričkog proračuna, a koja bitno utiče na vreme izvršavanja istog, što se obezbeđuje strategijom postepenog rukovođenja rešenjem (*solution steering*), opisanom u glavi 4, odnosno poglavlju 4.1.

Drugom studijom su, na sličan način, ponovljeni postupci verifikacije i validacije, ali sada nad nestandardnim N1G modelom projektila nad kojim se sprovodi istraživanje, i to za dve rezolucije mreže konačnih zapremina - finu i grubu. Proračuni strujanja su modelirani, prethodnom studijom uspostavljenim, SST $k-\omega$ turbulentnim modelom, a sprovedeni su simulacijama u oba dostupna solvera i za obe rezolucije mreže konačnih zapremina, pri čemu je uticaj solvera razmatran na osnovu zaključaka izvedenih simulacijama nad AGARD-om. Ova studija je imala za cilj definisanje optimalnih hardverskih/numeričkih zahteva za sprovođenje postupka multidisciplinarne analize, a da pri tome rezultati koje sama analiza nudi budu prihvatljivi, odnosno podjednake ili približne tačnosti u odnosu na rezultate sprovedene višestruko zahtevnijim numeričkim analizama. Naime, teži se postizanju što kraćeg proračunskog vremena, naspram što kvalitetnijih rezultata simulacija, a čime bi se postigla sveukupna optimizacija numeričkih proračuna. Modeliranje optimalnog vremena direktno je

sprovedeno i postupakom ispitivanja osetljivosti rezultata numeričkih simulacija u odnosu na finu i grubu rezoluciju mreže konačnih zapremina. Na osnovu svega navedenog, sproveden je postupak evaluacije uporednih rezultata i izvršena je konačna procena pouzdanosti ponuđene aerodinamičke postavke naspram vremena neophodnog za izvršavanje simulacija.

Sprovedenim studijama se težilo postizanju numerički stabilne, sa aspekta tačnosti i brzine proračuna efikasne, a ujedno, sa spekta hardverske zahtevnosti, pristupačne postavke za aerodinamičko predviđanje.

5.2.1 Instalacija za eksperimentalnu aerodinamiku

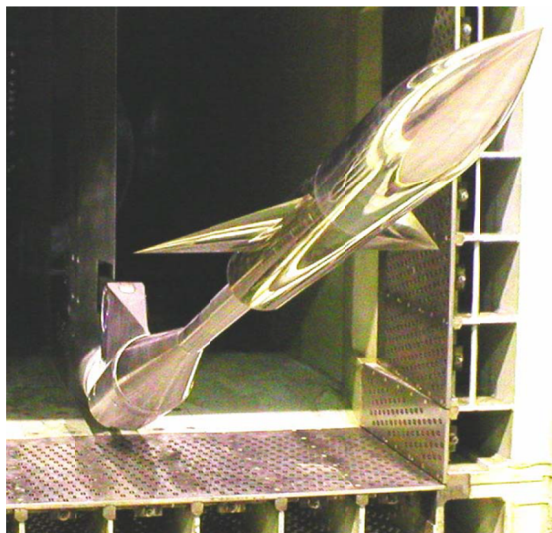
Serijska aerotunelskih ispitivanja modela je izvršena u T-38 trisoničnom rafalnom aerotunelu sa nadpritiskom i kvadratnim radnim delom dmenzija 1.5m x 1.5m (Slika 5.2), za interval *Mach*-ovih brojeva 0.2 do 4, velikih *Reynolds*-ovih brojeva do 140 miliona po metru, stagnacionog pritiska u opsegu 1.1 do 15 bara i vremenom trajanja rafala između 6 i 60 sekundi. Držač modela (sting) se montira na mehanizam za podešavanje napadnog ugla i ugla valjanja, a čiji je rad u toku ispitivanja moguć u oba moda - kontinualnom i sekvencionom. Tačnost i radni opseg mernih pretvarača, izvršne procedure za kalibraciju, akviziciju i monitoring, kao i drugi detalji o pomenutim uređajima i samoj instalaciji su prezentovani u publikacijama [131, 170, 171].



Slika 5.2. Aerotunelska instalacija T38 u VTI-u u Beogradu [131]

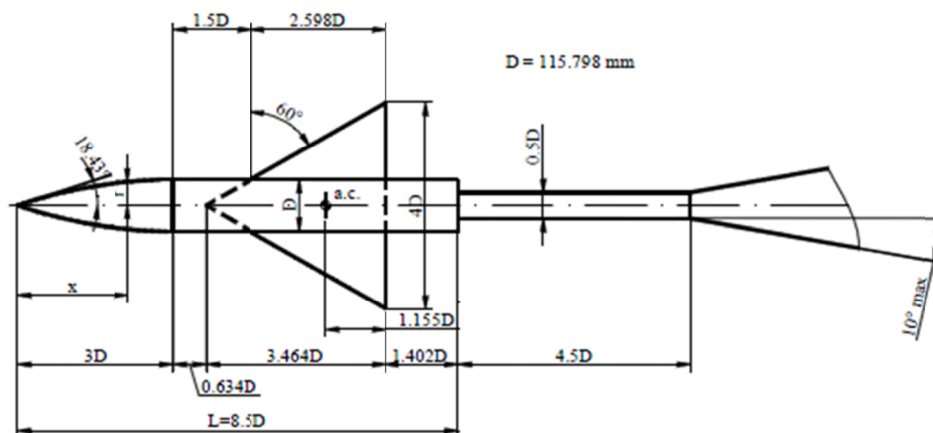
5.2.2 Verifikacija i validacija nad standardnim AGARD-B modelom i optimizacija numeričkih proračuna strujanja

Standardni model AGARD-B predstavlja konfiguraciju koju čine kombinacija bi-konveksnog delta krila, relativne debljine 4 %, i cilindričnog tela sa oživalnim tipom nosa paraboličkog oblika (Slika 5.3).



Slika 5.3. Aerotunelski model AGARD-B u radnom delu T38 [131]

Osnovne i referentne dimenzije modela predstavljene su slikom 5.4 i tabelom 5.1.



Slika 5.4. Osnovne dimenzije AGARD-B modela [131]

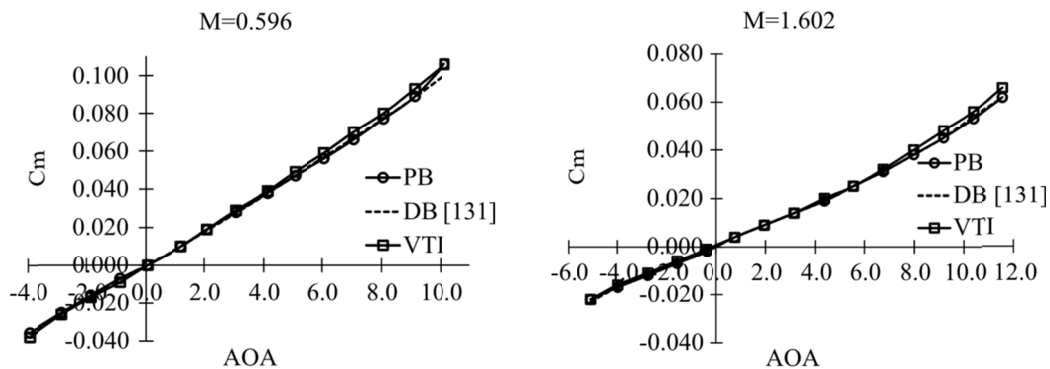
Tabela 5.1. Osnovne i referentne dimenzije modela

Dužina:	0.9843 [m]
Prečnik:	0.1158 [m]
Razmah krila:	0.4632 [m]
Referentna dužina, srednja aerodinamička tetiva:	0.2674 [m]
Referentna dužina, razmah krila:	0.4632 [m]
Referentna površina:	0.0929 [m ²]
Položaj referentne tačke:	0.6882 [m]
Površina baze:	0.01053 [m ²]

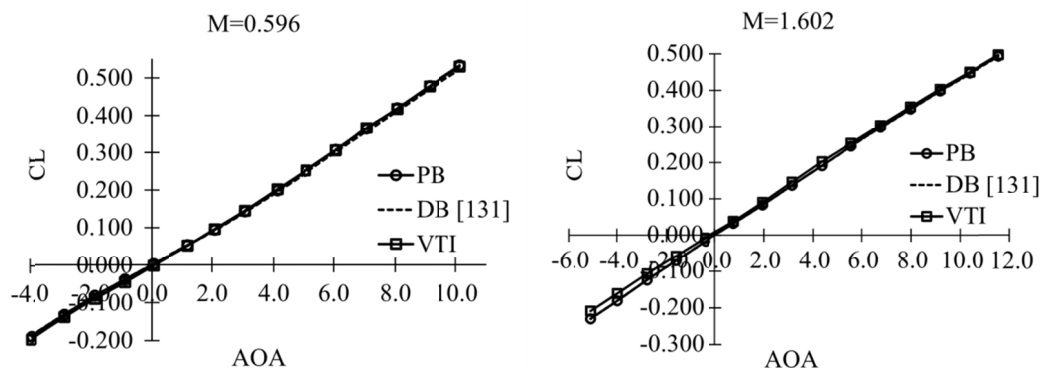
Geometrija AGARD-a je parametarski definisana i zajedno sa geometrijom proračunskog domena izmodelirana u ANSYS-ovom modulu DESIGN MODELER. Proračunski domen je oblika polovine paraboloida sa poluosama 36 i 25 dužina modela. Obzirom na simetrične uslove ispitivanja primenjen je simetrični granični uslov - *symmetry*, granični uslov za strujno polje - *pressure-far-field*, dok je sam model tretiran kao stacionarni zid - *wall*, bez proklizavanja i bez razmene toplote. Statička temperatura i statički pritisak su preračunati na osnovu odgovarajućih totalnih vrednosti korišćenjem izraza za izentropsko strujanje, a u funkciji *Mach*-ovog broja strujanja. Nestrukturalna hibridna mreža strujnog polja je kreirana u ANSYS-ovom ICEM CFD modulu za modeliranje proračunskih domena konačnim elementima i konačnim zapreminama. Jedinственu proračunsku mrežu čini 9841948 elemenata, od čega je granični sloj modeliran sa 2829360 elemenata kroz 20 slojeva i sa koeficijentom porasta 1.2, pri čemu je visina prve ćelije izabrana tako da vrednost bezdimenzione veličine y^+ iznosi približno 1. Viskozno strujno polje je simulirano kao stacionarno, RANS jednačine diskretizovane konačnim zapreminama, a sam numerički proračun verifikovan u oba solvera za zajednički SST $k-\omega$ turbulentni model. U okviru DB solvera selektovana je implicitna formulacija za rešavanje spregnutog sistema jednačina, *Roe-FDS* šema za evaluaciju fluksa, metod baziran na principu najmanjih kvadrata za procenu gradijenata, kao i uzvodna šema drugog reda za prostornu diskretizaciju. Glavna kontrola vremenskog koraka je ostvarena CFL brojem koji se automatski osvežava od inicijalnog 5 do maksimalno definisanog 200 za sve proračune ostvarene u DB solveru. U okviru PB solvera sprežanje na relaciji pritisak-brzina ostvareno je *coupled* šemom (implicitna formulacija), procena gradijenata je bazirana na principu najmanjih kvadrata, uzvodna

šema drugog reda je selektovana za prostornu diskretizaciju, dok je fiksni CFL broj strujanja definisan sa 200.

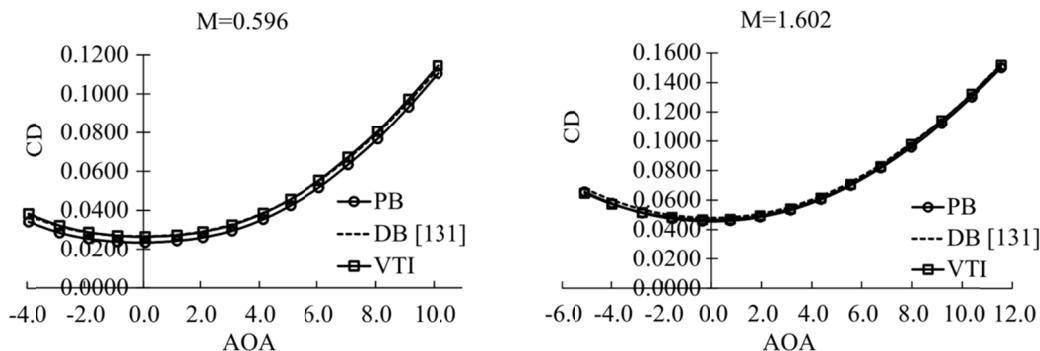
Nominalni *Mach*-ovi brojevi za koje su sprovedena aerotunelska ispitivanja, u odnosu na koja je izvršena verifikacija i validacija numeričke aerodinamike, su $M = 0.6$ i $M = 1.6$, odgovarajućih *Reynolds*-ovih brojeva $6.42 \cdot 10^6$ i $9.97 \cdot 10^6$, a za vrednosti napadnih uglova u intervalu od -4° do 12° , kao i uglom valjanja 0° . Komparativna forma numeričkih i eksperimentalnih rezultata je predstavljena dijagramima na slikama 5.5, 5.6 i 5.7. Dijagramima je prikazana distribucija aerodinamičkih koeficijenata u funkciji napadnog ugla za podzvučno ($M = 0.6$) i nadzvučno strujanje ($M = 1.6$).



Slika 5.5. Dijagrami distribucije koeficijenta momenta u funkciji napadnog ugla za *Mach*-ove brojeve $M = 0.6$ i $M = 1.6$ [131]



Slika 5.6. Dijagrami distribucije koeficijenta uzgona u funkciji napadnog ugla za *Mach*-ove brojeve $M = 0.6$ i $M = 1.6$ [131]



Slika 5.7. Dijagrami distribucije koeficijenta otpora u funkciji napadnog ugla za *Mach*-ove brojeve $M = 0.6$ i $M = 1.6$ [131]

Globalno posmatrano, u kvantitativnom smislu, na osnovu prezentovanih uporednih prikaza, može se izvesti zaključak da je rezultat validacije nad primenjenim SST $k-\omega$ turbulentnim modelom sproveden sa veoma prihvatljivim odstupanjima u odnosu na eksperimentalne vrednosti. Međutim, i pored postojećih odstupanja, u kvalitativnom smislu postoji očigledno poklapanje između oblika krivih dobijenih simulacijama i oblika krivih dobijenih eksperimentalnim postupkom. Ove konstatacije navode na zaključak da uspostavljeni turbulentni model nudi vrlo dobru numeriku za predviđanje aerodinamičkog ponašanja u ponuđenim podzvučnim i nadzvučnim oblastima. Rezultati koje nude simulacije ostvarene u DB solveru predstavljaju vrednosti sa maksimalnim odstupanjima od oko 5 %, a što je u tehničkom smislu više nego prihvatljivo odstupanje. Najveća odstupanja su se javila za numerički dobijene krive koeficijenta momenta pri većim napadnim uglovima, za obe strujne oblasti, zatim za numerički dobijenu krivu koeficijenta uzgona pri negativnim napadnim uglovima, za slučaj nadzvučnog strujanja, kao i za numerički dobijenu krivu otpora, pri manjim i negativnim napadnim uglovima, a za slučaj nadzvučne oblasti strujanja. Rezultati koje nude simulacije ostvarene u PB solveru se uglavnom mogu tumačiti na isti način kao što je to bio slučaj za DB solver, osim što se javilo značajnije odstupanje za numerički dobijenu krivu otpora pri strujanju u podzvučnoj oblasti, koje iznosi oko 10 %, ali i poboljšano predviđanje otpora za slučaj strujanja u nadzvučnoj oblasti, kao i uzgona u podzvučnoj oblasti strujanja.

Grubo, postoje dva opravdanja za odstupanja između numeričkih i eksperimentalnih rezultata. Kao prvo, što se tiče same numerike, potrebno je naglasiti

da je izmodelirana proračunska mreža jedinstvena za sve simulirane *Mach*-ove brojeve, kao i napadne uglove, a čime se, bez obzira na vrlo finu rezoluciju, jednim delom uticalo na akumulaciju greške. Zapravo, adaptacijom proračunske mreže pri simulaciji svakog napadnog ugla bi se uticalo na poboljšanje rezultata numeričkih proračuna. Dalje, obzirom da eksperimentalno dobijene krive za koeficijente uzgona i momenta, pri ispitivanju simetričnih modela, moraju biti simetrične u odnosu na vrednost napadnog ugla 0° , a što očigledno nije slučaj, odstupanja između numeričkih i eksperimentalnih vrednosti se mogu pravdati i eksperimentalnim greškama. Uzroci se mogu objasniti nelinearnim ponašanjem aerovage korišćene u eksperimentu, a koja nije kalibrisana (baždarena), kao i moguće asimetrije modela ili njegovo dinamičko ponašanje, zatim uticaj postavljanja mernih traka ili njihova neispravnost - deformacija. Uzrok može biti i mehanička i strukturalna izvedba aerovage, povezivanje iste sa stingom i modelom, kao i povezivanje stinga sa postoljem ili uticaj nagiba postolja.

Sa vremenskog aspekta izvršavanja više desetina spregnutih aerodinamičko-strukturalnih numeričkih proračuna, a koje je neophodno sprovesti pri postupku multidisciplinarne optimizacije, veoma bitan momenat predstavlja vreme trajanja simulacija. Simulacije izvršene u DB solveru zahtevale su u proseku 7 h proračuna po napadnom uglu (između 700 i 1000 iteracija), a što znači da je za dostupnih petnaest napadnih uglova bilo neophodno oko 105 h proračuna po *Mach*-ovom broju. Simulacije izvršene u PB solveru zahtevale su u proseku 1 h i 30 min proračuna po napadnom uglu (između 200 i 250 iteracija), a što znači da je za dostupnih petnaest napadnih uglova bilo neophodno oko 22 h i 30 min proračuna po *Mach*-ovom broju. Kada se izvrši poređenje vremena trajanja simulacija izvršenih u DB i PB solverima, pri istoj rezoluciji mreže konačnih zapremina, jasno se uočava da PB solver višestruko brže izvršava numeričke aerodinamičke proračune, ali i sa povišenom tačnošću za nadzvučna strujanja.

5.2.3 Verifikacija i validacija nad nestandardnim N1G modelom i optimizacija numeričkih proračuna strujanja

Oslanjajući se na rezultate studije sprovedene nad AGARD-B modelom, ovom studijom je ispitana osetljivost rezultata, a izvršeno je i modeliranje optimalnog

vremena potrebnog za postizanje konvergencije. Evaluirani su rezultati koji su generisani pri diskretizaciji ostvarenoj sa 9554702 elemenata, za simulacije sprovedene DB solverom, kao i pri diskretizaciji ostvarenoj sa 2060325 elemenata, za simulacije sprovedene PB solverom. Modeliranje proračunske mreže strujnog polja koju čini 9554702 elemenata ostvareno je na identičan način, a pri sličnim podešavanjima kao što je to učinjeno pri modeliranju proračunske mreže za model AGARD-a. Visina prve ćelije je izabrana tako da vrednost bezdimenzione koordinate zadovolji uslov $y^+ \approx 1$. Podešavanje numerike za simulacije DB i PB solverima je slično ili identično podešavanjima kao što je to učinjeno u slučaju aerodinamičkih simulacija nad AGARD-B modelom. Pored rezolucije mreže i solvera kojim se sprovode simulacije, na konvergenciju jednim delom utiče i kompleksnost strujne oblasti opisane *Mach*-ovim brojem strujanja, kao i način na koji je modeliran granični sloj u funkciji bezdimenzione koordinate y^+ (glava 4, poglavlje 4.1). Pored razlike u rezoluciji proračunske mreže na globalnom nivou, pri diskretizaciji ostvarenoj sa 2060325 elemenata, značajna razlika je ostvarena i na lokalnom nivou, odnosno pri modeliranju graničnog sloja. Dakle, granični sloj je modeliran sa 850560 elemenata kroz 20 slojeva i sa koeficijentom porasta 1.2, pri čemu je visina prve ćelije izabrana tako da vrednost bezdimenzione koordinate zadovolji uslov $y^+ \gg 1$. Preciznije, za razliku od diskretizacije ostvarene sa 9554702 elemenata, granični sloj je modeliran tako da se tokom proračuna strujanja u blizini zida, selektovanim SST $k-\omega$ turbulentnim modelom, automatski aktiviraju zidne funkcije, a time dodatno doprinese ubrzanju proračuna. Iz svega navedenog može se zaključiti da je izvršena evaluacija rezultata za dve, sa aspekta numeričke kompleksnosti, potpuno različite postavke, odnosno, jedne veoma zahtevne, a druge značajno „uprošćene”.

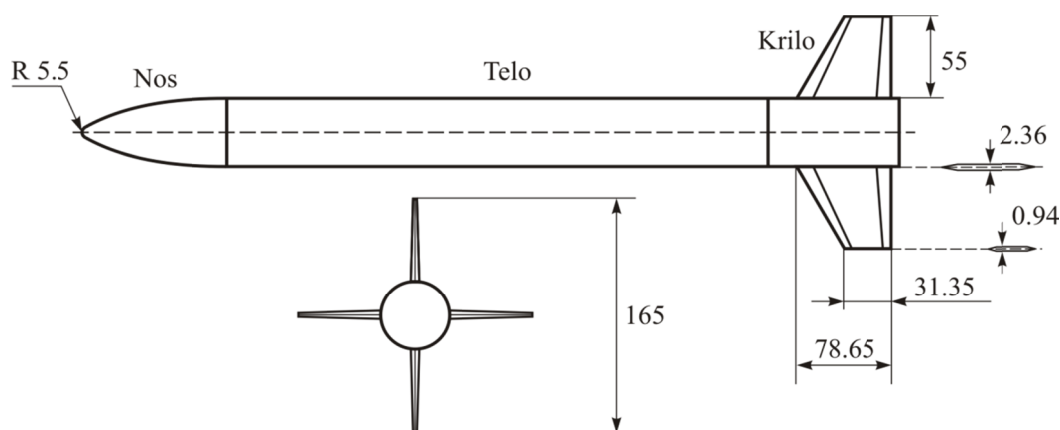
N1G konfiguracija predstavlja nekoliko mogućih kombinacija nos/krilo. Aerodinamičko testiranje N1G projektila je imalo za cilj izbor najbolje kombinacije nos/krilo, a čime bi se postiglo poboljšanje ukupne aerodinamike projektila. To je razlog zašto je N1G testiran za više različitih konfiguracija nosa i krila. Konfiguracija nad kojom se tokom ovog istraživanja vršila analiza je eksperimentalno dokazana kao oblik sa najboljim aerodinamičkim karakteristikama i kao takva je ustupljena u vidu modela kojim bi se testiralo numeričko okruženje. Ova konfiguracija projektila je procenjena

kao najpogodnija konfiguracija, a koja bi se metodom numeričke optimizacije, predloženim algoritmom, mogla dodatno unaprediti.

Aerotunelska ispitivanja N1G modela su sprovedena na istoj instalaciji kao i model AGARD-a, u T-38 aerotunelu, a koji je opisan na početku ovog poglavlja. Svrha aerodinamičkog testiranja bila je određivanje karakteristika N1G modela za opseg *Mach*-ovih brojeva od 0.2 do 4 i napadnih uglova od -4° do $+16^\circ$, kao i ugla valjanja 0° . Dimenzije aerodinamičkog test modela su izabrane u skladu sa dimenzijama radnog dela aerotunela. Ovi testovi su zahtevali izradu čeličnog modela kog čini više segmenata, a koji je projektovan, izrađen i sastavljen u radionici Vojnotehničkog instituta. Model N1G je konfiguracija sa četiri krila u položaju (+), cilindričnog tela i nosa. Dimenzije i skica modela predstavljeni su tabelom 5.2 i slikom 5.8.

Tabela 5.2. Osnovne i referentne dimenzije aerotunelskog modela

Dužina:	0.7637 [m]
Prečnik:	0.055 [m]
Razmah krila:	0.165 [m]
Referentna dužina:	0.055 [m]
Položaj referentne tačke:	0.47495 [m]
Referentna površina:	0.002376 [m ²]
Površina baze:	0.002376 [m ²]



Slika 5.8. Konfiguracija aerotunelskog modela N1G (dimenzije su prikazane u milimetrima)

Verifikacija i validacija nad modelom nad kojim se sprovodi istraživanje ostvareno je za uži (potreban) opseg napadnih uglova, a što je za ovaj tip projektila

opravdano [172], ali širi opseg nadzvučnih *Mach*-ovih brojeva. Pomenuti opsezi su predstavljali potrebne i dovoljne uslove za pouzdano numeričko modeliranje karakterističnih uslova eksploatacije, a nad kojima je sproveden *multipoint* postupak optimizacije. Verifikacija i validacija numeričke aerodinamike je sprovedena za supersonične uslove strujanja, za četiri karakteristična *Mach*-ova broja (1.4, 2, 2.5 i 4) i dva napadna ugla (4° i 6°). *Mach*-ovi brojevi 1.4, 2.3 i 4, pri napadnom uglu od 5° , kao i na odgovarajućim visinama i pri odgovarajućim inercijalnim ubrzanjima, prema zahtevima razvojnog programa, odgovaraju teorijski propisanim i najverovatnijim graničnim uslovima u fazi penjanja projektila. Ova tri uslova eksploatacije ujedno predstavljaju *multipoint* režime u postupku optimizacije. *Mach*-ov broj 2.3 predstavlja uslov pod kojim je sproveden eksperiment statičke čvrstoće krila, dok za brojeve 1.4 i 4 to nije bio slučaj. Međutim, uslov pod kojim je testirana struktura krila nije podržan aerotunelskim testom. Dakle, eksperimentalna aerodinamika u ovoj fazi ne raspolaže sa *Mach*-ovim brojem 2.3, kao i napadnim uglom 5° za sve *Mach*-ove brojeve. Iz tog razloga sprovedana je mini studija nad raspoloživim *Mach*-ovim brojevima 2 i 2.5, kao i raspoloživim napadnim uglovima 4° i 6° . Suština ove mini studije jeste testiranje numerike za dostupne *Mach*-ove brojeve i napadne uglove, a koji su najbliža okolina za uslove na kojima se bazira strukturalni eksperiment. Pošlo se od pretpostavke da, ako su podešavanja pod kojima su simulirane vrednosti za *Mach*-ove brojeve 2 i 2.5, kao i napadne uglove 4° i 6° , sa malim ili prihvatljivim odstupanjima u odnosu na eksperimentalne, verodostojnim će se smatrati i rezultati za $M = 2.3$ i $\alpha = 5^\circ$, generisani pri istim podešavanjima. Rezultati ove mini studije su iskorišćeni da bi se simulirali rezultati za napadni ugao 5° , a koji su sa ostalim rezultatima paralelno prikazani narednim tabelama. Opravdanje za „forsiranje” aerodinamički neispitanog *Mach*-ovog broja 2.3, kao i napadnog ugla 5° , leži u činjenici da su pri tim uslovima, sa aspekta bezbednosti letelice, planirani i sprovedeni eksperimenti statičke čvrstoće krila.

U kvantitativnom smislu, eksperimentalni, numerički, kao i uporedni rezultati (greške), prezentovani su tabelama 5.3-5.7. U kvalitativnom smislu, uporedni prikaz eksperimentalnih i numeričkih rezultata prikazan je dijagramima na slikama 5.9 i 5.10. Tabelama 5.3 i 5.4, kao i dijagramima na slikama 5.9 i 5.10, prikazana su odstupanja rezultata simulacija u odnosu na eksperimentalne vrednosti, za DB solver i

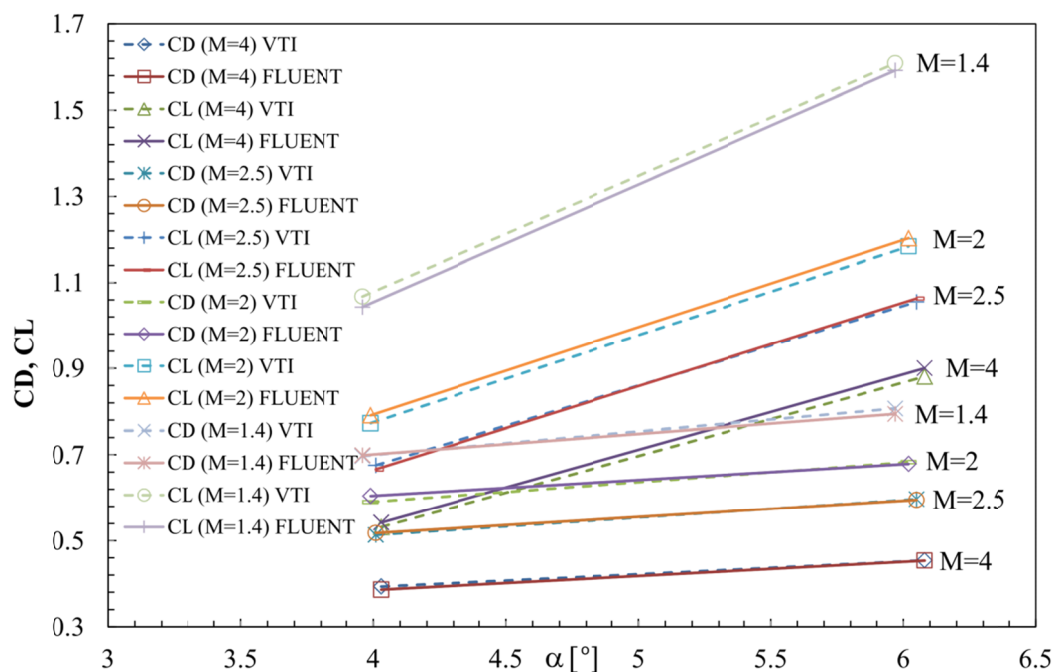
diskretizaciju od 9554702 elemenata, kao i PB solver i diskretizaciju od 2060325 elemenata, redosledno.

Tabela 5.3. Odstupanja između eksperimentalnih vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i koeficijenata simuliranih DB solverom sa 9554702 elemenata

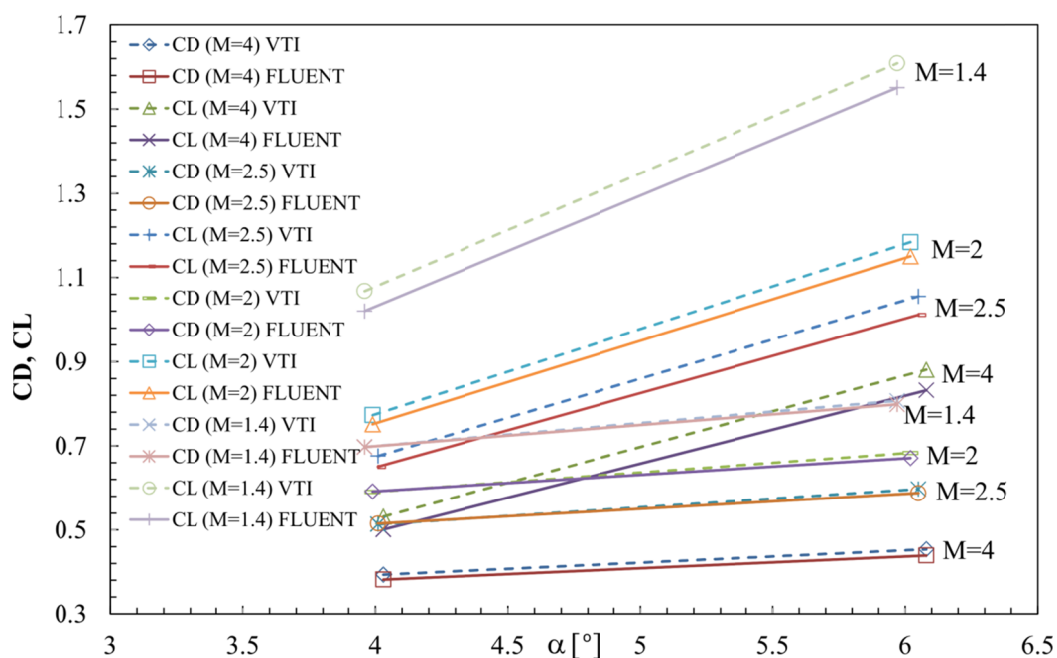
α [°]	C_D (VTI)	C_D (FLUENT)	Greška [%]	C_L (VTI)	C_L (FLUENT)	Greška [%]	
6.08	0.4539	0.4534	0.1	0.881	0.9	2.17	
5		0.4242			0.699		M=4
4.03	0.3931	0.386	1.82	0.532	0.542	1.94	
6.05	0.5971	0.5952	0.32	1.055	1.063	0.76	
5		0.5395			0.818		M=2.5
4.01	0.5134	0.518	0.89	0.676	0.666	1.44	
6.02	0.6831	0.6788	0.63	1.184	1.203	1.61	
5		0.6239			0.958		M=2
3.99	0.5903	0.6043	2.37	0.773	0.791	2.36	
5.97	0.8068	0.7941	1.57	1.609	1.592	1.04	
5		0.7477			1.303		M=1.4
3.96	0.6971	0.6989	0.26	1.067	1.043	2.29	

Tabela 5.4. Odstupanja između eksperimentalnih vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i koeficijenata simuliranih PB solverom sa 2060325 elemenata

α [°]	C_D (VTI)	C_D (FLUENT)	Greška [%]	C_L (VTI)	C_L (FLUENT)	Greška [%]	
6.08	0.4539	0.439	3.27	0.881	0.832	5.55	
5		0.4003			0.65		M=4
4.03	0.3931	0.3815	2.96	0.532	0.501	5.77	
6.05	0.5971	0.5875	1.61	1.055	1.011	4.17	
5		0.5455			0.812		M=2.5
4.01	0.5134	0.5152	0.35	0.676	0.65	3.81	
6.02	0.6831	0.6709	1.79	1.184	1.15	2.86	
5		0.6261			0.947		M=2
3.99	0.5903	0.5914	0.19	0.773	0.751	2.82	
5.97	0.8068	0.7984	1.04	1.609	1.551	3.59	
5		0.7439			1.294		M=1.4
3.96	0.6971	0.6969	0.03	1.067	1.02	4.44	



Slika 5.9. Kvalitativni prikaz odstupanja između eksperimentalnih vrednosti i vrednosti aerodinamičkih koeficijenata simuliranih DB solverom sa 9554702 elemenata



Slika 5.10. Kvalitativni prikaz odstupanja između eksperimentalnih vrednosti i vrednosti aerodinamičkih koeficijenata simuliranih PB solverom sa 2060325 elemenata

Prikazana odstupanja, u tehničkim okvirima, kako za postupak koji rezultira vrednostima iz tabele 5.3, tako i za postupak koji rezultira vrednostima iz tabele 5.4, predstavljaju dopustiva odstupanja, dok sva odstupanja koja su se javila između numeričkih i eksperimentalnih vrednosti se mogu pravdati istim razlozima navedenim pri analizi AGARD-B modela. Kvalitativni prikaz rezultata dijagramima, takođe sugerše na visok nivo numeričkog predviđanja aerodinamičkih karakteristika. Dakle, i tabela 5.3 i tabela 5.4 prikazuju veoma prihvatljive rezultate simulacija, međutim, postoji velika razlika u vremenima izvršavanja istih. Konvergencija se za vrednosti prikazane tabelom 5.3 uspostavlja u proseku za 14 h, odnosno za 700 do 1000 iteracija, pri čemu je angažovano oko 35 GB fizičke memorije po simulaciji, dok se konvergencija za vrednosti prikazane tabelom 5.4 uspostavlja u proseku za 45 min, odnosno za 250 iteracija, pri čemu je angažovano oko 8 GB fizičke memorije. Obzirom na procenu da je vreme izvršavanja simulacija veoma bitan faktor, a koje je ovom studijom modelirano, podešavanja kojima odgovaraju rezultati iz tabele 5.4 predstavljaju ona podešavanja kojima je izvršeno modeliranje aerodinamičkih proračuna u okviru optimizacionog postupka (kreiranje numeričkih eksperimenata i verifikacija rezultata optimizacije).

Obzirom na to da je jedan od ciljeva istraživanja optimizacija krila, kumulativni uticaj rezolucije aerodinamičke mreže i solvera je ispitan i lokalno - na samom krilu. Ova lokalno sprovedena studija, koja se može tretirati kao preliminarne aeroelastične analize krila, sprovedena je tehnikom jednosmernog (*1-way*) sprežavanja, a sama struktura krila je modelirana SOLID187 tetra elementom, dok je analiza sprovedena direktnim (*direct*) solverom. Dakle, tabelama 5.5, 5.6 i 5.7 prezentovane su vrednosti aerodinamičkih koeficijenata za krilo, deformacije krila (uzrokovane generisanim aerodinamičkim opterećenjem) i razlike između navadenih vrednosti, a koje su posledica aerodinamičkih i strukturalnih simulacijama pri različitim rezolucijama mreže fluidnog domena. Prezentovani rezultati nisu lokalno mereni na eksperimentalnom modelu, niti aerodinamička instalacija pruža uslove za tako nečim, već isti predstavljaju uporedni prikaz između dve numeričke analize sprovedene kroz različite solvere i pri različitim rezolucijama mreže fluidnog domena. Kao i u tabelama 5.3 i 5.4, i ovi rezultati se odnose na aerotunelski model.

Tabela 5.5. Vrednosti aerodinamičkih koeficijenata krila proračunatih DB solverom sa 9554702 elemenata, kao i odgovarajuće deformacije

α [°]	C_D (FLUENT)	C_L (FLUENT)	Deformacija [m]	
6.08	0.0270	0.178	0.00177	
5	0.0204	0.145	0.00143	M=4
4.03	0.0164	0.118	0.00115	
6.05	0.0413	0.288	0.00256	
5	0.0315	0.240	0.00212	M=2.5
4.01	0.0250	0.190	0.00170	
6.02	0.0506	0.357	0.00315	
5	0.0394	0.301	0.00262	M=2
3.99	0.0297	0.238	0.00207	
5.97	0.0663	0.504	0.00507	
5	0.0509	0.424	0.00422	M=1.4
3.96	0.0374	0.331	0.00326	

Tabela 5.6. Vrednosti aerodinamičkih koeficijenata krila proračunatih PB solverom sa 2060325 elemenata, kao i odgovarajuće deformacije

α [°]	C_D (FLUENT)	C_L (FLUENT)	Deformacija [m]	
6.08	0.0270	0.176	0.00174	
5	0.0210	0.147	0.00142	M=4
4.03	0.0163	0.118	0.00113	
6.05	0.0421	0.282	0.00256	
5	0.0325	0.234	0.00212	M=2.5
4.01	0.0250	0.187	0.00168	
6.02	0.0510	0.349	0.00314	
5	0.0399	0.290	0.00261	M=2
3.99	0.0304	0.234	0.00208	
5.97	0.0664	0.494	0.00502	
5	0.0513	0.416	0.00420	M=1.4
3.96	0.0380	0.328	0.00328	

Tabela 5.7. Procentualno odstupanje između vrednosti aerodinamičkih koeficijenata krila proračunatih DB solverom sa 9554702 elemenata i PB solverom sa 2060325 elemenata, kao i procentualno odstupanje između odgovarajućih vrednosti deformacija

α [°]	C_D [%]	C_L [%]	Deformacija [%]	
6.08	0.00	1.12	1.69	
5	2.94	1.38	0.69	M=4
4.03	0.61	0.00	1.73	
6.05	1.94	2.08	0.00	
5	3.17	2.50	0.00	M=2.5
4.01	0.00	1.58	1.17	
6.02	0.79	2.24	0.31	
5	1.27	3.65	0.38	M=2
3.99	2.36	1.68	0.48	
5.97	0.15	1.98	0.98	
5	0.79	1.89	0.47	M=1.4
3.96	1.60	0.91	0.61	

Na osnovu rezultata prikazanih tabelom 5.7, može se izvesti zaključak da je razlika u vrednostima, koje su generisane aerodinamičkim simulacijama različitih nivoa numeričke kompleksnosti, mala i prihvatljiva za slučaj multidisciplinarnе analize krila, te i da podešavanja kojima odgovaraju rezultati iz tabele 5.6, odnosno tabele 5.4, predstavljaju ona podešavanja kojima će biti izvršeno modeliranje aerodinamičkih proračuna u okviru optimizacionog postupka. Dakle, aerodinamičko-strukturalna analiza krila je pokazala da se za simulirane uslove nije javila bitna razlika u rezultatima u odnosu na rezoluciju mreže na globalnom nivou (za celo strujno polje projektila), odnosno da je za samo krilo demonstrirana veoma slaba osetljivost rezultata u odnosu na promenu rezolucije proračunske mreže fluidnog domena.

Narednom studijom će biti izvršena detaljnija (preciznija) multidisciplinarna analiza krila. Ovom studijom će, takođe, biti sprovedena analiza osetljivosti rezultata simulacija u funkciji modeliranja fine i grube rezolucije mreže proračunskih domena.

5.3 Numerička i eksperimentalna analiza čvrstoće, aerodinamičko-strukturalna analiza

Prenos podataka, procedura kojom se inicira numerički proračun strukture krila, sproveden je posrednim sprežanjem (2-way tehnikom) modula za aerodinamičku i strukturalnu analizu u okviru ANSYS WORKBENCH modularnog okruženja. Sprežanje je sprovedeno SYSTEM COUPLING modulom, kojim je obezbeđena naizmenična komunikacija između fluidnog i strukturalnog domena, odnosno razmena podataka u oba smera. Parametarski model krila kreiran je u DESIGN MODELER geometrijskom modulu. Nad modelom krila je, za zadate uslove leta, izvršena statička aeroelastična analiza, kojom je proračunato aerodinamičko opterećenje - sila uzgona, kao i deformacije uzrokovne generisanim opterećenjem. Uporedna analiza je pokazala vrlo dobro poklapanje numerički proračunatog aerodinamičkog opterećenja u odnosu na rezultate koji odgovaraju, interno sprovedenim, panelnim metodom ($F = 3508 [N]$). Proračunato opterećenje je preko davača sile sa eksperimentalne postavke preneto na model krila zarad eksperimentalnog određivanja maksimalne deformacije. Izmerene maksimalne deformacije (pozicije napadne i izlazne ivice na kraju krila - pozicije 3 i 7) su kasnije korišćene kao jedan od uslova ograničenja za postupak optimizacije, što će bitno uticati na promenu geometrije krila pri analizi projektila u integralnoj formi, a posredno će se ostvariti i značajan uticaj na aerodinamičke i strukturalne karakteristike projektila. Dakle, eksperimentalno analiziran uslov leta predstavlja jedan od tri uslova eksploatacije projektila pri postupku multidisciplinarne optimizacije, dok je eksperimentalno analizirana geometrija krila označena kao inicijalna geometrija koju je neophodno unaprediti jer, kao takva, ne zadovoljava (prevazilazi) uslove maksimalno dozvoljene (eksperimentalno određene) deformacije pri multidisciplinarnoj analizi projektila realnih dimenzija.

Za sve simulacije konačnim elementima korišćen je direktan (*direct*) solver, pri čemu je strukturalni domen diskretizovan sa SOLID187 tetra-elementom, dok je sama numerička analiza strukture sprovedena u paralelnom okruženju i na istoj platformi kao i aerodinamička analiza.

5.3.1 Instalacija za eksperimentalnu čvrstoću

Eksperimentalna instalacija [173] na kojoj je sprovedena strukturalna analiza krila pripada Vojnotehničkom institutu (VTI) u Beogradu. Instalacija za statičko ispitivanje krila projektila sa ispitivanim modelom prikazana je slikom 5.11.



Slika 5.11. Eksperimentalna instalacija za ispitivanje statičke čvrstoće sa test modelom

Cilj ispitivanja bio je provera pomeranja modela krila za teorijski projektovani slučaj leta kom odgovara koeficijent opterećenja 1, kao i verifikacija statičke čvrstoće na relaciji numerika-eksperiment. Na prikazanoj eksperimentalnoj postavci (Slika 5.11) vidi se način uvođenja opterećenja, kao i davači za registraciju pomeranja tokom ispitivanja modela, a što je preciznije prikazano skicom na narednoj slici 5.11. Teorijski slučaj leta za koji je izvršeno ispitivanje modela, kao i karakteristike materijala,

definisani su daljim tekstom u okviru sekcije kojom je obrđeno postizanje numeričke efikasnosti strukturalnih proračuna.

5.3.2 Verifikacija i optimizacija numeričkih proračuna strukture, interferencija krilo/trup

Postupak strukturalnog testiranja imao je za cilj verifikaciju interno sprovedenih proračuna, uočavanje mogućih nepravilnosti u dizajnu krila, kao i demonstraciju graničnih uslova. Ovom studijom verifikacija je ostvarena komparacijom rezultata generisanih testom i numeričkom analizom konačnim elementima.

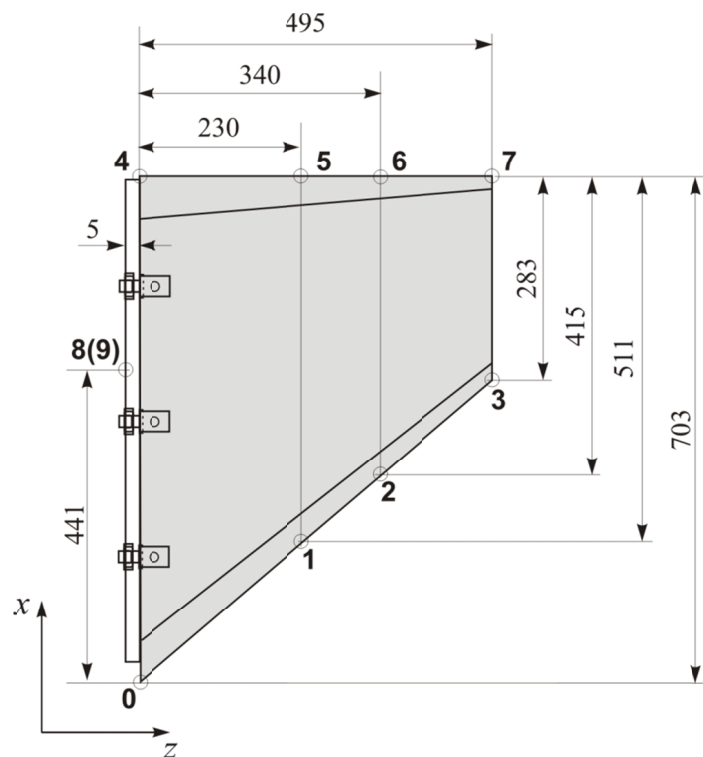
Statički ekperiment nad krilom realnih dimenzija sproveden je za teorijski projektovani slučaj leta kom odgovara koeficijent opterećenja 1:

Mach-ov broj:	$M = 2.3$
Napadni ugao:	$\alpha = 5^\circ$
Nadmorska visina	$H = 10200 \text{ [m]}$
Ubrzanje u normalnom pravcu:	$a_y = 2.3 \text{ [m/s}^2\text{]}$
Ubrzanje u longitudinalnom pravcu:	$a_x = 36.11 \text{ [m/s}^2\text{]}$
Gravitaciono ubrzanje u longitudinalnom pravcu:	$g = 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$

Struktura krila je izrađena od Perunala 205, termičke obrade T6 [174], vrlo visoke čvrstoće i srednje otpornosti na koroziju, sledećih karakteristika:

<i>Gustina:</i>	2780 [kg/m ³]
<i>Poisson-ov koeficijent:</i>	0.33
<i>Young-ov modul elastičnosti:</i>	74 [GPa]
Zatezna čvrstoća:	450 [MPa]
Napon tečenja :	300 [MPa]
Masa:	6.79 [kg]

Raspored davča pomeranja na modelu prikazan je na slici 5.12. Maksimalne vrednosti pomeranja izmerene su na pozicijama 3 i 7, koje odgovaraju pozicijama na napadnoj i izlaznoj ivici na kraju krila. Izmerene vrednosti deformacija na pomenutim pozicijama iznose $u_3 = 0.01815 \text{ [m]}$ i $u_7 = 0.01925 \text{ [m]}$ i odgovaraju maksimalnoj vrednosti projektovane sile uzgona $F = 3508 \text{ [N]}$, odnosno koeficijentu opterećenja 1.



Slika 5.12. Raspored davča pomeranja na eksperimentalnom modelu (dimenzije su prikazane u milimetrima)

Kao što je to bio slučaj u prethodno opisanim postupcima numeričke aerodinamike, tekući cilj predstavlja pokušaj kreiranja jednostavnijih mreža proračunskih domena, ali koje će kao rezultat simulacija ponuditi veoma kvalitetna rešenja, odnosno postizanje optimalnog vremena proračuna naspram što kvalitetnijih rezultata simulacija. U prilog tome, prvi korak će predstavljati postupak ispitivanja osetljivosti rezultata aerodinamičkih simulacija u funkciji ostvarenih rezolucija mreže fluidnog domena. Ova analiza ima za cilj potvrdu izvedenih zaključaka iz prethodnog poglavlja, odnosno, drugim rečima, verifikaciju rezultata predstavljenih tabelama 5.5, 5.6 i 5.7. Dakle, izvršiće se verifikacija numeričkog predviđanja aerodinamičkog opterećenja nad neelastičnom geometrijom krila, za finu i grubu rezoluciju mreže konačnih zapremina. Proračunski domen je modeliran sa 6330800 i 368532 elemenata. Uporedni prikaz vrednosti generisanih sila uzgona i otpora, kao i finese, prikazani su tabelom 5.8. Pored vrednosti generisanih sila, kao i procentualne razlike između ovih vrednosti, tabelom 5.8 su prikazana i vremena trajanja simulacija za odgovarajuće rezolucije mreže konačnih zapremina. Na osnovu vrednosti prikazanih tabelama 5.3-5.8

izvedeni su zaključci na osnovu kojih je izvršeno optimalno podešavanje numeričkih simulacija za aerodinamički proračun krila, a kojima bi se za prihvatljivo vreme trajanja simulacije generisale aerodinamičke sile prihvatljive tačnosti.

Tabela 5.8. Uporedni prikaz vrednosti aerodinamičkih sila generisanih pri različitim rezolucijama mreže konačnih zapremina

Broj elemenata: 6330800		Broj elemenata: 368532	
Izvršavanje simulacije traje 60 min		Izvršavanje simulacije traje 3.5 min	
Sila uzgona:	3818.79 [N]	Sila uzgona:	3811.48 [N]
Sila otpora:	574.7 [N]	Sila otpora:	565.07 [N]
Finesa:	6.64	Finesa:	6.74
Procentualne razlike između vrednosti sile uzgona, sile otpora i finese, simuliranih pri različitim rezolucijama mreže:		0.19 [%]	
		1.67 [%]	
		1.50 [%]	

Na osnovu prikazanih vrednosti (Tabela 5.8.) može se konstatovati da su razlike u rezultatima aerodinamičkih proračuna nad geometrijom krila male i prihvatljive, dok su razlike u vremenima izvršavanja simulacija značajne. Tabelom 5.8 se nedvosmisleno sugerise da rezultati opisani tabelom 5.6, odnosno tabelom 5.4, predstavljaju rezultate zadovoljavajuće pouzdanosti. Time je lokalno sprovedena verifikacija postupka aerodinamičkog predviđanja kojom su generisani rezultati u pomenutim tabelama 5.4 i 5.6.

Nakon preliminarno sprovedenih simulacija tehnikom jednosmernog sprežanja (*1-way*), čiji rezultati figurišu u tabelama 5.5 i 5.6, sprovedena je analiza tehnikom dvosmernog sprežanja (*2-way*), kojom je opisano realno ponašanje strukture krila u ustaljenom režimu. Takođe, zbog mehanizma razmene podataka u oba smera modeliranje fenomena statičke aeroelastičnosti *2-way* analizom vremenski je veoma zahtevno. Tabelom 5.9 su u komparativnoj formi predstavljene razlike u vrednostima generisanih aerodinamičkih sila, razlike u deformacijama na pozicijama 7 i 3, kao i potrebna vremena za izvršavanje simulacija *2-way* sprežanjem pri finoj (1089910 čvorova) i gruboj (102012 čvorova) rezoluciji proračunske mreže strukturalnog domena.

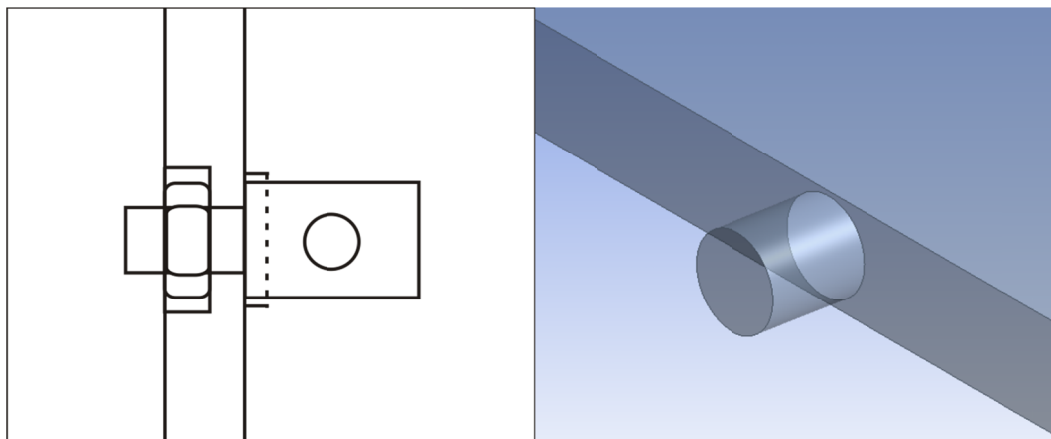
Tabela 5.9. Uporedni prikaz izračunatih aerodinamičkih sila i deformacija za finu i grubu rezoluciju proračunske mreže strukturalnog domena

2-way analiza sa 1089910 čvorova		2-way analiza sa 102012 čvorova	
Izvršavanje simulacije traje 25 h		Izvršavanje simulacije traje 19 min	
Sila uzgona:	3611.56 [N]	Sila uzgona:	3608.01 [N]
Sila otpora:	533.13 [N]	Sila otpora:	529.21 [N]
Finesa:	6.77	Finesa:	6.82
Deformacije na pozicijama 7 i 3:	$u_7 = 0.01845$ [m] $u_3 = 0.01635$ [m]	Deformacije na pozicijama 7 i 3:	$u_7 = 0.01833$ [m] $u_3 = 0.01622$ [m]

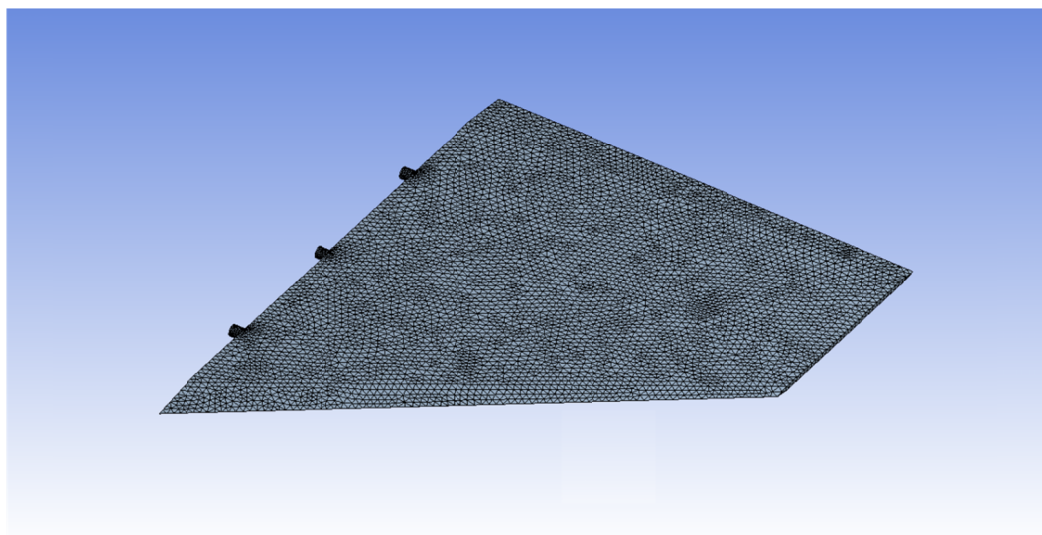
Na osnovu vrednosti prikazanih tabelom 5.9 može se uočiti da su razlike koje su se javile zanemarljive, a iznose: 0.09 % za silu uzgona, 0.73 % za silu otpora, 0.65 % za deformaciji na poziciji 7, 0.79 % za deformaciju na poziciji 3, dok se u slučaju finese javila razlika od 0.73 %. Ova lokalno sprovedena multidisciplinarna studija nad geometrijom krila jasno sugerise da bi pri 2-way analizi, u okviru koje je fluidni domen diskretizovan sa 6330800 elemenata, a strukturalni sa 1089910 čvorova, vreme neophodno za izvršavanje proračuna statičke aeroelastičnosti bilo neprihvatljivo dugo, a bez bitnog doprinosa sa aspekta tačnosti numeričkog predviđanja. Zbog svega navedenog, modeliranje strukturalnih proračuna krila u okviru optimizacionog postupka (kreiranje numeričkih eksperimenata i verifikacija rezultata optimizacije) izvršeno je pri diskretizaciji od 60697 SOLID187 elemenata (102012 čvorova), što znači da se rezultati ostvareni ovom diskretizacijom mogu se smatrati veoma podesnim. Odstupanje u odnosu na nominalnu, panelnim metodom određenu silu uzgona iznosilo je 2.85 %, a čime se nedvosmisleno sugerise na veoma kvalitetnu numeričku postavku za aerodinamičko-strukturalna predviđanja.

Razlika između eksperimentalno i numerički određenih deformacija na pozicijama 7 i 3 iznosi 4.77 %, odnosno 10.6 %, redosledno. Potrebno je napomenuti da su odstupanja numeričkih rezultata u odnosu na eksperimentalne opravdana grubom aproksimacijom veze krila i tela projektila. Veza i njena aproksimacija su prikazane slikom 5.13. Takođe, ostvarena aproksimacija je razlog zašto nije analizirano i naponsko stanje, a za koje se pretpostavlja da neće izaći iz dozvoljenih okvira pri ograničenoj deformaciji. Na slikama 5.14, 5.15 i 5.16 redosledno je prikazana mreža konačnih elemenata, kojom je diskretizovana struktura krila, rezultat prenosa podataka

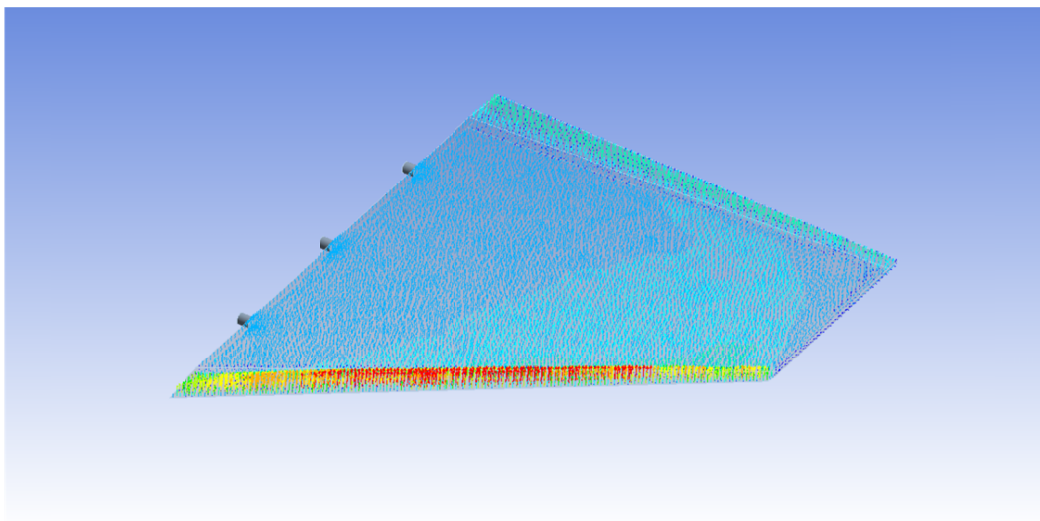
sa fluidnog na strukturalni domen, u vidu distribucije pritiska, kao i rezultat numeričke analize krila, u vidu proračunate deformacije.



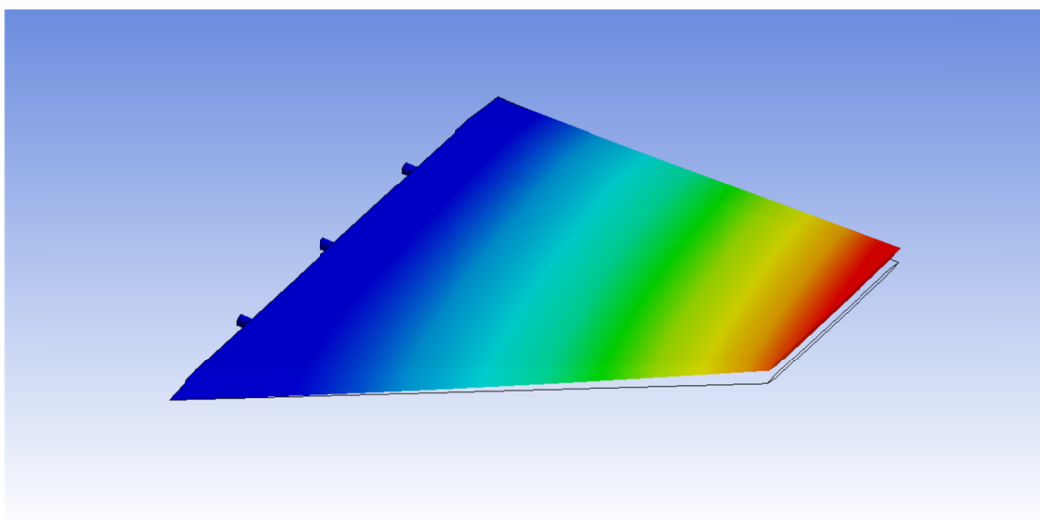
Slika 5.13. Veza krilo/telo i njena aproksimacija



Slika 5.14. Optimalna mreža konačnih elemenata



Slika 5.15. Rezultat prenosa podataka



Slika 5.16. Rezultat sprovedene strukturalne analize

Tehnikom *2-way* sprežanja, aerodinamičko opterećenje krila (Tabela 5.9), pri analiziranom slučaju leta, izračunato je bez uticaja tela projektila. Ovaj scenario ne odgovara realnom aerodinamičkom opterećenju krila za slučaj aerodinamičke analize celog projektila (interferencija telo/krilo). Simulacijom aeroelastičnog ponašanja realnog sistema, usled uticaja opstrujavanja tela projektila, uzgon na horizontalnom krilu se značajno povećava, i to sa vrednosti $F = 3608.01$ [N] na vrednost $F = 4512.2714$ [N], što uzrokuje povećanje deformacije na poziciji 7, sa $u_7 = 0.01833$ [m]

na $u_7 = 0.022541$ [m], kao i na poziciji 3, sa $u_3 = 0.01622$ [m] na $u_3 = 0.020043$ [m]. Obzirom da je statički eksperiment sproveden na krilu realnih dimenzija, optimizacija sprovedena nad objektom realnih dimenzija je ograničena eksperimentalno generisanim deformacijama $u_7 = 0.01925$ [m] i $u_3 = 0.01815$ [m]. Primenjenim ograničenjem u postupku optimizacije omogućeno je generisanje, čak, većeg opterećenja krila, a da se pri takvim uslovima eksploatacije kritične deformacije svedu na nivo dopustivih. Takođe, jednim delom je ostvarena i ušteda u materijalu krila.

Na osnovu sprovedenih numeričkih verifikacija strukturalnih proračuna nad *Mach*-ovim brojem 2.3 i napadnim uglom 5° , rezultati do kojih bi se došlo ponovljenim postupcima nad *Mach*-ovim brojevima 1.4 i 4, kao i napadnim uglom 5° , smatrali bi se pouzdanim i prihvatljivim. Dakle, direktanim solverom, kao i diskretizacijom strukturalnog domena ostvarenom sa 60697 SOLID187 elemenata (102012 čvorova), sprovedeće se modeliranje strukturalnih proračuna krila pri postupku optimizacije. Pristup budućim aerodinamičko-strukturalnim proračunima u okviru optimizacionog procesa, nakon sprovedenih postupaka verifikacije i validacije, baziran je na pretpostavci da ako su sveukupno numeričko predviđanje i efikasnost aerodinamičkih i strukturalnih postavki bili zadovoljavajući, onda se i rezultati numeričke analize projektila realnih dimenzija mogu smatrati pouzdanim i prihvatljivim. Numeričke postavke za aerodinamičke proračune realnog sistema su proporcionalne postavkama primenjenim nad aerotunelskim modelom, sa istim brojem elemenata proračunske mreže konačnih zapremina i identičnom rezolucijom mreže kojom je modeliran granični sloj.

Sprovedenim studijama izvršena je procena odstupanja, a na osnovu izvedenih zaključaka usvojeno je optimalno podešavanje numeričkih proračuna. Drugim rečima, izvršeno je modeliranje optimalnog vremena proračuna, ali sa podjednako kvalitetnim prenosom podataka i predviđanjem ponašanja strukture. Takođe, rezultati izvedeni na osnovu eksperimentalnih i numeričkih analiza pokazali su odlična međusobna poklapanja. Izračunata maksimalna deformacija se javila na istoj poziciji (davač 7) i sa malim odstupanjem u odnosu na eksperimentalno dobijene vrednosti, dok su numerička predviđanja aerodinamičkih koeficijenata (sila) u potpunosti u saglasnosti sa eksperimentalnim vrednostima. Aerodinamičke i strukturalne simulacije, bazirane na

numeričkim proračunima, predstavljajući metode kojima će se sa visokim stepenom pouzdanosti sprovoditi multidisciplinarna analiza u postupku optimizacije.

Rezultati numeričke aeroelastične analize inicijalne geometrije predstavljeni su tabelom 10. Vrednosti iz tabele predstavljaju aerodinamičke i strukturalne odzive za, sa aspekta sigurnosti sklopa, definisane *multipoint* uslove u fazi penjanja projektila, a koji će optimizacionim postupkom biti unapređeni. Numerički proračuni aeroelastičnog ponašanja projektila (Tabela 5.10) su konzumirali do 18.5 GB RAM po *Mach*-ovom broju, dok je za vremensko izvršavanje svake od simulacija bilo neophodno oko 60 minuta. To znači da je za *multipoint* proračun projektila sa inicijalnom geometrijom krila potrebno oko 180 minuta.

Tabela 5.10. Vrednosti aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika (odziva) pri inicijalnoj geometriji krila

Polurazmah:	0.500 [m]
Tetiva u korenu krila:	0.715 [m]
Tetiva na kraju krila:	0.285 [m]
Ugao napadne ivice sa z-osom:	40.69 [°]
Debljina aeroprofila na kraju krila:	0.0057 [m]
Masa krila:	6.79 [kg]
Površina krila:	0.5025 [m ²]
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	5770.74 [N]
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	677.73 [N]
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	4512.27 [N]
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	599.53 [N]
Sila uzgona krila ($M = 4$):	2754.21 [N]
Sila otpora krila ($M = 4$):	383.56 [N]
Finesa krila ($M = 1.4$):	8.51
Finesa krila ($M = 2.3$):	7.53
Finesa krila ($M = 4$):	7.18
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	0.02744 [m]
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	0.02992 [m]
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	0.02004 [m]
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	0.02254 [m]
Deformacija pozicije 3 ($M = 4$):	0.01178 [m]
Deformacija pozicije 7 ($M = 4$):	0.01342 [m]
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	5.472 [m]
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	4.702 [m]
Centar potiska projektila ($M = 4$):	3.968 [m]
Težište projektila:	3.70 [m]
Finesa projektila ($M = 1.4$):	1.74
Finesa projektila ($M = 2.3$):	1.50
Finesa projektila ($M = 4$):	1.60

5.4 Verifikacija rezultata numeričke aeroelastičnosti nad modelom AGARD 445.6 krila

Verifikacija numeričkog predviđanja statičke aeroelastičnosti sprovedena je u odnosu na rezultate publikovane radom [48] autora Cai J. i ostalih. Ovom studijom je izvršeno testiranje kvantitativnog i kvalitativnog numeričkog predviđanja predloženog aerodinamičko-strukturalnog okruženja u odnosu na *benchmark* spregnutu analizu,

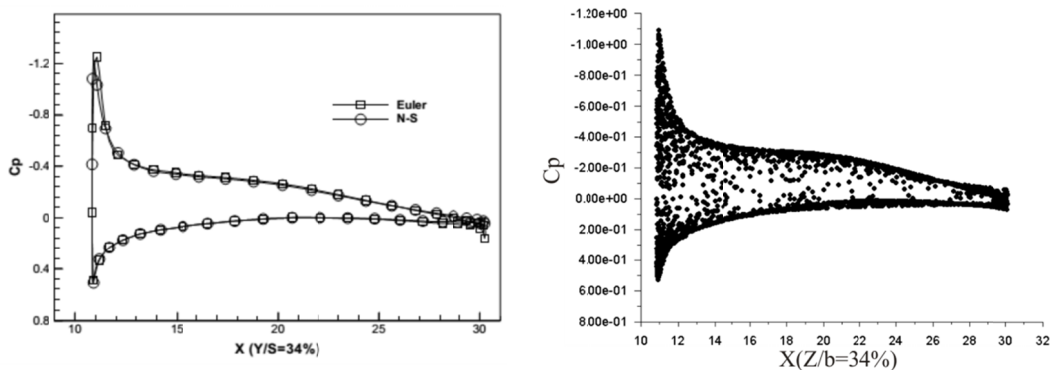
publikovanu gore pomenutim radom. Geometrija krila je definisana uglom strele, koji iznosi 45° , suženjem, koje iznosi 0.66, vitkošću, koja iznosi 1.65 i NACA 65A004 aeroprofilom [175]. Krilo je laminirane strukture, izrađeno od (mehanički oslabljenog) mahagonija čije su karakteristike predstavljene tabelom 5.11 [69, 70]. Vlakna materijala su orijentisana duž polurazmaha pod uglom od 45° . (Trebalo bi napomenuti da su, za ovu studiju, relevantne distribucije odgovarajućih aerodinamičkih i strukturalnih odziva, u odnosu na koje se vrši poređenje [48], a predstavljene su slikama 5.17, 5.18 i 5.24, generisane ili uzrokovane viskoznim proračunima strujanja RANS jednačinama, baš kao što je učinjeno i ovim istraživanjem).

Tabela 5.11. Mehanička svojstva strukture AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila [69]

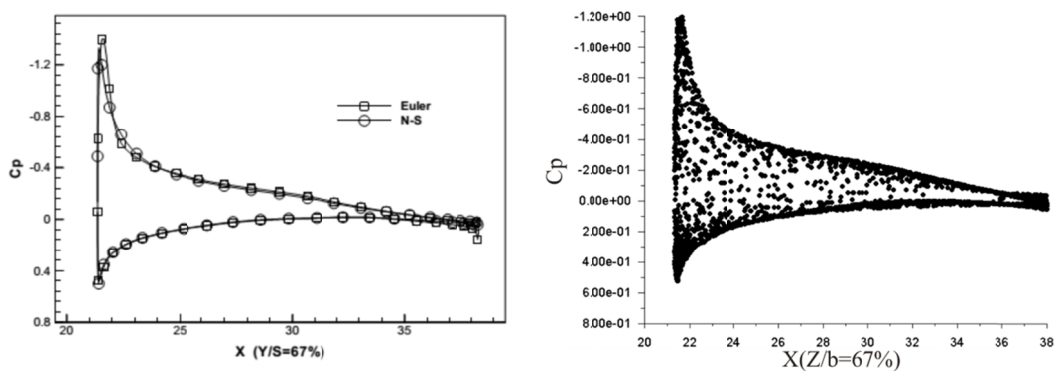
Svojstva	Vrednosti
E_{xx}	3671 [MPa]
E_{yy}	240 [MPa]
E_{zz}	401 [MPa]
G_{xy}	321 [MPa]
G_{xz}	409 [MPa]
G_{yz}	136 [MPa]
ν_{xy}	0.034
ν_{xz}	0.033
ν_{yz}	0.326

Fluidni domen je diskretizovan nestrukturalnom mrežom koju čini 387628 elemenata (sa 117880 elemenata u graničnom sloju), dok je aerodinamički proračun krila modeliran RANS jednačinama sa SST $k-\omega$ turbulentnim modelom. Upporedni prikaz rezultata numeričke aerodinamike, u vidu distribucije koeficijenta pritiska na relativnom rastojanju 34 % i 67 % duž polurazmaha, predstavljen je dijagramima na slikama 5.17 i 5.18. Dijagrami sa leve strane (N-S krive) prikazuju rezultate iz reference [48], dok dijagrami sa desne strane prikazuju rezultate ove studije. Kvalitativna poklapanja između dijagrama su na veoma visokom nivou, dok se razlike u vrednostima mogu opravdati različitim diskretizacijama fluidnog domena, kao i različitim solverima kojima su sprovedene numeričke analize strujanja. Na osnovu izvršenih komparacija,

može se pouzdano konstatovati da se opisana aerodinamička postavka može koristiti za numeričko modeliranje fenomena statičke aeroelastičnosti.



Slika 5.17. Distribucija koeficijenta pritiska na relativnom rastojanju 34 % duž polurazmaha



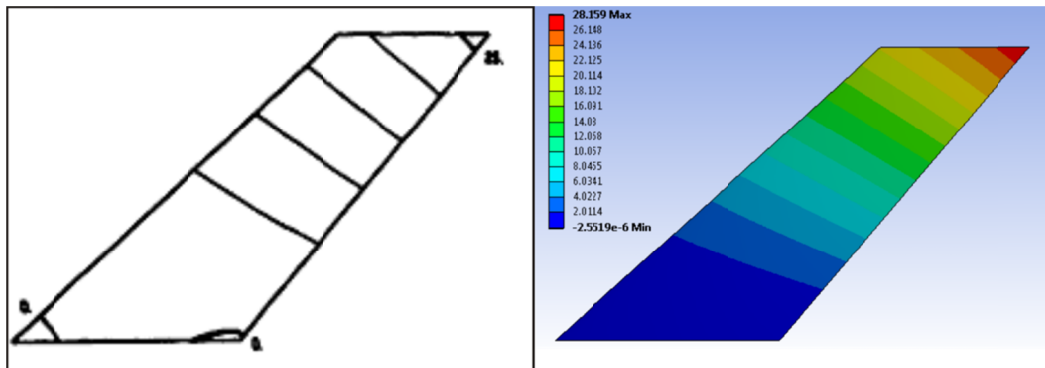
Slika 5.18. Distribucija koeficijenta pritiska na relativnom rastojanju 67 % duž polurazmaha

Strukturalni domen je diskretizovan sa 66574 SOLID187 tetra elementa (111200 čvorova), dok je sam proračun strukture krila modeliran *direct* solverom. Verifikacija metoda konačnih elemenata sprovedena je uporednim prikazom rezultata modalne analize sa rezultatima publikovanim tehničkim izveštajem [175]. Uporedni prikaz vrednosti frekvencija prvih pet osnovnih modova predstavljen je tabelom 5.12, dok je uporedni prikaz kontura deformacija osnovnih oblika oscilovanja prikazan slikama 5.19-5.23. Konture deformacija prikazane na slikama sa leve strane predstavljaju rezultate iz reference [175], dok konture deformacija prikazane na slikama sa desne strane predstavljaju rezultate ove studije. Prikazane tablične vrednosti, kao i konture

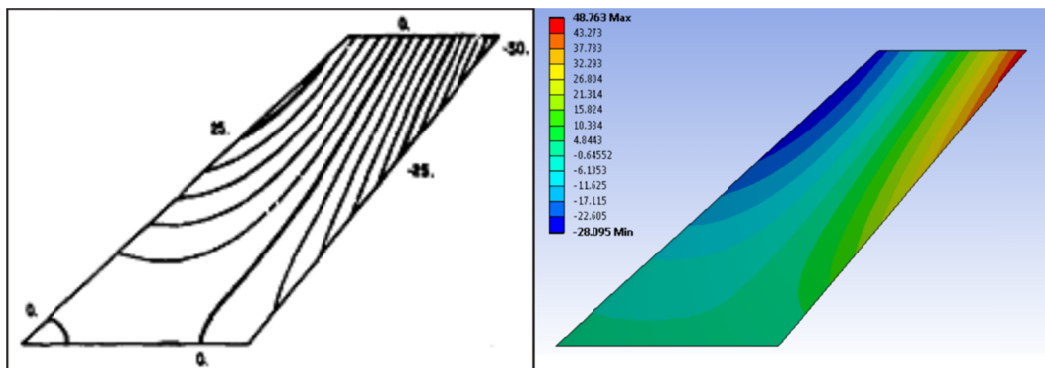
prikazane slikama, ukazuju da je struktura u numeričkom smislu veoma kvalitetno modelirana, a da se odstupanja mogu dodatno umanjiti poboljšanjima na nivou diskretizacije. Numerička postavka strukturalnih proračuna, na osnovu prikazanih komparacija, pouzdano se može koristiti za modeliranje fenomena statičke aeroelastičnosti AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila.

Tabela 5.12. Uporedni prikaz frekvencija osnovnih oblika oscilovanja AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila

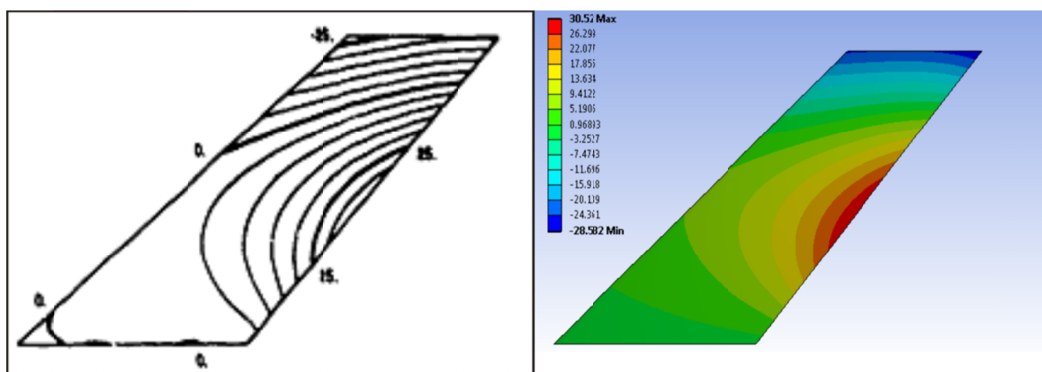
Frekvencija	Referenca [175] [Hz]	Tekuća studija [Hz]
f_1	9.599	9.879
f_2	38.165	36.031
f_3	48.348	48.961
f_4	91.544	87.991
f_5	118.113	120.39



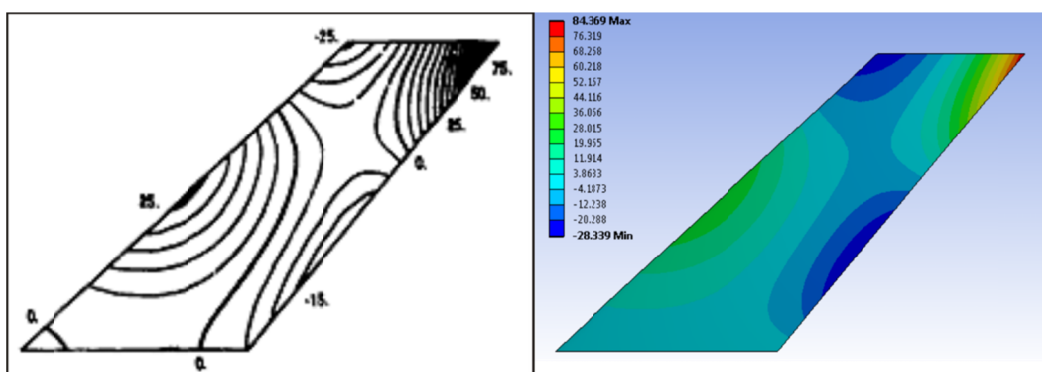
Slika 5.19. Konture deformacija za mod 1 (Savijanje 1)



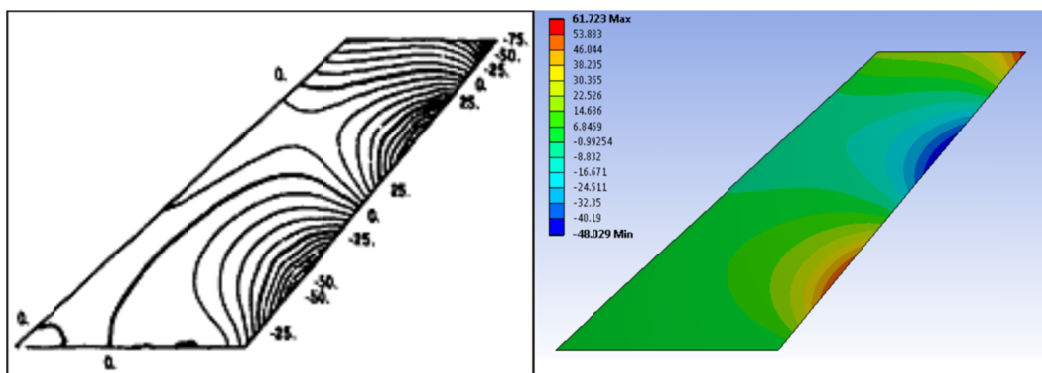
Slika 5.20. Konture deformacija za mod 2 (Uvijanje 1)



Slika 5.21. Konture deformacija za mod 3 (Savijanje 2)



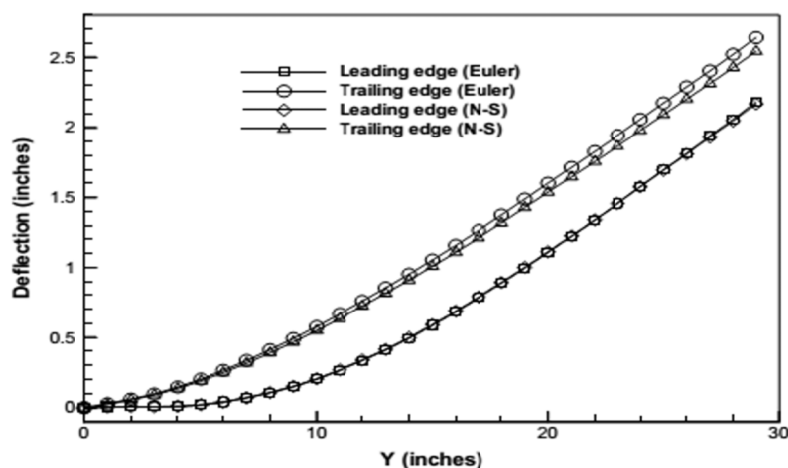
Slika 5.22. Konture deformacija za mod 4 (Uvijanje 2)



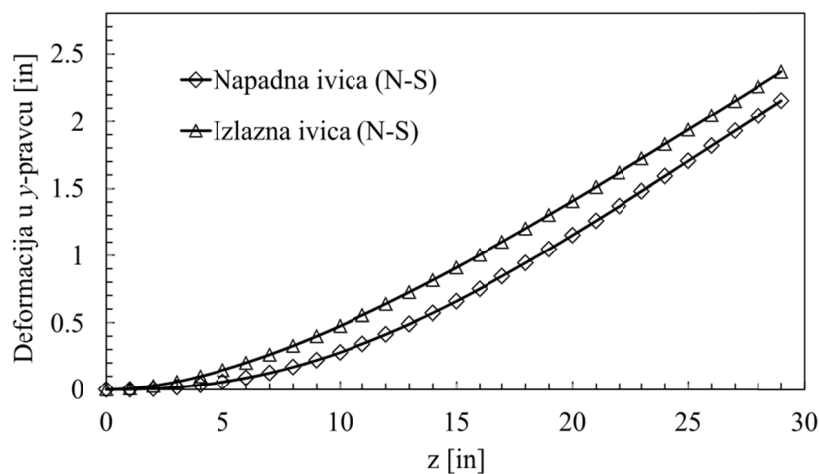
Slika 5.23. Konture deformacija za mod 5 (Savijanje sa uvijanjem)

Konačna verifikacija rezultata numeričkog modeliranja fenomena statičke aeroelastičnosti ostvarena je upređivanjem relativne distribucije pomeranja napadne i izlazne ivice krila duž polurazmaha. Relativne deformacije (pomeranja) napadne i

izlazne ivice su predstavljene dijagramima na slikama 5.24 i 5.25. Slikom 5.24 je prikazana distribucija pomeranja (N-S krive) kao rezultat multidisciplinarne studije publikovane referencom [175], dok je slikom 5.25 prikazana distribucija pomeranja kao rezultat aerodinamičko-strukturalne analize predloženim numeričkim okruženjem.



Slika 5.24. Pomeranje AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila u y -pravcu duž polurazmaha prema [48]



Slika 5.25. Pomeranje AGARD 445.6 mehanički oslabljenog modela krila u y -pravcu duž polurazmaha

Dijagramima, tabelama i slikama prikazana poređenja sugerišu na mala i prihvatljiva odstupanja između dve različite spregnute analize, a time i da kreirano aerodinamičko-strukturalno okruženje demonstrira visoku pouzdanost pri numeričkom modeliranju fenomena statičke aeroelastičnosti. Razlike se mogu pravdati upravo različitim metodima i tehnikama kojima su analize sprovedene. Prevažodno, strukturalna analiza (proračun pomeranja) u referenci [48] sprovedena je modalnim jednačinama, dok je ovim istraživanjem ponašanje strukture modelirano trodimenzionalnim konačnim elementima. Takođe, bitna razlika je u tehnikama sprežanja aerodinamičke i strukturalne analize, kao i u načinu komunikacije na relaciji dva proračunska domena, a što je referentnim radom sprovedeno na *fully* nivou sprežanja, dok je ovom tezom sprežanje sprovedeno posredno, na *closelly* nivou.

Glava 6

Formulacija aerodinamičko-strukturalne optimizacije krila

Projektovanje bilo kog objekta započinje definisanjem polaznih geometrijskih karakteristika, odnosno konfiguracije koja će zadovoljavati zadate uslove eksploatacije. Kada je projektil u pitanju, ili letelica uopšte, ovi uslovi eksploatacije definišu, pre svega, određene aerodinamičke parametre, kao ciljeve koje bi trebalo povećati ili smanjiti, kao i ograničenja koja se moraju ispoštovati sa aspekta sigurnosti, efikasnosti ili ekonomičnosti. U tom smislu, parametri koji se uzimaju u obzir kao primarni ciljevi u prvim fazama projektovnja su najčešće maksimalni domet (dolet) i minimalna masa projektila.

Što se dometa projektila tiče, cilj je njegovo maksimalno uvećanje pri zadatim uslovima leta, što strogo zavisi od odnosa sile uzgona i otpora - finese (aerodinamička efikasnost). Ovaj odnos direktno zavisi od spoljašnjeg oblika projektila, što znači da je samo promenom geometrije, pre svega promenom geometrije njegovih uzgonskih površina, moguće povećanje ili smanjenje dometa pri ostalim fiksiranim parametrima. Međutim, domet ne zavisi samo od finese, već je funkcija više parametara, a što njegovo predstavljanje u vidu analitičke funkcije čini izuzetno komplikovanim. Ipak,

domet je moguće predstaviti aproksimativno, prema *Breguet*-ovoj jednačini za domet [176]:

$$R = \left(\frac{L}{D} \right) \cdot I_{sp} \cdot V_{sr} \cdot \ln \left(\frac{m_L}{m_L - m_{gor}} \right), \quad (6.1)$$

u kojoj su L/D - aerodinamička efikasnost, odnosno finesa projektila, I_{sp} - specifični impuls, V_{sr} - srednja brzina, m_L - masa projektila pri lansiranju i m_{gor} - masa goriva, pri čemu su specifični impuls, srednja brzina, masa projektila pri lansiranju i masa goriva poznati na početku leta. Dakle, na osnovu jednačine (6.1), može se zaključiti da povećanje finese doprinosi povećanju dometa projektila, te je iz tog razloga maksimizacija finese usvojena kao funkcija cilja u aerodinamičkoj optimizaciji, kao i jedna od dve funkcije cilja u aerodinamičko-strukturalnoj optimizaciji.

Trebalo bi napomenuti da je finesu projektila, kao globalnu aerodinamičku karakteristiku, veoma teško proceniti. Finesa projektila je, pre svega, funkcija napadnog ugla, koji se tokom leta stalno menja, a što za balistički projektil, zbog specifičnih uslova eksploatacije ovakvog tipa letelice, ne mora da bude od presudnog značaja za ostvarenje maksimalne efikasnosti. Zapravo, na aerodinamičku efikasnost balističkog projektila deluje kumulativni uticaj napadnog ugla i karakteristika atmosfere kroz koju se letelica eksploatiše različitim *Mach*-ovim brojevima [177]. Međutim, u ovom istraživanju, napadni ugao je pri svim analizama imao istu vrednost, jer su kritični uslovi leta u fazi penjanja, između ostalog, definisani napadnim uglom od 5° , te je glavni uticaj na finesu sveden na promenu visine i *Mach*-ovog broja leta (Slika 6.3).

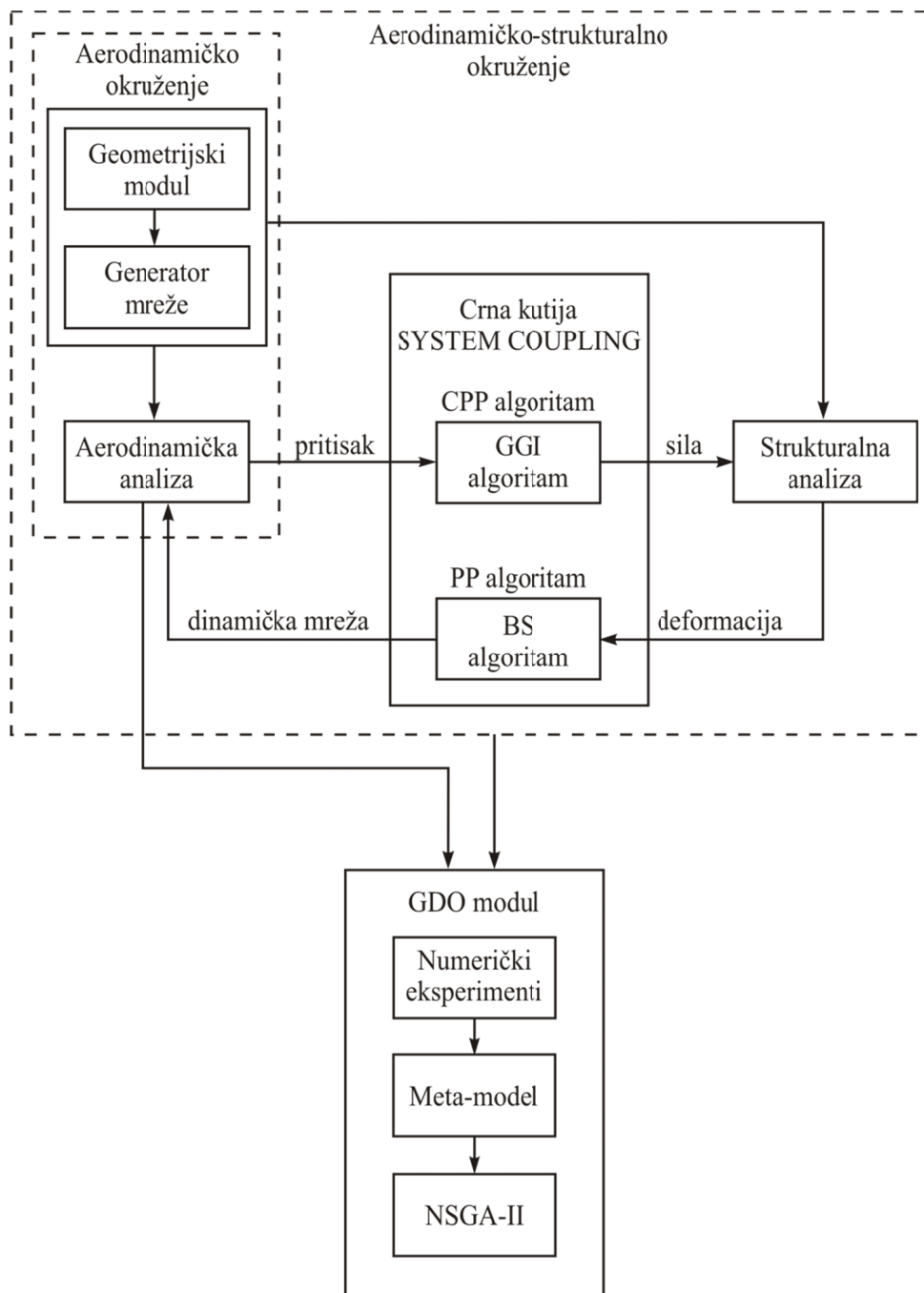
U postupku multidisciplinarne optimizacije, kao druga funkcija cilja izabrana je minimizacija mase krila. Smanjenje mase projektila korisno je iz više razloga, kao što su smanjenje troškova proizvodnje i troškova logistike. Isto tako, na osnovu jednačine (6.1), može se zaključiti da smanjenje mase projektila pri lansiranju utiče na povećanje dometa. Ovom studijom, ostvareni doprinosi na račun smanjenja mase krila ne bi trebalo posmatrati kroz primentno povećanje dometa, niti kroz bilo kakav uticaj na isti. Razlog tome se ogleda u činjenici da se optimizuju samo krila projektila, čiji udeo u ukupnoj masi iznosi oko 0.5 %, ili čak manje, a što zavisi od projektovane mase projektila, koja bi trebalo da iznosi između 5000 i 7000 kilograma. Dakle, obzirom na činjenično stanje, da je u ovoj fazi preliminarnog projektovanja projektila nepoznat raspored masa uređaja, opreme, goriva i bojeve glave, osnovna tendencija je bila da se

pri istoj ili sličnoj masi krila ostvare aerodinamička i strukturalna poboljšanja, odnosno da ne dođe do povećanja mase, što bi se u određenoj meri odrazilo na troškove proizvodnje i logistike, te u tom smislu, jedini doprinos za slučaj mogućeg smanjenja mase predstavljao bi ekonomski aspekt. Povećanje dometa kroz redukciju mase upravo treba tražiti u optimizaciji gore pomenutih koncentracija masa, a što svakako nije cilj ove studije.

Obzirom da je reč o projektilu (kratkog dometa), uslovi leta pri svakoj misiji se mogu drastično menjati, što nameće potrebu za sprovođenjem postupka optimizacije nad više različitih slučajeva eksploatacije - *multipoint* analiza. U ovom istraživanju predstavljena su tri karakteristična slučaja leta u fazi penjanja projektila. Optimizacija sprovedena nad pojedinačnim slučajevima leta može dovesti do poboljšanja performansi za dati slučaj, pri čemu se, kao moguća posledica, mogu javiti degradacije performansi ostalih slučajeva leta. Naravno, moguć je i obrnut scenario, ali sam ishod zavisi od toga koji su uslovi leta dominantni. Dominacija isključivo zavisi od uslova eksploatacije, odnosno karakteristika fluida (atmosfera) na određenim visinama, kao i *Mach*-ovog broja strujanja, što za posledicu nudi aerodinamičke sile drastično različitih vrednosti, a koje srazmerno generisanim vrednostima uzrokuju odgovarajuće strukturalne odzive. U tom smislu, uvidom u rezultate predstavljene tabelama u okviru svake od postavki, lako je zaključiti da je najdominantniji slučaj eksploatacije definisan *Mach*-ovim brojem 1.4, zatim 2.3, i na kraju 4.0. Da bi se došlo do ravnomernog i umerenog poboljšanja performansi pri svim slučajevima leta od interesa, sprovedena je optimizacija nad dva i tri karakteristična slučaja leta istovremeno. Dakle, pojedinačne analize svakog od režima (*singlepoint* analize) predstavljaju nerealnu reprezentaciju stvarnog scenarija eksploatacije, ali predstavljaju vrednosti u odnosu na koje se može izvršiti evaluacija doprinisa pri analizi nad nekoliko režima od interesa, te i izvršiti procena koji od pojedinačnih režima najviše utiče na doprinose u okviru *multipoint* postavki. Takođe, ovako dobijeni rezultati se mogu iskoristiti kao uvid u doprinose (pozitivne ili negativne) u odnosu na inicijalnu geometriju, a mogu poslužiti i kao smernice koje bi trebalo slediti zarad mogućeg korigovanja određenih performansi. Svakako, jedini relevantan pokazatelj podizanja nivoa sveukupne efikasnosti projektila predstavlja *multipoint* upredni prikaz doprinosa nad sva tri karakteristična režima (Tabela 6.8), jer projektil u fazi penjanja mora proći kroz razmatrane strujne oblasti, a na razmatranim

visinama eksploataisanja. Takođe, izvršen je i uporedni prikaz rezultata aerodinamičke naspram aerodinamičko-strukturalne optimizacije i time istaknute prednosti, ali i kompleksnost multidisciplinarnog pristupa u procesima projektovanja letelica. Kao rezultati optimizacionih postavki, postignute performanse su slične ili bolje od performansi inicijalnog modela, koji je numerički razvijen, modeliran i unapređen, a na osnovu brojnih aerodinamičkih i strukturalnih eksperimentalnih ispitivanja.

Optimizaciona šema, odnosno algoritam koji predstavlja multimodularno okruženje, ovom studijom razvijeno za potrebe modeliranja fenomena statičke aeroelastičnosti, kao i aerodinamičke i multidisciplinarne optimizacije nad istim, predstavljeno je slikom 6.1. Ovom šemom je opisan protok informacija i redosled aktivnosti u okviru kreiranog automatizovanog okruženja. Sve predstavljene faze (komponente, moduli) i procesi su detaljno opisani u prethodnim glavama 3 i 4.



Slika 6.1. Šematski prikaz „toka informacija” i redosleda aktivnosti u okviru kreiranog multimodularnog okruženja

6.1 Definisanje domena i optimizacionih postavki

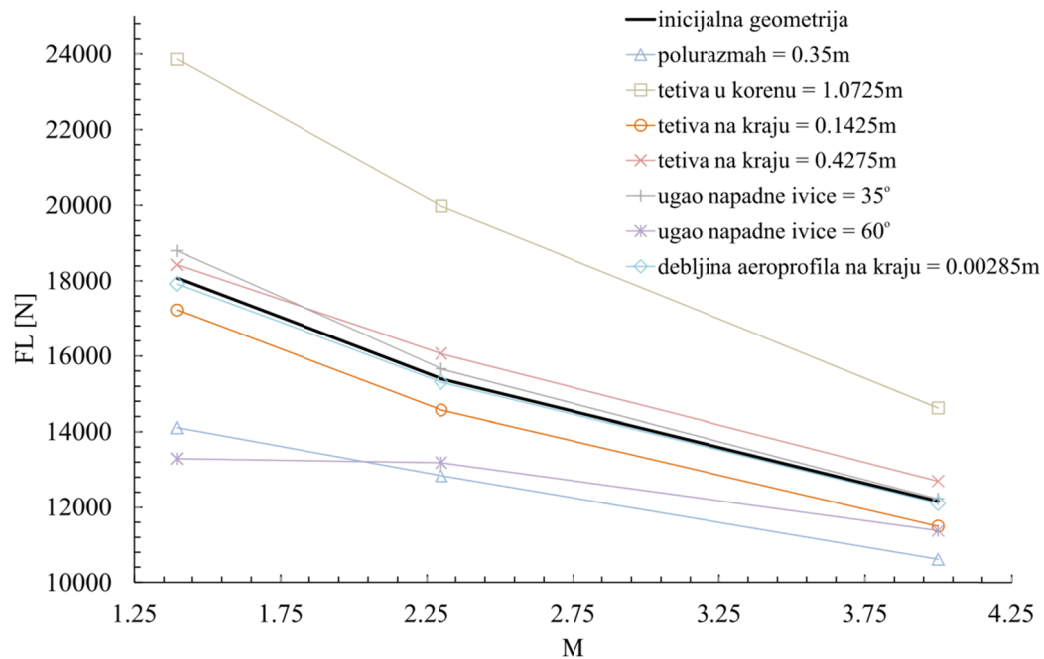
Obzirom da je ovom studijom izvršeno globalno unapređivanje aerodinamičkih i strukturalnih performansi projektila, što je sprovedeno na posredan način, optimizacijom samo geometrije krila, tabelom 6.1 predstavljene su njegove inicijalne geometrijske vrednosti, kao i domeni (donje i gornje granice) definisani zahtevima razvojnog programa u okviru kojih se tražila optimalna geometrija. Neophodno je napomenuti da je ovom studijom obrađen (aktivno) nekontrolisani projektil, odnosno projektil sa konfiguracijom fiksnog krila sa funkcijom stabilizatora. Naime, kako je glavom 5 definisano, potencijalno navođenje bi se baziralo na inercijalnom principu, čime bi se kontrola i korekcija putanje kontrolisala akcelerometrima ugrađenim na žiroskopskoj platformi, dok bi sama krila imala funkciju (fiksni krila) stabilizatora. U tom smislu, granice definisane tabelom 6.1 sugerišu na vrednosti vitkosti za stabilizatore (fiksna krila), a čija je preporučena vrednost manja ili jednaka jedinici, odnosno $1/2 \leq \lambda \leq 1$, dok se vrednosti vitkosti komandnih (upravljačkih, kontrolnih) površina na projektilu kreću u domenu $1 \leq \lambda \leq 4$ [178, 179]. Samo je u jednom slučaju dopušten izuzetak ($\lambda = 1.166$), obzirom da je za inicijalnu geometriju vrednost vitkosti granična ($\lambda = 1$), kao i zarad proširenja prostora pretrage ulaznih parametara. Vrednost vitkosti 1.166 je određena polurazmahom 0.5, tetivom u korenu krila 0.715 i tetivom na kraju krila 0.1425, a ovaj granični slučaj nije bio rešenje ni jedne od optimizacionih postavki, odnosno sva rešenja odgovaraju uslovu vitkosti za fiksna krila ($\lambda \leq 1$).

Tabela 6.1. Inicijalne vrednosti i granice za ulazne parametre

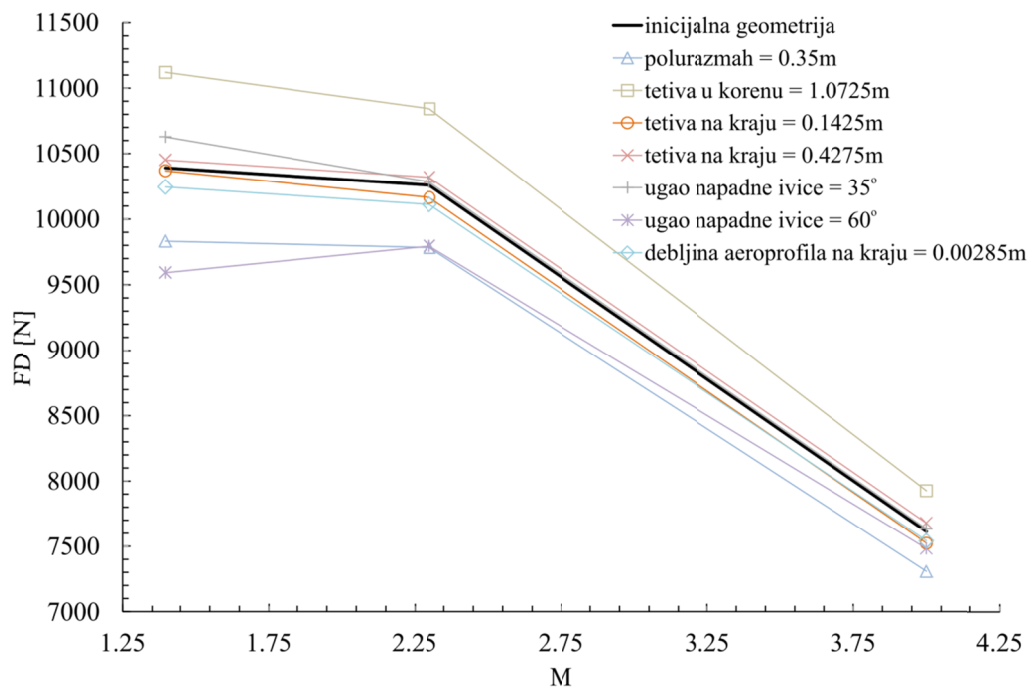
Geometrijske karakteristike		Inicijalna geometrija	Donje i gornje granice
Polurazmah:	[m]	0.500	0.350 ÷ 0.500
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.715	0.7150 ÷ 1.0725
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.285	0.1425 ÷ 0.4275
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	40.69	35 ÷ 60
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.0057	0.00285 ÷ 0.00570
Vitkost:	[-]	1	—

Osnovni razlog smanjenja polurazmaha za 30 % predstavlja zahtev sa aspekta sprečavanja kritičnih deformacija (povećavanje krutosti), a što je detaljno definisano

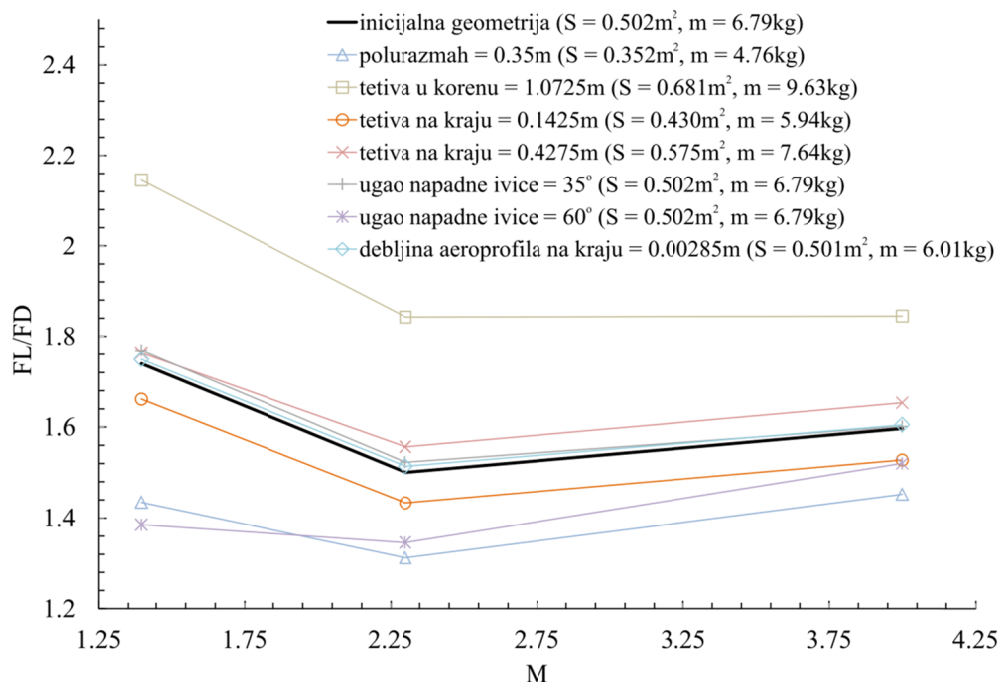
glavom 5, dok sekundarno, smanjenje polurazmaha utiče na redukciju mase krila. Smanjenje polurazmaha uzrokuje smanjenje noseće površine krila, a što je moguće amortizovati povećanjem tetive u korenu do 50 %. Granice za tetivu na kraju krila su u odnosu na inicijalnu vrednost definisane sa $\pm 50 \%$, a što je sa aspekta aerodinamičke efikasnosti argumentovano različitim strujnim oblastima kroz koje se projektil eksploatiše, kao i mogućim uticajem na korekciju noseće površine krila i redukciju mase. Iz istog razloga aerodinamičke efikasnosti, odnosno opsluživanja više strujnih oblasti, ugao napadne ivice je variran sa približno - 14 % i + 47.5 % u odnosu na inicijalnu vrednost. Smanjenjem debljine aeroprofila na kraju krila za 50 % postignuto je smanjenje aerodinamičkog (profilnog) otpora, kao i smanjenje mase samog krila. Debljina aeroprofila u korenu nije varirana zbog standardizovanih elemenata veze, a što bi verovatno uzrokovalo i variranje broja elemenata veze, te učinilo postupak optimizacije kombinovanim (diskretnim i kontinualnim). Pri proračunu statičke aeroelastičnosti, uticaj promena geometrijskih karakteristika krila u horizontalnom položaju na aerodinamičke sile uzgona i otpora, kao i uticaj na finesu i masu, a u funkciji *Mach*-ovih brojeva na određenim visinama, predstavljen je dijagramima na slikama 6.2, 6.3 i 6.4. Pojedinačni aerodinamički i strukturalni doprinosi usled geometrijskih varijacija prikazani su naspram aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika inicijalne geometrije krila u horizontalnom položaju, dok rezultujući (kumulativni) doprinosi predstavljaju rezultate sprovedenih optimizacionih postupaka, definisani različitim postavkama.



Slika 6.2. Uticaj gornjih i donjih granica na silu uzgona u funkciji *Mach*-ovog broja



Slika 6.3. Uticaj gornjih i donjih granica na silu otpora u funkciji *Mach*-ovog broja



Slika 6.4. Uticaj gornjih i donjih granica na finesu i masu u funkciji *Mach*-ovog broja

Optimizacija krila, kojom se težilo unapređivanju globalnih aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika projektila, sprovedena je sukcesivno, kroz četiri faze optimizacije. Ovim fazama je sproveden postupak traganja za optimizacionom postavkom kojom bi se postigle najbolje performanse balističkog projektila, a pri ispoštovanim strogim kriterijumima ograničenja. Prva i inicijalna faza bazirana je isključivo na aerodinamičkoj optimizaciji. Ovom postavkom su izostavljene funkcije cilja i ograničenja koje se odnose na strukturalne proračune i karakteristike, jer je cilj bio uvid u maksimalne vrednosti aerodinamičkih karakteristika krila (indirektno i projektila) koje se mogu postići u okviru definisanih geometrijskih domena. Ovom postavkom su generisane vrednosti ulaznih parametara, kojima su opisane geometrije krila, čiji su se aerodinamički i strukturalni odzivi poredili sa rezultatima aerodinamičko-strukturalnih postavki, a čime se nedvosmisleno ukazuje na neophodnost i opravdanost jednog takvog multidisciplinarnog pristupa. Ovakav postupak optimizacije ne može da egzistira samostalno, jer ponuđena rešenja kojima su opisane geometrije krila definišu takve oblike krila koja trpe nedopustive deformacije, a što je moguće prevazići posebnom studijom koja bi se bavila materijalom za izradu krila takvih geometrijskih karakteristika (dimenzija) sa odgovarajućim odzivima.

Aerodinamička optimizacija je definisana funkcijom cilja kojom se maksimizuje finesa krila u horizontalnom položaju za svaki *Mach*-ov broj (*singlepoint*), kao i nad međusobnim kombinacijama *Mach*-ovih brojeva (*multipoint*). Aerodinamička optimizacija je definisana i funkcijama ograničenja, po kojima sila uzgona na krilu u horizontalnom položaju mora biti veća ili jednaka sili uzgona na krilu inicijalnih dimenzija; sila otpora na krilu u horizontalnom položaju mora biti manja ili jednaka sili otpora na krilu inicijalnih dimenzija; dok se centar potiska nekontrolisanog projektila mora naći na rastojanju većem ili jednakom 3.8 [m], odnosno položaj centra potiska za nekontrolisani projektil se mora naći iza težišta projektila [177], a čime se obezbeđuje njegova stabilnost. Definisanje položaja centra potiska je osetljiv postupak, obzirom da je isti strogo funkcija napadnog ugla i *Mach*-ovog broja [177], a koji tokom eksploatacije letelice variraju. Kako je kriterijum kojim je opisan kritični položaj projektila definisan napadnim uglom od 5°, te i predstavlja vrednost za koju je sprovedena cela studija, osetljivost položaja centra potiska svedena je samo na funkciju *Mach*-ovog broja. Takođe, obzirom na činjenicu da je u ovoj fazi nepoznat raspored masa uređaja, opreme, goriva i bojeve glave, lociranje i ograničenja primenjena na centar potiska i težište predstavljaju prvo približenje. Definicija problema i rezultati aerodinamičke *singlepoint* i *multipoint* optimizacije su izloženi postavkom **AERODINAMIČKA OPTIMIZACIJA** u okviru ovog poglavlja (od 156 do 164 strane).

Nakon sprovedene aerodinamičke optimizacije, naredno približenje predstavlja optimizacionu studiju koja je sprovedena u vidu tri različite multidisciplinarne postavke optimizacionog problema. Ova tri postupka se logično nadovezuju na aerodinamičku optimizaciju, zadavanjem funkcija cilja i ograničenja koji se odnose na strukturalne proračune i karakteristike, čineći tako optimizacionu postavku sveobuhvatnijom. Obzirom da se inicijalna geometrija želi maksimalno poboljšati, u smislu aerodinamičke efikasnosti, kao i da se interferencijom i zadavanjem granica definisanih tabelom 6.1 zalazi u nepoznato područje odziva strukture (strukturnih deformacija), sa aspekta sigurnosti problem se mora analizirati multidisciplinarnim postavkama. Sledeći korak, kao i u prethodnoj optimizacionoj studiji, odnosi se samo na optimizaciju krila projektila, dok se paralelno sprovodila i evaluacija finese projektila, koja ni ovom postavkom nije direktno tretirana nekom funkcijom cilja ili ograničenja. Definicija

problema i rezultati ove multidisciplinarne *singlepoint* i *multipoint* optimizacije izloženi su postavkom **AERODINAMIČKO–STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – A** u okviru ovog poglavlja (od 165 do 173 strane). Ovaj optimizacioni postupak je definisan funkcijom cilja kojom se maksimizuje finesa krila u horizontalnom položaju za svaki *Mach*-ov broj (*singlepoint*), kao i nad međusobnim kombinacijama *Mach*-ovih brojeva (*multipoint*). Druga funkcija cilja predstavlja minimizaciju mase krila projektila pri svim navedenim uslovima eksploatacije. Dalje, ovaj optimizacioni postupak je definisan i funkcijama ograničenja, po kojima sila otpora na krilu u horizontalnom položaju mora biti manja ili jednaka sili otpora na krilu inicijalnih dimenzija; centar potiska projektila se mora naći na rastojanju većem ili jednakom 3.8 [m]; površina krila mora biti veća ili jednaka inicijalnoj površini (obzirom da je iz razloga pojednostavljenja pretrage izostavljena funkcija ograničenja kojom se sila uzgona ograničava da bude veća ili jednaka inicijalnoj); masa krila mora biti manja ili jednaka inicijalnoj masi; dok deformacije na pozicijama 3 i 7 moraju biti manje ili jednake eksperimentalno generisanim vrednostima za uslov kritičnog režima eksploatacije. Ova postavka je rezultirala određenim nedostacima i potencijalno nepovoljnim doprinosima. Potencijalno nepovoljnim doprinosima se smatra deformacija krila opisana distribucijom negativnog povijanja (propinjanja) poprečnih preseka pri kraju krila, a pri određenim uslovima eksploatacije (tabela na strani 168). Ovakvo ponašanje strukture opisuje oblik deformacije kakav inicijalna geometrija krila nije trpela, a predstavlja potencijalnu opasnost od pojave divergencije. Naime, kako se radi o fiksnom krilu, koje ima funkciju stabilizatora, odnosno ne predstavlja pokretnu kontrolnu površinu kojom bi se ovakve pojave mogle aktivno kontrolisati, pomenuti efekat je tretiran kao negativan, te i onaj koji bi u određenoj fazi trebalo eliminisati dovođenjem aerodinamičkog centra krila u položaj iza elastičnog centra. Kao najbitnije, aerodinamička efikasnost projektila, u odnosu na inicijalnu, uglavnom je degradirana, čime je direktno degradiran i domet projektila pri razmatranim uslovima eksploatacije.

Postavkom **AERODINAMIČKO–STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – B** (od 174 do 182 strane), prethodna optimizaciona postavka, koja se direktno bavila problemom krila, a indirektno problemom aerodinamičke efikasnosti celog projektila, proširena je funkcijom ograničenja, po kojoj finesa projektila mora biti veća ili jednaka finesi projektila pri inicijalnoj geometriji krila. Ova funkcija ograničenja, kao i

prethodno definisane funkcije ciljeva i ograničenja, sprovodi se nad svakim od *Mach*-ovih brojeva (*singlepoint*), kao i nad međusobnim kombinacijama *Mach*-ovih brojeva (*multipoint*). Ova studija je rezultirala očekivanim poboljšanjima na polju aerodinamičke efikasnosti u odnosu na inicijalno stanje. U odnosu na aerodinamičku optimizacionu postavku finesa je uglavnom degradirana, kako za *singlepoint* tako i za *multipoint* režime eksploatacije, a čime je degradiran i sam domet. Međutim, obzirom da su rezultati multidisciplinarne studije (optimizacije) relevantni, poređenjem rezultata sa prethodnom multidisciplinarnom postavkom predstavlja realan uvid u ostvarene doprinose. Iz navedene komparacije sledi da su postavkom – **B**, u odnosu na prethodnu postavku – **A**, ostvarena poboljšanja po pitanju aerodinamičke efikasnosti, a time i dometa, osim u slučaju *multipoint* problema nad svim režimima, i to samo za *Mach*-ov broj 2.3. Međutim, pri određenim režimima eksploatacije, ponovo se javilo propinjanje napadne ivice krila, a koje se kao pojava, kako je to već naglašeno, u preliminarnoj fazi projektovanja projektila želela preventivno eliminisati (tabela na strani 174).

Finalna postavka predstavlja optimizacionu studiju kojom je, sa aspekta aerodinamičke efikasnosti, projektil tretiran kao sistem telo/krila, a nad kao takvim delovano je, kako funkcijom cilja, kojom se maksimizuje finesa projektila, tako i funkcijom ograničenja, prema kojoj finesa projektila mora biti veća ili jednaka finesi projektila pri inicijalnoj geometriji krila. Drugim rečima, ovakvom postavkom se domet pokušao još više uvećati u odnosu na prethodnu postavku – **B**, a čime je postignut progres u tom smislu. Za razliku od prethodne, ovom postavkom je, iz razloga pojednostavljenja pretrage, izostavljeno ograničenje po kom se sila otpora na krilu u horizontalnom položaju ograničava na manju ili jednaku vrednost u odnosu na vrednost pri inicijalnoj geometriji krila. Svakako, pri ovako definisanoj postavci optimizacionog problema, a kojom se direktno tretira balistički projektil u celosti, nije ni potrebno pretraživati geometrije koje će ponuditi manje vrednosti sile otpora na horizontalnom krilu. Kao „faktor sigurnosti”, ograničenje kojim bi se moguća pojava divergencije izbegla, definisana je razlikom vertikalnih pomeranja pozicije 7 i 3, a koja mora biti veća od vrednosti nula ($\Delta > 0 [m]$). U preliminarnoj fazi projektovanja projektila, ovom multidisciplinarnom postavkom su postignuti najbolji rezultati sa aspekta aerodinamičke efikasnosti projektila, kao i višestruke bezbednosti strukture krila, a time i opšte pouzdanosti celog balističkog projektila pri kritičnim režimima eksploatacije. Definicija

problema i rezultati ove multidisciplinarne *singlepoint* i *multipoint* optimizacije izloženi su postavkom **AERODINAMIČKO–STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – C** (od 183 do 191 strane).

Optimalne geometrije (ulazni parametri) i aerodinamički i strukturalni odzivi (izlazni parametri) predstavljani su tabelarno u okviru gore navedenih postavki, dok su skice svake *singlepoint* i *multipoint* optimalne geometrije (puna linija), u odnosu na inicijalnu (isprekidana linija), dodatno predstavljene u okviru svake postavke. Doprinosi svake od optimizacionih postavki predstavljani su tabelama 6.4, 6.5, 6.6 i 6.7.

6.2 Podešavanja optimizacionih postavki i procena kvaliteta predviđanja meta-modela

Podešavanja svih optimizacionih postavki sprovedena su na isti način. Inicijalna populacija je uzorkovana neiterativnim modelom (*screening*). Broj uzoraka/članova u okviru inicijalne populacije je izabran da iznosi maksimalnih, kodom dozvoljenih 10000. Takođe, broj uzoraka koji se evaluiira u okviru svake iteracije, odnosno generacije, iznosi svih 10000 članova inicijalne populacije. Operatoru mutacije je dodeljena vrednost verovatnoće 0.01, dok je operatoru ukrštanja dodeljena vrednost verovatnoće 0.98. Kriterijum zaustavljanja je definisan zadavanjem maksimalnog broja generacija/iteracija (MNI - *maximum number of iterations*), a koji je ovim postavkama definisan sa 50 generacija/iteracija. Kriterijum konvergencije je definisan dostizanjem 70 % MAPP (*maximum allowable pareto percentage*). Za slučaj najboljih rešenja, generisanih postavkom aerodinamičko-strukturalna optimizacija – C, MAPP kriterijum konvergencije je prikazan crvenom „punom” linijom na dijagramu konvergencije na slici 6.5, dok je na istom dijagramu zelenom „punom” linijom prikazan kriterijum konvergencije CSP (*convergence stability percentage*), koji je kao takav, dodelom vrednosti 0 %, izuzet iz razloga moguće pojave preuranjene konvergencije. MAPP kriterijum konvergencije predstavlja odnos (udeo) željenog broja *Pareto* rešenja u odnosu na selektovani broj uzoraka koji se evaluiira u okviru svake iteracije (10000), odnosno generacije. Ukoliko se dostigne kriterijum konvergencije, pretraga se završava i vrši se prikaz rešenja. Ukoliko kriterijum konvergencije nije dostignot u okviru definisanog maksimalnog broja generacija/iteracija, pretraga se završava dostizanjem

kriterijuma zaustavljanja, a nakon čega se vrši prikaz rešenja, takođe. Dostignuti kriterijumi konvergencije i zaustavljanja optimizacionih postupaka za *singlepoint* i *multipoint* režime prikazani su tabelom 6.2.

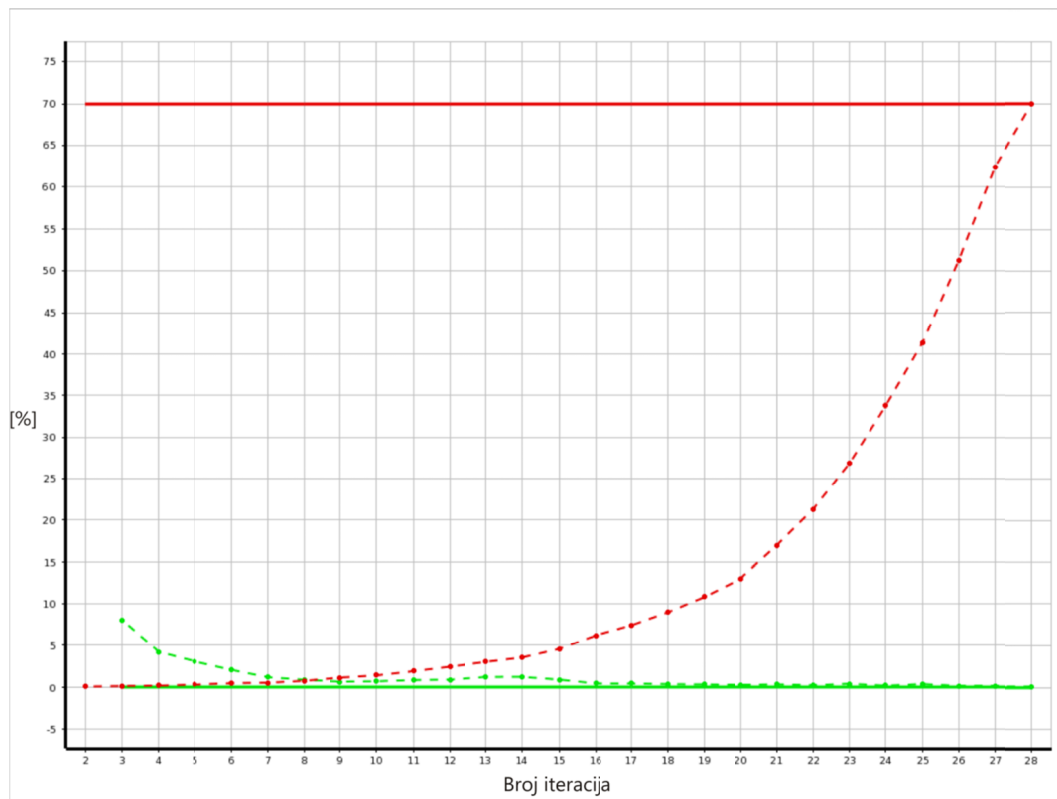
Dijagramima na slikama 6.6-6.9 prikazana je istorija zadovoljavanja funkcija ciljeva do trenutka dostizanja MAPP kriterijuma. Istorija je prikazana kroz broj evaluiranih kandidata u odnosu na definisana ograničenja. Pomenuti dijagrami se, kao i dijagram na slici 6.5, odnose na postavku aerodinamičko-strukturalna optimizacija – C, za *multipoint* režim nad sva tri *Mach*-ova broja, a koja je ponudila najbolja rešenja. Tako je dijagramom na slici 6.6 prikazana istorija za finesu projektila pri *Mach*-ovom broju 1.4, na slici 6.7 je prikazana istorija za finesu projektila pri *Mach*-ovom broju 2.3, zatim je na slici 6.8 prikazana istorija za finesu projektila pri *Mach*-ovom broju 4.0, dok je na slici 6.9 prikazana istorija za masu krila projektila.

Tabela 6.2. Dostignuti kriterijumi konvergencije i zaustavljanja optimizacionih postavki za *singlepoint* i *multipoint* režime

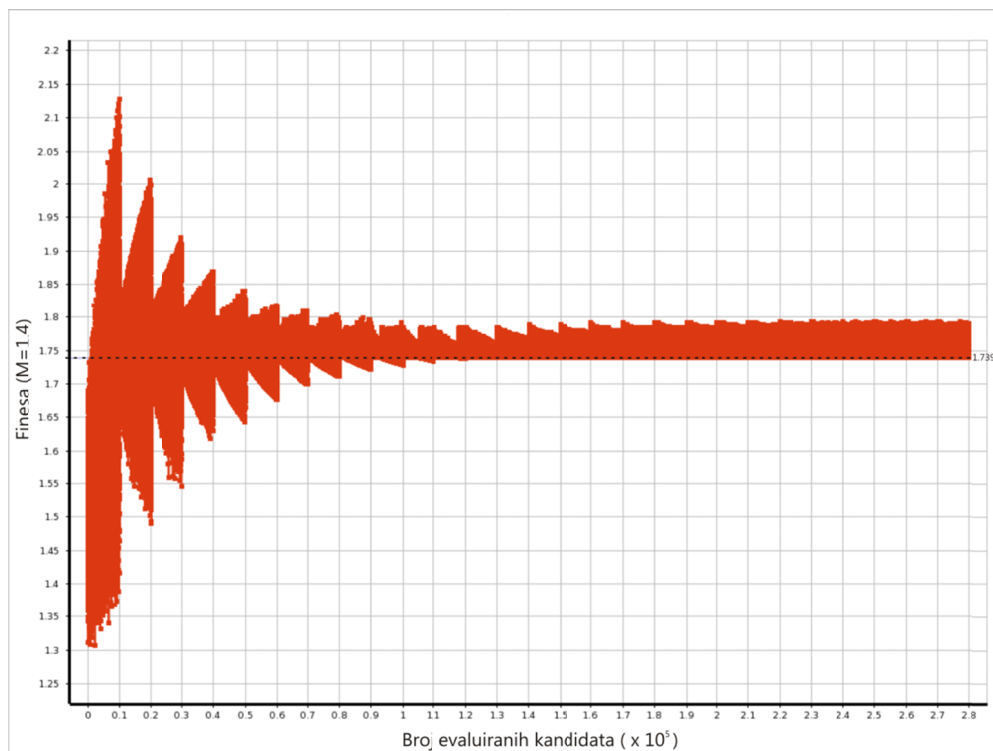
Kriterijumi	M=1.4	M=2.3	M=4.0	M=1.4 M=2.3	M=1.4 M=4.0	M=2.3 M=4.0	M=1.4 M=2.3 M=4.0
Aerodinamička optimizacija							
Kriterijum konvergencije MAPP [%]	70	70	70	70	70	70	70
Kriterijum zaustavljanja MNI	24	25	30	22	34	29	33
Aerodinamičko-strukturalna optimizacija - A							
Kriterijum konvergencije MAPP [%]	11.71	12.79	70	43.68	70	70	70
Kriterijum zaustavljanja MNI	-	-	41	-	34	24	22
Aerodinamičko-strukturalna optimizacija - B							
Kriterijum konvergencije MAPP [%]	6.53	9.93	70	70	70	70	70
Kriterijum zaustavljanja MNI	-	-	50	44	24	23	24
Aerodinamičko-strukturalna optimizacija - C							
Kriterijum konvergencije MAPP [%]	12.84	70	43.29	70	70	70	70
Kriterijum zaustavljanja MNI	-	45	-	38	32	28	28

Za sve one, tabelom 6.2 prikazane MAPP vrednosti, a koje su manje od 70 %, važi da je umesto kriterijuma konvergencije dostignut kriterijum zaustavljanja (50 generacija/iteracija), dok je za postavke koje su iskonvergirale, uporedo prikazan i broj

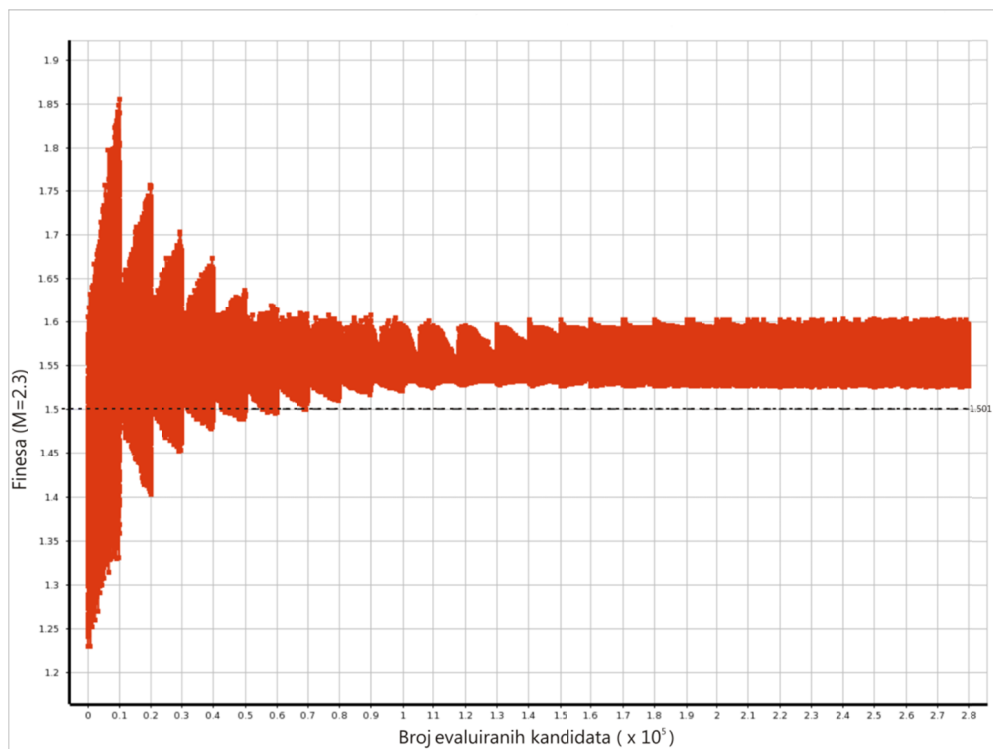
generacija/iteracija kroz koje je dostignut kriterijum konvergencije. Prikazivanje rešenja je definisano zahtevom za maksimalnim mogućim brojem od 10000 kandidata/uzoraka. Takođe, ni jedna od postavki nije generisala neuspela rešenja, dok je postupak rukovođenja ograničenjima definisan statusom prikazivanja samo dopustivih rešenja (*strict*), odnosno samo onih rešenja koja zadovoljavaju ograničenja. Najmanji broj od 209932 evaluacije bio je neophodan za dostizanje konvergencije za aerodinamičku *multipoint* optimizaciju nad režimima definisanim *Mach*-ovim brojevima 1.4 i 2.3, isto kao i za multidisciplinarnu *multipoint* optimizaciju – **A** nad svim režimima, odnosno konvergencija je u ova dva slučaja postignuta za oko 65 minuta. Najveći broj od 476518 evaluacija bio je neophodan za dostizanje konvergencije za multidisciplinarnu *singlepoint* optimizaciju – **B** nad režimom definisanim *Mach*-ovim brojem 4.0, odnosno konvergencija je u ovom slučaju postignuta za oko 145 minuta.



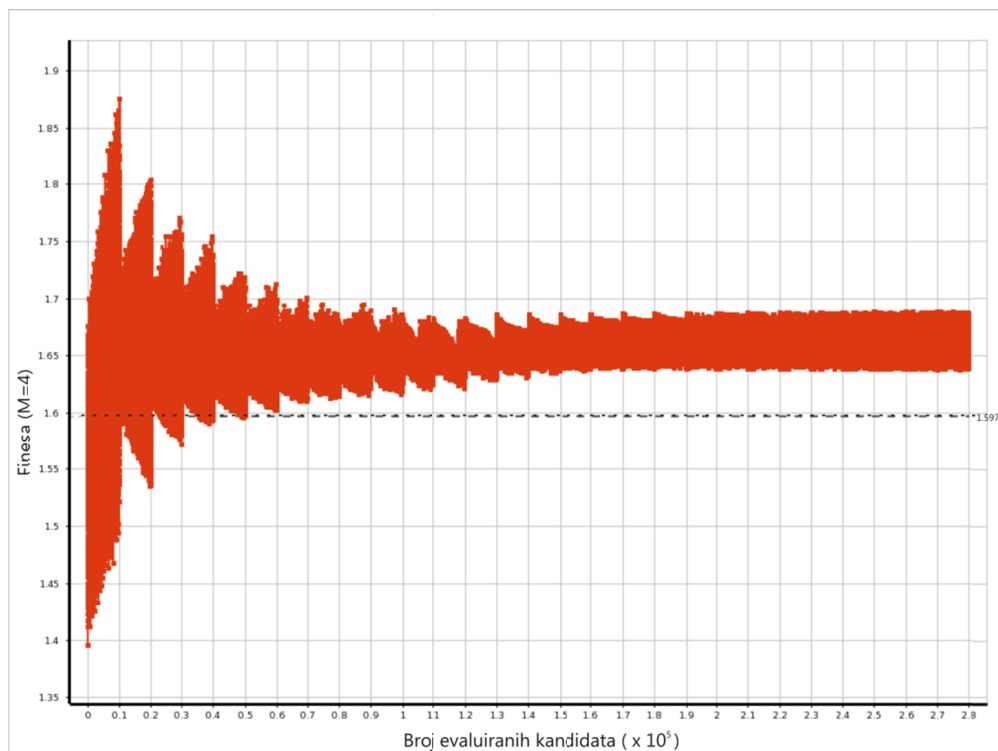
Slika 6.5. MAPP kriterijum konvergencije (prikazan crvenom „punom” linijom) i istorija konvergencije (prikazan crvenom „isprekidanom” linijom) prikazana kroz broj generacija/iteracija za multidisciplinarnu postavku – **C**



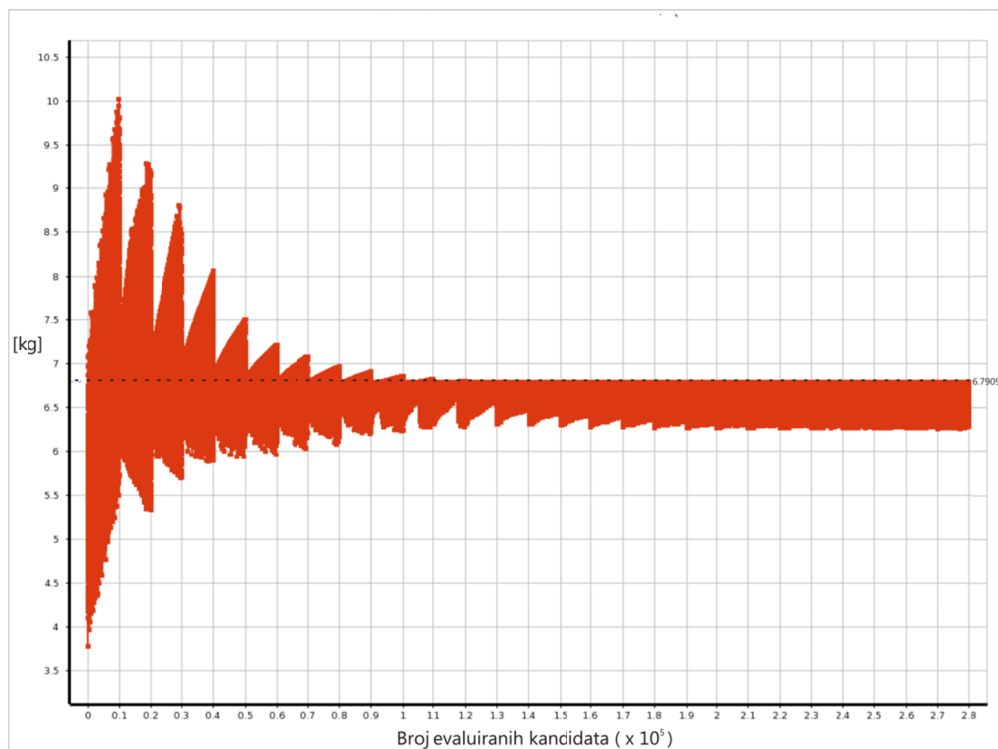
Slika 6.6. Istorija za finesu projektila za *multipoint* režim pri *Mach*-ovom broju 1.4



Slika 6.7. Istorija za finesu projektila za *multipoint* režim pri *Mach*-ovom broju 2.3



Slika 6.8. Istorija za finesu projektila za *multipoint* režim pri *Mach*-ovom broju 4.0



Slika 6.9. Istorija za masu krila projektila za *multipoint* režim

Kako je optimizacioni metod baziran na aproksimativnom modeliranju odziva (prostora pretrage rešenja), nije loše ponovo istaći da je odzivna površ modelirana standardnim polinomskim modelom drugog reda, a koji je kreiran na osnovu rezultata (odziva) dvadesetsedam numeričkih eksperimenata, pri čemu je približno vreme koje je bilo potrebno za generisanje rezultata numeričkih eksperimenata iznosilo nešto više od tri dana proračuna (oko 80 sati). Svaki od numeričkih eksperimenata je predstavljao *multipoint* analizu nad sva tri karakteristična režima eksploatacije, proračunatu za određeni set geometrijskih karakteristika krila projektila. Kako je optimizacioni postupak baziran na aproksimativnom modeliranju odziva, kvalitet predviđanja vrednosti izlaznih parametara meta-modelom je predstavljen tabelom 6.3, a u vidu koeficijenata kojima se najčešće utvrđuje kvalitet fitovanog regresionog modela. Na osnovu vrednosti koeficijenata prikazanih tabelom 6.3, može se zaključiti da će se najveća odstupanja javiti za aproksimirane vrednosti deformacija, preciznije - za vrednosti deformacija na poziciji 7 (13.91 %), i to za *Mach*-ove brojeve 2.3 i 4.0, dok maksimalno odstupanje za aproksimirane vrednosti deformacija na poziciji 3 iznosi 8.11 %. Međutim, i pored odstupanja koja dostižu maksimalnu vrednost 13.91 %, verifikovane vrednosti zadovoljavaju ograničenja definisana optimizacionim postavkama. Takođe, veće odstupanje, ali ne u toj meri, može se javiti za aproksimirane vrednosti aerodinamičkih sila uzgona i otpora, a iznosi maksimalnih 7.11 %, ali samo za slučaj aerodinamičke optimizacije. Konačno, može se izvesti zaključak da su predviđanja standardnim polinomskim modelom drugog reda vrlo dobra, a da se greške mogu minimizirati angažovanjem kompleksnijih, kodom dostupnih meta-modela, kojima bi se izvršilo kvalitetnije fitovanje aerodinamičko-strukturalnih odziva i koji bi na taj način ponudili aproksimacije sa manjim odstupanjima.

Tabela 6.3. Koeficijenti dobrote fitovanja meta-modela

Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike - izlazni parametri	R^2 (=1)	R^2_{adj} (=1)	RKSKG (=0%)	RMAG (=0%)
Masa krila:	1	1	0	0
Površina krila:	1	1	0	0
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	0.9992	0.9984	0.6013	2.1657
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	0.9998	0.9995	0.3421	1.0691
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	0.9995	0.9989	0.4864	1.6643
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	0.9998	0.9996	0.2815	0.9857
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	0.9991	0.9983	0.6710	2.4091
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	0.9994	0.9988	0.4562	1.8841
Sila uzgona projektila ($M = 1.4$):	0.9997	0.9994	0.2965	1.3132
Sila otpora projektila ($M = 1.4$):	0.9987	0.9972	0.1545	2.5486
Sila uzgona projektila ($M = 2.3$):	0.9996	0.9993	0.2562	1.3488
Sila otpora projektila ($M = 2.3$):	0.9986	0.9975	0.1173	2.7743
Sila uzgona projektila ($M = 4.0$):	0.9982	0.9969	0.4260	3.3729
Sila otpora projektila ($M = 4.0$):	0.9999	0.9997	0.0203	0.6212
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	0.9999	0.9999	0.2078	0.2361
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	0.9994	0.9987	2.0264	1.6401
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	0.9999	0.9999	0.2111	0.2167
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	0.9999	0.9999	0.3951	0.2361
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	0.9999	0.9997	0.7372	0.4997
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	0.9999	0.9998	1.0937	0.6660
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	0.9994	0.9986	0.0816	1.9020
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	0.9999	0.9998	0.0369	0.6168
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	0.9985	0.9970	0.2336	2.8572
Težište projektila:	0.9999	0.9999	0	0.1005

6.3 Rezultati aerodinamičke i aerodinamičko-strukturalne optimizacije

Ovim poglavljem su izloženi rezultati svih sprovedenih optimizacionih postupaka. Svaki od optimizacionih postupaka opisan je postavkama koje su definisane poglavljem 6.1, odnosno odgovarajućim funkcijama cilja i ograničenja. U okviru svake postavke, u vidu rezultata, tabelarno su predstavljene optimalne vrednosti geometrijskih karakteristika krila projektila, aproksimativne vrednosti aerodinamičkih i strukturalnih odziva, njihove verifikovane vrednosti, kao i greške predviđanja meta-modela. Iznad svake od tabela slikom je predstavljen uporedni prikaz optimalne geometrije krila (puna linija) u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija), pri čemu skup svih

optimalnih geometrija za svaku od optimizacionih postavki predstavlja evoluciju oblika krila kroz odgovarajuće *singlepoint* i *multipoint* režimime. Sumiranje rezultata (doprinosi) optimizacionih postupaka, definisani odgovarajućim postavkama problema, izvršeno je tabelama 6.4, 6.5, 6.6 i 6.7. Analizom vrednosti u okviru pomenutih tabela moguće je steći kompletan uvid u ostvarene lokalne (krilo) i globalne (projektil) doprinose optimalnih geometrija naspram inicijalnih. Glavni doprinosi sprovedenih optimizacionih postupaka predstavljaju poboljšanja ostvarena nad finesama balističkog projektila, odnosno nad dometima samog projektila, a što je i bio primaran cilj. Odgovarajući doprinosi koji se odnose na finese balističkog projektila, zapravo direktno odgovaraju doprinosima koji se odnose na domet balističkog projektila, što se jasno vidi analizom jednačine (6.1). Nakon prezentovanih pojedinačnih postavki, rezultata i optimalnih oblika krila, tabelom 6.8 je sproveden uporedni prikaz relevantnih *multipoint* doprinosa podržani propratnim komentarima. Najbolji rezultati (geometrije) sprovedenih postavki predstavljeni su u komparativnoj formi slikama 6.11-6.17, za sve *singlepoint* i *multipoint* režime. Kao finalni *multipoint* rezultati, slikom 6.18 su prikazane optimalne geometrije krila na balističkom projektilu. Kao jedini relevantni rezultati, shodno ispunjenim multidisciplinarnim i *multipoint* kriterijumima, tabelom 6.9. je prezentovan uporedni prikaz aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika i performansi balističkog projektila pri inicijalnoj i optimizovanoj/finalnoj geometriji krila. Konačno, dijagramom na slici 6.19 predstavljeni su *Pareto* frontovi u funkciji *Mach*-ovih brojeva za aerodinamičko-strukturalnu optimizaciju – *C* koja je ponudila najbolja rešenja.

AERODINAMIČKA OPTIMIZACIJA

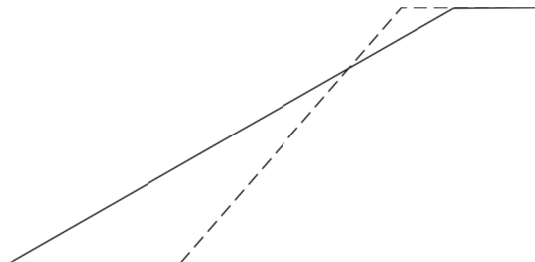
Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičke optimizacije za slučaj leta $M = 1.4$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f k^{1.4}$$

$$F_L^{1.4} \geq 5770.89[\text{N}]$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73[\text{N}]$$

$$CPp \geq 3.8 [\text{m}]$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4999		
Tetiva u korenu krila:	[m]	1.0474		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.1852		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	60.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	7.97	7.97	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.618	0.618	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5773.79	5701.48	1.27
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	585.85	573.18	2.21
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.855	9.947	0.92
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.03535	0.03596	1.69
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.03906	0.03973	1.69
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.41	5.40	0.18
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]		1.828	

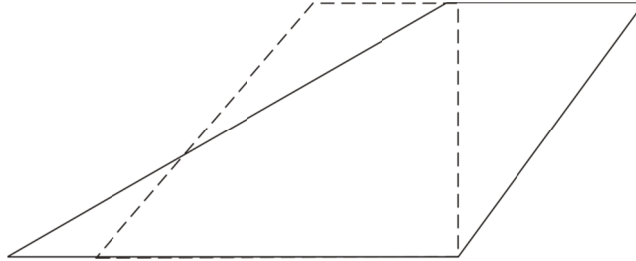
Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičke optimizacije za slučaj leta $M = 2.3$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 10200$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f k^{2.3}$$

$$F_L^{2.3} \geq 4512.27 \text{ [N]}$$

$$F_D^{2.3} \leq 599.53 \text{ [N]}$$

$$CPp \geq 3.8 \text{ [m]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.5		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.8922		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3914		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	60.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00291		
Masa krila:	[kg]	7.83	7.81	0.26
Površina krila:	[m ²]	0.644	0.644	0.00
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4512.76	4392.82	2.73
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	471.16	475.41	0.89
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	9.578	9.604	0.27
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.03563	0.03688	3.39
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.05427	0.06121	11.34
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.67	4.71	0.85
Težište projektila:	[m]	3.70	3.71	0.27
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]		1.545	

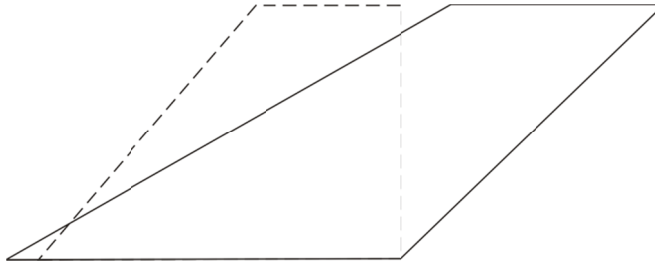
Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičke optimizacije za slučaj leta $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s^2], $a_x = 36.11$ [m/s^2], $g = 9.81$ [m/s^2]:

$$\max f k^4$$

$$F_L^4 \geq 2754.20$$
 [N]

$$F_D^4 \leq 383.56$$
 [N]

$$Cp \geq 3.8$$
 [m]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.5		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.7744		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4275		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	60.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00349		
Masa krila:	[kg]	7.33	7.33	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.604	0.604	0.00
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2755.63	2636.87	4.50
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	332.43	320.57	3.69
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	8.289	8.225	0.78
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.02983	0.02808	6.23
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.05188	0.05183	0.09
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.98	3.97	0.25
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]		1.618	

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičke optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$ i $M = 2.3$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 10200$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s^2], $a_x = 36.11$ [m/s^2], $g = 9.81$ [m/s^2]:

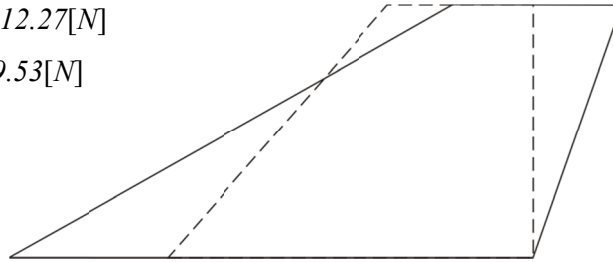
$$\max f_k^{1.4}$$

$$\max f_k^{2.3}$$

$$F_L^{1.4} \geq 5770.89 \text{ [N]}, F_L^{2.3} \geq 4512.27 \text{ [N]}$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 \text{ [N]}, F_D^{2.3} \leq 599.53 \text{ [N]}$$

$$CP_p \geq 3.8 \text{ [m]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4999		
Tetiva u korenu krila:	[m]	1.0278		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3353		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	60.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00287		
Masa krila:	[kg]	8.55	8.53	0.23
Površina krila:	[m ²]	0.684	0.684	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5771.98	5691.78	1.41
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	596.16	556.60	7.11
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	5127.53	5037.89	1.78
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	556.47	544.09	2.27
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.682	10.226	5.32
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	9.214	9.259	0.49
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.03881	0.03822	1.54
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.04469	0.04885	8.51
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.03316	0.03284	0.97
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.04238	0.04595	7.77
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.42	5.41	0.18
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.82	4.84	0.41
Težište projektila:	[m]	3.71	3.71	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]		1.818	
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]		1.685	

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičke optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

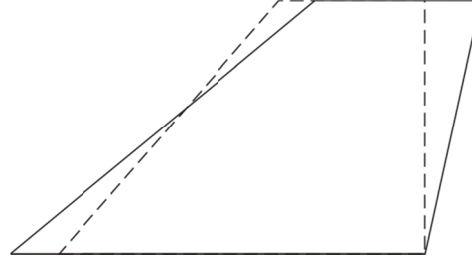
$$\max fk^{1.4}$$

$$\max fk^4$$

$$F_L^{1.4} \geq 5770.89 \text{ [N]}, F_L^4 \geq 2754.20 \text{ [N]}$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 \text{ [N]}, F_D^4 \leq 383.56 \text{ [N]}$$

$$Cp \geq 3.8 \text{ [m]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.5		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.8145		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3245		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	50.3		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00286		
Masa krila:	[kg]	6.92	6.92	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.571	0.571	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5780.19	5734.53	0.79
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	618.92	586.25	5.57
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2993.74	2972.87	0.70
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	383.12	381.18	0.51
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.339	9.782	4.53
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.814	7.799	0.19
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.03466	0.03517	1.45
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.03818	0.04101	6.90
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.01572	0.01597	1.56
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.01976	0.02167	8.81
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.46	5.46	0.00
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	4.03	4.07	0.98
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]		1.786	
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]		1.666	

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičke optimizacije za slučajeve leta $M = 2.3$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 10200$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

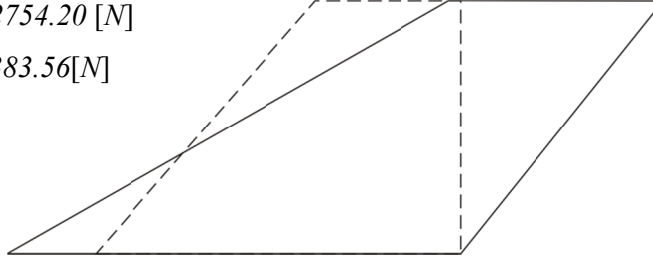
$$\max f k^{2.3}$$

$$\max f k^4$$

$$F_L^{2.3} \geq 4512.27[N], F_L^4 \geq 2754.20 [N]$$

$$F_D^{2.3} \leq 599.53 [N], F_D^4 \leq 383.56[N]$$

$$Cp \geq 3.8 [m]$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.5		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.8913		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4266		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	60.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00314		
Masa krila:	[kg]	8.08	8.06	0.24
Površina krila:	[m ²]	0.662	0.662	0.00
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4514.81	4412.37	2.32
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	473.59	460.94	2.74
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	3115.93	3020.55	3.16
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	378.13	363.80	3.94
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	9.533	9.572	0.41
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	8.240	8.303	0.76
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.03581	0.03691	2.98
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.05823	0.06429	9.43
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.02543	0.02472	2.87
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.04078	0.04436	8.07
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.67	4.72	1.06
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	4.11	4.12	0.24
Težište projektila:	[m]	3.71	3.71	0.00
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]		1.546	
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]		1.679	

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičke optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$, $M = 2.3$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 10200$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f k^{1.4}$$

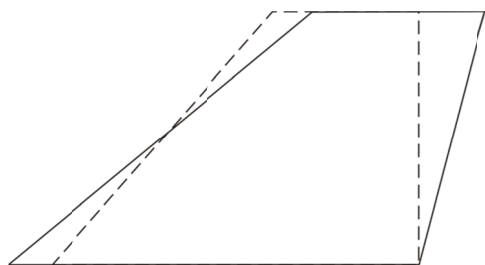
$$\max f k^{2.3}$$

$$\max f k^4$$

$$F_L^{1.4} \geq 5770.89 \text{ [N]}, F_L^{2.3} \geq 4512.27 \text{ [N]}, F_L^4 \geq 2754.20 \text{ [N]}$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 \text{ [N]}, F_D^{2.3} \leq 599.53 \text{ [N]}, F_D^4 \leq 383.56 \text{ [N]}$$

$$Cp \geq 3.8 \text{ [m]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4998		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.8051		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3402		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	49.8		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00289		
Masa krila:	[kg]	6.93	6.93	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.574	0.574	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5776.25	5730.75	0.79
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	621.72	586.91	5.93
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4688.70	4676.39	0.26
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	561.35	555.78	1.00
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2999.27	2989.82	0.31
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	383.46	382.34	0.29
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.291	9.764	4.84
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.353	8.414	0.72
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.822	7.820	0.02
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.03452	0.03498	1.31
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.03831	0.04124	7.10
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.02566	0.02590	0.93
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.03210	0.03485	7.89
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.01563	0.01609	2.86
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.02017	0.02233	9.67
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.46	5.46	0.00
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.70	4.75	1.05
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	4.03	4.03	0.00
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]		1.783	
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]		1.565	
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]		1.667	

Sumirani i uporedni doprinosi aerodinamičke *singlepoint* i *multipoint* optimizacije prikazani su tabelom 6.4, pri čemu su sami doprinosi prikazani u odnosu na inicijalnu geometriju krila. Kao jedini relevantni rezultati smatraju se rezultati *multipoint* analize nad sva tri karakteristična režima, a odakle se može zaključiti da je domet pri eksploataciji kroz sva tri režima poboljšan (unapređen) za 2.47 %, 4.33 % i 4.19 %, redosledno.

Tabela 6.4. Procentualni doprinosi aerodinamičke optimizacije u odnosu na inicijalnu geometriju

Izlazni parametri	M=1.4	M=2.3	M=4.0	M=1.4 M=2.3	M=1.4 M=4.0	M=2.3 M=4.0	M=1.4 M=2.3 M=4.0
Masa krila:	+17.38	+15.02	+7.95	+25.63	+1.91	+18.70	+2.06
Površina krila:	+22.99	+28.16	+20.20	+36.12	+13.63	+31.74	+14.23
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	-1.20			-1.37	-0.63		-0.69
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	-15.43			-17.87	-13.50		-13.40
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):		-2.65		+11.65		-2.21	+3.64
Sila otpora krila ($M = 2.3$):		-20.70		-9.25		-23.12	-7.30
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):			-4.26		+7.94	+9.67	+8.55
Sila otpora krila ($M = 4.0$):			-16.42		-0.62	-5.15	-0.32
Finesa krila ($M = 1.4$):	+16.89			+20.16	+14.95		+14.74
Finesa krila ($M = 2.3$):		+27.54		+22.96		+27.12	+11.74
Finesa krila ($M = 4.0$):			+14.55		+8.62	+15.64	+8.91
Def. poz. 3 ($M = 1.4$):	+31.05			+39.29	+28.17		+27.48
Def. poz. 7 ($M = 1.4$):	+32.79			+63.27	+37.07		+37.83
Def. poz. 3 ($M = 2.3$):		+84.03		+63.87		+84.18	+29.24
Def. poz. 7 ($M = 2.3$):		+171.56		+103.86		+185.23	+54.61
Def. poz. 3 ($M = 4.0$):			+138.37		+35.57	+109.85	+36.59
Def. poz. 7 ($M = 4.0$):			+286.21		+61.48	+230.55	+66.39
CP projektila ($M = 1.4$):	-1.32			-1.13	-0.22		-0.22
CP projektila ($M = 2.3$):		+0.17		+2.93		+0.38	+1.02
CP projektila ($M = 4.0$):			+0.05		+2.57	+3.83	+1.56
Težište projektila:	0.00	+0.27	0.00	+0.27	0.00	+0.27	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	+5.06			+4.48	+2.64		+2.47
Finesa projektila ($M = 2.3$):		+3.00		+12.33		+3.07	+4.33
Finesa projektila ($M = 4.0$):			+1.13		+4.12	+4.94	+4.19

AERODINAMIČKO-STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – A

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 1.4$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s^2], $a_x = 36.11$ [m/s^2], $g = 9.81$ [m/s^2]:

$$\max f k^{1.4}$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 [N]$$

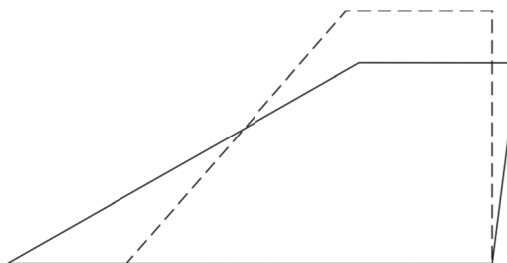
$$Cp \geq 3.8 [m]$$

$$u_3 \leq 0.01815 [m], u_7 \leq 0.01925 [m]$$

$$S_k \geq 0.5025 [m^2]$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 [kg]$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.3971		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9487		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3117		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	60.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	6.23	6.23	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.503	0.503	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	4562.66	4575.42	0.28
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	487.25	488.91	0.34
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.364	9.358	0.06
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01601	0.01606	0.31
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01815	0.01903	4.62
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.26	5.26	0.00
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]		1.623	

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 2.3$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 10200$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f k^{2.3}$$

$$F_D^{2.3} \leq 599.53 \text{ [N]}$$

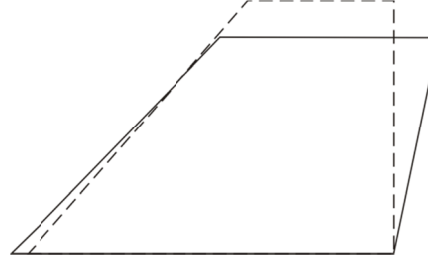
$$Cp_p \geq 3.8 \text{ [m]}$$

$$u_3 \leq 0.01815 \text{ [m]}, u_7 \leq 0.01925 \text{ [m]}$$

$$S_k \geq 0.5025 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 \text{ [kg]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4267		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.7470		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4261		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	43.7		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	5.89	5.89	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.503	0.503	0.00
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4206.88	4246.27	0.93
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	527.60	527.89	0.05
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	7.974	8.044	0.87
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01437	0.01413	1.69
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01803	0.01918	5.99
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.59	4.64	1.08
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]		1.499	

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f k^4$$

$$F_D^4 \leq 383.56$$
 [N]

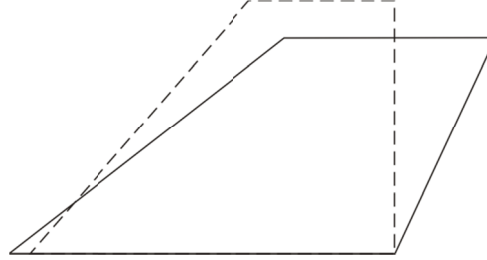
$$CPp \geq 3.8$$
 [m]

$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4261		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.7568		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4179		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	51.6		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00287		
Masa krila:	[kg]	5.91	5.91	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.503	0.503	0.00
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2570.41	2611.46	1.57
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	335.62	334.13	0.45
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.659	7.816	2.01
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00918	0.00999	8.11
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.01588	0.01777	10.64
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.87	3.93	1.53
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]		1.594	

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$ i $M = 2.3$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 10200$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max fk^{1.4}$$

$$\max fk^{2.3}$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73$$
 [N], $F_D^{2.3} \leq 599.53$ [N]

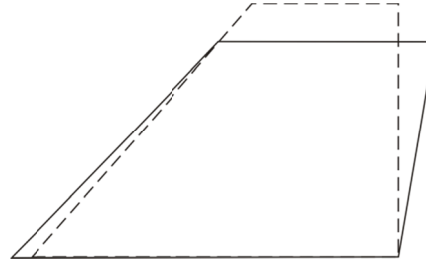
$$Cp \geq 3.8$$
 [m]

$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4243		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.7545		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4255		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	43.3		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	5.90	5.90	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.503	0.503	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5144.79	5166.36	0.42
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	600.48	587.51	2.21
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4230.96	4261.83	0.72
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	530.41	529.05	0.26
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	8.568	8.794	2.57
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	7.977	8.056	0.98
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01815	0.01925	5.71
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01768	0.01810	2.32
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01398	0.01389	0.65
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01683	0.01846	8.83
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.38	5.38	0.00
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.60	4.65	1.07
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]		1.685	
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]		1.497	

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max fk^{1.4}$$

$$\max fk^4$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73$$
 [N], $F_D^4 \leq 383.56$ [N]

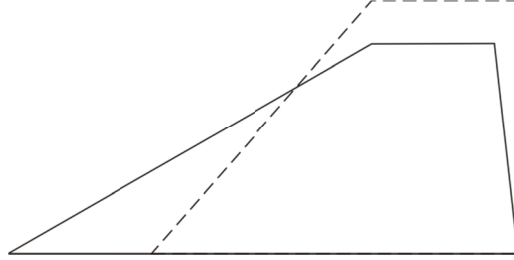
$$CPp \geq 3.8$$
 [m]

$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4139		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9984		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.2423		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	59.70		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00306		
Masa krila:	[kg]	6.58	6.58	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.515	0.515	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	4864.23	4888.03	0.49
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	516.20	521.75	1.06
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2703.68	2712.73	0.33
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	351.28	351.63	0.09
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.423	9.369	0.58
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.697	7.715	0.23
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01783	0.01766	0.96
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01908	0.01900	0.42
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00904	0.00893	1.23
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.00964	0.01050	8.19
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.28	5.29	0.19
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.97	3.96	0.25
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]		1.691	
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]		1.643	

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 2.3$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 10200$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s^2], $a_x = 36.11$ [m/s^2], $g = 9.81$ [m/s^2]:

$$\max fk^{2.3}$$

$$\max fk^4$$

$$F_D^{2.3} \leq 599.53$$
 [N], $F_D^4 \leq 383.56$ [N]

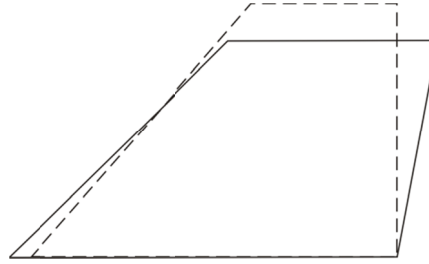
$$CPp \geq 3.8$$
 [m]

$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m^2]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4271		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.7614		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4133		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	45.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	5.93	5.93	0.00
Površina krila:	[m^2]	0.504	0.504	0.00
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4228.23	4246.86	0.44
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	528.10	529.95	0.35
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2673.73	2683.64	0.37
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	349.87	349.46	0.12
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.006	8.014	0.09
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.642	7.679	0.48
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01447	0.01433	0.98
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01825	0.01912	4.55
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00827	0.00866	4.50
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.01148	0.01270	9.60
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.60	4.65	1.07
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.91	3.95	1.01
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]		1.497	
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]		1.613	

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$, $M = 2.3$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 10200$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max fk^{1.4}$$

$$\max fk^{2.3}$$

$$\max fk^4$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 \text{ [N]}, F_D^{2.3} \leq 599.53 \text{ [N]}, F_D^4 \leq 383.56 \text{ [N]}$$

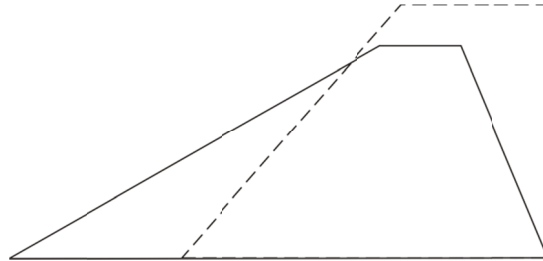
$$CPp \geq 3.8 \text{ [m]}$$

$$u_3 \leq 0.01815 \text{ [m]}, u_7 \leq 0.01925 \text{ [m]}$$

$$S_k \geq 0.5025 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 \text{ [kg]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.42		
Tetiva u korenu krila:	[m]	1.0529		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.1573		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	59.9		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00286		
Masa krila:	[kg]	6.63	6.62	0.15
Površina krila:	[m ²]	0.510	0.510	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	4969.54	5000.46	0.62
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	526.56	540.69	2.61
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4265.94	4262.40	0.08
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	509.56	506.09	0.68
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2733.63	2728.28	0.19
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	357.85	354.52	0.94
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.438	9.216	2.41
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.372	8.422	0.59
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.639	7.696	0.74
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01759	0.01778	1.07
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01833	0.01780	2.98
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01461	0.01440	1.46
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01501	0.01494	0.47
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00872	0.00865	0.81
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.00924	0.00905	2.09
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.29	5.30	0.19
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.67	4.65	0.43
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.99	3.95	1.01
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]		1.733	
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]		1.573	
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]		1.654	

Sumirani i uporedni doprinosi aerodinamičko-strukturalne – *A singlepoint* i *multipoint* optimizacije prikazani su tabelom 6.5, pri čemu su sami doprinosi prikazani u odnosu na inicijalnu geometriju krila. Kao jedini relevantni rezultati smatraju se rezultati *multipoint* analize nad sva tri karakteristična režima, a odakle se može zaključiti da je domet poboljšán (unapređen) za 4.87 % i 3.37 %, pri eksploataciji kroz režime definisane *Mach*-ovim brojevima 2.3 i 4.0, dok je domet degradiran pri eksploataciji kroz režim definisan *Mach*-ovim brojevima 1.4 za 0.4 %.

Tabela 6.5. Procentualni doprinosi aerodinamičko-strukturalne optimizacije – *A* u odnosu na inicijalnu geometriju

Izlazni parametri	M=1.4	M=2.3	M=4.0	M=1.4 M=2.3	M=1.4 M=4.0	M=2.3 M=4.0	M=1.4 M=2.3 M=4.0
Masa krila:	-8.25	-13.25	-12.96	-13.11	-3.09	-12.67	-2.50
Površina krila:	+0.10	+0.10	+0.10	+0.10	+2.49	+0.30	+1.49
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	-20.71			-10.47	-15.30		-13.35
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	-27.86			-13.31	-23.02		-20.22
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):		-5.90		-5.55		-5.88	-5.54
Sila otpora krila ($M = 2.3$):		-11.95		-11.76		-11.61	-15.59
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):			-5.18		-1.51	-2.56	-0.94
Sila otpora krila ($M = 4.0$):			-12.89		-8.32	-8.89	-7.57
Finesa krila ($M = 1.4$):	+9.96			+3.34	+10.09		+8.30
Finesa krila ($M = 2.3$):		+6.83		+6.99		+6.43	+11.85
Finesa krila ($M = 4.0$):			+8.86		+7.45	+6.95	+7.19
Def. poz. 3 ($M = 1.4$):	-41.47			-29.85	-35.64		-35.20
Def. poz. 7 ($M = 1.4$):	-36.40			-39.51	-36.50		-40.51
Def. poz. 3 ($M = 2.3$):		-29.49		-30.69		-28.49	-28.14
Def. poz. 7 ($M = 2.3$):		-14.91		-18.10		-15.17	-33.72
Def. poz. 3 ($M = 4.0$):			-15.20		-24.19	-26.49	-26.57
Def. poz. 7 ($M = 4.0$):			+32.41		-21.76	-5.37	-32.56
CP projektila ($M = 1.4$):	-3.87			-1.68	-3.33		-3.14
CP projektila ($M = 2.3$):		-1.32		-1.11		-1.11	-1.11
CP projektila ($M = 4.0$):			-0.96		-0.20	-0.45	-0.45
Težište projektila:	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	-6.72			-3.16	-2.82		-0.40
Finesa projektila ($M = 2.3$):		-0.07		-0.20		-0.20	+4.87
Finesa projektila ($M = 4.0$):			-0.38		+2.69	+0.81	+3.37

AERODINAMIČKO-STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – B

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 1.4$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s^2], $a_x = 36.11$ [m/s^2], $g = 9.81$ [m/s^2]:

$$\max f k^{1.4}$$

$$f_p^{1.4} \geq 1.739$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 [N]$$

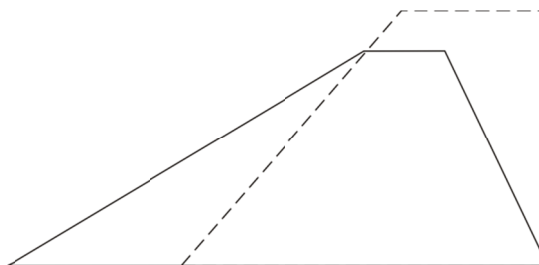
$$Cp \geq 3.8 [m]$$

$$u_3 \leq 0.01815 [m], u_7 \leq 0.01925 [m]$$

$$S_k \geq 0.5025 [m^2]$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 [kg]$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4249		
Tetiva u korenu krila:	[m]	1.0589		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.1597		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	58.7		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	6.75	6.74	0.15
Površina krila:	[m ²]	0.519	0.519	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5136.46	5138.26	0.03
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	546.34	560.33	2.49
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.402	9.170	2.53
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01815	0.01869	2.89
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01850	0.01841	0.49
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.31	5.33	0.37
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]	1.739	1.780	2.30

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 2.3$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 10200$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_k^{2.3}$$

$$f_p^{2.3} \geq 1.501$$

$$F_D^{2.3} \leq 599.53$$
 [N]

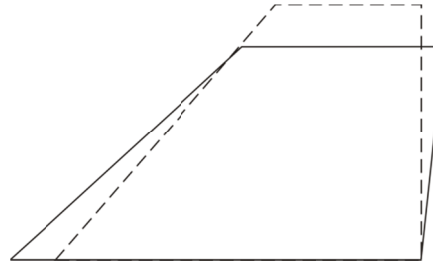
$$Cp \geq 3.8$$
 [m]

$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4182		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.8050		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3943		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	47.5		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	6.00	6.00	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.503	0.503	0.00
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4253.62	4263.32	0.23
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	527.91	524.27	0.69
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.058	8.132	0.91
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01340	0.01343	0.22
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01506	0.01711	11.98
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.61	4.64	0.65
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]	1.502	1.504	0.13

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f k^4$$

$$f_p^4 \geq 1.597$$

$$F_D^4 \leq 383.56$$
 [N]

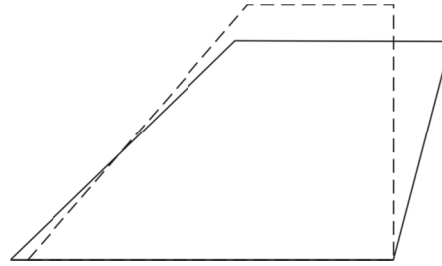
$$Cp \geq 3.8$$
 [m]

$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4261		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.7506		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4250		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	45.8		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	5.90	5.90	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.503	0.503	0.00
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2648.33	2661.97	0.51
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	346.51	344.17	0.68
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.643	7.735	1.19
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00820	0.00858	4.43
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.01206	0.01351	10.73
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.89	3.94	1.27
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]	1.598	1.608	0.62

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$ i $M = 2.3$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 10200$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_k^{1.4}$$

$$\max f_k^{2.3}$$

$$f_p^{1.4} \geq 1.739, f_p^{2.3} \geq 1.501$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 \text{ [N]}, F_D^{2.3} \leq 599.53 \text{ [N]}$$

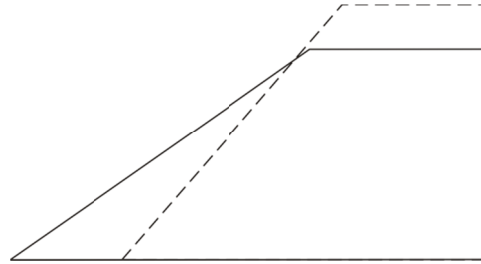
$$CP_p \geq 3.8 \text{ [m]}$$

$$u_3 \leq 0.01815 \text{ [m]}, u_7 \leq 0.01925 \text{ [m]}$$

$$S_k \geq 0.5025 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 \text{ [kg]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4149		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9348		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3556		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	54.7		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	6.59	6.59	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.537	0.537	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5164.80	5194.32	0.57
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	564.55	561.64	0.52
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4416.55	4417.52	0.02
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	532.12	528.77	0.63
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.149	9.248	1.07
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.300	8.354	0.65
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01797	0.01795	0.11
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01857	0.01865	0.43
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01414	0.01417	0.21
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01539	0.01716	10.31
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.34	5.36	0.37
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.67	4.68	0.21
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]	1.739	1.743	0.23
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]	1.561	1.560	0.06

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_k^{1.4}$$

$$\max f_k^4$$

$$f_p^{1.4} \geq 1.739, f_p^4 \geq 1.597$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 \text{ [N]}, F_D^4 \leq 383.56 \text{ [N]}$$

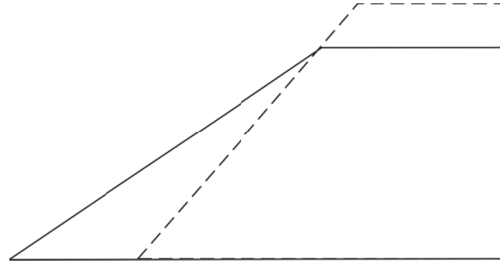
$$CP_p \geq 3.8 \text{ [m]}$$

$$u_3 \leq 0.01815 \text{ [m]}, u_7 \leq 0.01925 \text{ [m]}$$

$$S_k \geq 0.5025 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 \text{ [kg]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4141		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9686		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3526		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	56.1		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00288		
Masa krila:	[kg]	6.78	6.78	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.549	0.549	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5180.45	5185.05	0.09
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	563.27	560.22	0.54
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2877.94	2892.83	0.51
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	369.37	370.77	0.38
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.197	9.255	0.63
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.791	7.802	0.14
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01802	0.01790	0.67
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01863	0.01868	0.27
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00904	0.00900	0.44
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.01033	0.01150	10.17
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.33	5.35	0.37
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	4.03	4.03	0.00
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]	1.746	1.753	0.39
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]	1.677	1.685	0.47

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 2.3$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 10200$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max fk^{2.3}$$

$$\max fk^4$$

$$f_p^{2.3} \geq 1.501, f_p^4 \geq 1.597$$

$$F_D^{2.3} \leq 599.53 \text{ [N]}, F_D^4 \leq 383.56 \text{ [N]}$$

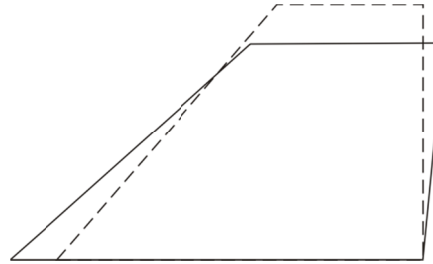
$$CP \geq 3.8 \text{ [m]}$$

$$u_3 \leq 0.01815 \text{ [m]}, u_7 \leq 0.01925 \text{ [m]}$$

$$S_k \geq 0.5025 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 \text{ [kg]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4266		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.8102		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3735		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	48.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00286		
Masa krila:	[kg]	6.07	6.07	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.507	0.507	0.00
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4300.55	4333.35	0.76
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	532.96	531.53	0.27
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2712.66	2713.52	0.03
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	354.03	352.53	0.43
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.069	8.153	1.03
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.662	7.697	0.45
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01452	0.01433	1.33
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01780	0.01820	2.20
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00867	0.00872	0.57
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.01124	0.01187	5.31
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.63	4.65	0.43
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.94	3.95	0.25
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]	1.511	1.511	0.00
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]	1.616	1.623	0.43

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$, $M = 2.3$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 10200$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max fk^{1.4}$$

$$\max fk^{2.3}$$

$$\max fk^4$$

$$f_p^{1.4} \geq 1.739, f_p^{2.3} \geq 1.501, f_p^4 \geq 1.597$$

$$F_D^{1.4} \leq 677.73 \text{ [N]}, F_D^{2.3} \leq 599.53 \text{ [N]}, F_D^4 \leq 383.56 \text{ [N]}$$

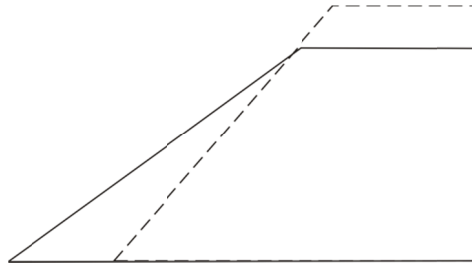
$$CPp \geq 3.8 \text{ [m]}$$

$$u_3 \leq 0.01815 \text{ [m]}, u_7 \leq 0.01925 \text{ [m]}$$

$$S_k \geq 0.5025 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 \text{ [kg]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4166		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9254		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3483		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	54.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00288		
Masa krila:	[kg]	6.54	6.54	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.532	0.532	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5191.21	5167.64	0.46
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	568.67	562.36	1.12
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4413.27	4401.03	0.28
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	534.85	529.88	0.94
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2825.28	2828.93	0.13
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	364.39	364.79	0.11
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	9.129	9.189	0.65
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.251	8.306	0.66
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.753	7.755	0.03
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01809	0.01798	0.61
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01850	0.01826	1.31
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01410	0.01411	0.07
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01549	0.01734	10.67
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00883	0.00880	0.34
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.00999	0.01112	10.16
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.35	5.36	0.19
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.67	4.68	0.21
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	4.00	4.00	0.00
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]	1.742	1.743	0.06
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]	1.558	1.561	0.19
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]	1.658	1.662	0.24

Sumirani i uporedni doprinosi aerodinamičko-strukturalne – **B** *singlepoint* i *multipoint* optimizacije prikazani su tabelom 6.6, pri čemu su sami doprinosi prikazani u odnosu na inicijalnu geometriju krila. Kao jedini relevantni rezultati smatraju se rezultati *multipoint* analize nad sva tri karakteristična režima, a odakle se može zaključiti da je domet pri eksploataciji kroz sva tri režima poboljšan (unapređen) za 0.17 %, 4.07 % i 3.87 %, redosledno.

Tabela 6.6. Procentualni doprinosi aerodinamičko-strukturalne optimizacije – **B** u odnosu na inicijalnu geometriju

Izlazni parametri	M=1.4	M=2.3	M=4.0	M=1.4 M=2.3	M=1.4 M=4.0	M=2.3 M=4.0	M=1.4 M=2.3 M=4.0
Masa krila:	-0.74	-11.63	-13.11	-2.95	-0.15	-10.60	-3.68
Površina krila:	+3.28	+0.10	+0.10	+6.87	+9.25	+0.90	+5.87
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	-10.96			-9.99	-10.15		-10.45
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	-17.32			-17.13	-17.34		-17.02
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):		-5.52		-2.10		-3.97	-2.47
Sila otpora krila ($M = 2.3$):		-12.55		-11.80		-11.34	-11.62
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):			-3.35		+5.03	-1.48	+2.71
Sila otpora krila ($M = 4.0$):			-10.27		-3.33	-8.09	-4.89
Finesa krila ($M = 1.4$):	+7.76			+8.67	+8.75		+7.98
Finesa krila ($M = 2.3$):		+7.99		+10.94		+8.27	+10.31
Finesa krila ($M = 4.0$):			+7.73		+8.66	+7.20	+8.01
Def. poz. 3 ($M = 1.4$):	-31.89			-34.58	-34.77		-34.48
Def. poz. 7 ($M = 1.4$):	-38.47			-37.67	-37.57		-38.97
Def. poz. 3 ($M = 2.3$):		-32.98		-29.29		-28.49	-29.59
Def. poz. 7 ($M = 2.3$):		-24.09		-23.87		-19.25	-23.07
Def. poz. 3 ($M = 4.0$):			-27.16		-23.60	-25.98	-25.30
Def. poz. 7 ($M = 4.0$):			+0.67		-14.31	-11.55	-17.14
CP projektila ($M = 1.4$):	-2.60			-2.05	-2.23		-2.05
CP projektila ($M = 2.3$):		-1.32		-0.47		-1.11	-0.47
CP projektila ($M = 4.0$):			-0.71		+1.56	-0.45	+0.81
Težište projektila:	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	+2.30			+0.17	+0.75		+0.17
Finesa projektila ($M = 2.3$):		+0.27		+4.00		+0.73	+4.07
Finesa projektila ($M = 4.0$):			+0.50		+5.31	+1.44	+3.87

AERODINAMIČKO-STRUKTURALNA OPTIMIZACIJA – C

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 1.4$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s^2], $a_x = 36.11$ [m/s^2], $g = 9.81$ [m/s^2]:

$$\max f_p^{1.4}$$

$$f_p^{1.4} \geq 1.739$$

$$CPp \geq 3.8 \text{ [m]}$$

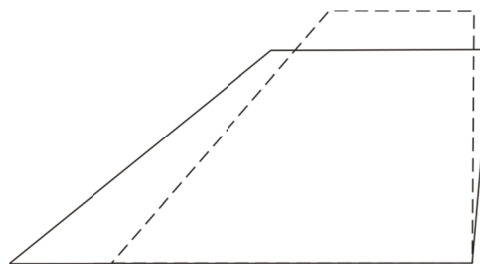
$$u_3 \leq 0.01815 \text{ [m]}, \quad u_7 \leq 0.01925 \text{ [m]}$$

$$\Delta_{1.4} > 0 \text{ [m]}$$

$$S_k \geq 0.5025 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79 \text{ [kg]}$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4190		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9047		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4275		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	50.7		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00296		
Masa krila:	[kg]	6.79	6.79	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.560	0.560	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5382.84	5405.68	0.42
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	610.21	600.17	1.67
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	8.821	9.007	2.07
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01815	0.01812	0.17
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01815	0.01813	0.11
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.39	5.41	0.37
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]	1.795	1.785	0.56

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 2.3$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 10200$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_p^{2.3}$$

$$f_p^{2.3} \geq 1.501$$

$$CPp \geq 3.8$$
 [m]

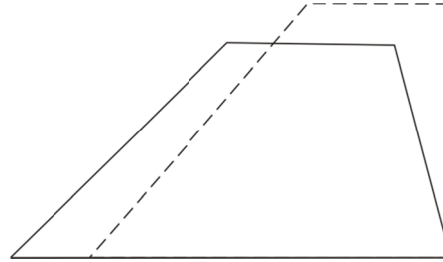
$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$\Delta_{2.3} > 0$$
 [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4223		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.8621		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.3268		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	45.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	6.15	6.15	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.504	0.504	0.00
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4451.74	4431.79	0.45
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	557.76	556.72	0.19
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	7.981	7.961	0.25
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01353	0.01352	0.07
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01353	0.01408	3.91
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.67	4.67	0.00
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]	1.551	1.555	0.26

Funkcija cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučaj leta $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_p^4$$

$$f_p^4 \geq 1.597$$

$$Cp \geq 3.8$$

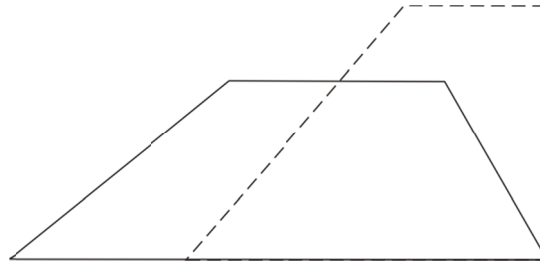
$$u_3 \leq 0.01815$$

$$\Delta_4 > 0$$

$$S_k \geq 0.5025$$

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.3505		
Tetiva u korenu krila:	[m]	1.0651		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4275		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	51.1		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	6.45	6.47	0.31
Površina krila:	[m ²]	0.525	0.525	0.00
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2859.46	2783.10	2.74
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	369.57	359.55	2.79
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.737	7.741	0.05
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00484	0.00496	2.42
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.00485	0.00498	2.61
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.97	3.97	0.00
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]	1.698	1.684	0.83

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$ i $M = 2.3$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 10200$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_p^{1.4}$$

$$\max f_p^{2.3}$$

$$f_p^{1.4} \geq 1.739, f_p^{2.3} \geq 1.501$$

$$CPp \geq 3.8$$
 [m]

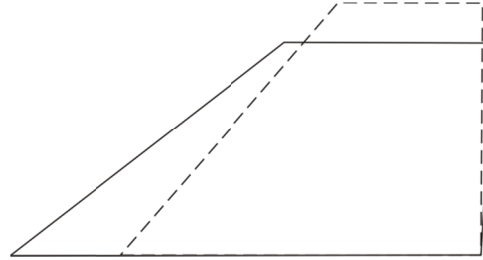
$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$\Delta_{1.4} > 0$$
 [m], $\Delta_{2.3} > 0$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4173		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9233		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4131		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	52.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	6.78	6.78	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.560	0.560	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5351.48	5367.13	0.29
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	600.68	591.21	1.60
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4580.52	4591.05	0.23
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	559.30	554.65	0.84
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	8.909	9.078	1.86
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.190	8.277	1.05
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01812	0.01805	0.39
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01815	0.01813	0.11
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01421	0.01409	0.85
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01608	0.01831	12.18
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.37	5.39	0.37
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.69	4.73	0.85
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]	1.790	1.780	0.56
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]	1.581	1.588	0.44

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_p^{1.4}$$

$$\max f_p^4$$

$$f_p^{1.4} \geq 1.739, f_p^4 \geq 1.597$$

$$CPp \geq 3.8$$
 [m]

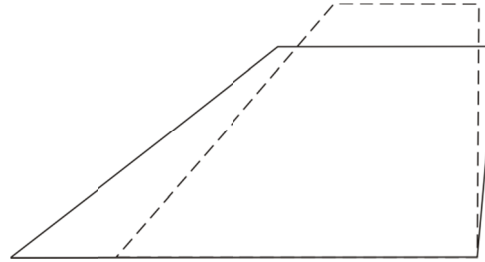
$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$\Delta_{1.4} > 0$$
 [m], $\Delta_4 > 0$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4176		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9148		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4270		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	51.5		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00285		
Masa krila:	[kg]	6.79	6.79	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.562	0.562	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5356.87	5357.67	0.01
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	605.38	592.31	2.21
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2973.77	2986.57	0.43
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	380.52	380.71	0.05
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	8.849	9.045	2.17
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.815	7.845	0.38
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01812	0.01813	0.06
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01816	0.01827	0.60
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00848	0.00876	3.20
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.01077	0.01251	13.91
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.38	5.38	0.00
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	4.02	4.06	0.99
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]	1.794	1.774	1.13
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]	1.689	1.686	0.18

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 2.3$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 10200$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_p^{2.3}$$

$$\max f_p^4$$

$$f_p^{2.3} \geq 1.501, f_p^4 \geq 1.597$$

$$CPp \geq 3.8$$
 [m]

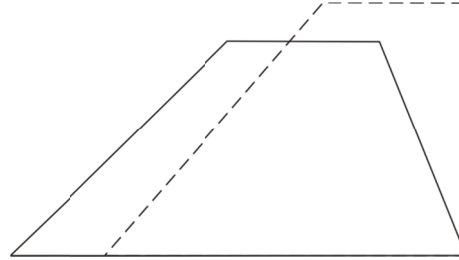
$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$\Delta_{2.3} > 0$$
 [m], $\Delta_4 > 0$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4257		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.8887		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.2908		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	45.0		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00286		
Masa krila:	[kg]	6.22	6.22	0.00
Površina krila:	[m ²]	0.504	0.504	0.00
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4490.52	4462.24	0.63
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	566.39	562.55	0.68
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2795.62	2759.10	1.32
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	365.71	361.89	1.06
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	7.928	7.932	0.05
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.644	7.624	0.26
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01384	0.01375	0.65
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01387	0.01381	0.43
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00826	0.00809	2.10
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.00836	0.00856	2.34
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.69	4.68	0.21
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	3.96	3.96	0.00
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]	1.566	1.566	0.00
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]	1.650	1.644	0.36

Funkcije cilja i ograničenja za postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije za slučajeve leta $M = 1.4$, $M = 2.3$ i $M = 4.0$, $\alpha = 5^\circ$, $H = 5000$ [m], $H = 10200$ [m], $H = 17000$ [m], $a_z = 2.3$ [m/s²], $a_x = 36.11$ [m/s²], $g = 9.81$ [m/s²]:

$$\max f_p^{1.4}$$

$$\max f_p^{2.3}$$

$$\max f_p^4$$

$$f_p^{1.4} \geq 1.739, f_p^{2.3} \geq 1.501, f_p^4 \geq 1.597$$

$$CPp \geq 3.8$$
 [m]

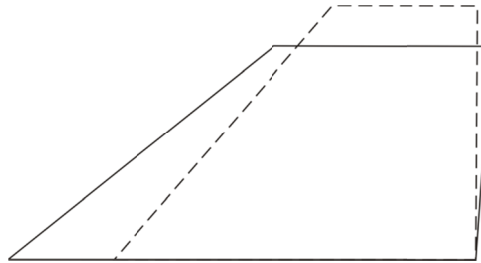
$$u_3 \leq 0.01815$$
 [m], $u_7 \leq 0.01925$ [m]

$$\Delta_{1.4} > 0$$
 [m], $\Delta_{2.3} > 0$ [m], $\Delta_4 > 0$ [m]

$$S_k \geq 0.5025$$
 [m²]

$$\min m_k$$

$$m_k \leq 6.79$$
 [kg]



Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike		meta-model	verifikacija	greška
Polurazmah:	[m]	0.4171		
Tetiva u korenu krila:	[m]	0.9132		
Tetiva na kraju krila:	[m]	0.4264		
Ugao napadne ivice sa z-osom:	[°]	51.2		
Debljina aeroprofila na kraju krila:	[m]	0.00291		
Masa krila:	[kg]	6.79	6.78	0.15
Površina krila:	[m ²]	0.561	0.561	0.00
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	[N]	5356.70	5356.34	0.01
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	[N]	606.15	593.57	2.12
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	[N]	4581.30	4572.49	0.19
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	[N]	562.51	554.80	1.39
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	[N]	2969.65	2978.23	0.29
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	[N]	380.27	380.29	0.01
Finesa krila ($M = 1.4$):	[-]	8.837	9.024	2.07
Finesa krila ($M = 2.3$):	[-]	8.144	8.242	1.19
Finesa krila ($M = 4.0$):	[-]	7.809	7.831	0.28
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	[m]	0.01794	0.01785	0.50
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	[m]	0.01794	0.01788	0.34
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	[m]	0.01404	0.01389	1.08
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	[m]	0.01590	0.01826	12.92
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	[m]	0.00842	0.00862	2.32
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	[m]	0.01053	0.01211	13.05
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	[m]	5.38	5.39	0.19
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	[m]	4.69	4.72	0.64
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	[m]	4.02	4.05	0.74
Težište projektila:	[m]	3.70	3.70	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	[-]	1.793	1.778	0.84
Finesa projektila ($M = 2.3$):	[-]	1.579	1.586	0.44
Finesa projektila ($M = 4.0$):	[-]	1.688	1.691	0.18

Sumirani i uporedni doprinosi aerodinamičko-strukturalne – *C singlepoint* i *multipoint* optimizacije prikazani su tabelom 6.7, pri čemu su sami doprinosi prikazani u odnosu na inicijalnu geometriju krila. Kao jedini relevantni rezultati smatraju se rezultati *multipoint* analize nad sva tri karakteristična režima, a odakle se može zaključiti da je domet pri eksploataciji kroz sva tri režima poboljšan (unapređen) za 2.18 %, 5.73 % i 5.69 %, redosledno.

Tabela 6.7. Procentualni doprinosi aerodinamičko-strukturalne optimizacije – *C* u odnosu na inicijalnu geometriju

Izlazni parametri	M=1.4	M=2.3	M=4.0	M=1.4 M=2.3	M=1.4 M=4.0	M=2.3 M=4.0	M=1.4 M=2.3 M=4.0
Masa krila:	0.00	-9.43	-4.71	-0.15	0.00	-8.39	-0.15
Površina krila:	+11.44	+0.30	+4.48	+11.44	+11.84	+0.30	+11.64
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	-6.33			-6.99	-7.16		-7.18
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	-11.44			-12.77	-12.60		-12.42
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):		-1.78		+1.75		-1.11	+1.33
Sila otpora krila ($M = 2.3$):		-7.14		-7.49		-6.17	-7.46
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):			+1.05		+8.44	+0.18	+8.13
Sila otpora krila ($M = 4.0$):			-6.26		-0.74	-5.65	-0.85
Finesa krila ($M = 1.4$):	+5.84			+6.67	+6.29		+6.04
Finesa krila ($M = 2.3$):		+5.72		+9.92		+5.34	+9.46
Finesa krila ($M = 4.0$):			+7.81		+9.26	+6.18	+9.07
Def. poz. 3 ($M = 1.4$):	-33.97			-34.22	-33.93		-34.95
Def. poz. 7 ($M = 1.4$):	-39.41			-39.41	-38.94		-40.24
Def. poz. 3 ($M = 2.3$):		-32.53		-29.69		-31.39	-30.69
Def. poz. 7 ($M = 2.3$):		-37.53		-18.77		-38.73	-18.99
Def. poz. 3 ($M = 4.0$):			-57.89		-25.64	-31.32	-26.83
Def. poz. 7 ($M = 4.0$):			-62.89		-6.78	-36.21	-9.76
CP projektila ($M = 1.4$):	-1.13			-1.50	-1.68		-1.50
CP projektila ($M = 2.3$):		-0.68		+0.60		-0.47	+0.38
CP projektila ($M = 4.0$):			+0.05		+2.32	-0.20	+2.07
Težište projektila:	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	+2.59			+2.30	+1.95		+2.18
Finesa projektila ($M = 2.3$):		+3.67		+5.87		+4.40	+5.73
Finesa projektila ($M = 4.0$):			+5.25		+5.37	+2.75	+5.69

6.4 Analiza rezultata i finalna razmatranja

Kako je već ranije istaknuto, relevantni rezultati *multipoint* optimizacionih postupaka predstavljaju one *multipoint* rezultate koji su generisani analizom nad svim režimima eksploatacije, kao i sa multidisciplinarnim postavkama. Za režime od interesa, (označeni kao kritični, a koji su ovom studijom analizirani) odgovarajući rezultati *multipoint* analiza prikazani su tabelom 6.8.

Tabela 6.8. Uporedni prikaz procentualnih doprinosa *multipoint* optimizacionih postavki nad sva tri *Mach*-ova broja u odnosu na inicijalnu geometriju

Izlazni parametri	sdo	mdo – A	mdo – B	mdo – C
Masa krila:	+2.06	-2.50	-3.68	-0.15
Površina krila:	+14.23	+1.49	+5.87	+11.64
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	-0.69	-13.35	-10.45	-7.18
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	-13.40	-20.22	-17.02	-12.42
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	+3.64	-5.54	-2.47	+1.33
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	-7.30	-15.59	-11.62	-7.46
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	+8.55	-0.94	+2.71	+8.13
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	-0.32	-7.57	-4.89	-0.85
Finesa krila ($M = 1.4$):	+14.74	+8.30	+7.98	+6.04
Finesa krila ($M = 2.3$):	+11.74	+11.85	+10.31	+9.46
Finesa krila ($M = 4.0$):	+8.91	+7.19	+8.01	+9.07
Def. poz. 3 ($M = 1.4$):	+27.48	-35.20	-34.48	-34.95
Def. poz. 7 ($M = 1.4$):	+37.83	-40.51	-38.97	-40.24
Def. poz. 3 ($M = 2.3$):	+29.24	-28.14	-29.59	-30.69
Def. poz. 7 ($M = 2.3$):	+54.61	-33.72	-23.07	-18.99
Def. poz. 3 ($M = 4.0$):	+36.59	-26.57	-25.30	-26.83
Def. poz. 7 ($M = 4.0$):	+66.39	-32.56	-17.14	-9.76
CP projektila ($M = 1.4$):	-0.22	-3.14	-2.05	-1.50
CP projektila ($M = 2.3$):	+1.02	-1.11	-0.47	+0.38
CP projektila ($M = 4.0$):	+1.56	-0.45	+0.81	+2.07
Težište projektila:	0.00	0.00	0.00	0.00
Finesa projektila ($M = 1.4$):	+2.47	-0.40	+0.17	+2.18
Finesa projektila ($M = 2.3$):	+4.33	+4.87	+4.07	+5.73
Finesa projektila ($M = 4.0$):	+4.19	+3.37	+3.87	+5.69

Ovom tabelom su u komparativnoj formi prikazani rezultati sprovedenih *multipoint* analiza definisani režimima eksploatacije nad sva tri *Mach*-ova broja. Takođe, ovom tabelom su prikazani i rezultati aerodinamičke optimizacije (kolona „sdo”), a iz kojih se jasno vidi da ovakva postavka ne može da ponudi geometrije koje će ispoštovati stroge zahteve po pitanju deformacija krila, te da se moraju uvesti dodatni kriterijumi koji će obezbediti oblasti bezbednog eksploataisanja.

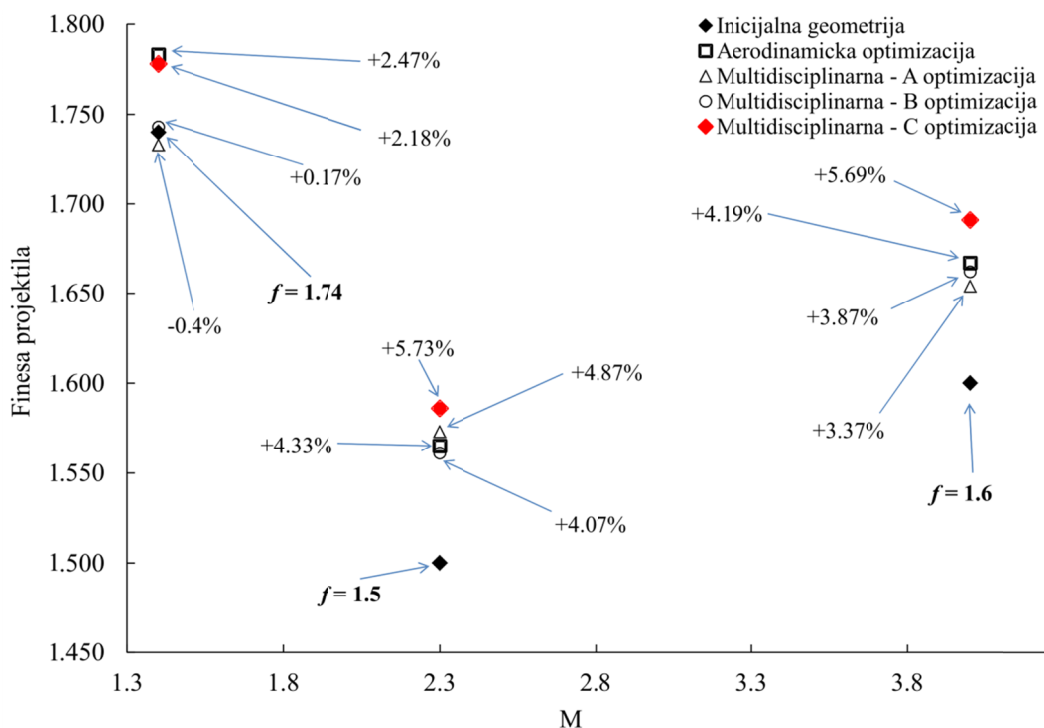
Na osnovu tabelom 6.8 prikazanih vrednosti može se zaključiti da su najveće uštede u materijalu postignute multidisciplinarnom optimizacionom postavkom – **B** (kolona „mdo – B” u tabeli 6.8), a kojom je masa krila smanjena za 3.68 %, što približno iznosi 0.25 kilograma po krilu, odnosno 1 kilogram po projektilu, pri čemu uštede na ovom nivou imaju značaja pri velikim proizvodnim serijama. Kao što je na početku ove glave istaknuto, ovom studijom ostvareni doprinosi na račun smanjenja mase krila ne bi trebalo posmatrati kao doprinos povećanju dometa. Razlog tome se ogleda u činjenici da se optimizuju samo krila projektila, čiji udeo u ukupnoj masi iznosi oko 0.5 %, ili čak manje, a što zavisi od projektovane mase projektila, koja bi trebalo da iznosi između 5000 i 7000 kilograma. Dakle, obzirom na činjenično stanje, da je u ovoj fazi preliminarne projektovanja projektila nepoznat raspored masa uređaja, opreme, goriva i bojeve glave, osnovna tendencija je bila da se pri istoj ili sličnoj masi krila ostvare aerodinamička i strukturalna poboljšanja, odnosno da ne dođe do povećanja mase optimizovanog krila u odnosu na masu inicijalnog krila, što bi se u određenoj meri odrazilo na troškove proizvodnje i logistike, te u tom smislu, jedini doprinos za slučaj mogućeg smanjenja mase predstavljao bi ekonomski aspekt.

Kako je već ranije opisano, aerodinamička postavka je ponudila geometrije krila čiji strukturalni odzivi nisu prihvatljivi, a time ni ova postavka nije selektovana kao ona koja nudi prihvatljivo (finalno) rešenje. Obzirom na sproveden postupak skaliranja geometrije projektila i uticaja interferencije telo/krila, što je detaljno analizirano glavom 5, deformacije inicijalne geometrije krila je bilo neophodno smanjiti, a što se aerodinamičkom postavkom nije moglo sprovesti. Naprotiv, vrednosti za deformacije na pozicijama 3 i 7 (kolona „sdo” u tabeli 6.8) ukazuju na povećanje deformacije na pomenutim pozicijama. Predlog za prevazilaženje povećanih deformacija pri aerodinamičkom optimizacionom postupku predstavlja potencijalno sprovođenje studije nad materijalom za izradu krila - kompozitno krilo, a što svakako nije tema ove studije.

Što se tiče multidisciplinarnih optimizacionih analiza, potrebno je naglasiti da su sve aerodinamičko-strukturalne postavke ispoštovale ograničenja kojima su kritične deformacije svedene na dopuštene, međutim postavke – A i – B su generisale pojedina rešenja kojima su opisane geometrije sa povremenim, ranije pomenutim, nepoželjnim strukturalnim odzivom, a koji predstavlja ponašanje različito od ponašanja inicijalne geometrije krila, te se kao takvo težilo prevazići drugim optimizacionim postavkama, a u toj nameri uspelo postavkom – C.

Kada je reč o aerodinamičkoj efikasnosti projektila, uporedni prikaz doprinosa jasno sugerise da su rezultati koje nudi multidisciplinarna optimizaciona postavka – C najbolji (kolona „m_{do} – C” u tabeli 6.8), a u smislu maksimizacije finese, posredno dometa, osim u slučaju režima definisanog *Mach*-ovim brojem 1.4. Međutim, obzirom da je jedino bolje rešenje za ovaj režim eksploatacije, zapravo rešenje aerodinamičke postavke (kolona „s_{do}” u tabeli 6.8), ono kao takvo nije relevantno. Pažljivom analizom vrednosti iz tabele 6.8 može se zaključiti da doprinose po pitanju finesa krila ne prate podjednako kvalitetni doprinosi po pitanju finesa projektila. Problem je u tome što je, kao vid traganja za postavkom koja će ponuditi globalno najbolja rešenja, aerodinamičkom postavkom, kao i multidisciplinarnim postavkama – A i – B, sproveden postupak maksimizacije finese krila, dok je multidisciplinarnom postavkom – C sproveden postupak maksimizacije finese projektila. Efekat koji se ne može uočiti, iz prostog razloga jer su krila optimizovana u odnosu na njihov horizontalni položaj, predstavlja položaj preostala dva krila, a koja zauzimaju vertikalni položaj pri analiziranim kritičnim uslovima eksploatacije. Jednostavno, krila u vertikalnom položaju nisu bila od interesa za analizu u odnosu na kritične deformacije, te na taj način nisu ni tretirana, jer zbog njihovog relativnog položaja u odnosu na pravac strujanja, a koji uzrokuje povećanu krutost na savijanje, generisane aerodinamičke sile (samo usled otpora, jer se zbog specifičnog položaja vertikalnih krila generise nulti uzgon) izazivaju deformacije reda 10^{-4} metara. Dakle, multidisciplinarnom postavkom – C su generisane geometrije krila koje su uticale na pad finese na horizontalnim krilima, ali su u velikoj meri, u odnosu na rezultate generisane prethodnim postavkama, doprinele padu otpora na vertikalnim krilima, time i celom projektilu, a što je kao krajnji rezultat ponudilo nabolja rešenja za finese projektila, odnosno domet. Doprinosi ostvareni nad finesama krila u horizontalnom položaju mogu se preliminarno tumačiti

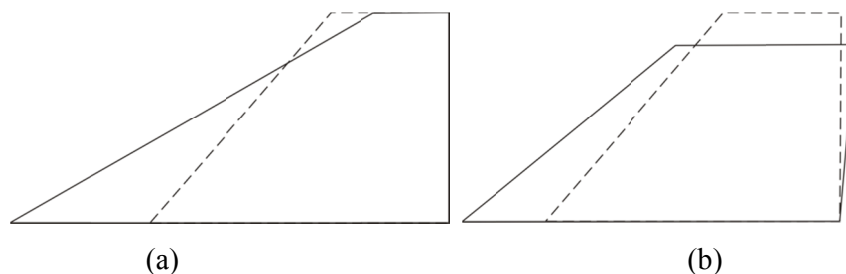
dijagramima na slikama 6.1, 6.2 i 6.3. Kao konačna rešenja sprovedenih optimizacionih postupaka, doprinosi nad finesama projektila za sve *multipoint* optimizacione postavke nad sva tri *Mach*-ova broja, prikazani su dijagramom na slici 6.10, a u odnosu na finesu inicijalne geometrije projektila. Ovi doprinosi se direktno mogu tumačiti kao doprinosi pomenutih postavki nad dometima, pri čemu se sa slike može jasno uočiti da je najbolje rešenje ponudila multidisciplinarna postavka – C.



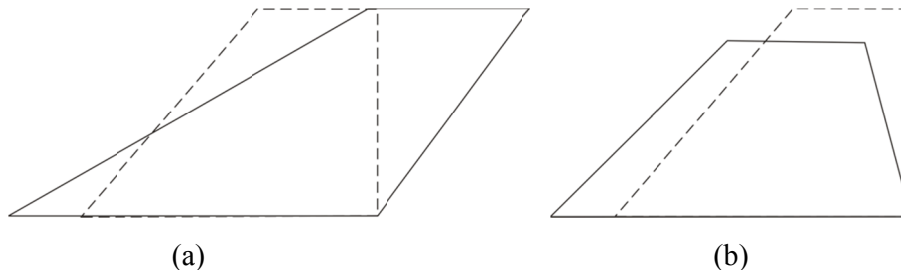
Slika 6.10. Doprinosi nad finesama projektila za sve *multipoint* optimizacione postavke nad sva tri *Mach*-ova broja u odnosu na finesu inicijalne geometrije projektila

Narednim slikama (6.11-6.17) su u komparativnoj formi prikazani rezultati aerodinamičkog i multidisciplinarnog – C optimizacionog postupka, pri čemu su sami rezultati predstavljeni za sve analizirane *singlepoint* i *multipoint* uslove eksploatacije. Optimalni oblici krila (puna linija) prikazani su u odnosu na inicijalnu geometriju krila (isprekidana linija). Ovim slikama je prikazana evolucija oblika krila kroz analizirane slučajeve od interesa, za aerodinamičku (a) i multidisciplinarnu (b) optimizaciju, i predstavljaju oblike sa najboljim aerodinamičkim karakteristikama. Kao što je analizom rezultata predstavljenih tabelom 6.8 naglašeno, rezultate koje nudi aerodinamička

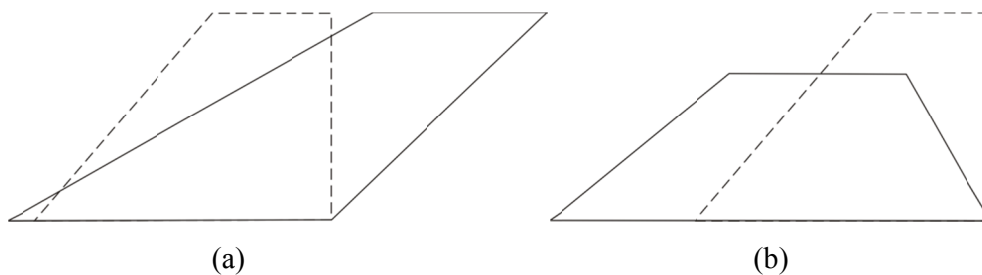
optimizacija je moguće unaprediti nekom budućom studijom, a koja bi se bavila kompozitnim krilom, jer je to potencijalno rešenje za prevazilaženje nedopustivih deformacija koja se javljaju na ponuđenim geometrijama, kao i prevazilaženje problema povećanja mase krila pri ovom postupku (Tabela 6.4).



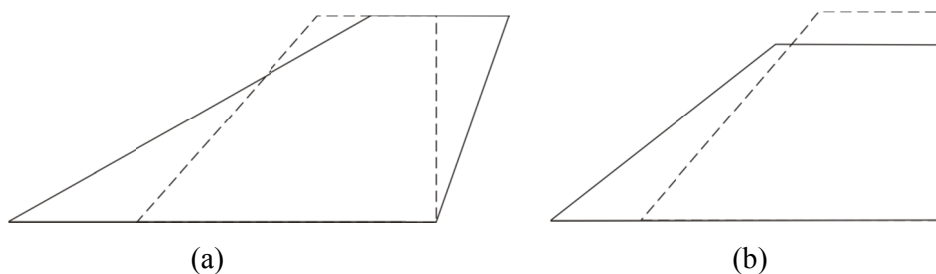
Slika 6.11. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 1.4$, $H = 5000$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)



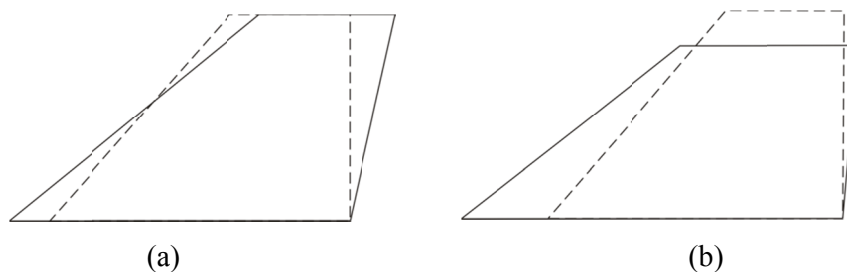
Slika 6.12. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 2.3$, $H = 10200$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)



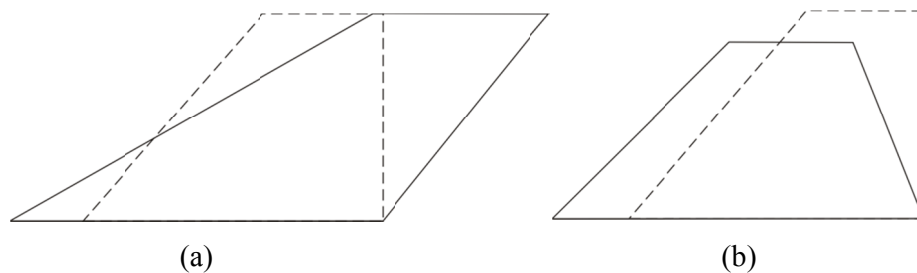
Slika 6.13. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 4.0$, $H = 17000$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)



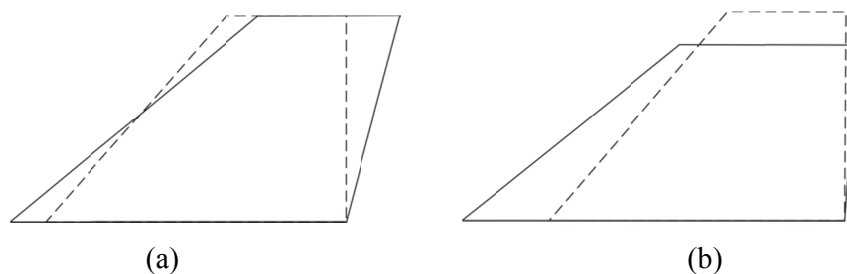
Slika 6.14. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 1.4$, $H = 5000$ [m], $M = 2.3$, $H = 10200$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)



Slika 6.15. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 1.4$, $H = 5000$ [m], $M = 4.0$, $H = 17000$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)

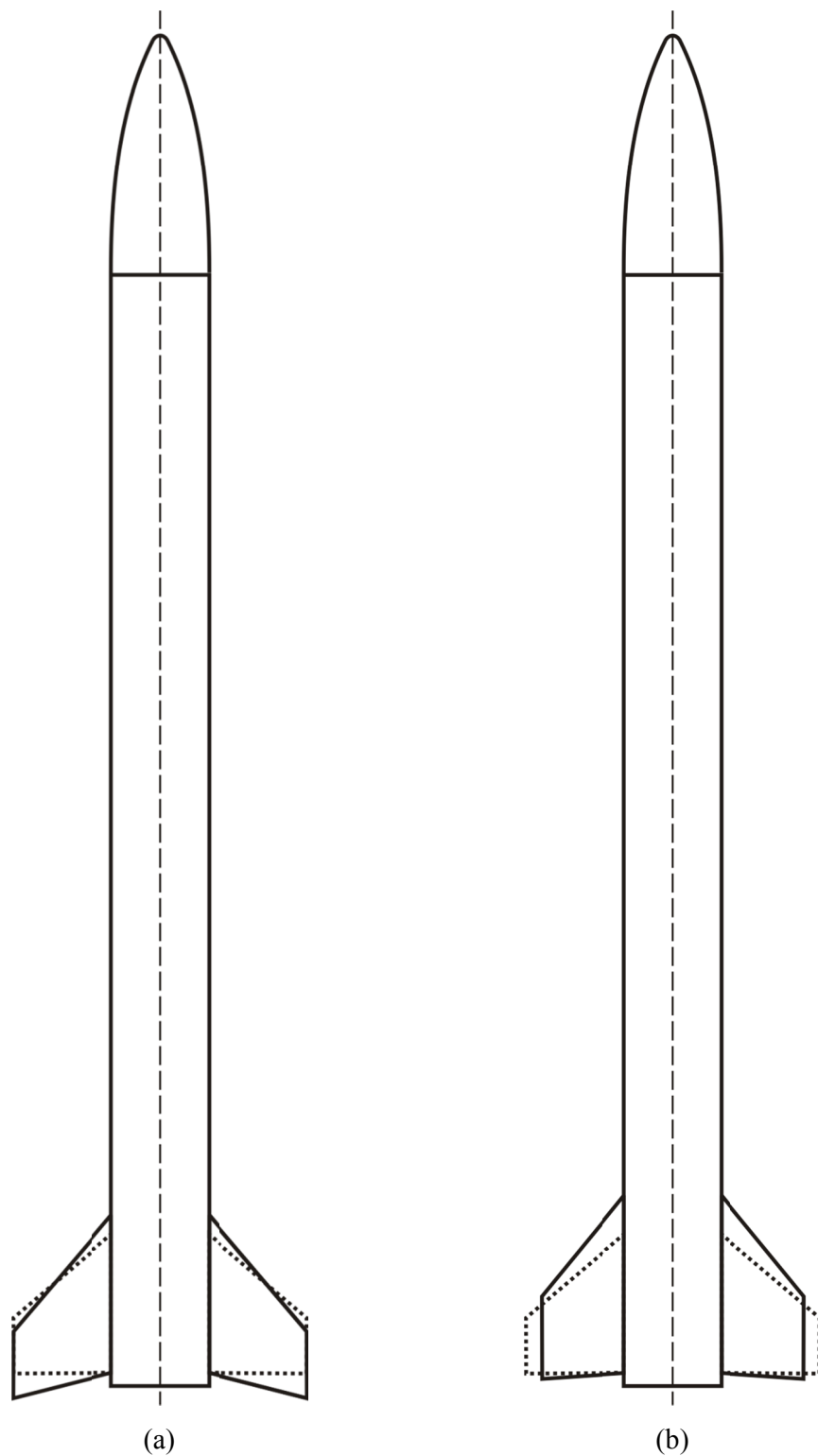


Slika 6.16. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 2.3$, $H = 10200$ [m], $M = 4.0$, $H = 17000$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)



Slika 6.17. Uporedni prikaz optimalnih geometrija (puna linija) u vidu rezultata aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b) za režim eksploatacije $M = 1.4$, $H = 5000$ [m], $M = 2.3$, $H = 10200$ [m], $M = 4.0$, $H = 17000$ [m], $\alpha = 5^\circ$ u odnosu na inicijalnu geometriju (isprekidana linija)

Slikom 6.18 prikazan je izgled balističkog projektila sa optimalnim oblicima krila, kao rezultat aerodinamičke optimizacije (a), te i kao rezultat aerodinamičko-strukturalne optimizacije – C (b). Obzirom da je postupak aerodinamičko-strukturalne optimizacije sa postavkom – C ponudio najbolja rešenja po pitanju maksimizacije dometa, tabelom 6.9 prikazani su sveukupni doprinosi (procentualna poboljšanja) aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika/performansi balističkog projektila za optimizovanu (finalnu) geometriju krila, a u odnosu na inicijalnu. To znači da će pri analiziranim kritičnim uslovima, koji su svedeni na dopuštene, domet biti povećan za 2.18 %, pri eksploataciji kroz režim opisan *Mach*-ovim brojem 1.4, zatim će biti povećan za 5.73 %, pri eksploataciji kroz režim opisan *Mach*-ovim brojem 2.3, kao i za 5.69 %, pri eksploataciji kroz režim opisan *Mach*-ovim brojem 4.0.



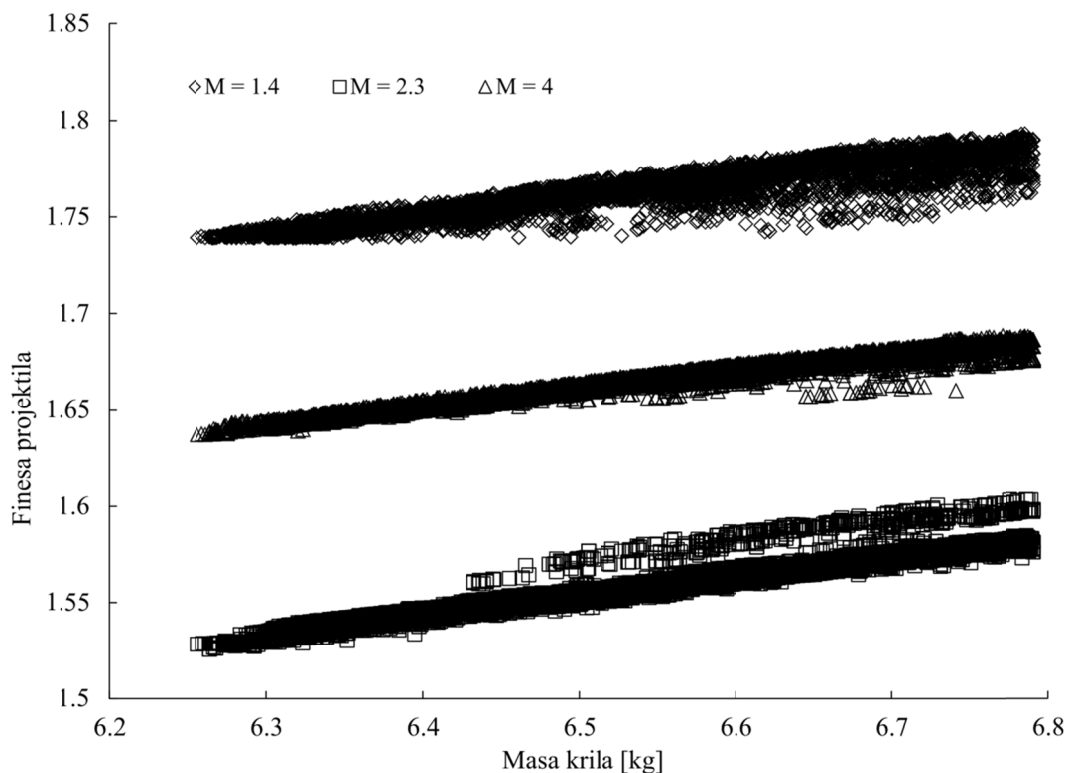
Slika 6.18. Uporedni prikaz inicijalne geometrije krila (isprekidana linija) i geometrije krila kao rezultat aerodinamičke (a) i aerodinamičko-strukturalne (b) *multipoint* optimizacije nad sva tri režima (puna linija)

Tabela 6.9. Uporedni prikaz aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika balističkog projektila pri inicijalnoj i optimizovanoj/finalnoj geometriji krila

Geometrijske, aerodinamičke i strukturalne karakteristike	Inicijalna geometrija	Optimizovana geometrija	Procentualno poboljšanje
Polurazmah:	0.500 [m]	0.4171 [m]	-16.58
Tetiva u korenu krila:	0.715 [m]	0.9132 [m]	+27.72
Tetiva na kraju krila:	0.285 [m]	0.4264 [m]	+49.61
Ugao napadne ivice sa z-osom:	40.69 [°]	51.2 [°]	+25.83
Debljina aeroprofila na kraju krila:	0.0057 [m]	0.00291 [m]	-48.95
Masa krila:	6.79 [kg]	6.78 [kg]	-0.15
Površina krila:	0.5025 [m ²]	0.561 [m ²]	+11.64
Sila uzgona krila ($M = 1.4$):	5770.74 [N]	5356.34 [N]	-7.18
Sila otpora krila ($M = 1.4$):	677.73 [N]	593.57 [N]	-12.42
Sila uzgona krila ($M = 2.3$):	4512.27 [N]	4572.49 [N]	+1.33
Sila otpora krila ($M = 2.3$):	599.53 [N]	554.80 [N]	-7.46
Sila uzgona krila ($M = 4.0$):	2754.21 [N]	2978.23 [N]	+8.13
Sila otpora krila ($M = 4.0$):	383.56 [N]	380.29 [N]	-0.85
Finesa krila ($M = 1.4$):	8.51	9.024	+6.04
Finesa krila ($M = 2.3$):	7.53	8.242	+9.45
Finesa krila ($M = 4.0$):	7.18	7.831	+9.07
Deformacija pozicije 3 ($M = 1.4$):	0.02744 [m]	0.01785 [m]	-34.95
Deformacija pozicije 7 ($M = 1.4$):	0.02992 [m]	0.01788 [m]	-40.24
Deformacija pozicije 3 ($M = 2.3$):	0.02004 [m]	0.01389 [m]	-30.69
Deformacija pozicije 7 ($M = 2.3$):	0.02254 [m]	0.01826 [m]	-18.99
Deformacija pozicije 3 ($M = 4.0$):	0.01178 [m]	0.00862 [m]	-26.82
Deformacija pozicije 7 ($M = 4.0$):	0.01342 [m]	0.01211 [m]	-9.76
Centar potiska projektila ($M = 1.4$):	5.472 [m]	5.39 [m]	-1.49
Centar potiska projektila ($M = 2.3$):	4.702 [m]	4.72 [m]	+0.4
Centar potiska projektila ($M = 4.0$):	3.968 [m]	4.05 [m]	+2.07
Težište projektila:	3.70 [m]	3.70 [m]	0
Finesa projektila ($M = 1.4$):	1.74	1.778	+2.18
Finesa projektila ($M = 2.3$):	1.50	1.586	+5.73
Finesa projektila ($M = 4.0$):	1.60	1.691	+5.69

Dijagramom na slici 6.19 predstavljena su *Pareto* rešenja u funkciji *Mach*-ovih brojeva za aerodinamičko-strukturalnu optimizaciju – **C. Multipoint** rešenja su predstavljena u odnosu na dve funkcije cilja (finesa projektila-masa krila). Sa dijagrama se može uočiti zavisnost između aerodinamičke efikasnosti i mase, odnosno porastu prve odgovara porast druge izlazne veličine, i obrnuto. Slikom je prikazano svih 9993

kandidata koji zadovoljavaju obe funkcije cilja i sve funkcije ograničenja. Sama činjenica da je generisan ovoliki broj rešenja predstavlja poseban doprinos.



Slika 6.19. *Pareto frontovi u funkciji Mach-ovih brojeva za aerodinamičko-strukturalnu optimizaciju – C*

Dobrota predviđanja odziva standardnim polinomskim meta-modelom drugog reda je ostvarena na zadovoljavajućem nivou. Optimizacijom meta-modelima se nudi veoma veliki broj optimalnih rešenja, pri čemu je demonstriran kvalitetan odziv analiziranih nelinearnih fenomena, a sve to za više nego prihvatljiva vremena generisanja rešenja. Dakle, ovakav vid modeliranja prostora pretrage predstavlja veoma moćan i efikasan alat, te kao takav predstavlja smernice od izuzetnog značaja za buduće detaljnije i numerički zahtevnije faze projektovanja.

Glava 7

Zaključak i preporuke

Aktivnosti sprovedene izradom ove disertacije primarno su rezultirale modeliranjem monolitičkog multidisciplinarnog/optimizacionog okruženja, koje je u potpunosti automatizovano i bazirano na samo jednom multimodularnom komercijalnom softverskom paketu, u okviru kog je demonstrirano sprežanje modula za geometrijsko, numeričko, statističko i optimizaciono (metaheurističko) modeliranje sistema, a u cilju podizanja nivoa celokupnog procesa projektovanja, kako za naučno-istrživačku, tako i za praktičnu primenu u privredi, odnosno inženjersku praksu uopšte. Dakle, osnovni cilj ove doktorske teze predstavljao je kreiranje, verifikaciju, validaciju, kao i utvrđivanje numeričke efikasnosti monolitičkog, potpuno automatizovanog okruženja, kojim je sprovedeno numeričko modeliranje, analiza i multidisciplinarna/surogat optimizacija nad fenomenom statičke aeroelastičnosti, pri čemu je optimizacioni postupak definisan multikriterijumskim postavkama, a vođen genetskim NSGA-II algoritmom. Sprovedenom naučnom studijom razvijen je pouzdan, fleksibilan i precizan algoritam baziran na komercijalnom kodu, kojim je postignuta optimalna struktura, a koja bi sa aspekta sigurnosti tokom *multipoint* kritičnih režima eksploatacije bila veoma pouzdana, unapređenih performansi i sa minimiziranim troškovima razvojnog programa i logistike, kao i projektovanja uopšte.

Ovim istraživanjem je sprovedena numerička aerodinamičko-strukturalna optimizacija krila balističkog projektila kratkog dometa, čime je uspešno izvršena demonstracija kapaciteta predloženog algoritma sa multidisciplinarnim postavkama. Multikriterijumskom optimizacijom je ostvaren cilj za globalnim unapređivanjem performansi letelice, do nivoa kojim se ne remeti ili povećava sigurnost u fazi penjenja, dok su posredno ostvarene uštede na ekonomskom nivou, a što se ogleda u uštedama eksperimentalnih i numeričkih (hardverskih i vremenskih) resursa. Predloženim postupkom se doprinelo značajnom smanjenju broja eksperimentalnih ispitivanja, kao i analitičkih studija. Metodom meta-modeliranja prostora pretrage značajno se podigao broj mogućih optimalnih geometrija koje zadovoljavaju i ciljeve i ograničenja, a sa druge strane se, kao poseban doprinos, ostvarilo aerodinamičko-strukturalno unapređivanje inicijalne geometrije balističkog projektila, čime su se postojeće performanse podigle na viši nivo, a troškovi razvojnog programa značajno umanjili.

Rezultati sprovedenih eksperimenata primarno su se koristili za postupke verifikacije i validacije numeričkih proračuna i modela, čime je uspostavljeno okruženje visoke pouzdanosti, a u okviru kog je izvršeno jednosmerno (*1-way*) i dvosmerno (*2-way*) sprežanje aerodinamičkih i strukturalnih proračuna nad projektilom realnih dimenzija. Ostvarenim rezultatima nad balističkim projektilom postignuti su realni uslovi za potencijalni razvoj jednog takvog sistema, a sam razvojni program se bitno unapredio, jer sama eksperimentalna instalacija nije opremljena uređajima za monitoring aeroelastičnog ponašanja strukture, niti je u tom smislu integrisana, ni za takav vid ispitivanja predviđena, te kreiranje numeričkog okruženja koje bi omogućilo ovakav vid analize predstavlja značajan naučni i praktični doprinos pri spregnutom modeliranju ponašanja strukture izložene dejstvu fluida.

Kada je reč o ograničenim eksperimentalnim kapacitetima, potrebno je naglasiti da je upravo predloženom numeričkom multidisciplinarnom studijom, baziranoj na multikriterijumskoj optimizaciji, uspešno prevaziđen problem interferencije krila/telo projektila, koji je egzistirao kao krucijalni, jer se kao posledica istog javilo prevazilaženje nominalne vrednosti sile uzgona na krilu od $F = 3508$ [N]. Na taj način su, optimizacijom oblika, uočena kritična ponašanja strukture svedena na dopuštena, čime je obezbeđena visoka pouzdanost eksploatacije letelice kroz kritične režime u fazi

penjanja, a time su ponovo istaknute prednosti numeričkog modeliranja fenomena iz raznih oblasti mašinstva.

Da bi jedno ovakvo numeričko okruženje pouzdano predviđalo aerodinamičke i strukturalne odzive u domenu fenomena statičke aeroelastičnosti, bilo je neophodno sprovesti veoma zahtevne i brojne postupke verifikacije i validacije numeričkih postavki, a naspram raspoloživih eksperimentalnih i *benchmark* modela. Nakon utvrđivanja visoke pouzdanosti robusnih numeričkih aerodinamičkih i aerodinamičko-strukturalnih postavki, uspešno je sproveden postupak racionalizacije hardverskih/softverskih i vremenskih resursa, odnosno uspostavljena je numerička efikasnost sa veoma prihvatljivim vremenom i visokim kvalitetom predviđanja modeliranih odziva.

Iscrpnom verifikacijom i validacijom numeričke aerodinamike utvrđene su visoke performanse PB solvera sa *coupled* šemom i SST $k-\omega$ turbulentnog modela (za slučaj automatski aktiviranog tretmana u blizini zida N1G modela projektila) za vrednost bezdimenzione koordinate $y^+ \gg 1$, a za simulirane supersonične uslove eksploatacije pri malim napadnim uglovima. Generalno, potrebno je naglasiti da je za sve, ovim istrživanjem sprovedene aerodinamičke i multidisciplinarne studije, modeliranje turbulencije SST $k-\omega$ turbulentnim modelom ponudilo veoma visok nivo kvalitativnog i kvantitativnog predviđanja aerodinamičkih karakteristika. Prema tehničkim standardima, u odnosu na eksperimentalno generisane vrednosti aerodinamičkih koeficijenata, utvrđeno je veoma prihvatljivo odstupanje za vrednosti koje nudi PB solver, a pri niskoj rezoluciji proračunske mreže (2060325 elemenata, $y^+ \gg 1$) generisane oko N1G modela projektila, naspram robusnog DB solvera sa visokom rezolucijom proračunske mreže (9554702 elemenata, $y^+ \approx 1$), pri čemu je za silmulirane strujne oblasti PB solverom bilo neophodno u proseku 45 min (oko 250 iteracija) za postizanje konvergencije, a za šta je bilo neophodno alocirati oko 8 GB fizičke memorije, dok je DB solverom bilo neophodno u proseku 14 h (između 700 i 1000 iteracija), a za šta je bilo neophodno alocirati oko 35 GB fizičke memorije. Čak i pri istoj, finoj rezoluciji mreže proračunskog domena (9841948 elemenata, $y^+ \approx 1$), PB solver je demonstrirao višestruku superiornost, jer mu je za simulacije opstrujvanja AGARD-B modela po napadnom uglu bilo neophodno u proseku 1 h i 30 min za postizanje konvergencije (između 200 i 250 iteracija), dok je za iste simulacije izvršene

DB solverom bilo neophodno u proseku 7 h proračuna po napadnom uglu (između 700 i 1000 iteracija), pri čemu su PB solverom ponuđene vrednosti aerodinamičkih koeficijenata sa približno istom ili manjom greškom nego što je to ostvareno DB solverom, a u odnosu na eksperimentalne vrednosti, osim za kvantitativno predviđanje koeficijenta otpora za slučaj podzvučnog strujanja, mada uz odlično kvalitativno predviđanje trenda krive otpora za istu soničnu oblast. Razlog za drastično različitim vremenima proračuna treba tržiti u načinu implementacije solvera (detaljno obrazloženo glavom 4, poglavljem 4.1), što zahteva angažovanje naprednih tehnika za rukovođenje proračunima DB solverom, a što ga čini veoma nepodesnim za numeričko modeliranje interakcije na relaciji fluid-struktura tehnikom *closely* (kao i *fully*) sprežanja.

Nakon postupaka verifikacije i validacije numeričke aerodinamike, isti postupci su sprovedeni za numeričke proračune strukture konačnim elementima, za direktan (*direct*) solver i SOLID187 tetra-element. Osetljivost rezultata strukturalnih odziva je, kao što je to bio slučaj sa numeričkom aerodinamikom, ispitivana pri visokoj i niskoj rezoluciji proračunske mreže strukturalnog domena, čak je sprovedena i studija kojom je ispitivana osetljivost odziva strukture naspram različitih rezolucija mreže fluidnog domena, čime je direktno ispitivan kvalitet mapiranja i prenosa podataka u funkciji gustine mreže fluidnog domena. Preliminarnom studijom, kojom su ispitivani aerodinamičko-strukturalni odzivi krila tehnikom jednosmernog sprežanja, pri simuliranim supersoničnim uslovima strujanja oko celog modela projektila, sprovedenom DB solverom sa 9554702 elemenata i PB solverom sa 2060325 elemenata, utvrđena su veoma prihvatljiva odstupanja na relaciji ove dve numeričke postavke različite kompleksnosti, pri čemu je maksimalna razlika za proračunate deformacije iznosila 1.73 %. Dakle, jednosmerna (*I-way*) aerodinamičko-strukturalna analiza krila je pokazala da se za simulirane uslove nije javila bitna razlika u rezultatima u odnosu na rezoluciju mreže na globalnom nivou (za celo strujno polje oko modela projektila), odnosno da je za samo krilo demonstrirana veoma slaba osetljivost rezultata u odnosu na globalnu promenu rezolucije proračunske mreže fluidnog domena, a što za buduće aerodinamičko-strukturalne simulacije nad projektilom, sa aspekta numeričke efikasnosti i tačnosti, preporučuje aerodinamičku postavku definisanu PB solverom sa 2060325 elemenata.

Osetljivost rezultata aerodinamičkih simulacija PB solverom, u funkciji ostvarenih rezolucija mreže fluidnog domena, sprovedena je i lokalno, simulirajući srtujanje samo oko krila projektila. Lokalno sprovedenom studijom proračunski domen oko krila modeliran je sa 6330800 i 368532 elemenata, dok je za postizanje konvergencije bilo neophodno 60 min i 3.5 min, redosledno, pri čemu je procentualno odstupanje u rezultatima generisanim numeričkim postavkama različite kompleksnosti iznosilo 0.19 % za silu uzgona, 1.67 % za silu otpora i 1.50 % za finesu, čime se jasno sugerše da je diskretizacija ostvarena sa 368532 elemenata i više nego numerički efikasna. Na taj način, ovim postupkom je direktno verifikovana globalna diskretizacija strujnog polja oko projektila modelirana sa 2060325 elemenata.

Za usvojene numeričke postavke aerodinamičkih proračuna, poslednji i najbitniji korak predstavljao je ispitivanje osetljivosti aerodinamičko-strukturalnih odziva za analize definisane tehnikom dvosmernog sprežanja (*2-way*), a kojom je opisano realno ponašanje strukture krila u ustaljenom režimu. Osetljivost rezultata strukturalnih odziva, za sprežanje proračunskih domena sprovedeno *closely* tehnikom, ispitana je za dve rezolucije mreže strukturalnog domena, definisane sa 1089910 čvorova i 102012 čvorova, a sa potrebnim vremenima proračuna koja iznose 25 h i 19 min, redosledno. Rezlike u rezultatima na relaciji dve diskretizacije su zanemarljive (do 0.79 %), dok numerički efikasnija diskretizacija, definisana sa 102012 čvorova, nudi deformacije krila koje se u odnosu na eksperimentalne razlikuju za 4.77 %, na poziciji 3, odnosno 10.6 %, na poziciji 7, a koja su opravdana grubom aproksimacijom veze krila/telo projektila. Odstupanje u odnosu na nominalnu, metodom panela proračunatu silu uzgona iznosilo je 2.85 %, a čime se nedvosmisleno sugerše na veoma kvalitetnu numeričku postavku za aerodinamičko-strukturalna predviđanja.

Sprovedenim studijama izvršena je procena odstupanja, a na osnovu izvedenih zaključaka usvojeno je optimalno podešavanje numeričkih proračuna. Drugim rečima, izvršeno je modeliranje optimalnog vremena proračuna, ali sa podjednako kvalitetnim procesom mapiranja i prenosa podataka, kao i veoma pouzdanim predviđanjem ponašanja strukture. Takođe, rezultati izvedeni na osnovu eksperimentalnih i numeričkih analiza pokazali su odlična međusobna poklapanja. Izračunata maksimalna deformacija se javila na istoj poziciji (davač 7) i sa prihvatljivom greškom u odnosu na eksperimentalno generisane vrednosti, dok su numerička predviđanja aerodinamičkih

koeficijenta (sila) kvantitativno i kvalitativno u saglasnosti sa eksperimentalnim vrednostima. Aerodinamičko-strukturalne simulacije, sa pripadajućim diskretizacijama od 2060325 elemenata za fluidni domen i 102012 čvorova za strukturalni domen, predstavljaju numerički efikasne postavke kojima su se sa visokim stepenom pouzdanosti sprovodile multidisciplinarne analize u postupku optimizacije (generisanje numeričkih eksperimenata i verifikacije aproksimativnih odziva). Numerički proračuni aeroelastičnog ponašanja projektila su konzumirali oko 18.5 GB RAM po *Mach*-ovom broju, dok je za vremensko izvršavanje svake od simulacija bilo neophodno oko 60 minuta, a što za uspostavljen visok stepen pouzdanosti predstavlja značajan doprinos sveukupnoj efikasnosti i uštedama. To znači da je za *multipoint* proračun aerodinamičko-strukturalnih odziva projektila, u zavisnosti od simulirane geometrije, potrebno oko 180 minuta.

Kao poslednja i uspešno sprovedena verifikacija predviđanja rezultata kreiranim aerodinamičko-strukturalnim okruženjem, kojim su sprovedene simulacije statičke aeroelastičnosti, ostvarena je naspram *benchmark* modela AGARD 445.6 krila, čime je demonstriran visok stepen pouzdanosti predviđanja rezultata multidisciplinarnog postavke u okviru predloženog algoritma.

Multikriterijumska optimizacija krila, kojom se težilo unapređivanju globalnih aerodinamičkih i strukturalnih karakteristika projektila, sprovedena je sukcesivno, kroz četiri faze optimizacije, čime je sproveden postupak traganja za optimizacionom postavkom kojom su se postigle najbolje performanse balističkog projektila, a pri ispoštovanim strogim kriterijumima ograničenja. Ova postavka predstavlja značajan doprinos poboljšanju dometa (fine) balističkog projektila za analizirane *multipoint* režime eksploatacije, čime su kritični strukturalni odzivi svedeni na dopuštene, a projektilu obezbeđena visoka pouzdanost eksploatacije kroz kritične režime u fazi penjanja.

Ovim istraživanjem je verifikovana potreba za multidisciplinarnim i *multipoint* analizama, a koje predstavljaju jedini realan scenario, kao i jedini relevantan skup odziva generisan sprovedenim analizama. Takođe, ovim istraživanjem je verifikovana i potreba za angažovanjem meta-modela u postupcima kompleksnog modeliranja prostora pretrage, pogotovo ako su odzivi u funkciji velikog broja ulaznih parametara. U takvim okolnostima direktna optimizacija zahteva veoma moćne kompjuterske platforme.

Optimizacijom baziranom na meta-modeliranju se nudi veoma veliki broj optimalnih rešenja, pri čemu je demonstriran kvalitetan odziv analiziranih nelinearnih fenomena, a sve to za više nego prihvatljiva vremena generisanja optimalnih rešenja. Dakle, ovakav vid modeliranja prostora pretrage, u kombinaciji sa genetskim algoritmima, predstavlja veoma moćan i efikasan alat kojim se značajno doprinosi efikasnom i pouzdanom projektovanju u nauci i privredi.

Preporučenim numeričkim algoritmom se mogu značajno unaprediti brojne empirijske, semi-empirijske i analitičke optimizacione studije nad projektilima, koje su publikovane od strane mnogih autora, a što predstavlja svojevrsni hibridni pristup pri multidisciplinarnim studijama u raketo-industriji. Kao što je to ovom tezom demonstrirano, lokalno se veoma efikasno i precizno mogu modelirati fenomeni, kao i kritične pojave u okviru istih, a može se na istom nivou izvršiti verifikacija doprinosa i odziva u određenim fazama eksploatacije projektila.

Radom na ovoj disertaciji, a na osnovu postignutih rezultata, pojavilo se dosta prostora za budući nučno-istraživački rad. Na prvom mestu, potrebno je multidisciplinarne simulacije proširiti studijama nad nestacionarnim fenomenima aeroelastičnosti, kao što je flater, te sa tog aspekta proveriti i unaprediti postojeće geometrije ili predložiti nove. Modeliranje prostora pretrage meta-modelima se može dodatno unaprediti angažovanjem drugih aproksimativnih modela, a kojima bi se postiglo kvalitetnije fitovanje odziva. Prethodno, mogu se angažovati drugi dostupni koncepti za kalibrisanje odzivnih površi, odnosno koncepti uzorkovanja numeričkih eksperimenata, što može ponuditi bolje uređenje prostora ulaznih parametara, te posledično i kvalitetnije odzive. Optimizacioni postupci mogu se voditi i nekim drugim dostupnim genetskim algoritmom, a mogće je učiniti iskorak i lokalno angažovati dostupne gradijentne postupke nad globalno unapređenim geometrijama, a čime bi se postignutom hibridnom optimizacijom dodatno doprinelo poboljšanju aerodinamičko-strukturalnih odziva i karakteristika. Dodatno se mogu sprovesti multidisciplinarne optimizacione studije i nad geometrijom tela balističkog projektila, čime bi se značajno umanjila masa, a sa već ostvarenim aerodinamičkim poboljšanjima dodatno uvećao domet projektila. Poseban doprinos aerodinamičkim karakteristikama bi predstavljala optimizacija oblika nosa, koja može da egzistira i kao jednociljna aerodinamička optimizacija. U prilog optimizaciji aerodinamičkog oblika nosa, postupak optimizacije

će se proširiti upošljavanjem adjungovanog solvera dostupnog u vidu *addon* modula u okviru FLUENT-a, podržan tehnikom morfiranja (oblikovanja) proračunske mreže. Takođe, nad optimalnom strukturom generisanom aerodinamičkom postavkom moguće je sprovesti studiju nad materijalom krila, a time predložiti kompozitna struktura, što se takođe može primeniti i na multidisciplinarni postupak optimizacije. Dodatno se mogu unaprediti numeričke postavke za aerodinamičke i strukturalne proračune, angažovanjem drugih dostupnih modela, šema, prostornih diskretizacija, tehnika pomeranja/deformacije proračunske mreže, elemenata, kao i uvođenje neke od tehnika parametризacije zakrivljenih površi. Zarad realnije reprezentacije stvarnog stanja pod opterećenjem, izvršiće se vernije modeliranje veze krila/telo projektila.

Kao najbitniji zaključak, smernicu i preporuku za buduće naučno-istraživačke i praktične studije, trebalo bi istaći fleksibilnost predloženog algoritma, a kojim je uz minimalna prilagođavanja moguće analizirati fenomene i sisteme koji pripadaju nekim drugim naučnim oblastima iz polja mašinstva, kao i tehničkih nauka uopšte. Problematika koja je obuhvaćena ovom disertacijom je aktuelna i značajna u sledećim oblastima primene:

- Vazduhoplovstvo - simuliranje ili numeričko modeliranje stacionarnih i nestacionarnih fenomena aeroelastičnosti uzgonskih površina i noseće strukture letelica, simuliranje ili numeričko modeliranje stacionarne i nestacionarne aerodinamike letelica, simuliranje ili numeričko modeliranje statičkih i dinamičkih odziva strukture letelica, aerodinamička i multidisciplinarna optimizacija uzgonskih površina i noseće strukture letelica, procena i unapređivanje dometa balističkih projektila, ili projektila uopšte;
- Energija vetra - simuliranje ili numeričko modeliranje stacionarnih i nestacionarnih fenomena aeroelastičnosti lopatica vetrogeneratora, simuliranje ili numeričko modeliranje stacionarne i nestacionarne aerodinamike lopatica vetrogeneratora ili celog sistema, simuliranje ili numeričko modeliranje statičkih i dinamičkih odziva strukture lopatica vetrogeneratora ili celog sistema, aerodinamička i multidisciplinarna optimizacija lopatica vetrogeneratora, numeričko modeliranje i predviđanje strukturalnih odziva mernih stubova za karakterizaciju vetra usled stacionarnog i nestacionarnog uticaja vetra, kao i

optimizacija komponenti pomenutog sistema „čelična užad/rešetkasta konstrukcija”;

- Eksperimentalna aerodinamika, eksperimentalna čvrstoća, eksperimentalna aeroelastičnost - verifikacija i validacija eksperimentalnih i numeričkih postavki; kao i sve gore detaljno navedene studije, uz određena prilagođavanja, primenjene u oblastima brodogradnje (hidrodinamika, interakcija fluid-struktura), automobilske industrije (aerodinamika), mostogradnje (aeroelastičnost), visokogradnje (aerodinamika) i dr.

Bibliografija

- [1] W. Wendland, M. Efendiev, Analysis and Simulation of Multifield Problems, Springer, 2003.
- [2] J. Ballmann (Editor), Flow Modulation and Fluid-Structure Interaction at Airplane wings: Research results of the collaborative research center SFB 401 at RWTH Aachen, University of Technology, Aachen, Germany, 2003.
- [3] Y. Bazilevs, K. Takizawa, T. E. Tezduyar, Computational Fluid-Structure Interaction: Methods and applications, John Wiley & Sons Ltd., 2013.
- [4] H. J. Bungartz, M. Schäfer (Editors), Fluid-Structure Interaction: Modelling, Simulation, Optimisation, Springer, 2006.
- [5] H. J. Bungartz, M. Mehl, M. Schäfer (Editors), Fluid Structure Interaction II: Modelling, Simulation, Optimisation, Springer, 2010.
- [6] W. Haase, V. Selmin, B. Winzell (Editors), Progress in Computational Flow-Structure Interaction: Results of the Project UNSI supported by the European Union 1998-2000, Springer, 2003.
- [7] S. Heinze, Aeroelastic concepts for flexible aircraft structures, Ph.D. thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden (2007).
- [8] R. Kamakoti, Computational aeroelasticity using a pressure-based solver, Ph.D. thesis, University of Florida, Gainesville, United States, (2004).
- [9] J. R. Wright, J. E. Cooper, Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads, John Wiley & Sons Ltd., 2007.
- [10] W. L. Oberkampf, C. J. Roy, Verification and Validation in Scientific Computing, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2010.

- [11] W. L. Oberkampf, T. G. Trucano, Verification and validation in computational fluid dynamics, *Progress in Aerospace Sciences* 38 (2002) 209-272.
- [12] J. S. Arora, *Optimization of Structural and Mechanical Systems*, World Scientific, 2007.
- [13] J. B. Vos, A. Rizzi, D. Darracq, E. H. Hirschel, Navier-Stokes solvers in European aircraft design, *Progress in Aerospace Sciences* 38 (2002) 601-697.
- [14] D. M. Schuster, D. D. Liu, L. J. Huttshell, Computational Aeroelasticity: Success, Progress, Challenge, *Journal of Aircraft* 40 (5) (2003) 843-856.
- [15] Y. Lian, A. Oyama, M. S. Liou, Progress in design optimization using evolutionary algorithms for aerodynamic problems, *Progress in Aerospace Sciences* 46 (2010) 199-223.
- [16] A. I. J. Forrester, A. J. Keane, Recent advances in surrogate-based optimization, *Progress in Aerospace Sciences* 45 (2009) 50-79.
- [17] X. S. Yang, S. Koziel, L. Leifsson, Computational Optimization, Modelling and Simulation: Past, Present and Future, *Procedia Computer Science* 29 (2014) 754-758.
- [18] A. T. Nguyen, S. Reiter, P. Rigo, A review on simulation-based optimization methods applied to building performance analysis, *Applied Energy* 113 (2014) 1043-1058.
- [19] A. Zhou, B. Y. Qu, H. Li, S. Z. Zhao, P. N. Suganthan, Q. Zhang, Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art, *Swarm and Evolutionary Computation* 1 (2011) 32-49.
- [20] G. S. Dulikravich, T. J. Martin, M. J. Colaço, E. J. Inçlan, Automatic Switching Algorithms in Hybrid Single-Objective Optimization, *FME Transactions* 41 (3) (2014) 167-179.

- [21] G. N. Vanderplaats, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design With Applications, McGraw-Hill, 1984.
- [22] R. M. Hicks, P. A. Henne, Wing Design by Numerical Optimization, *Journal of Aircraft* 15 (7) (1978) 407-412.
- [23] D. Sasaki, S. Obayashi, K. Nakahashi, Navier-Stokes Optimization of Supersonic Wings with Four Objectives Using Evolutionary Algorithm, *Journal of Aircraft* 39 (4) (2002) 621-629.
- [24] M. Nemec, D. W. Zingg, T. H. Pulliam, Multipoint and Multi-Objective Aerodynamic Shape Optimization, *AIAA Journal* 42 (6) (2004) 1057-1065.
- [25] M. Nemec, W. D. Zingg, Newton-Krylov Algorithm for Aerodynamic Design Using the Navier-Stokes Equations, *AIAA Journal* 40 (6) (2002) 1146-1154.
- [26] L. T. Holst, H. T. Pulliam, Aerodynamic Shape Optimization Using a Real-Number-Encoded Genetic Algorithm, AIAA Paper 2001-2473, Proceedings of The 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Anaheim, CA, 11-14 June 2001.
- [27] T. M. Leung, D. W. Zingg, Single- and Multi-Point Aerodynamic Shape Optimization Using A Parallel Newton-Krylov Approach, AIAA Paper 2009-3803, Proceedings of The 19th AIAA Computational Fluid Dynamics, San Antonio, Texas, 22-25 June 2009.
- [28] C. C. D. Ronco, R. Ponza, E. Benini, Aerodynamic shape optimization of aircraft components using an advanced multi-objective evolutionary approach, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 285 (2015) 255-290.
- [29] C. C. D. Ronco, R. Ponza, E. Benini, Aerodynamic Shape Optimization in Aeronautics: A Fast and Effective Multi-Objective Approach, *Archives of Computational Methods in Engineering* 21 (2014) 189-271.
- [30] M. J. Smith, D. M. Schuster, L. Huttshell, B. Buxton, Development of an Euler/Navier-Stokes aeroelastic method for three-dimensional vehicles with

- multiple flexible surfaces, AIAA Paper 96-1513, Proceedings of The 37th structure, structural dynamics and materials conference, Salt Lake City, UT, 15-17 April 1996, pp. 1733-1746, On CD.
- [31] M. J. Smith, C. E. S. Cesnik, D. H. Hodges, K. J. Moran, An evaluation of computational algorithms to interface between CFD and CSD methodologies, AIAA Paper 96-1400, Proceedings of The 37th structure, structural dynamics and materials conference, Salt Lake City, UT, 15-17 April 1996, pp. 745-755, On CD.
 - [32] M. J. Smith, D. H. Hodges, C. E. S. Cesnik, Evaluation of computational Algorithms Suitable for Fluid-Structure Interactions, *Journal of Aircraft* 37 (2) (2000) 282-294.
 - [33] J. M. Siegel Jr., V. Parthasarathy, G. M. Kingsley, P. J. Dionne, V. J. Harrand, Application of a Multi-Disciplinary Computing Environment (MDICE) for loosely coupled fluid-structural analysis, AIAA Paper 98-4865, Proceedings of The 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, St. Louis, MO, U.S.A., 2-4 September 1998.
 - [34] M. Love, T. De La Garza, E. Charlton, D. Egle, Computational Aeroelasticity in High Performance Aircraft Flight Loads, ICAS Paper 2000-4.8.1., Proceedings of The 22nd Congress of International Council of the Aeronautical Sciences, Harrogate, UK, 28th August - 1st September 2000.
 - [35] X. Zhao, Y. Zhu, S. Zhang, Transonic wing flutter predictions by a loosely-coupled method, *Computers & Fluids* 58 (2012) 45-62.
 - [36] B. B. Prananta, J. J. Meijer, J. van Muijden, Static aeroelastic simulation using CFD, comparison with linear method, NLR-TP-2003-530.
 - [37] B. B. Prananta, J. J. Meijer, Transonic static aeroelastic simulations of fighter aircraft, NLR-TP-2003-187.
 - [38] B. Sümer, M. A. Akgün, I. H. Tuncer, A Computational Static Aeroelastic Analysis Procedure for Aircraft Wings, AIAC-2005-085, Proceedings of The 3rd Ankara International Aerospace Conference, Ankara, Turkey, 22-25 August 2005.

- [39] D. M. Schuster, J. Vadyak, E. Atta, Static Aeroelastic Analysis of Fighter Aircraft Using a Three-Dimensional Navier-Stokes Algorithm, *Journal of Aircraft* 27 (9) (1990) 820-825.
- [40] B. A. Robinson, J. T. Batina, H. T. Y. Yang, Aeroelastic Analysis of Wings Using the Euler Equations with a Deforming Mesh, *Journal of Aircraft* 28 (11) (1991) 781-788.
- [41] E. M. Lee-Rausch, J. T. Batina, Calculation of AGARD Wing 445.6 Flutter Using Navier-Stokes Aerodynamics, AIAA Paper 93-3476, Proceedings of The AIAA 11th Applied Aerodynamics Conference, Monterey, California, 9-11 August 1993.
- [42] E. M. Lee-Rausch, J. T. Batina, Wing Flutter Boundary Prediction Using Unsteady Aerodynamic Method, *Journal of Aircraft* 32 (2) (1995) 416-422.
- [43] E. M. Lee-Rausch, J. T. Batina, Wing Flutter Computations Using an Aerodynamic Model Based on the Navier-Stokes Equations, *Journal of Aircraft* 33 (6) (1996) 1139-1147.
- [44] M. Kuntz, F. R. Menter, Simulation of Fluid–Structure Interactions in Aeronautical Applications, Proceedings of The European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland, 24-28 July 2004, pp. 133-144.
- [45] L. Cavagna, G. Quaranta, P. Mantegazza, E. Merlo, D. Marchetti, M. Martegani, Preliminary Assessment of the Complete Aeroelastic Simulation of the M-346 in Transonic Condition with a CFD Navier-Stokes Solver, *Aerotecnica Missili & Spazio* 3 (84) (2005) 115-127.
- [46] E. Başkut, A. Akgül, Development of a Coupling Procedure for Static Aeroelastic Analyses, *Scientific Technical Review* 61 (3-4) (2011) 39-48.
- [47] G. P. Guruswamy, C. Byun, Direct Coupling of Euler Flow Equations with Plate Finite Element Structures, *AIAA Journal* 33 (2) (1995) 375-377.

- [48] J. Cai, F. Liu, H. M. Tsai, A. S. F. Wong, Static Aero-elastic Computation with a Coupled CFD and CSD Method, AIAA Paper 01-0717, Proceedings of The 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, 8-11 January 2001.
- [49] H. M. Tsai, B. Dong, K. M. Lee, The development and validation of a three-dimensional multiblock, multigrid flow solver for external and internal flows, AIAA Paper 96-0171, Proceedings of The 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, 15-18 January 1996, On CD.
- [50] F. Liu, J. Cai, Y. Zhu, H. M. Tsai, A. S. F. Wong, Calculation of Wing Flutter by a Coupled Fluid-Structure Method, Journal of Aircraft 38 (2) (2001) 334-342.
- [51] X. Chen, G. C. Zha, M.-T. Yang, Numerical simulation of 3-D wing flutter with fully coupled fluid-structural interaction, Computers & Fluids 36 (2007) 856-867.
- [52] R. J. Balling, J. Sobieszczanski-Sobieski, Optimization of Coupled Systems: Critical Overview of Approaches, NASA Contractor Report 195019, ICASE Report No. 94-100, (1994).
- [53] J. Sobieszczanski-Sobieski, R. T. Haftka, Multidisciplinary aerospace design optimization - Survey of recent developments, AIAA Paper 96-0711, Proceedings of The AIAA 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 15-18 January 1996, On CD.
- [54] S. Kodiyalam, Evaluation of Methods for Multidisciplinary Design Optimization (MDO), Phase I, NASA Contractor Report, NASA/CR-1998-208716, (1998).
- [55] S. Kodiyalam, C. Yuan, Evaluation of Methods for Multidisciplinary Design Optimization (MDO), Part II, NASA Contractor Report, NASA/CR-2000-210313, (2000).
- [56] S. Kodiyalam, J. Sobieszczanski-Sobieski, Multidisciplinary Design Optimization - Some Formal Methods, Framework Requirements, and Application to Vehicle Design, International Journal of Vehicle Design (Special Issue) (2001) 3-22.

- [57] K. Maute, M. Nikbay, C. Farhat, Coupled Analytical Sensitivity Analysis and Optimization of Three-Dimensional Nonlinear Aeroelastic Systems. *AIAA Journal* 11 (39) (2001) 2051-2061.
- [58] M. Nikbay, Coupled Sensitivity Analysis by Discrete-Analytical Direct and Adjoint Methods with Applications to Aeroelastic Optimization and Sonic Boom Minimization, Ph.D. thesis, University of Colorado at Boulder, Boulder, CO (2002).
- [59] K. Maute, M. Nikbay, C. Farhat, Sensitivity Analysis and Design Optimization of Three-Dimensional Nonlinear Aeroelastic Systems by the Adjoint Method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 56 (6) (2003) 911-933.
- [60] J. R. R. A. Martins, J. J. Alonso, J. J. Reuther, High-Fidelity Aerostructural Design Optimization of a Supersonic Business Jet, *Journal of Aircraft* 41 (3) (2004) 523-530.
- [61] J. R. R. A. Martins, J. J. Alonso, J. J. Reuther, A Coupled-Adjoint Sensitivity Analysis Method for High-Fidelity Aero-Structural Design, *Optimization and Engineering* 6 (2005) 33-62.
- [62] J. J. Reuther, A. Jameson, J. J. Alonso, M. J. Rimlinger, D. Saunders, Constrained Multipoint Aerodynamic Shape Optimization Using an Adjoint Formulation and Parallel Computers, Part 1, *Journal of Aircraft* 36 (1) (1999) 51-60.
- [63] Y. Kim, Y. H. Jeon, D. H. Lee, Multi-Objective and Multidisciplinary Design Optimization of Supersonic Fighter Wing, *Journal of Aircraft* 43 (3) (2006) 817-824.
- [64] A. Fazzolari, N. R. Gauger, J. Brezillon, Efficient aerodynamic shape optimization in MDO context, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 203 (2007) 548-560.

- [65] M. Barcelos, K. Maute, Aeroelastic design optimization for laminar and turbulent flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 197 (2008) 1813-1832.
- [66] C. Farhat, M. Lesoinne, P. LeTallec, Load and motion transfer algorithms for fluid/structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: Momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 157 (1998) 95-114.
- [67] C. Jing, T. Shuo, Research on integrated optimization design of hypersonic cruise vehicle, *Aerospace Science and Technology* 12 (7) (2008) 567-572.
- [68] J. Che, S. Tang, The application of multi-objective genetic algorithms in airframe/scramjet integrated design of hypersonic cruise vehicle, *Proceedings of The Sino-Russian Conference on Aerospace Technology*, Xi'an, China, 2006, pp. 454-459.
- [69] M. Nikbay, L. Öncü, A. Aysan, A Multi-disciplinary Code Coupling Approach for Analysis and Optimization of Aeroelastic Systems, *AIAA Paper 2008-5876*, *Proceedings of The 12th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Victoria, British Columbia Canada, 10-12 September 2008.
- [70] M. Nikbay, L. Öncü, A. Aysan, Multidisciplinary Code Coupling for Analysis and Optimization of Aeroelastic Systems, *Journal of Aircraft* 46 (6) (2009) 1938-1944.
- [71] M. Nikbay, P. Acar, Integrating Analytical Aeroelastic Instability Analysis into Design Optimization of Aircraft Wing Structures, *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics* 1 (2) (2011) 237-253.
- [72] F. Mastroddi, M. Tozzi, V. Capannolo, On the use of geometry design variables in the MDO analysis of wing structures with aeroelastic constraints on stability and response, *Aerospace Science and Technology* 15 (3) (2011) 196-206.

- [73] F. Mastroddi, S. Gemma, Analysis of Pareto frontiers for multidisciplinary design optimization of aircraft, *Aerospace Science and Technology* 28 (1) (2013) 40-55.
- [74] I. Ghazlane, G. Carrier, A. Dumont, M. Marcelet, J. A. Désidéri, Aerostructural optimization with the adjoint method, *Proceedings of The CIRA. EUROGEN 2011*, Capua, Italy, September 2011.
- [75] T. F. Wunderlich, Multidisciplinary wing optimization of commercial aircraft with consideration of static aeroelasticity, *CEAS Aeronautical Journal* 6 (3) (2015) 407-427.
- [76] J. A. Nelder, R. Mead, A simplex Method for Function Minimization, *The Computer Journal* 7 (4) (1965) 308-313.
- [77] S. Hosder, L. T. Watson, B. Grossman, W. H. Mason, H. Kim, R. T. Haftka, S. E. Cox, Polynomial Response Surface Approximations for the Multidisciplinary Design Optimization of a High Speed Civil Transport, *Optimization and Engineering* 2 (2001) 431-452.
- [78] R. F. Coelho, P. Breitkopf, C. Knopf-Lenoir, Reduced Models for Coupled Aerodynamic and Structural Optimization of a Flexible Wing, *Proceedings of The EngOpt 2008 - International Conference on Engineering Optimization*, Rio de Janeiro, Brazil, 01-05 June 2008.
- [79] R. F. Coelho, P. Breitkopf, C. Knopf-Lenoir, P. Villon, Bi-level model reduction for coupled problems, Application to a 3D wing, *Structural and Multidisciplinary Optimization* 39 (4) (2009) 401-418.
- [80] C. Park, C. Y. Joh, Y. S. Kim, Multidisciplinary design optimization of a structurally nonlinear aircraft wing via parametric modeling, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing* 2 (10) (2009) 87-96.
- [81] H. Tianyuan, Y. Xiongqing, Aerodynamic/Stealthy/Structural Multidisciplinary Design Optimization of Unmanned Combat Air Vehicle, *Chinese Journal of Aeronautics* 22 (2009) 380-386.

- [82] H. H. Khodaparast, J. E. Mottershead, K. J. Badcock, Propagation of structural uncertainty to linear aeroelastic stability, *Computers and Structures* 88 (2010) 223-236.
- [83] R. P. Liem, G. K. W. Kenway, J. R. R. A. Martins, Multi-point, multi-mission, high-fidelity aerostructural optimization of a long-range aircraft configuration, AIAA Paper 2012-5706, Proceedings of The 12th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference and 14th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Indianapolis, Indiana, 17-19 September 2012.
- [84] D. J. Lesieutre, M. F. E. Dillenius, and T. O. Lesieutre, Multidisciplinary Design Optimization of Missile Configurations and Fin Planforms for Improved Performance, AIAA Paper 98-4890, Proceedings of The 7th Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, St. Louis, MO, 2-4 September 1998.
- [85] M. J. D. Powell, An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables Without Calculating Derivatives, *Computation Journal* 7 (1964) 155-162.
- [86] Q. Zeeshan, D. Yunfeng, S. Ghumman, A. F. Rafique, A. Kamran, Support Vector Regression-driven Multidisciplinary Design Optimization of Multistage Ground Based Interceptor, AIAA Paper 2009-6238, Proceedings of The AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, Chicago, Illinois, 10-13 August 2009.
- [87] Ç. Tanıl, B. E. Platin, G. Mahmutyazıcıoğlu, External Configuration Optimization of Missiles in Conceptual Design, AIAA Paper 2009-5719, Proceedings of The AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Chicago, Illinois, 10-13 August 2009.
- [88] Y. R. Yang, S. K. Jung, T. H. Cho, R. S. Myong, An Aerodynamic Shape Optimization Study to Maximize the Range of a Guided Missile, AIAA Paper 2010-4240, Proceedings of The 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Chicago, Illinois, 28th June - 1st July 2010.

- [89] D. Lisk, T. Robinson, D. Robinson, Multi-Objective Optimization of Supersonic Projectiles Multi-Objective Optimization of Supersonic Projectiles, AIAA Paper 2010-1500, Proceedings of The 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida, 4-7 January 2010.
- [90] J. D. Dyer, R. J. Hartfield, G. V. Dozier, J. E. Burkhalter, Aerospace design optimization using a steady state real-coded genetic algorithm, Applied Mathematics and Computation 218 (2012) 4710-4730.
- [91] J. M. Badyrka, R. J. Hartfield, R. M. Jenkins, Aerospace design optimization using a compound repulsive particle swarm, Applied Mathematics and Computation 219 (2013) 8311-8331.
- [92] R. J. Hartfield, R. M. Jenkins, J. E. Burkhalter, Genetic Algorithm Design Results for a Ramjet Powered Missile, AIAA Paper 2004-6551, Proceedings of The AIAA 1st Intelligent Systems Technical Conference, Chicago, Illinois, 20-22 September 2004.
- [93] D. B. Riddle, R. J. Hartfield, J. E. Burkhalter, R. M. Jenkins, Genetic Algorithm Optimization of Liquid Propellant Missile Systems, AIAA Paper 2007-362, Proceedings of The 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 8-11 January 2007.
- [94] D. B. Riddle, R. J. Hartfield, J. E. Burkhalter, R. M. Jenkins, Genetic-Algorithm Optimization of Liquid-Propellant Missile Systems, Journal of Spacecraft and Rockets 46 (1) (2009) 151-159.
- [95] K. Deb, Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms, John Wiley & Sons Ltd., 2001.
- [96] J. H. Holland, Adaptation in Natural and Artificial Systems, University of Michigan Press, 1975.
- [97] D. E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

- [98] C. A. C. Coello, G. B. Lamont, D. A. V. Veldhuizen, Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems, Second Edition, Springer, 2007.
- [99] M. Iglesias, B. Naudts, A. Verschoren, C. Vidal, Foundations of Generic Optimization, Springer, 2005.
- [100] A. Bengin, Aerodinamička optimizacija krajeva krila metodom genetskog algoritma, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, Beograd, Srbija (2004).
- [101] B. G. Marinus, Multidisciplinary Optimization of Aircraft Propeller Blades, Ph.D. thesis, Royal Military Academy/von Karman Institute for Fluid Dynamics, Universite de Lyon, (2011).
- [102] C. M. M. da Fonseca, Multiobjective Genetic Algorithms with Application to Control Engineering Problems, Ph.D. thesis, The University of Sheffield, (1995).
- [103] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, T. Meyarivan, A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II, IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6 (2) (2002) 182-197.
- [104] K. Deb, S. Tiwari, Omni-optimizer: A generic evolutionary algorithm for single and multi-objective optimization, European Journal of Operational Research 185 (2008) 1062-1087.
- [105] K. Deb, An efficient constraint handling method for genetic algorithms, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 186 (2000) 311-338.
- [106] P. K. Shukla, K. Deb, On finding multiple Pareto-optimal solutions using classical and evolutionary generating methods, European Journal of Operational Research 181 (2007) 1630-1652.
- [107] K. Deb, T. Goel, Controlled Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithms for Better Convergence, Proceedings of The 1st International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO-2001), Zurich, Switzerland, 7-9 March 2001.

- [108] N. Srinivas, K. Deb, Multi-objective function optimization using non-dominated sorting genetic algorithms, *Evolutionary Computation Journal* 2 (3) (1994) 221-248.
- [109] Design Exploration User's Guide, Release 15.0, ANSYS, Inc., November 2013.
- [110] L. W. Friedman, *The Simulation Metamodel*, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [111] Lj. Petrović, *Teorija uzoraka i planiranje eksperimenata*, Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2007.
- [112] A. I. J. Forrester, A. Sóbester, A. J. Keane, *Engineering Design via Surrogate Modelling*, John Wiley & Sons Ltd., 2008.
- [113] R. H. Myers, D. C. Montgomery, C. M. Anderson-Cook, *Response surface methodology, Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- [114] A. I. Khuri (Editor), *Response surface methodology and related topics*, World Scientific Publishing, 2006.
- [115] Lj. Petrović, *Teorijska statistika, teorija statističkog zaključivanja*, Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2006.
- [116] M. Žižić, M. Lovrić, D. Pavličić, *Metodi statističke analize*, Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2007.
- [117] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, Pearson Education Limited, 2007.
- [118] ANSYS Fluent Theory Guide, Release 15.0, ANSYS, Inc., November 2013.
- [119] J. H. Ferziger, M. Perić, *Computationam Methods for Fluid Dynamics*, Springer, 2002.
- [120] J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*, Elsevier, 2001.

- [121] J. Roskam, C. T. E. Lan, Airplane Aerodynamics and Performance, DARcorporation, 1997.
- [122] ANSYS Fluent User's Guide, Release 15.0, ANSYS, Inc., November 2013.
- [123] F. R. Menter, Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, AIAA Journal 32 (8) (1994) 1598-1605.
- [124] F. R. Menter, Improved Two-Equation k - ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows, NASA Technical Memorandum, NASA-TM-103975, (1992).
- [125] F. R. Menter, M. Kuntz, R. Langtry, Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model, in K. Hanjalić, Y. Nagano, M. Tummers (Editors), Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, Begell House, Inc., 2003.
- [126] F. R. Menter, Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective, International Journal of Computational Fluid Dynamics 23 (4) (2009) 305-316.
- [127] F. Menter, J. C. Ferreira, T. Esch, B. Konno, The SST Turbulence Model with Improved Wall Treatment for Heat Transfer Predictions in Gas Turbines, Proceedings of the International Gas Turbine Congress, Tokyo, Japan, 2-7 November 2003.
- [128] M. Sijerčić, Matematičko modeliranje kompleksnih turbulentnih transportnih procesa, Jugoslovensko društvo termičara, Institut za nuklearne nauke „Vinča”, 1998.
- [129] H. Schlichting, Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill, 1984.
- [130] S. M. Čantrak, Hidrodinamika, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2001.
- [131] N. D. Vidanović, B. P. Rašuo, D. B. Damljanović, Đ. S. Vuković, D. S. Ćurčić, Validation of the CFD code used for determination of aerodynamic characteristics of nonstandard AGARD-B calibration model, Thermal Science 18 (4) (2014) 1223-1233.

- [132] D. C. Wilcox, Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, Inc., 1993.
- [133] D. C. Wilcox, Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models, AIAA Journal 26 (11) (1988) 1299-1310.
- [134] F. R. Menter, Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flows, AIAA Journal 30 (8) (1992) 2066-2072.
- [135] L. Eça, M. Hoekstra, Numerical aspects of including wall roughness effects in the SST $k-\omega$ eddy-viscosity turbulence model, Computers & Fluids 40 (2011) 299-314.
- [136] J. Tu, G. H. Yeoh, C. Liu, Computational Fluid Dynamics, A Practical Approach, Elsevier, 2008.
- [137] W. K. Anderson, D. L. Bonhaus, An implicit upwind algorithm for computing turbulent flows on unstructured grids, Computers & Fluids 23 (1) (1994) 1-21.
- [138] T. J. Barth, D. Jespersen, The design and application of upwind schemes on unstructured meshes, AIAA Paper 89-0366, Proceedings of The AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, 1989.
- [139] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, 1980.
- [140] S. E. Kim, B. Makarov, D. Caraeni, A Multidimensional Linear Reconstruction Scheme for Arbitrary Unstructured Grids, AIAA Paper 2003-3990, Proceedings of The AIAA 16th Computational Fluid Dynamics Conference, Orlando, Florida, 23-26 June 2003.
- [141] Z. J. Wang, A Fast Nested Multi-grid Viscous Flow Solver for Adaptive Cartesian/Quad Grids, International Journal for Numerical Methods in Fluids 33 (2000) 657-680.

- [142] V. Venkatakrishnan, On The Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions, AIAA Paper 93-0880, Proceedings of The AIAA 31st Aerospace Sciences Meeting, January 1993.
- [143] I. Demirdžić, Ž. Lilek, M. Perić, A collocated finite volume method for predicting flows at all speeds, International Journal for Numerical Methods in Fluids 16 (1993) 1029-1050.
- [144] J. Y. Murthy, S. Mathur, Periodic flow and heat transfer using unstructured meshes, International Journal for Numerical Methods in Fluids 25 (1997) 659-677.
- [145] S. R. Mathur, J. Y. Murthy, A pressure-based method for unstructured meshes, Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology 31(2) (1997) 195-215.
- [146] C. M. Rhie, W. L. Chow, Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation, AIAA Journal 21 (11) (1983) 1525-1532.
- [147] I. Demirdžić, M. Perić, Finite volume method for prediction of fluid flow in arbitrarily shaped domains with moving boundaries, International Journal for Numerical Methods in Fluids 10 (1990) 771-790.
- [148] M. S. Liou, C. J. Steffen Jr., A New Flux Splitting Scheme, Journal of Computational Physics 107 (1993) 23-39.
- [149] R. V. Chima, M. S. Liou, Comparison of the AUSM⁺ and H-CUSP Schemes for Turbomachinery Applications, AIAA Paper 2003-4120, Proceedings of The AIAA 16th Computational Fluid Dynamics Conference and the 33rd Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Orlando, Florida, 23-26 June 2003.
- [150] M. S. Liou, A Sequel to AUSM: AUSM⁺, Journal of Computational Physics 129 (1996) 364-382.

- [151] J. M. Weiss, J. P. Maruszewski, W. A. Smith, Implicit Solution of the Navier-Stokes Equations on Unstructured Meshes, AIAA Paper 97-2103, Proceedings of The AIAA 13th CFD Conference, Snowmass, CO, July 1997.
- [152] A. George, J. W. Liu, Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems, Prentice-Hall, Inc., 1981.
- [153] J. D. Anderson Jr., Computational Fluid Dynamics, The Basics with Applications, McGraw-Hill, Inc., 1995.
- [154] H. L. Stone, Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations, SIAM Journal on Numerical Analysis 5 (3) (1968) 530-558.
- [155] E. Cuthill, J. McKee, Reducing the Bandwidth of Sparse Symmetric Matrices, Proceedings of The ACM 24th National Conference, New York, NY, 1969, pp. 157-161.
- [156] N. E. Gibbs, W. G. Poole, P. K. Stockmeyer, An Algorithm for Reducing the Bandwidth and Profile of a Sparse Matrix, SIAM Journal on Numerical Analysis 13 (1976) 236-250.
- [157] S. S. Rao, The Finite Element in Engineering, Elsevier, 2004.
- [158] T. Maneski, Kompjutersko modeliranje i proračun struktura, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1998.
- [159] ANSYS Mechanical APDL Theory Reference, Release 15.0, ANSYS, Inc., November 2013.
- [160] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, The Finite Element Method, Volume1: The Basis, Butterworth-Heinemann, 2000.
- [161] F. K. Benra, H. J. Dohmen, J. Pei, S. Schuster, B. Wan, A Comparison of One-Way and Two-Way Coupling Methods for Numerical Analysis of Fluid-Structure

- Interactions, Journal of Applied Mathematics 2011 (2011), Article ID 853560, 16 pages.
- [162] R. Kamakoti, W. Shyy, Fluid-structure interaction for aeroelastic applications, Progress in Aerospace Sciences 40 (2004) 535-558.
- [163] System Coupling User's Guide, Release 15.0, ANSYS, Inc., November 2013.
- [164] K. Jansen, F. Shakib, T. Hughes, Fast Projection Algorithm for Unstructured Meshes, in S. N. Atluri (Editor), Computational Nonlinear Mechanics in Aerospace Engineering, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992, pp. 175-204.
- [165] P. F. Galpin, R. B. Broberg, B. R. Hutchinson, Three-Dimensional Navier Stokes Predictions of Steady-State Rotor/Stator Interaction with Pitch Change, Proceedings of The 3rd Annual Conference of the CFD Society of Canada, Banff, Alberta, Canada, 25-27 June 1995.
- [166] J. T. Batina, Unsteady Euler Airfoil Solutions Using Unstructured Dynamic Meshes, AIAA Journal 28 (8) (1990) 1381-1388.
- [167] B. A. Robinson, J. T. Batina, H. T. Y. Yang, Aeroelastic Analysis of Wings Using the Euler Equations with a Deforming Mesh, Journal of Aircraft 28 (11) (1991) 781-788.
- [168] P. D. Thomas, C. K. Lombard, Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids, AIAA Journal 17 (10) (1979) 1030-1037.
- [169] Y. H. Kim, Development of efficient algorithms for fluid-structure interaction framework and its application, Ph.D. thesis, University of Alabama at Birmingham, Birmingham, Alabama (2006).
- [170] D. Damljanić, B. Rašuo, Testing of Calibration Models in Order to Certify the Overall Reliability of the Trisonic Blowdown Wind Tunnel of VTI, FME Transactions, 38 (4) (2010) 167-172.

- [171] D. Damljanić, S. Mandić, Đ. Vuković, Computational Fluid Dynamics and Wind Tunnel Determination of the Aerodynamic Characteristics of an Axisymmetric projectile with a Conical Tail Flare, Scientific Technical Review 61 (3-4) (2011) 49-58.
- [172] W. Zhang, Y. Wang, Y. Liu, Aerodynamic study of theater ballistic missile target, Aerospace Science and Technology 24 (2013) 221-225.
- [173] S. Maksimovic, M. Kozic, S. Stetic-Kozic, K. Maksimovic, I. Vasovic, M. Maksimovic, Determination of Load Distributions on Main Helicopter Rotor Blades and Strength Analysis of the Structural Components, Journal of Aerospace Engineering 27 (6) (2014).
- [174] B. Rašuo, Tehnologija proizvodnje letelica, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1995.
- [175] E. C. Yates Jr., AGARD Standard Aeroelastic Configurations for Dynamic Response I-Wing 445.6, AGARD Reptort No. 765, Proceedings of The 61st Meeting of the Structures and Materials Panel, Oberammergau, Germany, 8-13 September 1985.
- [176] Z. Rendulić, Mehanika leta, Vojnoizdavački i novinski centar, 1987.
- [177] L. S. Glover, J. C. Hagan, The Motion of Ballistic Missile, Technical Memorandum, The Johns Hopkins University, Applied Physics Laboratory, July 1971.
- [178] D. Lesieutre, J. Love, M. Dillenius, High Angle of Attack Missile Aerodynamics Including Rotational Rates - Program M3HAX, AIAA Paper 96-3392, Proceedings of The AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, San Diego, CA, 29-30 July 1996.
- [179] J. B. Doyle, C. C. Rosema, Improved Validation Methodology for Missile Datcom Development, AIAA Paper 2011-1241, Proceedings of The 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida, 4-7 January 2011.

Prilog A

VALIDATION OF THE CFD CODE USED FOR DETERMINATION OF AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF NON-STANDARD AGARD-B CALIBRATION MODEL

by

**Nenad D. VIDANOVIĆ^{a*}, Boško P. RAŠUO^b, Dijana B. DAMLJANOVIĆ^c,
Djordje S. VUKOVIĆ^c, and Dušan S. ČURČIĆ^c**

^a Faculty of Transport and Traffic Engineering, University of Belgrade, Belgrade, Serbia

^b Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, Belgrade, Serbia

^c Military Technical Institute, Belgrade, Serbia

Original scientific paper

DOI: 10.2298/TSCI130409104V

The application of CFD is often motivated by the limitations of measurement techniques, economic limitations, and complex model geometry or, as it is in this case, the unavailability of appropriate test model geometry. CFD was used to assess and evaluate scenario that cannot be investigated experimentally and was shown to be an efficient and economical option to experimental set-up. Because of that, there is a strong need for a validation procedure and assessment of the data obtained by numerical simulation. A combined experimental/numerical procedure is described for determination and estimation of subsonic and supersonic aerodynamic behaviour of an AGARD-B model with a non-standard nose configuration. Conducted numerical aerodynamic calculations needed to be satisfied via experimental tests so, the CFD code validation procedure required experimental data that characterize the distributions of measured aerodynamic forces and moments which act upon the test model. Validation of the CFD was achieved by performing the calculation for the model with the standard nose shape as well, and by comparing the results of the CFD calculations with available experimental data for the model with the standard nose configuration. Comparison demonstrated very good agreement between numerically and experimentally obtained results. It was concluded that the numerical prediction for the similar non-standard model configuration could be accepted as reliable and used to estimate the corrections needed when interpreting the available data. The effects of the different nose shape were found to be small and noticeable mainly in the pitching moment coefficient. This work also demonstrates the application of CFD for the purpose of proving a qualitative and quantitative prediction of the aerodynamics behaviour.

Key words: *experimental aerodynamics, wind tunnel validation, calibration model, CFD modeling, code calibration, aerodynamic coefficients*

Introduction

CFD has become a widely used tool for developing, supporting, optimizing, innovating, verifying and, especially here, for validating procedures. Verifying and validating represent

* Corresponding author; e-mail: n.vidanovic@sf.bg.ac.rs

forerun steps for the code calibration procedure. Verification procedure gives confirmation if the selected mathematical model is solved correctly by the CFD code and could be proved by comparing diverse turbulence models. Verification procedure was not conducted in this work, but credibly and widely used SST $k-\omega$ turbulence model was selected for qualitative/quantitative prediction of aerodynamics behaviour. It is useful to emphasize, as underlined in [1], that validation procedure is the practice of determining the domain in which a selected numerical model gives an accurate representation of the real problem, where the main goal is to quantify and qualify the accuracy of the numerical results through comparisons with available experimental data, and that the calibration procedure assesses the ability of a CFD code to predict global quantities of interest for specific engineering problems.

With respect to all above mentioned, wind tunnel experiment and CFD simulation of the flow past over a theoretical AGARD-B model must be conducted. After code calibration procedure, a validated numerical method could be used to evaluate the aerodynamic characteristics over a non-standard AGARD-B model with circular nose configuration.

Standard (calibration) wind tunnel models are important tools in calibrating both wind tunnel installations and numerical flow simulation algorithms. Mentioned AGARD series of standard models (AGARD-A, B, C, D, and E) is widely used in wind tunnel calibration measurements. There is an extensive database available with results from wind tunnel tests of these models in various experimental facilities worldwide, so that a comparison with results from the facility being calibrated is possible, [2]. Military Technical Institute in Belgrade (VTI) has used the AGARD-B and AGARD-C models of $D = 115.8$ mm body diameter in the initial calibration of its T-38 wind tunnel and continues to use them for periodical checkouts of the calibration of the facility. Results are compared primarily with those [3-7] from a very similar Canadian wind tunnel, and also with those from the compilation [8] which is a de-facto reference for the particular model type. The AGARD-B model that is used in VTI was produced by Boeing, USA, and, before being tested in VTI, had been used for a number of years in the NAE 5ft wind tunnel, the Romanian 1.2×1.2 m trisonic wind tunnel [9], and, previously, by Boeing. The results of the Boeing tests are cited in [8], but with a warning that the contour of the nose section of the model was different from the theoretical one, namely, being a body of rotation defined by a circular arc with a radius $r = 9.274D$ where D is the model body diameter, instead of the nominal parabolic arc defined by the equation $r = (x/3)[1 - (1/9)(x/D)^2 + (1/54)(x/D)^3]$. Therefore, the results of this particular model cited in [8] were under a shadow of doubt and were not used in inter-facility comparison of VTI results. The nose section of the model has since been changed to the standard contour, so that the tests in VTI were performed with the correct configuration.

Recently, it was decided to estimate the effects of the error in the initial geometry of the model, so that necessary corrections could be made and results from [8] maybe used in inter-facility comparisons. The idea was to conduct CFD simulation of the circular-arc nose configuration of the AGARD-B model in order to determine the deviation of the aerodynamic characteristics of interest. Because of that, the correspondence between the correct parabolic-arc nose configuration test results and CFD calculations had to be achieved. So, the first step was to compare test data measurements with CFD calculations of the AGARD-B theoretical configuration. After determining the correspondent agreement between the computed and experimental results of an initial model configuration, CFD was used for further analysis of the circular-arc nose shape in a way that enabled obtaining relevant aerodynamic results. The T-38 trisonic blow-down pressurized wind tunnel in VTI was employed for experimental determination of the aerodynamic characteristics for the test model.

Wind tunnel testing

Wind tunnel facility

The T-38 test facility, presented by fig. 1(a), is a trisonic blow-down pressurized wind tunnel, placed in the VTI in Belgrade [10, 11]. Possible Reynolds numbers up to 110 million per meter, can be reached through a test process in this test facility [12]. Depending on appropriate Mach number, which can be selected from the range 0.2 to 4.0, and hence, depending on stagnation pressure, run times are in the range between 6 seconds and 60 seconds [12]. When T-38 operating in subsonic and supersonic test regimes, facility considering the use of test section with solid walls, while for transonic tests, wind tunnel configuration must be equipped with porous walls [11, 13]. With respect to the flow speed range, maintenance of configured Mach number can be achieved by means of a sidewall flaps, sidewall blow-off or by flexible nozzle. In the test section, stagnation pressure, which depends on selected Mach number, can be achieved and maintained in the range 1.1 bar to 15 bar, [13]. Sting configuration represents model support body in a 1.5 m × 1.5 m square test section, which is mounted on rolling and pitching mechanism, and enables aerodynamic angles adjusting in both mode, continuously and sequentially movement of a model during measurement process. Figure 1(b) presents AGARD-B model mounted on model support by sting body and placed in the test section of T-38.

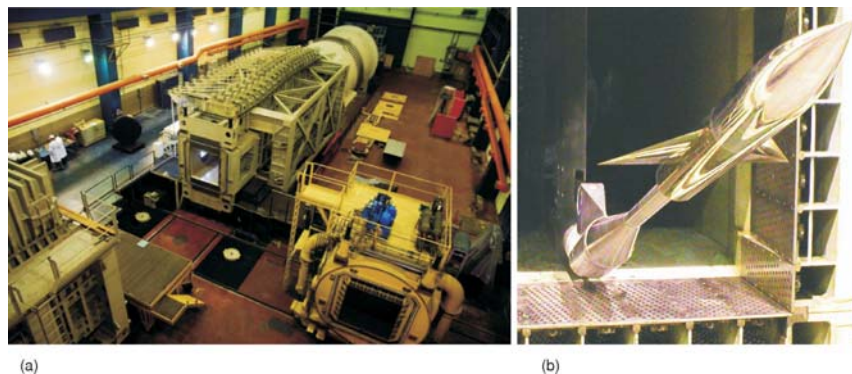


Figure 1. The T-38 test facility (a) with AGARD-B model placed in the test section (b)

Wind tunnel model

The AGARD calibration model B is a configuration consisting of a wing and body combination [5, 8, 9]. The wing is a delta in the form of an equilateral triangle with a span four times the body diameter and has a 4% thickness/chord ratio bi-convex section. The body is a cylindrical body of revolution with an ogive nose defined by two diverse curve types, parabolic one and circular one. Figure 2 is a representation of the model with the relevant dimensions given in terms of the body diameter D .

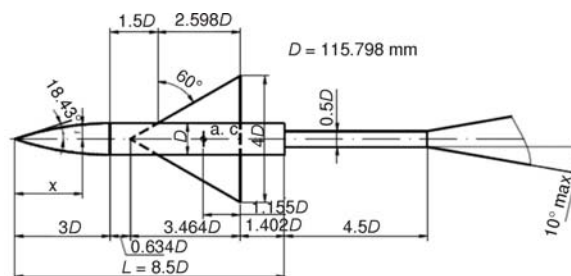


Figure 2. Basic dimensions of the AGARD-B test model

Table 1. Basic and reference model dimensions

Model length (L)	0.9843 m
Model diameter (D)	0.1158 m
Wing span (B)	0.4632 m
Model reference length, mean aerodynamic chord (L_{ref})	0.2674 m
Model reference length, wing span (B_{ref})	0.4632 m

Basic model dimensions of the AGARD-B standard model used in the T-38 wind tunnel facility (fig. 1) are given in tab. 1.

Standard *i. e.* theoretical AGARD-B model with parabolic nose configuration was used to provide force and moment

data. Internal six-component strain gauge balance, which was used for data measuring, is described in the literature [3-7]. The sting was attached to the balance on the one side and with model base on the other side. Ratio between sting diameter and model base diameter was 0.5 and ratio between model base diameter and sting length was 5.2 (fig. 2). The angle of 7.9° was the conical evolution angle of sting into support. The reference point for force and moment calculation was located at $2.557D$ upstream of the model base or $1.155D$ distance upstream of the downstream edge of the wings, (fig. 2).

Instrumentation, data recording and reduction

This section briefly deals with instrumentation, which was used for divers measuring, data acquisition system and reduction procedure. The overview of instrumentation and procedures is presented in the following order:

- an absolute pressure transducer was used for stagnation pressure measuring and this transducer was pneumatically connected to a pitot probe and placed in the settling chamber of the wind tunnel,
- an piezoresistive differential pressure transducer was used for base pressure measuring,
- in subsonic speed range, difference between stagnation and static pressure was measured by a differential pressure transducer placed in the test section, and this transducer was pneumatically connected to the pitot probe and an orifice on sidewall,
- an absolute pressure transducer, used for supersonic measuring, was of the same range and of the same type, like aforementioned used for subsonic measuring,
- an resistance temperature detection probe, mounted in the settling chamber, was used for stagnation temperature measuring, and
- onto the movable mechanism mounted, the pitching angle measuring resolver was used.

Digitized data, collected by the data acquisition system, were sent through the network to a data processing computer. Sent data were stored on disk, prepared for later data reduction, which was performed using the T-38 application software package, developed in VTI. Wind axes system was used in data reduction and reduction procedure was performed in four stages:

- data acquisition system interfacing and signals normalization,
- flow parameters determination,
- model position determination, and
- aerodynamic coefficients determination.

The accuracies and the operating ranges of above cited transducers, performing procedures for calibration and acquisition processes, and other proper details about mentioned devices are presented in the literature [3-7].

Wind tunnel test results

Wind tunnel tests were performed for the purpose of checkout of the T-38 wind tunnel facility, with the standard AGARD-B model configuration (*i.e.* the one having a parabolic-arc nose ogive), at nominal Mach numbers 0.6 and 1.6, Angles of attack (AOA) in the interval -4 to $+12$, and roll angle 0° , [5]. The obtained test results *vs.* corresponding CFD results are presented in comparative form in the section *Results and discussion*. Test results are given for model aerodynamic centre located a $2.557D$ distance upstream of the model base. Mega-Reynolds numbers for each Mach number, 6.42 for $Ma = 0.596$ and 9.97 for $Ma = 1.602$, are also given. Model reference length for Reynolds number calculation is the mean aerodynamic chord L_{ref} . Results from [3-7] were compared with those from the tests of the same model in a very similar Canadian wind tunnel and a excellent agreement was found (percent error is less than 1% of the largest measured values), so that they can be accepted with considerable confidence.

Computational fluid dynamics simulation

Numerical simulation of the flow plays a significant role for understanding the physical phenomena. The CFD modelling must be robust relating to changes and gradients of the physical properties of the fluid, which leads to qualitatively and quantitatively aerodynamics behaviour prediction. The current section investigates the use of CFD in the prediction of aerodynamic coefficients for both AGARD-B configurations. The flow solver used for this study was the FLUENT of ANSYS software. The viscous CFD simulations were used to calculate flowfield around the AGARD-B test models in subsonic and supersonic regimes. Computations were performed at 0.596 and 1.602 Mach numbers of interest at AOA -5° to 12° .

AGARD-B solid model, boundary conditions and computational mesh

The AGARD-B calibration models were modeled without a sting, for more accurate base drag component prediction and faster convergence. Two geometries were generated for the CFD studies, one with parabolic-arc and the other with circular-arc nose ogive configuration. Parametric AGARD-B configurations were modeled in the DESIGN MODELER environment of ANSYS.

The computational domain, with no hard boundaries around the model, was modeled to be a part of paraboloid with 15 model body lengths upstream from the tip of the model nose, 20 model body lengths downstream from the model base and with semi-axis of the paraboloid base with 25 models body lengths. Static temperature and static pressure were calculated with respect to their appropriate total values according to flowfield Mach number. The symmetry boundary condition for half configuration was selected because of the wind tunnel symmetry test conditions *i.e.* no-lateral-loads test conditions were performed. This boundary condition is also more effective in consumption of computational resources. All surfaces of the AGARD-B model were defined as a stationary no-slip adiabatic wall conditions.

The unstructured hybrid mesh was generated using the MESH (ANSYS ICEM CFD) environment of ANSYS software package. In most cases, mesh was automatically generated with respect to selected mesh growth rate of 1.08, but mentioned growth rate parameter was chosen to vary up to value of 1.20. Selection of appropriate growth rate parameter value, directly affects total grid size. The finest grid was defined with total cells number of 9841948 elements or 2636125 nodes which corresponds to growth rate parameter of 1.08. This density of the mesh was selected with respect to the sufficient amount of computer memory and convergence criteria of the calculated aerodynamic coefficients and residuals. It should be noted that a grid with the

total number of cells of about 7 million was found to be sufficient to obtain a good agreement with test results and to ensure convergence of the calculated aerodynamic coefficients and residuals. A finer grids between 7 million and 10 million elements ensured a grid-independent solution. Selection of proper grid size, and hence, appropriate value of growth rate parameter, was influenced by changes and gradients of the physical properties of the fluid, based on Mach number and adequate AOA of interest.

The boundary layer was modeled with 20 layers and 1.2 growth rate and the height of the first cell was chosen to give y^+ value of about 1.0. The wall boundary layer resolution with y^+ being about 1.0 in the finest grid was in the domain of viscous sub-layer. The boundary layer was resolved with 2829360 elements or 1492197 nodes.

Numerical calculation

The steady-state (the results represent mean conditions), density-based type solver was used to compute the flowfield. The implicit formulation with Roe-FDS flux type was selected for solution method. The least square cell based for gradient and the second order upwind scheme for flow, turbulent kinetic energy and specific dissipation rate were selected for spatial discretization, [14]. Menter's [15-18] (shear-stress transport) SST $k-\omega$ turbulence model was selected for the numerical calculation of the flow in the computational domain. The SST model combines the $k-\varepsilon$ and the $k-\omega$ models using a blending function. This SST model changes from the standard turbulence/frequency-based $k-\omega$ model in the near-wall region to a higher Reynolds number $k-\varepsilon$ model in the far field. For the air flow prediction the Navier-Stokes equations have to be solved. The 3-D, time-dependent, Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations are discretised using a cell-centered finite volume approach [19, 20]. The main control over the time-stepping scheme is the Courant number (CFL) which was defined to be automatically updated from 5 to 200 for both Mach numbers and all AOA. The fluid solver simultaneously solves the governing equations of continuity, momentum, and energy. The entire system of governing equations in conservation form [20], can be given by eq. (1):

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{U} + \frac{\partial}{\partial x} \vec{F} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{G} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{H} = 0 \quad (1)$$

where the column vectors $\vec{U}$, $\vec{F}$, $\vec{G}$, and $\vec{H}$ are defined as:

$$\vec{U} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{Bmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho vu - \tau_{xy} \\ \rho wu - \tau_{xz} \\ \rho uE + pu - q_x - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} - w\tau_{xz} \end{Bmatrix}$$

$$\vec{G} = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{yx} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho wv - \tau_{yz} \\ \rho vE + pv - q_y - u\tau_{yx} - v\tau_{yy} - w\tau_{yz} \end{Bmatrix}, \quad \vec{H} = \begin{Bmatrix} \rho w \\ \rho uw - \tau_{zx} \\ \rho vw - \tau_{zy} \\ \rho w^2 + p - \tau_{zz} \\ \rho wE + pw - q_z - u\tau_{zx} - v\tau_{zy} - w\tau_{zz} \end{Bmatrix}$$

The column vectors $\vec{F}$, $\vec{G}$, and $\vec{H}$ are called the flux terms and column vector $\vec{U}$ – is called the solution vector. Here ρ , E , and p are the density, total energy and pressure, and u , v , w are velocity components of the fluid, respectively. τ is the viscous stress tensor and $\vec{q}$ – the heat flux vector.

Numerical calculations were performed in parallel environment on Asus Workstation with two octa-core 2.00 GHz Intel Xeon E5-2650 processors and 64 GB RAM. The operating system addresses two logical cores for each physical core and can shares the workload between them. So, when we express physical cores in a “logical manner” for this configuration, we exactly deal with 32 logical cores which may be expressed with 32 processes. Total amount of 8 processes were allocated to each numerical calculation and each numerical calculation represents simulation per AOA. This configuration, with respect to earlier mentioned, enables employment up to three calculations in parallel mode, depending on memory consumption per calculation. Total memory usage per AOA was influenced by earlier determined grid size and could vary between 21 and 31 GB RAM. The convergence was depending on the Mach number and the AOA and was achieved approximately in about 1000-2000 iterations. Total CPU time of about 56 CPU hours describes the total CPU time used by eight processes per AOA and this does not include any wait time for load imbalances or for communications. The simulations were interrupted when the difference between aerodynamic coefficients were less than 1% during 100 previous iterations.

Results and discussion

The test results of AGARD-B theoretical calibration model, with the standard parabolic nose ogive configuration, are compared with the results obtained from the CFD simulations that were conducted for both model configurations, one with parabolic and the other with circular nose ogive. The comparative results are presented in the form of graphs in figs. 6, 7 and 8, which show C_m , C_L , and C_D in relation to the angle of attack in the wind axes system. It can be seen that there is no significant differences between CFD-simulated circular and experimentally obtained results for theoretical model which is in accordance with reference [8]. However, the differences are presented and certain domains need to be discussed.

Pressure distribution on lower and upper AGARD-B model surfaces in comparative form for both Mach numbers and three specific AOA (-4° , 0° , and 11°) are presented in following figures (figs. 3, 4, and 5).

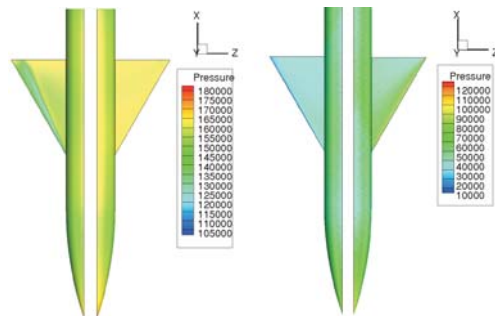


Figure 3. Pressure distribution on lower and upper AGARD-B model surfaces for Ma = 0.596 (left) and Ma = 1.602 (right) at -4° AOA

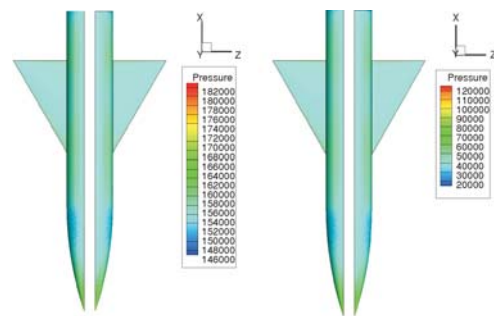


Figure 4. Pressure distribution on lower and upper AGARD-B model surfaces for Ma = 0.596 (left) and Ma = 1.602 (right) at 0° AOA

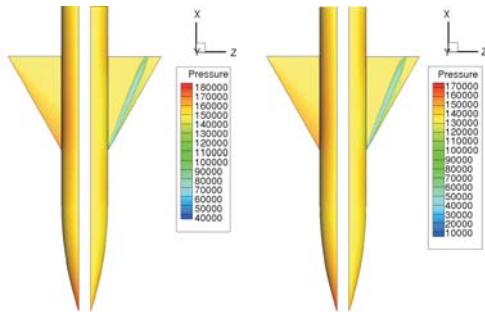


Figure 5. Pressure distribution on lower and upper AGARD-B model surfaces for $Ma = 0.596$ (left) and $Ma = 1.602$ (right) at 11° AOA

The first two graphs in fig. 6 represent C_m vs. AOA for $Ma = 0.596$ and $Ma = 1.602$. It can be seen that simulated values of C_m are, for both model configurations, and the case of $Ma = 0.596$, somewhat lower at higher angles of attack than experimental ones. Noticeable discrepancies occur for AOAs greater than 4° . For the $Ma = 1.602$ case, there are major differences between the simulated results for the parabolic-arc and circular-arc model noses. The results for the parabolic-arc nose configuration being much closer to the experimental ones. At both Mach numbers, the differences in C_m are more prominent in the region of AOA greater than 4° .

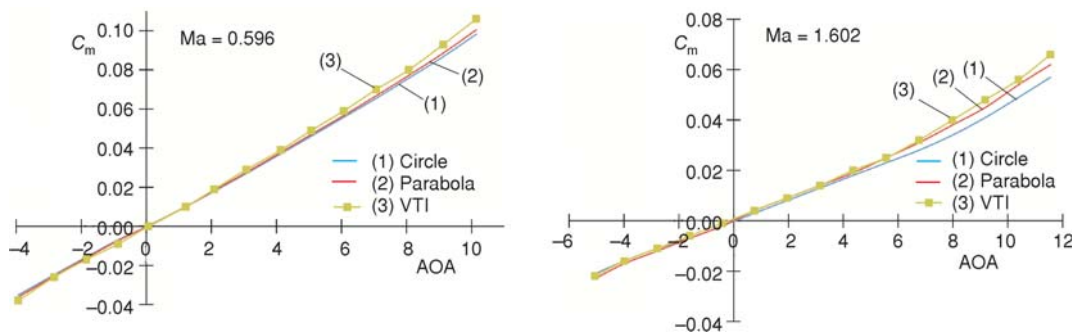


Figure 6. Experimental vs. CFD moment coefficient curves for $Ma = 0.596$ (left) and $Ma = 1.602$ (right)

The two graphs in fig. 7 represent C_L vs. AOA for $Ma = 0.596$ and $Ma = 1.602$. C_L graph for $Ma = 0.596$ case show no noticeable discrepancies between the experimental and simulated lift curves. On the other hand, noticeable discrepancies occur, for the $Ma = 1.602$ case, between the CFD curves and the experimental curve in the region of negative angles of attack, but an excellent agreement (percent error is less than 1% over all AOA domain) exist between

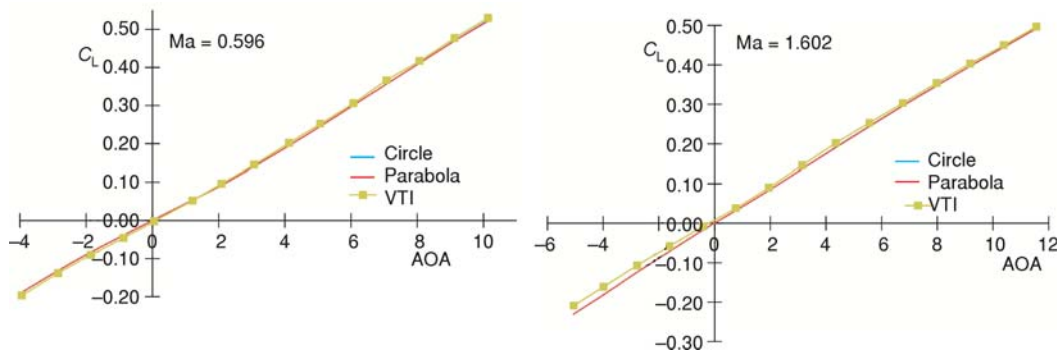


Figure 7. Experimental vs. CFD lift coefficient curves for $Ma = 0.596$ (left) and $Ma = 1.602$ (right)

the CFD curves. As the test results are not symmetrical with respect to 0° AOA (while they should be, for a symmetrical model), the discrepancy between the simulation and the experiment can be attributed to an experimental error, possibly caused by a non-linear behaviour of the force balance used in the test that was not accounted for in the calibration matrix. Another possible error sources in force measurements can be a slight asymmetry of the model or model dynamic motion, mechanical and structural balance design, influence of strain gages to flexures, deterioration of strain gages, attachment of the balance to the sting and to the model or attachment of the sting to the support system or influence of the angles of the support system. One can conclude that there is no significant difference between the C_L curves for any of the two nose configurations and the experimental results.

Finally, the two graphs in fig. 8 depict C_D vs. AOA for $Ma = 0.596$ and $Ma = 1.602$. It can be noted that there is an excellent agreement between all curves for $Ma = 0.596$ for all AOA. For the $Ma = 1.602$ case, there is a percent error between 0.3% and 3% at positive AOA between the experimental and the simulated results for the parabolic-arc nose configuration, and error between 3% and 5% for the simulated results for the circular-arc nose configuration. For the parabolic-arc nose configuration at negative AOA the experimental results deviate slightly (between 3% and 5%) from the simulated ones, which can be caused by the above-mentioned experimental error in the measurement of normal force, but for circular-arc nose configuration difference is between 0.3% and 3%.

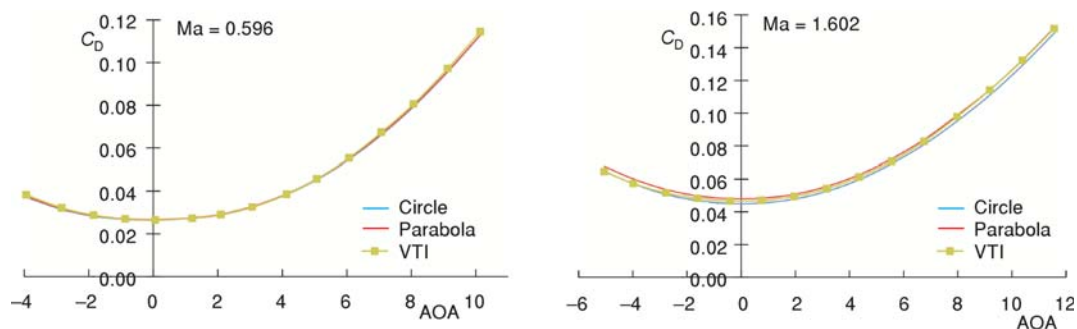


Figure 8. Experimental vs. CFD drag coefficient curves for $Ma = 0.596$ (left) and $Ma = 1.602$ (right)

All presented results suggest that CFD simulations of the subsonic and supersonic behaviour of the two configurations of the AGARD-B model are, mostly, in very good agreement with the experimental results (percent error is less than 5% of the largest simulated cases). This is the very reason why CFD simulation is used here for differences evaluation between model with parabolic and circular nose ogive configuration for which there is a lack of available experimental results and very limited recommendations. That means that conducted simulations with applied SST $k-\omega$ turbulence model can give satisfactory predictions for aerodynamic behaviour and can yield encouraging results in subsonic and supersonic external flow cases and represents very acceptable numeric for validation procedure. So, when we deal with well validated SST $k-\omega$ turbulence model, we actually use a reliable numeric, and hence, no verification procedure is necessary.

Generally speaking, in accordance with the conducted investigation, it can be assumed that aerodynamic behavior in subsonic and supersonic flows for these two model configurations

can be credibly numerically predicted and that the calibrated procedure for this similar cases were very well done.

Conclusions

Calculations show that the applied turbulent model qualitatively predicts the main features of the aerodynamics behaviour. This means that trends of numerically-simulated curves are in excellent agreement with trends of experimentally-obtained ones. Furthermore, trends between numerically-obtained curves for two similar nose configurations are in excellent agreement, too. Therefore, the behaviour of the circular-arc-nose configuration can be deduced from the simulation, concluding that the main effect of the change of the nose shape is reflected in a change of the pitching moment coefficient, while the effect of the nose shape is smaller on the drag coefficient and practically negligible on the lift coefficient.

It can be concluded that the experimentally validated code for subsonic and supersonic flows can be used to predict the results, for the same flows, of the aerodynamic coefficients of the model with a different, but similar geometry. Transonic behavior requires deeper analyzing and successive simulations and it may be a part of a future investigation. Numerical flow simulation around AGARD-B mounted on the sting may be a part of a future investigation too, especially for the case of possible influence on base pressure distribution.

It is very important to emphasize that CFD can be useful tool for assessment procedure of diverse geometry types that often cannot be sufficiently covered by measurements. Nevertheless, wind tunnel measurements of the flowfields are necessary to validate and calibrate such simulations and to provide adequate boundary conditions. Finally, once the code is well validated, one can rely on the CFD process for further aerodynamic investigation. Thus, CFD is a capable tool for more than preliminary investigations, but never separated from the experiments.

Nomenclature

C_D	– drag coefficient, [–]
C_L	– lift coefficient, [–]
C_m	– moment coefficient, [–]
D	– model body diameter, [m]
E	– total energy, [J]
k	– turbulence kinetic energy, [m^2s^{-2}]
Ma	– Mach number ($= U/c$), [–]
p	– pressure, [Pa]
q	– heat flux, [Wm^{-2}]
Re	– Reynolds number ($= UL_{\text{ref}}/\nu$), [–]
r	– curve radius, [m]
u	– x velocity component, [ms^{-1}]
v	– y velocity component, [ms^{-1}]
w	– z velocity component, [ms^{-1}]
y^+	– dimensionless length parameter, [–]

Greek symbols

ε	– turbulent dissipation rate, [m^2s^{-3}]
ρ	– density, [kgm^{-3}]
τ	– viscous stress, [Pa]
ω	– specific dissipation rate, [s^{-1}]

Acronyms

AGARD	– advisory group for aerospace research and development
AOA	– angle of attack
CFD	– computational fluid mechanics
SST	– shear stress transport
VTI	– Vojnotehnički Institut (Military Technical Institute)
FDS	– flux-difference splitting
CFL	– courant-Friedrichs-Lewy ($= \Delta t \sum u x_i / \Delta x_i \leq CFL_{\text{max}}; i = 1, n$)

References

- [1] Colombo, E., et al., A Methodology for Qualifying Industrial CFD: The Q3 Approach and the Role of a Protocol, *Computers & Fluids*, 54 (2012), Jan., pp. 56-66
- [2] Rasuo, B., Scaling between Wind Tunnels-Results Accuracy in Two-Dimensional Testing, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical & Space Sciences*, 55 (2012), 2, pp. 109-115

- [3] Damljanić, D., Investigation of Flow Quality Parameters in the 3D Test Section of the T-38 Trisonic Wind Tunnel (in Serbian), M. Sc. thesis, Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, Belgrade, 2010
- [4] Damljanić, D., Rašuo, B., Testing of Calibration Models in Order to Certify the Overall Reliability of the Trisonic Blowdown Wind Tunnel of VTI, *FME Transactions*, 38 (2010), 4, pp. 167-172
- [5] Damljanić, D., et al., Testing of AGARD-B Calibration Model in the T-38 Windtunnel, *Scientific Technical Review*, 56 (2006), 2, pp. 52-62
- [6] Damljanić, D., et al., An Evaluation of the Overall T-38 Wind Tunnel Data Quality in Testing of a Calibration Model, *Proceedings*, 30th AIAA Applied Aerodynamics Conference, New Orleans, Louisiana, 2012
- [7] Damljanić, D., et al., The T-38 Wind Tunnel Data Quality Assurance Based on Testing of a Standard Model, *AIAA Journal of Aircraft*, 50 (2013), 4, pp. 1141-1149
- [8] Hills, R., A Review of Measurement on AGARD Calibration Models, Report No. 64, Aircraft Research Association, Bedford, England, 1961
- [9] Isakovic, J., et al., Testing of the AGARD B/C, ONERA and SDM Calibration Models in the T-38 1.5m x 1.5m Trisonic Wind Tunnel, *Proceedings*, 19th ICAS Congress, Anaheim, Cal., USA, 1994, pp. 1-9
- [10] Elfstrom, G. M., Medved, B., The Yugoslav 1.5 m Trisonic Blowdown Wind Tunnel, AIAA Paper 86-0746-CP, 1986
- [11] Rasuo, B., Two-Dimensional Transonic Wind Tunnel Wall Interference, Technical University of Budapest, Budapest, 2003
- [12] Rasuo, B., The influence of Reynolds and Mach Numbers on Two-Dimensional Wind-Tunnel Testing: An Experience, *The Aeronautical Journal*, 115 (2011), 1166, pp. 249-254
- [13] Rasuo, B., On Boundary Layer Control in Two-Dimensional Transonic Wind Tunnel Testing, *Proceedings*, (Eds. G. E. A. Meier, K. R. Sreenivasan, H.-J. Heinemann), IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research, Berlin, Germany, 2006, pp. 473-482
- [14] ***, ANSYS Inc., Theory Guide, ANSYS FLUENT 14.0, 2009
- [15] Menter, F. R., Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flow, *AIAA J.*, 30 (1992), 8, pp. 2066-2072
- [16] Menter, F. R., Improved Two-equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows, NASA Technical Memorandum TM-103975, NASA Ames, Cal., 1992
- [17] Menter, F., Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Model for Engineering Applications, *AIAA J.*, 32 (1994), 8, pp. 1598-1605
- [18] Menter, F., Eddy-Viscosity Transport Equations and their Relation to the $k-\epsilon$ Model, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 119 (1997), 4, pp. 876-884
- [19] Versteeg, H. K., Malalasekera, W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, 2nd ed., Pearson Education Limited, Harlow, England, 2007
- [20] Anderson, D. J., *Computational Fluid Dynamics*, McGraw-Hill Inc., New York, N. Y., 1995

Biografija

Nenad Vidanović je rođen 30.07.1979. u Beogradu. U Beogradu je završio osnovnu, kao i srednju tehničku školu „Petar Drapšin” sa zvanjem Mašinski tehničar za kompjutersko konstruisanje. Maturalni praktičan rad je odbranio na izbornom predmetu Modeliranje mašinskih elemenata i konstrukcija, a koji je imao za temu konstruisanje ručne dizalice sa parom konusnih zupčanika.

Po završetku srednje škole, 1998. godine upisao je Mašinski fakultet u Beogradu, tj. osnovne studije na istom, a diplomirao 2006. godine na Katedri za vazduhoplovstvo sa prosečnom ocenom 8.59, dok je diplomski rad odbranio sa ocenom 10. Već kroz izradu diplomskog rada bio je angažovan na numeričkom modeliranju i proračunu elemenata strukture letelica metodom konačnih elemenata, a sa temom „Preliminarna strukturalna analiza avionskog krila”. Tokom studija je bio aktivni član Udruženja studenata vazduhoplovstva EUROAVIA Beograd.

Poslediplomske studije upisao je 2007. godine na Katedri za vazduhoplovstvo na Mašinskom fakultetu u Beogradu, a zaposlivši se u Inovacionom centru Mašinskog fakulteta d. o. o. kao saradnik na projektima (student doktorskih studija), oktobra iste godine. Od marta 2008. je angažovan kao saradnik u nastavi na Saobraćajnom fakultetu u Beogradu, a za užu naučnu oblast Mehanika i Mehanika fluida na Katedri za opštetehtničke nauke i sa punim radnim vremenom. Na Katedri za opštetehtničke nauke, kandidat je angažovan na predmetima Mehanika 1 (Kinematika i Dinamika), Mehanika 2 (Statika i Otpornost) i Mehanika fluida, sa maksimalnim opterećenjem u nastavi. Kandidat je u aprilu 2010. izabran u zvanje asistenta. Kandidat je koautor štampane literature za studente osnovnih studija na Saobraćajnom fakultetu za predmete Mehanika 1 i Mehanika 2, dok je literatura za predmet Mehanika fluida u pripremi.

Tokom doktorskih studija, kandidat je bio učesnik na naučnom projektu, br. EE18033-TR pod imenom „Optimizacija rada farmi vetrogeneratora - kontrola graničnog sloja i turbulencije u vrtložnom tragu, aktivna kontrola oblika i strujanja”, a u periodu od 2008. do 2010. godine.

Kandidat je tokom doktorskih studija posebnu pažnju posvetio eksperimentalnoj i numeričkoj aerodinamičko-strukturalnoj analizi i optimizaciji (CFD/CSD/FSI/MDO), a što je kandidatu predstavljalo osnovnu smernicu i cilj naučno-istrživačkog rada.

Kandidat Nenad Vidanović je, iz gore navedenih oblasti, autor i koautor više radova objavljenih u međunarodnim časopisima i na međunarodnim konferencijama.

Član je Srpskog društva za mehaniku.

Prilog 1.

Izjava o autorstvu

Potpisani Nenad Vidanović

broj indeksa D30/07

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom:

Aerodinamičko-strukturalna optimizacija uzgonskih površina letelica

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

U Beogradu, 26.10.2015.

Potpis doktoranda



Prilog 2.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora: Nenad Vidanović

Broj indeksa: D30/07

Studijski program: Doktorske studije

Naslov rada: Aerodinamičko-strukturalna optimizacija uzgonskih površina letelica

Mentor: prof. Dr. Boško Rašuo

Potpisani: Nenad Vidanović

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

U Beogradu, 26.10.2015.

Potpis doktoranda



Prilog 3.

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković” da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Aerodinamičko-strukturalna optimizacija uzgonskih površina letelica

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo
2. Autorstvo - nekomercijalno
- ☒ 3. Autorstvo - nekomercijalno - bez prerade
4. Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo - bez prerade
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poledini lista).

U Beogradu, 26.10.2015.

Potpis doktoranda



1. Autorstvo - Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. Autorstvo - nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. Autorstvo - nekomercijalno - bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. Autorstvo - bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.